



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي



كلية العلوم الدقيقة

قسم: الفيزياء

مذكرة تخرج مقدمة لنيل شهادة

ماستر أكاديمي

مجال علوم المادة

تخصص: فيزياء إشعاع

من إعداد: الأطرش سعاد

الموضوع

دراسة الضوء غير الخطي والقابلية
الكهربائية من الرتبة الثالثة
باستعمال مخططات فينمان

نوقشت يوم: ٢٠١٩/٠٧/١١

أمام لجنة المناقشة المكونة من الأساتذة :

مؤطرا	أستاذ محاضر - أ-	د.ضيف الله مصباح
مناقشا	أستاذ مساعد - أ -	- سوداني شرين
رئيسا	أستاذ محاضر - أ-	- د.دلمي سامية

الموسم الجامعي ٢٠١٨/٢٠١٩

إهداء

الحمد لله الذي وفقنا لهذا ولم نكن لنصل إليه لولا فضل أهلنا علينا

أما بعد اهدي هذا العمل إلي أمي الغالية **صليحة بيوضة** وأبي العزيز **حمد اللذان** رافقاني طيلة مشواري

الدراسي وسهرا وتعبا على تعليمي والوصولي إلى ما أنا عليه الآن

إلي كل أفراد أسرتي إخوتي وأخواتي و بالأخص **سعيدة وسمية**

إلي رفيق دربي وسندي في الدنيا زوجي **رشيد منصر** الذي ساعدني على إتمام هذا العمل

إلى شمعة حياتي ونور دنيتي ابني الغالي **فارس**

إلى عائلة زوجي وكل واحد باسمه إلي كل الأقارب دون استثناء

إلى كل عزيز على قلبي وإلى كل من يحمل بذرة حب لي

شكر وعرفان

الحمد لله الذي هدانا وما كنا لنهتدي لغيره الشكر الأولي الأخيرة لله عز وجل الذي كان لنا خير عون في انجاز

هذه المذكرة فوفقنا بفضلته وكرمه إلى تقديمها على هذه الصورة كما نتقدم بخالص الشكر والامتنان

للأستاذ

"ضيف الله مصباح"

لقبوله أن يكون مؤطرا لنا في هذا العمل كما نشكر أيضا أعضاء لجنة المناقشة على قبولهم ترأس

ومناقشة هذه المذكرة ونتمنى أن يفيدونا بأرائهم القيمة والبناءة وأخيرا نشكر كل من مد يد العون لنا

وبالأخص الأستاذ رضا منصر

كما نشكر جميع الزملاء و الزميلات.

الفهرس

فهرس العناوين

٠١	مقدمة عامة
	الفصل الأول: الكهرومغناطيسية الكلاسيكية في الأوساط غير الخطية
٠٥	١- مقدمة.....
٠٦	٢- معادلة الموجة.....
٠٧	٣- الاستقطاب.....
٠٧	٣-١ الاستقطاب الخطي.....
٠٧	٣-٢ الاستقطاب الدائري.....
٠٨	٣-٣ الاستقطاب الاهليجي.....
٠٨	٤- الانتشار في أوساط خطية وغير خطية.....
٠٩	٤-١ التبدد والامتصاص.....
١٠	٤-٢ علاقة كرامر كرونش.....
١١	٤-٣ نموذج ثنائي الأقطاب.....
١٣	٤-٤ التبدد والنبضات الضوئية.....
	الفصل الثاني: الضوء غير الخطي والقابلية الكهربائية
٢١	١- مقدمة.....
٢٢	٢- البصريات التقليدية.....
٢٢	٣- معادلة موجة.....
٢٢	٤- وصف العمليات البصرية غير الخطية.....
٢٣	٤-١ الجيل التوافقي الثاني.....
٢٤	٥- الأوساط الغير خطية.....
٢٧	٦- الرتبة الثانية غير الخطية.....
	الفصل الثالث: دوال الاستجابة ومخطط فينمان
٣٣	١- مقدمة.....
٣٣	٢- الرتبة الثالثة غير الخطية.....
٣٦	٣- دوال الاستجابة الكمية غير الخطية.....
٣٦	٣-١ مؤثر التطور.....
٣٩	٤- دوال الاستجابة الخطية وغير الخطية في مجال الزمن.....
٤٢	٥- مخططات فينمان.....
٤٣	٦- قواعد مخططات فينمان.....
٤٧	٧- خاتمة عامة.....
٤٩	٨- مراجع.....

فهرس الأشكال

الرقم	الشكل	الصفحة
الفصل الأول		
(١-١)	الاستقطاب الخطي	٠٧
(٢-١)	الاستقطاب الدائري	٠٧
(٣-١)	منحنى التبدد والامتصاص	١٣
	جبهات الموجة لحزمة غوص	١٩
الفصل الثاني		
(١-٢)	تولد التوافقية الثانية	٢٣
(٢-٢)	الكمون الفعال بدلالة الإزاحة	٢٥
(٣-٢)	شرط التوافق الطوري	٣٠
الفصل الثالث		
(١-٣)	توضيح لقواعد فينمان	٤٣
(٢-٣)	مخططات فينمان لدالة الاستجابة الخطية	٤٥
(٣-٣)	مخططات فينمان لدالة الاستجابة الخطية	٤٧

المقدمة العامة

مقدمة

تأتي أهمية الضوء غير الخطي من تطبيقاته في مجالات عديدة كالاتصالات

Telecommuncation والحفظ الضوئي للمعلومات Storage Optical Information

ففي هذا العصر ، ونظرا إلى الكم الهائل من المعلومات الواجب نقلها ومعالجتها ، أضحت زيادة ساعات وسرعة منظومات الاتصال واضحة وملحة. وتتجه الأبحاث منذ عدة سنوات نحو الميزات التي يتمتع بها الضوء المترابط بعد أن جعل تقدم الليزر العديد من تطبيقاته ممكنة [١] .

يلعب الضوء دورا بالغ الأهمية في حياتنا اليومية ويرجع ذلك إلى خواصه المميزة. وهو عبارة عن موجات كهرومغناطيسية صادرة عرضية.

يعتبر الضوء غير الخطي من أهم العلوم الحياتية التي ساهمت كثيرا في تقدم البشرية في العديد من مجالات الحياة، فمن المعروف أن الضوء يعد أساس علم البصريات ،حيث ينتشر في الفراغ وفي الأوساط المادية.

بدأ مفهوم الضوء غير الخطي منذ تجربة فرانكلين الأولى ،نتيجة لهذه التجربة اقترن تطور علم الضوء غير الخطي بتطور علم الليزر إلى حد ما، لكون المواد التي يسلك فيها الضوء سلوكا لا خطيا تحتاج إلى ضوء ذي شدة عالية [٢] .

سنتطرق في هذه المذكرة لدراسة نظرية الاستجابة الخطية و غير الخطية للمادة جراء تطبيق

حقول كهربائية شديدة (ليزر)، ونستعرض العديد من العمليات الضوئية غير الخطية ، حيث في الدراسة

الخطية يكون شكل شعاع الاستقطاب على النحو التالي :

أما في الدراسة غير الخطية تكون:

في أغلب الأحيان تنعدم القابلية الكهربائية (الاستجابة) في الرتب الثانية لذا في كثير من الحالات تكون الدراسة مقتصرة على الرتب الثالثة.

لتسهيل فهم كل العمليات غير الخطية في الرتب الثالثة نستخدم بمخططات فينمان لتقريب التصور للظواهر الفيزيائية من خلال أشكال تمثيلية.

شملت دراستنا هذه ثلاث فصول ، يتطرق الأول منها النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية في الأوساط غير الخطية حيث يتطرق إلى بعض المفاهيم الكهرومغناطيسية وانتشار الضوء في الأوساط الخطية وغير الخطية ، أما الفصل الثاني فيقدم وصف لبعض العمليات البصرية غير الخطية ، جمع وفروق التردد والرتب الثانية غير الخطية ويتعرض الفصل الثالث لدوال الاستجابة ومخططات فينمان ، حيث يشرح بالتفصيل الرتبة الثالثة غير الخطية وقواعد ومخططات فينمان .

الفصل الأول

الكهرومغناطيسية الكلاسيكية في الأوساط غير
الخطية

١- تمهيد:

توصف النظرية الكهرومغناطيسية باستعمال معادلات ماكسويل وهي معادلات تفاضلية تربط بين الحقول الكهربائية والمغناطيسية ومنبع الشحنات والتيارات الكهربائية [٣].

نكتب معادلات ماكس ويل في الفراغ :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}$$

حيث:

$$\diamond \vec{B} : \text{الحث المغناطيسي.}$$

$$\diamond \vec{E} : \text{الحقل الكهربائي.}$$

$$\diamond \vec{D} : \text{الحقل المغناطيسي.}$$

$$\diamond \epsilon : \text{النفاذية الكهربائية.}$$

٢- معادلة الموجة:

هي معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية تصف بشكل عام حركة الأمواج سواء كانت أمواجاً صوتية أو ضوئية أو مائية . تدرس الفيزياء انتشار تلك الموجات . حيث ينشأ الصوت من موجات انتشار صوتية في وسط ، وينشأ الضوء من انتشار موجات كهرومغناطيسية في الفراغ أو المادة .

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}$$

حيث :

$$\vec{\nabla}$$

وبتطبيق قاعدة لابلان :

ومنه

اذن حلول المعادلة (٨.١) هي أمواج مستوية من الشكل :

حيث :

❖ ω : تواتر .

❖ $\vec{k}$: عدد موجي وطوله $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$.

❖ λ طول موجي .

❖ $\vec{e}_\sigma$: شعاع وحدة الاستقطاب.

نعوض في (٨.١) نجد $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{e}_\sigma$ وتسمى بعلاقة التبديد.

موجتي الحقل الكهربائي والمغناطيسي هي على التوالي :

نعوض عنهما في معادلات ماكسويل ونعتبر وسط خالي من الشحنات والتيارات الحرة:

٣- الاستقطاب للأوساط الكهرومغناطيسية:

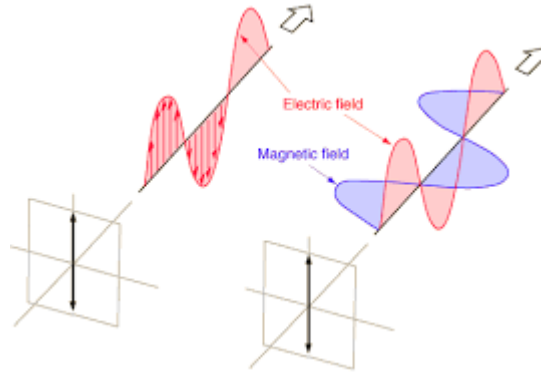
لقد أثبتت النظرية الكهرومغناطيسية أن الضوء حركة موجية مستعرضة تنتشر نتيجة تغيرات دورية لمجالين احدهما كهربائي و الثاني مغناطيسي يتذبذب كل منهما في اتجاه عمودي على الآخر وعلى اتجاه انتشار الموجة ، ويتغير كل من المتجه الكهربائي و المتجه المغناطيسي المصاحب له جيبيًا مع الزمن بطور واحد ، أي أن المتجه الكهربائي يبلغ اكبر قيمة له في نفس الوقت الذي يبلغ فيه المتجه المغناطيسي اكبر قيمة له أيضا فإذا كان اتجاه الحقل الكهربائي أو تذبذبه مقتصرًا على اتجاه واحد أو مستوي واحد . قيل عن الضوء الناشئ انه خطي الاستقطاب ، إذن الاستقطاب هو عملية يتحدد فيها الشكل الذي يتذبذب فيه المتجه .

٣-١ الاستقطاب الخطي :

لننتصور موجة كهرومغناطيسية توافقية مستوية والتي يعبر عن $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ب :

$\vec{E} :$
 $\vec{B} :$

فإذا كانت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ متجهات حقيقية ثابتة قيل عن الموجة بانها قد استقطبت خطيا. وفي البصريات اعتدنا على تمثيل اتجاه الاستقطاب باتجاه الحقل الكهربائي.



الشكل (١-١): الاستقطاب الخطي

٣-٢ الاستقطاب الدائري :

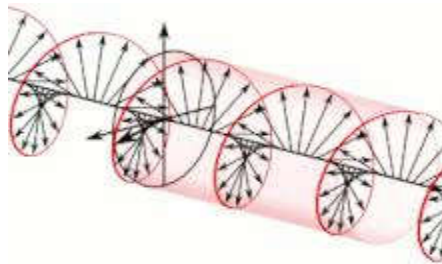
لننتصور الحالة الخاصة لموجتين مستقطبتين خطيا ومتعامدتين ولهما نفس السعة E و فرق الطور بينهما يساوي $\frac{\pi}{2}$. لتمثيل هذه الموجات سنختار محاور بحيث أن المتجهات الكهربائية للموجات تقع على

$$X \text{ و } Y \text{ على التوالي } \vec{E} = E \cos(kz - \omega t) \hat{i} , \vec{E} = E \sin(kz - \omega t) \hat{j} .$$

الحقل الكهربائي الكلي $\vec{E}$ يساوي المجموع الازاحي لها بين المركبتين .

$$\vec{E} = E$$

والمعادلة الأخيرة هي الحل لمعادلة الموجة ويمكن وصفها على أنها موجة واحدة فيها المتجه الكهربائي - عند نقطة معينة - يمتلك مقدار ثابتة ويدور بتردد زاوي مقداره α ، يقال هذا النوع من الموجات بأنها قد استقطبت دائريا .



الشكل (٢-١) : الاستقطاب الدائري

٣-٣ الاستقطاب الاهليجي :

إذ لم تكن لمركبات المجال نفس السعة حيث $E \neq \vec{E}$ فان محصلة المتجه الكهربائي عند نقطة في الفضاء تدور وتتغير بالمقدار بالطريقة التي يرسم نهاية المتجه شكلا اهليجيا ، في هذه الحالة يقال عن الموجة بأنها قد استقطبت اهليجيا [٤] .

٤- الانتشار في اوساط خطية وغير خطية :

نعلم أن معادلات ماكسويل في الفراغ هي :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\vec{\dot{B}}(\vec{r}, t)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{\dot{D}}(\vec{r}, t)$$

في وجود المادة ، نعرف شعاعي الإزاحة الكهربائية والحث المغناطيسي بإضافة لشعاع المغنطة على التوالي كما يلي:

$$\vec{P} \text{ الاستقطاب .}$$

$$\vec{M} \text{ المغنطة.}$$

- الأوساط الخطية :

هي تلك الأوساط التي يرتبط فيها الاستقطاب والمغنطة بعلاقة خطية مع الحقل الكهربائي والحث المغناطيسي على التوالي [٥] :

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon \mu} \text{ ومنه قرينة الانكسار } n = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c_0}{c}$$

4-١ التبدد والامتصاص :

نهمل الخصائص المغناطيسية للوسط وتكتب: $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$ ونكتب العلاقة الخطية

العامة بين $\vec{P}(\vec{r}, t)$ و $\vec{E}(\vec{r}', t')$ هي كالتالي :

$$\vec{P}(\vec{r}, t)$$

حيث :

❖ $\chi^{(1)}$ موتر القابلية الكهربائية الخطية.

✓ حالة خاصة تناظر مكاني – استجابة محلية :

نكتب في هذه الحالة القابلية الكهربائية كما يلي

$$\chi_{ij}^{(1)}(\vec{r}, \vec{r})$$

$$\vec{P}(\vec{r}, t)$$

$$=$$

في فضاء التواترات نكتب :

حيث:

$$\vec{P}$$

$$\chi^{(1)}$$

٤-٢ علاقات كرامر – كرونيس (kramers - kronig relations) :

العلاقة (١ – ٢٧) هي تحويل فوري لجانب واحد ولأخذ بعين الاعتبار كامل فضاء الزمن ندخل دالة Heaviside

$$\chi^{(1)}(t) =$$

نأخذ تحويل فوري ل $\chi^{(1)}(t)$:

والتحويل العكسي كما يلي :

نغير ترتيب التكاملين على المنوال التالي :

نأخذ قيمة $\frac{1}{\gamma} \chi^{(1)}(\omega)$ للطرف الثاني نتحصل على علاقة كرامر كرونش :

ومنه الجزء الحقيقي هو :

والجزء التخيلي هو

تتضح نتائج علاقات كرامر- كرونش عند حساب الطاقة الضائعة في الوسط المنبع في نظرية بوينتنغ هو $-\vec{J} \cdot \vec{E}$ لطاقة الحقل الكهرومغناطيسي يعبر عن $\vec{J}$ بالتيار المستحث بفعل الحقل الكهربائي في الوسط $\vec{J}_{ind}$:

ثم نحسب الطاقة المخزنة بالحقل الكهرومغناطيسي كالتالي :

$$E = - \int$$

في مقلوب الفضاء والزمن :

$$= - \int$$

$$= - \int d\omega$$

حيث :

٣-٤ نموذج ثنائي الاقطاب :

من معادلات نيوتن للكتل m_i التي شحنتها q_i ومواضعها $\vec{r}_i$

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i$$

نفترض أن الاستقطاب الكهربائي متجهه وفق المحور X و $q_i = \pm e$ ، وعليه تصبح معادلة الحركة لثنائي الاقطاب كالتالي (باعتبار موجة الحقل الكهربائي توافقية $E(t) = E \cdot e^{-i\omega t}$)

$$x$$

$$x(t) = x \cdot e^{-i\omega t}$$

$$x$$

ومنه نكتب عبارة ثنائي الأقطاب الكهربائي

$$P$$

$\alpha(\omega)$ شدة ثنائي الاقطاب المستحث بالحقل الكهربائي

حالة غاز لثنائيات أقطاب غير متفاعلة كثافتها n ، نكتب القابلية الخطية كالتالي :

ومنه

تحقق علاقة كرامر- كرونش

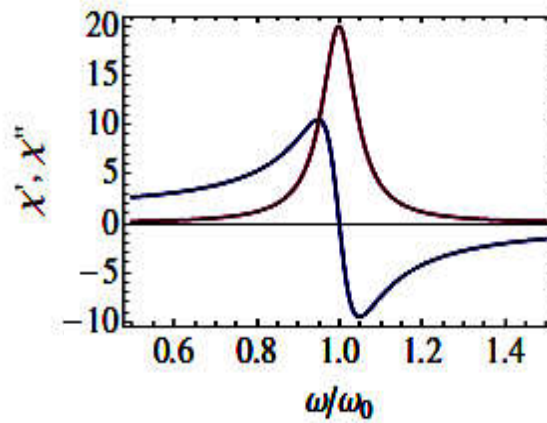
عموما :

ويسمى هذا بنموذج Drude - Lorentz وهو يصف انتشار الأمواج عند شدات منخفضة للأوساط العازلة

❖ شدة الهزاز: f_k

❖ تواترات التجاوب: ω_k

❖ معاملات التخماد: γ_k



الشكل (١-٣): منحنىي التبدد والامتصاص من أجل $\gamma = 0.05$.

الجزء الحقيقي والتخيلي للقابلية الخطية لمجموع ثنائيات أقطاب متماثلة :

$$\diamond \omega_1 > \omega \text{ \& } \omega_2 < \omega : \text{ انكسار كبير للضوء عند زيادة التواتر (التبدد العادي)}$$

$$\diamond \omega_1 < \omega < \omega_2 : \text{ تبدد غير عادي}$$

بالمقابل الجزء التخيلي له قيمة عظمى عند $\omega = \omega_0$ (التجاوب) أي أن الامتصاص متواجد خلال كل التواترات ويبلغ ذروته عند التجاوب [6] .

٤-٤ التبدد والنبضات الضوئية :

التبدد يعني أن قرينة الانكسار تتعلق بالتواتر ω وهذا من خلال القابلية الكهربائية

يؤثر التبدد على انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية خلال الأوساط العازلة [٨].

نعتبر موجة مستقطبة خطياً تنتشر وفق المحور z يصفها حقل كهربائي :

حيث $E(z, t)$ عند الموضع $z=0$ معطى بدالة غوص في الزمن .

وتحويل فوري ل $E(\omega, t)$

E

$E(\omega)$

ولها شكل غوص ممركة عند ω_0 ، ان انتشار النبضة في الوسط المبدد متحكم فيه من خلال المعامل e^{ikz} في $E(z, t)$ ومنه فعل التبدد يظهر من خلال ادخال الطور $\Phi(\omega) = k(\omega)z$ في $E(\omega, t)$:

$E(\omega)$

ننشر $k(\omega)$ بجوار ω_0 :

$$k(\omega) = k_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots$$

$$\beta_1 = \frac{dk}{d\omega}$$

$$\beta_2 = \frac{d^2k}{d\omega^2}$$

❖ ϑ_g : سرعة مجموعة❖ τ_g : زمن تأخر المجموعة

$$D_\lambda = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \text{ وسيط التبدد}$$

ومنه نكتب تحويل فوري العكسية ل $E(z, \omega)$ نجد أن :

$$E(\cdot, t)$$

$$\vartheta_p = \frac{\omega}{k} \text{ سرعة الطور}$$

$$\xi = \frac{\beta_2 z}{t^2} = - \left(\frac{D_\lambda \lambda^2}{2\pi c t^2} \right) z \quad (1 - 66)$$

وبالتالي النتيجة أعلاه توضح خمس خصائص :

1- تتحرك حاملة الموجة الضوئية بسرعة الطور .

٢- ϑ_g يتحرك الغلاف بسرعة المجموعة

٣- عرض النبضة يزداد بالمعامل $\sqrt{1 + \xi^2}$

٤- تنقص السعة وفق المعامل $\sqrt{1 + i\xi}$ وذروة الشدة تنقص بالمعامل $1 + \xi^2$

٥- تخضع النبضة لتواتر صغير والذي يعني أن تواتر الحاملة الضوئية يتغير خلال النبضة .

من المعادلة (١ - ٤٦) نحسب نحسب العرض الكلي عند منتصف الذروة (FWHM) للشدة (مربع الحقل الكهربائي):

من (١ - ٥٤) نحسب (FWHM) للشدة (مربع الحقل الكهربائي):

$$\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t} \frac{2 \ln 2}{\pi} = \frac{0.441}{\Delta t} .$$

ومنه نكتب الجداء الزمن مع عرض الحزمة الطيفي :

وهي حالة خاصة من نظرية عرض الحزمة التي تنص على :

❖ من الرتبة ١ ($k = 0.441$ البروفيل غوص)، القيمة الدنيا للجداء زمن عرض الحزمة يحدث $\xi = 0$. في هذا المثال ، ونقول أن عرض الحزمة محدود أو تحويل فوري محدود.

إذا عبرنا عن (١ - ٦٥) ب $e^{i\Psi}$ حيث Ψ طور متعلق بالزمن فإن تواتر $\frac{d\Psi}{dt}$ يسمى بتواتر الصغير $1 \gg |\xi|$

أهم حلول معادلة الموجة :

نكتب معادلة الموجة للحقل الكهربائي

و نفترض أن الحقل الكهربائي أحادي اللون أي له تعلق زمني من الشكل $e^{-i\omega t}$ أي :

ومنه

(Δ

$$k = \frac{\omega}{c}$$

وهي معادلة قيم خاصة في ميكانيك الكم : $(-\Delta)\vec{E}(\vec{r}, t) = k^2\vec{E}(\vec{r})$

أمواج كروية : في الإحداثيات الكروية نكتب عبارة اللابلاسيان :

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}$$

وعليه فالدالة $E(\vec{r}) = A \frac{e^{ikr}}{r}$ هي حل للمعادلة $(\nabla^2 - 1)$:

جبهات الموجة عبارة عن طبقات كروية تبعد فيما بينها ب $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ النقاط القريبة من المحور z وبعيدة كثيرا عن المبدأ .

ومنه

تقريب فريزل:

في هذا التقريب يكون لجبهات الموجة شكل قطع مكافئ وعليه تسمى الأمواج ب الأمواج المكافئة .

عندما يصبح البعد z كبيرا جدا تؤول الأمواج الكروية إلى أمواج مستوية .

- معادلة هلمهولتز المحورية :

الموجة المحورية جبهاتها تتغير تغيرا طفيفا وفق المحور z، وبالتالي يمكن اعتبارها موجة مستوية . عمليا نأخذ موجة مستوية Ae^{ikz} ثم نعدل سعتها A بحيث تصبح دالة للموضع $A(\vec{r})$ بحيث غلاف الموجة $A(\vec{r})$ ومشتقاتها في الاتجاه z يتغير تغيرا طفيفا خلال طول موجي $\lambda = 2\pi/k$ ومنه نكتب :

نعوض في المعادلة (٧٢-١) :

حيث :

ومنه معادلة هلمهولتز المحورية

لاحظ أن (٧٨-١) هي حل للمعادلة (٨١-١).

- حزم غاوص :

هناك نوع آخر من الحلول لمعادلة هلمهولتز المحورية (٣) نتحصل عليه بتعويض :

حيث z ثابت في الموجة المكافئ :

نكتب الدالة $\frac{1}{q(z)}$ على شقين حقيقي وعقدي :

حيث :

$$W(z) = W.$$

وبتعريف الثابتين

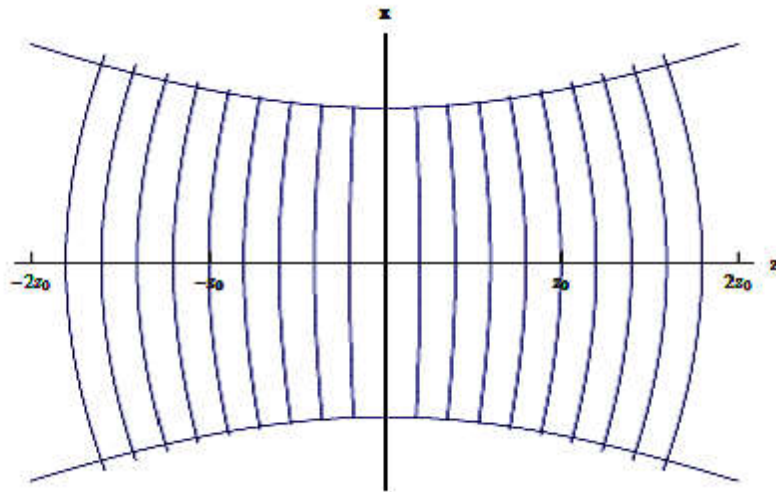
وطور قوي

ومنه

إن شدة الضوء عند أي موضع z هي دالة غوص بالنسبة للمتغير القطري ρ

لهذا سميت بحزم غوص .

- ❖ تحدد عرض الحزمة بواسطة الدالة $W(z)$.
- ❖ عند المستوى $z = 0$ تكون الحزمة أضيق ما يكون وعرضها W_0 وبالتالي بعد البؤرة هو $2W_0$.
- ❖ تتباعد حزمة غوص عند الانتشار .
- ❖ يحدد التباعد البؤري بواسطة طول رايلي z_R .
- ❖ البعد البؤري الذي تتعرض عنده الحزمة بالمقدار $\sqrt{2}$ هو ضعف طول رايلي :



الشكل (٤-١): جبهات الموجة لحزمة غوص

جبهات الموجة معرفة في معامل الطور للمعادلة (٧٨-١) . نهمل تعلق كل من $R(z)$ و $\xi(z)$ ب z ونكتب :

وهي معادلة قطع مكافئ نصف قطر انحنائه R [7-8-9].

الفصل الثاني

دوال الاستجابة الخطية والقابلية الكهربائية

١- مقدمة:

يعد علم البصريات غير خطية من اهم العلوم الحياتية التي ساهمت كثيرا في تقدم البشرية في العديد من مجالات الحياة، فمن المعروف أن الضوء يعد أساس علم البصريات، ينتشر في الفراغ وفي الاوساط المادية ناقلا الينا معلومات وحقائق مرئية عن العالم المحيط بنا .

وقد انقسم علم البصريات بعد اكتشاف الليزر الى فرعين أساسيين هما :

- ❖ علم البصريات الخطية والذي يدرس ظواهر وخصائص الضوء العادي ذو الشدة المنخفضة.
 - ❖ علم البصريات غير الخطية والذي يهتم بدراسة خصائص وظواهر الضوء ذو الشدة المرتفعة.
- ولك ان تقول أن بتعرض المادة الى ضوء ذو شدة منخفضة فان خواصها البصرية لا تتغير بتغير كمية أو شدة الضوء الساقط عليها ،وان موجات الضوء تمر من خلال هذه المادة أو تنعكس على سطحها أو تتداخل دون أن تتفاعل مع جزيئاتها.

وعلى الجانب الآخر ، فعند تعرض المادة إلى الضوء ذو شدة مرتفعة فان خواصها البصرية قد تتغير بتغير كمية أو شدة الضوء الساقطة عليها، بمعنى أن موجات الضوء قد تتفاعل مع جزيئات هذه المادة عن طريق تبادل العزوم أو الطاقة أو كلاهما معا ، مما قد ينتج عنه مجالات بصرية ذات ترددات جديدة تتوافق مع الضوء الساقط. [١٠].

٢- البصريات التقليدية:

في حالة البصريات التقليدية (أي الخطية) ، الاستقطاب المستحث يعتمد خطيا على شدة المجال الكهربائي بطريقة يمكن أن تكون في كثير من الأحيان وصفها العلاقة التالية :

$$\vec{P} = \chi$$

حيث يُعرف ثابت التناسب $\chi^{(1)}$ باسم القابلية الخطية و ϵ هي سماحية الفراغ.

في البصريات غير الخطية ، البصرية يمكن وصف الاستجابة في كثير من الأحيان عن طريق تعميم العلاقة (١-١). سنقوم بالتعبير عن الاستقطاب $\vec{P}$ كسلسلة قوة في شدة الحقل الكهربائي $\vec{E}$

$$\vec{P} = \epsilon$$

$$= \epsilon$$

تُعرف الكميات $\chi^{(2)}$ و $\chi^{(3)}$ باسم الترتيب غير الخطي من الدرجة الثانية والثالثة الحساسية البصرية ، على التوالي.

٣- معادلة موجة:

لوصف الظواهر البصرية غير الخطية هو بناءً على التعبير عن الاستقطاب $\vec{P}$ من حيث المجال الكهربائي المطبق $\vec{E}$ والقوة، كما فعلنا في المعادلة (١,٢) حيث أن الاستقطاب يلعب دورا رئيسيا في

وصف الظواهر البصرية غير الخطية على سبيل المثال ، سنرى في القسم القادم أن معادلة الموجة في الوسائط البصرية غير الخطية في كثير من الأحيان لديها الشكل التالي $\vec{E}$:

حيث n هو معامل الانكسار الخطي و c هي سرعة الضوء في الفراغ. يمكننا تفسير هذا التعبير على أنه معادلة موجة غير متجانسة و الاستقطاب $\vec{P}_{NL}$ مرتبط بمحركات الاستجابة غير الخطية للحقل الكهربائي $\vec{E}$.

٤- وصف العمليات البصرية غير الخطية:

في هذا القسم ، نقدم وصفاً نوعياً موجزاً لعدد العمليات البصرية غير الخطية. بالإضافة إلى ذلك ، بالنسبة لتلك العمليات التي يمكن أن تحدث في وسط بدون ضياع ، فإننا نشير إلى كيفية وصفها من حيث المساهمات غير الخطية في الاستقطاب التي وصفتها المعادلة (٢-١). لدينا الدافع هو توفير مؤشر على مجموعة متنوعة من الظواهر البصرية غير الخطية يمكن أن يحدث.

في هذا القسم ، نقدم أيضاً بعض الرموز واصطلاحات وبعض المفاهيم الأساسية للبصريات غير الخطية.

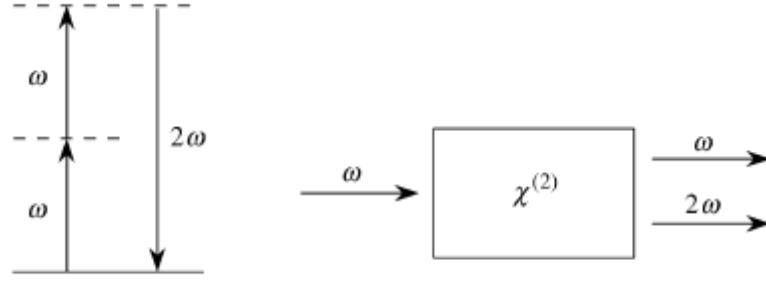
٤-١ توليد التوافقية الثانية :

تولد التوافقيات هي عمليات بصرية غير خطية يتم فيها مضاعفة تردد الضوء الساقط وقد تكون عملية التضاعف من الرتبة الثانية أو الثالثة ...إلخ.

ويقصد بالتوافقية الثانية حدوث استقطاب من الرتبة الثانية داخل المادة . ولا يمكن حدوث التوافقية الثانية إلا في المواد التي ليس لها تحول تناظري بمعنى أنها لا تحدث في الغازات أو السوائل ...

ويقصد بالانعكاس التناظري ان جميع نقاط الجسم تتحول إلى نقاط مماثلة عن طريق إسقاطها من خلال مركز مشترك يسمى بمركز التحول .

ويجب أن الخواص الفيزيائية المترتبة عن حدوث التوافقية الثانية تختلف عن تلك المترتبة على حدوث التوافقية الثالثة والتي تعني حدوث استقطاب من الرتبة الثالثة



الشكل (٢-١): تولد التوافقية الثانية

يوضح الشكل السابق تولد توافقية ثانية نتيجة سقوط حزمة ضوئية مركزة (حزمة ليزرية) شدتها مجالها الكهربائي تعطى بالعلاقة الآتية :

حيث أن الاستقطابية التوافقية الثانية تعطى بالعلاقة فإن :

$$P^{(2)}(t) =$$

$$P^{(2)}(t) =$$

ومن العلاقة الأخيرة يمكننا أن نستنتج :

- ❖ تكون الاستقطابية التوافقية الثانية من استقطاب أولي صفري التردد (الحد الأول) واستقطاب ثانوي تردده 2ω (حدود العلاقة فيمعدا الحد الاول).
 - ❖ الحد الأول لا يؤدي إلى توليد موجات كهرومغناطيسية لان مشتقه للزمن يساوي صفرا.
 - ❖ باقي الحدود تؤدي إلى تولد موجات كهرومغناطيسية لان مشتقاتها بالنسبة للزمن لا تساوي صفرا.
- ويمكن تفسير تولد التوافقيات الثانية في ضوء تصور وجود تفاعل استبدال للفوتونات بين مركبات الحقل الكهربائي المختلفة .

كما يتضح من الشكل الآتي حيث أن الخط المتصل السفلي يمثل مستوى الطاقة الأرضي الذري بينما الخطوط المنقطعة تمثل اتحاد احد المستويات الطاقة مع فوتون أو أكثر من فوتونات المجال الضوئي الساقط على المادة .

توصف الاستقطابية من الرتبة الثانية بالعلاقة الآتية :

وفي حالة وجود ترددان ω_1 و ω_2 فسوف يكون لكل تردد استقطابية خاصة به . [٩، ١٣]

٥- الأوساط غير الخطية :

نكتب مرة أخرى المعادلة الموجية في وسط عازل

باستخدام نشر تايلور

$\chi^{(2)}$ و $\chi^{(3)}$ هما القابلية الكهربائية من الرتبة الثانية والثالثة على التوالي .

وهما مؤثرتين من الصنف الثالث الرابع $\chi^{(2)}$ لها 27 مركبة و $\chi^{(3)}$ لها ٨١ مركبة (عموما مؤثرة من الصنف n عدد مركباتها 3^n).

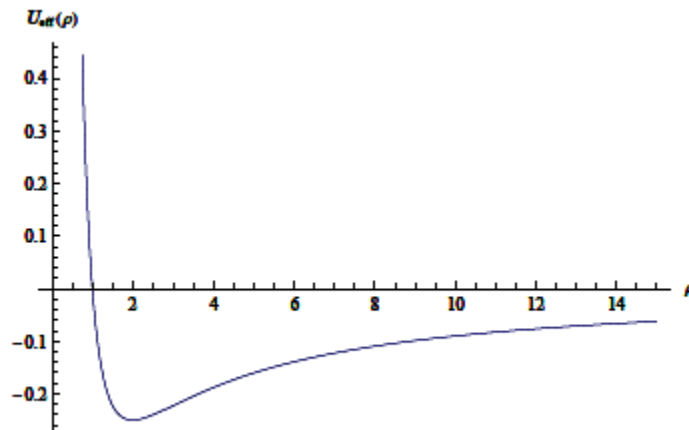
❖ إن عدد المركبات المستقلة يتعلق أساسا بنقطة التناظر للبلورات المستعملة مما يجعل أغلب عناصر المصفوفة معدوما .

❖ تظهر الأفعال غير الخطية في عبارة الاستقطاب إذا كانت شدة الحقل كبيرة وهو واضح من خلال نشر تايلور.

إن تطور الليزر من سنة ١٩٦٠ ساهمت في الحصول على الحقول شدتها عالية مما أدى إلى ظهور وتأسيس الضوء غير الخطي ، ولمعرفة حدوثي الأفعال غير الخطية نعود لنموذج ثنائي الأقطاب الكهربائي للوسط العازل حيث كتبنا معادلة الحركة لثنائي الأقطاب الكهربائي في التقريب التوافقي كالتالي :

حيث افترضنا أن قوة الربط خطية عند الإزاحة (قانون هوك) ، وعليه فالكمون المرافق ينبغي أن يكون تربيعيا (من الرتبة الثانية للموضع).

نعتبر على سبيل المثال كمون الإلكترون بجوار النواة الذي يتألف من جزئين :كمون كلوم وحاجز الطرد المركزي .



الشكل (٢-٣): الكمون الفعال بدلالة الإزاحة

من أجل الإزاحات الصغيرة عن x ، يمكن تقريب الكمون يقطع مكافئ .

ننشر الكمون وفق نشر تايلور بجوار النقطة x :

$$V(x) = V(x_0) +$$

حيث أخذنا الحد الأول غير خطي لنتحصل على معادلة تفاضلية غير خطية لحل هذه المعادلة نفرض أن :

يأخذ قيمة الحقل الكهربائي من الشكل :

$$E(t)$$

$$x$$

$$\rightarrow m$$

$$= e$$

$$\sim e^t$$

$$\sim e^{-i}$$

حل المعادلة (٢ - ٢٤)

ثم نعرض عن $x_1(t)$ في (٢ - ٢٥) نجد

$$\ddot{x}_2 + \gamma \dot{x}_2 +$$

وهو ما يتوافق مع الفرضية $x_2(t) = \alpha e^{-i\omega t}$ ، ومنه نكتب حل المعادلة السابقة كالتالي :

$$x_2(t) = -\frac{V'''_m}{\omega^2 m} \left(\frac{e^{-i\omega t}}{\omega^2} \right)$$

يظهر في عبارة الحل حد تجاوز حد في المقام عند ω^2 ، وبالتالي نرى في الحل $e^{-i\omega t}$ على الرغم أن الحقل الكهربائي المطبق من الشكل $e^{-i\omega t}$. يظهر أيضا في عبارة الحل مربع سعة الحقل الكهربائي E^2 كما هو متوقع .

نكتب شعاع استقطاب الأوساط غير خطية على النحو التالي :

❖ $\chi^{(1)}$ القابلية الخطية

❖ $\chi^{(2)}$ القابلية غير الخطية من الرتبة (٢) .

ومنه نستخلص من خلال المعادلة أعلاه أن :

$$\alpha^{(2)} = -$$

حسب ما سبق نكتب شعاع الاستقطاب غير الخطي كالتالي :

❖ $\vec{P}_L$ الاستقطاب الخطي .

❖ $\vec{P}_{NL}$ الاستقطاب غير خطي .

وبالتالي نعيد كتابة المعادلة الموجية كما يلي :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t)$$

وفي فضاء التواترات تصبح :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega) +$$

حيث أن :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega)$$

إن الاستقطاب غير الخطي هو مصدر للحقل الكهربائي . نحتاج لمعرفة مركبات التواتر للاستقطاب غير الخطي [11]

٦- الرتبة الثانية اللاخطية :

نكتب شعاع الاستقطاب غير الخطي في رتبة الثانية على الشكل التالي :

$$\vec{P}_{NL}^{(2)} = \epsilon$$

$$P_{NL,i}^{(2)}(t) = \epsilon$$

يختزل تحويل فوري أحد التكاملين :

$$P_{NL,i}^{(2)}(\omega) = \epsilon$$

نفترض أن الحقول الكهربائية هي حقول أحادية اللون بتواترات متقطعة وهذا التقريب جائز . عندما تكون الحقول ثابتة في عتبة تواترات ضعيفة .

ليكن الحقل الكهربائي التالي :

$$\vec{E}(t) =$$

في فضاء التواترات نكتب :

$$E(\omega) = E_1(\omega) + E_2(\omega) + \dots$$

وهو عبارة عن جمع لدوال دلتا .

نعوض (٢ - ٤٢) في (٢ - ٤٠) بعد الضرب بالحقل الثاني ثم نكامل على ω' نتحصل على شعاع الاستقطاب غير الخطي المعطى بالعبارة (٢ - ٤٠) .

على سبيل المثال نجد :

$$E_j(\omega') E_k(\omega - \omega')$$

(١٥ حد)

يمكن كتابة جداء دالتي دلتا في الحد الأول كالتالي :

$$\delta(\omega' - \omega)$$

بالتعويض في العبارة (٢ - ٤٠) نجد :

$$P_{NL,i}^{(2)}(\omega) =$$

يتضح أن الاستقطاب غير الخطي مركبة وحيدة عند ضعف التواترات لأحد أنماط الحقل الأحادي اللون، $\omega = 2\omega_1$.

تسمى هذه المساهمة بتضاعف التواتر أو توليد التوافقية الثانية .

❖ تحقق أيضا الحد $P_{NL,i}^{(2)}(2\omega_1)$ المعادلة الموجية ، لموجة بالتواتر $2\omega_1$.

❖ بطبيعة الحال هناك حد آخر $P_{NL,i}^{(2)}(2\omega_2)$ يوافق موجة بالتواتر $2\omega_2$.

التصحيح البصري :

هناك حد آخر نتحصل عليه من :

$$E_j(\omega')E_k(\omega)$$

حيث :

$$\delta(\omega' - \omega_1)$$

نعوض في المعادلة (٢-٤٧) للاستقطاب غير الخطي نحصل على :

$$P_{NL,i}^{(2)}(\omega)$$

واضح أن هذه المساهمة لا تتعلق بالتواتر وتسمى التصحيح البصري ، أي نتحصل على جهد مستمر لما تنتشر موجة كهرومغناطيسية شديدة خلال الوسط غير الخطي .

بالمقابل ، يمكن لجهد مستمر مطبق على بلورة غير خطية أن يؤثر على موجة تواترها ω . ليكن حقل كهربائي عبارته :

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$$

حيث شدته تتعلق بالثابت E (أي جهد مستمر) .

يسمى هذا بفعل بوكلز ، حيث قرينة انكسار الوسط تتعلق بالسعة E ، فإذا فرضنا اتجاه واحد للانكسار فإن قرينة الانكسار في عنصر بوكلز هي :

$$n = \sqrt{1 + \chi E}$$

توليد جمع و فرق التواترات :

باقي الحدود تحتوي على مساهمات للحقلين الأحادي اللون وهي من الشكل :

$$P_{NL,i}^{(2)}(\omega) =$$

و

$$P_{NL,i}^{(2)}(\omega) =$$

وتسمى هاتين العمليتين ب توليد جمع و فرق التواترات .

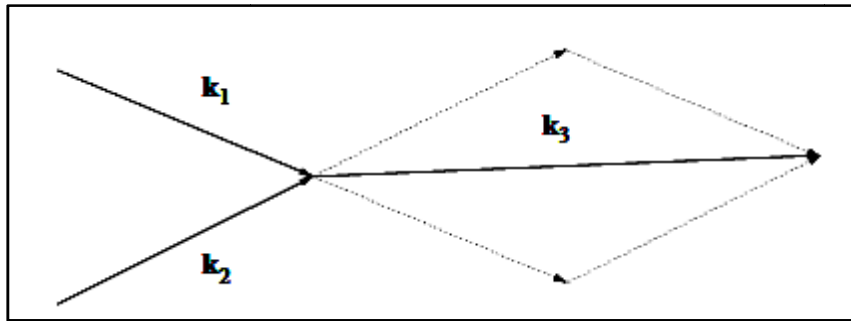
لاحظ أن تسليط موجتين أحادية اللون بتواتريين ω_1 و ω_2 على التوالي ينتجان تولد أمواج جديدة بالتواترات :

تتحول التواترات إلى أعلى أو إلى أسفل ،لندرس عن قرب عملية التحويل العلوي حيث :

تعكس حفظ الطاقة خلال العملية عند انتشار الأمواج ،إن ينبغي الأخذ في الحسبان المعاملات الفضائية .إن مزج موجتين يعطي :

يحتوي أيضا الشرط

وهو ناتج عن حفظ الدفع الخطي (انظر الشكل).



الشكل (٢-٤): شرط التوافق الطوري

هذا التوافق الطوري ، يسمح بفرز عمليات خاصة من مجمل العمليات غير الخطية المحتملة، وهو مهم للغاية عند اعتبار تبدد الوسيط .

نفترض الآن ضوء بتواترين مزدوجين في موجة بتواتر ω_3 . من خلال التوافق الطوري $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ، فهذه الموجة الجديدة ذات التواتر ω_3 يمكن استرجاعها من الموجتين ω_1 و $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ لأن هذه العملية متوافقة طورياً. أيضاً يمكن الحصول على موجة بتواتر ω_3 من خلال الفرق بين ω_1 و ω_2 .

ترتبط هذه الموجات الثلاثة فيما بينها في إطار مزج ثلاث موجات، تسمى هذه العملية بالتفاعل الوسيطي.

بعض تطبيقات العمليات الوسيطة :

✓ التحويل التواتر الضوئي :

توليد جمع وفرق التواترات ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ و $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$) وتضاعف التواتر ($\omega_3 = 2\omega$).

✓ التضخيم التواتر الوسيطي :

تسليط موجة ω_1 وأخرى ω_2 تسمى بموجة الضخ فتتضخم الموجة ω_1 (موجة الإشارة) وتولد أخرى مهمة ω_2 .

✓ تضخيم تواتر الهزاز :

هي التضخيم التواتر الوسيطي في وجود متجاوب مما يولد اشعاع متلائم.

✓ التحويل السفلي الوسيطي التلقائي :

فقط تسلط موجة ω_3 (موجة الضخ) تظهر الموجتين ω_1 و ω_2 تلقائياً أي انتشاء فوتونيين مترابطين. [١١-٧]

الفصل الثالث

تطبيق على نظام ذو مستويين ومخططات
فيمان

١- مقدمة:

إن معرفة كل المسائل غير الخطية غير ممكن لكن بوجود مخططات فينمان يسهل فهم تلك العمليات فقد أسهمت تلك الأخيرة إسهاما فعالا في تبسيط وحل المسائل المعقدة.

نستعين في هذا الفصل بمخططات فايمان لحساب القابلية غير الخطية ذو الرتبة الثالثة.

٢- الرتبة الثالثة اللاخطية :

إن العمليات اللاخطية ذات الرتبة الثانية غير ضائعة بسبب علاقات التناظر ، هذا يعني في نموذج الكمون إن الكمون الجزئي متناظر وتصحيحه الأول للكمون التوافقي يأخذ الشكل

$$V(x) = \frac{1}{x!} \dots$$

وبالتالي نعبر عن اللاخطية كما يلي :

$$P_{NL,i}^{(r)}(t) = \varepsilon. \iiint_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \chi_{ijkl}^{(r)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) E_j(t - \tau_1) E_k(t - \tau_2) E_l(t - \tau_3) \dots \quad (2 - 3)$$

في فضاء التواترات وبتطبيق تحويل فوري :

$$P_{NL,i}^{(r)}(\omega) = \varepsilon \dots$$

من قانون حفظ الطاقة :

$$\omega = \dots$$

فعل كير وتعلق قرينة الانكسار بشدة الضوء :

نريد التطرق لحالات خاصة ونبدأ باعتبار موجة أحادية اللون

$$\vec{E}(t) = \dots$$

التي تنتشر في وسط غير خطي متناظر من الرتبة الثالثة $(\chi^{(r)})$ ، نهمل كل رموز الموترات ونحصى مساهمة من بين كل الحدود المختلفة من الشكل :

$$P_{NL,i}^{(r)}(\omega) = \dots$$

والذي يهتز بنفس تواتر الموجة الأحادية اللون المطبقة ، نعوض في تحويل فوريل معادلة الموجة :

$$\Delta \tilde{E}(\omega) + \frac{\omega}{c} \dots$$

حيث ينتشر الضوء في وسط له قرينة انكسار فعالة :

$$n =$$

قرينة الانكسار تتعلق بشدة الضوء وبالتالي انتشار موجة خلال وسط يتعلق بشدتها. من أجل
اللاخطية الصغيرة نكتب :

$$n(\omega, I)$$

$$n_L$$

حيث التغير في قرينة الانكسار يعطي ب :

$$\Delta n =$$

$$I(\omega) =$$

$$I(\omega) =$$

$$n =$$

نخرج قيمة n_L من التكامل :

$$= n$$

$$= n$$

هناك فعلين آخرين ينبغي الإشارة لهما ، هما تعديل الطوري الذاتي والتركيز الذاتي. يمكن فهم هذين
التأثيرين على النحو التالي :

نعتبر حزمة غوص (عرضية) من الشكل $I(r) = I_0 e^{-r^2/r_0^2}$ وبالتالي تكون شكل قرينة الانكسار
متعامدة مع اتجاه الانتشار للموجة أيضا غاوصية في الاتجاه القطري .

$$n(r)$$

وبالتالي سوف تخضع موجة الضوء لوسط متجانس أشبه بعدسة بها قرينة انكسار متدرجة التي تؤثر على حزمة غوص .

رأينا أن تغاير الشدة بالنسبة للموضع يؤدي إلى التركيز الذاتي فإن تغاير الشدة بالنسبة للزمن ينتج تعديل الطور الذاتي .

تتغير سرعة الطور $v_p = c/n$ بتغير الشدة $I(t)$ وبالتالي ينتج لموجة منتشرة في الاتجاه Z .

وهو ما يغير في معدل النبضة غير الخطي :

وتواتر الصغير المرفق هو :

بالنسبة لنبضة لها شكل جانبي زمني غاوسي $I(r) = I_0 e^{-r^2/t^2}$ حيث تواتر الصغير يكون موجبا عند المركز ($d\omega/dt > 0$) وسالبا عند الحافة ($d\omega/dt < 0$) .

يجب الآن دمج هذين الفعلين مع خصائص الانتشار في وسط خطي مبدد . رأينا فيما سبق أن تعلق التواتر بزمان تأخر المجموعة يؤدي للصغير لو نقوم بدمج الصغير الموجب الناتج عن تعديل الطور الذاتي لفعل كبير مع التبدد الخطي السالب نتحصل على تعويض الصغيرين لبعضهما البعض وبالتالي يستقر شكل النبضة ، أي توليد سوليتون ضوئي زمني .

مزج أربع موجات :

عموما في وسط غير خطي من الرتبة الثالثة مع ثلاث موجات أحادية اللون واردة نتحصل على الاستقطاب غير الخطي :

حيث :

وهو ما يسمى بجمع أربع موجات .

٣- دوال الاستجابة الكمية غير الخطية :

١-٣ مؤثر التطور :

نكتب معادلة شرودنغر المتعلقة بالزمن من أجل هاملتون غير متعلق بالزمن كالتالي :

وعليه نجد أن :

حيث:

نفترض أن $H = H_0 + V$ وندخل عبارة شعاع الحالة في تمثيل التفاعل :

ثم نبحث عن معادلة الحركة لشعاع حالة في تمثيل التفاعل :

حسب المعادلة (3-23) نكتب :

حيث أن

لان $[H., U^+] = 0$ فان :

$V^I(t)$ هو تمثيل التفاعل للجزء المضطرب من الهاملتون .

ندخل المؤثر S لنعبر عن الحل الشكلي :

ومنه حسب ما سبق :

$$U(t, t_0) = U_0(t, t_0)S(t, t_0) \quad (3-36)$$

يمكن تحديد $S(t, t_0)$ من خلال الحل التكراري لمعادلة الحركة لـ $|\Psi^I(t)\rangle$:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi^I(t)\rangle = H^I(t) |\Psi^I(t)\rangle$$

$$|\Psi^I(t)\rangle = S(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle$$

$$S(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle = |\Psi^I(t)\rangle$$

بالتالي :

$$S(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t d\tau V^I(\tau) S(\tau, t_0) \quad (3-40)$$

من جهة نكتب الحل الشكلي لمعادلة شرودنغر

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0)$$

اذن

$$U(t, t_0)$$

والتي يمكن استخلاصها من (3-40) فقط بالضرب يسارا ب $U(t, t_0)$ بعد تعويض $V^{(I)}(\tau) = U(t, t_0) U^+(\tau, t_0) V U(\tau, t_0)$ مع مراعاة أن :

$$U(t, t_0) U(t_0, \tau) = U(t, \tau)$$

يعطى نشر الاضطراب بالنسبة ل $V^{(I)}$:

$$S^{(0)}(t, t_0)$$

$$S^{(1)}(t, t_0)$$

$$=$$

$$S^{(2)}(t, t_0)$$

$$=$$

لكتابة هذه العبارات في صيغة موحدة نجري التكاملات حتى اللحظة t لنجد حتى الرتبة n معامل $1/n!$.

من جهة أخرى، نعلم أن المؤثرات لا تتبادل عند أزمنة مختلفة لذا ينبغي تسليط الضوء على ترتيب الأزمنة من خلال إدخال مؤثر ترتيب الزمن T حيث :

$$T[H(t')]$$

وبالتالي المؤثر S يصبح كالتالي :

$$S(t,$$

$$=$$

٤- دوال الاستجابة الخطية وغير الخطية في مجال الزمن :

لتكن عينة من مادة متجانسة حيث $\vec{\mu}$ مؤثر ثنائي الأقطاب الممثل لجزيء عند الموضع $\vec{r}$ ومنه :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) =$$

$$\vec{P}(\vec{r}, t) =$$

ننظر إلى نضر شعاع الاستقطاب على رتب الحقل الخارجي:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}$$

والذي يوافق نشر مؤثر الكثافة [١٢-١٣-١٤]:

$$\rho(t) = \rho^{(}$$

ينبغي إجراء فصل الهاملتون إلى حد المادة ذو الرتبة صفر و حد تفاعل المادة و الإشعاع:

$$H = H_m$$

$$H_{int}(t) =$$

لذا يمكن تقسيم مؤثر التطور إلى حد الجزيئي ذو الرتبة صفر و المؤثر S:

$$U.(t, t.) =$$

$$S(t, t.) =$$

حيث

$$H_{int}^{(I)}(t$$

$$=$$

نفترض أن

$$\rho(t.)$$

ومنه

$$\rho(t) =$$

عند إدخال المؤثر S يصبح متوسط ثنائي الأقطاب كالتالي :

$$\vec{d}(\vec{r}, t) =$$

$$= tr\{$$

$$= tr\{$$

$$= tr\{$$

$$= tr\{$$

ننشر المؤثر S حتى الرتبة الأولى :

$$\vec{d}(\vec{r}, t) \approx t$$

حيث

$$S^{(1)}(t, t_0)$$

إذا كان هناك كثافة ماكروسكوبية لثنائيات الأقطاب ، فإن الحد ذو الرتبة صفر لا يساهم . وعليه نجد الرتبة الأولى كما يلي

$$\vec{d}^{(1)}(\vec{r}, t) =$$

$$= \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t d\tau$$

$$= \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t$$

—

=

—

$$= \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t d\tau \vec{E}(\vec{r}, \tau)$$

$$= \frac{i}{\hbar}$$

ندخل الآن $t_1 = t - \tau$ ونفترض أن $t_0 \rightarrow -\infty$ نجد أن :

$$\vec{d}^{(1)}(\vec{r}, t) =$$

ندخل الآن دالة الاستجابة الخطية :

$$R^{(1)}(t) =$$

$\theta(t)$ هي دالة *Heaviside* وبالتالي يصبح الاستقطاب الخطي

$$\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) =$$

حيث $R^{(1)}(t)$ هي موتر من الرتبة ٢.

عند إهمال الخصائص الشعاعية للموتر نكتب الاستجابة كالتالي :

$$R^{(1)}(t) =$$

حيث

$$J(t) = tr$$

نمر للرتبة الثالثة للاستجابة ونكتب :

$$\vec{d}(\vec{r}, t) = tr \{$$

$$+$$

$$S^{(r)}(t, t_0) = \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^r \int_{t_0}^t$$

على حسب نفس المنوال نجد أن :

$$\vec{P}^{(r)}(\vec{r}, t) = \int \dots$$

وبالتالي نحصى دالة الاستجابة غير الخطية [٤ ١]

$$R^{(r)}(t_r, t_r, t_1) = n_{mol} \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^r \theta(t_r) \theta(t_r) \theta(t_1) \sum_{i=1}^{\infty} R_i(t_r, t_r, t_1) \quad (٨٧ - ٣)$$

حيث

$$R_1(t_r, t_r, t_1) =$$

$$R_2(t_r, t_r, t_1) =$$

$$R_3(t_r, t_r, t_1) =$$

$$R_4(t_r, t_r, t_1) =$$

حيث أن:

٥- مخططات فينمان :

تساعد مخططات فاينمان من خلال أدوات صورية تهدف إلى فهم ووصف اضطراب العمليات على النظام. نعتبر نظام كمي حالاته تحقق معادلة القيم الخاصة:

مع الشرط الابتدائي

وموترة ثنائي الأقطاب

الحقل الخارجي

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_j [E_j$$

نذكر بأن

$$\rho(t) = U$$

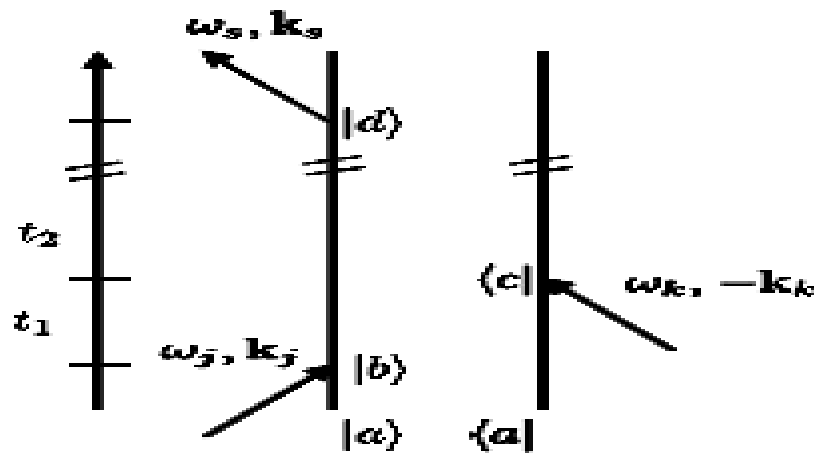
٦- قواعد مخططات فينمان :

✓ يمثل مؤثر الكثافة بخطيين عموديين متوازيين بحيث يكون الكيت يسارا والبرا يمينا .

- ✓ يزداد الزمن من الأسفل إلى الأعلى .
- ✓ يميز كل تفاعل بسهم يميز بتواتر الحقل المرافق ω_j ($\omega_j < 0$).
- ✓ كل سهم متجه نحو اليمين يميز ب ω_j ويوافق مساهمة الحقل $E_j(t) \exp(-i\omega_j t + i\vec{k}_j \cdot \vec{r})$ والاستقطاب وقل سهم متجه نحو اليسار يعطي $E_j^*(t) \exp(i\omega_j t - i\vec{k}_j \cdot \vec{r})$.
- ✓ تواتر حقل الإشارة يعطى ب $\omega_s = \omega_1 + \dots$.
- ✓ لاحظ أن عدد نقط التفاعل هو $n + 1$ حيث n هو رتبة العملية.
- ✓ نظرا للتغاير ترتيب المؤثرات في الأثر فإن الفعل الأخير لمؤثر الكثافة قد يكون من اليمين أو اليسار لذا عادة ما نختار اتجاه اليسار .
- ✓ السهم الداخل والخارج يرمز إلى امتصاص و إصدار فوتون (باعتبار أن الحق مكتمل) .
- ✓ لكل مخطط إشارة $(-1)^n$ حيث n عدد التفاعلات من اليمين

سهم داخل = إفناء فوتون

سهم خارج = خلق فوتون



الشكل (٣-١): توضيح لقواعد فينمان

نعتبر الاستقطاب الخطي

$$\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t)$$

حيث $R^{(1)}(t_1)$ الاستجابة الخطية .

$$\begin{aligned} R^{(1)}(t_1) &= \frac{i}{\hbar} \\ J(t_1) &= \\ &= \sum_{bcd} \langle d | \\ &\langle a | U^+(t_1) | d \rangle \\ &\langle b | U_-(t_1) | c \rangle \\ J(t_1) &= \sum_{b,c} \\ &= \sum_{b,c} \\ &= \sum_{b,c} \end{aligned}$$

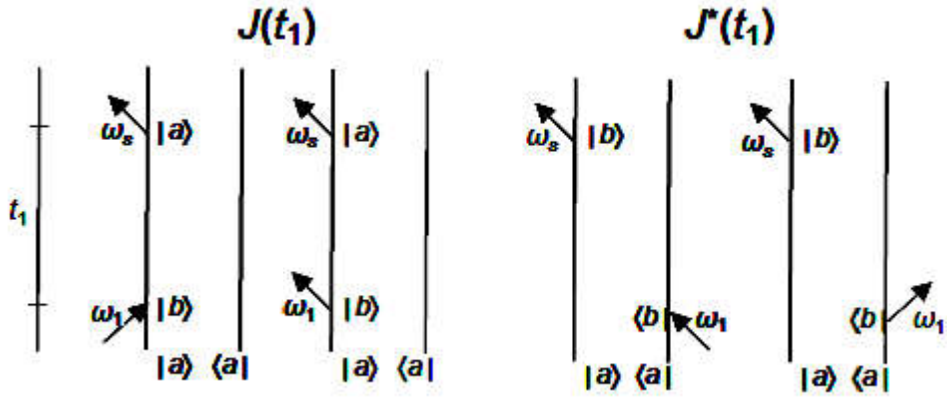
ومنه نعيد كتابة الاستجابة الخطية كالتالي :

$$R^{(1)}(t_1) =$$

ثم نعود للاستقطاب ونكتب :

$$P^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{i}{\hbar}$$

تقريب الموجة الدوارة (RWA): $\omega_1 \approx \omega_{ba}$ أي نهمل الحدود التي تهتز بسرعة .



الشكل (٣-٢) : مخططات فينمان لدالة الاستجابة الخطية .

❖ نطبق الآن قواعد فينمان على الرتبة الثالثة لدوال الاستجابة و الاستقطاب .

$$P^{(r)}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt$$

$$R^{(r)}(t_r, t_v, t_1)$$

لنركز على الحد R_1 ونكتب مؤثرات التطور .

$$R_1(t_r, t_v, t_1) :$$

$$= \text{tr}\{U^+(t_v)\mu U(t_r)\}$$

$$= \text{tr}\{U(t_r)\mu U^+(t_v)\}$$

$$= \text{tr}\{U(t_r)\mu U^+(t_v)\}$$

$$= \sum_{bcdefgh} \langle d|\mu|b\rangle$$

$$= \sum_{abcdefg}$$

$$= \sum_{bdf} \mu_{ab} \epsilon_{bdf}$$

$$= \sum_{bdf} \mu_{af} \mu_{fd}$$

$$= \sum_{bdf} \mu_{af} \mu_{fd}$$

$$R_1(t_r, t_r, t_r)$$

بنفس الطريقة نجد أن :

$$R_2(t_r, t_r, t_r)$$

$$R_3(t_r, t_r, t_r)$$

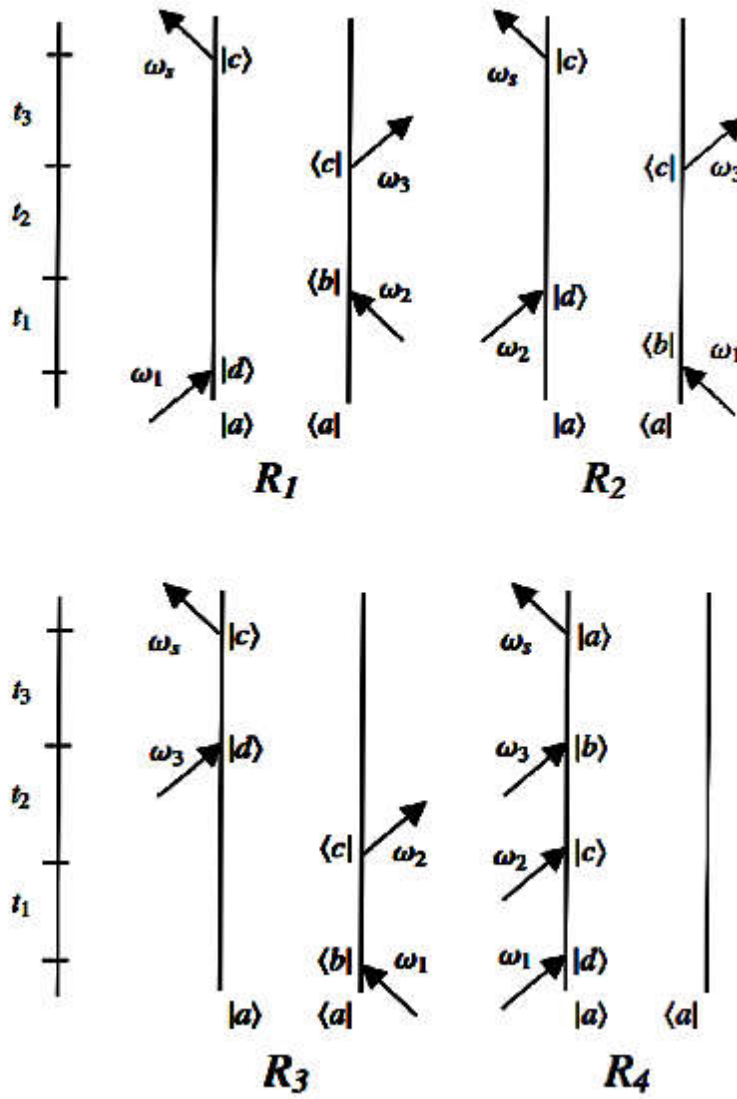
$$R_4(t_r, t_r, t_r)$$

باستعمال مخططات فينمان :

عموما يسمح توافق الطور باختيار بعض المخططات .

في تقريب الموجة الدوارة (RWA) فقط مجموعة من الإشارات تصلح لكل R_i .

مثلا :



الشكل (٣-٣) : مخططات فينمان لدالة الاستجابة غير الخطية من الرتبة الثالثة .

الخاتمة

خاتمة

لقد سعينا في عملنا هذا إلى دراسة الظواهر غير الخطية في الأوساط العازلة . من أجل ذلك قمنا أولاً بعرض أهم المفاهيم الكهرومغناطيسية المتعلقة بمختلف الظواهر الخطية كعلاقة كرامر كرونش وأهم حلول معادلة الموجة للحقل الكهرومغناطيسي ،حيث اتضح لنا أن دالة الاستجابة الخطية هي دالة عقدية وهذا راجع لمبدأ السببية ليتبين لنا أن الجزء الحقيقي والجزء التخيلي مرتبطين من خلال علاقتي كرامر كرونش.

لقد عرضنا أيضاً في هذه المذكرة أهم حلول معادلة الموجة للحقل الكهرومغناطيسي والتقريبات التي تربط حلولها ببعضها البعض (المستوية ، الكروية ،المكافئة والمحورية). تطرقنا أيضاً لحلول معادلة هلمهولتز المحورية وأهم حلولها وهو حزم غاوص الذي يصف الليزر.

ثم قمنا بطرح بعض العمليات الخاصة بالرتب الثانية والثالثة غير الخطية . بعد ذلك تطرقنا بالتفصيل إلى الرتبة الثالثة غير الخطية باعتبار أن الرتبة الثانية منعدمة بسبب التناظر في المادة ،حيث قمنا بطرح دوال الاستجابة الكمية غير الخطية ، وقد تبين أن معرفة كل العمليات غير الخطية غير ممكن ويصعب فهمها بسبب تعقد عباراتها الرياضية ، لكن باستعمال مخططات فينمان حيث تساعد هذه الأخيرة من خلال تمثيلات تخطيطية تساعد على فهم مختلف التفاعلات التي تحدث داخل النظام .

عند دراسة الرتب الأعلى مثلاً الرتب الخامسة والسادسة الموجودة في البلازما المحثة بليزر عالي الشدة تكون عملية الحساب التحليلي مستحيلة ولكن باستعمال مخططات فينمان يمكن التنبؤ بكل العمليات غير الخطية الحاصلة بسهولة ومن ثم مقارنتها بالتجربة.

لعبت مخططات فينمان دوراً مهماً في الفيزياء الحديثة(فيزياء الطاقات العليا) فقد مكنتنا من تبسيط وفهم الدراسة ذات الرتب العالية وذلك بواسطة أشكال أنيقة تسهل فهم ما يحدث من تفاعلات مختلفة ومعقدة .

المراجع

-
- [١] B.E.A.Saleh M C Teich, Fundamentals of Photonics, Wiley-VCH, Weinheim, (1991).
- [٢] DANIEL FLEISCH, A Student's Guide to Maxwell's Equations, CAMBRIDGE UNIVERSITY, (2008).
- [٣] J.D.Jackson, Classical Electrodynamics ,3rd Edition, John Wiley & Sons (1998).
- [٤] L.D.Landau, and E.M.Lifchitz Classical Theory of Fields , Butterworth Heinemann, Oxford (1996).
- [٥] R.W.Boyd , Nonlinear Optics, Boston, Academic Press, (19912).
- [٦] H.haken and H.C.Wolf, The Physics of atoms and quanta, Springer, (2000).
- [٧] D.Meschede, Optics, light, and lasers, Weinheim, Wiley-VCH, 2004.
- [8] N.Geoffrey, Introductin to nolinear optics ,Cambridge University Press (2011).
- [٩] P.E.Powers, Fundamentals of Nonlinear Optics, CRC Press, Boca Raton, 2011.
- [١٠] P.N.Butcher, D.Cotter, The Elements of Nonlinear Optics, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [١١] W. Demtroder, Laser Spectroscopy: Basic Concepts and Instrumentation, Springer, 1996.
- [١٢] J.Diels, W.Rudolph, Ultrashort Laser Pulse Phenomena , Academic Press, San Diego, 1996.
- [١٣] C.Rulliére, Femtosecond Lasre pulses: principles and experiments, Springer, 2005.
- [١٤] S.Mukamel, Principles of Nonlinear Optical Spectroscopy, Oxford University Press, New York, 1995.

ملخص

الغرض من هذا العمل هو فهم مختلف العمليات الضوئية غير الخطية باستخدام مخططات فينمان.

في هذه الدراسة ، قمنا بتسليط الضوء على العمليات غير الخطية ذات الرتبة الثالثة وطرح بعض المفاهيم الكهرومغناطيسية وكذلك وصف العمليات غير الخطية وهذا من أجل تبسيط وفهم هذه العمليات وذلك باستعمال مخططات فينمان والشائعة توظيفها في مختلف فروع الفيزياء الحديثة . أخيرًا ، تم حساب القابلية الكهربائية والاستقطاب للرتبة الثالثة باستخدام قواعد فينمان.

Résumé

Le but de ce travail est de comprendre les différents processus optiques du troisième ordre en utilisant les diagrammes de Feynman.

Dans cette étude, nous avons mis en évidence les processus non linéaires de troisième ordre et introduit quelques concepts électromagnétiques ainsi que la description des processus non linéaires afin de simplifier et de comprendre ces processus à l'aide des diagrammes de Feynman qui sont couramment utilisés dans diverses branches de la physique moderne.

Enfin, les fonctions de réponse et de polarisation de troisième ordre ont été calculées à l'aide des règles de Feynman.