



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي



كلية العلوم الدقيقة

قسم: الفيزياء

مذكرة تخرج مقدمة لنيل شهادة

ماستر أكاديمي

مجال: علوم المادة

تخصص: فيزياء تطبيقية إشعاع و طاقة

من إعداد: الأسود صفاء

الموضوع

رقم الترتيب:

رقم التسلسل:

الميوعة الفائقة في الغازات الذرية فائقة البرودة

نوقشت يوم 2019/10/03

أمام لجنة المناقشة المكونة من الأساتذة

رئيسا

أستاذ مساعد قسم أ

بن علي عبد الحي

مناقشا

أستاذ محاضر قسم ب

بديدة نصيرة

مؤطر

أستاذ مساعد قسم أ

زوارى أحمد فاطمة

الموسم الجامعي 2020/2019.

الإهداء

أهدي ثمرة جهدي و خلاصة عملي :

الى الينبوع الذي لا يمل العطاء...الى أغلى ما في الوجود " أمي " الحبيبة والغالية
أطال الله في عمرها

الى من سعى و شقا لأنعم بالراحة و الهناء الى من علمني ان ارتقي سلم الحياة بحكمة
و صبر...الى نور دربي " أبي " العزيز حفظه الله و أطال في عمره

الى " زوجي " الذي أزرني وكان سندا لي حفظه الله و أطال في عمره

الى القلوب الطاهرة ,الى رياحين حياتي في الشدة و الرخاء عمتي إختوتي و أخواتي

الى كل الأقارب و أصحاب الفضل و خاصة نادية و إبراهيم و عبد الوهاب

الى من تذوقت معها أجمل اللحظات الى رفيقة دربي

" شروق "

الى كل أساتذتي الكرام , و خاصة أساتذتي المشرفة التي منحتنا من وقتها و لم تبخل
عليا بكل ما تستطيع

" زواري أحد فاطمة "

الى كل صديقاتي اللاتي فارقنا العين ولم يفارقنا الوجدان

الى كل من نسيهم قلبي ولم ينسهم قلبي و من خط اسمه على خاطرتي اهدي لكم هذا
العمل

تشكرات و عرفان

الحمد لله الواحد القهار، العزيز الغفار، الذي لا تخفى عليه الأسرار، ولا تدركه الأبصار، اللهم اجعل أول أعمالنا فلاحا و آخرها نجاحا وأخرجنا من ظلمات الوهم، و أكرمنا بنور العلم و الصلاة والسلام على خير الأولين و الآخرين نبينا الكريم محمد و على اله و صحبه أجمعين
أما بعد ...

عملا بقوله صلى الله عليه وسلم من لا يشكر الناس لا يشكر الله يسرنا أن نضع اللمسات الأخيرة على بحثنا هذا وأن ندون شكرنا لأهل الفضل الذين قدموا لنا يد المساعدة لانجاز هذا العمل المتواضع الى الوالدين الكريمين و نخص بالذكر الأستاذة المحترمة زواري أحمد فاطمة لاقتراحها موضوع البحث و لما قدمته من نصح و إرشاد و توجيه نسأل الله لها دوام الصحة و العافية و أن يحفظها خدمة للعلم و جزاها الله عنا كل خير

كما نتوجه بخالص الشكر و الامتنان الى أساتذتنا الكرام أعضاء لجنة المناقشة الأستاذة بديدة نصيرة مناقشا و الأستاذ بن علي عبد الحي رئيسا و الأستاذة زواري أحمد فاطمة موطرا على قبولهم مناقشة المذكرة و إفادتنا بنصحتهم و إثرائنا بتوجيهاتهم القيمة

كما لا ننسى شكر كل من قدم لنا يد العون و المساعدة و كل من دعمنا ودعا لنا

فهرس المحتويات

I	الإهداء.....
II	شكر و عرفان
III	فهرس المحتويات.....
VI	فهرس الأشكال.....
VIII	قائمة الرموز.....
X	قائمة المصطلحات
XIII	قائمة الاختصارات.....
02	المقدمة العامة.....
الفصل الأول: تبريد الذرات بالليزر	
05	1-1 المقدمة.....
05	1-2 آلية التبريد بالليزر.....
06	1-2-1 تبريد دوبلر.....
07	2-2-1 تبريد سيزيف.....
08	3-2-1 التبريد التبخيري.....
09	3-1 حصر الذرات.....
10	1-3-1 الحصر المغناطيسي.....
11	2-3-1 المصادد الضوئية المغناطيسية.....

124-1 الشبكات الضوئية

الفصل الثاني: تكاثف بوز- أينشتاين في نظام منخفض البعد

151-2 المقدمة

152-2 الإحصاء الكم

151-2-2 الفرميونات

152-2-2 البوزونات

163-2 نظرية أينشتاين

174-2 صيغة أسترلنج

182-5 إحصاء بوز- أينشتاين

236-2 تكاثف بوز- أينشتاين

231-6-2 تكاثف بوز- أينشتاين في نظام ثلاثي البعد

272-6-2 تكاثف بوز- أينشتاين في نظام ثنائي البعد

283-6-2 تكاثف بوز- أينشتاين في نظام أحادي البعد

294-6-2 تكاثف بوز- أينشتاين بالنسبة للبوزونات عديمة الكتلة في الأنظمة منخفضة البعد

الفصل الثالث: تكاثف بوز- أينشتاين و الميوعة الفائقة

331-3 المقدمة

332-3 المائعية الفائقة

341-2-3 معيار لانداو (Landau)

34 1-1-2-3 حالة مائع ثابت في وجود مصيدة متحركة
36 2-1-2-3 حالة مائع يتحرك داخل أنبوب ثابت بسرعة v
37 2-2-3 معيار لاندائو في المصيدة الدورانية
38 3-3 الدوامات الكمية في السوائل الفائقة

فهرس الأشكال

الصفحة	عنوان الشكل	ترتيب الشكل
الفصل الأول		
05	عملية التبريد بالليزر	(1-1)
07	تبريد دوبلر	(2-1)
08	المبدأ الأساسي لتبريد سيزيف	(3-1)
09	رسم توضيحي للتبريد التبخيري	(4-1)
10	يوضح رسم تخطيطي مصيدة أيوف	(5-1)
11	شكل الفخ المغناطيسي الضوئي (MOT) في ثلاثة أبعاد	(6-1)
12	يوضح لشبكة ضوئية	(7-1)
13	الغازات الذرية في شبكة ضوئية ثنائية البعد 2D	(8-1)
الفصل الثاني		
18	يوضح 9جسيمات بوزونية موزعة على 8 مستويات الطاقة ϵ_j	(1-2)
21	مقارنة توزيعات بولتزمان و فيرمي ديراك و بوز أينشتين التوزيعات الثلاثة متساوية في حالات الطاقة العالية و لكنها مختلفة تماما عن حالات الطاقة المنخفضة	(2-2)
23	تكاثف بوز- أينشتاين	(3-2)
27	تغيرات $(\frac{N_{ex}}{N})$ و $(\frac{N_0}{N})$ مع درجة الحرارة المطلقة	(4-2)
الفصل الثالث		
34	رسم توضيحي لمصيدة متحركة بها مائع ثابت	(1-3)
36	رسم توضيحي لمصيدة ثابتة بها سائل متحرك بسرعة v	(2-3)

- 38 رسم توضيحي لسائل في حركة دورية بسرعة زاوية (3-3)
- 39 شكل الدوامات الكمية (4-3)
- 40 رسم بياني يوضح (a) طيف الإثارة لغاز بوز التفاعلي الضعيف, الذي
تساوي فيه السرعة الحرجة سرعة الصوت $v_c = c$. (b) طيف الإثارة
لسائل بوز المتفاعل بشدة, و الذي تكون فيه السرعة الحرجة أصغر من
سرعة الصوت $v_c < c$ (5-3)

قائمة الرموز

عدد مستويات الطاقة	g_i
عدد جسيمات البوزون لكل مستوى i	n_i
طاقة المستوى	ε_i
معامل بولتزمان $\beta = 1/K_B T$	β
الدفع الخطي	P
ثابت بلانك $[1.054 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 6.582 \times 10^{-16} \text{ ev.s}]$	\hbar
كتلة الجسيم	m
نصف قطر الحاوية	R
ثابت بولتزمان $[1.380 \times 10^{-23} \text{ J/k} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ ev/k}]$	K_B
عدد الجسيمات في المستوى الأساسي	N_0
عدد الجسيمات في النظام	N
درجة الحرارة	T
الكمون الكيميائي	μ
الدالة الموجية	$\Psi(x)$
التوزيع الأكثر احتمال	n_i^*
طاقة الحالة الأساسية	E_0
الانتروبي	S
الطاقة الحرة	F
الهاملتون	H
سرعة الضوء	C
الكتلة الكلية للمائع	M
سمك الحاوية	D
طاقة البوزونات عديمة الكتلة	ϵ
طاقة الإثارة الأولية	$\varepsilon(p)$
عدد المواقع الشبكية	L
هي متجه المسافات بالنسبة للدوران	R
مؤثر الكثافة	ρ
طور الحركة	φ
درجة الحرارة الحرجة	T_c
السرعة الزاوية الحرجة	Ω_c
سرعة الذرة	V
الدور	Λ
التردد الزاوي	ω_E
دالة التوزيع	Z
الحرارة النوعية	C_V
حالة مجهرية	ω_i
الطول الموجي	λ

	كثافة البوزونات	$D(\varepsilon)$
$\zeta(\frac{3}{2}) \approx 2.6124$	زيتا هي وظيفة ريمان	ζ
	الحقل المغناطيسي	\vec{B}
	العزم المغناطيسي	$\vec{\mu}$
	الطاقة الكامنة	U

قائمة المصطلحات العلمية

Quantum gases	الغازات الكمية
Momentum distribution	توزيع الدفع
Ultracold	فائق البرودة
Optical Lattices	الشبكات الضوئية
Absolute temperature	درجة الحرارة المطلقة
Superlattice	الشبكة الفائقة
Potential	الكمون
Cold Atomes	الذرات الباردة
Laser Cooling	التبريد بالليزر
One-Particle Density Matrix	مصفوفة كثافة جسيم واحد
Gas Bose	غاز بوز
Ground state	الحالة الأساسية
Potential Chemical	الكمون الكيميائي
Partition function	دالة التوزيع
Doppler Cooling	تبريد دوبلر
Sisyphus Cooling	تبريد سيزيف
Evaporative cooling	التبريد التبخيري
Trapatom	حصر ذرة
Pauli exclusion principle	مبدأ الاستبعاد لباولي
Bose Einstein Condensate	تكاثف بوز- أينشتاين
Superfluidity	الميوعة الفائقة

Critical speed	السرعة الحرجة
Poisson distribution	توزيع بواسون
Statistical Mechanics	الميكانيكا الإحصائية
Lagrange transactions	معاملات لاغرانج
Hydrodynamics	الديناميات المائية
Microscopic case	حالة مجهرية
Fermions	فرميونات
Bosons	بوزونات
Spin	السبين
Solid object	جسم صلب
Specific heat	الحرارة النوعية
Angular frequency	تردد زاوي
Integration	التكامل
The most likely distribution	التوزيع الأكثر احتمال
Energy	الطاقة
Landau criterion	معيان لاندائو
Friction	الاحتكاك
Thermal equilibrium	التوازن الحراري
The speed of sound	سرعة الصوت
Spectrum of excitement	طيف الإثارة
Galilee transformation	التحول الجليلي
Quantum vortices	الدوامات الكمية
Macroscopic system	نظام ماكروسكوبي

Thermodynamics

الترموديناميك

Quantum Mechanics

ميكانيك الكم

Intensité des envois

كثافة الشحنات

قائمة الاختصارات

BEC	Bose Einstein Condensate
SF	Superfluid
MOT	Magneto-Optical Trap
OPDM	One-Particle Density Matrix
OL	Optical Lattice
BG	Bose Gas
LC	Laser Cooling
BL	Bogoliubov

المقدمة العامة

تعتبر الذرات أو الجزيئات الباردة رغم صعوباتها التجريبية أحد أبرز مجالات البحث الحالية على الإطلاق، نظرا لأهميتها في رفع دقة البحوث العلمية والتقنية الجديدة فيما يسمى بالنانوتكنولوجيا، وذلك من خلال الوصول لطور تكاثف بوز- أينشتاين المتوقع من قبل أينشتاين سنة 1924م، والذي يمثل طورا غامضا للمادة أين تميل كل جسيمات النظام للتواجد بالمستوي الكمومي الأساسي ثم ظهور ما يعرف بطور الميوعة الفائقة [2,1]. ومع ذلك، كانت الفيزياء الذرية، الجزيئية والضوئية قادرة على التغلب على كل العقبات التكنولوجية والنظرية التي كانت تواجه هذا التطلع [1]. حيث كانت الخطوة الأهم للتعامل مع الذرات هي تبريدها الى درجات حرارة قريبة من الصفر المطلق ($0^{\circ}K$) وذلك باستخدام تقنية التبريد بالليزر، والتي اقترحت من طرف العالم ألفرد كاستلر سنة 1950م [3,1]. تقوم هذه التقنية على مبدأ امتصاص الذرة لإشعاع الليزر وعندها تصبح في حالة مثارة، ولكي تعود الى حالتها الأساسية تصدر الذرة فوتون له طاقة أكبر قليلا من طاقة الفوتون الممتص، وبما أن الطاقة الكلية محفوظة فالفرق في طاقة الفوتون يكبح الذرات فتتباطأ [5,4]. وبذلك أصبح ضوء الليزر أداة متعددة الاستعمالات لمراقبة ومعالجة الذرات بشكل مفرد، حيث يمكن لضوء الليزر أن يبرد الذرات أو حتى يحاصرها [6,1].

أولاً، تم تحقيق محاصرة أيونات مفردة، كخطوة ثانية تمكن الباحثون في مجال التبريد بالليزر من تبريد الذرات المحايدة لدرجات حرارة منخفضة جدا. في أبسط أشكال التبريد بالليزر نجد تبريد دوبلر، حيث تفضل الذرات امتصاص الفوتونات المنزاحة نحو الأحمر من ترددها الذري، والمنتشرة في الفضاء عكس اتجاهها ثم إعادة إصدارها بإجراء الانبعاث التلقائي للفوتونات في اتجاهات عشوائية مما يؤدي الى كبح الذرة، وبالتالي تبريدها لكن هذا القدر لم يكن كافيا للحصول على تكاثف بوز أينشتاين. وخلال محاولات تخفيض درجة حرارة الذرات، ابتكر الباحثون طرق جديدة مطورة لمواصلة التبريد الى حد أدنى من حد دوبلر. مثل التبريد المتدرج الاستقطاب (تبريد سيزيف) أو الحصر المتناسك الانتقائي السرعة (VSCPT) حيث تمكنوا من تبريد أنواع معينة من الذرات الى درجات حرارة تصل الى النانوكلفن [7,1]. حيث من أجل التبريد ومحاصرة الذرات والأيونات بضوء الليزر منحت جائزة نوبل في عام 1997 لكلود كوهين تانودجي (Claude Cohen-Tannoudji)، ستيفن تشو (Steven Chu)، وويليام فيليبس (William Phillips)، [8,1].

مع هذا المستوى العالي من السيطرة والتعامل مع الذرات المفردة والجزيئات المفردة، كانت الخطوة التالية هي تحقيق ظاهرة تكاثف بوز أينشتاين [9,2,1] حيث أدرك كل من بوز وأينشتاين أن جزء ماكروسكوبي من البوزونات يتم تبريده الى درجات منخفضة للغاية حيث تشغل كل البوزونات نفس الحالة الكمومية الأساسية. وفي عام 1995، تم تحقيق تكاثف بوز أينشتاين (BEC) تجريبيا وذلك مع طريقة جديدة وهي التبريد التبخيري [2,1]. وقد فتح هذا المجال لتحقيق ما يعرف بالليزر الذري حيث جل الذرات لها نفس الطول الموجي وتنتشر في نفس الاتجاه [10,2,1]. التقدم الحديث في دراسة ظاهرة تكاثف بوز أينشتاين مكن من تكاثف البوزونات مع سبين غير معدوم مثل ذرات الصوديوم وذلك بحصرها مغناطيسيا [11,7,4,1].

في السنوات الأخيرة أصبح مجال دراسة الغازات الكمية فائقة البرودة المجملة على شبكات ضوئية نشط جدا سواء في البحث النظري أو التجريبي نظرا لمحاكاة هذه الشبكات المحملة بالذرات الباردة والتي تهتز فقط حول وضع توازن أسفل البئر الكمومي الضوئي، للأنظمة الكثيفة وكذا سهولة التعامل معها في تحديد

خصائص المادة مع قدرة الفصل بين التفاعلات المعقدة التي تعتبر عائقا في سبيل دقة دراسة المادة الكثيفة [13,12,3].

إن تجارب الفيزياء الذرية مع غاز بوز المتكاثف وفر أولا فهما ماكروسكوبيا مفصلا لهاملتون الأنظمة، ثانيا السيطرة الكاملة على العوامل المتغيرة في النظام عبر الحقول الخارجية، وعلى وجه الخصوص يمكن محاصرة الذرات والسيطرة على حركتها بواسطة الحصر المغناطيسي والضوئي مما يسمح على سبيل المثال بتحقيق الغازات الكمية ذات الأبعاد المختلفة عند درجة حرارة الصفر المطلق. بالإضافة الى أن الذرات تحتوي على العديد من الحالات الذرية التي يمكن التعامل معها باستخدام ضوء الليزر للتحقق من خصائص ذرات الغاز وخصائص تصادماتها [6].

عند تبريد ذرات غاز حيث يتم استخدام الليزر لسحب الطاقة من الذرات عن طريق تصادم كمية كبيرة من فوتونات الضوء وارتداده عن الذرات مما يعمل على اكتساب طاقة الذرات ويقلل من حركتها. بعد ذلك يتم تعريضها للمزيد من التبريد باستخدام التبخير وهنا لا تتحول الذرات الى الحالة الصلبة المعروفة عند هذه النقطة بل تبدأ الذرات بالتجمع في نفس المستوى الكمي للطاقة ولا يمكن تمييزها عن بعضها البعض أي تصبح المجموعة تسلك سلوك ذرة واحدة حيث أطلق على هذه الظاهرة بتكاثف بوز أينشتاين BEC [7,1].

تتميز الموائع بمقاوميتها أو السيلان الذي يعبر عنه باللزوجة غير أن الهليوم السائل ^4He عند درجات الحرارة القريبة من الصفر المطلق أظهر سلوكا غريبا، إذ يتصف بمقاومة جريان أو لزوجة معدومة حيث أطلق على هذه الظاهرة بالميوعة الفائقة [15].

فما هو تكاثف بوز أينشتاين؟ وما هي علاقة تكاثف بوز أينشتاين بطور الميوعة الفائقة في أنظمة مختلفة البعد؟

سننظر في هذه المذكرة الى ثلاث فصول حيث سنتكلم في الفصل الأول عن التبريد بالليزر بمختلف تقنياته.

كما سنتناول في الفصل الثاني التوزيع الأكثر احتمال لنظام من البوزونات وكذا تكاثف بوز أينشتاين في الأبعاد المنخفضة.

في الفصل الثالث والأخير سنقوم بدراسة العلاقة بين تكاثف بوز أينشتاين وطور الميوعة الفائقة.

الفصل الأول

تبريد الذرات بالليزر

1-1 المقدمة:

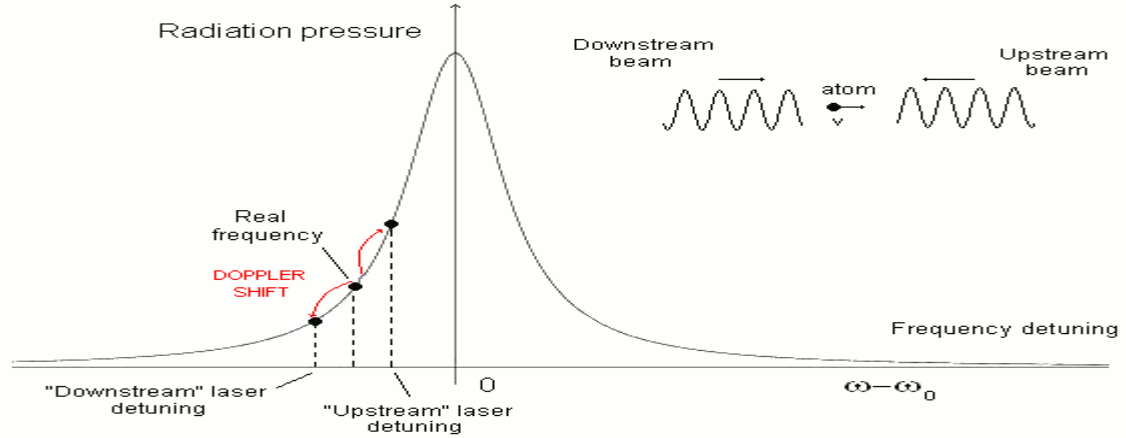
يعد التبريد الذري بالليزر من أكثر المساعي نجاحًا في الفيزياء الذرية في الثلاثين عامًا الماضية ، وهو ما يتضح من العدد الكبير لجوائز نوبل في هذا المجال [6,1]، من خلال إظهار مبدأ التبريد المحفز بالليزر بنجاح في خفض درجة الحرارة إلى حد الدوبلر (أي أدنى درجة حرارة ممكنة بفضل تأثير دوبلر [16]). ثم إلى أقل من هذا الحد إلى النانوكلفن و الميكروكلفن مع ظهور مفاهيم جديدة مثل تبريد سيزيف و التبريد التبخيري [17,18] ، مثل هذا التقدم في ذرات التبريد بالليزر كان مغامرة تكنولوجية وعلمية على حد سواء ، وتأثيرها أحدث ثورة في علم القياس الذي يعتبر أحد أكبر إشكالات الفيزياء الكمية، وكذا درجات الحرارة المتحصل عليها وتردد الأنظمة المبردة، و كذا إمكانات البصريات الذرية التي كشفت عنها تجارب التداخل الذري المحققة [19]، ويعد توليد طور جديد من المادة، ألا و هو تكاثف بوز أينشتاين (BEC) ، أحد أهم الانجازات على الإطلاق [48] .

يتطلب التبريد بالليزر تبادل الدفع بين الذرة و الحقل الضوئي، حيث طاقة الضوء $\hbar\omega$ تغير الطاقة الداخلية للذرة ، أما الدفع الزاوي للضوء يغير الدفع الزاوي المدار l للذرة، والدفع الخطي للضوء $\hbar k = \hbar\omega/c$ يغير دفع الذرة ، وبالتالي فالقوة الناتجة من تبادل الدفع بين الحقل الضوئي و الذرات يمكن أن تستخدم للسيطرة على حركة الذرات (كبحها) [21] .

1-2 آلية التبريد بالليزر:

يعتمد التبريد بالليزر (Laser Cooling) على عدد من التقنيات التي يتم فيها تبريد العينات الذرية والجزئية إلى درجة الصفر المطلق ، حيث تعتمد هذه التقنية في الأساس على حقيقة أنه عندما يضرب شعاع ليزر ذرة بحيث يكون تردده قريباً من التردد الذري ، فإنه يمارس قوة عليها تسمى ضغط الإشعاع الرنيني. فمن المعروف ان الذرة تمتص أمواج قريبة من انتقالاتها الطاقية الداخلية المسموحة ، و بما ان الذرة تملك دفعا فعند تفاعلها مع الموجة الكهرومغناطيسية عن طريق امتصاص الفوتون سيؤثر ذلك على الدفع الخطي للذرة إما بزيادة سرعتها إذا كان دفع الموجة نفس دفع الذرة و إما بخفض سرعتها إذا كان متعاكسين في الاتجاه، ومن خلال الإصدارات التلقائية للفوتون (جسيم ضوئي) و من أجل عدة دورات (امتصاص – إصدار) فان المجموع الناتج لدفع الإصدار يكون معدوماً بالمتوسط و بالتالي فان تأثير الدفع الناتج عن الامتصاص سيكون هو الغالب في النهاية [23,24].

تجمع تقنيات التبريد بالليزر (LC) بين التحليل الطيفي مع التأثير الميكانيكي للضوء من أجل سرعة مجموعة من الجسيمات، وبالتالي تبريد الجزيئات و الغاز ككل [21].

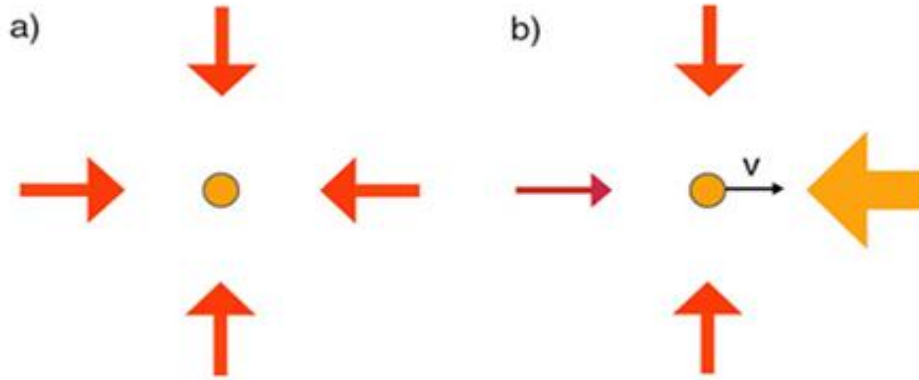


الشكل (1-1): عملية التبريد بالليزر [25].

1-2-1 تبريد دوبلر:

لقد اقترح التبريد بالليزر في بادئ للأيونات ثم في ما بعد للذرات المحاصرة وهو المعروفة حالياً باسم تبريد دوبلر بالليزر و الذي اقترحه في بداية الأمر ألفرد كاستلر سنة 1950 و نظراً لعدم اكتشاف الليزر بعد تأخر تحقيق الفكرة الى أن تمكن كل من وينلان (Wieland) و دهيملت (Dehmelt) و هانس (Hansch) و شوالو (Schawlow) عام 1975 من ذلك. يعتبر التبريد دوبلر، والذي عادة ما يكون مصحوباً بقوة محاصرة مغناطيسية من خلال مصيدة مغناطيسية بصرية، هو أكثر الطرق شيوعاً للتبريد بالليزر. حيث يتم تبريد الغازات الذرية من خلال كبح السرعة الذرية إلى حد تبريد دوبلر [27].

و يتم في تبريد دوبلر ضبط تردد الضوء قليلاً تحت انتقال إلكتروني الأكثر احتمالاً للذرة. ولأن الضوء قد تم إزاحة تردده إلى "الأحمر" (أي عند التردد منخفض قليلاً مقارنة بالتردد الذري) للمرحلة الانتقالية، ستقوم الذرات بامتصاص المزيد من الفوتونات إذا تحركت نحو مصدر الضوء، بسبب تأثير دوبلر. وهكذا إذا طبقنا الضوء من اتجاهين متعاكسين، فإن الذرات ستقوم دائماً بامتصاص المزيد من الفوتونات من شعاع الليزر بتشتت المزيد الذي يسير عكس اتجاه الحركة، و منه فإن النتيجة الإجمالية لعملية الامتصاص والانبعث هي تقليل دفع الذرة، وبالتالي سرعتها شريطة أن تكون سرعتها الأولية أكبر من سرعة الارتداد من امتصاص فوتون واحد. وإذا تم تكرار الامتصاص والانبعث عدة مرات، فسيتم تخفيض السرعة المتوسطة للذرة، وبالتالي الطاقة الحركية للذرة. بما أن درجة حرارة مجموعة من الذرات هي مقياس لمعدل الطاقة الحركية الداخلية العشوائية، فإن هذا يعادل تماماً عملية تبريد الذرات [28,21].



الشكل (2-1): تبريد دوبلر [29].

خلال عملية التبريد يتم تسليط حزم ليزرية على ذرات الغاز المراد تبريده، والتي تتحرك عشوائياً و بسرعات فائقة مما يجعل من فعل دوبلر فاعلاً أساسياً فيما يتعلق برؤية الضوء الذرة لتردد ضوء الليزر الذي ينزاح بفعل دوبلر، إذا تحركت ذرة نحو مصدر الضوء، يظهر الضوء في حالة انزياح نحو اللون الأزرق. لذا وجب ضبط الليزر على الجانب الأحمر من الرنين الذري حتى تمتصه الذرة. يمكن استخدام أشعة الليزر المنزاحة نحو الأحمر لإبطاء الذرات في جميع الاتجاهات، و بالتالي تبريدها [29].

إذا كانت الذرة لا تتحرك، كما هو موضح في الجانب الأيسر من الرسم التخطيطي للشكل (2-1)، فلن تتفاعل أشعة الليزر المنزاحة نحو الأحمر مع الذرة على الإطلاق. أما إذا كانت الذرة تتحرك، فستمتص الفوتونات من شعاع الليزر المعاكس لحركتها و تتباطأ حيث يتم نقل دفع الفوتون إلى الذرة. يستمر التبريد إلى غاية أن تصبح الذرة غير قادرة على امتصاص الشعاع الليزري و ذلك نتيجة اضمحلال انزياح دوبلر بفعل تباطؤ، و يحدث هذا عندما يصبح تحول دوبلر صغيراً لدرجة أنه يتم حجبها بواسطة العرض الطبيعي للانتقال الذري [29].

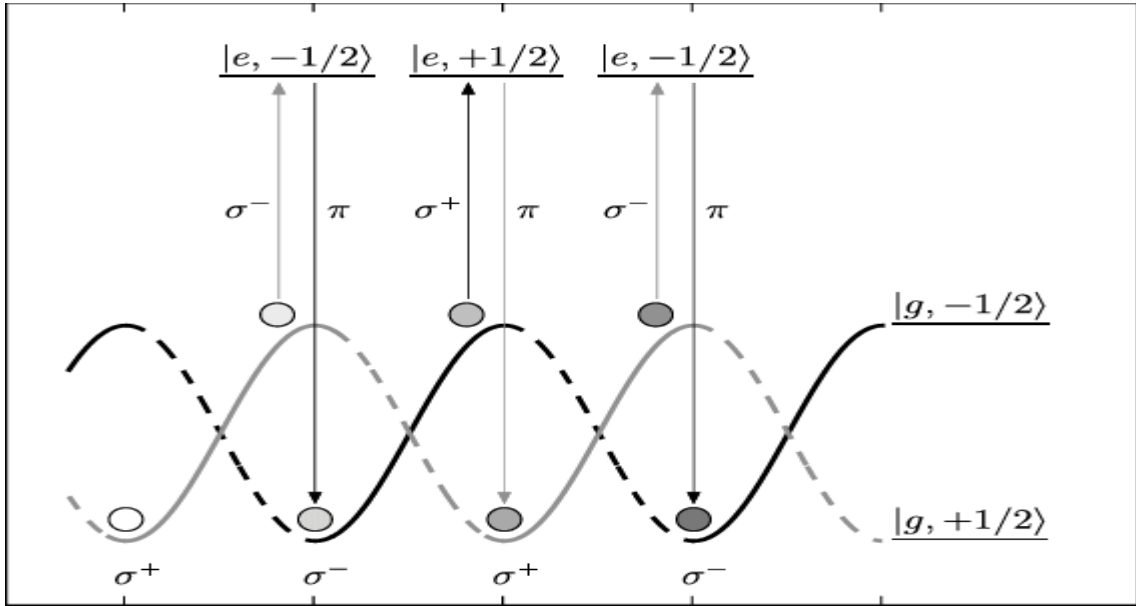
2-2-1 تبريد سيزيف :

ويطلق على هذه العملية في بعض الأحيان التبريد المتدرج الاستقطاب، هو نوع من أنواع التبريد بالليزر المستخدم للوصول إلى درجات حرارة أقل من حد تبريد دوبلر. اقترح هذه الطريقة من قبل كلود كوهين – تتودجي لأول مرة في عام 1989، حيث حصل على من جائزة نوبل مناصفة في الفيزياء عام 1997 [26].

يمكن تحقيق تبريد سيزيف عن طريق شعاعين من أشعة الليزر المتعاكسين في الاتجاه و المتعامدي الاستقطاب على عينة من الذرات. تنتج الحزمتين المتداخلتين موجة مستقرة ذات تدرج استقطاب يتناوب بين الاستقطاب $(\sigma +)$ و (π) و $(\sigma -)$ ، تفقد الذرات التي تتحرك على طول اتجاه الموجة الطاقة الحركية عند انتقالها إلى أقصى حد ممكن، و عندها ينقلها الضخ البصري إلى حالة طاقة منخفضة، وبالتالي تخليصها من الطاقة الكامنة التي تحملها [26]، تسمح الدورات المتكررة من تحويل الطاقة الحركية إلى الطاقة الكامنة،

والفقدان اللاحق لهذه الطاقة الكامنة عبر الضخ الضوئي، للذرات أن تصل إلى درجات حرارة أقل من تلك المتاحة من خلال التبريد البسيط لدوبلر [26].

وقد سميت هذه التقنية باسم سيزيف ، وهو ابن أيلوص شخصية في الأساطير اليونانية ، الذي كان محكوماً عليه طوال الأبدية أن يلف حجراً على جبل فقط لكي يتدحرج مرة أخرى كلما اقترب من القمة .بسبب خداعه إله الموت في معتقدتهم [34].



الشكل (3-1): المبدأ الأساسي لتبريد سيزيف [35].

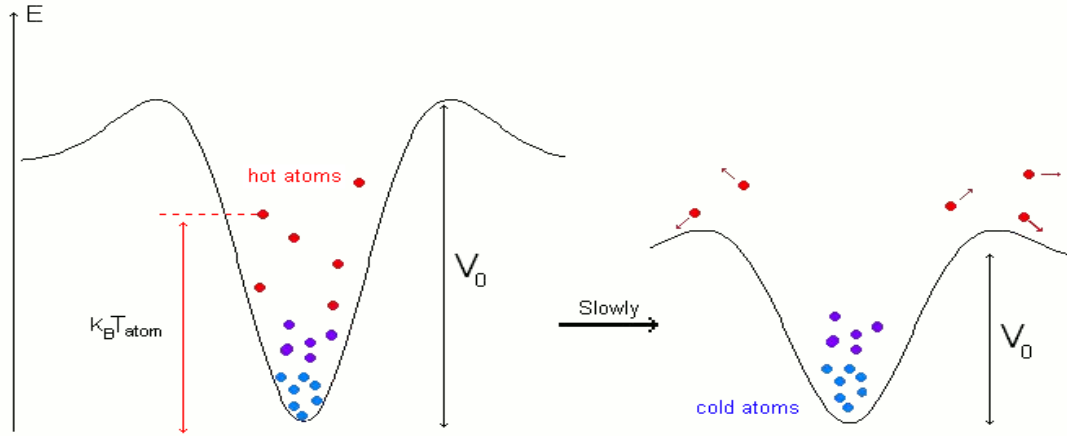
3-2-1 التبريد التبخيري:

التبريد التبخيري هو تقنية فيزيائية ذرية لتبريد الذرات لدرجات حرارة أشد انخفاضاً من درجات الحرارة المتوصل إليها بتقنية دوبلر و كذا طرق التبريد البصرية المطبقة عادة. تم تطوير هذه التقنية لدراسة ظاهرة تكاثف بوز-آينشتاين ، وهي حالة أخرى من المادة حيث تتواجد فيها الذرات في نفس الحالة الكمية. يحدث هذا التكاثف فقط عند درجات الحرارة المنخفضة جداً و قد تم الحصول على هذه الحالة من المادة لأول مرة سنة 1988 [31,30,21].

تأتي عملية التبريد التبخيري بعد اكتمال عملية التبريد الأولية بالليزر ، حيث تكون الذرات ليست باردة بما يكفي للوصول إلى نظام في حالة تكاثف بوز-آينشتاين، يتم التقاط الذرات إما في فخ مغناطيسي أو بصري، تعمل المصائد المغناطيسية على حصر الذرات التي تمتلك حالاتها الداخلية طاقات زيمان الأعلى في المجالات المغناطيسية العالية، بحيث تفضل العيش في مناطق ذات جال مغناطيسي منخفض. يمكن أن تعمل المصائد الضوئية مع أي حالة داخلية للذرة، و تعتمد على تحولات الطاقة الصغيرة الناجمة عن عمليات

امتصاص من الدرجة الثانية للضوء الذي تم إصداره بعيداً عن الأحمر، كما يمكن التحكم في عمق المصيدة و بالتالي التحكم في طاقة الذرات التي ستفضل البقاء داخلها [32,30,21].

يتم تبريد الذرات بخفض عمق المصيدة حيث تغادر الذرات الأكثر حرارة (الأعلى طاقة حركية) المصيدة. وتكون الذرات الساخنة التي تترك المصيدة على ذيل توزيع ماكسويل-بولتزمان. مما يؤدي إلى تلاشي طاقة الذرات إلى متوسط طاقة أقل. حيث تصطدم الذرات دائماً ببعضها البعض وتتبادل طاقاتها للوصول إلى توازن جديد. ولمواكبة عملية إعادة توازن الحرارة هذه، نقوم باستمرار بتخفيض عمق المصيدة للذرات ذات الطاقة العالية بالهروب. وعندما تبرد الذرات وتعيد تنظيمها، تزداد الكثافة أيضاً في فضاء الطاقات، مما يجعل الوصول إلى النظام الكومومي، و المتمثل في تكاثف بوز-أينشتاين، أكثر سهولة، حيث تتصرف الذرات كوحدة واحدة حيث فينشأ ما يسمى بالفائق [30,28,21].



الشكل (4-1): رسم توضيحي للتبريد التبخيري [25].

يمكن للذرات الموجودة داخل المصيدة أن تفلت إذا كانت لديها طاقة حركية، وبطريقة فعالة يتم تبريد المتبقي منها. عن طريق خفض حدود الكمون المغناطيسي نقوم بتسريع العملية، وبالتالي ينشأ ما يسمى بتكاثف بوز-أينشتاين BEC و ذلك عندما يتم الوصول إلى درجة الحرارة الحرجة (اعتماداً على العنصر الذي يتم تبريده)، حيث تتكاثف الجسيمات إلى الحالة الأرضية أم ما يسمى بالأساسية وهو تكوين مكثف بوز-أينشتاين [25].

3-1 حصر الذرات :

تعتبر المحاصرة المغناطيسية للذرات المحايدة مناسبة تماماً للاستخدام في العديد من المناطق، بما في ذلك التحليل الطيفي عالي الدقة، ودراسات التصادمات أو البعثة، وتكاثف بوز-أينشتاين (BEC)، وكذا البصريات الذرية. على الرغم من أن الاصطياد أو الحصر الأيوني، والتبريد الليزري للأيونات المحصورة،

والتحليل الطيفي للأيونات كانت معروفة لسنوات عديدة [36] ، إلا أنه في عام 1985 فقط تم بالفعل محاصرة الذرات المحايدة لأول مرة [37].

نظرًا لأن الحصر الذري يتطلب تبادل الطاقة بين الذرة و الليزر، فإن مستويات الطاقة الذرية ستتزعج بالضرورة مع تحرك الذرات في المصيدة، وهو ما يسمى بالانزياحات الضوئية. هذه التحولات يمكن أن تؤثر بشدة على دقة القياسات الطيفية. نظرًا لأن أحد التطبيقات المحتملة للذرات المحتجزة هو في التحليل الطيفي عالي الدقة، لذلك يجب النظر بعناية لهذه التحولات [21].

1-3-1 الحصر المغناطيسي :

ان تجربة ستيرن جبرلاخ عام 1924 أوضحت لأول مرة الحركة الميكانيكية للحقول المغناطيسية غير المتجانسة على الذرات المتعادلة ذات العزم المغناطيسي، لذا فان الذرات التي لها عزم مغناطيسي $\vec{\mu}$. يمكن حصر الذرات القلوية بواسطة حقول مغناطيسية غير متجانسة بسبب التفاعل بين العزم والحقل هذا التفاعل ينتج قوة تعطى بالعلاقة التالية [39,38,21]:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U \quad (1 - 1)$$

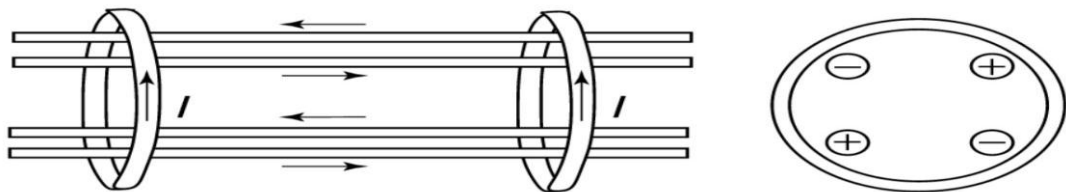
$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (2 - 1)$$

عبارة الطاقة الكامنة :

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (3 - 1)$$

مغناطيسيا يمكن حصر الذرة في مكان يكون فيه الحقل المغناطيسي أكبر ما يمكن و ذلك إذا كان عزمها المغناطيسي في نفس اتجاه حقلها المغناطيسي، أو في مكان يكون فيه الحقل المغناطيسي أقل ما يمكن و ذلك إذا كان عزمها المغناطيسي بعكس اتجاه حقلها المغناطيسي ، و بما أن معادلات ماكسويل تحول دون إنشاء شدة حقل مغناطيسي كبير في مكان من الفضاء خال من الشحنات فانه لا خيار لذلك إلا بحصر الذرة في مكان به شدة حقل ضعيفة جدا أو تساوي الصفر [21].

تعتبر مصيدة ايوف من بين طرق الحصر المستخدمة حيث يكون الحقل المغناطيسي معدوم عند مركز هذه المصيدة ، ويزداد في كل الاتجاهات كما هو موضح في الشكل (5-1) و بالتالي تميل الذرات الى البقاء في مركزه ، وقد استخدمت مصيدة ايوف في العديد من تجارب تكثف بوز- أينشتاين BEC [21].

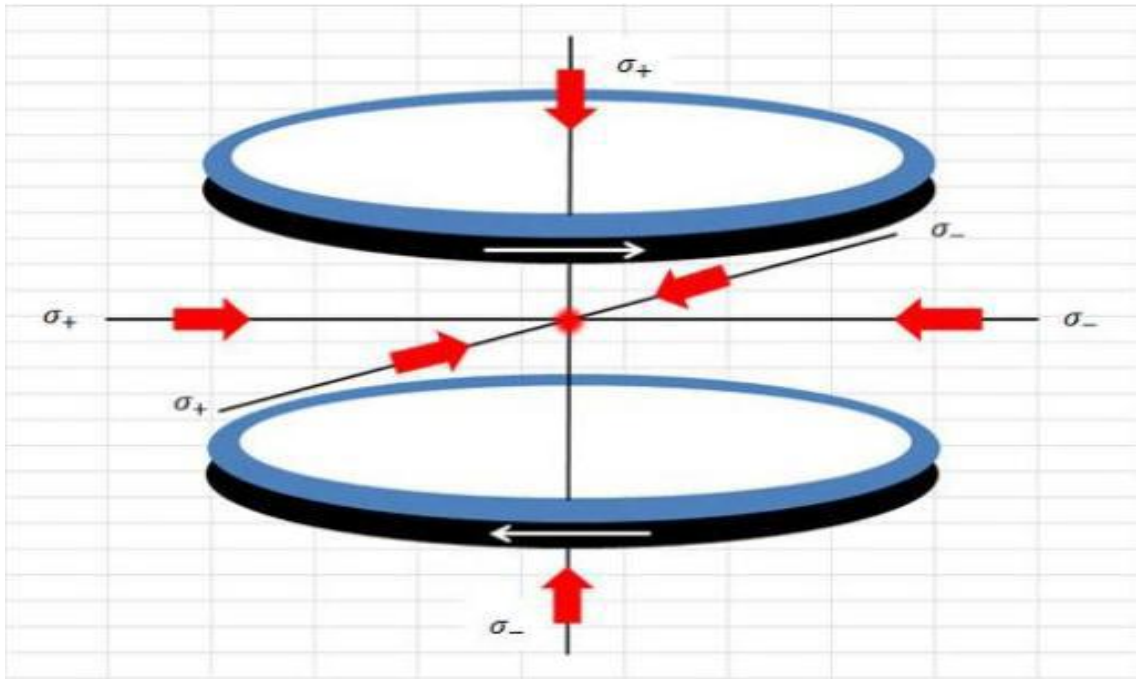


الشكل (5-1): يوضح رسم تخطيطي لمصيدة ايوف [21].

تتكون مصيدة أيوف من أربعة خطوط تيار مستقيمة التي تشكل حقول خطية رباعية الاستقطاب. يتم انجاز الحصر الأفقي مع نهاية الملفات (الأسلاك الموصلة الملفوفة) كما هو مبين في الشكل (5-1). هذه الحقول يمكن انجازها مع العديد من تشكيلات التيارات المختلفة طالما يتم الحفاظ على الهندسة [21].

2-3-1 المصائد الضوئية المغناطيسية :

غالبا ما يستخدم الحصر المغناطيسي الحصر الضوئي فيما يسمى بالحصر المغناطيسي الضوئي (MOT) كما هو موضح في الشكل (6-1) [27].

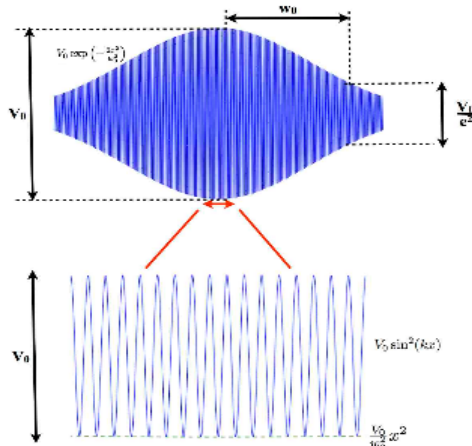


الشكل (6-1): شكل الفخ المغناطيسي الضوئي (MOT) في ثلاثة أبعاد [27].

تم عرض المصيدة المغناطيسية البصرية (MOT) في عام 1987 [26], وقد كانت في الأساس فكرة جون دالبيارد و أصبحت نقطة انطلاق جديدة في تجارب التبريد [33,40]. وهي جهاز يستخدم التبريد بالليزر مع اصطيايد مغناطيسي- بصري من أجل إنتاج عينات من الذرات الباردة و المحاصرة ، عند درجات حرارة منخفضة مثل عدة ميكروكلفن، وهي المصيدة الأكثر استخدامًا للذرات المحايدة , حيث يستخدم كلاً من المجالين البصري والمغناطيسي لصنع مصيدة مغناطيسية (MOT). يعتمد تشغيل MOT على كل من الحقول المغناطيسية غير المتجانسة وكذا قواعد الانتقاء الإشعاعي لاستغلال كل من الضخ البصري والقوة الإشعاعية القوية [22,45].

4-1 الشبكات الضوئية :

توفر الغازات الذرية فائقة البرودة فرصا فريدة لدراسة المادة الكمومية في بيئة مبدعة يتم التحكم فيها جيدا. تتمثل إحدى الطرق العامة للتحكم في الذرات و تفاعلاتها في فخها في ما يسمى بالشبكة الضوئية [41].OL



-- Gaussian laser beams induce trapping of atoms.

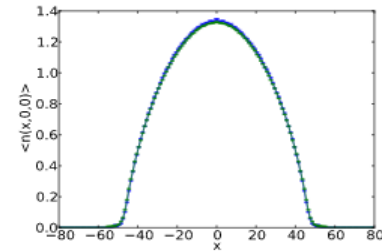
trapping envelope: $V_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)$

-- Current experiments:

Atoms are around the vicinity of the center.

~ harmonic trapping: $V_T(x) = V_T x^2$

~ waist effects are minimal:



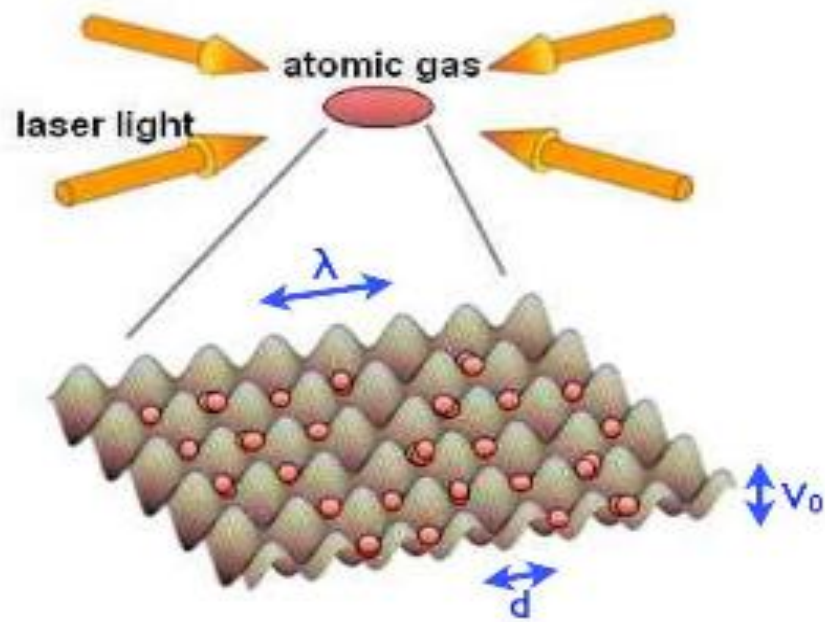
Bosons in an optical lattice. QMC-DWA simulation.
 $U/t = 8.11, T/t = 1.00, N = 280,000, w_0 = 150\mu\text{m}$
 (Red) Minimal effect seen due to waist corrections.

الشكل (7-1): يوضح شبكة ضوئية [42].

الشبكات الضوئية Optical Lattice هي كمونات دورية، مولدة بواسطة تفاعل الذرات المحايدة مع نمط تداخل (interference pattern) حزم الليزر المتقاطعة [43].

أوهي عبارة عن بلورات اصطناعية من الضوء تم إنشاؤها بواسطة تداخل أشعة الليزر الضوئية. عندما تعالج الذرات بأشعة الليزر، فإن الحقل الكهربائي لليزر يستحث عزم ثنائي القطب في الذرات والذي بدوره يتفاعل مع المجال الكهربائي. يعدل هذا التفاعل طاقة الحالات الداخلية للذرات اعتمادا على شدة الضوء وعلى تردد الليزر مما يسمح باحتجاز الذرات [44].

ان تداخل الأمواج المولدة بواسطة الانتشار العكسي لضوء الليزر , يولد موجة مستقرة , ومحيط هذه الأمواج المستمرة يسمى بالشبكة الضوئية ذات الشدة V_0 و المتباعدة ب $d = \lambda/2$ كما هو موضح في الشكل (8-1) [44].



الشكل (8-1): الغازات الذرية في شبكة ضوئية ثنائية البعد (2D) [44].

الفصل الثاني

تكاتف بوز-أينشتاين في

نظام منخفض البعد

2-1 المقدمة:

يعد تكاثف بوز-أينشتاين مجالاً بحثياً حديثاً نسبياً، وقد حقق أول إنجاز تجريبي له في عام 1995 [46,14]، جذب هذا المجال انتباه جزء كبير من علماء الفيزياء الذرية، تم الاعتراف بالإنجازات المهمة من خلال جوائز نوبل التي منحت للمساهمين الرائدة في عام 2001، لقد كان التنبؤ بالظاهرة المعروفة بتكاثف بوز-أينشتاين في عام 1925 بالنسبة للجسيمات البوزونية من قبل أينشتاين [48]، عقب دراسة لخصائص الفوتونات قام بها بوز [49] عام 1924. حيث أنه عندما تكون درجة حرارة غاز البوزونات منخفضة بدرجة كافية، يتجمع جزء كبير منها تلقائياً في أدنى حالة طاقة للنظام و بسبب الميكانيكا الإحصائية و بدلا من التفاعلات التي تسبب انتقال النظام من المرحلة الغازية الى التكاثر كسائل فانه سيتكاثف تكاثفا مختلفا تماما يكون في فضاء الطاقات فقط و ليس في الفضاء الحقيقي و تعمل الجزيئات بشكل جماعي كموجة كلاسيكية متماسكة [20].

2-2 الإحصاء والكم :

تصف إحصائيات Bose-Einstein (أو إحصائيات B-E) إحدى طريقتين محتملتين قد تحتلها مجموعة من الجسيمات غير المتفاعلة التي لا يمكن تمييزها، مجموعة من حالات الطاقة المنفصلة المتاحة بتوازن ديناميكي حراري. إن تجميع الجزيئات في نفس الحالة، والتي تعد سمة من سمات الجزيئات التي تطيع إحصائيات Bose-Einstein، يفسر التدفق المتماسك لضوء الليزر والتسلل الزائد للاحتكاك بالهليوم الزائد عن الحاجة. تم تطوير نظرية هذا السلوك في عام (1924-1925) بواسطة ساتيندرا ناث بوز، الذي أدرك أنه يمكن توزيع مجموعة من الجسيمات المتماثلة والتي لا يمكن تمييزها بهذه الطريقة. تم تبني الفكرة لاحقاً وتوسيعها بواسطة ألبرت أينشتاين بالتعاون مع بوز [50].

في الطبيعة تنقسم الجسيمات الى نوعين :

2-2-1 الفرميونات :

هي جسيمات غير قابلة للتمييز و لا يمكن لجسمين ان يتواجد في نفس الحالة الكمية, أي أن الفرميونات تخضع لمبدأ الإقصاء لبولي. يقال أن الفرميونات طائفة لإحصاء فرمي-ديراك, وتحمل الفرميونات خاصية السبين أو العزم (اللف) الذاتي نصف صحيح: [50].

$$S = 1/2, 3/5, 5/7, \dots \quad (1 - 2)$$

2-2-2 البوزونات :

هي جسيمات غير قابلة للتمييز, ويمكن لعدد منها أن يتواجد في نفس الحالة الكمية, أي أن البوزونات لا تخضع لمبدأ الإقصاء لبولي, بينما تخضع لإحصاء بوز-أينشتاين (Bose-Einstein), وتحمل البوزونات خاصية السبين أو العزم (اللف) الذاتي بقيم صحيح: [50].

$$S = 1, 2, 3, \dots \quad (2 - 2)$$

3-2 نظرية أينشتاين :

استخدم أينشتاين النظرية الكمية لحساب الحرارة النوعية للأجسام الصلبة وافترض أن كل ذرة من ذرات الجسم الصلب تتذبذب بحركة توافقية بسيطة لها نفس التردد V_E أو التردد الزاوي ω_E ومن معرفتنا لطاقة المستويات للحركة التوافقية البسيطة الكمية التي تأخذ الشكل: [55].

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_E \quad (3 - 2)$$

$$= \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_E \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4 - 2)$$

لذا نجد أن دالة التجميع لجسم مفرد تحسب كالتالي:

$$Z = \sum_n e^{-\beta\varepsilon_n} = \frac{e^{-a}}{1 - e^{-2a}} = \frac{1}{e^{-a} - e^{-a}} = (2 \sin ha)^1 \quad (5 - 2)$$

حيث $a = (\beta\hbar\omega_E/2)$ و بما أن كل مول من الجسم الصلب له عدد $3N$ من درجات الحرية , لذلك فان دالة التجميع الكلية تصبح: [55].

$$Z = Z^{3N} = (2 \sin ha)^{-3N} \quad (6 - 2)$$

حيث تصبح الطاقة الكلية :

$$U = 3N\hbar\omega_E \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{2a} - 1}\right) \quad (7 - 2)$$

الحرارة النوعية :

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{2a}}{e^{2a} - 1} \quad (8 - 2)$$

θ_E : درجة حرارة اينشتاين (Einstein Temperature) تعطى :

$$\Theta_E = \hbar \frac{\omega_E}{K_B} \quad (9 - 2)$$

وهي الدرجة التي تفصل بين السلوك التقليدي لما $\Theta_E \gg T$ عن السلوك الكمي لما $\Theta_E \ll T$ و لحسابها يجب تعيين التردد الطبيعي الاهتزازي ω_E للمادة و يمكن تعيينه من الوزن الذري و معامل المرونة للمادة [55].

$$C_V = \begin{cases} 3R & T \gg \Theta_E \\ 3R(\Theta_E/T)^2 e^{-\Theta_E/T} & T \ll \Theta_E \end{cases} \quad (10 - 2)$$

الحرارة هنا تتفق مع قانون دولنج - بيتي حيث نجد :

$$\lim_{T \rightarrow 0} C_V = 0 \quad (11 - 2)$$

4-2 صيغة استيرلنج :

نظرا لتعاملنا مع الأجسام غير المميزة في الفيزياء الإحصائية نجد أننا نتعامل مع قيم بالصيغة $\ln(n!)$ حيث n عدد صحيح موجب و نعرف رياضيا $n!$ بالشكل [55].

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \dots \times n \quad (12 - 2)$$

من المعادلة (12 - 2) و باستخدام التعريف التالي :

$$(n + 1)! = n! (n + 1) \quad (13 - 2)$$

$$n! = 0! = 1 \quad (14 - 2)$$

$$\ln(n!) = \sum_{k=1}^n \ln k \quad (15 - 2)$$

و لقيم كبيرة للعدد n نستطيع كنوع من التقريب ان نغير التجميع الى تكامل [55].

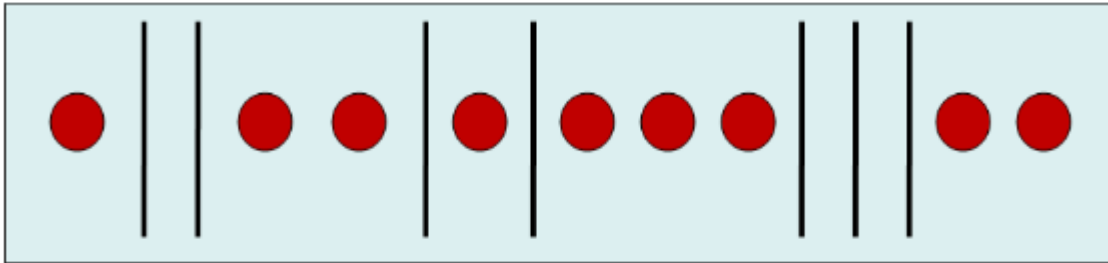
$$\ln(n!) = \int_1^n \ln x dx = [x \ln x - x]_1^n = n \ln n - n \quad (16 - 2)$$

المعادلة (16 - 2) هي صيغة استيرلنج و هي تقريب ممتاز لقيم n الكبيرة .

2- 5 إحصاء بوز-أينشتاين :

هو إحصاء يطبق على الجسيمات الغير مميزة و تسمى بوزونات مثل الفوتونات حيث تعتبر جسيمات البوزون مثالية إذا أهملت طاقة التفاعل بينهما و تطبيقات بوز-أينشتاين كثيرة و مهمة و خصوصا لدراسة سلوك فوتونات الإشعاع و جزيئات الغاز عند درجة الحرارة المنخفضة [55].

ان طريقة حساب عدد الحالات المجهرية للبوزون أكثر تعقيدا من توزيع فرمي - ديراك فمن أجل مستوى الطاقة i سوف يكون لدينا عدد g_i من المستويات و التي تحتوي على عدد n_i من الجسيمات الغير مميزة و التي لا يوجد عليها أي قيود بالنسبة لعددتها بالمستوي الواحد [51]. نستطيع التخيل هنا ترتيب عدد n_i من الجسيمات خلال g_i من المستويات المقسمة بواسطة (g_i-1) من الخطوط [51].



الشكل (1-2) : يوضح 9 جسيمات بوزونية موزعة على 8 من مستويات الطاقة ϵ_i . [51]

الآن نستطيع ان نحصل على حالات مجهرية جديدة بواسطة خلط الخطوط و الجسيمات مع احتفاظنا بالإعداد n_i و g_i ثابتة [51].

ان عدد الطرق التي ترتب بها $(g_i - n_i - 1)$ من الرموز (الخطوط و الذرات) في الشكل (1-2) في عدد $(g_i - 1)$ من الأماكن تعرف بالحالات المجهرية لكل مستوى طاقي i هي : [51].

$$\omega_i = \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i! (g_i - 1)!} \quad (17 - 2)$$

و بالتالي فان العدد الكلي للحالات المجهرية هو ببساطة حامل ضرب معادلة لكل مستويات الطاقة [55].

$$\Omega_{BE} = \prod_{i=1}^n \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i! (g_i - 1)!} \quad (18 - 2)$$

لذا فان توزيع الاحتمال لبوز-أينشتاين يعطى :

$$\omega\{n_i\} = \prod \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i! (g_i - 1)!} \quad (19 - 2)$$

ان التوزيعة الأكثر احتمال هي التي لها تردد أقصى, و لإيجاد التوزيعة الاكثر احتمال نستعمل معاملات لاغرانج و بدل استعمال $\omega\{n_i\}$ نستعمل $\ln \omega\{n_i\}$, وإذا أخذنا بعين الاعتبار القيدين [51].

$$\sum n_i = N \quad (2) \quad , \quad \sum \varepsilon_i n_i = E \quad (1) \quad (20 - 2)$$

$$F = \ln \omega + f \quad (21 - 2)$$

نعوض عن f بما يساويها .

$$F = \ln \omega + \lambda_1 \sum n_i + \lambda_2 \sum n_i \varepsilon_i \quad (22 - 2)$$

$$\ln \omega = \ln \prod \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i! (g_i - 1)!} = \sum \ln \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i! (g_i - 1)!} \quad (23 - 2)$$

حسب استيرلنج تكون :

$$\ln(n_i + g_i - 1)! = (n_i + g_i) \ln(n_i + g_i) - n_i - g_i \quad (24 - 2)$$

$$\ln n_i! = n_i \ln n_i - n_i \quad (25 - 2)$$

$$\ln(g_i - 1)! = g_i \ln g_i - g_i \quad (26 - 2)$$

بعد تطبيق صيغة استيرلنج على المعادلة (24 - 2) تصبح كما يلي :

$$\ln \omega = (n_i + g_i) \ln(n_i + g_i) - n_i - g_i - g_i \ln g_i + g_i - n_i \ln n_i + n_i \quad (27 - 2)$$

$$\ln \omega = g_i \ln \left(\frac{n_i}{g_i} - 1 \right) + n_i \ln \left(1 + \frac{g_i}{n_i} \right) \quad (28 - 2)$$

$$\frac{d \ln \omega}{dn_i} = g_i \left(\frac{\frac{1}{g_i}}{\frac{g_i}{n_i} + 1} \right) \ln \left(1 + \frac{g_i}{n_i} \right) + n_i \frac{\left(\frac{-g_i}{n_i^2} \right)}{1 + \frac{g_i}{n_i}} \quad (29 - 2)$$

$$\frac{d \ln \omega}{dn_i} = \frac{1}{\frac{n_i}{g_i} + 1} - \frac{1}{\frac{n_i}{g_i}} + \ln \left(1 + \frac{g_i}{n_i} \right) \quad (30 - 2)$$

$$\frac{d \ln \omega}{dn_i} = \ln \frac{1}{\frac{n_i}{g_i} + 1} \quad (31 - 2)$$

$$\frac{dF}{dn_i} = \frac{d(\lambda_1 \sum n_i + \lambda_2 \sum n_i g_i)}{dn_i} = \lambda_1 + \varepsilon_i \lambda_2 \quad (32 - 2)$$

$$\frac{dF}{dn_i} = 0 \quad (33 - 2)$$

$$\frac{d \ln \omega}{dn_i} + \frac{d}{dn_i} = 0 \quad , \quad \lambda_1 + \lambda_2 \varepsilon_i + \ln \left(1 + \frac{g_i}{n_i^*} \right) = 0 \quad (34 - 2)$$

$$1 + \frac{g_i}{n_i^*} = e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i} \quad (35 - 2)$$

و منه تكون التوزيعة الأكثر احتمال لبوز أينشتاين كما يلي: [51].

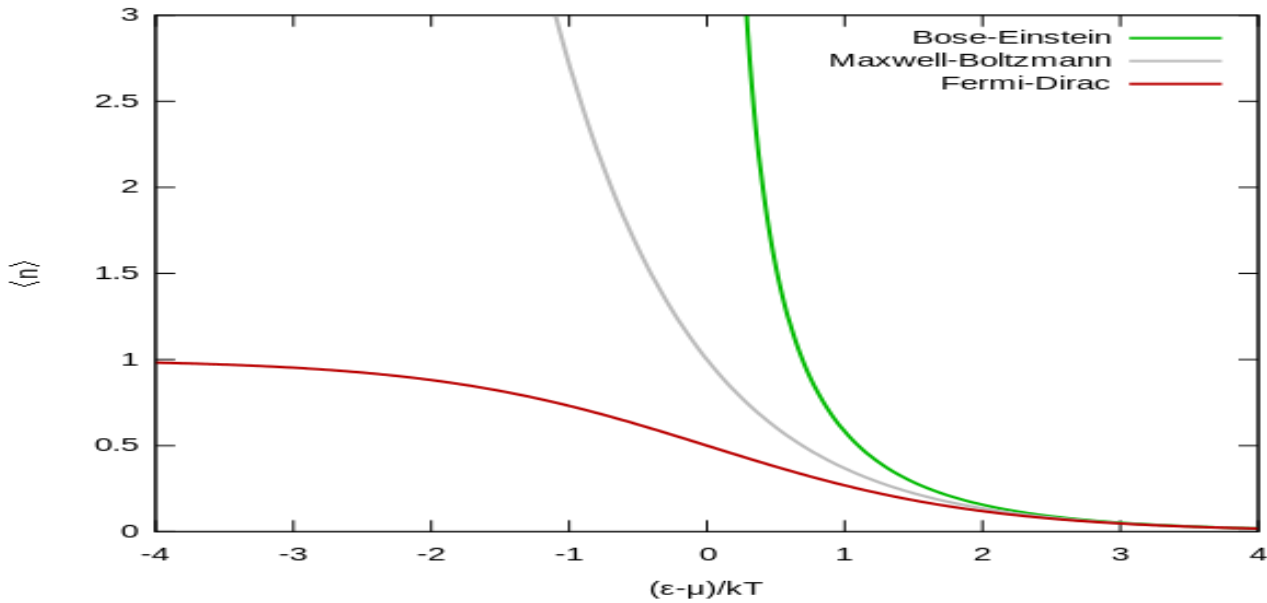
$$n_i^* = \frac{g_i}{(e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}) - 1} \quad (36 - 2)$$

تكون التوزيعة الأكثر احتمال لفرمي ديراك كما يلي [51].

$$n_i^* = \frac{g_i}{(e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}) + 1} \quad (37 - 2)$$

تكون التوزيعة الأكثر احتمال لماكسويل بولتزمان كما يلي [51].

$$n_i^* = \frac{g_i}{(e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \epsilon_i})} \quad (38 - 2)$$



الشكل (2-2) : مقارنة بين توزيعات بولتزمان و فيرمي ديراك وبوز أينشتاين. التوزيعات الثلاثة متساوية في حالات الطاقة العالية، ولكنها مختلفة تمامًا عن حالات الطاقة المنخفضة [52].

لقد كان العالم بولتزمان أول من اقترح الرابط بين الانتروبي S وبين عدد الحالات المجهرية الكلية للنظام Ω بالصورة [55].

$$S = k_B \ln \Omega \quad (39 - 2)$$

حيث أن التوزيعة الأكثر احتمال هي التي تعطي المساهمة الفعلية أو الطاغية في الانتروبي [55].

$$S = K_B \ln \sum \omega n_i \quad (40 - 2)$$

$$S = K_B \ln \omega n_i \quad (41 - 2)$$

$$S = K_B \sum g_i \ln \left(\frac{n_i}{g_i + 1} \right) + n_i \left(\frac{1 + g_i}{n_i} \right) \quad (42 - 2)$$

$$S = K_B \sum g_i \ln \left(\frac{1}{(e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}) - 1} \right) + n_i \ln \frac{e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}}{1} \quad (43 - 2)$$

$$S = K_B \sum -g_i \ln(1 - e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}) + \lambda_1 n_i + \lambda_2 \varepsilon_i n_i \quad (44 - 2)$$

$$S = -K_B \sum g_i \ln(1 - e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2 \varepsilon_i}) + \lambda_1 n_i E + \lambda_2 \varepsilon_i n_i N \quad (45 - 2)$$

باستعمال معدلات الترموديناميك :

$$\left(\frac{dS}{dE} \right)_{NV} = \frac{1}{T} = -K_B \lambda_2 \quad , \quad \lambda_2 = -\beta = \frac{-1}{K_B} \quad (46 - 2)$$

$$\left(\frac{dS}{dN} \right)_{EV} = \frac{-\mu}{T} = -K_B \lambda_1 \quad , \quad \lambda_1 = \frac{\mu}{TK_B} = \mu\beta \quad (47 - 2)$$

$$n_i^* = \frac{g_i}{e^{\beta(E_i - \mu)} - 1} \quad (48 - 2)$$

حيث:

μ : الجهد الكيميائي .

$\beta = \frac{1}{(K_B T)}$: β

نضع تغير المتغير التالي .

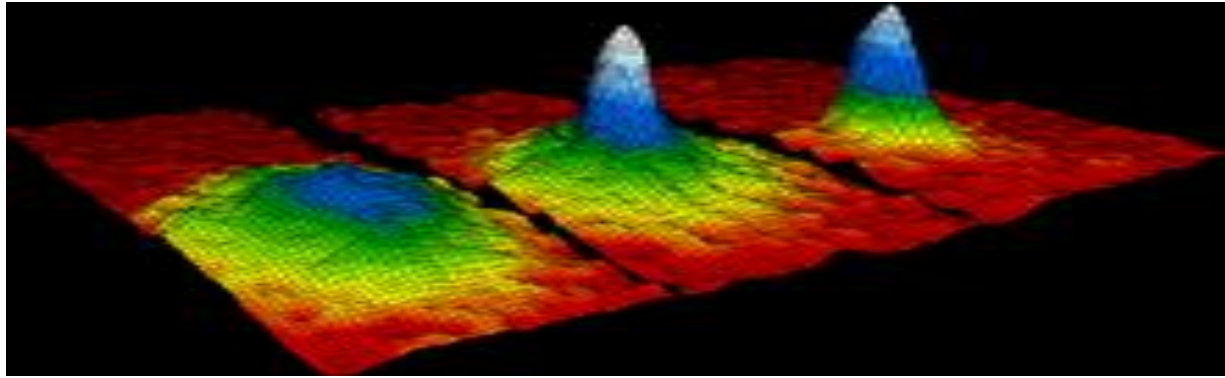
$$z = e^{\mu\beta} \quad (49 - 2)$$

تصبح عبارة التوزيع الأكثر احتمال كما يلي :

$$n_i^* = \frac{g_i}{z^{-1} e^{\beta E_i} - 1} \quad (50 - 2)$$

6-2 تكاثف بوز-أينشتاين :

يعود اكتشاف تكاثف بوز-أينشتاين، أو BEC، إلى السنوات الأولى من تأسيس علم ميكانيكا الكم بعد الوصول إليه نظريا من قبل بوز-أينشتاين لأول مرة في عام 1924، حيث لم يتم تحقيقه تجريبيا حتى عام 1995. ويعتمد تحقيقه التجريبي على الاكتشافات على الأساسية في المجالات المتنوعة مثل فيزياء المادة المكثفة، وتبريد الليزر والحصر، وميكانيكا الموائع [55,53].
و قد قام بوز في عام 1924 بتطوير إحصاء الفوتونات، بناءً على فكرة أينشتاين عن كون الفوتونات عبارة عن جسيمات ضوئية منفصلة [55,53].



الشكل (2-3): تكاثف بوز-أينشتاين [53].

6-2-1 تكاثف بوز-أينشتاين في نظام ثلاثي البعد :

ليكن لدينا نظام يتكون من عدد كبير N البوزونات المستقلة و المحددة بوعاء ذو حجم V و درجة حرارته المطلقة هي T , نجد ان التوزيع الاكثر احتمالا هو [55].

$$f(\varepsilon_i) = \frac{N_i^*}{g_i} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (51 - 2)$$

حيث:

- ✓ N_i^* يمثل عدد جسيمات البوزون الضخمة التي لها g_i .
- ✓ ε_i هو درجة الانتماء و تعبر عن المستويات التي لها نفس الطاقة ε_i .

و من شرط ثبوت العدد الكلي للجسيمات داخل النظام المغلق نجد أن: [55].

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^* = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{g_i}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (52 - 2)$$

$$N = \frac{g_0}{e^{\beta(\varepsilon_0 - \mu)} - 1} + \frac{g_1}{e^{\beta(\varepsilon_1 - \mu)} - 1} + \dots \quad (53 - 2)$$

$$N = N_0 + N_1 + \dots \quad (54 - 2)$$

حيث التجميع يتم بالمعادلة (54 - 2) على جميع مناسيب الطاقة. ولكي نحفظ لكل مستو بعدد موجب للجسيمات N_i , يجب ان يتحقق الشرط $\mu \leq 0$ أو $e^{-\beta\mu} \geq 1$ لجميع الطاقات ε_i [55].

دعونا نركز الآن على عدد الجسيمات بالمستوي الأرضي باعتبارها N_0 حيث $\varepsilon_0 = 0$ طاقة المستوي و $\mu = 0$ فنجد ان [55].

$$N_0 = f(\varepsilon_0 = 0) = \frac{1}{e^0 - 1} \quad (55 - 2)$$

بالتأكيد لكي تكون القيمة $(e^a - 1)$ موجبة يجب ان تكون القيمة $a > 1$ لنحصل على عدد موجب و محدود من الجسيمات. و لنعين علاقة e^a مع درجات الحرارة المطلقة, سوف نفترض انه باقتراب درجة حرارة الغاز من الصفر المطلق فانه $N_0 = N$. لذلك نجد ان: [55].

$$N = \frac{1}{e^a - 1} \Rightarrow a = \ln\left(1 + \frac{1}{N}\right) \approx \frac{1}{N} \quad (56 - 2)$$

وحيث أن N هو عدد جدا, فإننا نستطيع و بدون أخطاء حسابية ان نضع $a = 0$ أو $e^a = 1$ بالمعادلة (51 - 2) عند درجات الحرارة المنخفضة. لهذا نجد ان المستوي الأرضي يمكن أن يملا بعدد كبير جدا من الجسيمات الكلية [55]. ولكي نتمكن من حساب العدد الكلي للجسيمات عند درجات الحرارة المرتفعة, دعونا نحسب كلاسيكيا المعادلة: [55].

$$N_e = N = \sum_{i=0}^{\infty} N_i^* = \int_0^{\infty} \frac{g(\varepsilon)d\varepsilon}{e^{a+\beta\varepsilon} - 1} \quad (57 - 2)$$

و باستخدام كثافة الشحنات بالصورة $\sqrt{\varepsilon} = \frac{v}{2\pi^2} \left(\frac{m}{h^2}\right)^{3/2}$ نجد ان عدد الجسيمات الكلية هي :

$$N_e = \frac{v}{2\pi^2} \left(\frac{m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\epsilon} d\epsilon}{e^{a+\beta\epsilon} - 1} = \frac{V}{\lambda^3} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x} dx}{z^{-1}e^x - 1} \quad (58 - 2)$$

حيث استخدمنا $x = \beta\epsilon$ والوسائط التالية

الطول الموجي لدي-برولي |:

$$\lambda = \frac{h}{(2\pi m T k_B)^{1/2}} \quad (59 - 2)$$

الفعالية المطلقة (Absolute activity) للغاز أو (Fugacity) $z = e^{-a} = e^{\mu\beta} < 1$

ان المعامل $(\epsilon)^{1/2}$ كثافة المستويات في المعادلة (59 - 2) يضمن عدم إسهام جسيمات المستوي الأرضي $\epsilon = 0$ بالحسابات, و لذلك نستطيع وضع $z = 1$ حيث أننا أهملنا المستوي الأرضي و باستخدام التكامل القياسي [55].

$$\int_0^\infty \frac{x^{1/2} dx}{e^x - 1} = 1 \cdot 306 \sqrt{\pi} \quad (60 - 2)$$

فان المعادلة (55 - 2) توول الى :

$$N_e = 2.612V \times \left(\frac{2\pi m T k_B}{h^2}\right)^{3/2} \quad (61 - 2)$$

و كما نعرف فان البوزونات يمكن ان تتجمع في نفس المستوي و هذا على عكس الفرميونات, فان ج البوزونات تبدأ في التجميع في المستوي الأرضي و لكن تظل كثافة البوزونات بالمستويات المثارة مرتفعة جدا بمعنى أن $N_e = N$ و بخفض درجات الحرارة نجد أن الجسيمات تزداد كثافتها بالمستوي الأرضي حيث a توول الى N^{-1} و عندما نصل الى درجة الصفر المطلق نجد أن جميع البوزونات تملأ المستوي الأرضي فقط, لذلك و عند $T = 0$ نجد أن $N_0 = N$ و لحساب درجة الحرارة الحرجة T_c نضع T_c بدلا من T و N بدلا من N_e بالمعادلة (58 - 2) لنحصل على [55].

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m K_B} \left(\frac{N}{2 \cdot 612V}\right)^{2/3} \quad (62 - 2)$$

حيث :

T_c : هي درجة الحرارة الحرجة .

N : هي كثافة الجسيمات.

m : هي الكتلة لكل بوزون.

h : هو ثابت بلانك

K_B : هو ثابت بولتزمان.

ζ : زيتا هي وظيفة ريمان $\zeta\left(\frac{3}{2}\right) \approx 2.6124$

بقسمة المعادلتين (2-61) و(2-62) نحصل على عدد الجسيمات بالمستويات المثارة كدالة في درجة الحرارة بالمعادلة:

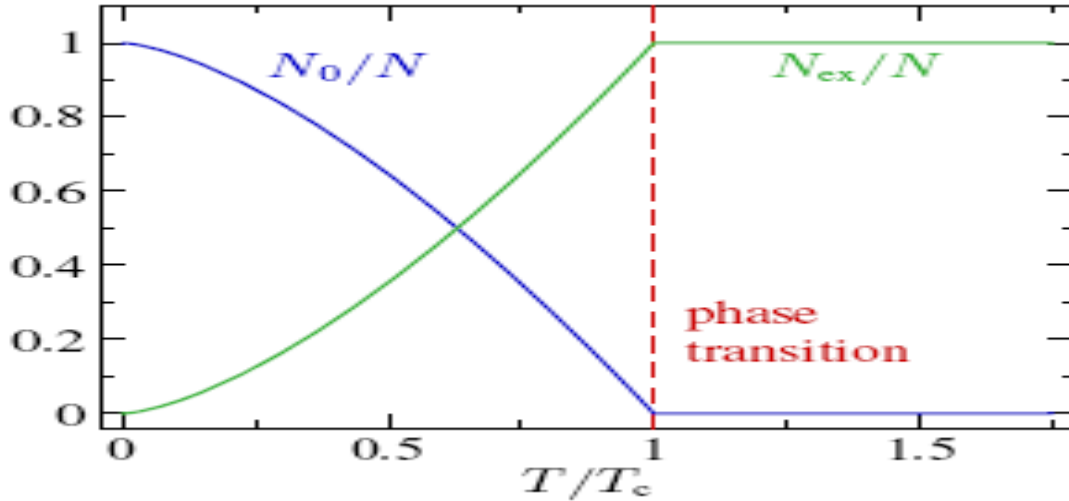
$$N_e = N \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \quad (2-63)$$

و باقي الجسيمات التي تتجمع بالمستوى الأرضي تصبح:

$$N_0 = N - N_e = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}\right] \quad (2-64)$$

وهنا نلاحظ ان عملية التغيير من التجميع الي التكامل بالمعادلة (2-54) عند درجات الحرارة $T < T_c$ قد أحدثت خطأ جسيما و ذلك نتيجة إهمالنا للحد $g(\varepsilon = 0) = 0$ بكثافة المستويات, و بإهمال هذا الحد فقد تم إهمال الإسهام الكبير الناتج من المستوي الأرضي. من أجل قيم صغيرة من z (أو قيم كبيرة من $e^{-\beta\mu}$) فان إسهام المستويات الأولية يكون منعدما, و بالتالي فعملية التغيير من التجميع الي التكامل لا ينشأ عنه أي خطأ ملموس, بينما عندما تقترب z من الواحد الصحيح (أو تكون $e^{-\beta\mu}$ صغيرة), فان المستوي الأرضي يصبح مهما و إسهامه يجعل تجاهله خطأ جسيما. و لهذا لا نستطيع تغيير التجميع الي تكامل عندما نقترب من الصفر المطلق [55].

يحدث هذا التكاثر السريع للجسيمات عندما تقل درجة الحرارة للنظام عن T_c . و تسمى هذه الظاهرة تكاثف بوز – اينشتاين و شكل (2-3) يوضح مدى تغيير $\left(\frac{N_{ex}}{N}\right)$ و $\left(\frac{N_0}{N}\right)$ مع درجة الحرارة المطلقة للغاز [53].



شكل (4-2): تغيير $(\frac{N_0}{N})$ و $(\frac{N_{ex}}{N})$ مع درجة الحرارة المطلقة [53].

يعرف الطول الموجي عندما $T < T_c$ بالمعادلة: [55].

$$N = \frac{V}{\lambda_B^3} \times 2.612 \quad (65 - 2)$$

$$\lambda_B^3 = \frac{2.621}{\rho}, \quad \rho = \frac{N}{V} \quad (66 - 2)$$

ومنه فان الطول الموجي مرتبط بمتوسط المسافة بين الجسيمات, و لذلك يظهر التداخل بين الدوال الموجية, و هذا ما يوضح أهمية التأثير الكمي في تكاثف بوز-أينشتاين [55].

2-6-2 تكاثف بوز-أينشتاين في نظام ثنائي البعد:

يعطى العدد الإجمالي للبوزونات في حالة معينة بدلالة الطاقة [54].

$$N = \int_0^{\infty} \bar{n}(\varepsilon) dN = \int_0^{\infty} \bar{n}(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon \quad (67 - 2)$$

أي

$$\bar{n}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (68 - 2)$$

يكون التوزيع الكمي للبوزونات كالتالي

$$D(\varepsilon) = \frac{dN}{d\varepsilon} \quad (69 - 2)$$

هي كثافة البوزونات، بالنسبة إلى جسيم في صندوق بطول الجانب L ، يتم تقدير الأنماط الموجودة بشرط أن تتعدم الدالة الموجة على الجدران $\Psi(x, y, z = 0) = \Psi(x, y, z = L) = 0$ وبالتالي لكل بعد مكاني i ، لدينا الشرط: [54].

$$k_i = \frac{n_i \pi}{L} \quad (70 - 2)$$

كثافة البوزونات في نظام ثنائي البعد تكون :

$$D_{2D}(\varepsilon) = \frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{dN}{dn} \frac{dn}{d\varepsilon} = 2\pi n \frac{dn}{d\varepsilon} \quad (71 - 2)$$

بالنسبة للجسيمات الموجودة في نظام تكون طاقتها من الدرجة الثانية :

$$\varepsilon = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 \quad (72 - 2)$$

وهكذا

$$dn = \frac{L}{2\hbar\pi} \left(\frac{2m}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \quad \text{و} \quad n = \frac{L}{\hbar\pi} \sqrt{2m\varepsilon} \quad (73 - 2)$$

نلاحظ أن كثافة الحالات هنا $D_{2D}(\varepsilon)$ لا تعتمد على الطاقة [54].

$$N_{2D} = \frac{2\pi}{4} \left(\frac{L}{\hbar\pi}\right)^2 \frac{2m}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} d\varepsilon = \frac{2\pi mA}{h^2 \beta} \sum_0^{\infty} \frac{e^{\beta l \mu}}{l} \quad (74 - 2)$$

$$\zeta = \sum_0^{\infty} \frac{e^{\beta l \mu}}{l} \quad \text{حيث :}$$

لكي يحدث التكاثر يجب أن تكون $\mu = 0$ وهذا غير ممكن إذ تتباعد أعلاه ζ وبالتالي ، لا يحدث التكاثر للبوزونات في نظام ثنائي البعد لغاز مثالي من الجسيمات البوزونية [54].

3-6-2 تكاثف بوز-أينشتاين في نظام أحادي البعد:

أخيرًا بالنسبة للحالة أحادية البعد، تكون كثافة الحالات بسيطة:

$$D_{1D}(\varepsilon) = \frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{dN}{dn} \frac{dn}{d\varepsilon} = (1) \frac{dn}{d\varepsilon} \quad (75 - 2)$$

الطاقة مرة أخرى هي نفسها .

$$\varepsilon = \frac{1}{2m} (p_x^2) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 \quad (76 - 2)$$

وبالتالي فإن العدد الإجمالي :

$$N_{1D} = \frac{L}{2\hbar} \sqrt{2m} \int_0^\infty \frac{1/\varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} d\varepsilon = \frac{L}{2\hbar} \left(\frac{2\pi m}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^\infty \frac{e^{\beta i \mu}}{i^{\frac{1}{2}}} \quad (77 - 2)$$

يوجد معامل 1/2 يتعامل مع قيم n الموجبة فقط. مرة أخرى، هذا التعبير غير طبيعي لـ $\mu = 0$ ، لذلك لا يحدث التكاثر للبوزونات في أحادي البعد [54].

2-6-4 تكاثف بوز-أينشتاين للبوزونات عديمة الكتلة في الأنظمة منخفضة البعد:

بالنسبة للبوزونات عديمة الكتلة، على النقيض من ذلك، يجب أن نعبر عن طاقتها بالعلاقة التالية [54].

$$\varepsilon = c|p| \quad (78 - 2)$$

من الواضح أن الطاقة الخطية في الدفع، تغير شروط حدوث تكاثف بوز-أينشتاين BEC.

في كل حالة يتم إعطاء الطاقة.

$$\varepsilon = c\hbar|k| = c\hbar \frac{n\pi}{L} \quad , \quad n = \frac{\varepsilon l}{c\hbar\pi} \quad (79 - 2)$$

كثافة البوزونات عديمة الكتلة في ثلاثي البعد:

$$D_{3D}(\varepsilon) = 4\pi n^2 \frac{dn}{d\varepsilon} = 4\pi \left(\frac{L}{c\hbar\pi} \right)^3 \varepsilon^2 \quad (80 - 2)$$

و يكون العدد الإجمالي لعدد الجسيمات كالتالي :

$$N_{3D} = \frac{4\pi}{8} \left(\frac{L}{8\hbar\pi} \right)^3 \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{e^{\beta(-\varepsilon\mu)} - 1} d\varepsilon = \frac{8\pi V}{ch\beta^3} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{\beta l_i \mu}}{l_i^3} \mu \rightarrow 0 \frac{8\pi V}{ch\beta^3} \zeta(3)$$

$$\approx \frac{8\pi V}{ch\beta^3} 1.120 \quad (81 - 2)$$

الآن يمكننا حساب درجة حرارة المرحلة الانتقالية للبوزونات عديمة الكتلة ثلاثية البعد:

$$T_c \approx \left(\frac{N_{3D}}{8\pi V(1.1202)} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{ch}{k_b} \quad (82 - 2)$$

كثافة البوزونات عديمة الكتلة ثنائية البعد:

$$D_{2D}(\varepsilon) = 2\pi n \frac{dn}{d\varepsilon} = 2\pi \frac{L^2}{ch\pi} \varepsilon \quad (83 - 2)$$

لاحظ أن الكثافة ثنائية البعد تعتمد على الطاقة, و العدد الكلي للجزيئات هو:

$$N_{3D} = \frac{2\pi}{4} \left(\frac{L}{4\hbar\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} d\varepsilon = \frac{2\pi A}{ch\beta^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{\beta l_i \mu}}{l_i^2} \mu \rightarrow 0 \frac{2\pi A}{ch\beta^2} \zeta(2)$$

$$\approx \frac{2\pi A}{ch\beta^2} \left(\frac{\pi^2}{6} \right) \quad (84 - 2)$$

توضح هذه النتيجة أن البوزونات عديمة الكتلة في الأنظمة ثنائية البعد تتكاثف, في حين أن البوزونات العادية لا تتكاثف في نظام ثنائي البعد [54].

تكون درجة حرارة التكاثف هنا مساوية لـ:

$$T_C = \left(\frac{3N_{2D}}{A\pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{ch}{k_b} \quad (85 - 2)$$

أما بالنسبة للنظام أحادي البعد للبوزونات عديمة الكتلة، فكثافة الحالات مستقلة عن الطاقة تمامًا مثل (البوزونات العادية في نظام ثنائي البعد) [54].

$$D_{1D}(\varepsilon) = \frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{L}{ch\pi} \quad (86 - 2)$$

مرة أخرى بالابتعاد عن $\mu = 0$ نجد أن :

$$N_{1D} = \frac{L}{2ch} \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} d\varepsilon = \frac{L}{ch} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{\beta i \mu}}{i} \xrightarrow{\mu=0} \frac{L}{ch\beta} \zeta(1) \rightarrow \infty \quad (87 - 2)$$

وبالتالي فإنه و في الحالة أحادية البعد للبوزونات عديمة الكتلة نجد نفس حالة البوزونات ذات الكتلة في نظام أحادي البعد، أي أن التكاثف محظور في هذا الشكل الهندسي [54].

الفصل الثالث

المجموعة الفائقة لنظام

وعلاقتها

بتكاتف بوز-أينشتاين

1-3 المقدمة:

تم اكتشاف الموائع الفائقة ككمية عيانية ملحوظة لأول مرة في دراسة الهليوم المسمى الهليوم السائل ^4He في عام 1938 [15,56]. على الرغم أنه من الناحية النظرية تعتبر الموائع الفائقة ظاهرة عامة بالنسبة لأنظمة البوزونات المتفاعلة [57]، وحيث أنه لم يكن من الممكن التحقق منها إلا بالنسبة للهليوم ^4He السائل المتاح في التجارب حتى عام 1995. في هذا العام، وبفضل تقدم الأبحاث في مجال تبريد الذرات بالليزر، تم التحقيق التجريبي لتكاثف بوز-أينشتاين للغازات الذرية الممددة [58]، حيث يمكن التحكم في جميع العوامل الأساسية تقريبًا لهذه الحالة من المادة بسهولة في التجارب، فمن الممكن ضبط طاقات الحركة للذرات وكذا كثافتها والتفاعلات بينها بسهولة عن طريق هندسة التفاعل بين الليزر الذري والمصادر المغناطيسية أو البصرية وتردد الرنين الذري [59]، ونظرًا لأن معظم الغازات فائقة البرودة هي مادة ممددة ضعيفة التفاعل، يمكن التحكم في الطرق النظرية المتاحة لدراسة هذه الموائع الفائقة بالتفصيل. وينصب التركيز في البحوث الحالية على الاستقرار والسرعات الدورانية الحرجة للموائع الفائقة المختلفة. فبالنسبة للموائع الفائقة المتجانسة، عندما تتجاوز السرعة الدورانية لها قيمة حرجة، يعاني النظام من عدم القدرة على الاستقرار وتضيع السيولة الفائقة. ومع وجود دفع كبير بدرجة كافية، يتم إنشاء آلية جديدة من عدم الاستقرار، أي عدم الاستقرار الديناميكي [60].

إن تكاثف بوز أينشتاين BEC هو عبارة عن احتلال مجهري من قبل الجسيمات لحالة كمية واحدة وهي الحالة الأساسية. يتم تعريف مصفوفة كثافة الجسم في نظام متعدد الجسيمات (نقية أو مختلطة) [69].

$$\rho^{(1)}(x, x') = \langle a^+(x)a(x') \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} N_i \overline{\psi_i(x)} \psi_i(x') \quad (1-3)$$

$$N_0 \geq N_1 \geq \dots \sum N_i = N \quad (2-3)$$

و منه فإن تكاثف بوز أينشتاين يعني بحكم التعريف أن جزء المكثف N_0/N ، هو من الرتبة $O(1)$.

3-2 المائعية الفائقة:

يمكن للميوعة الفائقة أن تعني شيئين، إما التدفق بدون احتكاك، وإما الاستجابة غير الكلاسيكية لزيادة أو دوران لانهائي [69].

وهو نوع خاص من الموائع ذات اللزوجة الصفرية، إذ لا يعاني المائع الفائق من التبدد عند التدفق عبر أنبوب أي لا يفقد طاقته الحركية، وقد يفقد مائعيته الفائقة فقط عندما تتجاوز سرعته قيمة حرجة معينة [60,61].

يتم تعريف كثافة الكتلة الفائقة ρ_s في حالة الراحة، ومن خلال معالجة الطاقة الحرة إلى دفعات صغيرة حسب v فإن: [69].

$$F_V = F_0 + \frac{1}{2} mN(\rho_s/\rho)v^2 + O(v^2) \quad (3-3)$$

في سنة 1938 اكتشف كابيتزا (Kapitza)، ألين (Allen) وميسنر (Misner) المائع الفائق للهليوم السائل ^4He [63] بعد فترة وجيزة من إيضاح لاندو [65] أنه إذا كان طيف الإثارة المطبق يفي بمعايير معينة، فإن حركة المائع لا تسبب تبدد الطاقة [64]. يتم تلبية معايير لاندو بواسطة طيف الإثارة بوغليوبوف (Bogoliubov) المرتبط بتكاثفات بوز-أينشتاين لغازات بوز غير المثالية. وبالتالي تم تأسيس أول علاقة اتصال بين المائعية الفائقة وتكاثف بوز-أينشتاين، ويتم الآن البحث في العلاقة بين هاتين الظاهرتين على مستوى أعمق [62].

3-2-1 معيار لاندو (Landau):

في عام 1941، أسس لاندو معايير للموائع الفائقة وفقاً للفرضية القائلة بأن النظام المعني يمكن فقط أن يكون قادرًا على تبادل الطاقة مع المحيط من خلال إنشاء أو إفناء الإثارات الأولية (أشباه الجسيمات) حيث الطاقة والدفع (P) المرتبطة بعلاقة $\varepsilon = \varepsilon(P)$ المحددة لكل نظام [61].

3-2-1-1 حالة مائع ثابت في وجود مصيدة متحركة:



الشكل (3-1): عبارة عن مصيدة متحركة بها مائع ثابت [66].

نعتبر أولاً أن المائع عند درجة حرارة الصفر المطلق $T = 0$ ، حيث تكون جميع الجزيئات في الحالة الأرضية وتتدفق على طول الوعاء الأنبوبي بسرعة ثابتة v . إذا كان السائل لزجًا، فسينتج عن الحركة تبديد الطاقة عن طريق الاحتكاك مع جدار الأنبوب وبالتالي انخفاض الطاقة الحركية. إن مثل هذه العمليات التبادلية تحدث من خلال إنشاء الإثارة الأولية، والتي تعرف بشبه جسيمات بوغليوبوف (Bogoliubov) لغاز من البوزونات المتفاعلة فيما بينها [62].

تعتمد نظرية لاندوا للموائع الفائقة على التحويل الغاليلي للطاقة والدفع. لتكن E و P هما طاقة المائع ودفعه على الترتيب في إطار مرجعي K . إذا حاولنا التعبير عن طاقة ودفع المائع نفسه ولكن في الإطار المتحرك K' ، والذي له سرعة نسبية V بالنسبة للإطار المرجعي K ، فلدينا العلاقات التالية: [62].

$$P' \equiv P - MV \quad (4 - 3)$$

$$E' = \frac{|P'|^2}{2M} = \frac{1}{2M} |P - MV|^2 = E - PV + \frac{1}{2} M|V|^2 \quad (5 - 3)$$

حيث $E = \frac{|P|^2}{2M}$ و M هي الكتلة الكلية للمائع.

بالنسبة للموائع الفائقة حيث للزوج معدومة وعند التبادل الطاقوي ثابت الحرارة على الحركة، يمكن للمائع أن يمتص الطاقة فقط من خلال إنشاء الإثارات الأولية، حيث يكلف إنشاء الإثارة الطاقة $\varepsilon(p) - vp$. [62].

من أجل حدوث إثارة يشترط لاندوا أن تكون سرعة المصيدة لا تقل عن سرعة حدية v_c :

$$v_c = \min_p \frac{\varepsilon(p)}{|p|} \quad (6 - 3)$$

كما يشترط لاندوا ألا تكون هذه السرعة الحدية معدومة بالأساس مما يعني أن المائع ليس بمائع فائق، وبالتالي يكون شرط لاندوا كالاتي: [62].

$$v_c = \min_p \frac{\varepsilon(p)}{p} \neq 0 \quad (7 - 3)$$

عند $T = 0$ وعندما تتحرك المصيدة التي تحوي المائع بسرعة أقل من السرعة الحرجة للنظام $v \leq v_c$ لا يتم إنشاء أي إثارة وبالتالي يبقى المائع في حالة راحة إذ أن $\varepsilon(p) - vp \geq 0$.

فإذا ما كانت سرعة المصيدة $v < v_c$ ظهرت إثارة أولية بدفع p في المائع حيث إجمالي طاقة المائع في الإطار المرجعي K هي $E_0 + \varepsilon(p)$ ، و E_0 و $\varepsilon(p)$ هما طاقة الحالة الأساسية وطاقة الإثارة الأولية [62].

ونظرًا لأن النظام ثابت في ظل التحويل الغاليلي، فإن هذا يعادل مائعًا متحركًا داخل أنبوب ثابت [66].

3-2-1-2 حالة مائع يتحرك داخل أنبوب ثابت بسرعة v :



الشكل (3-2): عبارة عن مصيدة ثابتة بها سائل متحركة بسرعة v [52].

في الإطار المتحرك K' يتحرك المائع بسرعة v لكن الأنبوب الذي يحتوي المائع يكون في حالة راحة. في هذه الحالة يتحرك K' بالسرعة $-v$ بالنسبة للمائع، ويتم إعطاء طاقة ودفع للسائل بوضع $V = -v$ [62].

$$P' \equiv P + Mv \quad (8 - 3)$$

$$E' = E_0 + \varepsilon(P) + P \cdot v + \frac{1}{2} M |v|^2 \quad (9 - 3)$$

ومنه فإن التغيرات في الطاقة والدفع الناجمين عن ظهور إثارة أولية واحدة فقط هي $\varepsilon(p) + P \cdot V$ و P على التوالي. يمكن أن يحدث الإنشاء التلقائي للإثارة الأولية، أي تبديد الطاقة، إذا فقط إذا كانت هذه العملية مفضلة طاقيا، هذا يعني إذا كانت طاقة الإثارة الأولية، في الإطار المتحرك K' حيث يكون الأنبوب في حالة استراحة، بحيث يتم استيفاء حالة التوازن الحراري، وتكون سالبة [62]:

$$\varepsilon(P) + P \cdot V < 0 \quad (10 - 3)$$

إذن يكون تبديد الطاقة المذكور أعلاه محققا عندما:

$$P \cdot V < 0 \quad \text{و} \quad |V| \geq \frac{\varepsilon(P)}{|P|} \quad (11 - 3)$$

أي عندما تكون الإثارة الأولية لها الدفع p المقابل لسرعة المائع v وسرعة المائع $|v|$ تتجاوز القيمة الحرجة:

$$v_c = \min_p \frac{\varepsilon(p)}{|p|} \quad (12 - 3)$$

حيث يتم حساب الحد الأدنى على جميع قيم p ، فإذا كانت سرعة المائع v أصغر من v_c فلننتشكّل أي إثارة أولية تلقائياً، وبالتالي يتم تلخيص معايير لاندائو من الميوعة الفائقة في السرعة النسبية بين المائع والأنبوب والتي يجب أن تكون أصغر من القيمة الحرجة $v < v_c$ كي يضل المائع على حالته الأولى [62].

2-2-3 معيار لاندائو في المصيدة الدورانية:

المصيدة الدورانية هي عبارة عن حاوية على شكل حلقة رقيقة، دائرة نصف قطرها R ، وسمكها $d \ll R$ [66].

بافتراض الشروط الحدية في اتجاه دوران \vec{e} من $v = v_e$ مع الدور Λ ، والشرط الحدي للدالة الموجية للنظام [69]:

$$\Psi(\dots, x_{i-1}, \Lambda_e, x_i, \dots) = e^{-i\varphi} \Psi(\dots, x_{i-1}, 0, x_i, \dots) \quad (13 - 3)$$

مع

$$\varphi = mv\Lambda/\hbar \quad (14 - 3)$$

عندما نعطي المصيدة سرعة دورانية يكون الدفع متوافقاً مع دوران جدران الحاوية [69] حيث :

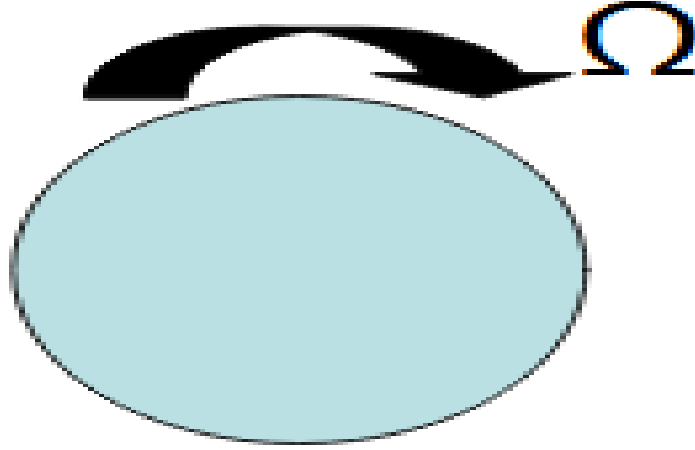
$$. v \leftrightarrow R \Omega \quad (15 - 3)$$

وحيث Ω السرعة الزاوية، وتكون عبارة الهاملتونيان كالآتي: [66].

$$H = H_0 - \Omega \hat{l}_z \quad (16 - 3)$$

إن المسافة التي تقطعها نقطة في حالة دوران هي: $\Lambda = 2\pi R$ حيث التغير بطور الحركة يعطي: [69].

$$\varphi = 2\pi m \Omega R^2 / \hbar \quad (17 - 3)$$



الشكل (3-3): يكون السائل في حركة دورية بسرعة زاوية Ω [66].

يكون المائع في حالة راحة إذا كانت: $\Omega < \Omega_c$ أي $\Omega_c = \min_l \frac{\varepsilon(l)}{l}$ حيث:

$\varepsilon(l)$: هي طاقة الإثارة الأولية.

l : الدفع الزاوي من الإثارة الابتدائية.

وبحسب معيار لانداو للموائع الفائقة لابد من تحقق الشرط $\Omega_c \neq 0$ [66].

لا تكون الموائع الفائقة قادرة على الدوران في السرعات المنخفضة للغاية، وفي حالة السرعات العالية نلاحظ ظهور دوامات كمية [66].

3-3 الدوامات الكمية في السوائل الفائقة:

تعتبر الدوامات الكمية أحد أهم نتائج الأبحاث في فيزياء الذرات الباردة والتي لها علاقة مباشرة مع الموائع الفائقة. وقد تم التنبؤ بالدوامات الكمية أولاً بواسطة أوسنجر (Onsager) [67]، وفاینمان (Feynman) [68]، حيث كان من المعروف أنه لا يمكن تدوير المادة في الأنظمة الصلبة المعتادة [60].

تُعطى السرعة الخطية المقابلة للدوران بواسطة $v = \Omega \times r$ ، حيث Ω هي السرعة الزاوية و r هي متجه المسافات بالنسبة للدوران [66,60].

تكون الدوامة الكمية مفضلة بقوة من النظام بشكل عام إذا كانت السرعة الزاوية للمصيدة تفوق السرعة الحرجة للنظام: [66].

$$\Omega_v < \Omega_c$$

تجربة هيس فيربانك للحد من الجمود المائع الفائق:

قام هيس فيربانك سنة 1967 بتجربته والتي تتمثل في تدوير بطيء لحلقة رقيقة من سائل ^4He بسرعة زاوية [69].

$$\Omega < \Omega_c \sim \hbar/mR^2 \quad (18 - 3)$$

كانت الملاحظة من التجربة من حيث درجة حرارة السائل مقارنة بدرجة الحرارة الحدية لتكاثف بوز-أينشتاين T_c كالتالي: [69].

$$(1) \quad T > T_c : \text{السائل يدور بشكل كلاسيكي مع الدفع الزاوي.}$$

$$L = I_{classical}\Omega \quad : \quad I_{classical} = NmR^2 \quad (19 - 3)$$

$$(2) \quad T < T_c : \text{هنا تظهر لدينا بعض الحالات غير الكلاسيكية:}$$

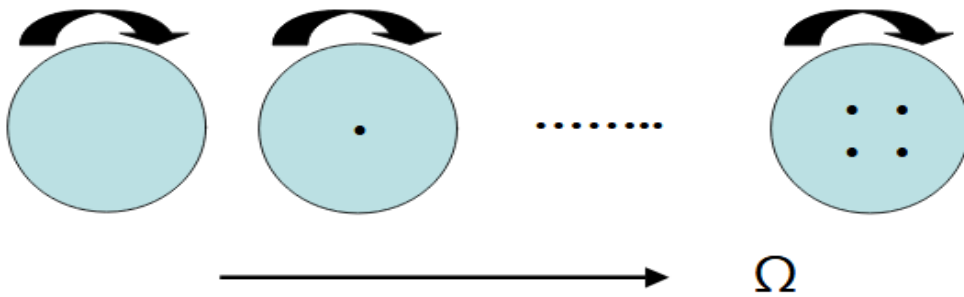
1- عند السرعات الدورانية الأقل من السرعة الحرجة $\Omega < \Omega_c$ فإن:

$$I(T) = (\rho_n/\rho)I_{classical} < I_{classical}, \quad I(T = 0) = 0 \quad (20 - 3)$$

يدور السائل العادي فقط في حين يظل المائع الفائق ثابتاً في إطار المختبر [69].

2- عند السرعات الدورانية من رتبة السرعة الحرجة $\Omega \approx \Omega_c$ تظهر دوامة كمية في وسط المصيدة [69].

3- عند السرعات الدورانية الأكبر من السرعة الحرجة $\Omega > \Omega_c$ تظهر عدة دوامات كمية على شكل شبكة شبيهة بالشبكات البلورية للمادة الصلبة كما يبين الشكل [69].



الشكل (3-4): ظهور الدوامات الكمية [66].

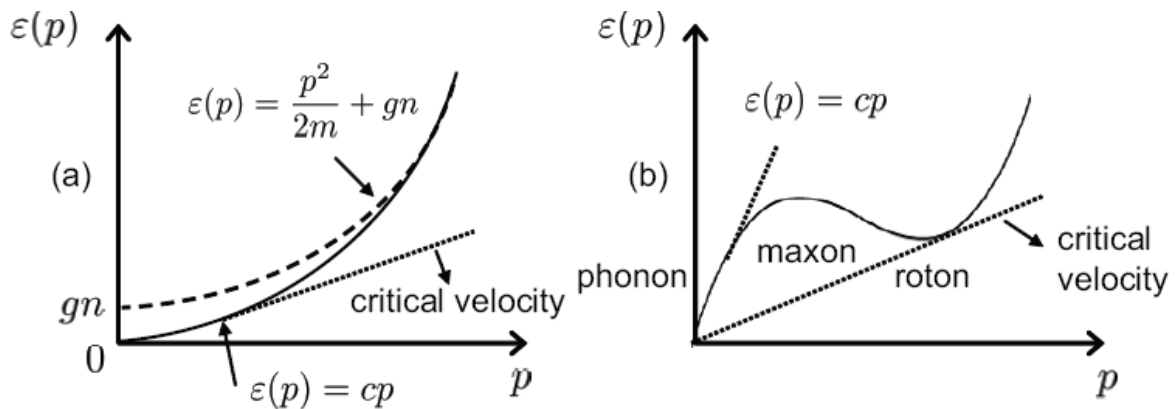
ومن هنا طرح السؤال حول وجود اتصال بين تكاثف بوز-أينشتاين BEC والموائع الفائقة SF من عدمه.

4-3 المائعية الفائقة والتفاعل بين الجسيمات:

من خلال النظر إلى طيف الإثارة لبوغليوبوف (Bogoliubov) LB في الشكل (5-3)، يمكن أن نستنتج بسهولة أن غاز بوز التفاعلي الضعيف عند درجة حرارة صفر يحقق معايير لانداو للموائع الفائقة وأن السرعة الحرجة تعطى في حدود سرعة الصوت كما هو مبين في الشكل (5-3) (a). تحقق الموائع الفائقة المتفاعلة بشدة أيضًا مثل ^4He معايير لانداو، ولكن في هذه الحالة تكون السرعة الحرجة أصغر من سرعة الصوت بسبب طيف الإثارة المعقد، كما هو مبين في الشكل (5-3) (b). ومن المفهوم بسهولة أن السرعة الحرجة تنخفض مع انخفاض التفاعل بين الجسيمات وتختفي في حدود الغاز المثالي لأن: [62].

$$v_c = \min_p \frac{\varepsilon(p)}{|p|} \quad \varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m} \quad (21 - 3)$$

إذ أن التفاعل بين الجسيمات هو مطلب حاسم في المظهر الخارجي للموائع الفائقة.



الشكل (5-3): (a) طيف الإثارة لغاز بوز التفاعلي الضعيف، الذي تساوي فيه السرعة الحرجة سرعة الصوت $v_c = c$. (b) طيف الإثارة لمائع بوز المتفاعل بشدة، والذي تكون فيه السرعة الحرجة أصغر من سرعة الصوت $c < v_c$. [62].

أما إن كانت الجسيمات البوزونية غير متفاعلة فإنه لا يكون هناك سلوك جماعي وتكون السرعة الحرجة معدومة [61]:

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m} \rightarrow v_c = \min_p \frac{\varepsilon(p)}{|p|} = 0 \quad (22 - 3)$$

ما يؤكد أن التفاعل جسيم-جسيم في الواقع هو شرط أساسي لظهور المائع الفائق حيث تكون السرعة الحرجة $v_c \neq 0$ [61].

ومن المؤكد من خلال ما سبق أنه ليس صحيحًا أن الجزء المكثف والجزء الفائق الميوعة هو نفسه إذ لا يمكن للمائع الفائق أن يتواجد من دون وجود تفاعلات بالنظام. الأمر الذي لا يسمح بتكاثف جسيمات المكونة للنظام في الحالة الأساسية، كما أنه عندما تقترب درجة حرارة ^4He السائل من $T = T_c$ يكون السائل بالكامل تقريبًا مائعًا فائقًا على الرغم من أن نسبة الجسيمات المتكاثفة تبلغ حوالي 10% فقط [70]. وكذلك عند $T = 0$ لا يحتوي غاز بوز الصلب في بعد واحد على تكاثف بوز-أينشتاين ولكنه مائع فائق حسبما أكدت التجارب والشيء نفسه ينطبق عليه في الأنظمة ثنائية البعد [70].

الخاتمة العامة

في هذا العمل قمنا بالتطرق إلى تقنيات التبريد بالليزر التي كانت تهدف للوصول بالجسم المبرد إلى درجة حرارة قريبة من الصفر المطلق من خلال تسليط حزمة من الفوتونات على حركة الذرات فتتباطأ وتفقد حرارتها، فتنجم الذرات مشكلة حالة كمية، فتظهر هنا حالة جديدة للمادة وهي تكاثف بوز-أينشتاين بعد دراسة هذا التكاثف في نظام منخفض الأبعاد، حيث وعند درجة الحرارة القريبة من الصفر المطلق نلاحظ أنه بالنسبة لنظام ثلاثي البعد تتجمع البوزونات في نفس المستوى الكمي، وتصبح متماثلة أي تتصرف كذرة واحدة للطاقة مشكلة ما يعرف بتكاثف بوز أينشتاين، أما بالنسبة لنظام ثنائي البعد وعند $\mu \neq 0$ فإنه لا يحدث تكاثف بوز أينشتاين و كذلك بالنسبة للنظام أحادي البعد .

أما بالنسبة للبوزونات عديمة الكتلة فإنه بالنسبة لنظام ثلاثي البعد يحدث تكاثف بوز أينشتاين وكذلك للنظام ثنائي البعد أما بالنسبة لنظام أحادي البعد فلا يحدث تكاثف بوز أينشتاين.

يمكن القول أن الظواهر الفيزيائية المرتبطة بتكاثف بوز-أينشتاين التي تحدث في درجات الحرارة فائقة البرودة هي:

✓ الميوعة الفائقة:

والتي يقوم فيها نظير الهيليوم (^3He و ^4He) بتشكيل سائل يستطيع التدفق بدون أي احتكاك عند هبوط درجة حرارتها إلى الدرجات الدنيا والتي تقارب الصفر المطلق وتكون لزوجة المائع مساوية للصفر.

✓ الموصلية الفائقة:

والتي تسمح بجريان الإلكترونات عبر المادة بدون أي مقاومة كهربائية لها وهي كذلك نوع من المواع الفائقة.

إن العلاقة بين تكاثف بوز-أينشتاين والميوعة الفائقة كانت ولا تزال أحد أكثر الأمور غموضا على مر تاريخ علم الفيزياء، فقد اعتقد الباحثون في البداية أن كمية المائع الفائق في تجارب الهيليوم السائل هي نفسها كمية المادة المتكاثفة في المستوي الطاقى الأساسي للنظام، ولكن وبعد التحقق النظري والتجريبي وجد أن المادة المتكاثفة في المائع الفائق للهيليوم لا تمثل سوى 10% من المادة الكلية للنظام بينما يكون النظام ككل مائعا فائقا.

وقد وجد أن الأنظمة الغازية ثلاثية الأبعاد والمثالية تكون كليا متكاثفة في المستوي الطاقى الأساسي بينما لا وجود للمائعية الفائقة في هكذا شروط. أما في الغازات غير المثالية حيث تكون التفاعلات بين الجسيمات معتبرة فتنناقص نسبة الجسيمات المتكاثفة في حين يظهر على النظام تصرف المائع الفائق، وتزداد المائعية الفائقة للنظام كلما ازدادت التفاعلات بين الجسيمات حيث يزداد الترابط فيما بينها ما يساعد على ظهور خصائص المائع الفائق. بينما في الأنظمة المنخفضة الأبعاد لا يكون هناك تكاثف بوز-أينشتاين في حين أن التفاعلات بين الجسيمات تضمن وجود طور المائعية الفائقة.

- [1] Christoph Maschler "Ultracold atoms in resonator-Generated optical lattices", (2007).
- [2] Yu. Kagan, A. E. Muryshev, and G. V. Shlyapnikov. "Collapse and Bose Einstein condensation in a trapped Bose gas with negative scattering length." *Physical Review Letters* 81.5, P: 933 (1998).
- [3] Wineland, J. David , and Wayne M. Itano. "Laser cooling of atoms." *Physical Review A* 20.4, P: 1521 (1979).
- [4] D.S., "Magneto-optical trapping of barium." *Physical Review A* 79.4, P: 041402 (2009).
- [5] Zhang, Jun, "Laser cooling of a semiconductor by 40 kelvin." *Nature* 493.7433, P: 504 (2013).
- [6] Jaksch, Dieter, and Peter Zoller. "The cold atom Hubbard toolbox." *Annals of physics* 315.1, P: 52-79 (2005).
- [7] Curtis, E. Anne, Christopher W. Oates, and Leo Hollberg. "Quenched narrowline second-and third-stage laser cooling of 40 Ca." *JOSA B* 20.5, P: 977-984 (2003).
- [8] Anwar, Muhammad. "Laser Cooling and Trapping of Cesium Atoms." (2015).
- [9] D. Hutchinson, , E. Zaremba, and A. Griffin. "Finite temperature excitations of a trapped Bose gas." *Physical review letters* 78.10, P: 1842 (1997).
- [10] S. Giorgini , L.P. Pitaevskii, and S. Stringari. "Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas". *Physical Review A* 54.6, P: R4633 (1996).
- [11] Eisenberg, Eli, and Elliott H. Lieb. "Polarization of interacting bosons with spin." *Physical review letters* 89.22, P: 220403 (2002).
- [12] Rigol, Marcos. "Finite-temperature properties of hard-core bosons confined on one-dimensional optical lattices." *Physical Review A* 72.6, P: 063607 (2005).
- [13] Müller, Torben, et al. "State preparation and dynamics of ultracold atoms in higher lattice orbitals". *Physical review letters* 99.20, P: 200405 (2007).
- [14] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269, 198 (1995).
- [15] P. Kapitza, *Nature* 141, 74 (1938) .
- [16] Steven Chu, L. Hollberg, J . E. Bjorkholm, Alex Cable, and A. Ashkin, " Three dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 53: p. 48-51 (1985).

- [17] Dalibard J. and Cohen-Tannoudji, C.J, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models", *Optical Soc. Amer. B*, 6, 2023 (1989).
- [18] J.Anderson, R. Ensher, M. R. Matthews, E. Wieman and E. A.Cornell. "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor", *1. Science*, vol. 269, Issue 5221, pp. 198-201, (1995).
- [19] M. Takeda and M. Kujawinska , "Lasers Revolutionized Optical Metrology", *spie Professional*, October,(2010).
- [20] Min Sung Yoon, " experiments on magnetic transport, magnetic trapping ,and Bose -Einstein condensation " , The Queen's College, University of Oxford D.Phil thesis, Hilary Term (2009) .
- [21] Metcalf, Harold J, and Peter Van der Straten." Laser cooling and trapping of neutral atoms". Wiley-Vch Verlag Gmbh & Co. Kga, (2007).
- [22] P.Molenaar, Photo associative Reactions of Laser-Cooled Sodium. Ph.D. Thesis, Utrecht University, Utrecht, The Netherland(1995).
- [23] A. Aspect, C. Fqbre et G. Grynberg *Optiquequantique1 :Lasers*, Tome II. P.
- [24] William D. Phillips "Laser cooling and trapping of neutral atoms".National Institute of Standards and Technology, Physics Laboratory ,Atomic Physics Division, Gaithersburg, Maryland 20899[S0034-6861(98)00603-5
- [25] <http://large.stanford.edu/courses/2009/ph376/amet1>
- [26] Metcalf, Harold J.; van der Straten, Peter. *Laser Cooling and Trapping*. Springer. Section 8.8. ISBN 9780387987286. (1999).
- [27] Anwar, Muhammad. "Laser Cooling and Trapping of Cesium Atoms." (2015).
- [28] Muhammad Adnan. Experimental platform towards in-fibre atom optics and laser cooling. *Optics / Photonic*. Université de Limoges, English(2017).
- [29]https://www.learner.org/courses/physics/visual/visual.htmlshortname=laser_dimensions.
- [30] Mandonnet, Emmanuel. Etude théorique d'un gaz de Bose atomique ultra froid: 1. Diffusion et localisation de la lumière 2. Condensation de Bose-Einstein en dimensionnalité réduite. Diss. Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, (2000).
- [31] Ketterle, Wolfgang; Van Druten, N. J. "Evaporative cooling of trapped atoms".*Advances in atomic, molecular, and optical physics*. 37: 181–236. Bibcode:AAMOP..37..181K. doi:10.1016/S1049-250X(08)60101-9(1996).
- [32] <file:///C:/Users/MSC/Downloads/9781461454120-c1.pdf>
- [33] E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard. "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure". *Phys. Rev. Lett.*, 59(23):2631–2634,(1987).

- [34] Petsas, Konstantinos I. "Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière" étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles. Diss. Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, (1996).
- [35] https://www.researchgate.net/figure/Illustration-of-the-principle-of-Sisyphus-cooling-for-an-atom-with-Jg-1-2-Je-3-2_fig7_304265014.
- [36] Wineland, D. Itano, W. Bergquist, J. Bollinger, "Trapped Ions and Laser Cooling". NBS Technical Note 1086. Washington, DC: US Govt. Printing Office (1985).
- [37] Migdall, A. Prodan, J. Phillips, W. Bergeman, T. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 54, 2596, (1985).
- [38] Curtis, E. Anne, Christopher W. Oates, and Leo Hollberg. "Quenched narrowline second-and third-stage laser cooling of 40 Ca." JOSA B 20.5, P: 977-984 (2003).
- [39] Baym, Gordon, and C. J. Pethick. "Ground-state properties of magnetically trapped Bose-condensed rubidium gas." Physical review letters 76.1, P:6 (1996).
- [40] Charles S. Adams and Erling Riis I. "Laser Cooling and Manipulation of Neutral Particles".
- [41] Y. Wang, S. Subhankar, P. Bienias, M. Łącki, C. Tsui, M. A. Baranov, A. V. Gorshkov, P. Zoller, J. V. Porto, and S. L. Rolston, "Dark State Optical Lattice with a Subwavelength Spatial Structure", Phys. Rev. Lett. 120, 083601 (2018).
- [42] Ping Nang MA Ph.D. Numerical simulations of bosons and fermions in three dimensional optical lattices oral examination (Sept. 27, 2013).
- [43] Christoph Maschler, "Ultracold Atoms in Resonator-Generated Optical lattices", (2007).
- [44] Ma, Ping N. Numerical simulations of bosons and fermions in three dimensional optical lattices. Diss. ETH Zurich, (2013).
- [45] Raab, E. Prentiss, M. Cable, A. Chu, S. Pritchard, D, Phys. Rev. Lett. 59, 2631–2634 (1987) .
- [46] K. Davis, M. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Durfee, D. Kurn, and W. Ketterle. "Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms". Phys. Rev. Lett., 75, 3969 (1995).
- [47] C. Bradley, C. Sackett, J. Tollett, and R. Hulet. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. Phys. Rev. Lett., 75, 1687 (1995).
- [48] A. Einstein. Quanten theorie des einatomigen idealen gases: Zweiteabhandlung. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1, 3 (1925).
- [49] S. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquanten hypothese. Z. Phys., 26, 178 (1924).

- [50] Christian Ngô, H  l  ne Ng  , "Physique statistique Introduction" , Cours et exercices corrig  s, Docteur   s sciences ,Agr  g  e de l'universit   et Ecoles d'ing  nieurs.
- [51] The Bose-Einstein Distribution, "Statistical Physics ", PHYS393 university of Liverpool.
- [52] Carl Joachim Berdal Haga,"Bose-Einstein Condensates Numerical solution of the Gross-Pitaevskii equation using finite elements", university of oslo Department of Physics, Master thesis, (June 2006)
- [53] R. Roth," Bose-Einstein Condensation" Gsi Theory Group, A New Kind of Matter or Fun with Ultracold Atomic Gases (02/2001).
- [54] Alexander L. Fetter,"Rotating Trapped Bose-Einstein Condensates",Geballe Laboratory for Advanced Materials and Departments of Physics and Applied Physics, Stanford University, Stanford,CA 94305-4045, USA'(Dated: May 28, 2018).
- [55] ابراهيم محمود احمد خضر "مبادئ أساسية في الفيزياء الإحصائية " أستاذ الفيزياء النظرية ,جامعة الملك فهد للبترول المعادن.
- [56] J.F. Allen and A.D. Misener, Nature 141, 75 (1938).
- [57] P. Nozieres and D. Pines, The Theory of Quantum Liquids vol. II Addison-Wesley, (1990).
- [58] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, Science 269, 198 (1995).
- [59] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga, Rev. Mod. Phys. 82, 1225 (2010).
- [60] Qizhong Zhu and Biao Wu , "Superfluidity of Bose-Einstein condensates in ultracold atomic gases ", International Center for Quantum Materials, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China 2Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Peking University, Beijing 100871, China (Dated: January 20, 2015) .
- [61] Paolo Mataloni Alberto Bramati Quentin Glorieux,"Superfluidity of light in a nonlinear atomic medium ", Candidate AgostinoApr   ID number 1482271, Academic Year(2016/2017).
- [62] Michele Modugno,"Bose-Einstein condensates with a bent vortex in rotatingtraps". Dipartimento di Fisica, Universit  a di Firenze,(Dated: October 24, 2018).
- [63] P.Kapitza. "Viscosity of liquid helium below the λ -point". Nature, 141:74, (1938).
- [64] L. D. Landau,"The theory of superfluidity of helium II". J. Phys. USSR, 5:71, (1941).

-
- [65] L.D. Landau, J. Phys. USSR 5, 71 (1941); Phys. Rev. 60, 356 (1941).
- [66] Sandro Stringari "Superfluidity and hydrodynamics " , Chaire Européenne du Collège de France (2004/2005) .
- [67] L. Onsager. Statistical hydrodynamics. NuovoCimento, 6:279–287, (1949).
- [68] R. P. Feynman. Progress in Low Temperature Physics, Vol. 1. North-Holland, Amsterdam,(1955).
- [69] JakobYngvason "Superfluidity versus Bose-Einstein Condensation " University of Vienna IHES, Bures-sur-Yvette, JakobYngvason (Uni Vienna) Superfluidityvs BEC March19(2015) .
- [70] M. J. Davis¹, A. S. Bradley, C.J. Foster, A. G. Sykes, K. V.Kheruntsyan, P. B. Blakie and T. Simula, "Superfluidity and thermodynamics of low-dimensional Bose gases", ACQAO, School of Physical Sciences, University of Queensland, Australia ,Jack Dodd Centre for Photonics and Ultra-Cold Atoms, University of Otago, New Zealand ,Annual Report for the year(2007).

المخلص

إن تفحص نتائج هذا العمل يثبت أن تكاثف بوز-أينشتاين لغازات بوز المثالية في الأنظمة ثلاثية الأبعاد 3D عند درجات حرارة الصفر المطلق ($T=0$) هو تكاثف كلي لجسيمات النظام، بينما لا وجود على الإطلاق للمائع الفائق في هذه الشروط. أما بالنسبة لغازات بوز غير المثالية حيث تكون التفاعلات جسيم-جسيم معتبرة، فإن كمية المادة التي تشكل المائع الفائق تكون أيضا معتبرة في حين أن المادة المتكاثفة لا تمثل سوى نسبة معينة من كمية المادة الكلية، وكلما ازدادت شدة التفاعلات كلما ازدادت كمية المادة للمائع الفائق ونقصت نسبة المادة المتكاثفة.

أما فيما يخص الأنظمة منخفضة الأبعاد فإنه وعلى الرغم من عدم وجود تكاثف بوز-أينشتاين فإن النظام يكون مائعا فائقا كلما ازدادت شدة التفاعل جسيم-جسيم.

الكلمات المفتاحية: تكاثف بوز-أينشتاين، المائع الفائق، أنظمة منخفضة الأبعاد، التفاعل جسيم-جسيم.

Abstract

In the recent work we verified that Bose Einstein Condensate for ideal Bose gases in 3D systems at $T=0$ is a total Condensate, where the total number of particles is in the ground state, however superfluidity in such conditions doesn't exist. For real Bose gases where interactions and correlations between particles are important, the superfluid fraction is important even though the Bose Einstein Condensate represents only a small fraction of the total number of particles, thus the superfluid fraction increases with the particle-particle interaction however the Condensate fraction decreases.

In low dimensional systems where Bose Einstein Condensate doesn't exist, the system is a superfluid if the particle-particle interaction is important.

Keywords: Bose Einstein Condensate, superfluidity, low dimensional systems, particle-particle interaction.