

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



Ministère de L'enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

CENTRE UNIVERSITAIRE D'EL-OUED

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état
En : Electrotechnique
Option:
Réseaux Electriques

THEME

**ETUDE ET ANALYSE DE LA STABILITE
TRANSITOIRE DU SYSTEME ENERGITIQUE**

Encadreur :

Mr : DJILANI BEN ATTOUS

Présenté par :

GHERBI TAHA
AZZI EL HABIB
OUADA MILOUD

Promotion 2008

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Centre Universitaire D'El-oued
Département d'Electrotechnique

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme
D'ingénieur d'Etat en Electrotechnique
Option réseaux électriques

Thème

Etudié par : Proposé et dirigé par :
Belkhir Yacine Dr : Djilani Ben Attous
Zegueb Abdelkader
Doudi Ahmed
Promotion :2007

*Les Effets du FACTS sur le transit de la puissance active et la
stabilité transitoire dans le réseau électrique*

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de L'enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique**

Centre Universitaire D'El-Oued
Département d'Electrotechnique

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme
D'ingénieur d'Etat en Electrotechnique
Option réseaux électriques

Thème

étude de la stabilité de réseau
etude de la stabilité de réseau

Présenté par :

**TAHA GHERBI
AZZI EL HABIB
OUADA MILOD**

Encadreur :

DJILANI BEN ATTOUS

Promotion 2008

Les terminologies

A

Admittance	Admittance	المسامحة	Active	Active	فعال
Apparent Puissance	Apparent Power	قدرة ظاهرية	Appareils	Apparatus	جهاز
Active Puissance	Active Power	قدرة فعالة		Argument	: الإزاحة الزاوية للعدد
Armature fixe	Armature fixe	عضو ثابت		Array	مصفوفة
Armature mobile	Armature swing	عضو متحرك		Available	متاح متوفر
Alternateur	Alternator	منوب		amplitude	علو ذروة
Accélération	Acceleration	تسارع		synchronism	متزامن
Amplitude	Amplitude	طول			
Angleur	Angulor	زاوية			
Courant alternative	A.C=alternating current	: تيار متناوب			

B

Base :	أساس قاعدة	Block diagram	رسم تخطيطي
: Balance, dynamic	توازن حركي	Base value	قيمة أساس
Bidirectional :	الاتجاه ثنائي	Bus	فرع
Bipolar	ثنائي القطب	bloc	مخطط
Branch:	فرع		

C

Cable	ناقل معزول الأسلاك	Conjugate	
Characteristics:	ميزة	current	
Circuit			
Capacitance			
Change			
Charge			
Coefficient:			
Computer			
Conductance			
Complexe			

:

:
:
:
:
:
:

Admittance

Impédance

Apparent Power

Active Power
Armature fixe

Armature swing

Alternator

Acceleration

Amplitude
Anuglor

A.C=alternating current : تيار متناوب

Active : فعال

Apparatus : جهاز

Argument : الإزاحة الزاوية للعدد

Array : مصفوفة

Available : متاح متوفر

amplitude : علو ذروة

synchronism : متزامن

Transmission Lines

2- خطوط القوى القصيرة Short Transmission Line

أ) التغير في الجهد الكهربائي عند نقطة الحمل voltage regulation و يعرف بالمعادلة التالية:
ب) الفقد في القدرة الكهربائية transmission line losses ، و تمثل الفقد الفعال و الغير فعال في ممانعة الخط و يعبر عنها كالتالي :

3- خطوط النقل متوسطة الطول Medium transmission line

4- خطوط النقل الطويلة

Long transmission lines γ ثابت الانتشار propagation constant

5- الدائرة المكافئة للخطوط الطويلة Equivalent circuit for long lines

sommaire

Chapitre I

Les éléments du réseaux électrique

Chapitre II

Étude de la stabilité

Chapitre III

**Méthodes de la solution d'équations
différentielles**

Chapitre IV

Programmation

LISTE DE FIGURE ET TABLEAU

Figure :	page :
(I-1) Transformateur	4
(I-2) Ligne courte	5
(I-3) Ligne moyenne	6
(I-4) Ligne longue	7
(I-5) Machine pôles lisses	8
(I-6) Machine pôles saillant	9
(I-7) Diagramme de tension d'un alternateur synchrone à pôles saillants	9
(I-8) Caractéristique angulaire d'une machine synchrone	11
(I-9) Schéma d'une machine synchrone connecté par réseau infini	12
(I-10) Diagramme vectoriel de la machine synchrone	12
(II-1) Schéma de principe de transport d'énergie lors d'ouverture du circuit	16
(II-1-a) Schéma de principe de transport d'énergie lors d'un régime normal	16
(II-1-b) Schéma de Substitution de transport d'énergie Lors de la rupture du circuit	16
(IV-1) Schéma de réseau 5 jeux de barres	37
(IV-2) Les courbes d'application de la méthode d'Euler modifier	46
(IV-3) Topologie du modèle	46
(IV-4) Schéma unifilaire du réseau réduit	54
 Tableau :	
(IV-1) Donne de ligne(réseau 5 jeux de barres)	38
(IV-2) Donne de jeu de barre (réseau 5 jeux de barres)	38
(IV-3) Caractéristique de générateur	38
(IV-4) Type de jeux de barres	39
(IV-5) Paramètre du réseau modèle(9 jeux de barres)	49
(IV-6) Caractéristiques du générateurs	49
(IV-7) Admittance (avant durant et après)	51

NOMENCLATURE

ϕ : Le flux(weber)

e : La tension (volte)

m : Le rapport de transformation

u : Tension composé (volte)

N : Nombre de spires

R : Résistance (ohme)

X : Réactance (ohme)

Z : Impédance(ohme)

Y : Admittance(ohme)

I : Le courant(Amper)

V : La tension (volte)

b_0 : La susceptance spécifique

g_0 : La conductance spécifique

l : La longueur de la ligne (m)

γ : La constante de propagation.

dV_x : Chute de tension en fonction x (volte)

dI_x : Perte du courant en fonction x (Amper)

n_s : Vitesse de rotation (tr/min), ou vitesse de rotation synchrone

f : Fréquence (Hz)

p : Nombre de paire de pôles.

δ_{ch} : Angle de charge (deg)

Ω_s : Vitesse du champ tournant(tr/min)

L : Inductance cyclique de la machine

$e(t)$: La f.e.m. créée par le champ magnétique rotorique dans une phase de la machine (volte)

E : La valeur efficace de $e(t)$

φ : Le déphasage entre V et I (deg)

X_s : Réactance total avant le déclenchement (ohme)

X_G : Réactance de générateur (ohme)

X_{T1} : Réactance de transformateur 1 (ohme)

X_{T2} : Réactance de transformateur 2(ohme)

X_L : Réactance de la ligne (ohme)

C_m : Couple d'entrée transmis

C_e : Couple électrique

C_i : Couple d'inertie

C_a : Couple d'amortissement

M : Constante d'inertie.

J : Moment d'inertie

ω : La vitesse de rotation.

a : Le coefficient d'amortissement

H : La constante d'inertie

S : La puissance apparente

S_b : La puissance de base de la machine .

P_m : Puissance mécanique

P_e : Puissance électrique

Q : Puissance réactive

ω_r : La vitesse angulaire du rotor

δ_{cri} : L'angle critique

t_{cri} : Temps critique

$\delta_{\max}$: L'angle limité de la stabilité du système

P_a : Puissance accélération (watte)

$\frac{dw}{dt}$: Accélération

Δt : Pas d'intégration

$\delta_i - \delta_j$: L'angle relative

x_d : Réactance longitudinal (ohme)

x_q : Réactance transversal (ohme)

LISTE DE FIGURE ET TABLEAU

Figure :	page :
(I-1) Transformateur	4
(I-2) Ligne courte	5
(I-3) Ligne moyenne	6
(I-4) Ligne longue	7
(I-5) Machine pôles lisses	8
(I-6) Machine pôles saillant	9
(I-7) Diagramme de tension d'un alternateur synchrone à pôles saillants	9
(I-8) Caractéristique angulaire d'une machine synchrone	11
(I-9) Schéma d'une machine synchrone connecté par réseau infini	12
(I-10) Diagramme vectoriel de la machine synchrone	12
(II-1) Schéma de principe de transport d'énergie lors d'ouverture du circuit	16
(II-1-a) Schéma de principe de transport d'énergie lors d'un régime normal	16
(II-1-b) Schémas de Substitution de transport d'énergie Lors de la rupture du circuit	16
(IV-1) Schémas de réseau 5 jeux de barres	37
(IV-2) Les courbes d'application de la méthode d'Euler modifier	46
(IV-3) Topologie du modèle	46
(IV-4) Schéma unifilaire du réseau réduit	54
 Tableau :	
(IV-1) Donne de ligne(réseaux 5 jeux de barres)	38
(IV-2) Donne de jeu de barres (réseaux 5 jeux de barres)	38
(IV-3) Caractéristique de générateur	38
(IV-4) Type de jeux de barres	39
(IV-5) Paramètre du réseau modèle(9 jeux de barres)	49
(IV-6) Caractéristiques du générateurs	49
(IV-7) Admittance (avant durant et après)	51

Chapitre I

Les éléments des réseaux électriques

Introduction

I-1 Généralité

I-2 Les éléments des réseaux électriques

I-2-1 Le transformateur

- Principe de fonctionnement

I-2-2 Les lignes de transport

I-2-2-1 Ligne courte

I-2-2-2 Ligne moyenne

I-2-2-3 Ligne longue

I-2-3 Machines électriques

I-2-3-1 Machine synchrone

I-2-3-1-1 Définition

I-2-3-1-2 Description

I-2-3-1-3 Machine à pôles lisses

I-2-3-1-4 Machine à pôles saillant

I-2-3-1-5 La différence entre la machine à pôle saillant et lisse

I-2-3-1-6 Principe de fonctionnement de machine synchrone

I-2-3-1-7 Schéma et diagramme vectoriel de la machine synchrone

Conclusion

Chapitre II

Etude de la stabilité du réseau électrique

Introduction

II-1 Notion de la stabilité de machine synchrone

II-2 Stabilité angulaire

I1-2-1 Stabilité statique

I1-2-2 Stabilité dynamique

II-2-2-1 Principaux concepts de la stabilité dynamique

II-2-2-2 Principales causes de pertes de la stabilité dynamique

II-2-3-Stabilité transitoire

II-2-3-1 La stabilité transitoire dépend

II-3 Schéma équivalent de la stabilité de réseau électrique

II-4 Equation de mouvement(swing équation)

Conclusion

Chapitre III

Méthodes solution d'équations différentielles

Introduction

III-1 Méthode direct

III-1-1 Méthode d'égalité des aires

III-1-2 Méthode de Lyapunov

- Critères de stabilité de Lyapunov

III-2 Méthode indirect

III-2-1 Méthode d'Euler

III-2-2 Méthode d'Euler modifiée

III-2-3 Méthode de Rung-Kutta d'ordre 4

III-2-3-1 Cas d'un système d'équations

III-2-3-2 Formulation de la méthode de Runge- Kutta en fonction des paramètres du réseau

III-3 Comparaison entre les deux méthodes (directes et indirectes)

Conclusion

Chapitre IV

Programmation

Introduction

IV-1 Application de la méthode Euler modifié

IV-1-1 Topologie de modèle

IV-1-2 Caractéristique de modèle

IV-1-2-1 Données de ligne

IV-1-2-2 Données des jeux de barres

IV-1-2-3 Les types de jeux de barres dans le modèle choisi

IV-1-2-3-1 Jeu de barre de référence

IV-1-2-3-2 Jeu de barres de générations (de contrôle)

IV-1-2-3-3 Jeu de barres de charges

IV-1-3 Organigramme de programme

IV-1-4 Les courbes d'application la méthode d'Euler modifié

IV-1-5 Interprétation des résultats

IV-2 Application de la méthode Runge-Kutta

IV-2 -1 Topologie du modèle

IV-2 -2 Caractéristique du modèle

IV-2 -3 Organigramme du programme appliqué

IV-2 -4 Matrice admittance (avant , durant et après)

IV-2 -5 Etapes de réduction de Kron

IV-2 -6 Organigramme de Kron

IV-2 -7 Schéma unifilaire du réseau réduit

IV-2 -8 Calcul des matrices réduites (méthode de Kron)

IV-2 -9 Les courbes d'application la méthode de Runge-Kutta

IV-2-10 Interprétation de résultats

Conclusion

SOMMAIRE

Remerciements	i
Liste de figure et tableau	ii
Nomenclature	iii

Introduction générale	1
-----------------------------	---

CHAPITRE I : Les éléments de réseaux électriques

Introduction.....	3
I-1 Généralité.....	3
I-2 Les éléments de réseaux électriques	4
I-2-1 Le transformateur.....	4
- Principe de fonctionnement	4
I-2-2 Les lignes de transport.....	5
I-2-2-1 Ligne courte.....	5
I-2-2-2 Ligne moyenne.....	5
I-2-2-3 Ligne longue	6
I-2-3 Machines électriques	7
I-2-3-1 Machine synchrone.....	7
I-2-3-1-1 Définition.....	7
I-2-3-1-2 Description.....	8
I-2-3-1-3 Machine à pôles lisses.....	8
I-2-3-1-4 Machine à pôles saillant	8
I-2-3-1-5 La différence entre la machine à pôle saillant et à pôle lisse.....	9
I-2-3-1-6 Principe de fonctionnement de machine synchrone	11
I-2-3-1-7 Schéma et diagramme vectoriel de la machine synchrone.....	12
Conclusion.....	13

CHAPITRE II : Etude de la stabilité

Introduction.....	14
II-1 Notion de la stabilité de machine synchrone.....	14
II-2 Stabilité angulaire.....	14
I1-2-1 stabilité statique.....	14
I1-2-2 stabilité dynamique.....	15
II-2-2-1 Principaux concepts de la stabilité dynamique.....	15
II-2-2-2 Principales causes de pertes de la stabilité dynamique.....	17
II-2-3-Stabilité transitoire.....	17
II-2-3-1 La stabilité transitoire dépend.....	18
II-3 Schéma équivalent de la stabilité de réseau électrique.....	18
II-4 Equation de mouvement(swing équation).....	19
Conclusion	22

CHAPITRE III : Méthodes de la solution d'équations différentielles

Introduction.....	23
III-1 Méthode direct.....	23
III-1-1 Méthode d'égalité des aires.....	23
III-1-2 Méthode de Lyapunov.....	30
- Critères de stabilité de Lyapunov.....	31
III-2 Méthode indirect.....	31
III-2-1 Méthode d'Euler.....	31
III-2-2 Méthode d'Euler modifiée.....	32
III-2-3 Méthode de Rung-Kutta d'ordre 4.....	32
III-2-3-1 Cas d'un système d'équations.....	33
III-2-3-2 Formulation de la méthode de Runge- Kutta en fonction des paramètres du réseau	34
III-3 Comparaison entre les deux méthodes (directes et indirectes).....	36
Conclusion.....	36

CHAPITRE IV : Programmation

Introduction	37
IV-1 Application de la méthode Euler modifié	37
IV-1-1 Topologie de modèle.....	37
IV-1-2 Caractéristique de modèle.....	38
IV-1-2-1 Données de ligne.....	38
IV-1-2-2 Données des jeux de barres.....	38
IV-1-2-3 Les types de jeux de barres dans le modèle choisi.....	39
IV-1-2-3-1 Jeu de barre de référence.....	39
IV-1-2-3-2 Jeux de barres de générations (de contrôle).....	39
IV-1-2-3-3 Jeux de barres de charges.....	39
IV-1-3 Organigramme de programme	40
IV-1-4 Les courbes d'application la méthode d'Euler modifié.....	46
IV-1-5 Interprétation des résultats.....	47
IV-2 Application de la méthode Runge-Kutta	48
IV-2 -1 Topologie du modèle.....	48
IV-2 -2 Caractéristique du modèle.....	49
IV-2 -3 Organigramme du programme appliqué.....	50
IV-2 -4 Calcul de la matrices des admittances.....	50
IV-2 -5 Etapes de réduction de Kron	52
IV-2 -6 Organigramme de Kron.....	53
IV-2 -7 Schéma unifilaire du réseau réduit	54
IV-2 -8 Calcul des matrices réduites (méthode de Kron).....	54
IV-2 -9 Les courbes d'application la méthode de Runge-Kutta	55
IV-2-10Interprétation de résultats.....	60
Conclusion	60
Conclusion générale	61

Remerciements

Nous Tenons à remercier, avant tout, Dieu le tout puissant qui nous a donné la volonté, la force et la patience pour élaborer notre travail.

Au terme de ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement notre promoteur

Dr : Djilani Ben Attous, à ses conseils et ses efforts qui nous ont permis d'accomplir cette étude durant la période universitaire et surtout son soutien à réaliser notre projet .

Nous tenons à remercier l' enseignant : Chamssa Ali qui nous encourage à notre travail surtout la programmation.

Monsieur : Ben Bordi Bachir pour son encouragement continu malgré toutes les difficultés, Je tiens aussi à remercier notre respectueux camarade Yassine Gherbi à son appui , sans oublier les membres du jury .

Nous remercions également tous les enseignants de l'électrotechnique.

Enfin, nous remercions aussi toutes les personnes qui nous ont apporté leur aide pour l'accomplissement de ce modeste travail.

Conclusion Générale

L'étude de ce présent travail nous a permis de déduire qu'il est plus rationnel de prendre considérablement, lors de l'étude de la stabilité transitoire, non seulement les paramètres du régime mais aussi l'influence de ces paramètres sur les schémas du réseau. L'étude de stabilité est nécessaire pour connaître le comportement du réseau et son aptitude à garder sa stabilité à l'instant de l'apparition de ces différentes perturbations.

Selon l'étude de la stabilité transitoire on conclut que :

- 1- Le calcul de l'écoulement de puissance est l'un de problèmes importants dans le domaine de l'électrotechnique
- 2- La solution de l'équation différentielle par la méthode numérique sert à faciliter l'obtention de solution approximative du problème par ordinateur
- 3- L'analyse de la stabilité transitoire des réseaux électriques est toujours liée à la stabilité des machines électriques (machines synchrones) et au temps de déclenchement des appareils de protection
- 4- Les deux exemples choisis du calcul de la stabilité transitoire nous montrent bien la technique utilisée pour résoudre le problème
- 5- Pour mieux comprendre et analyser ce phénomène, nous avons fait une étude sur deux réseaux, le premier réseau comportant deux générateurs et le deuxième réseau comportant trois générateurs. Pour évaluer les performances de ce réseau du côté de stabilité, on fait l'évaluation des angles de charge des générateurs qui composent le réseau avant, durant et après la perturbation. L'objectif consiste alors à la détermination des variations des angles de charge en fonction du temps. Les résultats obtenus nous permettent ainsi de savoir la limite de la stabilité transitoire du réseau ce qui permettra alors de régler le système de protection du réseau et c'est ainsi qu'on pourra isoler le défaut ou la partie affectée avant de perdre la stabilité définitivement.
- 6- Le choix des disjoncteurs doit donc obligatoirement être conforme à la condition suivante : disjoncteur doit avoir un pouvoir de coupure de courant de court circuit ne dépasse pas une limite appelée temps limite de débranchement
- 7- On constate que le temps d'élimination du défaut joue un rôle essentiel, en effet par cette étude nous avons permis de constater que lorsque ce temps augmente tout le réseau peut perdre sa stabilité. Dans ces conditions là, les dispositifs de protection doivent intervenir au temps opportun pour éliminer le défaut.

Dédicace

Je dédie ce travail à :

- *Mes très chers parents, surtout ma mère qui était la source inépuisable de tendresse et qui m'a offert le soutien morale afin de réussir mes études.*
- *Et plusieurs remercie Gherbie Taha et Azzi El Habib dans votre patiente dans notre travailles*
- *Mon encadreur Djilani Ben Attous.*
- *Mes amis Hamza Moussaoi*
- *Mes amis Abd elrasake , Hamidi*
- *Mes frères et mes sœurs.*
- *Mes fidèles amis.*
- *A toute la promotion 2008*

Ouada Miloud

BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] : S. Berkers, « Les bases de l'électrotechnique », Edition Vuibert Avril 1998
- [2] : A.Genon &w. Legros, (machine électrique), Edition hermes science en juin 2000 en france
- [3]: Computer methods in power system analysis, (chapitre 10: transient stability studies), ALLEN .Stagg Ahemed H El Abier , International student Edition
- [4] : J.Chatelain, (.Machines électriques).To Editions Dunod-1984
- [5] : B.H.assina&S.Lilla,(modélisation –identification et simulation d'une machine synchrone) Université Biskra promotion septembre-1996
- [6] : Touil Slimane&Boulbir(Analyse de la stabilité transitoire d'un réseau électrique)Centre Universitaire Larbi Ben M'hidi Oum El Bouaghi -2001
- [7] : M.Boukhalfa, (analyse de la stabilité transitoire des réseaux électriques) Université De Batna 1998
- [8] : L.Abdelaziz &D.Bachir,(La stabilité d'une centrale électrique analyse programmation) Université De Biskra juin 1996
- [9] : Cahier technique N°185 Schneider 2000
- [10] :Djemai Naimi ,(Application d'un algorithme génétique à l'étude de la stabilité dynamique d'un réseau électrique) Université Mentoure-Constantine 2003
- [11] : John .r (Modern power systeme)

Dédicace

Je dédie ce travail modeste à mon cher père et ma chérie mère.

- *mes frères chacun son nom .*
- *Mes sœurs chacune son nom.*
- *Mes familles modestes .*
- *Mon encadreur Djilani Ben Attous.*
- *Mes fidèles amis : miloud, elhabib, lazher, elarbi, yasser , yassine gherbi, najibe , Abd-Elnacer, Ibrahime et ahmed ben ali,et tout jeune de cité*
- *toutes les personnes qui nous ont apporté leur aide pour l'accomplissement de ce modeste travail.*
- *A toute la promotion d'électrotechnique 2008 Option : réseaux électriques*

Taha Gherbi

Dédicace

*Je dédie ce travail modeste à **mes chers parents***

- *Mes frères chacun son nom .*
- *Mes sœurs chacune son nom.*
- *Mes proches (oncle et sa famille).*
- *Mon encadreur **Djilani Ben Attous**.*
- *Et à mes cousins (Adel, Saad, Abd-Elnacer, Zouber...).*
- *Mes fidèles amis (Miloud, Taha, Lazher, Eelarbi, Salem ,Hassen Abd-Elouahed...).*
- *Toutes les personnes qui nous ont apporté leur aide pour l'accomplissement de ce modeste travail.*
- *A toute la promotion d'électrotechnique 2008 Option : réseaux électriques .*

Azzi Elhabibe

Introduction générale :

Aujourd'hui, pour avoir une idée exacte sur le développement industriel d'un pays, on a besoin de connaître l'accroissement de sa consommation en énergie électrique.

Le système électrique comme les autres systèmes de communication et de transport exploite par une large population suivant le développement de la technologie.

La planification et le contrôle de fonctionnement de tels réseaux sous les conditions existantes ainsi que l'amélioration de la qualité de service, imposent aux ingénieurs en génie électrique de mener des études et des simulations afin de déterminer le comportement des systèmes durant les différents régimes de fonctionnement. L'une des ces études importante est l'étude de la stabilité transitoire car la perte de stabilité d'un réseau de transport peut avoir des conséquences graves pour les générateurs à cause des mouvements brusques d'énergie qui peuvent occasionner des détérioration des certaines machines ; c'est pourquoi l'étude de la stabilité transitoire a toujours été ressentie comme une nécessité par les ingénieurs électriciens soucieux de la sécurité et de la régularité dans l'exploitation des réseaux.

pour étudier la stabilité transitoire d'un tel réseau, il faut résoudre un système d'équations différentielles complexes. Généralement ces équations sont difficiles à résoudre par les méthodes algébriques directes. Pour parvenir à la résolution de ces équations on utilise des méthodes numériques.

les méthodes numériques sont faciles à exploiter et donnent aussi une précision acceptable.

L'une des méthodes est Runge-Kutta et la méthode d'Euler modifiée.

Un certain nombre d'hypothèses simplificatrices seront adoptées dans l'élaboration des modèles mathématiques de système multi-machines, ce qui permet d'une part une mise en équation simple et d'autre part de faire une idée. Des phénomènes susceptibles de se produire dans le réseau. La description de ces phénomènes lors des régimes du fonctionnement est observée par la simulation du modèle faite par l'ordinateur.

Dans ce mémoire on étudie la stabilité d'un deux réseaux, première 5 jeux de barres de 2 générateur et deuxième 9 jeux de barres et trois générateurs par la résolution du système d'équations du mouvement des machines, celle-ci est résolue par les méthodes numériques de Runge-Kutta d'ordre 4 et Euler modifiée.

Introduction générale

Le contenu de ce mémoire porte essentiellement sur :

Le premier chapitre consacré aux éléments des réseaux électriques

Le deuxième chapitre consacré à l'étude des différents types de la stabilité des réseaux électriques

Le troisième chapitre consacré à méthodes solution équations différentielles.

Le quatrième chapitre consacré sur le Programmation.

Et enfin une conclusion générale .

Introduction:

Le réseau de transport d'électricité a pour mission d'acheminer vers les centres de consommation, d'une manière fiable l'énergie électrique en provenance des centrales de production d'électricité, malheureusement la majeure partie de ces centrales sont considérablement éloignées des principaux centres de consommation, le réseau électrique est un ensemble d'éléments reliés entre eux par des lignes de transmission de l'énergie électrique ces éléments sont : l'alternateur, la charge, les jeux de barres, dans ce chapitre on va présenter tous ces éléments avec leurs caractéristiques.

I-1 Généralités :

L'électricité est la forme la plus noble de l'énergie, car elle peut :

- ❖ Être transformée facilement avec un excellent rendement en n'importe quelle forme d'énergie.
- ❖ Être obtenue de n'importe quelle autre forme d'énergie quoique que le rendement de production ne soit pas toujours important.
- ❖ Être transformée et transportée à n'importe quelle distance par les lignes de transport.

Malheureusement elle présente l'inconvénient d'être la plus périssable de toutes les dérivées; elle doit être utilisée aussi au moment où on la produit puisqu'il est impossible de la stocker en grande quantité.

Donc l'énergie électrique doit être immédiatement transportée de l'usine productrice vers les centres de consommation et ce là qu'intervient le rôle important des réseaux électriques. Pour réaliser la liaison nécessaire entre les centres de production et ceux de consommation, il faut donc construire des lignes.

Les tronçons de lignes sont raccordés entre eux dans des installations dites postes. Ces derniers comprennent des appareils de coupure, des transformateurs, des appareils de mesure, de contrôle, de commande et divers autres appareils nécessaires au bon fonctionnement de l'ensemble.

Les postes constituent les nœuds des réseaux et les lignes forment les branches; ainsi on entend par un système d'énergie électrique, l'ensemble des centres électriques du réseau électrique et la partie électrique du consommateur liés entre eux électriquement.

I-2 Les éléments de réseau électrique:

I-2-1 Le transformateur:

Le transformateur est un convertisseur statique (pas de pièce en mouvement). Il transforme une tension sinusoïdale en une autre tension sinusoïdale de valeur efficace différente, et le schéma suivant représente la structure du transformateur.

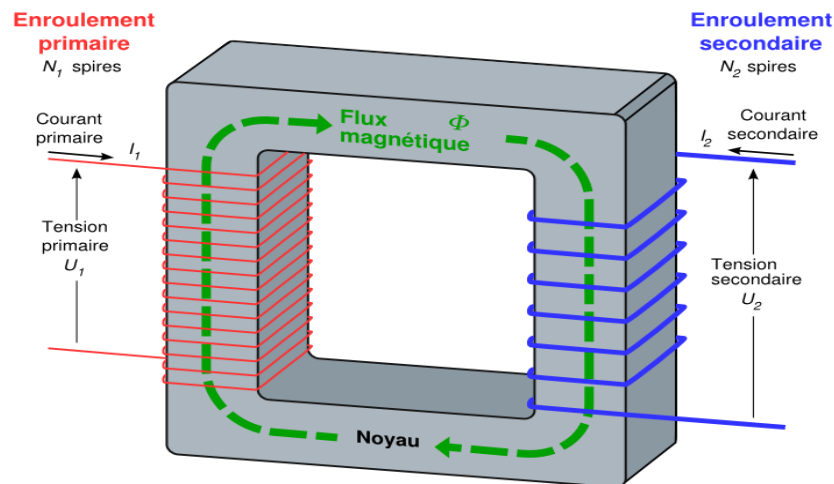


Figure (I-1): transformateur

- Principe de fonctionnement :

D'après la loi de Faraday, une variation de flux à travers une spire crée une tension aux bornes

de celle-ci mais de sens contraire la tension de la source qui lui a donnée par : $e = -\frac{d\phi}{dt}$



On définit le rapport de transformation "m" par : $m = \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Si $m > 1$: le transformateur est élévateur de tension.

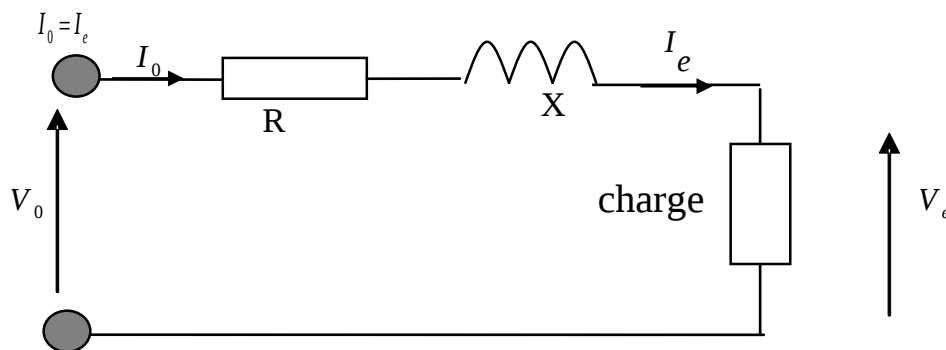
Si $m < 1$: le transformateur est abaisseur de tension.

I-2-2 Les lignes de transport:

Il y a plusieurs classifications selon leur niveau de tension, ici, suivant leur longueur où il existe trois types:

I-2-2-1 Ligne courte:

On appelle une ligne courte de longueur comprise entre 50 et 80Km, cette ligne est caractérisée par la négligence des courants de dérivation puisque la susceptance spécifique b_0 et la conductance spécifique g_0 sont très faibles ($y_0=g_0+jb_0=0$), voir figure (I-2):



Figure(I-2)

On peut écrire:

$$\begin{cases} V_0 = A V_e + B I_e \\ I_0 = C V_e + D I_e \end{cases}$$

donc pour : $Y=0$, $A=D=1, B=Z, C=0$

d'après la figure (I-2) :

La matrice impédance est:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & R + jX \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

I-2-2-2 Ligne moyenne:

Les lignes moyennes sont caractérisées par leur longueur comprise entre 80 et 250 Km . Elles se composent d'une admittance et capacité pure, sachant que la conductance linéique propre a été négligé ($g_0=0 \Rightarrow y=jb_0$).voir figure (I-3) (montage en π):

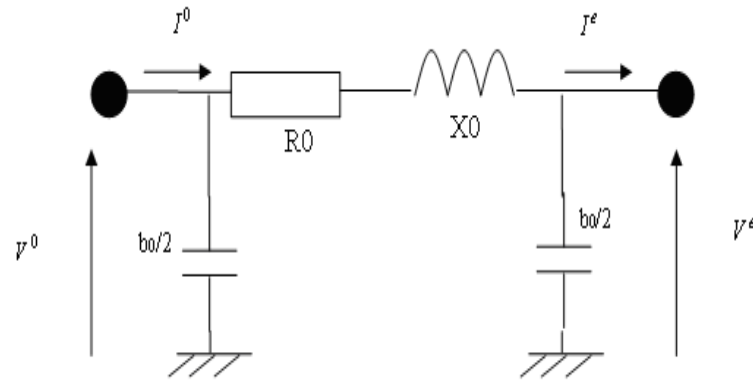


Figure (I-3)

La matrice impédance :

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 + \frac{(j b_0 \cdot l) \cdot (R_0 \cdot l + j X_0 \cdot l)}{2} & (R_0 + j X_0) \cdot l \\ (j b_0 \cdot l) \cdot \left(1 + \frac{(j b_0 \cdot l) \cdot (R_0 \cdot l + j X_0 \cdot l)}{4}\right) & \left(1 + \frac{(j b_0 \cdot l) \cdot (R_0 \cdot l + X_0 \cdot l)}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Tel que :

l : La longueur de la ligne

I-2-2-3 Ligne longue:

Ces lignes sont caractérisées par leur longueur qui dépasse 250 km .La tension et le courant varient par rapport aux temps et la distance, dans ce cas, nous avons combiné les deux phénomènes:

-dV x : chute de tension à cause de la longueur de la ligne.

-dI x : perte du courant à cause des éléments de fuite par la capacité.

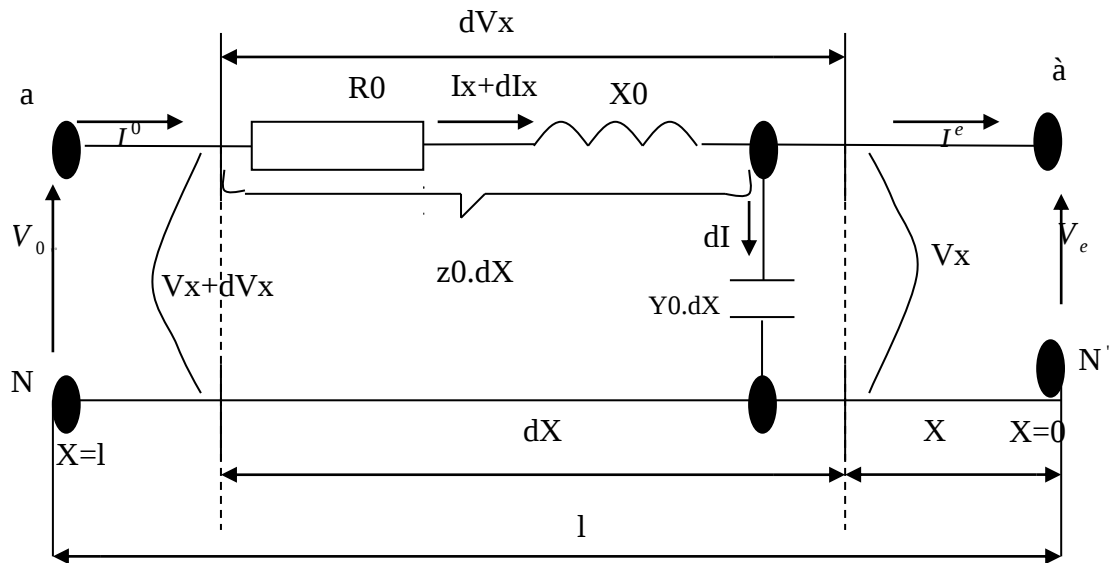
Donne la matrice impédance : $Z_3 = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma X) & -Z_c \cdot \sinh(\gamma X) \\ -Y_c \cdot \sinh(\gamma X) & \cosh(\gamma X) \end{bmatrix}$

Où:

$\gamma = \sqrt{y_0 \cdot z_0}$:est appelée la constante de propagation.

$Z_c = \sqrt{z_0 / y_0}$:est appelée l'impédance caractéristique.

$Y_c = \sqrt{y_0 / z_0}$:est appelée admittance caractéristique.



Figure(I-4)

I-2-3 Machines électriques:

On distingue plusieurs types de machines :

Machine synchrone et machine asynchrone notre étude va s'occuper sur la machine synchrone fonctionnant comme générateur. (Producteur de l'énergie électrique).

I-2-3-1 Machine synchrone:

I-2-3-1-1 Définition:

La machine synchrone est un convertisseur électromécanique travaillant sur un secteur alternatif. Plus précisément, c'est une machine électrique tournante à courant alternatif où la vitesse du champ (vitesse de rotation synchrone) est liée directement au nombre des paires des pôles de l'enroulement et à la fréquence du réseau par la formule: $n_s = 60f / p$

où

n_s : vitesse de rotation (tr/min), ou vitesse de rotation synchrone

f : fréquence du réseau (Hz) .

p : nombre des paires des pôles.

Le déplacement de l'armature mobile par rapport à l'armature fixe est synchrone au déplacement du champ magnétique qui donne le couplage entre les armatures.

Si la machine transforme l'énergie mécanique en énergie électrique (courant alternatif) elle s'appelle un alternateur, dans le cas contraire un moteur synchrone.

Les énergies fournies ou consommées par les machines synchrones sont en général très importantes. La quasi-totalité d'énergie électrique consommée est produite par des alternateurs synchrones.

I-2-3-1-2 Description:

La machine synchrone se compose :

- d'une partie cylindrique fixe appelée stator, l'intérieur de ce cylindre est encoché et porte un bobinage généralement triphasé.
- d'une partie mobile appelée rotor ; ce rotor est muni d'un enroulement alimenté par un courant continu.

Il se présente sous deux formes distinctes définissant des familles de machines synchrones :

I-2-3-1-3 Machine à pôles lisses : ou turbomachines dont le rotor est un cylindre en acier ferromagnétique dans lequel des encoches ont été fraisées pour abriter le bobinage monophasé, celui-ci comporte en général 2 ou 4 pôles. Ce type de construction est caractérisé par un entrefer constant, il est utilisé pour des machines de fortes puissances destinées à tourner à grande vitesse. Figure(I-5) .

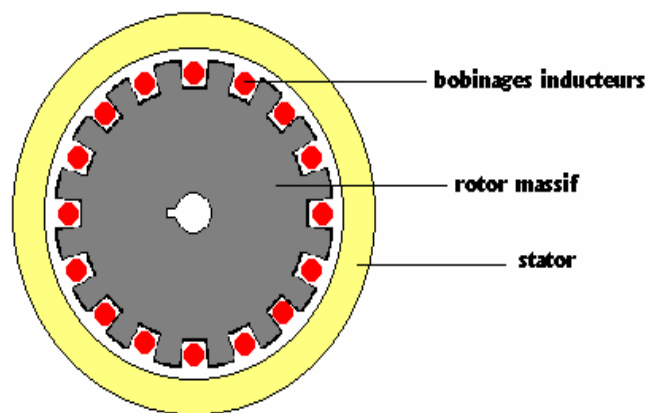


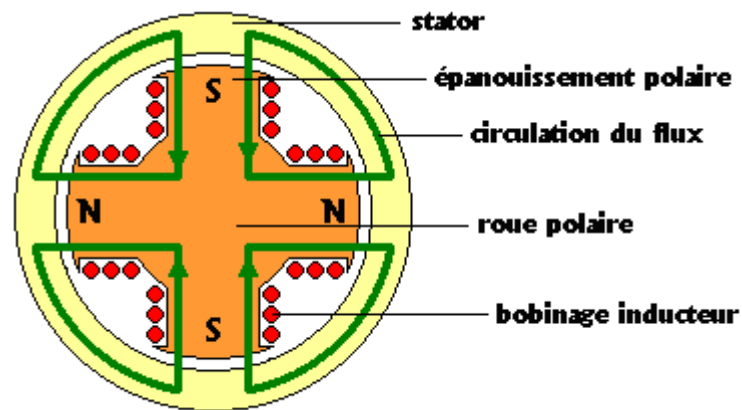
Figure (I-5) :Machine pôles lisses

I-2-3-1-4 machine à pôles saillants :

dont les pôles sont fixés sur l'axe de rotor ; dans ces machines, la répartition de l'induction à la périphérie de l'entrefer est conditionnée par la forme de celui-ci qui est choisie de manière à obtenir un champ d'induction magnétique quasi sinusoïdal figure(I-6)

Dans le cas de l'alternateur, le nombre de pôles est fixé par la vitesse de la turbine qui l'entraîne:

$$(n=60f/p).$$



Figure(I-6) : Machine pôles saillant

I-2-3-1-5 La différence entre la machine à pôle saillant et à pôle lisse:

Chaque type de la machine synchrone possède quelques caractères :

- 1-la forme du rotor
- 2-l'entrefer de la machine à pôles lisses est constant contrairement à la machine à pôles saillants.
- 3-le type de turbine de chaque machine est différent selon la forme de rotor et la vitesse de rotation.

4-la puissance active débitée par l'alternateur $P = 3V . I \cos \delta$

-**Diagramme vectoriel de tension d'un alternateur à pôle saillant et à résistance statorique** $r_s=0$ est représenté sur la figure (I-7)

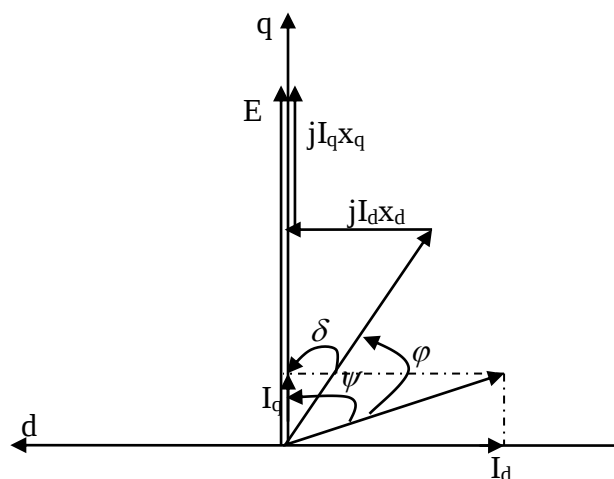


Figure (I-7) : diagramme de tension d'un alternateur synchrone à pôles saillants

En projetant les tensions et les f.e.m sur les directions des axes q et d, on trouve :

$$E = U \cos \delta + I_d x_d \Rightarrow I_d = \frac{E - U \cos \delta}{x_d} \dots \dots \dots (I-1)$$

$$0 = U \sin \delta - j I_q x_q \Rightarrow I_q = \frac{U \sin \delta}{x_q} \dots \dots \dots (I-2)$$

En admettant que le plan du diagramme de la figure (I-7`) soit un plan complexe ,on peut écrire :

$$\vec{U} = U (\cos \delta + j \sin \delta) \dots \dots \dots (I-3)$$

$$\vec{I} = I_q - j I_d \dots \dots \dots (I-4)$$

L'expression complexe de la puissance de l'alternateur est :

$$P_\phi = m \vec{U} \vec{I} \dots \dots \dots (I-5)$$

Ou

$\vec{U}$ est l'expression complexe conjuguée de U .

En introduisant dans l'égalité (I-5) les valeurs de $\vec{U}$ et $\vec{I}$ tirées des égalités (I-3) et (I-4) on obtient :

$$P_\phi = m (U \cos \delta + j U \sin \delta) (I_q - j I_d) \dots \dots \dots (I-6)$$

La partie réelle de P_ϕ détermine la puissance active de la machine :

$$P = m (U I_q \cos \delta + U I_d \sin \delta) \dots \dots \dots (I-7)$$

$m = 3$ (car les systèmes triphasés)

En introduisant dans l'égalité (I-7) les valeurs de I_d et I_q on obtient la relation cherchée :

$$P_1 = \frac{3 E V}{x_d} \sin \delta + \frac{3}{2} V^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin(2\delta) \dots \dots \dots (I-8)$$

D'après cette formule on peut tracer la courbe figure (I-7).

Telle que:

$$P_2 = \frac{3EV}{x_d} \sin \delta \quad \dots\dots\dots(I-9)$$

$$P_3 = \frac{3}{2} V^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin(2\delta) \quad \dots\dots\dots(I-10)$$

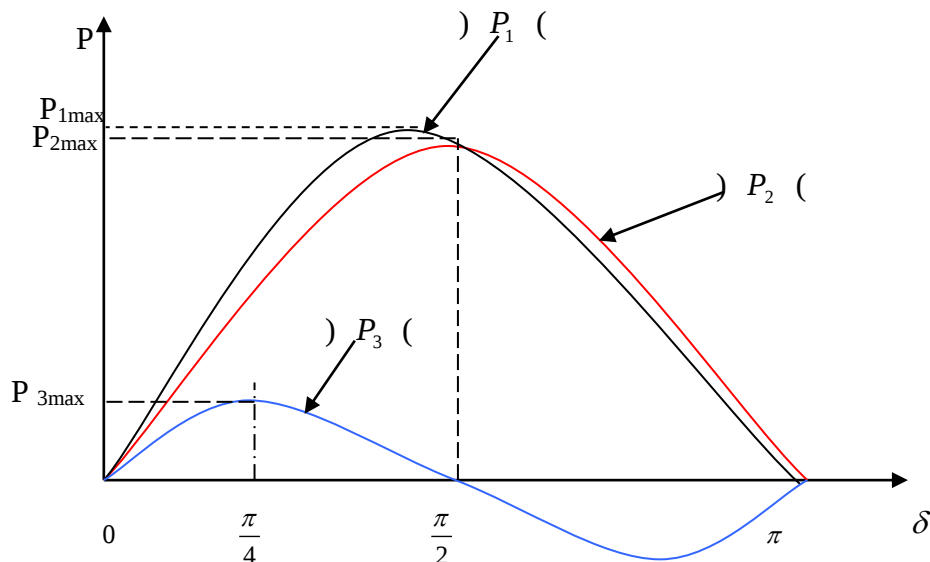


Figure-(I-8) : Caractéristique angulaire de la puissance d'un alternateur synchrone à pôles saillants

La figure (I-7) montre comment évolue ,en fonction de l'angle de charge δ_{ch} ,la puissance électromagnétique d'une machine synchrone à pôles saillants.

Si ($x_d = x_q$) la puissance sera égale à: $P_1 = \frac{3EV}{x_d} \sin \delta \quad \dots\dots\dots(I-11)$

Donc c'est l'expression de la puissance d'une machine synchrone à pôles lisses.

I-2-3-1-6 Principe de fonctionnement de machine synchrone :[2]

Le rotor de l'alternateur est entraîné mécaniquement par un moyen quelconque (turbine, moteur thermique ..etc.) à la vitesse angulaire ω . Le courant continu circulant dans l'enroulement du rotor engendre dans l'entrefer un champ magnétique dont la composante fondamentale est sinusoïdale et comporte deux paires de pôles.

Le stator ou induit de la machine synchrone est réalisé par un matériau magnétique feuilleté et comporte un bobinage triphasé, déposé dans des encoches.

L'enroulement statorique possède le même nombre de pôles que le rotor.

I-2-3-1-7 Schéma et diagramme vectoriel de la machine synchrone:[2]

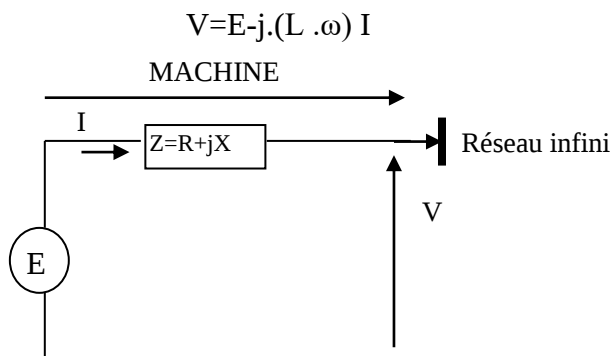
Afin d'étudier les différents fonctionnements possibles d'une machine synchrone en régime sinusoïdal, nous allons retenir le schéma équivalent par phase le plus simple possible, en négligeant toutes les pertes ainsi que les phénomènes de saturation.

Nous noterons :

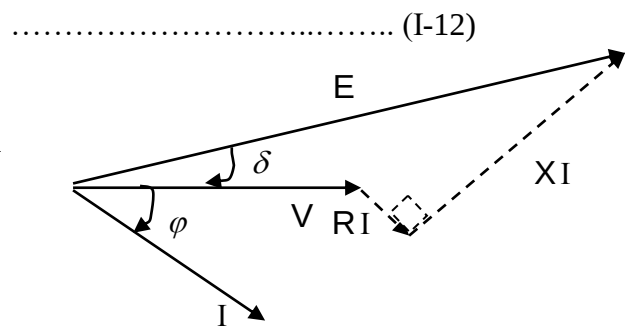
- ❖ Ω_s : vitesse de rotation du champ tournant
- ❖ L : inductance cyclique de la machine
- ❖ $e(t)$: la f.e.m. créée par le champ magnétique rotorique dans une phase de la machine
- ❖ $e(t) = n_s \cdot d\Phi_r / dt$
- ❖ E : la valeur efficace de $e(t)$
- ❖ I : la valeur efficace du courant dans une phase de la machine
- ❖ φ : le déphasage entre V et I
- ❖ δ : le déphasage entre E et V

Il est alors possible de tracer le diagramme de Fresnel correspondant à l'équation des tensions d'une phase de la machine :

En négligeant R



Figure(I-9) : schéma d'une machine synchrone connectée par réseau infini



Figure(I-10) : diagramme vectoriel de la machine synchrone

Une machine synchrone peut être représentée par le schéma de la figure (I-9) avec :

R : résistance statorique,

X : réactance directe statorique,

E : f.e.m. statorique créée par l'enroulement d'excitation rotorique.

V : tension aux bornes du stator en charge .

Le diagramme vectoriel correspondant est celui de la figure (I-10) : l'angle interne δ de la machine est défini comme l'angle entre les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{E}$. Cet angle est égal à celui dont le rotor est décalé par rapport à sa position de fonctionnement à vide .

En négligeant R , un calcul rapide montre que la puissance électrique active transmise au réseau se calcule par :

$$P = \frac{3EV}{X} \sin(\delta) \dots\dots\dots (I-13)$$

Il est clair que la puissance électrique transmise au réseau est limitée à la valeur de $\frac{3EV}{X}$

Conclusion:

Une identification de tous les éléments d'un réseau électrique est faite, ainsi que leurs modélisations à fin de nous permettre de comprendre le comportement de ces différents éléments et spécialement l'alternateur synchrone, lors des perturbations que nous allons étudier dans le chapitre suivant.

Introduction:

L'état électrique du réseau est le résultat de toutes les interactions de ses différents composants représentés par l'ensemble de producteurs et consommateurs d'énergie électrique reliés entre eux.

Suite aux perturbations de diverses origines, les modifications de cet état, inhérentes à la vie du réseau, entraînent une évolution naturelle du comportement du réseau vers un nouvel état, stable ou non; tel est l'objet de ce chapitre.

II-1 Notion de la stabilité de machine synchrone : [6]

Rappelons que la stabilité d'un réseau est la faculté pour celui-ci de reprendre un fonctionnement normal à la suite d'une perturbation.

Cette perturbation provoquant l'instabilité du système électrique s'exprime généralement à partir des cas suivants :

- ❖ L'instabilité de la tension du système pendant le régime transitoire.
- ❖ Les variations du courant d'excitation qui sont dues au mauvais contacts des bagues...etc.
- ❖ La variation du couple de la turbine qui provoque la variation de vitesse.

Chacun des cas précédents présente un type de stabilité, et ce ,selon la grandeur électrique qu'on veut contrôler.

II-2 Stabilité angulaire:[6]

Pour ce type de stabilité, c'est l'évolution de l'angle en fonction du temps qui définit l'état stable ou non du réseau, ce qui revient à dire l'aptitude du système à revenir à un état stable après une perturbation dont la nature dégage trois catégories de stabilité angulaire à savoir :

- ❖ stabilité statique
- ❖ stabilité dynamique
- ❖ stabilité transitoire

II-2-1 Stabilité statique : [7]

La stabilité statique signifie le maintien de synchronisme suite aux variations de faible amplitude et de longues durées de la puissance qui peut être transmise en régime permanent, donc le réseau est stable statiquement si à la suite d'une perturbation ,le réseau se retrouve au régime permanent sans rupture de synchronisme de n'importe quelle machine.

II-2-2 Stabilité dynamique :[9]

Contrairement à la stabilité statique, la stabilité dynamique traite les perturbations de forte amplitude mais de courtes durées dont les conséquences sont remarquables instantanément dans le comportement du réseau

II-2-2-1 Principaux concepts de la stabilité dynamique : [8]

Pour bien comprendre ces concepts , nous allons étudier le phénomène se produisant lors de la coupure de l'une des deux lignes parallèles de transport de l'énergie électrique reliant une lointaine station à un jeu de barres sous tension constante voir figure(II-1)

La figure(II-1-a) représente le schéma équivalent avant le défaut ,et la réactance est égale:

$$X_S = X_G + X_{T1} + \frac{X_L}{2} + X_{T2}$$

X_S : réactance total avant le déclenchement

X_G :réactance de générateur

X_{T1} :réactance de transformateur 1

X_{T2} : réactance de transformateur 2

X_L :réactance de la ligne

Cette réactance détermine l'amplitude de puissance max qui est donnée par :

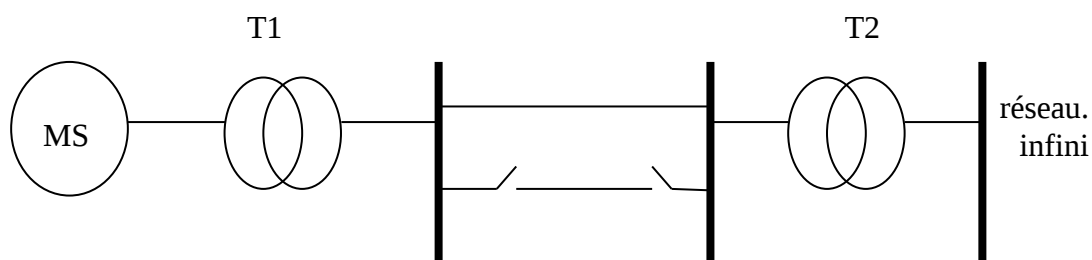
$$P_{\max} = \frac{E V}{X_S}$$

La figure(II-1-b) représente le schéma équivalent de régime de fonctionnement transitoire

(après déclenchement) où la réactance est : $X_{S1} = X_G + X_{T1} + X_L + X_{T2}$

Cette réactance est supérieur à X_S , d'après la réactance X_{S1} on voit que la puissance

diminue : $P_{\max1} = \frac{E V}{X_{S1}}$



Figure(II-1) schéma de principe de transport d'énergie lors d'ouverture du circuit

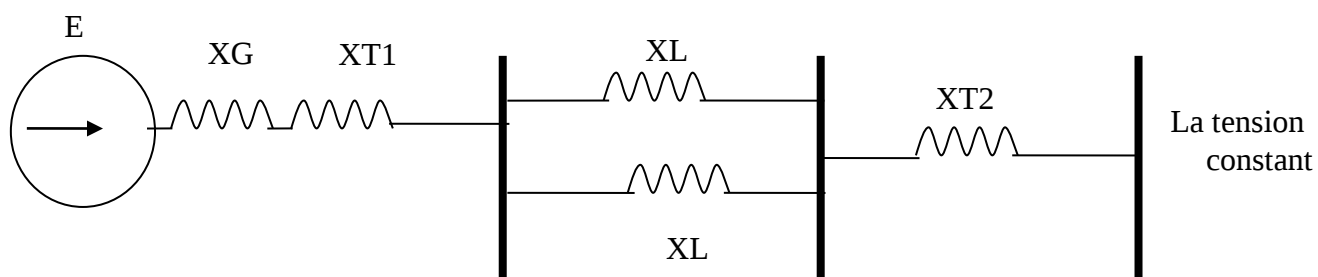


Figure (II-1-a) –lors d'un régime normal

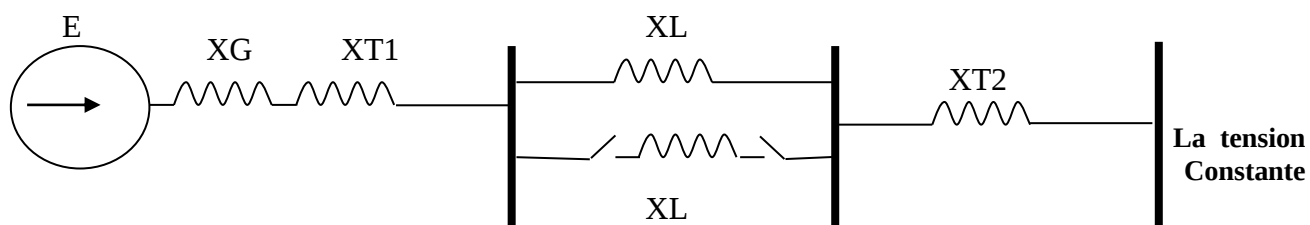


Figure (II-1-b)

Schéma de substitution de transport d'énergie
Lors de la rupture du circuit .

II-2-2-2 Principales causes de pertes de la stabilité dynamique : [8]

Toute brusque perturbation du régime de fonctionnement d'un système électrique se compose, de ligne de transport d'énergie et de charges, produit de pompes des machines synchrones.

Lors de mauvaises conditions de fonctionnement, l'amplitude d'oscillations peut être tellement importante que certaines machines ou toute une station sorte du synchronisme.

Les pompes des machines synchrones peuvent apparaître aussi dans les cas suivants:

- ❖ Lors de brusques variations de la charge.
- ❖ Lors de la rupture de la ligne.
- ❖ Lors de débranchement des transformateurs.
- ❖ Lors de court-circuit

De tous ces incidents c'est le court-circuit, qui est nécessaire d'être étudié en priorité.

Les difficultés, du point de vue stabilité, apparaissent lors de court-circuit triphasé, celui-ci entraîne une brusque chute de tension, et par conséquent la liaison entre les alternateurs de la station devient si faible que souvent il y'a rupture de la stabilité.

Lors de court-circuit monophasé et biphasé, la chute de tension baisse et les alternateurs se trouvent dans des meilleures conditions de fonctionnement que lors de court-circuit triphasé.

Pour les systèmes importants, il est nécessaire d'étudier et sauvegarder la stabilité lors du court-circuit.

Les autres cas de rupture sont, du point de vue stabilité dynamique, moins dangereux que ces derniers. C'est pour cela que notre étude de la stabilité dynamique se fera surtout pour le cas de rupture du régime stationnaire ayant causé un court-circuit triphasé.

II-2-3 Stabilité transitoire :

Stabilité transitoire d'un réseau d'énergie électrique est son aptitude à retrouver une position d'équilibre stable après une perturbation brusque et de forte amplitude.

Cette perturbation peut écarter notablement le réseau de sa position initiale. Le phénomène de stabilité transitoire concerne les grandes perturbations. Nous pouvons citer :

- ❖ les courts-circuits affectant un élément du réseau, notamment aux bornes des machines
- ❖ la Perte d'ouvrages
- ❖ la Perte de groupes de production, etc.

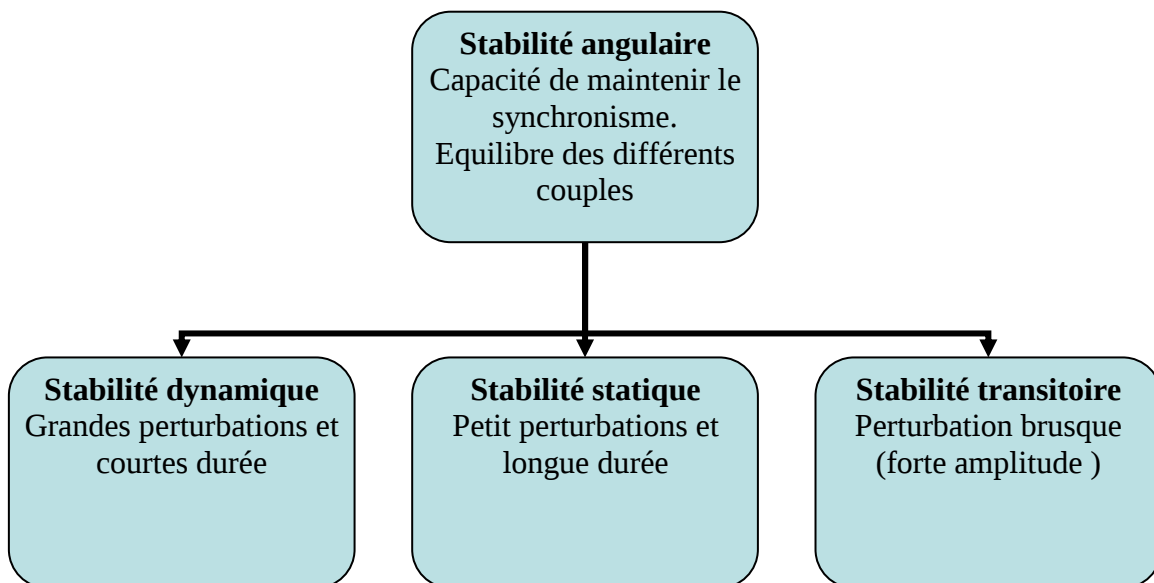
Les conséquences de ces défauts peuvent être très graves, pouvant même conduire à l'effondrement complet du réseau.

II-2-3-1 La stabilité transitoire dépend :

- ❖ du type de perturbation :
- ❖ de la durée de perturbation
- ❖ du lieu de perturbation
- ❖ de la performance des systèmes de protection (relais, réenclenchement)
- ❖ du point de fonctionnement avant défaut
- ❖ niveau de puissance active
- ❖ topologie du réseau
- ❖ degré d'excitation des machines
- ❖ des caractéristiques dynamiques
- ❖ des générateurs
- ❖ des charges

Des régulateurs mis en place dans les stations .

Ce qui importe dans une méthode d'analyse de la stabilité transitoire, c'est la rapidité et l'exactitude de données sorties.

II-3 Schéma équivalent de la stabilité de réseau électrique :

II-4 Equation du mouvement (swing équation):[7]

La liaison entre de l'aspect mécanique et électrique de la machine synchrone est régie par l'équation dynamique de l'accélération du rotor de l'alternateur lié à la turbine, ce que l'on appelle (équation du mouvement).

Si on considère la machine "i" fonctionnant en parallèle avec d'autres alternateurs.

Lorsque l'inducteur de cette machine se trouve momentanément écarté de sa position angulaire relative d'équilibre, il y a un mouvement non uniforme, au cours duquel il est soumis aux couples suivants:

- ❖ un couple d'entrée transmis par l'arbre, qui est fourni par la machine motrice dans le cas d'un alternateur C_m .
- ❖ Un couple d'origine électrique, ou couple résistant, correspondant à la puissance fournie au réseau passif C_e .
- ❖ Un couple d'inertie dû aux masses en mouvement C_i .
- ❖ Un couple d'amortissement dû aux courants induits que le mouvement non uniforme engendre dans la partie tournante C_a .

A tout instant, le couple appliqué sur l'arbre doit faire équilibre aux autres couples d'où l'équation

$$C_m = C_e + C_i + C_a \dots\dots\dots (II-1)$$

$$\text{L'angle électrique} \quad \theta_e = p \cdot \theta_m \dots\dots\dots (II-2)$$

p : Nombre de paire de pôles

$$\text{La fréquence} \quad f = p \cdot N / 60 \dots\dots\dots (II-3)$$

N : le nombre de tours par minute

L'équation (II-2) devient :

$$\theta_e = \frac{60f}{N} \theta_m \dots\dots\dots (II-4)$$

$$\delta = \theta_e - \omega_0 t \dots\dots\dots (II-5)$$

ω_0 : est la pulsation correspondante à la vitesse de synchronisme

δ : est l'angle du rotor en respectant la référence

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta_e}{dt} - \omega_0 \dots\dots\dots (II-6)$$

En dérivant une deuxième fois, on obtient l'accélération de l'angle.

$$\dots\dots\dots\text{(II-7)} \quad \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta_e}{dt^2}$$

$$C_i = \frac{M}{\omega} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} \dots\dots\dots\text{(II-8)}$$

Où:

C_i : Couple d'inertie dû aux masses en mouvement

M : Constante d'inertie.

ω : La vitesse de rotation.

$$C_a = \frac{a}{\omega} \cdot \frac{d\delta}{dt} \dots\dots\dots\text{(II-9)}$$

C_a :couple d'amortissement

a : le coefficient d'amortissement

On peut donc en déduire l'équation aux couples:

$$\frac{M}{\omega} \frac{d^2\delta_i}{dt^2} + \frac{a}{\omega} \frac{d\delta_i}{dt} + C_{ei}(\delta_i) = C_{mi} \dots\dots\dots\text{(II-10)}$$

$$H = \frac{W_k}{S_b} \dots\dots\dots\text{(II-11)}$$

i : la machine des réseaux ($i=1, 2, 3, \dots, n$)

La constante d'inertie H (en sec) de la machine est définie comme étant le rapport de l'énergie cinétique W_k emmagasinée par la machine à la vitesse synchrone en Mega-joules , et de la puissance de base S_b de la machine en Mega –volt ampère.**[10]**.

S_b :est la puissance apparent de la machine triphasée .

Donc l'énergie cinétique emmagasinée vaut:

$$W_k = H \cdot S_b = \frac{1}{2} J \cdot \omega_0^2 \dots\dots\dots\text{(II-12)}$$

$$M = J \omega_0 \dots\dots\dots\text{(II-13)}$$

J : moment d'inertie

$$H = \frac{\frac{1}{2} M \cdot w_0}{S_b} \dots\dots\dots (II-14)$$

D'où

$$M = \frac{2H S_b}{w_0} \dots\dots\dots (II-15)$$

Or nous avons: $w = w_0 + \frac{d\delta}{dt} \dots\dots\dots (II-16)$

Nous supposons que les variations de vitesse de la roue polaire restent toujours assez faibles pour que l'on puisse confondre w avec w_0 , et en substituant l'équation (II-15) dans (II-10) on obtient donc l'équation du mouvement:

$$\frac{2H_i S_b}{w_0^2} \cdot \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + \frac{a_i}{w_0} \frac{d\delta_i}{dt} + C e_i(\delta_i) = C m_i \dots\dots\dots (II-17)$$

En multipliant l'équation (II-17) par w_0 on trouve:

$$\frac{2H_i S_b}{w_0} \cdot \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + a_i \frac{d\delta_i}{dt} + w_0 C e_i(\delta_i) = w_0 C m_i \dots\dots\dots (II-18)$$

En divisant l'équation (II-18) sur S_b , on obtient l'équation du mouvement en unité relative (P.U).

$$\dots\dots\dots \frac{2H_i}{w_0} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + a_i' \frac{d\delta_i}{dt} + w_0 \cdot C' e_i(\delta_i) = w_0 C' m_i \dots\dots\dots (II-19)$$

$$\frac{2H_i}{w_0} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + a_i' \frac{d\delta_i}{dt} + p'_{ei}(\delta_i) = p'_{mi} \dots\dots\dots (II-20)$$

i: machine des réseaux (i=1.....m)

A la suite d'une perturbation brusque les amortisseurs n'interviennent qu'aux tous premiers instants ,et au bout d'un temps relativement court de l'ordre de 0.1sec,les exponentielles associées aux constantes de temps subtransitoires sont pratiquement éteintes, cette circonstance permet de simplifier l'étude de certains problèmes notamment lorsqu'on s'intéresse à l'évolution sur une période de temps assez longue.

En négligeant l'effet des amortisseurs, l'équation du mouvement s'écrit de la manière suivante:

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = P'_{mi} - P'_{ei}(\delta_i) \dots\dots\dots (II-21)$$

Pour la machine i du réseau (i=1, 2,3,....., n), cette équation est valable quelle que soit la phase dans laquelle se trouve le réseau.

Conclusion:

Après avoir donné une idée sur le comportement du réseau électrique vis-à-vis une perturbation quelconque et spécialement lorsqu'il s'agit d'une stabilité dynamique, la question qui se pose est comment peut on faire pour déterminer les éléments principaux(l'angle de charge ,la vitesse de angulaire) qui sont les solutions de l'équation (II-21). ?

Le chapitre qui suit répond à ces questions.

Introduction:

Quoi qu'il paraisse inerte, le réseau électrique renferme des mouvements très complexes, qui peuvent mener à son instabilité, à fin de déterminer le temps maximal admissible pour déclencher le disjoncteur, dans un autre sens la durée pendant laquelle le réseau peut supporter les défauts sans perdre son synchronisme, ce temps s'appelle le temps critique d'élimination de défaut.

Pour calculer ce temps, plusieurs méthodes sont développées et qui seront traitées comme suite :

Il y a deux méthodes : méthode directe (méthode de critère des aires égaux et méthode de lyapunov), méthode indirecte (méthode de Euler et Euler modifiée et Runge–Kutta)

III-1 Méthodes directes :

Ces méthodes permettent de déterminer l'emplacement angulaire de rotor et la valeur de la puissance produite correspondant aux différents états dont le réseau peut en avoir , parmi ces méthodes on note :

1-Méthode de critère des aires égaux.

2- Méthode de lyapunov.

III-1-1 Méthode d'égalité des aires :

C'est une méthode très ancienne, mais son étude s'avère utile pour le but pédagogique.

Dans cette méthode on suppose que :

- ❖ la puissance mécanique P_m reste constante théoriquement même dans le cas de perturbation.
- ❖ le circuit équivalent de système est composé seulement de réactances, la résistance est négligeable.
- ❖ le système est représenté par une machine synchrone qui alimente un jeu de barre infini par l'intermédiaire de ligne.

Cette méthode est utilisée pour l'évaluation de la stabilité dynamique d'un système électrique ou d'une machine synchrone; elle est basée sur le fait que l'énergie accumulée lors de l'accélération de rotor doit être égale à celle dépensée pendant le freinage .

Tout d'abord, examinant le cas simple d'un alternateur (équivalent à une station électrique) lié à un transformateur élévateur et deux lignes en parallèle ,à l'intermédiaire, alimentant un jeu de barre infini qui a une tension constante et représente un système récepteur à puissance infinie

voir figure (III-1) .

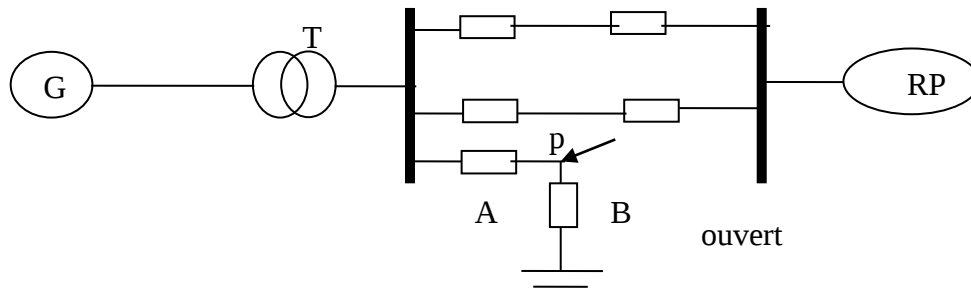


Figure (III-1)

En régime de fonctionnement normal le générateur tourne à la vitesse de synchronisme avec l'angle de rotation δ_0 et la puissance mécanique égale à celle électrique .voir figure (III-2).

A $t=0$, le temps de la présence du défaut, la puissance électrique s'annule soudainement tandis que P_m reste constante .voir figure(III-3).

Et l'accélération est constante et donnée par :

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{w_s}{2H} \cdot P_m \dots\dots\dots (III-1)$$

Où

$$P_m - P_e = P_m \quad \text{car} \quad P_e = 0 \dots\dots\dots (III-2)$$

Quand le défaut persiste, la vitesse augmente au dessus de la vitesse synchrone; cette vitesse est trouvée en intégrant l'équation (III-1)

$$\frac{d \delta}{dt} = \int_0^t \frac{ws}{2H} \cdot P_m dt = \frac{ws}{2H} P_m \cdot t \dots\dots\dots (III-3)$$

$$\text{D'où} \quad \int d \delta = \int \frac{ws}{2H} P_m \cdot t dt$$

$$\text{Cela donne} \quad \delta = \frac{w_s}{4H} P_m \cdot t^2 + \delta_0 \dots\dots\dots (III-4)$$

Quand l'angle δ augmente de δ_0 (angle de déclenchement) le point de fonctionnement passe du point b au point c.

Quand le défaut est éliminé, la vitesse et la différence de l'angle de charge augmentent

$$w = \left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=t_c} = \frac{w_s}{2H} P_m \cdot t_c \dots\dots\dots(\text{III-5})$$

On intégrant (III-5) en obtient (III-6)

$$\delta(t) \Big|_{t=t_c} = \frac{w_s \cdot P_m}{4H} \cdot t_c^2 + \delta_0 \dots\dots\dots(\text{III-6})$$

Et P_e augmente brusquement à une valeur correspondante au point de fonctionnement d sur la courbe $P=f(\delta)$. Le rotor ralentit quand P passe du point d à e. voir figure(III-3).

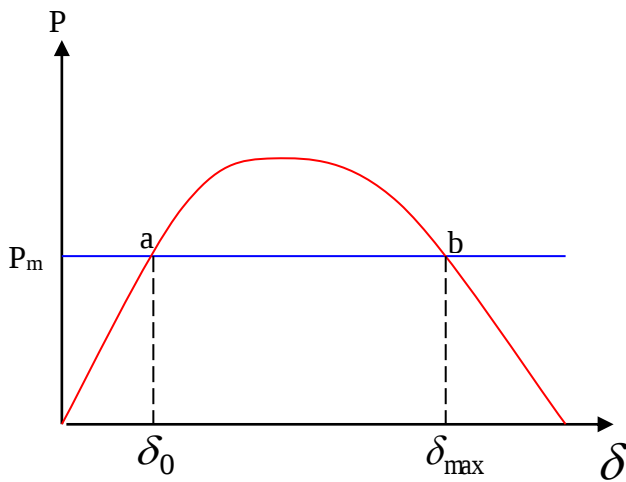
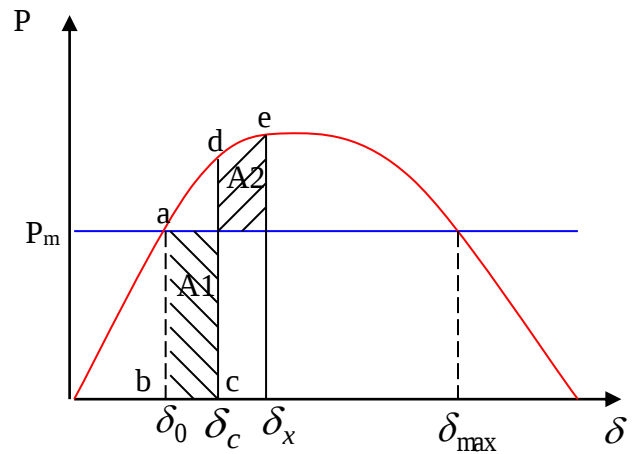


Figure (III-2)



Figure(III-3)

L'équation oscillatoire pour une machine connectée à un jeu de barre est :

$$\frac{2H}{w_s} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \dots\dots\dots(\text{III-7})$$

Et la vitesse angulaire du rotor relative à la vitesse synchrone est donnée par :

$$w_r = \frac{d\delta}{dt} = w - w_s \dots\dots\dots(\text{III-8})$$

En dérivant (III-8), on aura par substitution dans (III-7)

$$\frac{2H}{w_s} \cdot \frac{dw_r}{dt} = P_m - P_e \dots\dots\dots(\text{III-9})$$

Multipliant (III-8) par: $w_r = \frac{d\delta}{dt}$

$$\frac{H}{w_s} \cdot 2 \cdot w_r \cdot \frac{dw_r}{dt} = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt} \dots\dots\dots(III-10)$$

La partie gauche de l'équation (III-10) s'écrit par $\frac{H}{w_s} \cdot \frac{d(w_r)^2}{dt}$

D'où (III-10) sera:

$$\frac{H}{w_s} \cdot \frac{d(w_r)^2}{dt} = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt} \dots\dots\dots(III-11)$$

Multipliant par dt et intégrant:

$$\frac{H}{w_s} (w_{r2}^2 - w_{r1}^2) = \int_{\delta 0}^{\delta x} (P_m - P_e) d\delta \dots\dots\dots(III-12)$$

Au fonctionnement de synchronisme on aura : $w_{r1} = w_{r2} = 0$; et l'équation (III-12) devient

$$\int_{\delta 0}^{\delta x} (P_m - P_e) d\delta = 0 \dots\dots\dots(III-13)$$

Si on calcule l'intégral ,en partageant l'intervalle en deux :

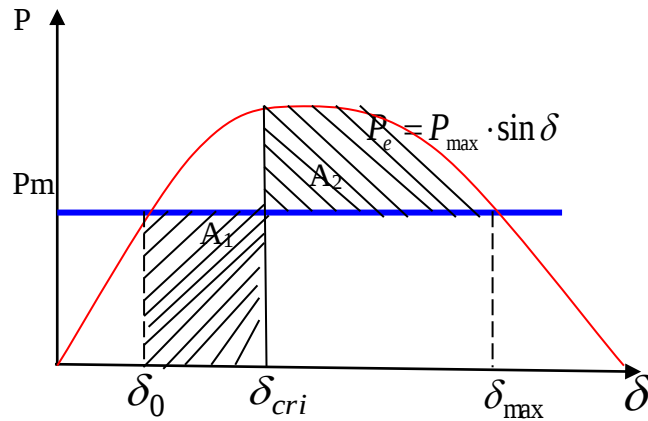
$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta + \int_{\delta_c}^{\delta x} (P_m - P_e) d\delta = 0 \dots\dots\dots(III-14)$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta x} (P_e - P_m) d\delta \dots\dots\dots(III-15)$$

δ_x : L'angle qui correspond au point e.

Si on a un retard de débranchement l'angle du rotor dépasse $\delta_{\max}$ dans la figure (III-2) et la vitesse de rotation devient supérieure à celle de synchronisme et on aura une instabilité .

Donc il existe un angle critique pour l'élimination du défaut a fin de satisfaire l'exigence du principe d'égalité des aires pour la stabilité .Cet angle est appelé ("angle de débranchement critique") δ_{cri} .voir figure(III-4).



Figure(III-4)

le temps correspondant à δ_{cri} est t_{cri} (temps de débranchement critique).

L'aire A_1 est:

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cri}} P_m d\delta = P_m (\delta_{cri} - \delta_0) \dots\dots\dots(III-16)$$

Tandis que l'aire A_2 est :

$$A_2 = \int_{\delta_{cri}}^{\delta_{max}} (P_{max} \cdot \sin \delta - P_m) d\delta = P_{max} (\cos \delta_{cri} - \cos \delta_{max}) - P_m (\delta_{max} - \delta_{cri}) \dots(III-17)$$

Si $A_1=A_2$, en transposant les termes on aura :

$$\cos \delta_{cri} = \left(\frac{P_m}{P_{max}} \right) (\delta_{max} - \delta_0) + \cos \delta_{max} \dots\dots\dots(III-18)$$

A partir de la caractéristique puissance –angle ,on voit que :

$$P_m = P_{max} \cdot \sin \delta_0 \Rightarrow \frac{P_m}{P_{max}} = \sin \delta_0$$

$$\delta_{max} = \pi - \delta_0$$

On remplace dans l'équation (III-18):

$$\delta_{crit} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - \cos \delta_0] \dots\dots\dots(III-19)$$

La valeur pour δ_{cri} calculée à partir de cette équation est substituée dans la partie gauche de l'équation (III-6).

$$\delta_{cri} = \frac{w_s \cdot P_m}{4 \cdot H} t_{cri}^2 + \delta_0 \dots\dots\dots(III-20)$$

On tire de (III-19)

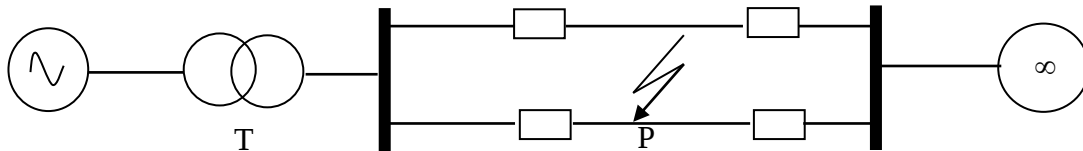
$$t_{cri} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cri} - \delta_0)}{w_s \cdot P_m}} \dots\dots\dots(III-21)$$

Maintenant, on va analyser le cas d'un générateur fournissant la puissance d'un jeu de barres infini par l'intermédiaire de deux lignes de transfert fig.(III-5).

Aucun défaut exercé sur les lignes ne causera sensiblement une instabilité dans le système (perte de synchronisme).

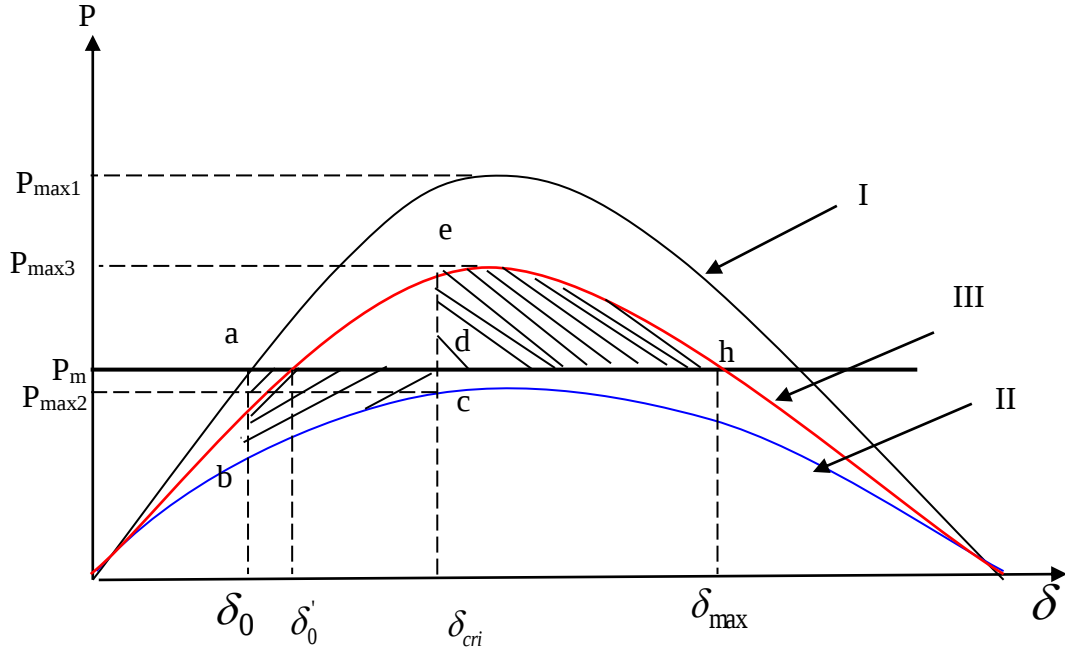
Cependant, les disjoncteurs sur les deux extrémités de chaque ligne isolent le défaut dans le système et permettent de circuler la puissance dans l'autre ligne en parallèle.

Quand le défaut triphasé aura lieu sur un point quelconque P, on aura une augmentation de l'impédance de liaison entre les deux jeux de barres et ainsi on aura la caractéristique puissance- angle avant, durant et après le défaut .voir fig.(III-5).



Figure(III-5)

La figure (III-6) qui suit représente les courbes d'oscillation de la puissance électrique de sortie relative aux trois états pris par le système . la puissance mécanique d'entre reste constant



Figure(III-6)

On identifie les étapes suivantes:

- ❖ Avant le défaut (I) $P_{e1} = P_{\max1} \sin \delta$
- ❖ Durant le défaut(II) $P_{e2} = P_{\max2} \sin \delta$
- ❖ Après le défaut (III) $P_{e3} = P_{\max3} \sin \delta$

Au moment de la naissance du défaut, l'angle de rotation δ égal à δ_0 et $P_m = P_e$, d'où :

$$P_m = P_{\max1} \sin \delta_0$$

$$A_1 = \text{aire}(a,b,c,d) = \int_{\delta_0}^{\delta_{cri}} (P_m - P_{\max2} \sin \delta) d\delta \quad (A_1 \text{ représenté l'énergie cinétique emmagasinée dans le rotor }, \text{ dans cette cas } P_m > P_e \text{ désigner accélération.})$$

$$A_2 = \text{aire}(d,e,h) = \int_{\delta_{ct}}^{\delta_{\max}} (P_{\max3} \sin \delta - P_m) d\delta \quad (A_2 \text{ représenté l'énergie potentielle fournir par le rotor }, \text{ dans cette cas } P_m < P_e \text{ désigner décélération (freinage).})$$

Si on remplit l'égalité des aires $A_1 = A_2$ et l'annulation de la vitesse relative au point h

correspondant à $\delta_{\max}$ alors on aura la stabilité du système.

$\delta_{\max}$ est l'angle supplémentaire de δ'_0 on a d'ailleurs :

Ou δ'_0 intersection avec le courbes de après le défaut

$\delta_{\max}$ l'angle limité de la stabilité du système

$$P_{\max 1} \cdot \sin \delta_0 = P_{\max 3} \cdot \sin \delta'_0 \Rightarrow \sin \delta'_0 = \frac{P_{\max 1}}{P_{\max 3}} \cdot \sin \delta_0 \dots\dots\dots(\text{III-22})$$

$$\delta'_0 = \sin^{-1} \left(\frac{P_{\max 1}}{P_{\max 3}} \cdot \sin \delta_0 \right) \dots\dots\dots(\text{III-23})$$

$$\delta_{\max} = \pi - \delta'_0$$

$$\delta_{\max} = \pi - \sin^{-1} \left(\frac{P_{\max 1}}{P_{\max 3}} \cdot \sin \delta_0 \right) \dots\dots\dots(\text{III-24})$$

D'où on aura:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{cri}} (P_m - P_{\max 2} \sin \delta) d\delta - \int_{\delta_{cri}}^{\delta_{\max}} (P_{\max 3} \sin \delta - P_m) d\delta = 0 \dots\dots\dots(\text{III-25})$$

On tire:

$$\cos \delta_{cri} = \frac{P_m (-\delta_0 + \delta_{\max}) - P_{\max 2} \cos \delta_0 + P_{\max 3} \cos \delta_{\max}}{P_{\max 3} - P_{\max 2}}$$

$$\text{Et} \quad \delta_{\max} = \pi - \delta'_0$$

Notons que la puissance $P_{\max}$, pour laquelle δ atteint la valeur $\delta_{\max}$, tel que

$$\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{\delta=\delta_{\max}} = 0 \text{ et } P(\delta_{\max}) \text{ est la puissance limite de la stabilité à cette perturbation}$$

III-1-2 Méthode Lyapunov:

La méthode directe de lyapunov est une méthode qui peut déterminer l'intervalle de stabilité du réseau sans avoir recours à la résolution de l'équation du mouvement.

Elle consiste à établir une fonction dite "fonction de Lyapunov" dont les solutions constituent un intervalle très court du domaine de stabilité du système..

-Critères de stabilité de Lyapunov :

Les théorèmes reposent sur la notion d'une fonction.

$V(x)=v(x_1, \dots, x_n)$ associée à un système d'équation différentielle

$X_i=f(t, x_1, \dots, x_n)$ où $t=\text{temps}, i=1, 2, \dots, n$ Appelé fonction de lyapunov ayant des propriétés bien définies dans un domaine entourant l'origine. On dit que la fonction Ω de lyapunov a un signe constant, si dans un domaine convenable entourant l'origine, elle est dérivable, ne prenant que des valeurs de même signe ou éventuellement nulles, et telle que $V(0)=0$. Elle sera dite positive ou négative selon ce signe

III-2 Méthodes indirectes:

L'équation dite de mouvement qui gère les oscillations de l'angle interne et répond aux différentes interactions entre tous les couples agissant sur l'arbre rotorique de l'alternateur synchrone, est une équation différentielle non linéaire de second degré.

Les méthodes indirectes se basent sur la résolution de cette équation en utilisant des simulateurs analogues ou des méthodes numériques dans le but d'obtenir la courbe d'oscillation qui représente la variation de l'angle de charge δ dans le temps; il y en a plusieurs mais nous nous contentons dans ce mémoire de quelques unes.

III-2-1 Méthode d'Euler :

La méthode d'Euler est la méthode la plus simple et la moins utilisée. Considérons une partition:

$(t_0, t_1, \dots, t_n)$ de l'intervalle $[a, b]$ telle que $t=a+i h$.

$$i=1, 2, \dots, N \text{ ou } h = \frac{b-a}{N}$$

Supposons que la solution $y(t)$ ait deux dérivées continues sur $[a, b]$, alors d'après la formule de Taylor:

$$y_{i+1} = y(t_i + h) = y_i + h y'_i + \theta(h^2) \dots \dots \dots (III-26)$$

$$y_{i+1} = y_i + h f(t_i, y_i) + \theta(h^2) \dots \dots \dots (III-27)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Lorsque h est suffisamment petit $\theta(h^2)$ est aussi petit, en négligeant ce terme l'équation

(III-27) devient : $y_{i+1} = y_i + h f(t_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ $y_0 = y(0)$ donnée dans $\square$.

III-2-2 Méthode d'Euler modifiée :

Cette méthode a pour base la détermination des y par la méthode d'Euler explicitée ci-dessus et à partir de cette première approximation, on améliore le résultat obtenu comme suite :

$$y_{i+1} = y_i + hy'_i$$

Ainsi au moyen de cette méthode on estime y_{n+1} et cette estimation servira à calculer y'_{n+1} qui sera introduit pour corriger y_{n+1} .

On voit que la précision est améliorée par rapport à la méthode d'Euler grâce à la correction de l'estimation.

III-2-3 Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 :[7]

On considère toujours l'équation différentielle:

$$Y'(x)=F(x,y)$$

Divisant l'intervalle $[x_0, b]$ par les points $x_0, x_1=x_0+h, \dots, x_n=x_0+nh$,

Cherchons la solution de l'équation précédente aux points d'abscisses $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

Supposant que y_i est connue; approchons y_{i+1} à :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}) \dots \dots \dots (III -28)$$

Où : k_1, k_2, k_3, k_4

sont des nombres obtenus comme suite:

$$k_1 = hF(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hF\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hF\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hF(x_i + h, y_i + k_3)$$

Ainsi au départ, pour $i=0$, on aura :

$$y(x_0) = y_0$$

$$x_1 = x_0 + h \quad y(x_0 + h) = y_1 \quad \Delta y_1 = y_1 - y_0$$

$$x_2 = x_1 + h \quad y(x_1 + h) = y_2 \quad \Delta y_2 = y_2 - y_1$$

$$x_i = x_{i-1} + h \quad y(x_{i-1} + h) = y_i \quad \Delta y_i = y_i - y_{i-1}$$

III-2-3-1 Cas d'un système d'équations:

On considère un système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = f(t_i, x_i, y_i) = x_i' \\ \frac{dy_i}{dt} = g(t_i, x_i, y_i) = y_i' \end{cases}$$

Avec les conditions initiales $x_i = x_{i0}$ et $y_i = y_{i0}$

On calcule maintenant les coefficients de Runge-Kutta :

$$k_{1i} = hf(t_i, x_i, y_i) \quad l_{1i} = hg(t_i, x_i, y_i)$$

$$k_{2i} = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_{1i}}{2}, y_i + \frac{l_{1i}}{2}\right) \quad l_{2i} = hg\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_{1i}}{2}, y_i + \frac{l_{1i}}{2}\right)$$

$$k_{3i} = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_{2i}}{2}, y_i + \frac{l_{2i}}{2}\right) \quad l_{3i} = hg\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_{2i}}{2}, y_i + \frac{l_{2i}}{2}\right)$$

$$k_{4i} = hf(t_i + h, x_i + k_{3i}, y_i + l_{3i}) \quad l_{4i} = hg(t_i + h, x_i + k_{3i}, y_i + l_{3i})$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i})$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(l_{1i} + 2l_{2i} + 2l_{3i} + l_{4i})$$

Où : k_1, k_2, k_3, k_4 et l_1, l_2, l_3, l_4 sont les coefficients de Runge-kutta

La méthode de Runge-kutta est la plus précise mais le temps de calcul qu'elle nécessite est relativement considérable.

Mais vue les performances actuelles des microordinateurs ,cet inconvénient est éliminé ce qui rend son utilisation très sollicitée.

III-2-3-2 Formulation de la méthode de Runge- Kutta en fonction des paramètres du réseau :[7]

Pour i machines on doit résoudre un système à deux équations différentielles

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega(t) - 2\pi f \quad \text{.....(III-29)}$$

$$\frac{d\omega_i(t)}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (p_{mi} - p_{ei}(t)) \quad \text{.....(III-30)}$$

i=1.....m,

m :nombre de machine

$$P_{mi}=(P_{mi0}) \quad \text{.....(III-31)}$$

ce calcul à partir des données initiales du réseau à étudier.

Les valeurs initiales δ_{i0}, ω_{i0} dans l'application de la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 ,le changement de l'angle interne de charge et la vitesse de la machine , sont déterminées par :

$$\Delta\delta_{i(t+\Delta t)} = \frac{1}{6} (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}) \quad \text{.....(III-32)}$$

$$\Delta\omega_{i(t+\Delta t)} = \frac{1}{6} (l_{1i} + 2l_{2i} + 2l_{3i} + l_{4i}) \quad \text{..... (III-33)}$$

Respectivement obtenues en utilisant les dérivés δ_i, ω_i Les k_i et l_i sont les changements de évaluées aux points prédéterminés, alors :

$$\delta_{i(t+\Delta t)} = \delta_{i(t)} + \frac{1}{6} (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}) \quad \text{..... (III-34)}$$

$$\omega_{i(t+\Delta t)} = \omega_{i(t)} + \frac{1}{6} (l_{1i} + 2l_{2i} + 2l_{3i} + l_{4i}) \quad \text{..... (III-35)}$$

Les estimations initiales de changement sont obtenues en utilisant les expressions suivantes :

$$k_{1i} = (\omega(t) - 2\pi f) \Delta t \quad \text{..... (III-36)}$$

$$l_{1i} = \frac{\pi f}{H_i} (p_{mi} - p_{ei(t)}) \Delta t \quad \text{..... (III-37)}$$

=1,2,3,.....,m i

où : $P_{ei(t)} = P_{\max} \sin(\delta)$

$\omega_{i(t)}$ et $P_{ei(t)}$ Sont respectivement la vitesse et la puissance au temps t .

La deuxième estimation est :

$$k_{2i} = \left\{ \left(\omega_{i(t)} + \frac{l_{1i}}{2} \right) - 2\pi f \right\} \Delta t \dots\dots\dots (III-38)$$

$$l_{2i} = \frac{\pi f}{H_i} (p_{mi} - p_{ei}) \Delta t \dots\dots\dots (III-39)$$

La troisième estimation est obtenue par :

$$\dots\dots\dots (III-40) \quad k_{3i} = \left\{ \left(\omega_{i(t)} + \frac{l_{2i}}{2} \right) - 2\pi f \right\} \Delta t$$

$$\dots\dots\dots (III-41) \quad l_{3i} = \frac{\pi f}{H_i} (p_{mi} - p_{ei}) \Delta t$$

La quatrième estimation est obtenue par :

$$k_{4i} = \left\{ \left(\omega_{i(t)} + \frac{l_{3i}}{2} \right) - 2\pi f \right\} \Delta t \dots\dots\dots (III-42)$$

$$l_{4i} = \frac{\pi f}{H_i} (p_{mi} - p_{ei}) \Delta t \dots\dots\dots (III-43)$$

Δt Le pas d'intégration est

III-3 Comparaison entre les méthodes (directes et indirectes) :

Bien que le calcul du temps critique de l'isolement soit calculé directement dans les méthodes directes, ces dernières présentent l'inconvénient d'être très difficiles de pouvoir trouver des fonctions de Lyapunov par exemple, et contrairement aux méthodes indirectes elles ne peuvent être introduites dans un programme informatisé, ce qui représente un défaut majeur qui entrave leurs applications.

Conclusion :

les méthodes indirectes sont plus précises et plus utilisables qu'aux méthodes directes .En effet elles servent aux programmations (avec des courts temps) ,elles donnent des résultats plus précis (représentations graphiques) par rapport aux méthodes directes .

Dans le chapitre suivant on va aborder aux applications des méthodes indirectes .

Introduction :

Ce chapitre est une application de deux méthodes indirecte d'intégration numérique (méthode de Euler modifiée et la méthode de Runge-kutta). Premier modèle 5 jeux de barres et deux générateurs couplés entre eux en provoquant une perturbation au niveau d'un jeu de barre ; deuxième modèle 9 jeux de barres et trois générateurs couplés entre eux en provoquant une perturbation au niveau d'un jeu de barre et voir les oscillations des angles rotoriques et la vitesse angulaire des différents alternateurs.

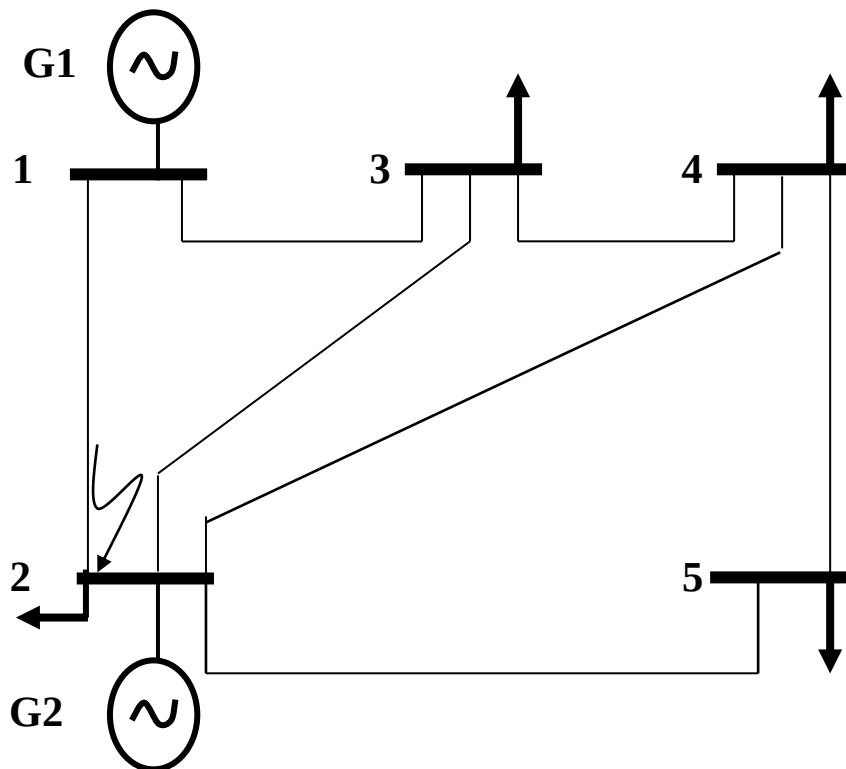
IV-1 Application de la méthode d'Euler modifiée :**IV-1-1 Topologie de modèle:**

Figure (IV-1) :Schéma de réseau 5 jeux de barres

IV-1-2 Caractéristiques de modèle:

Puissance apparent de base : $S_b = 100 \text{ MVA}$

IV-1-2-1 Données des lignes :

Jeux de barres	Impedance	N° branche
1 2	$0.02 + j0.06$	1
1 3	$0.08 + j0.24$	2
2 3	$0.06 + j0.18$	3
2 4	$0.06 + j0.18$	4
2 5	$0.04 + j0.12$	5
3 4	$0.01 + j0.03$	6
4 5	$0.08 + j0.24$	7

Tableau(IV-1): Données des lignes

IV-1-2-2 Données des jeux de barres:

J,d,b	Tension		Puissances générées		Puissances demandées	
	MOD	ARG	ACT(MW)	REACT (MVAR)	ACT(MW)	REACT(MV)
1	1.0600	0.00	129.565	-7.480	0.0	0.0
2	1.04746	-0.049	40.00	30.0	20.0	10.0
3	1.02421	-0.0872	0.00	0.0	45.0	15.0
4	1.23593	-0.0930	0.00	0.0	40.0	5.0
5	1.012148	-0.01077	0.00	0.0	60.0	10.0

Tableau(IV-2):Données des jeux de barres

Code des jeux de barres P-I	X'd	Y_{pi}
1-6	0.25	$0.0 - j4.0000$
2-7	1.50	$0.0 - j0.66667$

Constant d'inertie	Générateur1	Générateur2
H	50	1

Tableau(IV-3):Caractéristiques des générateurs

NB : dans le tableau ci-dessus le jeu de barres N°6 illustre la position de générateur 1, jeu de barres N° 7 illustre la position de générateur 2.

IV-1-2-3 Les types de jeux de barres dans le modèle choisi :

IV-1-2-3-1 Jeu de barre de référence :

C'est le jeu de barre N^0_1 , c'est un jeu de barre connecté à une source de tension considérée constante, et sans angle de phase est pris comme référence de calcul. Ses puissances actives et réactives, doivent être calculées d'après le calcul de la puissance .

IV-1-2-3-2 Jeux de barres de générations (de contrôle) (PV bus) :

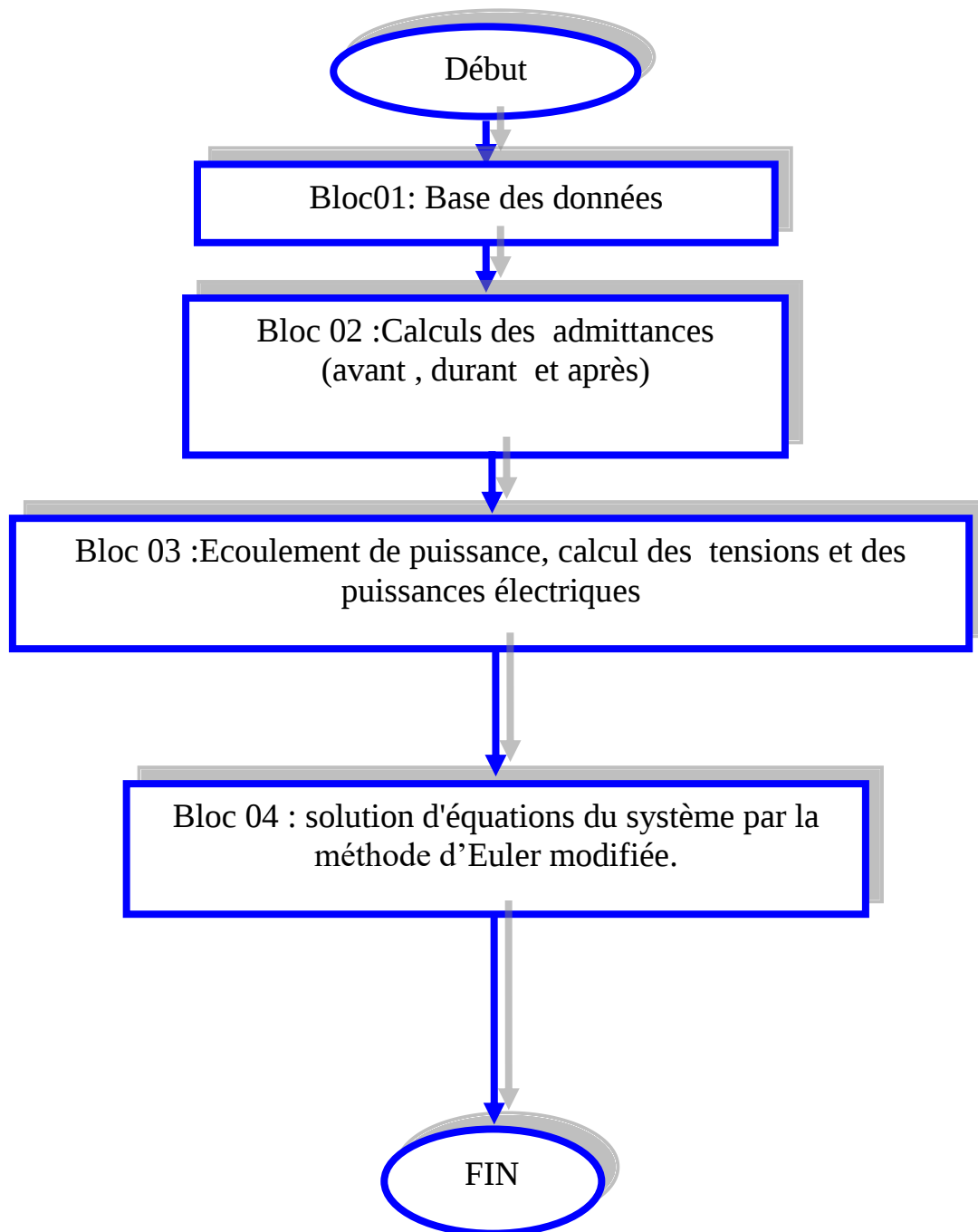
C'est le jeu de barre $N^0(2)$ le jeu de barre générateur de réseau où la puissance active et le module de la tension ce connus , puisqu'elles sont contrôlables ; par contre la puissance réactive et l'argument de la tension sont inconnus .

IV-1-2-3-3 Jeux de barres de charges (PQ bus) :

Ce sont les jeux de barres $N^0(3,4,5)$, pour ce genre , les puissances actives et réactives sont données , mais l'amplitude et l'argument de la tension sont à déterminer.

Type de J.d.B	Les variables connues						Les variables inconnues			
	P_D	Q_D	P_G	Q_G	$ V $	δ	P_G	Q_G	$ V $	δ
J.d.B de référence	•	•			•	•	•	•		
J.d.B de charge	•	•	•	•					•	•
J.d.B de contrôle	•	•	•		•			•		•

Tableau(IV-4): types des jeux de barres

IV-1-3 Organigramme du programme :

❖ Bloc (1) : Base de données :

Ce bloc contient toutes les valeurs dont les sous programmes qui suivent font appel et qui sont propres au modèle d'étude choisi.

Grâce à ce bloc, on peut effectuer n'importe quelles modifications aux données du modèle sans toucher les autres sous programmes.

❖ Bloc (2) : Calculs les admittances:

- Admittance avant le défaut :

On trouve l'admittance de modèle de 5 jeux de barres donc c'est une matrice carrée d'ordre cinq :

$$A = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

-Admittance durant le défaut:

Pendant le court circuit, toutes les admittances, qui sont en relation avec le jeu de barre de défaut (jeu de barre N°2), vont être nulles :

$$A = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{31} & 0 & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & 0 & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{51} & 0 & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

-Admittance après le défaut :

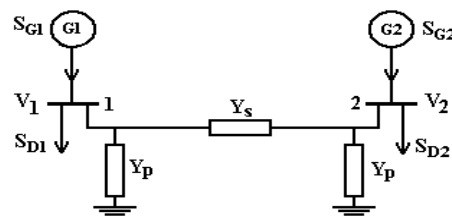
Après le déclenchement du disjoncteur c'est-à-dire élimination d'une ligne entre le jeux des barres 2 et 3, ainsi la matrice d'admittance sera la suivante :

$$A = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_{23} & 0 & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & 0 & Y_{33} + Y_{23} & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

❖ Bloc (3) : Les équations de l'écoulement de puissance

La construction du modèle mathématique dont on peut prédire la forme (aspect) de l'écoulement de puissance, est essentiel pour la compréhension du mécanisme de l'écoulement de puissance.

Dans la formulation des équations de l'écoulement de puissance l'une des deux matrices (admittance ou impédance est nécessaire).



La puissance apparente S_b introduite au jeu de barre1 est donnée par l'équation $S_1 = V_1 \cdot I_1^*$ où I_1 est le courant qui entre dans le jeu de barre1. Ce courant est composé de deux composantes, une composante $Y_p \cdot V_1$ qui s'écoule à travers l'admittance shunt, et une composante $(V_1 - V_2)Y_s$ qui s'écoule à travers l'admittance série de la ligne équivalente du réseau. D'après la loi de Kirchhoff appliquée à un jeu de barre et nous aurons :

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1} = V_1 Y_p + (V_1 - V_2) Y_s \quad \dots\dots\dots (IV-1)$$

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2} = V_2 Y_p + (V_2 - V_1) Y_s \quad \dots\dots\dots (IV-2)$$

On peut écrire ces deux dernières équations d'une manière plus simple :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \dots\dots\dots(IV-3)$$

Avec :

$$Y_{11} = Y_{22} = Y_p + Y_s$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -Y_s$$

Maintenant on va introduire les matrices et les vecteurs suivants :

$$I_{BUS} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ Vecteur de courants des jeux de barres}$$

$$V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ Vecteur de tensions des jeux de barres}$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \text{ La matrice admittance du réseau}$$

$$Z_{BUS} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \text{ La matrice impédance du réseau}$$

On peut écrire les équations (IV-3) d'une manière plus simple :

$$I_{BUS} = Y_{BUS} V_{BUS} \dots\dots\dots(IV-4)$$

$$V_{BUS} = Z_{BUS} I_{BUS} \dots\dots\dots(IV-5)$$

Ces équations sont complexes, linéaires. La caractéristique de linéarité assure une simple solution des inconnues. Les courants aux jeux de barres seront calculés par la substitution directe dans (IV-3) et vice versa. Si les courants sont des inconnus, les tensions aux jeux de barres seront calculées d'après (IV-4).

Naturellement on a besoin d'inverser la matrice Y_{BUS} .

En réalité, ce sont les puissances qui seront connues et pas les courants, ce qui change la forme des équations (IV-3) à :

$$\begin{cases} S_1^* = P_1 - jQ_1 = (Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2)V_1^* \\ S_2^* = P_2 - jQ_2 = (Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2)V_2^* \end{cases} \dots\dots\dots(IV-6)$$

Ces équations sont les équations de "l'écoulement de puissance" ou "l'écoulement de charge" recherchées.

La solution de ces équations est plus difficile que la solution du système d'équations linéaires (IV-4) et (IV-5) car elles ne sont pas linéaires.

❖ Equations de l'écoulement de puissances dans les lignes :

Quand la solution itérative des tensions est achevée, on peut calculer l'écoulement de puissance dans les lignes.

Le courant de la branche entre les deux jeux de barres i et k , qui a le sens positif de i vers k est $I_{ik} = (V_i - V_k)Y_{ik} + V_i Y_p$ (IV-7)

Avec Y_{ik} l'admittance de la ligne

Y_p : L'admittance phase -terre (ou la mise à la terre ou admittance shunt).

$V_i Y_p$: La contribution du courant au jeu de barre due de la mise à la terre.

$$P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* I_{ik} \text{(IV- 8)}$$

$$P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* (V_i - V_k)Y_{ik} + V_i^* V_i Y_p \text{(IV- 9)}$$

$$P_{ki} - jQ_{ki} = V_k^* (V_k - V_i)Y_{ik} + V_k^* V_k Y_p \text{(IV-10)}$$

La perte de puissance dans la ligne entre les deux jeux de barres i et k est la somme algébrique de la répartition des puissances déterminées à partir des relations.

La puissance active et réactive dans les lignes :

$$P_i = \sum_{j=1}^{nj} |V_i| \cdot |V_j| \cdot |Y_{ij}| \cdot \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \text{(IV-11)}$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^{nj} |Y_{ij}| |V_i| |V_j| \cdot \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \text{(IV-12)}$$

nj : nombre des jeux de barres .

❖ Bloc (04) : Intégration par la méthode d'Euler modifiée[11]

Explication de ces équations suivantes :

$$P_a = P_m - P_e = M \times \frac{d^2 \delta}{dt^2} \dots\dots\dots (IV-13)$$

$$M = \frac{H}{180 \times f} \dots\dots\dots (IV-14)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{P_a}{M} \dots\dots\dots (IV-15)$$

$$\Delta w_{i+1} = \frac{dw_i}{dt} \times \frac{\Delta t}{2} \dots\dots\dots (IV-16)$$

$$w_{i+1} = w_i + \Delta w_{i+1} \dots\dots\dots (IV-17)$$

$$w_{i+1} = w_i + \frac{dw_i}{dt} \times \frac{\Delta t}{2} \dots\dots\dots (IV-18)$$

$$\Delta \delta_i = w_i \times \Delta t \dots\dots\dots (IV-19)$$

$$\delta_{i+1} = \delta_i + w_{i+1} \times \Delta t \dots\dots\dots (IV-20)$$

$$P_{a(k-1)} = P_m - P_{e(k-1)} \dots\dots\dots (IV-21)$$

$$P_{e(k-1)} = \frac{|E| \times |V|}{X} \times \sin \delta_{(k-1)} \dots\dots\dots (IV-22)$$

$X = X' d$: ou le réactance entre le jeu de barre (1-6) et le jeu de barre (2-7)

IV-1-4 Les courbes d'application de la méthode d'Euler modifiée:

-Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.4s$

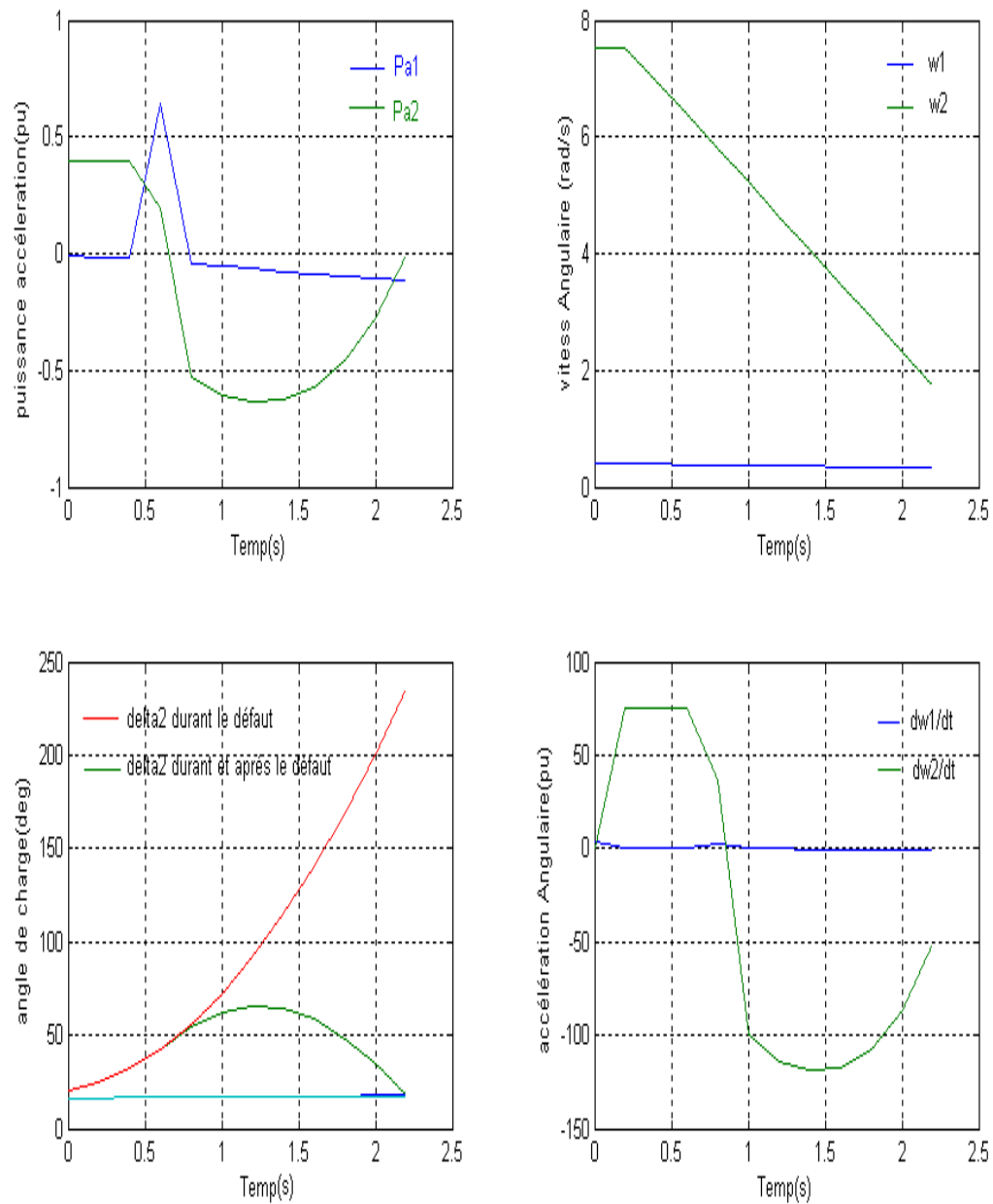


Figure (IV-2)

IV-1-5 Interprétation des résultats :

Les courbes obtenues par la méthode d'Euler modifiée représentent les oscillations (les angles rotoriques , les vitesses angulaires , les puissances accélérations ,les accélérations angulaires). Durant le défaut le disjoncteur est en état de fermeture, nous avons vu la puissance accélération constante car la puissance électrique égale à zéro, et l'angle de charge est croissant, donc cette augmentation de l'angle de charge conduit à l'instabilité du système.

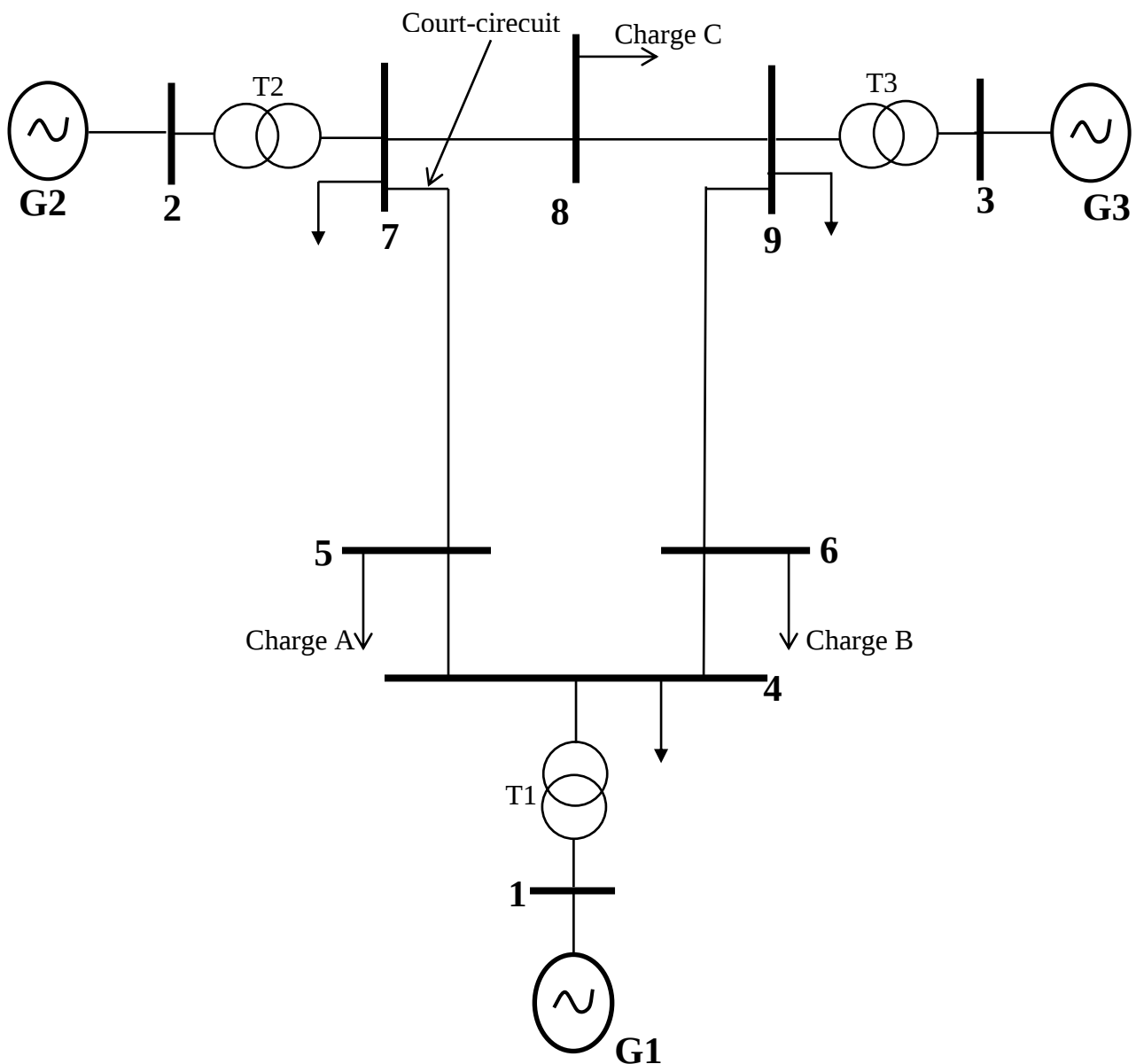
On remarque dans la courbe (puissance accélération) dans l'intervalle de temps $[0, 0.4]$ (état de défaut) que la puissance accélération est constante, en effet $P_a = P_m - P_e$ comme $P_e = 0$ et $P_m = \text{cte}$ donc $P_a = \text{cte}$. Quant à l'angle de charge et croissant durant le défaut ce qui rend le système instable .

Après 0.4s on constate que P_a commence à diminuer car $P_e \neq 0$, ce qui rend l'angle augmente jusqu'à 1.3s après cela et diminue à sa valeur réelle ce qui explique la reprise de stabilité du système .

IV-2 Application de la méthode Runge-Kutta :

IV-2 -1 Topologie du modèle :

Nous avons fait des applications de nos programmes de calcul développés dans l'environnement MATLAB sur un réseau de 9 jeux de barres et qui comporte 3 génératrices , 3 jeux de barres de génération . La perturbation supposée est un court circuit triphasé à la terre qui se produit au jeu de barre N°7. Le shema de réseau est présenté ci-dessous :



Figure(IV-3)

IV-2 -2 Caractéristique du modèle :

Dans le tableau ci-dessous pour chaque générateur la réactance du transformateur est ajoutée à la réactance du générateur ($X=X_G+X_T$)

	Noeuds		Impedances		Admittances	
	Dept	Arrv	R	X	G	B
Générateurs:						
N° : 1	1	4	0.0000	0.1184	0	-8.4459
N° : 2	2	7	0.0000	0.1823	0	-5.4855
N° : 3	3	9	0.0000	0.2399	0	-4.1684
Lignes de transmission			R	x	G	B
	4	5	0.0100	0.0850	1.3652	-11.6041
	4	6	0.0170	0.0920	1.9422	-10.5107
	5	7	0.0320	0.1610	1.1876	-5.9751
	6	9	0.1390	0.1700	1.2820	-5.5882
	7	8	0.0085	0.7200	1.1710	-13.6980
	8	9	0.1190	0.1008	1.1551	-9.7843
Admittances des charges	4	0			0.0000	0.1670
	5	0			1.2610	-0.2634
	6	0			0.8777	-0.0346
	7	0			0.0000	0.2275
	8	0			0.9690	-0.1601
	9	0			0.0000	0.2835

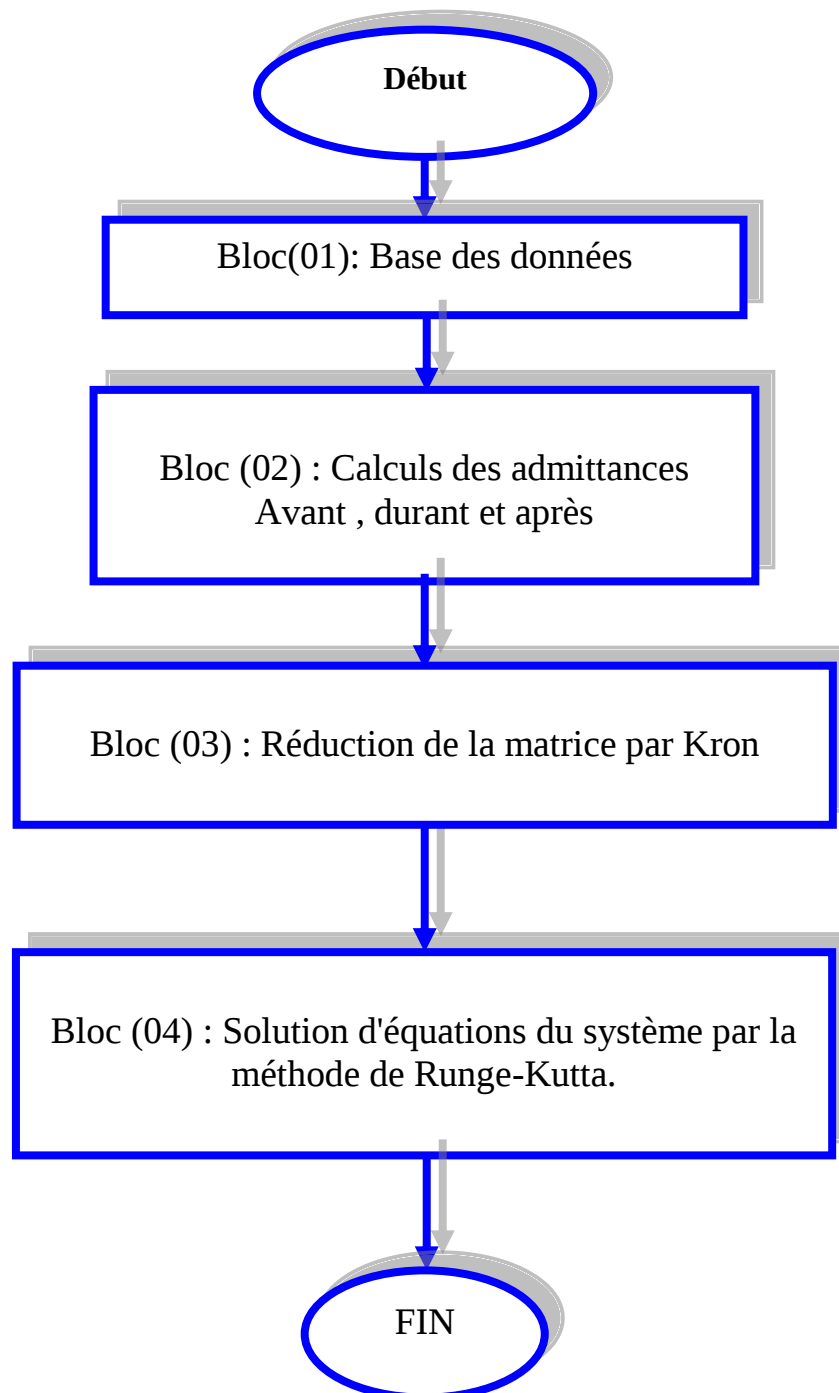
Tableau(IV-5): Paramètre du réseau modèle

Générateur	Constant d'inertie(pu)	Puissance Mécanique(pu)	F.e.m interne(pu)	Vitesse initiale (tr/min)	Angle rotorique Initial(rad)
N°1	23.64	1.10	1	314	0
N°2	6.40	1.28	1.033+j0.191	314	0.182
N°3	3.01	0.84	1.001+j0.150	314	0.148

Tableau (IV-6) : Caractéristiques des générateurs

IV-2 -3 Organigramme du programme appliqué :

A fin de trouver le temps critique de l'isolement de défaut , il faut passer par plusieurs étapes résumées dans l'organigramme qui suit :



IV-2 -5 Etapes de réduction de Kron (7):

Pour réduire la matrice $[Y](n \times n)$ d'un système $[Y].[V] = [I]$ à une matrice $[Y_{red}] (n-m)(n-m)$

m : nombre des jeux de barres à éliminer (ne injecte pas le courant)

n : nombre des jeux de barres

$n-m$: jeux de barres après l'opération d'élimination

sans modifier $[V]$ il faut suivre les étapes suivante

Etape 1 :

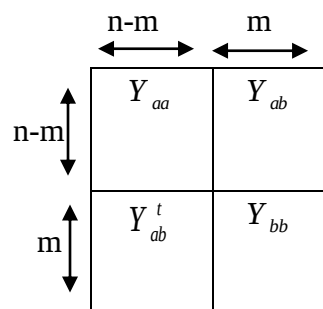
Permutation de la ligne et colonne ayant I_i nul avec la dernière ligne et dernière colonne .

Etape 2 :

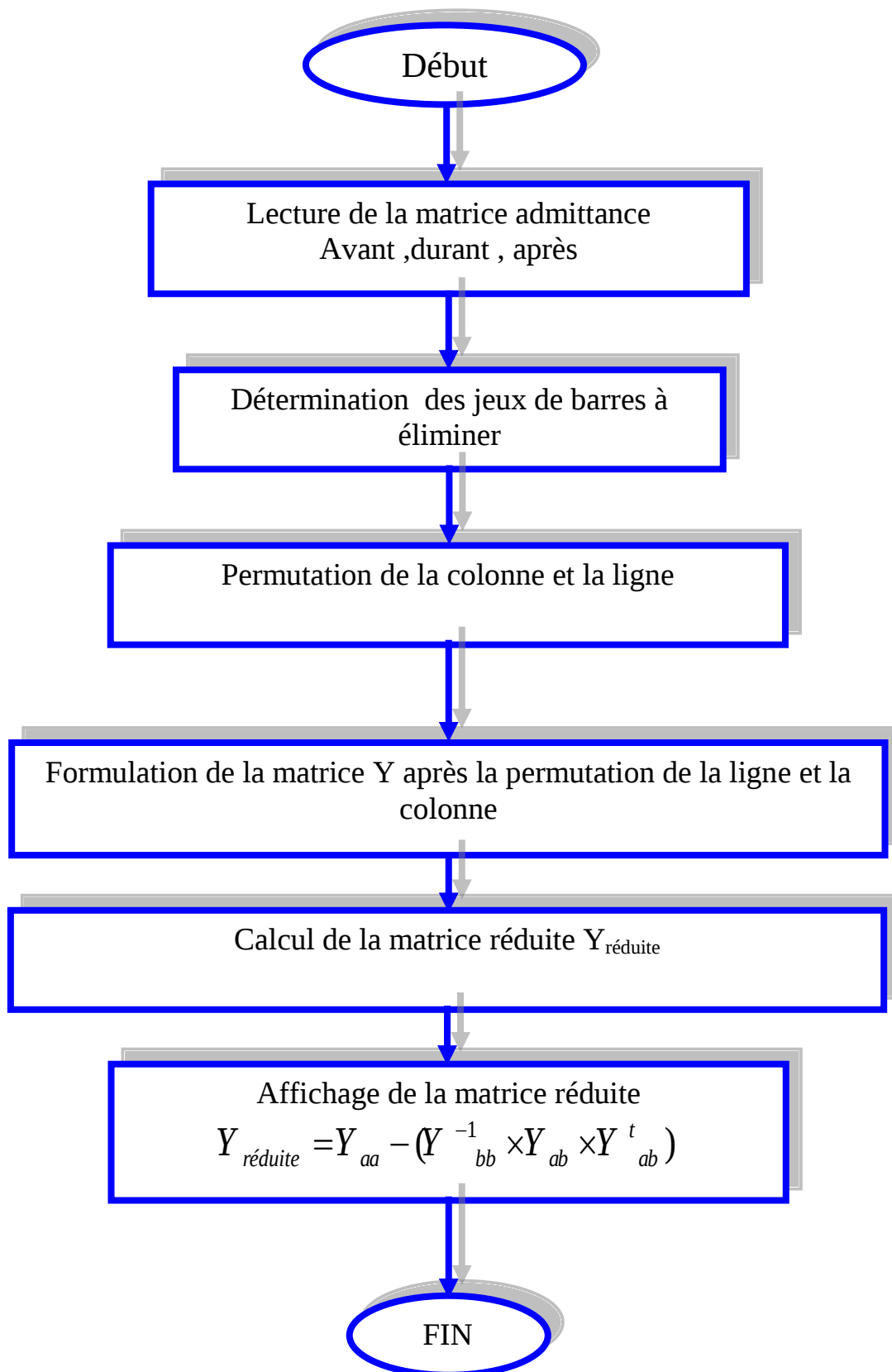
Calcul de la matrice réduite

$$Y_{réduite} = Y_{aa} - (Y_{bb}^{-1} \times Y_{ab} \times Y_{ab}^t)$$

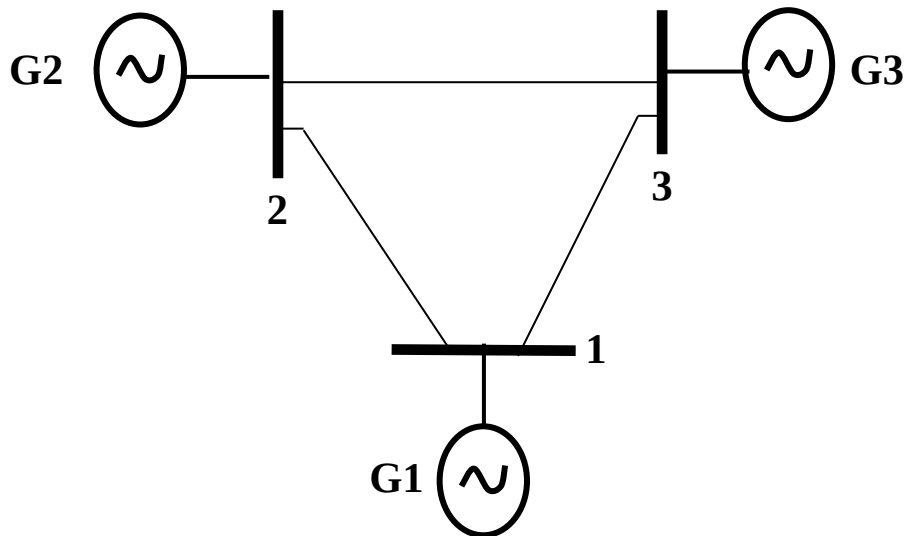
La forme générale de la matrice réduite et la suivante :



L'organigramme ci-dessous de calcul de la matrice réduite $[Y_{red}]$

IV-2 -6 Organigramme de Kron :

IV-2 -7 Schéma unifilaire du réseau réduit :



Figure(IV-4)

IV-2 -8 Calcul des matrices réduites (méthode de Kron) :

D'après la forme des matrices des admittances il est très remarquable que ces matrices sont creuses (présence de plusieurs éléments nuls ; c'est pour cette raison qu'une procédure de réduction de la taille de ces matrices est devenue une nécessité d'où l'application de la méthode de Kron .

❖ Admittance réduite avant le défaut :

$0.8455 - j2.9883$	$0.2871 + j1.5129$	$0.2096 + j1.2256$
$0.2871 + j1.5129$	$0.4200 - j 2.7239$	$0.2133 + j1.0879$
$0.2096 + j1.2256$	$0.2133 + j1.0879$	$0.2770 - j2.3681$

❖ Admittance réduite durant le défaut :

$0.6568 - j3.8160$	0	$0.0701 + j 0.6306$
0	$0 - j5.4855$	0
$0.0701 + j0.6306$	0	$0.1740 - j2.7959$

❖ Admittance réduite après le défaut :

$1.1814 - j2.2288$	$0.1376 + j0.7264$	$0.1910 + j1.0794$
$0.1376 + j0.7264$	$0.3886 - j1.9526$	$0.1988 + j1.2293$
$0.1910 + j1.0794$	$0.1988 + j1.2293$	$0.2727 - j2.3423$

IV-2 -9 Les courbes d'application de la méthode de Runge-kutta :

- ❖ En change le temps de l'élimination de défaut dans cet ordre $t=0.06s$, $t=0.10s$, $t=0.15s$, $t=0.19s$, $t=0.2s$
- ❖ Le temps de simulation choisi est de 4s.
- ❖ Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.06s$:

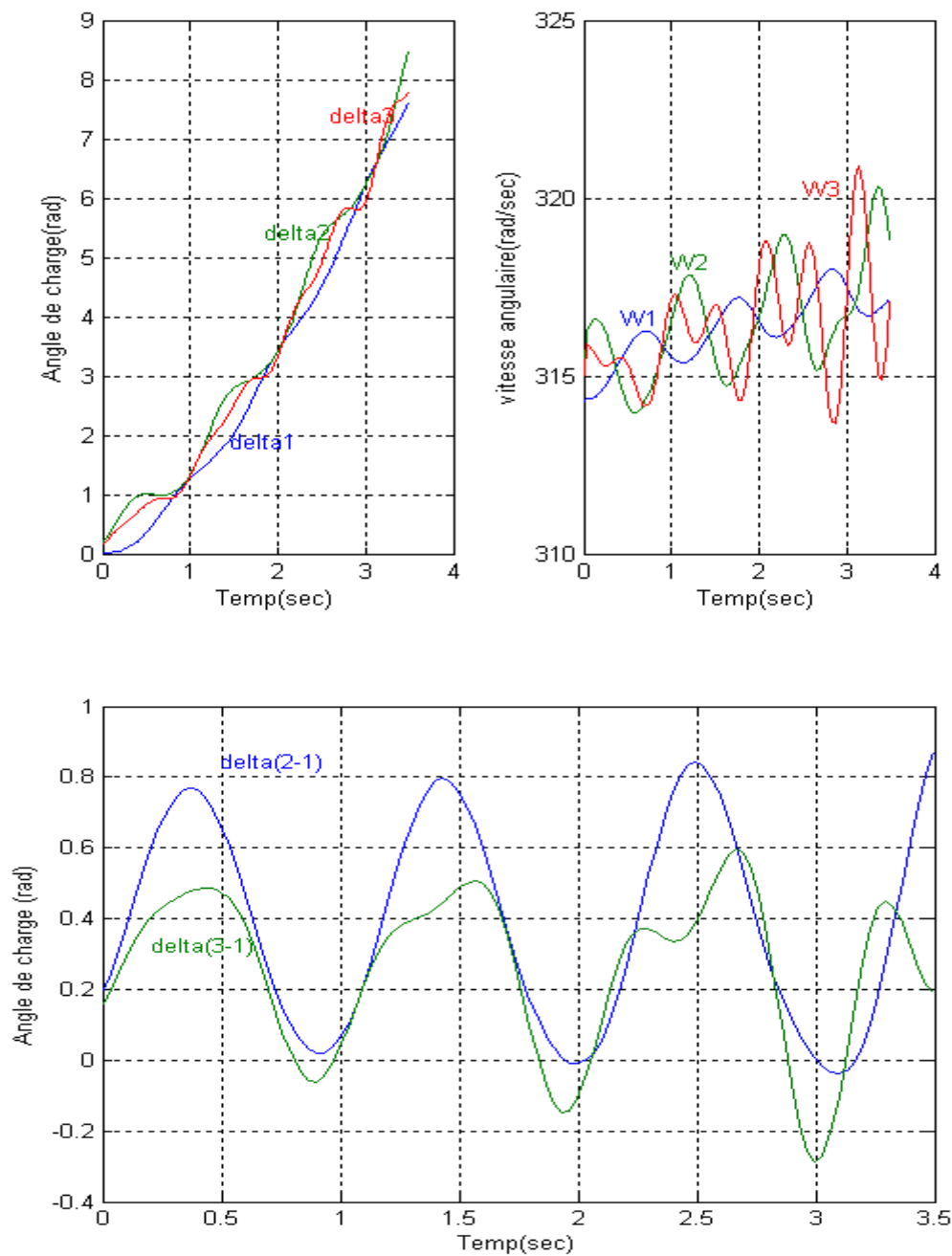


Figure (IV-5)

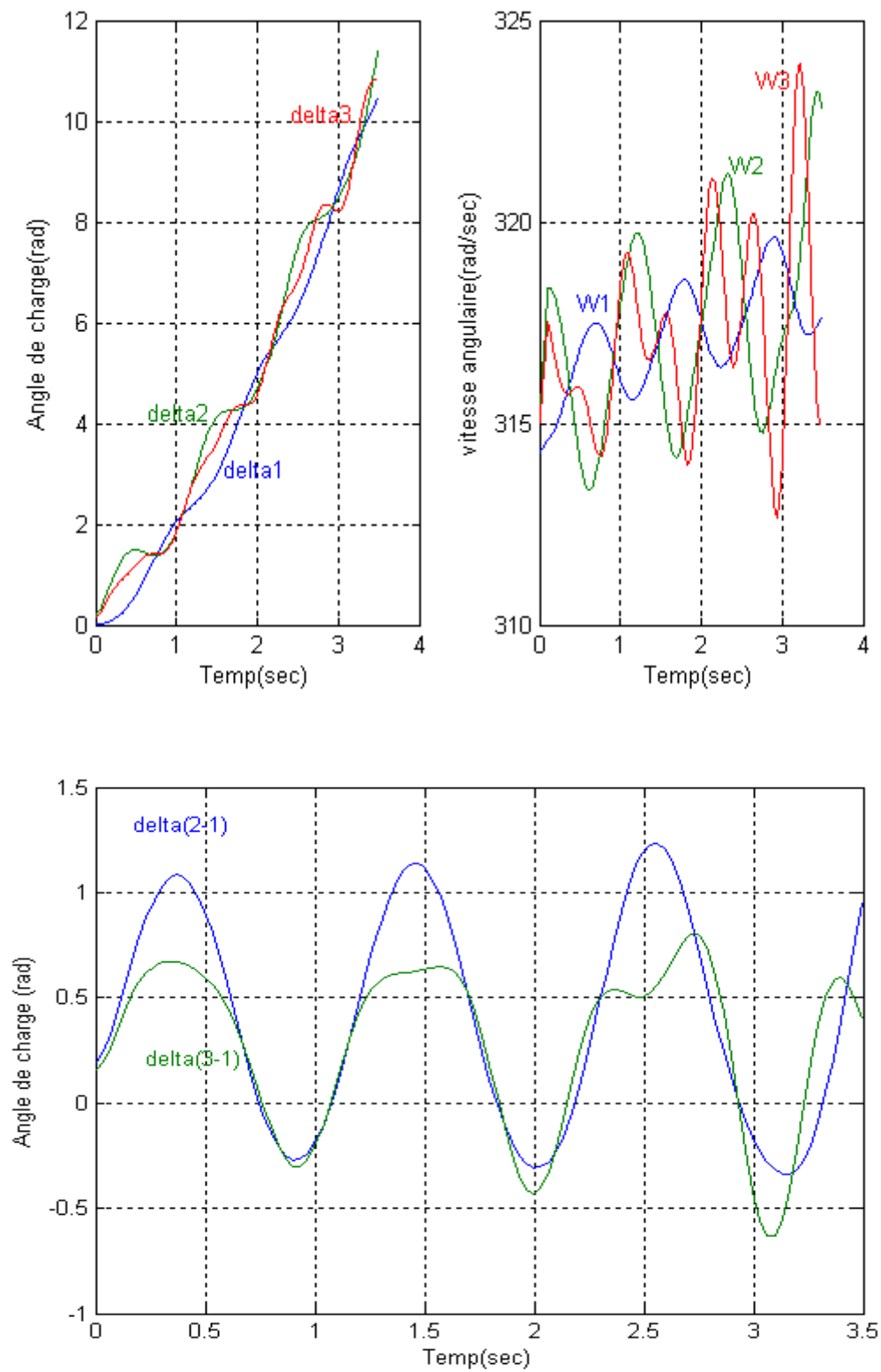
❖ Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.10$ s:

Figure (IV-6)

❖ Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.15$ s:

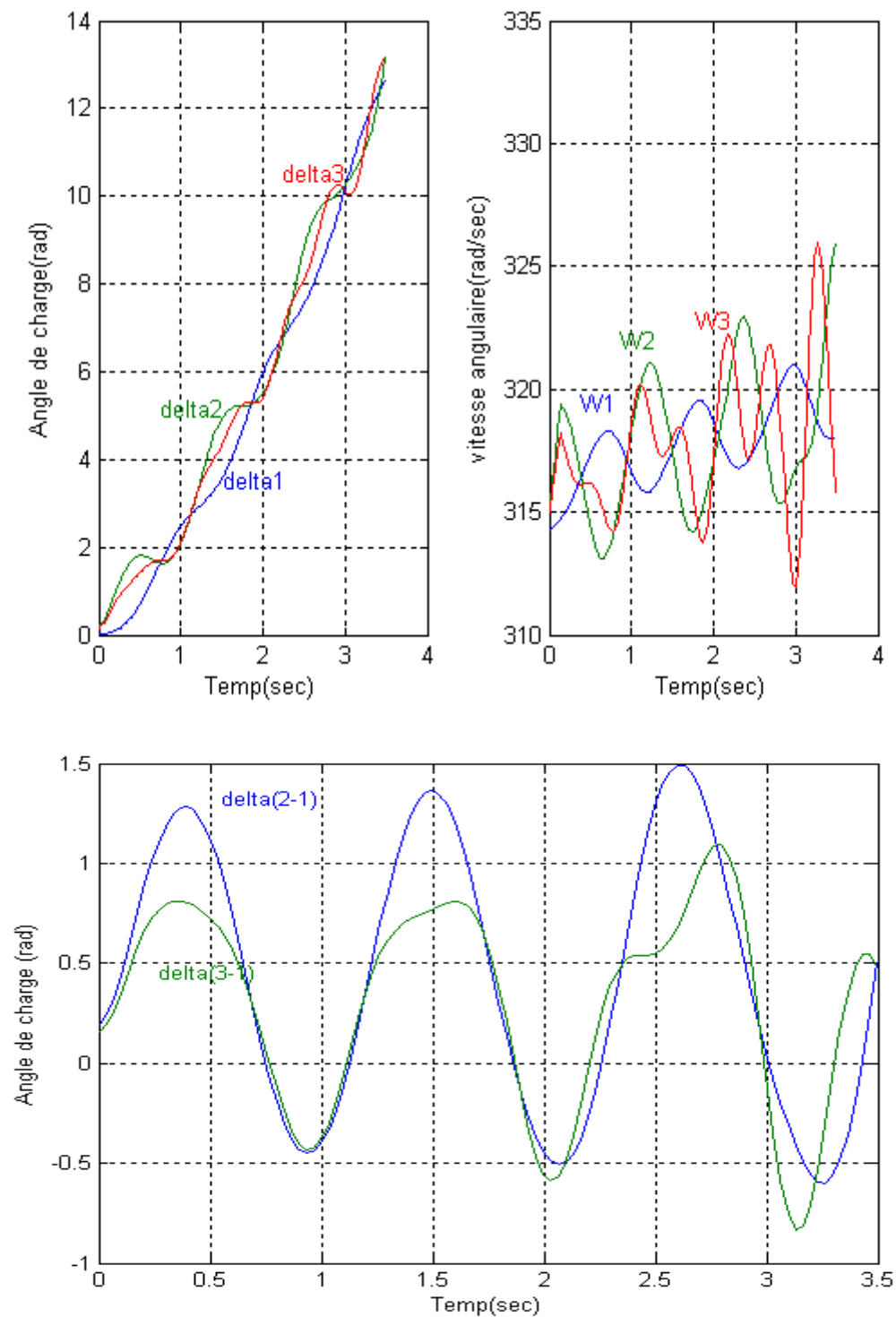


Figure (IV-7)

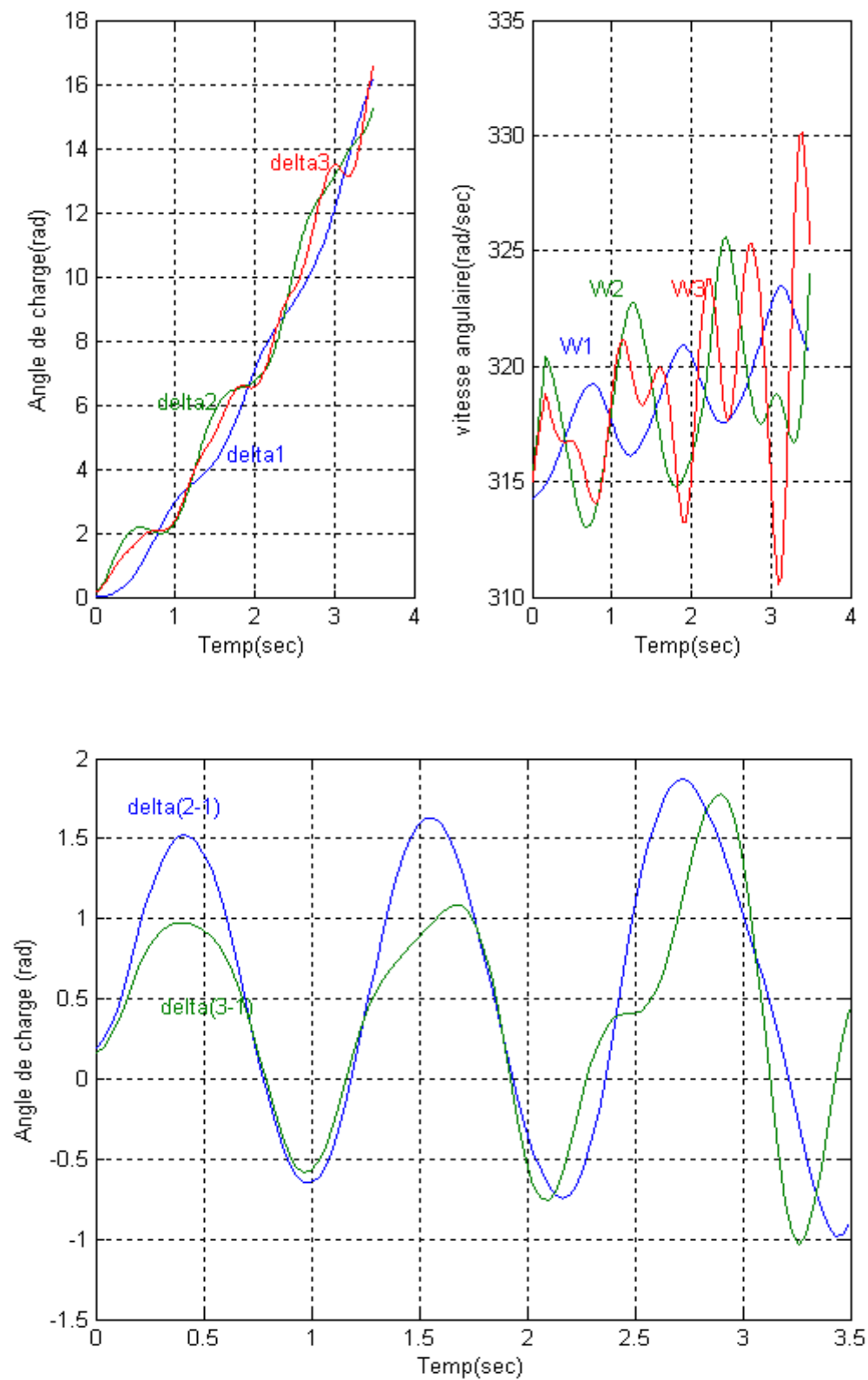
❖ Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.19s$:

Figure (IV-8)

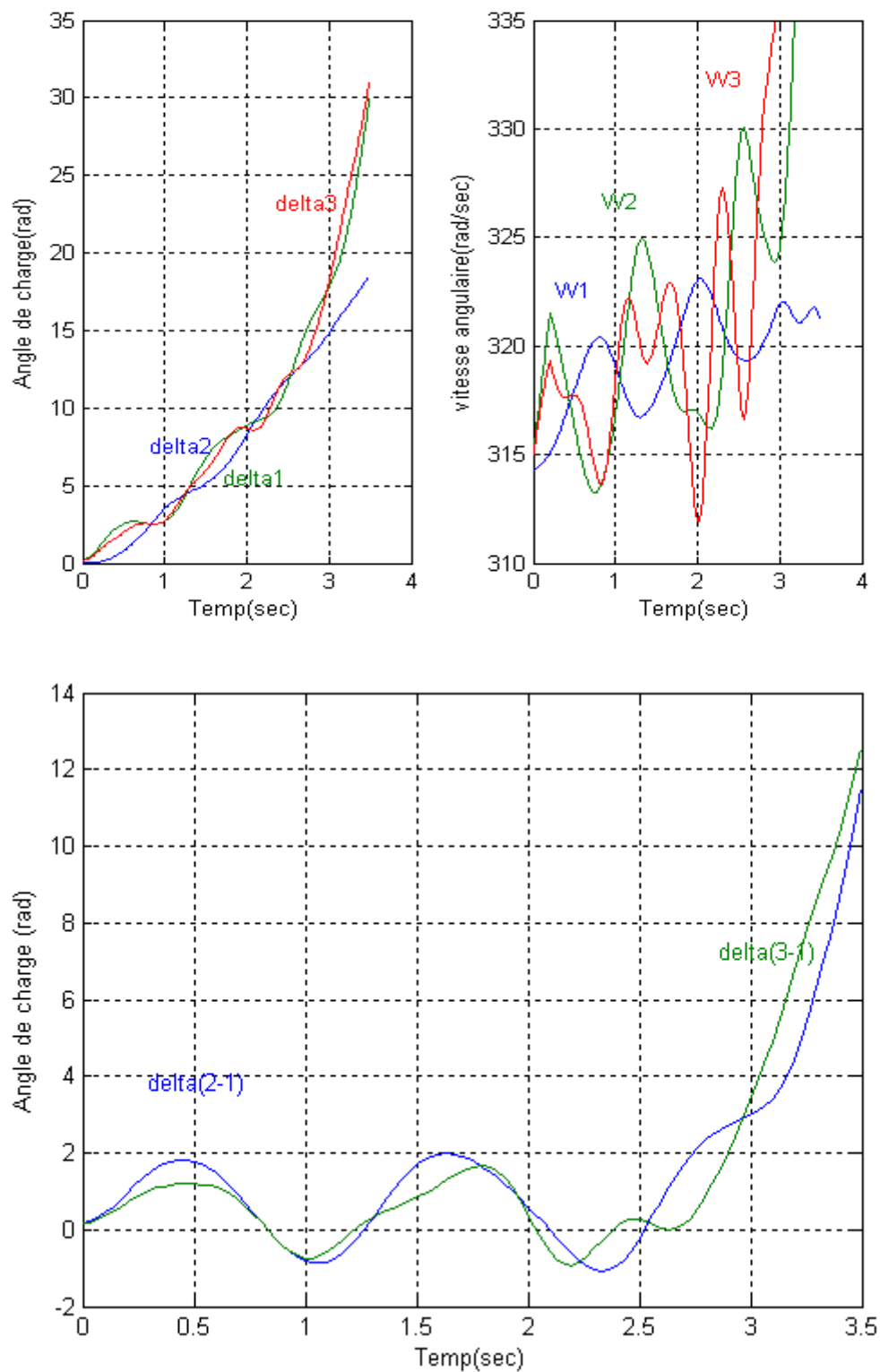
❖ Temps d'ouverture du disjoncteur $t=0.20s$:

Figure (IV-9)

IV-2-10 Interprétation de résultats :

A partir des courbes présentées sur les figures précédentes on peut conclure a propos de la stabilité du réseau ce qui suit :

1. Comme il montre sur la figure (IV-5) ou le temps d'élimination de défaut est de 0.06s, les deux courbes qui concernent les déphasages δ_{12} et δ_{13} oscillent dans intervalle constant , et forment deux courbes sinusoïdaux , ce qui veut dire que les machines 2 et 3 gardent leur stabilité ce qui va dire le réseau stable .
 2. Pour le temps 0.10 second les deux machines gardent leur synchronisme la figure (IV-6) montre ce raisonnement .
 3. Pour la figure (IV-8) le temps d'élimination du défaut égale $t = 0.19s$, on constate que la machine 3 est à la limite de stabilité , par contre la machine 2 garde son synchronisme , dans ce là on dit que le réseau est la limite de stabilité.
 4. Pour le temps 0.2 en plus on voit une augmentation des maximums des courbes δ_{12} et δ_{13} , cette augmentation de ces angles nous laissons dire que les deux machines ont perdu leur synchronisme lorsque on augmente le temps d'élimination du défaut on trouve que le système instable .
- ❖ Le temps d'isolement de défaut doit être inférieur à 0.2 s, à travers les courbes précédentes le temps critique $t = 0.19s$.
 - ❖ Le choix des appareils de protection est nécessaire pour l'isolement de défaut dans un temps court.

Conclusion :

A travers les résultats de deux programmes précédents on conclut :

Le temps d'élimination du défaut joue un rôle essentiel , en effet cette étude nous a permis de constater que lorsque le temps d'élimination du défaut augmente, le réseau perd sa stabilité . Dans ces conditions les appareils de protection interviennent au temps opportun pour éliminer le défaut, si l'élimination de défaut est trop tardive, ce la conduit au déséquilibre du réseau , ce dernier est équivalent à l'instabilité du système .

Il est très important de choisir des moyens de protection , qui ont le pouvoir de coupure de défaut dans un temps plus court , pour garantir la stabilité du système, qui offre une énergie fiable .

Matrice Admittance Avant le Défaut

0.0000-j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000-j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000-j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684
0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.3074-j30.3937	-1.3652+j11.604	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.3652+j11.6041	3.8138-j17.8426	0.0000+j0.0000	-1.1876+j5.9751	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	4.1019-j16.1335	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882
0.0000+j0.0000	0.0000+j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.1876+j5.9751	0.0000+j0.0000	2.8047-j24.9311	-1.6171+j13.698	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.7412-j23.6423	-1.1551+j9.7843
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882	0.0000+j0.0000	-1.1551+j9.7843	2.4371-j19.2574

Matrice Admittance Pendant le Défaut

0.0000-j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000-j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000-j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684
0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.3074-j30.3937	-1.3652+j11.604	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.3652+j11.6041	3.8138-j17.8426	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	4.1019-j16.1335	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.7412-j23.6423	-1.1551+j9.7843
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882	0.0000+j0.0000	-1.1551+j9.7843	2.4371-j19.2574

Matrice Admittance Après le Défaut

0.0000-j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000-j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000-j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684
0.0000+j8.4459	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.3074-j30.3937	-1.3652+j11.604	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.3652+j11.6041	2.6262-j11.8675	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.9422+j10.5107	0.0000+j0.0000	4.1019-j16.1335	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882
0.0000+j0.0000	0.0000+j5.4855	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	1.6171-j18.9559	-1.6171+j13.698	0.0000+j0.0000
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	3.7412-j23.6423	-1.1551+j9.7843
0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	0.0000+j4.1684	0.0000+j0.0000	0.0000+j0.0000	-1.2820+j5.5882	0.0000+j0.0000	-1.1551+j9.7843	2.4371-j19.2574