

INÉGALITÉS SUR LE RAYON NUMÉRIQUE D'UN OPÉRATEUR BORNÉ

HAMRI DOUAA¹

ABSTRACT. Soit H un espace de Hilbert complexe et A un opérateur linéaire borné sur H . Le rayon numérique de A est le réel positif défini par

$$w(A) = \sup \{ |\langle Ax, x \rangle| ; x \in H, \|x\| = 1 \}.$$

Dans ce travail on a étudié les inégalités du rayon numérique d'un opérateur borné sur un espace de Hilbert.

On a donné au début une étude initiale sur l'image et le rayon numériques. Cette étude concerne les propriétés de base de ces concepts dont la plus importante pour ce travail est que le rayon numérique définit une norme équivalente à la norme usuelle.

Dans une partie de ce travail, on a présenté des différents types d'inégalités pour un opérateur: des inégalités générales, des inégalités de puissance et des inégalités en sens inverse.

Au dernière partie, on a étudié des inégalités pour deux opérateurs, parmi ces inégalités, des inégalités de base pour le produit et des inégalités pour un opérateur inversible.

REFERENCES

- [1] C. Berger, *A strong dilatation theorem*, Notices Amer. Math. Soc. 12 (1965), 590.
- [2] R. Bhatia, and F. Kittaneh, *Norm inequalities for positive operators*, Lett. Math. Phys. 43 (1998), 225-231.
- [3] R. Bouldin, *The numerical range of a product*, J. Math. Appl. 32 (1970), 459-467.
- [4] R. Bouldin, *The numerical range of a product. II*, J. Math. Anal. Appl. 33 (1971), 212-219.
- [5] S. S. Dragomir, *Some refinements of Schwarz Inequality*, Simposional de Matematică și Aplicații, Polytechnical Institute Timisoara, Ro-mania, 1-2 Nov., 1985, 13-16.
- [6] S. S. Dragomir, and Sandro. J, *Some inequalities in prehilbertian spaces*, Studia Univ. "Babeș-Bolyai" -Mathematica, 32(1) (1987), 71-78.

¹LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES, INFORMATIQUE ET SYSTÈMES (LAMIS), UNIVERSITÉ DE LARBI TEBESSI , 12002 TEBÉSSA, ALGÉRIE

E-mail address: douaa.hamri@univ-tebessa.dz

Key words and phrases. Rayon numérique, opérateur borné, norme d'opérateur, inégalité, espace de Hilbert.