

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

MÉMOIRE
PRESENTE AU CENTRE UNIVERSITAIRE D'EL-OUED

Institut des sciences et technologie

Département de génie électrique

et hydraulique

Pour l'obtention du diplôme

D'ingénieur d'état en électrotechnique

option : réseaux électriques

Thème:

**ECOULEMENT DE PUISSANCE OPTIMAL DES
RÉSEAUX ÉLECTRIQUES
EN UTILISANT MATPOWER**

Dirigé par :

- Mr. GUEDIRI Abdelkarim

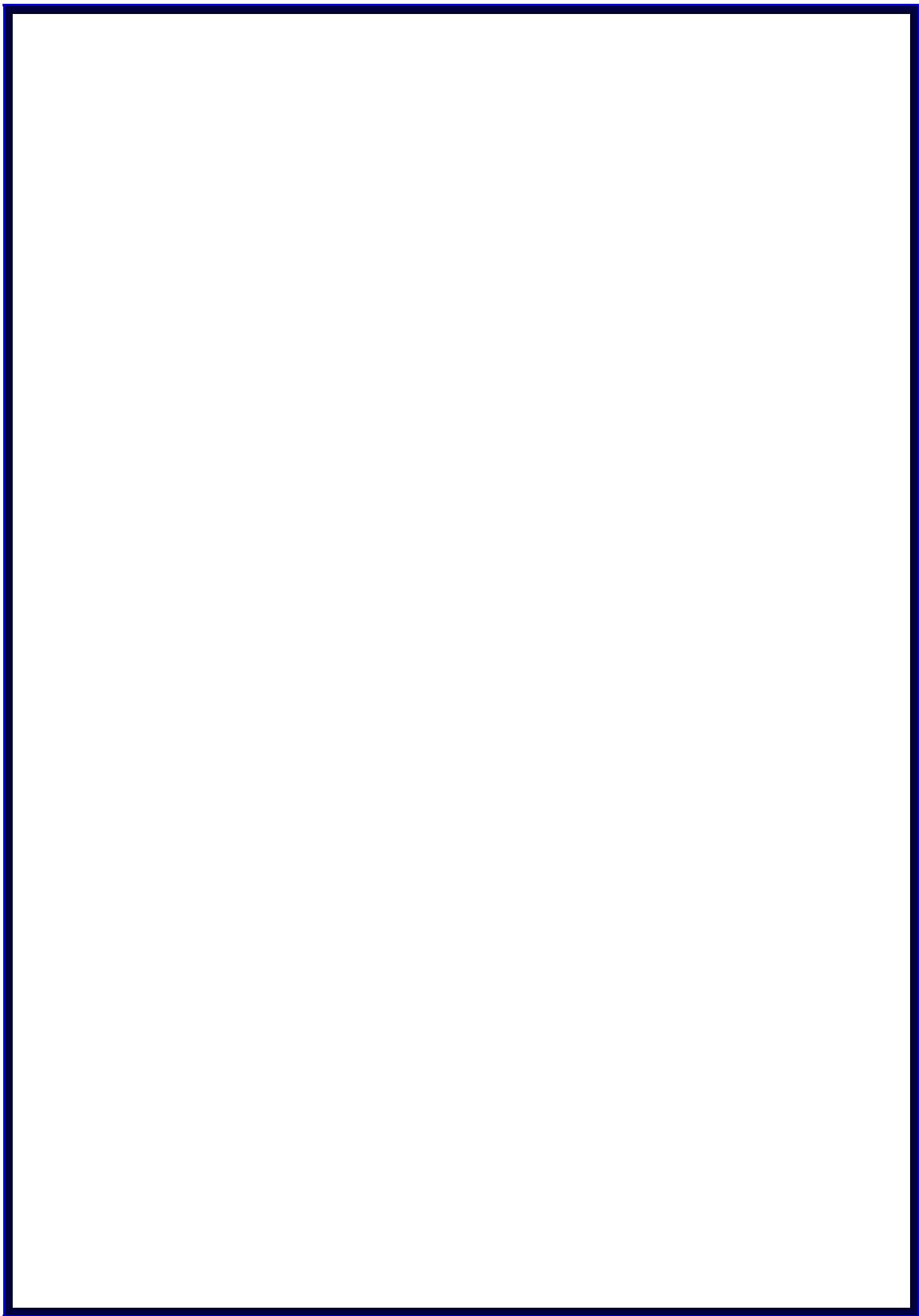
Réalisé par :

-GUEDIRI Abdelhafid

-TOUAHRI Abdelfatah

-DOU Khalifa

Promotion 2009-2010



DÉDICACE

À fin d'étude je me permets de faire hommage de ce travail à tous qui m'ont aidé mes professeurs, mon encadreur « GUEDIRI ABELKARIM » pour sa modeste participation pour réaliser ce travail et d'avoir nous encadré.

Sans oublier mes parents et surtout ma mère qui m'a guidé dans toutes les années et me donne toujours l'énergie pour réaliser mon but professionnel en avenir « Enchalah ».

Aussi à toute les professeur, Promotion 2010 et à toute la famille : mes soeurs, mes frères que j'aime beaucoup, je les souhaite la réussite dans la vie.

Remerciements

On est particulièrement sensible à l'honneur que nous a fait « GUEDIRI ABELKARIM » , Maître de conférences au département 'Electrotechnique de CENTRE UNIVERSITAIRE D'EL OUED, d'accepter d'être rapporteur de ce mémoire et pour la confiance et le suivi qu'il nous a témoigné tout au long de la réalisation de ce travail.

Nous remercions les membres du jury qui ont bien voulu examiner ce modeste travail

On souhaite témoigner nos reconnaissances envers les personnes qui nous ont accompagné durant cette période, et qui pour certaines sont activement intervenues dans le déroulement de ce travail.

A cette occasion, on témoigne nos reconnaissances à toute personne nous ayant aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Enfin, un remerciement particulier à nos parents et à nos frères, sœurs et épouse.

SOMMAIRE

* Dédicaces	
* Remerciements	
* Sommaire	
* Liste des Figures	
* Liste des Tableaux	
* Liste des Symboles	
Introduction Générale.....	1

CHAPITRE I

L'écoulement De Puissance

I-1 Introduction.....	2
I-2 Description des éléments du réseau électrique.....	2
I- 2-1 Générateur de puissance (Alternateur).....	2
I-2-2 Transformateur de puissance	3
I-2-3 Ligne de transport	3
I-2-4 Les charges électriques	4
I-2-5 Elément shunt (Condensateur ou réactance).....	4
I-3Classification des jeux de barres selon leurs spécifications	5
I-3 -1 Jeu de barre de référence	5
I-3 -2 Jeu de barre générateur	5
I-3 -3 Jeu de barre de charge	5
I-4 Etude des équations de l'écoulement de puissance.....	5
I-4-1 Equations de l'écoulement de puissances.....	6
I-4-2 Les équations de l'écoulement de puissance dans les lignes.....	9
I-4-3 Equations de l'écoulement de puissance (sous forme réelle)	9
I-5 Classification des variables de l'écoulement de puissance.....	10
I-5-1 Les variables de perturbation ou non contrôlables	10
I-5-2 Les variables de contrôle et d'état	10
I-6 Généralisation à un système de n jeux de barres	11
I-7 Forme générale des équations de l'écoulement de puissance.....	12

SOMMAIRE

I-7-1 Les pertes de puissance dans les lignes	14
I-7-2 Facteur de puissance.....	14
I-8 Méthodes de Newton-Raphson	14
I-8-1 Représentation géométrique de la méthode de N-R.....	15
I-8-2 Résolution d'un système d'équation à (n) variables non linéaire.....	15
I-8-3 Arrêt des opérations	16
I-8-4 La méthode de Newton-Raphson appliquée aux équations d'écoulement de puissance	17
I-8-4-1 Détermination des sous matrices de la Jacobienne J	18
I-8-4-2 Algorithme de Newton-Raphson	19
I-9 Méthode découplée rapide (D.R)	20
I-9-1 Algorithme de la méthode découplée rapide	21
I-10 Méthode de l'approximation du courant continu (DC Power Flow)	22
I-11 Conclusion.....	24

CHAPITRE II

L'écoulement De Puissance Optimal

II-1 Introduction	25
II-2 Résumé de la littérature de l'OPF.....	25
II-3 L'objectif de l'OPF.....	26
II-4 Dispatching Economique sans pertes	26
II- 4-1 Formulation mathématique	27
II- 4-1-1 Fonction du coût	27
II- 4-1 -2 Contraintes d'égalité.....	27
II- 4-1 -3 Contraintes d'inégalité	28
II- 4-2 Incrémentation du coût.....	28
II- 4-3 Formulation de Lagrange.....	28
II- 4-4 Solution graphique du problème du Dispatching Economique.....	29
II-5 Dispatching Economique avec considération des pertes.....	30
II-6 Ecoulement de Puissance Optimal (OPF).....	32
II- 6-1 Formulation mathématique du problème de l'OPF.....	32
II- 6-2 Classification des variables de l'OPF.....	32
II- 6-2 -1 Les variables de contrôles.....	32

SOMMAIRE

II- 6-2 -2 Les variables d'état.....	33
II- 6-2 -3 Les variables des contraintes.....	33
II- 6-3 Solution du problème de l'OPE par la méthode de Newton.....	33
II- 6-3 -1 Algorithme de Newton.....	33
II- 6-4 Solution du problème de l'OPF par les méthodes de programmation linéaire.....	33
II- 6- 4.1 Le modèle linéaire de l'OPF (DC OPF).....	34
II- 6 -4.2 Le modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement.....	34
II- 6-4-3 Méthode de programmation linéaire (LP).....	34
II- 6-4-3.1 Fonction objective.....	34
II-6- 4.4 Méthode de programmation linéaire successive (SLP)	36
II- 6-4.4-1 Modèle de l'OPF par la programmation linéaire successive (SLP).....	38
II- 6-4.4 -1.1 Fonction objective.....	38
II- 6-4.4-1.2 Contraintes d'égalités.....	39
II- 6-4.4-1.3 Contraintes d'inégalités.....	40
II- 6-4-1-4 Résumé de la formulation du problème de l'OPF par le modèle SLP.....	41
II- 6-4.4-1 -5 Algorithme de l'OPF par la programmation linéaire successive (SLP).....	41
II-7 Conclusion.....	42

CHAPITRE III

Tests et Résultats Numériques

III Test et application.....	43
III-1 Introduction.....	43
III-2 Définition du MATPOWER.....	43
III-3 Différentes instructions du MATPOWER.....	43
III-4 Format du fichier du MATPOWER.....	43
III-5 Test de MATHPOWER-OPF(SLP).....	44
III-5-1 Réseau électrique de 6 jeux de barres.....	44
III-5-2 Réseau test IEEE 30-bus.....	48
III-6 OPF en tenant compte la surcharge des lignes.....	53
III-7 Conclusion.....	56
Conclusion générale	57

Liste de symbole

b : susceptance shunt.

B : matrice susceptance du système.

B_{ij} et B_{i0} B_{00} : Coefficients de pertes.

B' et B'' : sont des matrices identiques et constantes

Nbr : est le nombre total des lignes de transporte (branches).

C : La fonction du coût.

D : Matrice carrée.

F : Facteur de puissance.

$f(x)$: Fonction objective.

g : Conductance shunt.

$g_i(x)$: Contraintes d'égalité.

$h_i(x)$: Contraintes d'inégalités.

i : Numéro du J.d.B.

I_i : Courant injecte au J.d.B « i ».

J : Matrice Jacobienne .

J.d.B : Jeux de barres.

k : Numéro d'itération.

L : La fonction de Lagrange.

L_i : Facteur de pénalité.

LP : La fonction de programmation linéaire .

n : Nombre de J.d.B.

ng : est le nombre total des générateurs.

NR: Newton-Raphson.

OPF: Ecoulement de Puissance Optimal.

P : Puissance active.

P_D : Puissance active demandée.

P_G : Puissance active générée.

P_L : Perte active de ligne.

$p.u$: Unité relative.

Q : Puissance réactive.

Q_D : Puissance réactive demandée.

Q_G : Puissance réactive générée.

Q_L : Perte réactive de ligne.

R : Résistance

S : Puissance apparente.

S_b : Valeur de base.

S_D : Puissance apparente demandée.

S_G : Puissance apparente générée.

SLP : La fonction de programmation linéaire successive .

V_i : Tension au J.d.B.

Y : Matrice admittance.

G_{ij} : La partie réelle de la matrice admittance Y .

B_{ij} : La partie imaginaire de la matrice admittance Y .

γ : Phase d'admittance.

δ : Phase de tension.

ε : Tolérance estimée.

α et β γ : Coefficients du coût.

λ : Multiplicateur de Lagrange .

Z : matrice impédance.

X : vecteur d'état.

U : vecteur de contrôle

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$$

: Limites minimales et maximales des variables d'état et de contrôle.

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$$

$[P_B]$: Vecteur des puissances actives transmises par les lignes de transport.

$[J_{n\delta}]$, $[J_{hv}]$: Sous matrices jacobéennes.

DR : Méthode decouple rapid

Listes des figures

Figure I-1: Schéma unifilaire en π d'une ligne	4
Figure I-2: Exemple d'un réseau électrique à deux jeux de barres.	6
Figure I-3: Jeu de barres quelconque avec génération, charges et lignes de transmission.....	13
Figure I-4: Représentation géométrique de la méthode de N-R.....	15
Figure II-1: Modèle d'un réseau électrique concentré à un seul jeu de barres artificiel.....	26
Figure II-2: Courbe de coût typique (entrée-sortie) d'un générateur.....	27
Figure II-3: Courbe typique de l'accroissement du coût de combustible.....	28
Figure II-4: Méthode graphique pour la solution du dispatching économique de trois générateurs.	30
Figure II-5: Approximation linéaire de la courbe de coût par 3 segments de droites	35
Figure II-6: Organigramme simplifié de l'algorithme de programmation linéaire successive.....	39
Figure III.1: Schéma unifilaire du réseau électrique à 6 J.B.....	45
Figure III-2: Puissances actives du réseau 6 jeux de barres	47
Figure III-3 : Puissances réactives du réseau 6 jeux de barres.....	48
Figure III-4 : Schéma unifilaire du réseau électrique à 30 jeux de barres.....	49
Figure III-5: Modules des tensions du réseau électrique à 30 J.B par Math power_OPF(SLP)....	51
Figure III-6: Phases des tensions du réseau électrique à 30 J.B par Math power_OPF(SLP).....	51
Figure III-7 : comparaison entre le Math power et Decouple rapid du point de vue coût et pertes de puissance.....	52
Figure III-8: Evolution du coût de production pour le réseau électrique à 30 J.B.	53
Figure III-9: Convergence de Math power_OPF(SLP) pour le réseau électrique à 30 J.B.....	53
Figure III-10: Evolution du coût de production avec considération des contraintes des puissances actives des lignes pour le réseau électrique à 30 J.B	54
Figure III-11: Convergence de Math power_OPF(SLP) avec considération des contraintes des Puissance actives des lignes pour le réseau électrique à 30 J.B.....	55

Listes de tableaux

Tableau III-1: Les variables utilisées dans le MATPOWER et ses définit.	44
Tableau III-2: tensions du réseau électrique à 6 J.B.	45
Tableau III-3: puissances et coûts de production du réseau électrique à 6 J.B.	46
Tableau III-4: Puissances et coûts de production, avec considération des contraintes de Puissance active de transmission du réseau électrique à 6 J.B.....	47
Tableau III-5: Puissances actives transmises par les lignes du réseau électrique à 6 J.B.....	48
Tableau III-6: Tensions du réseau électrique à 30 J.B.....	50
Tableau III-7: Puissances et coûts de production du réseau électrique à 30 J.B.....	52
Tableau III-8: Puissances et coûts de production, avec considération des contraintes de Puissance active de transmission du réseau électrique à 30 J.B.....	54
Tableau III-9: Puissances actives transmises par les lignes du réseau électrique à 30 J.B.....	55

Le rôle principal de toute entreprise chargée de la production d'énergie électrique est d'assurer à tout moment, et en tout lieu, la couverture des demandes des utilisateurs en puissances actives et réactives. L'entreprise doit en outre garantir une qualité acceptable de la puissance avec un coût d'exploitation réduit. Pour bien exploiter un réseau électrique donné, il faut tout d'abord résoudre les problèmes d'ordre technique et économique. Souvent, on se trouve confronté à un problème, qui est celui de la répartition économique des puissances.

Au début, la solution utilisée consiste à charger ou à faire produire au maximum les unités ayant le meilleur rendement. Cette solution n'est pas rentable puisque l'abus de fonctionnement des machines diminue leurs durées de vie et par conséquent, les frais d'entretien et de maintenance augmentent considérablement. L'extension et la complexité du réseau, laisse le choix aux chercheurs pour le développement de nouvelles méthodes afin de contribuer à l'allègement de ce problème. Le problème de la répartition économique d'énergie a pris une importance considérable avec l'apparition de la crise d'énergie nécessitant des combustibles de plus en plus chers. Il faut donc planifier les puissances actives et réactives de chaque centrale électrique, de telle sorte que le coût total de fonctionnement du réseau entier soit minimal. D'une autre façon, il faut varier les puissances actives et réactives des générateurs dans certaines limites afin de satisfaire la demande particulière de la charge avec un coût minimal du combustible. Ce processus est appelé l'écoulement de puissance optimal (OPF), et parfois, il est connu comme le problème du dispatching économique.

Pour rendre le raisonnement dans ce côté plus fiable et plus facile nous avons besoin d'intégrer l'outil informatique en parallèle avec l'outil mathématique afin d'orienter notre travail dans un sens très agréable et très efficace. Alors nous avons utilisé un logiciel d'application (MATPOWER) qui traite la répartition des puissances dans un réseau électrique et les différents calculs de l'écoulement de puissance (les pertes de puissances, les tensions aux niveaux de chaque jeu de barres) ainsi que l'écoulement de puissance optimal. Ce travail est divisé en trois chapitres, dans le premier on va essayer d'avoir une idée générale sur l'écoulement de puissance, puis on traite une méthode pour résoudre le problème d'optimisation de l'écoulement de puissance, en suite on va expliquer quelques instructions du MATPOWER et enfin on donne un exemple d'application sur l'optimisation de l'écoulement de puissance en utilisant MATPOWER.

I-1 Introduction

L'étude de l'écoulement de puissance (power flow) permet d'avoir la solution des grandeurs d'un réseau électrique en fonctionnement normal équilibré en régime permanent. Ces grandeurs sont les tensions aux nœuds, les puissances injectées aux nœuds et celles qui transitent dans les lignes. Les pertes et les courants s'en déduisent. Les études de l'écoulement de puissance permettent de planifier la construction et l'extension des réseaux électriques ainsi que la conduite et le contrôle de ces réseaux. Il est plus difficile d'exploiter un réseau électrique qu'un réseau de distribution de gaz ou d'eau, car il n'est pas possible de stocker l'énergie électrique. Ainsi doit-on produire, à chaque instant, l'énergie nécessaire à la consommation immédiate

Cette règle pose de difficiles problèmes au producteur qui établit, à l'avance, un programme journalier tenant compte de la demande habituelle des usagers en fonction d'une part de la saison, d'autre part des heures de la journée (heures pleines, heures creuses et heures de pointe). Si l'énergie électrique n'est pas stockant, en revanche, l'avantage d'être facile à transporter à des grandes distances par des lignes de transmission. Il faut cependant noter que le transport est assez coûteux par les installations qu'il exige ainsi que par les pertes d'énergie dans les lignes.

I-2 Description des éléments de puissance du réseau électrique [1]

La définition de tous les éléments constitutifs d'un réseau électrique qui interviennent réellement et qui sont exposés à des hautes tensions et de forts courants est nécessaire pour bien comprendre l'étude de l'écoulement de puissance ou bien l'écoulement de puissance optimal (OPF), à savoir : générateurs de puissance, transformateurs de puissances, lignes de transport, charges électriques et compensateurs statiques. Le comportement d'un réseau électrique doit être suffisamment simple tout en traduisant principalement la réalité du comportement.

I-2-1 Générateur de puissance (Alternateur)[2]

Les générateurs peuvent fournir une puissance active et fournir ou absorber une puissance réactive dans certaines limites. Les groupes importants tentent de maintenir à leurs bornes un niveau de tension donné.

La machine sera modélisée (très simplement) par une force électromotrice placée derrière une réactance. Pour l'étude d'un régime de fonctionnement normal, cette réactance représente la réaction d'induit et est appelée 'réactance synchrone', notée X_s et dont l'ordre de grandeur, dans la base de la machine, est de 1 pu (100 %).

I-2-2 Transformateur de puissance[2]

Le transformateur est un appareil statique très robuste. Il est utilisé pour modifier la présentation de l'énergie électrique par un courant alternatif à fréquence constante, ils sont des machines électriques statiques dont la fonction est d'élever ou d'abaisser la tension d'un circuit électrique parcouru. Ils jouent un rôle essentiel dans le transport de l'énergie électrique à distance. En effet, les tensions de fonctionnement des alternateurs n'excèdent pas une vingtaine de kilos volts en courant alternatif. Or le transport de grandes puissances sur des distances notables ne peut être réalisé de façon économique que s'il soit effectué à très haute tension, soit plusieurs centaines de kilos volts. Il est donc nécessaire d'installer, à proximité immédiate des groupes générateurs, des transformateurs élévateurs de tension. On devra trouver des appareils abaissant la tension aux points de fourniture de l'énergie électrique, les tensions normales d'utilisation étant comprises entre quelques centaines et quelques milliers de volts.

I-2-3 Ligne de transport

La ligne de transport est modélisée par le schéma unifilaire en π à paramètres distribués. Ces paramètres dépendent de la nature du conducteur et de leurs géométries :

- Des paramètres linéaires séries par phase :

R : Résistance linéique ou série (Ω/km).

X : Réactance linéique ou série (Ω/km).

- Des paramètres shunt par phase :

B : Susceptance shunts ($1/\Omega.km$).

G : Conductance shunts ($1/\Omega.km$).

Dans la plupart des cas, la conductance shunt est négligeable ($G \approx 0$).

Les lignes électriques peuvent être classées suivant plusieurs critères.

- Situation dans l'espace : lignes aériennes, lignes souterraines (câbles).
- Classe de tension : lignes à basse tension ($<1kV$) et ligne à haute tension ($>1kV$).
- Suivant la longueur: -Ligne courte $L < 80k m$.
 - Ligne moyenne $80km < L < 240km$.
 - Ligne longue $L > 240km$.

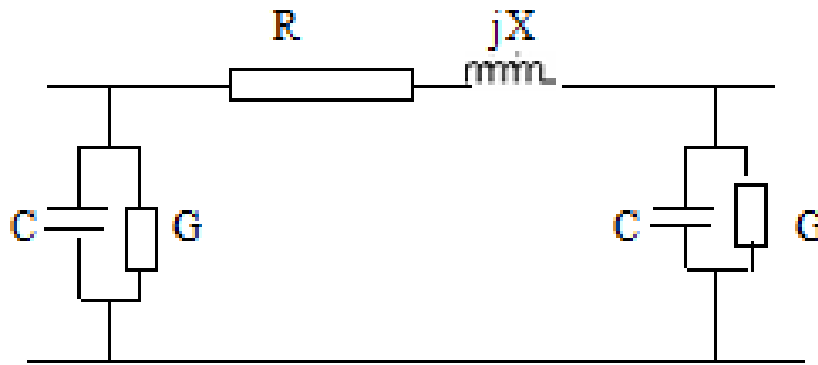


Figure I-1: Schéma unifilaire en π d'une ligne

I-2-4 Les charges électriques

La consommation d'énergie électrique est le fait de tous les secteurs de la vie économique : industries, services, ménages. Elle se présente sous des formes très diverses : moteurs synchrones et asynchrones, appareils de chauffage, ...

Au contraire des générateurs, nous ne pouvons individualiser chaque consommation.

C'est l'agrégat de consommation en un nœud du réseau qui constitue la 'charge' (load) caractérisant ce nœud.

La puissance appelée par la charge varie avec la tension et la fréquence qui règnent au droit de cette charge. Toutefois, une analyse en régime stationnaire suppose la constance de la fréquence. Dans le cadre de ce travail introductif, nous supposons qu'une charge peut être vue comme consommatrice de puissances active et réactive (P_D , Q_D) constantes. Q_D peut être positive (cas d'une charge inductive) ou négative (cas d'une charge capacitive).

Un nœud intermédiaire (poste d'aiguillage) qui n'est pas relié directement à une charge et/ou un générateur sera considéré comme un nœud « charge » dont les valeurs de P et Q sont nulles.

I-2-5 Élément shunt (Condensateur ou réactance)[1]

Les condensateurs statiques et les réactances sont très utilisés pour fournir ou absorber la puissance réactive qui permet, par son transit en un point du réseau, d'ajuster la tension de ce point. Les moteurs synchrones peuvent également fournir de l'énergie réactive, mais leur fonction principale, la force motrice, n'est pas toujours compatible avec la demande instantanée de puissance réactive. Les compensateurs synchrones sont aujourd'hui délaissés malgré leurs mérites, parce qu'ils sont trop coûteux en investissement et en frais d'exploitation.

I-3 Classification des jeux de barres selon leurs spécifications [3]

On peut grouper les jeux de barres en trois catégories, en fonction des spécifications des variables utilisées :

- a. Jeu de barres de référence
- b. Jeu de barres de charge
- c. Jeu de barres générateur (à tension contrôlée)

Notons que dans un réseau électrique, les jeux de barres de charge forment de 80 à 90% de la totalité des jeux de barres, et 1% J.d.B de référence et le reste J.d.B générateur.

Pour chaque jeu de barre, deux variables doivent être spécifiées au préalable et les deux autres sont à calculer.

I-3 -1 Jeu de barre de référence

C'est un jeu de barre générateur où le module et la phase de tension (V, δ) sont les deux spécifiés. Les puissances (P, Q) sont inconnues et doivent être calculées à la fin.

Le jeu de barre de référence, est choisi parmi les jeux de barres générateurs dont la puissance active est la plus importante. Ce jeu de barre est pris comme référence des angles de tension.

I-3 -2 Jeu de barre générateur

Ce jeu de barre est connecté à un générateur délivrant une puissance active P sous une tension constante V contrôlée par un régulateur automatique de tension (AVR). Donc (P, V) sont spécifiées alors que (Q, δ) sont à calculer.

I-3 -3 Jeu de barre de charge

Ce jeu de barre alimente une charge caractérisée par sa puissance active P et réactive Q . Donc (P, Q) sont spécifiées, alors que (V, δ) sont à calculer.

I-4 Etude des équations de l'écoulement de puissance[3]

On peut démontrer d'une façon simple les propriétés fondamentales de l'étude de l'écoulement de puissance par la discussion d'un système à deux jeux de barres qui est montré à la figure (I-2).

Un réseau électrique réel ne peut pas être de cette simplicité, mais cela va seulement servir comme objet de démonstration. Chaque jeu de barres est alimenté d'un générateur. Les générateurs fournissent les énergies S_{G1} et S_{G2} aux jeux de barres. Les charges demandées sont prises de chaque jeu de barres à des quantités S_{D1} et S_{D2} , les deux jeux de barres sont liés par

une ligne de transmission caractérisée par une admittance série Y_s et une admittance parallèle Y_p .

Les tensions des jeux de barres sont symbolisées par V_1 et V_2 respectivement. Pour ce réseau les puissances des deux jeux de barres sont :

$$\begin{cases} P_1 + jQ_1 = P_{G1} - P_{D1} + j(Q_{G1} - Q_{D1}) \\ P_2 + jQ_2 = P_{G2} - P_{D2} + j(Q_{G2} - Q_{D2}) \end{cases}$$

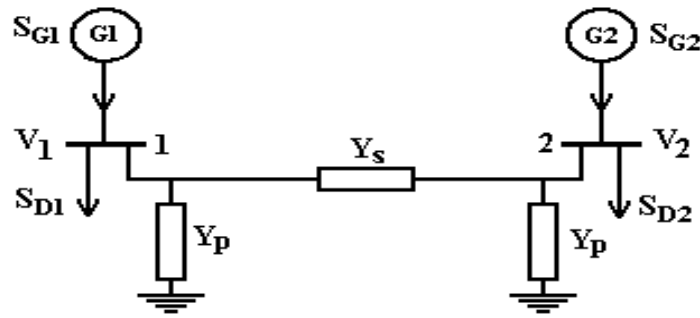


Figure I-2: Exemple d'un réseau électrique à deux jeux de barres

I-4-1 Equations de l'écoulement de puissances[4]

La construction du modèle mathématique duquel on peut prédire la forme (aspect) de l'écoulement de puissance, est essentielle pour la compréhension du mécanisme de l'écoulement de puissance.

Dans la formulation des équations de l'écoulement de puissance l'une des deux matrices (admittance ou impédance est nécessaire).

La puissance apparente S_1 injectée au jeu de barres 1 est donnée par l'équation $S_1 = V_1 I_1^*$ où I_1 est le courant qui entre dans le jeu de barres 1. Ce courant est composé de deux composantes, une composante $Y_p V_1$ qui s'écoule à travers l'admittance shunt, et une composante $(V_1 - V_2) Y_s$ qui s'écoule à travers l'admittance série de la ligne équivalente du réseau. D'après la loi de Kirchhoff appliquée à un jeu de barres, nous avons :

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_p + (V_1 - V_2) Y_s \quad (I-1)$$

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = V_2 Y_p + (V_2 - V_1) Y_s \quad (I-2)$$

NB : Les équations (I-1) et (I-2) sont données pour une seule phase.

On peut écrire ces deux dernières équations d'une manière plus simple :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{S_1^*}{V_1} = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = \frac{S_2^*}{V_2} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

Avec :

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_{22} = Y_p + Y_s \\ Y_{12} &= Y_{21} = -Y_s \end{aligned}$$

Maintenant on va introduire les matrices et les vecteurs suivants :

$$I_{BUS} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ Vecteur de courants des jeux de barres}$$

$$V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ Vecteur de tensions des jeux de barres}$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \text{ La matrice admittance du réseau}$$

$$Z_{BUS} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \text{ La matrice impédance du réseau}$$

On peut écrire les équations (I-3) d'une manière plus simple

$$I_{BUS} = Y_{BUS} V_{BUS} \quad (\text{I-4})$$

$$V_{BUS} = Z_{BUS} I_{BUS} \quad (\text{I-5})$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Et ainsi de suit. On peut généraliser la méthode de formulation comme suit pour le système a « n » J.d.B connectés entre eux

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \left(\sum_{i=1, i \neq n}^m y_{1i} \right) V_1 + (-y_{12}) V_2 + \dots \dots \dots + (-y_{1n}) V_n \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 I_n &= (-y_{n1}) V_1 + (-y_{n2}) V_2 + \dots \dots \dots + (-y_{nn}) V_n
 \end{aligned} \tag{I}'$$

La matrice admittance est donc :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1, j \neq n}^n y_{1n} & \dots & (-y_{1n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ (-y_{n1}) & \dots & \dots \\ (-y_{n1}) & \dots & \sum_{i=1, i \neq n}^m y_{ni} \end{bmatrix} \tag{I}''$$

Ces équations sont complexes, linéaires. La caractéristique de linéarité assure une simple solution des inconnues. Les courants aux jeux de barres seront calculés par la substitution directe dans (I-3), et vice versa. Si les courants sont des inconnus, les tensions aux jeux de barres seront calculées d'après (I-4). Naturellement on a besoin d'inverser la matrice Y_{BUS} .

n réalité, ce sont les puissances qui seront connues et pas les courants, ce qui change la forme des équations (I-3) à :

$$\begin{cases} S_1^* = P_1 - jQ_1 = (Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2)V_1^* \\ S_2^* = P_2 - jQ_2 = (Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2)V_2^* \end{cases} \tag{I-6}$$

Ces équations sont les équations de "l'écoulement de puissance" ou "l'écoulement de charge" recherchées.

La solution de ces équations est plus difficile que la solution du système d'équations linéaires (I-4) et (I-5), car elles ne sont pas linéaires.

I-4-2 Les équations de l'écoulement de puissance dans les lignes [5]

Quand la solution itérative des tensions aux J.d.B est achevée, on peut calculer l'écoulement dans les lignes. Le courant au J.d.B « i » dans la ligne de connexion de nœud « i » vers le nœud « k » est :

$$I_{ik} = (V_i - V_k) y_{ik} + V_i \cdot \frac{y'_{ik}}{2}$$

y_{ik} : Admittance de la ligne entre les J.d.B « i » et « k ».

y'_{ik} : Admittance totale de la ligne de charge.

$V_i \cdot \frac{y'_{ik}}{2}$: Contribution du courant au J.d.B « i » due a la ligne de charge.

La puissance qui écoule, active et réactive, est :

$$P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* \cdot I_{ik}$$

$$P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* (V_i - V_k) y_{ik} + V_i^* \cdot V_i \cdot \frac{y'_{ik}}{2} \quad (\text{I-7})$$

Soient P_{ki} et Q_{ki} les puissances active et réactive réparties du J.d.B « k » vers le J.d.B « i ».

$$P_{ki} - jQ_{ki} = V_k^* (V_k - V_i) y_{ik} + V_k^* \cdot V_k \cdot \frac{y'_{ik}}{2} \quad (\text{I-8})$$

Les pertes de puissances dans la ligne « i-k » sont égales à la somme algébrique de la répartition des puissances déterminées a partir des relations (I-7) et (I-8).

I-4-3 Equations de l'écoulement de puissance (sous forme réelle) [5]

On peut écrire les équations (1-6) comme suit :

$$S_1^* = P_1 - jQ_1 = V_1^* \sum_{k=1}^2 Y_{1k} V_k, \quad S_2^* = P_2 - jQ_2 = V_2^* \sum_{k=1}^2 Y_{2k} V_k$$

D'une manière plus compacte on a :

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^2 Y_{ik} V_k \quad i=1,2 \quad (\text{I-9})$$

Chaque tension au jeu de barres V_i a une amplitude $|V_i|$ et un angle de phase δ_i ainsi que chaque élément de la matrice admittance est en général de type complexe donc on peut écrire $V_i = |V_i| \angle \delta_i$, $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \gamma_{ij}$

D'ici on peut écrire les équations de l'écoulement de puissance

$$P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^2 |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \exp(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \quad (\text{I-10})$$

Séparons les parties réelles et imaginaires

$$P_i = \sum_{k=1}^2 |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \quad (\text{I-11})$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^2 |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \quad i=1,2 \quad (\text{I-12})$$

Pour l'exemple à deux jeux de barres on a :

$$\begin{cases} P_1 = P_{G1} - P_{D1} = |Y_{11}|^2 |V_1|^2 \cos(\gamma_{11}) + |Y_{12}| |V_1| |V_2| \cos(\delta_2 - \delta_1 + \gamma_{12}) = f_{1p} \\ P_2 = P_{G2} - P_{D2} = |Y_{22}|^2 |V_2|^2 \cos(\gamma_{22}) + |Y_{21}| |V_1| |V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2 + \gamma_{21}) = f_{2p} \\ Q_1 = Q_{G1} - Q_{D1} = -|Y_{11}|^2 |V_1|^2 \sin(\gamma_{11}) - |Y_{12}| |V_1| |V_2| \sin(\delta_2 - \delta_1 + \gamma_{12}) = f_{1q} \\ Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = -|Y_{22}|^2 |V_2|^2 \sin(\gamma_{22}) - |Y_{21}| |V_1| |V_2| \sin(\delta_1 - \delta_2 + \gamma_{21}) = f_{2q} \end{cases} \quad (\text{I-13})$$

I-5 Classification des variables de l'écoulement de puissance

La dernière observation nous permet de remarquer une des plus importantes spécifications du problème. Donc il est impératif d'introduire un certain ordre sur les variables. Pour cette raison on les partage en ces groupes naturels suivants :

I-5-1 Les variables de perturbation ou non contrôlables

Parmi les douze variables des équations de l'écoulement de puissance, les variables de la demande $P_{D1}, P_{D2}, Q_{D1}, Q_{D2}$ ne sont pas contrôlables car elles dépendent seulement des utilisateurs de la puissance. Les variables de perturbation avec cette définition constituent les composantes du vecteur de perturbation P.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{D1} \\ P_{D2} \\ Q_{D1} \\ Q_{D2} \end{bmatrix} \quad (\text{I-14})$$

I-5-2 Les variables de contrôle et d'état

Les huit variables $|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2, P_{G1}, P_{G2}, Q_{G1}, Q_{G2}$ peuvent facilement être groupées en deux groupes, les variables de "contrôles" et variables «d'état».

- ✓ Les variables $|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2$ sont définies comme variables d'état. Pour utiliser la notation connue dans la théorie de contrôle ces variables doivent être représentées par les variables $X_1, \dots, X_4$
- ✓ Les variables $P_{G1}, P_{G2}, Q_{G1}, Q_{G2}$ sont des variables de contrôle, et qu'on préfère le symboliser par $U_1, \dots, U_4$, donc nous aurons:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ |V_1| \\ |V_2| \end{bmatrix} \quad X : \text{vecteur d'état} \quad (\text{I-15})$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ Q_{G1} \\ Q_{G2} \end{bmatrix} \quad U : \text{vecteur de contrôle} \quad (\text{I-16})$$

I-6 Généralisation à un système de n jeux de barres [6]

Les réseaux électriques réels peuvent contenir des centaines de jeux de barres, de générateurs et de milliers de branches, donc pour un système de n jeux de barres on aura :

- ✓ n variables : $|V_i|$ (module de la tension du jeu de barres i)
- ✓ n variables : δ_i (angle de phase de la tension du jeu de barres i)
- ✓ n variables : P_{Gi} (puissance active injectée au jeu de barres i)
- ✓ n variables : Q_{Gi} (puissance réactive injectée au jeu de barres i)
- ✓ n variables : P_{Di} (puissance active demandée au jeu de barres i)
- ✓ n variables : Q_{Di} (puissance réactive demandée au jeu de barres i)

Avec $i=1,2,\dots,n$. Donc nous avons en tout $6n$ inconnues.

La puissance nette injectée à un jeu de barre, est égale à la différence entre la puissance générée S_{Gi} et la puissance demandée S_{Di} au niveau de ce jeu de barre .

I-7 Forme générale des équations de l'écoulement de puissance[7]

En général, pour déterminer les équations de l'écoulement de puissance, on considère que les puissances au jeu de barres i sont équilibrées, donc la puissance du jeu de barres S_i sera égale :

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} = P_{Gi} - P_{Di} + j(Q_{Gi} - Q_{Di})$$

Les lignes de transmission connectent le jeu de barres i aux autres jeux de barres k dans le réseau électrique. Les points de connexion des branches des réseaux sont codés par des numéros désignant chaque jeu de barres. Ces nombres spécifient les arrivées des lignes de transmission et des transformateurs. Les numéros sont utilisés pour identifier les types des jeux de barres, l'emplacement des éléments du réseau (condensateurs, inductances, shunts et impédances).

Un jeu de barres peut être connecté au maximum à $(n-1)$ jeux de barres. On peut représenter chacune de ces lignes par un schéma équivalent avec une admittance série Y_{Sik} et une admittance parallèle Y_{Pik} . Si une ligne n'existe pas, l'admittance sera égale à zéro.

On peut écrire les équations du courant :

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i} = V_i \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq 1}}^n Y_{Pik} + \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq 1}}^n Y_{Sik} (V_i - V_k) = V_i \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq 1}}^n (Y_{Pik} + Y_{Sik}) + \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq 1}}^n (-Y_{Sik}) V_k \quad i = 1, \dots, n \quad (I-17)$$

On peut écrire les équations sous la forme suivante :

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i} = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{ii} V_i + \dots + Y_{in} V_n \quad (I-18)$$

où

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (Y_{Pik} + Y_{Sik}) \quad \text{et} \quad Y_{ik} = Y_{ki} = -Y_{Sik} \quad (I-19)$$

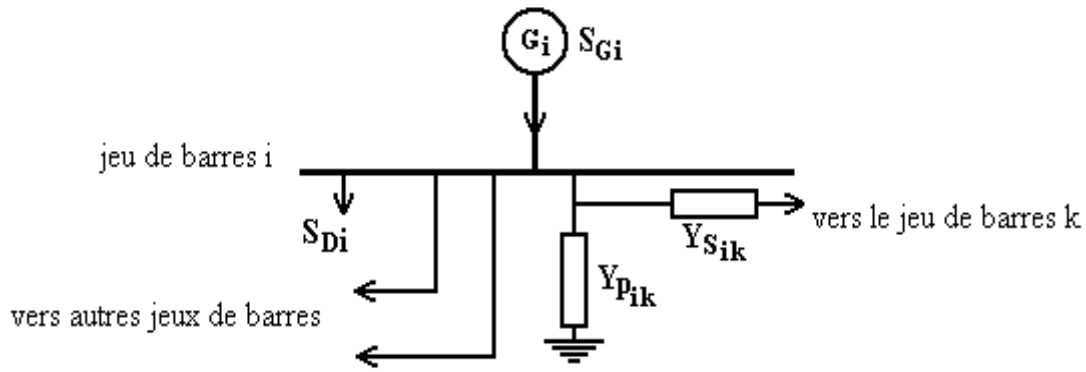


Figure I-3: Jeu de barres quelconque avec génération, charges et lignes de transmission

Les vecteurs courant et tension sont d'ordre $(n \times 1)$:

$$I_{BUS} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

Les matrices d'admittance et d'impédance sont d'ordre $(n \times n)$:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad Z_{BUS} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

Du fait que les puissances sont connues et que les courants sont inconnus, les équations prendront les formes non linéaires :

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-20)$$

En séparant les deux parties, réelle et imaginaire, de l'équation (1-20), nous aurons :

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) = f_{ip} \quad (1-21)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) = f_{iq}$$

Ces équations expriment l'équilibre des puissances actives et réactives au jeu de barres i.

A cause de non linéarité des équations de l'écoulement de puissance, il est très difficile d'avoir des solutions analytiques. Pour cette raison, plusieurs méthodes numériques ont été proposées pour résoudre le problème de l'écoulement de puissance telle que la méthode de Newton-Raphson, Gauss Seidel.....etc.

I-7-1 Les pertes de puissance dans les lignes [8]

Au niveau du J.d.B la puissance apparente nette est la différence entre la puissance générée et la puissance demandée.

Pour un J.d.B « i » :

On a :

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} \quad i=1, \dots, n \quad (1-22)$$

Avec :

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = F_{ip}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = F_{iq}$$

$$\sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n F_{ip} = \sum_{i=1}^n P_{Gi} - \sum_{i=1}^n P_{Di} \quad (1-23)$$

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n F_{iq} = \sum_{i=1}^n Q_{Gi} - \sum_{i=1}^n Q_{Di}$$

Le système d'équations (I-23) exprime les pertes. Ou bien on peut calculer les pertes par une autre méthode, où on calcule les pertes au niveau des lignes puis la somme donne l'expression des pertes

$$P_{Lij} = P_{ij} + P_{ji}$$

$$Q_{Lij} = Q_{ij} + Q_{ji} \quad (I-24)$$

I-7-2 Facteur de puissance

Le facteur de puissance est défini par le rapport suivant :

$$F = \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (I-25)$$

I-8 Méthodes de Newton-Raphson [9]

La technique itérative de Newton Raphson converge avec une même vitesse, mesurée par le nombre d'itérations, en moins de quatre à cinq itérations en général. C'est pour cette raison que la méthode de N-R est la plus utilisée pour l'étude des larges systèmes.

I-8-1-Représentation géométrique de la méthode de N-R

Elle est basée sur la détermination de la tangente à la courbe $f(x)$ à chaque point $(x^{(k)}, f(x^{(k)}))$. L'intersection de cette tangente avec l'axe des x fournit le point $x^{(k+1)}$, $(\Delta x^{(k)})$ étant une approximation de l'erreur commise sur x à l'itération (k) .

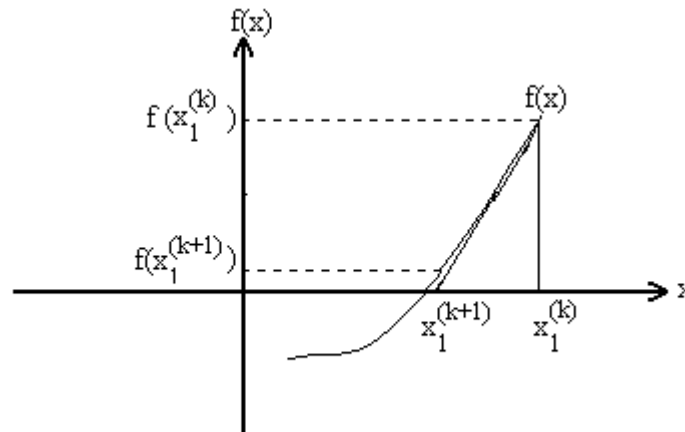


Figure I-4 : Représentation géométrique de la méthode de N-R

I-8-2 Résolution d'un système d'équation à (n) variables non linéaire

Soit la fonction $f(x) = 0$ de dimension n , tel que

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

On estime que $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ sont les solutions de ces n équations. L'exposant $^{(0)}$ indique que ces valeurs sont des estimations initiales.

On désigne par $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$ les valeurs à ajouter à $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ pour trouver les solutions correctes.

Lorsqu'on développe toutes les fonctions en série de Taylor du premier ordre du point d'estimation initiale on aura :

$$\begin{aligned}
f_1(x^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0 \\
f_2(x^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0 \\
\vdots & \\
\vdots & \\
f_n(x^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0
\end{aligned}$$

On peut écrire le système de n équations linéaires comme suit :

$$\begin{bmatrix} f_1(x^{(0)}) \\ f_2(x^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(x^{(0)}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_0 \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I-26})$$

Les termes $\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0, \dots, \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0$ correspondent à la dérivée partielle évaluée avec les valeurs $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$.

Ou dans une notation compacte : $f(x^{(0)}) + j^{(0)} \Delta x^{(0)} \approx 0$

La matrice carrée dite Jacobinne : $[j^{(0)}]$

De cette dernière équation on tire ensuite le vecteur erreur $\Delta x^{(0)} = -[j^{(0)}]^{-1} f(x^{(0)})$

Mais $\Delta x^{(0)} = x^{(1)} - x^{(0)}$ donc $x^{(1)} = x^{(0)} - [j^{(0)}]^{-1} f(x^{(0)})$

En général : $x^{(k+1)} = x^{(k)} - [j^{(k)}]^{-1} f(x^{(k)})$

I-8-3 Arrêt des opérations

On a vu que théoriquement la solution n'est atteinte qu'après une infinité d'itérations. En pratique, on arrête les opérations pour l'un des tests suivants:

- ✓ Si $f(x^{(k)})$ est nulle.
- ✓ Si l'amélioration de $x^{(k)}$ d'une itération à la suivante ne justifie pas l'effort de calcul supplémentaire.

-
- ✓ Si la convergence n'est pas obtenue avant un nombre d'itérations fixe .Le processus est considéré comme non convergeant pour l'estimation initiale ($x^{(0)}$) donnée.

I-8-4 La méthode de Newton-Raphson appliquée aux équations d'écoulement de puissance

D'après la forme générale d'équations de puissance au J.d.B :

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \sum_{j=1}^n |y_{ij}| |V_i| |V_j| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = F_{ip} \\ Q_i &= \sum_{j=1}^n |y_{ij}| |V_i| |V_j| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = F_{iq} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{I-27})$$

n : Nombre de J.d.B

i : Numéro de J.d.B

Après le développement de F_{ip} et F_{iq} en série de Taylor autour de la première approximation :

$$\begin{aligned} P_i &= F_{ip}^{(0)} + \left(\frac{\partial F_{ip}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial F_{ip}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n^{(0)} + \left(\frac{\partial F_{ip}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \Delta V_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial F_{ip}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \Delta V_n^{(0)} \\ Q_i &= F_{iq}^{(0)} + \left(\frac{\partial F_{iq}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial F_{iq}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n^{(0)} + \left(\frac{\partial F_{iq}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \Delta V_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial F_{iq}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \Delta V_n^{(0)} \end{aligned} \quad (\text{I-28})$$

Avec $F_{ip}^{(0)}$ et $F_{iq}^{(0)}$ sont des fonctions de tension et de phase :

A partir de la relation de $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$

$$\text{Avec} \quad \left. \begin{aligned} \Delta P_i^{(0)} &= P_i - F_{ip}^{(0)} \\ \Delta Q_i^{(0)} &= Q_i - F_{iq}^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-29})$$

Les deux systèmes d'équations (I-28) et (I-29) donnent :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(0)} \\ \Delta Q_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{2p}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial F_{2p}}{\partial \delta_n} : \frac{\partial F_{2p}}{\partial |V_2|} \dots \frac{\partial F_{2p}}{\partial |V_n|} \\ \vdots \\ \frac{\partial F_{np}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial F_{np}}{\partial \delta_n} : \frac{\partial F_{np}}{\partial |V_2|} \dots \frac{\partial F_{np}}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial F_{2q}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial F_{2q}}{\partial \delta_n} : \frac{\partial F_{2q}}{\partial |V_2|} \dots \frac{\partial F_{2q}}{\partial |V_n|} \\ \vdots \\ \frac{\partial F_{nq}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial F_{nq}}{\partial \delta_n} : \frac{\partial F_{nq}}{\partial |V_2|} \dots \frac{\partial F_{nq}}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(0)} \\ \Delta V_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta V_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

Donc on peut écrire le système comme suit :

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(0)} \\ \Delta Q^{(0)} \end{bmatrix} = [J^{(0)}] \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(0)} \\ \Delta V^{(0)} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(0)} \\ \Delta V^{(0)} \end{bmatrix} = [J^{(0)}]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(0)} \\ \Delta Q^{(0)} \end{bmatrix} \quad (I-30)$$

On rappelle que :

$$\Delta \delta_i^{(K)} = \delta_i^{(K+1)} - \delta_i^{(K)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad i \neq 1(\text{ref}), i \neq 2(\text{cont}) \quad (I-31)$$

$$\Delta |V_i|^{(k)} = |V_i|^{(K+1)} - |V_i|^{(K)}$$

L'adaptation de (I-30) avec (I-31) donne :

$$\begin{bmatrix} \delta_i^{(K+1)} \\ |V|^{(K+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(K)} \\ |V|^{(K)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \delta_i^{(K+1)} \\ |V|^{(K+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(K)} \\ |V|^{(K)} \end{bmatrix} + [J^{(K)}]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(k)} \\ \Delta Q^{(k)} \end{bmatrix}$$

D'une manière générale

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (I-32)$$

J_1, J_2, J_3, J_4 Sont les sous matrice de Jacobienne.

I-8-4-1 Détermination des sous matrices de la Jacobienne J

A partir du système d'équations (I-27) on peut déterminer les éléments de J

Sous matrice J1:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i||V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j \quad (\text{I-33})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_i||V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j$$

Sous matrice J₂:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j \quad (\text{I-34})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i||y_{ij}|\cos(\gamma_{ij}) + \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j$$

Sous matrice J₃:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = |V_i||V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j \quad (\text{I-35})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_i||V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j$$

Sous matrice J₄:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}), i \neq j \quad (\text{I-36})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = - \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - 2|V_i||y_{ij}|\sin(\gamma_{ij}), i \neq j$$

I-8-4-2 Algorithme de Newton-Raphson

Etape (1) : Formuler la matrice admittance (Y).

Etape (2) : Initialiser le compteur d'itération ($K=0$), ainsi que les modules et les angles de tensions : $V_i = 1.0$ p.u et $\delta_i = 0$.

Etape (3) : Déterminer le vecteur des écarts de tensions $\Delta U^{(K)}$.

Etape (4) : Déterminer la matrice jacobienne $[J]^{(K)}$.

Etape (5) : Déterminer le vecteur d'erreur. $[\Delta X]^{(K)} = ([J]^{(K)})^{-1} \cdot [\Delta U]^{(K)}$.

Vérifier si le vecteur d'erreur est inférieur à une certaine tolérance ε : $[\Delta X]^{(K)} \leq \varepsilon$.

Si l'inégalité est vérifiée, le processus converge, aller à l'étape (6).

Sinon, calculer la valeur de $[X]$ à l'itération $(K+1)$, c à d :

$$[X]^{(K+1)} = [X]^{(K)} + [\Delta X]^{(K)}$$

Incrémenter le nombre d'itérations (K) de 1 et retourner à l'étape (3).

Etape (6) : Calculer les puissances actives et réactives à générer par le jeu de barres de référence.

Etape (7) : Calculer les puissances apparentes qui transitent à travers les lignes, les pertes,...etc.

I-9 Méthode découplée rapide (D.R) [10]

Cette méthode utilise les mêmes techniques que celle de Newton-Raphson, avec quelques approximations pratiques. Elle est basée sur des hypothèses simplifiant la matrice jacobienne, qui est factorisée en deux sous matrices constantes B' et B'' , réduisant ainsi le nombre d'opérations effectuées dans chaque itération.

Cette méthode a montrée son efficacité pour les réseaux dont la somme des résistances est très faible devant la somme des réactances des lignes de transmission ($\sum r_i \ll \sum x_i$).

Dans la pratique, les couplages qui existent entre P et V et entre Q et δ sont faibles, ce qui nous permet d'écrire :

$$J_2 = \frac{\partial P}{\partial V} \approx 0 \quad (I-37)$$

$$J_3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta} \approx 0$$

Le système d'équations donné par (I-22) peut être écrit sous la forme découplée suivante

$$\begin{aligned} \Delta P &= J_1 \Delta \delta \\ \Delta Q &= J_4 \Delta V \end{aligned} \quad (I-38)$$

On a:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (I-39)$$

$$P_i = V_i \sum_{j=0}^N V_j (G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) \quad (I-40)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=0}^N V_j (G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} &= V_i V_j (G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)), \quad j \neq i \\ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} &= -V_i^2 B_{ii} - Q_i, \quad j = i \end{aligned} \quad (I-41)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} &= V_i (G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)), \quad j \neq i \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} &= -V_i B_{ii} + \frac{Q_i}{V_i}, \quad j = i\end{aligned}\tag{I-42}$$

En pratique, dans les réseaux de transport, les hypothèses suivantes sont valides[8].

$$\begin{aligned}V_i \cdot V_j &= V_i \\ \cos \delta_{ij} &= 1 \\ G_{ij} \sin \delta_{ij} &\ll B_{ij} \\ Q_i &\ll B_{ii} V_i^2\end{aligned}\tag{I-43}$$

Les éléments de J_1 et de J_4 peuvent être écrits sous les formes approximatives suivantes

$$\begin{aligned}J_{1ij} &= -V_i B_{ij} \\ J_{1ii} &= -V_i B_{ii} \\ J_{4ij} &= -V_i B_{ij} \\ J_{4ii} &= -V_i B_{ii}\end{aligned}\tag{I-44}$$

La forme matricielle des équations (I-38) est alors donnée par :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P}{V} &= B' \cdot \Delta \delta \\ \frac{\Delta Q}{V} &= B'' \cdot \Delta V\end{aligned}\tag{I-45}$$

B' et B'' sont des matrices identiques constantes et égales à $(-B)$, où B représente la matrice susceptance (partie imaginaire de la matrice admittance Y).

En conclusion, on voit que les dimensions des sous matrices J_1 et J_4 sont au maximum de l'ordre de $\frac{1}{4}$ la dimension de la matrice jacobienne, ce qui permet non seulement de réduire l'espace mémoire de stockage, mais aussi une réduction importante dans le temps de calcul. La convergence de la méthode découplée rapide est linéaire et n'est pas garantie, surtout pour les systèmes qui ont la résistance des lignes non négligeable devant la réactance ((R/X) faible).

I-9-1 Algorithme de la méthode découplée rapide

Etape (1) : Formuler la matrice admittance (Y)

Etape (2) : Formuler les matrices B' et B''

Etape (3) : Initialiser le compteur d'itération ($k=0$), ainsi que les modules et les angles de tensions : $V_i = 1.0 \text{ p.u}$ et $\delta_i = 0$.

Etape (4) : Déterminer les écarts de puissance $\Delta P^{(k)}$ et $\Delta Q^{(k)}$

Etape (5) : Faire le test de convergence : Si maximum $(\Delta P^{(k)} \& \Delta Q^{(k)}) \leq$ à une certaine tolérance ε , le processus converge, aller à l'étape 6. Sinon continuer.

Etape (5) : Calculer les erreurs à l'itération (k) :

$$\Delta \delta^{(k)} = [B']^{-1} \frac{\Delta P^{(k)}}{V^{(k)}}.$$

$$\Delta V^{(k)} = [B']^{-1} \frac{\Delta Q^{(k)}}{V^{(k)}}.$$

Mettre à jour les tensions et les angles

$$\delta^{(k+1)} = \delta^{(k)} + \Delta \delta^{(k)}$$

$$V^{(k+1)} = V^{(k)} + \Delta V^{(k)}$$

Incrémenter le nombre d'itérations (k) de 1 et retourner à l'étape (4).

Etape (6) : Calculer les puissances actives et réactives à générer par le jeu de barres de référence.

Etape (7) : Calculer les puissances à travers les lignes.

I-10 Méthode de l'approximation du courant continu (DC Power Flow)[11]

Dans la pratique, la précision apportée par l'utilisation des équations complètes de l'écoulement de puissance ne se justifie pas pour les études de planification du réseau compte tenu des incertitudes sur la connaissance des données. Dans ce contexte, un modèle simplifié apparaît suffisamment pertinent.

Cette simplification du calcul est bâtie sur les bases suivantes :

Les transits de puissances actives dans les lignes de transmission sont liés surtout aux phases des tensions et peu aux modules $\frac{\partial P}{\partial \delta} \gg \frac{\partial P}{\partial V}$ On suppose donc que le module de tension est

constant à chaque jeu de barres, c a d : $V_i = V_j = 1 \text{ p.u}$

✓ Seules les phases varient alors, mais avec de faibles différences. On considère donc que

$$\sin(\delta_i - \delta_j) = \delta_i - \delta_j$$

$$\cos(\delta_i - \delta_j) = 1$$

✓ La résistance des éléments du système de transport est négligeable devant la réactance, ce qui nous permet d'écrire $G_{ij} = 0$

Compte tenu des approximations précédentes, la puissance active injectée au jeu de barres (i), s'écrit sous la forme linéarité suivante :

$$P_i = \sum_{j=1}^n B_{ij}(\delta_i - \delta_j) \quad (I-46)$$

La puissance qui transite à travers la ligne (i,j) est donnée par :

$$P_{ij} = B_{ij}(\delta_i - \delta_j) \quad (I-47)$$

Les expressions (I-46) et (I-47) nous montrent que, dans chaque jeu de barres (i) du système, ce qui est produit ou consommé (P_i) est équilibré par ce qui il est importé ou exporté (P_{ij}).

Cet équilibre énergétique est la première loi de Kirchhoff, en considérant le transit de la puissance active comme l'analogie d'un courant continu, d'où le nom de la méthode.

Les expressions (I-46) et (I-47) peuvent être écrites en fonction des angles, et sous les formes matricielles suivantes :

$$P = B' \cdot \delta \quad (I-48)$$

$$P_B = D \cdot \delta \quad (I-49)$$

Avec

P : vecteur colonne des puissances actives injectées aux jeux de barres.

P_B : Vecteur colonne des puissances actives qui transitent à travers les lignes.

δ : Vecteur colonne des phases des tensions des jeux de barres.

B' : Matrice égale à $-B$, B étant la matrice susceptance du système.

D : Matrice donnée par :

$$D = \begin{bmatrix} B_{12} & -B_{12} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_{13} & 0 & -B_{13} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_{14} & 0 & 0 & B_{14} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{23} & -B_{23} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & B_{34} & -B_{34} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

La dimension de la matrice D est $(nbr \times n)$, où nbr représente le nombre total des lignes de transport

I-11 Conclusion

Dans ce chapitre on a donné une formulation du problème de l'écoulement de puissance, par un système d'équations non linéaires gouvernant le système de puissance. Les variables sont les modules et phases des tensions aux niveaux des jeux de barres. La méthode la plus utilisée pour la résolution du problème de l'écoulement de puissance, est celle de découplée rapide, qui a été détaillée. La méthode de NR a montré son efficacité, vu sa convergence rapide (quadratique). Deux autres méthodes dérivées de la technique de NR, qui sont la méthode découplée rapide et la méthode de l'approximation du courant continu, ont été aussi étudiées. Ces méthodes sont bâties sur certaines approximations rencontrées dans les systèmes électriques réels. Le problème de l'écoulement de puissance occupe une partie très importante dans la procédure de commande et contrôle des réseaux électriques, dont la solution aide l'exploitant ou le dispatcheur du système électrique à connaître les niveaux de tension de tous les jeux de barres, les pertes de puissance, les contraintes de fonctionnement forcées et les lignes de transport surchargées.

II-1 Introduction

Le calcul de l'écoulement de puissance conventionnel ne répond que partiellement à un problème plus général comportant une exigence d'optimisation : par exemple, assurer une alimentation régulière de la clientèle et une bonne répartition de la puissance en minimisant les coûts de production par des centrales qui ont chacune un coût marginal particulier, fonction de la puissance fournie, ou en optimisant le plan de tension de façon à respecter les contraintes sur les équipements électriques, à éviter les risques d'instabilité de tension, à minimiser les pertes joule ou à optimiser les moyens de compensation de l'énergie réactive.

Dans les études d'exploitation et de planification des réseaux électriques, on est amené à résoudre des problèmes d'optimisation consistant à minimiser une fonction coût en fonction des puissances actives et réactives et les tensions modules et angles tout en respectant l'équilibre de puissance dans le réseau et des contraintes d'inégalité qui traduisent les limites de fonctionnement des ouvrages (groupes de production, lignes, transformateurs, ...etc.).

Ce type de problèmes est connu par le dispatching économique ou plus généralement écoulement de puissance optimal (OPF).

II-2 Résumé de la littérature de l'OPF

La formulation et la solution du problème de l'OPF, sont traitées la première fois en 1961 par R.B Squires, dont l'algorithme de la solution proposé était une méthode de type Gauss-Seidel. En 1962, Carpentier a été le premier qui a fait une formulation exacte et générale du problème du dispatching économique, dont la solution utilise le théorème d'optimalité de Kuhn-Tucker [20]. Des lors, plusieurs algorithmes ont été développés afin de rendre le calcul de l'OPF plus efficace, ces algorithmes utilisent les techniques de programmations mathématiques, dites linéaires ou non linéaires.

La majorité des techniques de programmation mathématiques, discutées dans la littérature utilisent une des cinq méthodes suivantes : [12]

- Méthode itérative du lambda (appelée aussi méthode du critère d'égalité de l'accroissement du coût).
- Méthode du gradient.
- Méthode de Newton.
- Méthode de programmation linéaire (LP, SLP (linéaire successive)).

Dans ce chapitre, on va présenter la méthode de programmation linéaire successive (SLP).

II-3 L'objectif de l'OPF

L'objectif principal de ce travail est l'étude et l'analyse de la répartition optimale de puissance (OPF). La fonction objective qu'on veut minimiser est la fonction coût de production des puissances actives des générateurs.

II-4 Dispatching Economique sans pertes [12]

Cette fonction optimise le coût de la totalité des puissances actives générées, en supposant que chaque générateur a une courbe du coût convexe liée à sa propre puissance active ayant des limites supérieure et inférieure.

La somme de toutes les puissances actives générées doit être égale à la charge totale du système donné. Donc les pertes de puissances actives dans les transformateurs et les lignes de transport sont considérées négligeables. (FigIII-1)

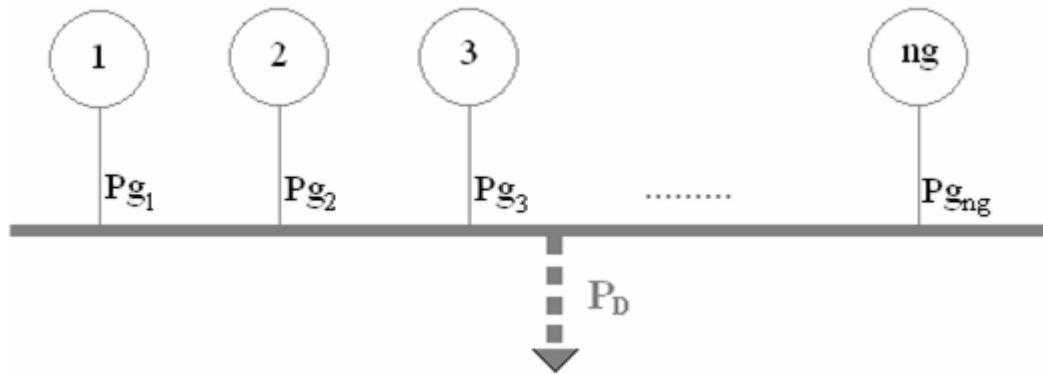


Figure II-1 : Modèle d'un réseau électrique concentré à un seul jeu de barres artificiel

Ainsi, dans le dispatching économique, la fonction d'optimisation ne prend pas en considération les équations non linéaires de l'écoulement de puissance. On suppose que tous les générateurs de puissances et toute la charge électrique est connectée directement à un seul jeu de barres artificiel du réseau électrique. Ce qui réduit les équations de l'écoulement de puissances à une seule équation montrant que : « la somme des puissances produites doit être égale à la somme de puissances consommées ».

Le coût de l'énergie à l'entrée du générateur, est évalué en (Mbtu/h) ou (\$/MW), qui représente la quantité de fuel ou de combustible nécessaire pour le fonctionnement de la chaudière.

II 4-1 Formulation mathématique [13]

Le problème du dispatching économique consiste à minimiser le coût total du combustible (C), assujetti à une seule contrainte d'égalité qui est la somme de toute les puissances générées et égale à la puissance totale demandée (P_d).

II 4-1-1 Fonction du coût :

La fonction du coût d'un générateur i , peut être approximée par une forme quadratique, comme suit :

$$C = \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{gi}) = \sum_{i=1}^{ng} (\alpha_i + \beta_i P_{gi} + \gamma_i P_{gi}^2) \quad [\$ / h] \quad (II-1)$$

Où α_i, β_i et γ_i sont des coefficients constants propres au générateur i . La relation entre le coût de production et la puissance de sortie est appelée « courbe de coût » $C_i(P_{gi})$.

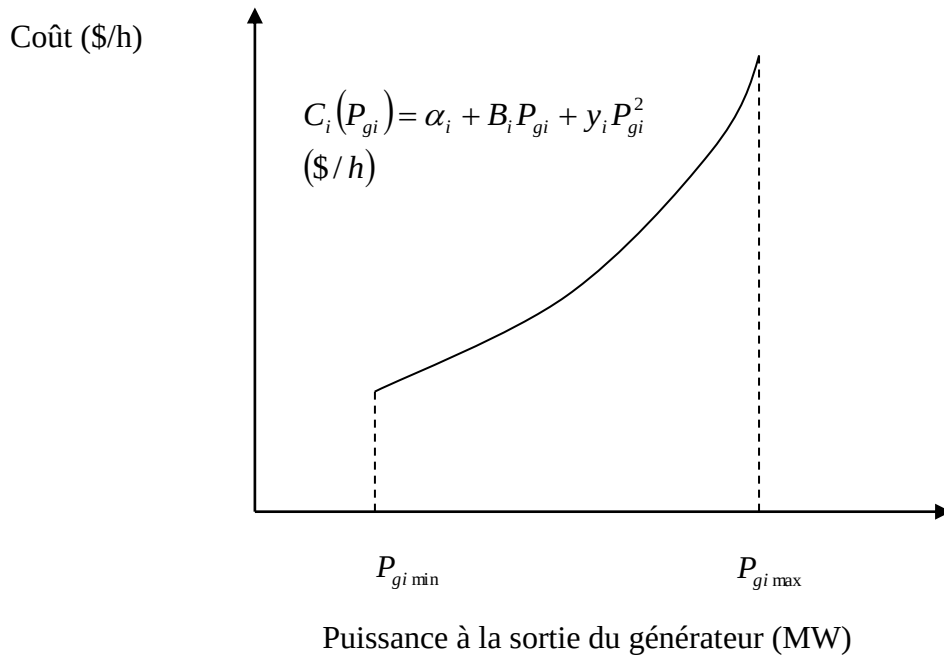


Figure II-2: Courbe de coût typique (entrée-sortie) d'un générateur

II 4-1 -2 Contraintes d'égalité :

La contrainte d'égalité est la somme de toute les puissances générées est égale à la puissance totale demandée (P_d).

$$\sum_{i=1}^{ng} P_{gi} = P_d \quad (II-2)$$

II 4-1 -3 Contraintes d'inégalité :

Dans la pratique, chaque puissance générée (P_{gi}) est limitée par une limite inférieure ($P_{gi \min}$) et une autre supérieure ($P_{gi \max}$), ce qui donne la contrainte d'inégalité suivante :

$$P_{gi \min} \leq P_{gi} \leq P_{gi \max} \quad i=1,2,\dots,ng \quad (\text{II-3})$$

II 4-2 Incrémentation du coût

La dérivée partielle dC_i/dP_{gi} de la fonction de coût s'appelle l'incrémentation du coût du générateur i. Elle représente la tangente de la courbe qui lie le coût et la puissance générée comme elle est montrée sur la (Figure II-3). Son unité s'exprime en (\$ /KWh), pour les grands générateurs l'unité est (\$/MWh)

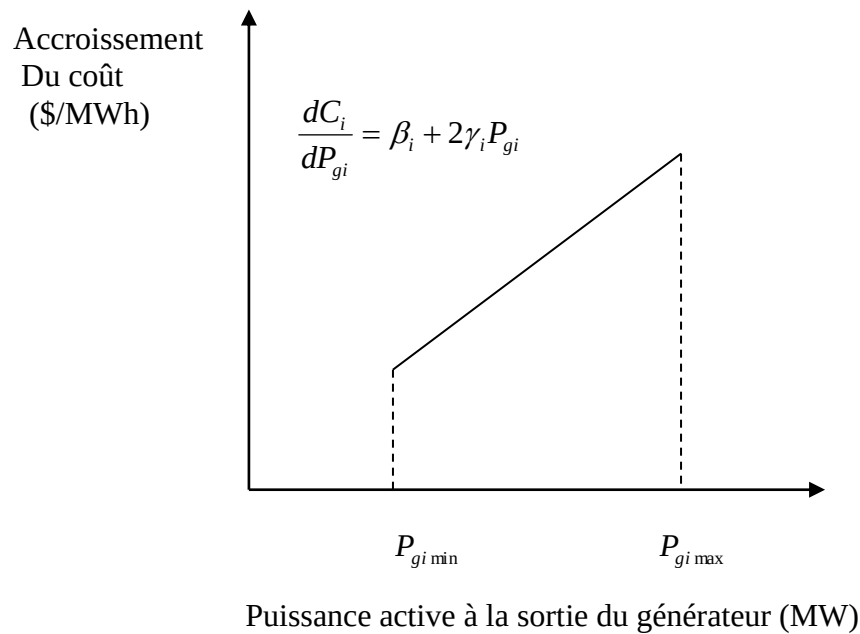


Figure II-3: Courbe typique de l'accroissement du coût de combustible

II 4-3 Formulation de Lagrange [14]

Le système des équations (II-1) et (II-2) est un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes, qui doit résoudre par le développement d'une fonction s'appelle la fonction de Lagrange.

Pour obtenir l'extremum d'une fonction objective, on doit ajouter la fonction de contrainte à la fonction objective, par la multiplication par un coefficient qui s'appelle le multiplicateur de Lagrange, qui est préalablement indéterminé.

La fonction augmentée de Lagrange du problème est donnée:

$$L = \sum_{i=1}^{ng} (\alpha_i + \beta_i P_{gi} + \gamma_i P_{gi}^2) + \lambda \left(P_d - \sum_{i=1}^{ng} P_{gi} \right) \quad (II-4)$$

La condition nécessaire pour avoir l'optimum est quand les dérivées premières de la fonction de Lagrange par rapport aux P_{gi} , et λ sont égales à zéro.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_{gi}} &= \beta_i + 2\gamma_i P_{gi} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= P_d - \sum_{i=1}^{ng} P_{gi} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, ng \\ P_{gi \min} &\leq P_{gi} \leq P_{gi \max} \end{aligned} \quad (II-5)$$

Donc, pour un fonctionnement optimal des générateurs, il faut que le l'accroissement du coût de tous les générateurs soit le même, c a d égal à (λ).

Le système d'équations (II-5) comporte ($n_g + 1$) équations avec ($n_g + 1$) inconnus, qui peuvent êtres résolues par la substitution des valeurs de (P_{gi}) des premières équations dans l'avant dernière.

$$\begin{aligned} P_{gi} &= \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \\ P_d &= \sum_{i=1}^{ng} \left(\frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \right) \quad i=1, 2, 3, \dots, ng \end{aligned} \quad (II-6)$$

La valeur optimale de (λ) est alors calculée comme suit :

$$\lambda = \lambda^* = \frac{P_d + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{\gamma_i}} \quad (II-7)$$

La valeur optimale (λ^*) est remplacée dans les premières équations de (II-6) pour obtenir la puissance optimale à générer par chaque générateur.

$$P_{gi} = \frac{1}{2\gamma_i} \left(\frac{P_d + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{\gamma_i}} - \beta_i \right) \quad (II-8)$$

II 4-4 Solution graphique du problème du Dispatching Economique [15]

Le problème du dispatching économique peut être résolu par une méthode graphique, en traçant la courbe d'accroissement du coût $\lambda = f(P_{gi})$, pour chaque générateur et sur le même plan. En ajoutant graphiquement les valeurs des puissances, on aboutit à une seule courbe

résultante représentant le coût d'accroissement total de tous les générateurs. La valeur de la charge totale (P_d) peut être prise comme point de départ d'une ligne verticale, tirée jusqu'à ce que la ligne du coût d'accroissement totale soit traversée. Cette valeur de la traversée (Optimum) est prise comme point de début d'une ligne horizontale allant vers la gauche. Cette ligne indique la valeur optimale de lambda (λ^*) pour toutes les puissances actives des générateurs.

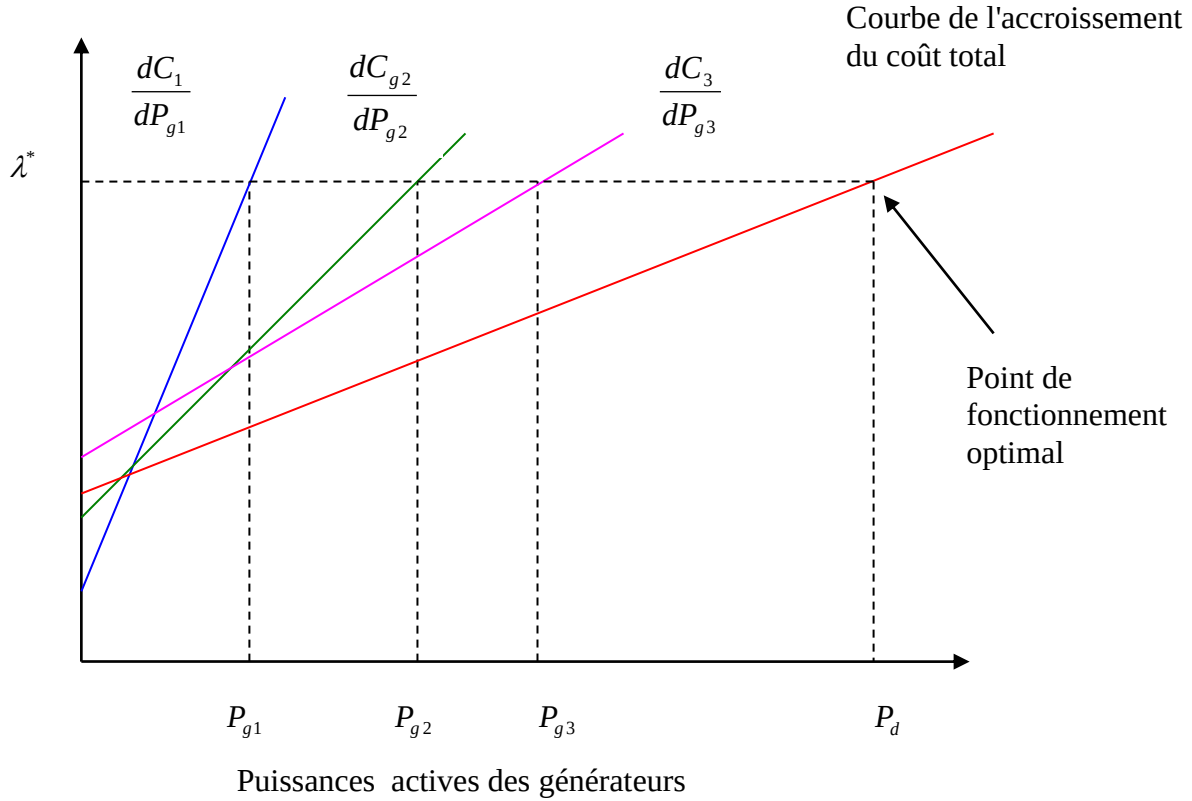


Figure II-4 Méthode graphique pour la solution du dispatching économique de trois générateurs

Les points d'intersection de cette ligne avec les courbes du coût d'accroissement originales sont les valeurs optimales de la solution. Pour obtenir les puissances optimales des générateurs, il suffit de tracer des lignes verticales descendantes à partir des courbes du coût d'accroissement des générateurs.

II-5 Dispatching Economique avec considération des pertes [16]

Le problème du dispatching économique associé à cette configuration est très compliqué par rapport au cas où les pertes sont négligées, du fait que la contrainte d'égalité contienne les pertes totales actives de transmission P_L .

L'équation de contrainte d'égalité est donnée par :

$$\sum_{i=1}^{ng} P_{gi} = P_d + P_L \quad (\text{II-9})$$

Les pertes actives sont fonction de l'impédance du réseau électrique et du courant électrique des lignes de transport, par conséquent le courant électrique est lié seulement aux puissances générées et ou puissances demandées.

L'augmentation de Lagrange pour ce type de problème est :

$$L = \sum_{i=1}^{ng} (\alpha_i + \beta_i P_{gi} + \gamma_i P_{gi}^2) + \lambda \left(P_d + P_L - \sum_{i=1}^{ng} P_{gi} \right) \quad (II-10)$$

Les conditions nécessaires pour un minimum sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_{gi}} &= \beta_i + 2\gamma_i P_{gi} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}} \right) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= P_d + P_L - \sum_{i=1}^{ng} P_{gi} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, ng \\ P_{gi \min} &\leq P_{gi} \leq P_{gi \max} \end{aligned} \quad (II-11)$$

On peut donc considérer que les courants sont fonction des variables indépendantes, (P_{gi}) et (P_d)

La première équation de l'expression (II-11), nous donne une relation directe entre la Puissance générée (P_{gi}) et le multiplicateur de Lagrange (λ), donnée par :

$$\lambda = \frac{\frac{dC_i}{dP_{gi}}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}} = L_i \cdot \frac{dC_i}{dP_{gi}} \quad (II-12)$$

Le terme $\left(L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{gi}}} \right)$ est appelé : "*facteur de pénalité*" du générateur i .

Il existe trois approches générales pour résoudre le problème du dispatching économique avec pertes de puissance :

- 1- La première approche consiste à considérer les pertes de puissances actives constantes, dans la contrainte d'égalité donnée par l'équation (II-9).
- 2- La deuxième approche consiste à développer une expression mathématique des pertes de puissances actives, en fonction des puissances actives des générateurs. Celle-ci est connue par la méthode de « formule des pertes », ou méthode des « coefficients B » (voir formule II-13).
- 3- La troisième approche consiste à introduire les équations de l'écoulement de puissance comme contraintes essentielles dans la formulation du problème d'optimisation.

Cette approche est connue par l'écoulement de puissance optimal (OPF), qui sera discutée dans le paragraphe (II-4).

La méthode de «formule des pertes» est basée sur l'approximation des pertes totales de puissance active par une fonction directe des puissances actives des générateurs (P_{gi}), donnée par l'équation suivante :

$$P_L = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} B_{ij} P_{gi} P_{gj} + \sum_{i=1}^{ng} B_{i0} P_{gi} + B_{00} \quad (\text{II-13})$$

Où P_{gi} : puissance active du générateur i .

B_{ij} , B_{i0} et B_{00} : Coefficients de pertes (constantes réelles).

Les coefficients de pertes sont des constantes réelles spécifiques au réseau étudié, et sont calculés en fonction de la matrice impédance du réseau, des puissances actives et réactives demandées et des tensions. Dans la littérature, Il existe beaucoup de formules pour le calcul des coefficients de pertes.

II-6 Ecoulement de Puissance Optimal (OPF)

II 6-1 Formulation mathématique du problème de l'OPF [17]

Le problème de l'écoulement de puissance optimal est donné sous une forme standard d'optimisation avec contraintes d'égalités et d'inégalités comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser} \quad & f(x) \quad (\text{fonction objective}) \\ \text{Selon} \quad & g_i(x) = 0 \quad i=1,2,\dots,n \text{ (contraintes d'égalité)} \\ & h_i(x) \leq 0 \quad i=1,2,\dots,n \text{ (contraintes d'inégalités)} \end{aligned} \quad (\text{II-14})$$

Il y a n contraintes d'égalités et m contraintes d'inégalités. Le nombre de variables est égal à la taille du vecteur x .

II 6-2 Classification des variables de l'OPF [18]

Les variables existantes dans le problème de l'OPF, sont classées en trois catégories :

II 6-2 -1 Les variables de contrôles

Les variables de contrôles sont représentées par les quantités qui peuvent être manipulées arbitrairement dans leurs limites de fonctionnement. Celles-ci incluent les puissances actives des générateurs, les tensions des jeux de barres générateurs, les sources de puissance réactive, les rapports de transformation des transformateurs à prises de charges et les angles de déphasage des transformateurs déphaseurs.

II 6-2 -2 Les variables d'état

Les variables d'état sont représentées par les quantités dépendantes des variables de contrôles, et qui doivent être contrôlées durant le processus d'optimisation. Ces variables incluent les tensions de jeux de barres de charge ainsi que les angles de phase de tous les jeux de barres du système électrique (sauf le jeu de barre de référence).

II 6-2 -3 Les variables des contraintes

Les variables des contraintes sont représentées par les variables associées aux contraintes. Celles-ci incluent tous les multiplicateurs de Lagrange.

II 6-3 Solution du problème de l'OPF par la méthode de Newton [19]

La méthode de Newton est une méthode très puissante à cause de sa convergence rapide au voisinage de la solution. Cette propriété est spécialement utile pour les applications dans les systèmes électriques.

En effet, une estimation initiale proche de la solution est facile à obtenir. Les niveaux de tensions peuvent être pris au voisinage des tensions nominales, les puissances générées estimées à partir des données historiques et les valeurs des prises de charges des transformateurs proches de 1.0 p.u.

II 6-4 Solution du problème de l'OPF par les méthodes de programmation linéaire [21]

On a vu que la plupart des équations qui traduisent le problème de l'OPF, sont non linéaires. De ce fait, sa résolution nécessite l'utilisation d'une technique d'optimisation non

linéaire comme celle de Newton, Une autre méthode très utilisée est celle de la programmation linéaire.

Afin d'appliquer cette technique, le modèle non linéaire du problème de l'OPF doit être converti en un modèle linéaire. Il existe deux modèles

II 6- 4.1 Le modèle linéaire de l'OPF (DC OPF)

Ce modèle est approximatif et la fonction objective est approximée par un ensemble de segments de droites, alors que les contraintes d'égalités et d'inégalités sont basées sur le modèle approximatif du courant continu (DC PF). L'algorithme de résolution est non itératif du moment que la fonction de programmation linéaire (LP) sera appelée une seule fois.

II 6-4.2 Le modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement

Le modèle original (non linéaire) est linéarisé autour du point de fonctionnement actuel, et on utilise la technique de programmation linéaire pour résoudre le problème d'optimisation résultant.

Les variables de contrôles sont alors mises à jour, et un nouveau point de fonctionnement meilleur que l'ancien, est calculé. Cette procédure sera répétée successivement jusqu'à ce que le point de fonctionnement optimal soit atteint.

Cette technique est en réalité une méthode d'optimisation non linéaire et elle est appelée : méthode de programmation linéaire successive (SLP).

II 6-4.3 Méthode de programmation linéaire (LP) [22]

II 6-4-3 .1 Fonction objective

La courbe de coût typique des unités thermiques est non linéaire et elle est exprimée par une courbe quadratique, donnée par l'équation (II.1). On peut représenter cette courbe non linéaire par une série de m segments de droites (Fig II-5)

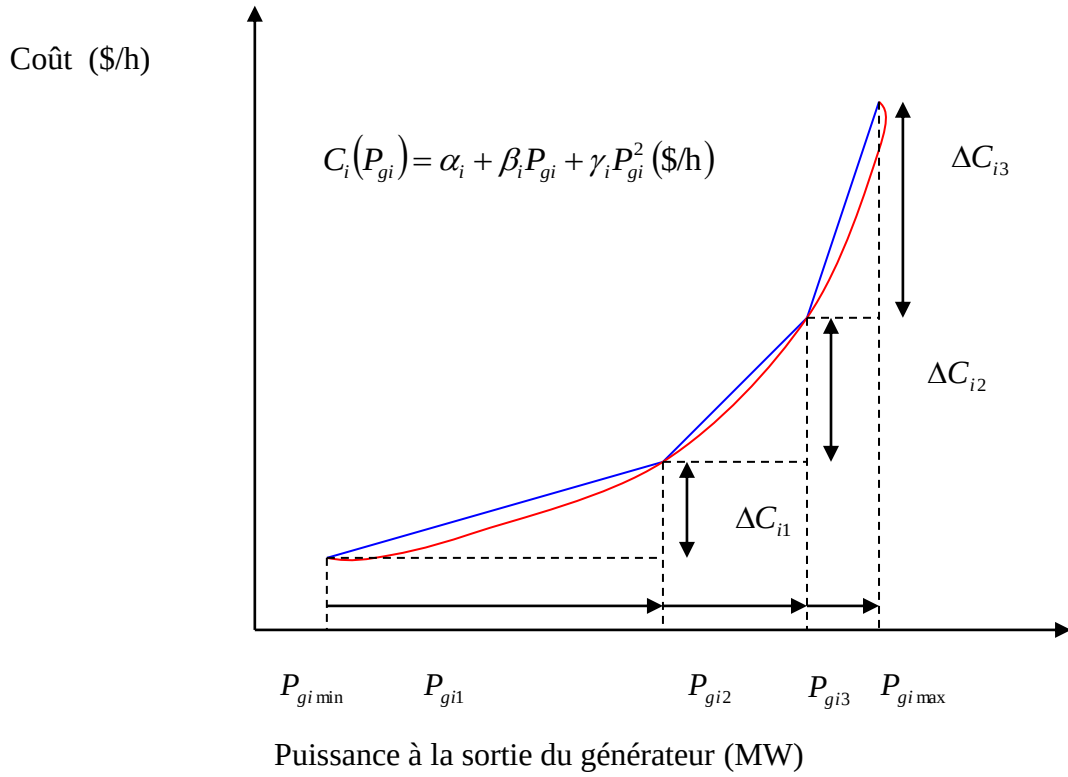


Figure II-5: Approximation linéaire de la courbe de coût par 3 segments de droites

Les variables P_{gi1} , P_{gi2} , ..., et P_{gim} , représentent les incréments de puissance active générée, qui varient entre 0 et des valeurs maximales $P_{gi1\max}$, $P_{gi2\max}$, ..., et $P_{gim\max}$

$$0 \leq P_{gik} \leq P_{gik\max} \quad (\text{II-15})$$

La puissance active totale générée, peut alors être exprimée en fonction des incréments de puissance

$$P_{gi} = P_{gi\min} + \sum_{k=1}^m P_{gik} \quad (\text{II-16})$$

Notons par W_{ik} la pente du segment de droite k . L'incrément de coût qui correspond à ce segment de droite est donné par :

$$\Delta C_{ik} = W_{ik} P_{gik} \quad (\text{II-17})$$

Donc, la courbe de coût C_i peut être approximée en utilisant les segments de droite, comme suit:

$$\bar{C}_i(P_{gi}) = C_i(P_{gi\min}) + \sum_{k=1}^m \Delta C_{ik} \quad (\text{II-18})$$

Où

$$\bar{C}_i(P_{gi}) = C_i(P_{gi \min}) + \sum_{k=1}^m W_{ik} P_{gik} \quad (II-19)$$

On voit clairement que l'équation (II-19) est parfaitement linéaire, en fonction des nouvelles variables $P_{gi1}, P_{gi2}, \dots, P_{gim}$, (incréments de puissances actives générées).

On peut améliorer cette approximation, en augmentant le nombre de segments de droites. En résumé, le problème d'optimisation de l'écoulement de puissance linéarisé, peut être écrit sous la forme suivante:

$$\text{Minimiser} \quad f(x) = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{k=1}^m W_{ik} \cdot P_{gik}$$

Selon

$$g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} P + B \cdot \delta = 0 \\ P_B - D \cdot \delta = 0 \end{cases} \quad (II-20)$$

et

$$h(x) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} P_{gik} - P_{gik \max} \leq 0 \\ -P_{gik} \leq 0 \\ P_{Bj} - P_{Bj \max} \leq 0 \\ -P_{Bj} - P_{Bj \max} \leq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, ng \\ j = 1, \dots, nbr \end{matrix}$$

Où ng : est le nombre total des générateurs

nbr : est le nombre total des lignes de transport (branches).

Le problème formulé par les équations (II-20) est un problème de programmation linéaire, pouvant être résolu par la méthode de simplex ou ses dérivées.

II 6-4-4 Méthode de programmation linéaire successive (SLP)[23]

Le modèle standard du problème de l'OPF, donné par les équations (II-14) peut être reformulé comme suit [25] :

$$\begin{aligned} &\text{Minimiser} \quad f(x, u) \quad (\text{fonction objective}) \\ &\text{sujet} \quad g_i(x, u) = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{contraintes d'égalité}) \\ &\quad \quad h_i(x, u) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{cotraintes d'inégalités}) \\ &\quad \quad x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ &\quad \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (\text{limites min et max}) \end{aligned} \quad (II.21)$$

x : Vecteur des variables d'état

u : Vecteur des variables de contrôle.

Le problème d'optimisation donné par les équations (II-21) est linéarisé autour d'un point initial qui est la solution initiale de l'écoulement de puissance (x_0, u_0) comme suit [17]

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } \Delta f(x, u) &= \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^t \Delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right]^t \Delta u \\ \text{sujr à } \left[\frac{\partial g_i}{\partial x} \right]^t \Delta x + \left[\frac{\partial g_i}{\partial u} \right]^t \Delta u + g_i(x_0, u_0) &= 0 \quad i = 1, \dots, n \\ \left[\frac{\partial h_j}{\partial x} \right]^t \Delta x + \left[\frac{\partial h_j}{\partial u} \right]^t \Delta u + h_j(x_0, u_0) &\leq 0 \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (II.22)$$

$\left[\frac{\partial}{\partial x} \right]$ et $\left[\frac{\partial}{\partial u} \right]$ Représentent les sous matrices jacobéennes par rapport aux variables x et u .

Δx et Δu désignent respectivement les accroissement de x et de u .

Pour que la linéarisation soit exacte, les accroissements Δx et Δu doivent varier dans un intervalle petit

$$\begin{aligned} -\sigma &\leq \Delta x \leq \sigma \\ -\sigma &\leq \Delta u \leq \sigma \end{aligned} \quad (II-23)$$

σ est le vecteur de bornes de l'intervalle de linéarisation contenant des nombres petits. D'autre part, le nouveau point de fonctionnement (x, u) doit rester entre sa limite min. $(x_{\min}, u_{\min})$ et sa limite max. $(x_{\max}, u_{\max})$. Les nouveaux intervalles de linéarisation deviennent comme suit [22].

$$\begin{aligned} \max(x_{\min} - x_0, -\sigma) &\leq \Delta x \leq \min(x_{\max} - x_0, \sigma) \\ \max(u_{\min} - u_0, -\sigma) &\leq \Delta u \leq \min(u_{\max} - u_0, \sigma) \end{aligned} \quad (II-24)$$

Les sous problèmes linéarités d'OPF, donné par la formulation (II-22) et (II-24) est un problème de programmation linéaire classique.

Afin de réduire la taille du sous problème de programmation linéaire, on peut faire une transformation afin de l'exprimer en fonction de l'accroissement des variables de contrôle Δu . Pour cela et à partir des contraintes d'égalité qui ne sont que les équations linéarisées de l'écoulement de puissance découplée, on tire la relation donnant Δx en fonction de Δu et qui sera ensuite remplacée dans les contraintes d'inégalités. Ainsi le problème sera exprimé en fonction de la variable de contrôle Δu . La résolution du sous problème de programmation linéaire par la méthode du simplex, nous donne le vecteur Δu , qui sera ajouté au vecteur initial u_0 pour avoir un nouveau vecteur mis à jour u donné par :

$$u = u_0 + \Delta u \quad (II-25)$$

Un nouveau point de fonctionnement (x, u) est calculé en utilisant l'algorithme de l'écoulement de puissance en fonction de nouveau vecteur de contrôle u . Le processus de la

programmation linéaire successive (SLP) et répété, jusqu'à ce que les accroissements Δx et Δu , soient inférieures à une certaine tolérance ε .

-Remarque

Il faut noter que si l'intervalle de linéarisation $[-\sigma, \sigma]$ est réduit, le processus d'optimisation par l'algorithme SLP peut demander beaucoup d'itérations pour converger ou peut donner une solution non acceptable du problème. Par contre, si l'intervalle est large, le processus peut diverger ou peut donner des résultats inacceptables (oscillations autour de l'optimum).

Pour remédier à ce problème, on adopte souvent une stratégie pratique qui est de choisir des intervalles larges pour les deux ou trois premières itérations, puis réduire les intervalles pour le reste des itérations.

L'organigramme simplifié de l'algorithme SLP est montré dans la figure II-6.

II 6-4.4-1 Modèle de l'OPF par la programmation linéaire successive (SLP) [23]

II 6-4.4-1.1 Fonction objective

La fonction objective est représentée par la fonction de coût linéarisée autour d'un point de fonctionnement $(P_g^{(k)}, V^k, \delta^k)$, donnée par :

$$\Delta f(x, u) = [J_f^{(k)}] [\Delta P_g] \quad (\text{II-26})$$

$[J_f^{(k)}]$: est le vecteur ligne du jacobéen de la fonction $f(x)$.

$[\Delta P_g]$: est le vecteur colonne de l'accroissement des puissances actives générées.

Les éléments du jacobéen $[J_f^{(k)}]$, sont donnés par :

$$J_{fi}^{(k)} = \frac{\partial f}{\partial P_{gi}} = \beta_i + 2 \cdot \gamma_i \cdot P_{gi}^{(k)} \quad i = 1, \dots, ng \quad (\text{II-27})$$

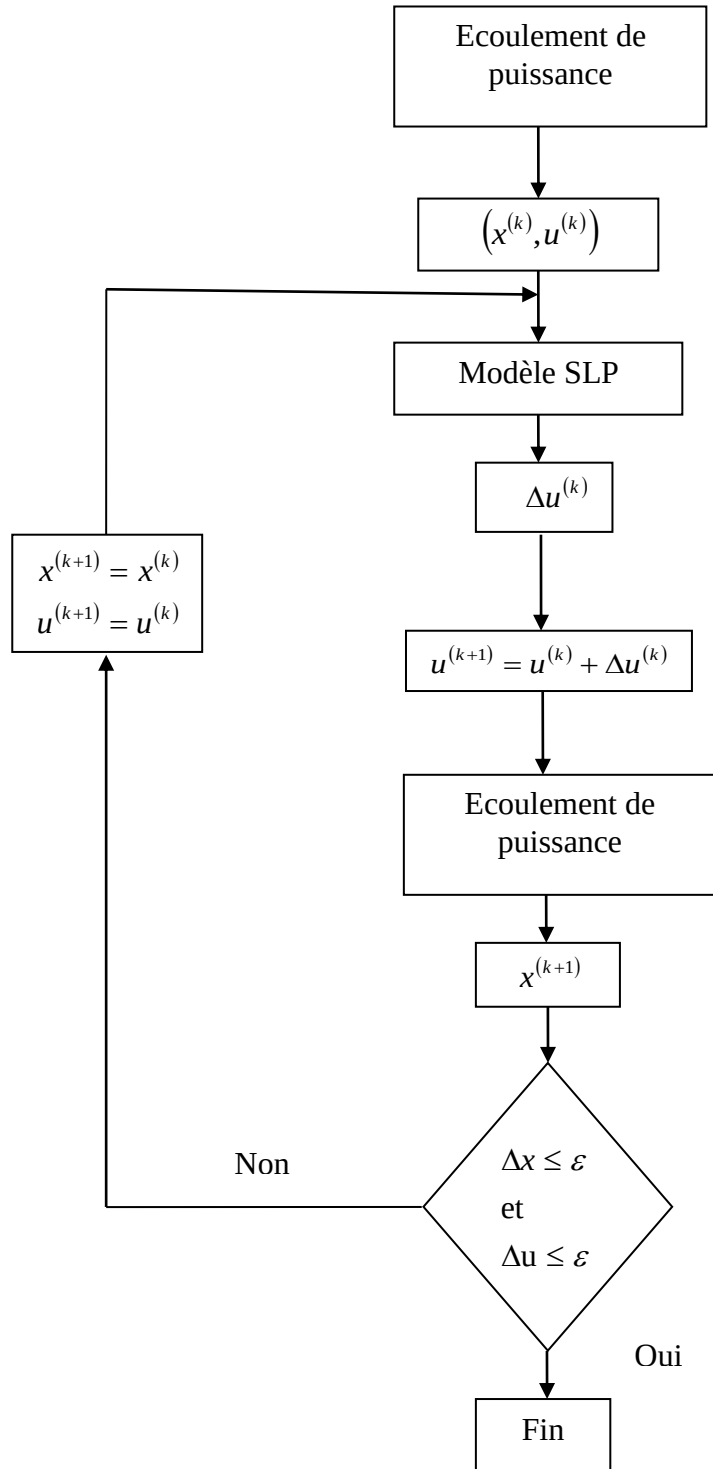


Figure II-6: Organigramme simplifié de l'algorithme de programmation linéaire successive.

II 6-4.4-1.2 Contraintes d'égalités

Les contraintes d'égalité sont représentées par les équations de l'écoulement de puissance découplées données par les équations (II-20). La linéarisation par rapport au vecteur de contrôle $[P_g^k]$ donne :

$$[\Delta P_g] + [P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}] = [B'] [\Delta \sigma] \quad (\text{II-28})$$

$[P_d]$: est le vecteur des puissances actives demandées de dimension n .

$[P^{(k)}]$: est le vecteur des puissances net injectées aux jeux de barres de dimension n .

$[\Delta \sigma]$: est le vecteur accroissement des phases de tensions des jeux de barres de dimension n .

$[B']$: est la matrice susceptance nodale de dimension $(n \times n)$.

On tire alors l'accroissement des phases de tensions comme suit :

$$[\Delta \sigma] = [B']^{-1} \cdot [\Delta P_g] + [B']^{-1} \cdot ([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) \quad (\text{II-29})$$

II 6-4.4-1.3 Contraintes d'inégalités [24]

Les contraintes d'inégalité sont représentées par les limites admissibles des éléments physiques du système électrique.

- Les limites des puissances actives et des modules de tensions

$$\begin{aligned} \max(P_{gi \min} - P_{gi}^{(k)}, -\sigma_i) &\leq \Delta P_{gi} \leq \min(P_{gi \max} - P_{gi}^{(k)}, \sigma_i), \quad i = 1, \dots, n_g \\ \max(V_{j \min} - V_j^{(k)}, -\sigma_j) &\leq \Delta V_j \leq \min(V_{j \max} - V_j^{(k)}, \sigma_j), \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{II-30})$$

Il faut noter qu'ici, les limites des puissances réactives ne sont pas incluses, puisqu'elles sont contrôlées au niveau de l'algorithme de l'écoulement de puissance.

- Limites des puissances actives transmises par les lignes de transport.

La puissance active qui transite à travers une ligne (i, j) est donnée par l'équation (II-15).

La linéarisation de cette équation au voisinage du point de fonctionnement (V^k, δ^k) donne:

$$[P_B] = [P_B^{(k)}] + [J_{h\delta}] [\Delta \delta] + [J_{hv}] [\Delta V] \quad (\text{II-31})$$

Dans la pratique, les puissances actives sont liées fortement aux phases des tensions et non aux modules. On peut alors écrire:

$$[P_B] = [P_B^{(k)}] + [J_{h\delta}] [\Delta \delta] \quad (\text{II-32})$$

Avec $[P_B]$: vecteur des puissances actives transmises par les lignes de transport.

$[P_B^{(k)}]$: Vecteur des puissances actives de transit au point de fonctionnement k .

$[J_{h\delta}]$, $[J_{hv}]$: Sous matrices jacobéennes, dont les éléments sont donnés par :

$$\begin{aligned}
J_{hv.mi} &= \frac{\partial P_{Bm}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -2.G_{ij}V_i + G_{ij}V_j \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij}V_j \sin(\delta_i - \delta_j) \\
J_{hv.mj} &= \frac{\partial P_{Bm}}{\partial V_j} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = G_{ij}V_i \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij}V_i \sin(\delta_i - \delta_j) \\
J_{h\delta.mi} &= \frac{\partial P_{Bm}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = -G_{ij}V_iV_j \sin(\delta_i - \delta_j) + B_{ij}V_iV_j \cos(\delta_i - \delta_j) \\
J_{h\delta.mj} &= \frac{\partial P_{Bm}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = G_{ij}V_iV_j \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij}V_iV_j \cos(\delta_i - \delta_j)
\end{aligned} \tag{II-33}$$

On peut éliminer les contraintes d'égalités en remplaçant l'équation (II-29) dans l'équation (II-31)

$$[P_B] = [P_B^{(k)}] + [J_{h\delta}][B']^{-1}[\Delta P_g] + [J_{h\delta}][B']^{-1}([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) \tag{II-34}$$

On voit que cette dernière équation est en fonction des accroissements $[\Delta P_g]$. Les contraintes d'inégalité des puissances actives de transits peuvent alors être écrites comme suit:

$$[J_{h\delta}][B']^{-1}[\Delta P_g] + [J_{h\delta}][B']^{-1}([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) + [P_B^{(k)}] - [P_{B\max}] \leq 0 \tag{II-35}$$

$$-[J_{h\delta}][B']^{-1}[\Delta P_g] - [J_{h\delta}][B']^{-1}([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) - [P_B^{(k)}] - [P_{B\max}] \leq 0 \tag{II-36}$$

II 6-4.4-1.4 Résumé de la formulation du problème de l'OPF par le modèle SLP

Le modèle de l'OPF par la méthode de programmation linéaire successive est résumé par :

$$\text{Minimiser } \Delta f(x, u) = [J_f^{(k)}] [\Delta P_g]$$

Selon:

$$\begin{aligned}
&[J_{h\delta}][B']^{-1}[\Delta P_g] + [J_{h\delta}][B']^{-1}([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) + [P_B^{(k)}] - [P_{B\max}] \leq 0 \\
&-[J_{h\delta}][B']^{-1}[\Delta P_g] - [J_{h\delta}][B']^{-1}([P_g^{(k)}] - [P_d] - [P^{(k)}]) - [P_B^{(k)}] - [P_{B\max}] \leq 0
\end{aligned} \tag{II-37}$$

$$\text{Et } \max(P_{gi\min} - P_{gi}^{(k)}, -\sigma_i) \leq \Delta P_{gi} \leq \min(P_{gi\max} - P_{gi}^{(k)}, \sigma_i), \quad i = 1, \dots, n_g$$

Dans cette formulation, les variables sont les éléments du vecteur de contrôle ΔP_g

II 6-4.4-1.5 Algorithme de l'OPF par la programmation linéaire successive (SLP) [22]

Les étapes de base de l'algorithme utilisé se résument par :

Etape (1) : Résoudre le problème de l'écoulement de puissance, pour obtenir une solution acceptable qui satisfait les contraintes d'égalité.

Etape (2) : Linéariser la fonction objective et les contraintes d'inégalités, autour de la solution de l'écoulement de puissance, et formuler le sous problème donné par les équations (II-37).

Etape (3): Résoudre le sous problème de programmation Linéaire (II-37) et obtenir les accroissements optimaux aux des variables de contrôle ΔP_g .

Etape (4) : Mettre à jour les variables $P_g^{(k+1)} = P_g^{(k)} + \Delta P_g$

Etape (5) : Obtenir une nouvelle solution de l'écoulement de puissance, en utilisant les nouvelles variables de contrôle.

Etape (6) : Si les éléments de ΔP_g de l'étape (3), sont inférieures à une certaine tolérance, le processus converge, sinon, aller à l'étape (2).

II-7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a exposé la formulation mathématique générale du problème de la répartition optimale de puissance, qui se traduit par un problème d'optimisation d'une fonction objective sujet à des contraintes. La plupart des équations formulant ce problème sont non linéaire, de ce fait, il est nécessaire d'utiliser une technique de programmation non linéaire pour la résolution du problème. Quelques techniques ont été exposées notamment la méthode classique de Newton et deux méthodes basées sur la technique de programmation linéaire.

III Test et application

III-1 Introduction

La puissance croissante des ordinateurs a permis d'aborder puis de résoudre complètement des problèmes liés au réseau électrique de plus en plus nombreux et de plus en plus difficiles, par leur complexité propre et par le nombre des informations à traiter. Pour résoudre ces problèmes, on utilise le logiciel MATPOWER dans un environnement MATLAB.

Ce logiciel (MATPOWER) est créé par Ray Zimmerman et Deqiang Gan de PSERC en Université de Cornell sous la direction de Robert Thomas [9]. Son but principal est de fournir un outil de simulation sous MATLAB facile à l'utilisation et à la modification. De ce fait, il doit posséder un bon résultat tant en analyse mathématique qu'en analyse numérique et en analyse statique, en vue d'une meilleure compréhension des phénomènes et donc d'une meilleure utilisation de ce moyen de résolution.

III-2 Définition du MATPOWER[25]

MATPOWER est un ensemble des fichiers d'éditeur du MATLAB (M-files) exécutés sous le logiciel MATLAB pour résoudre les problèmes des réseaux électriques tels que l'écoulement de puissance et l'écoulement de puissance optimal. Ce logiciel n'est employé que pour les versions modernes du MATLAB (Version 5.3 et plus).

III-3 Différentes instructions du MATPOWER[25]

Pour notre travail, on a choisi deux instructions qui nous paraissent plus importantes:

□ **Problème de l'écoulement de puissance:** pour résoudre ce problème on utilise l'instruction suivante: `runpf` ('case6'). **runpf** : instruction composée de deux termes (`run`, `pf`) **run** : exécuter, **pf** : power flow (écoulement de puissance).

('case6') : Le nom du fichier contenant les données du réseau à étudier, généralement le numéro qui suit le mot « case » indique le nombre des jeux de barres du réseau.

□ **Problème de l'écoulement de puissance optimal:** on utilise l'instruction `runopf`('case6').

opf : Optimal Power Flow (écoulement de puissance optimal)

Pour obtenir l'aide du MATPOWER on peut écrire le mot "help" suivi du nom de commande du MATPOWER. Ex : pour obtenir l'aide sur l'instruction **runopf** il suffit d'écrire l'expression suivante :

```
>> help runopf
```

III-4 Format du fichier du MATPOWER[25]

Les fichiers des données du MATPOWER sont des fichiers simples du MATLAB

(extension '.m') qui définissent les variables du réseau étudié. Ces variables sont indiquées dans le tableau suivant :

Tableau III-1 Les variables utilisées dans le MATPOWER et ses définition

Variables	Définitions
baseMVA	La puissance apparente de base utilisée pour le calcul en p.u
bus	Les données des jeux de barres telles que : La puissance demandée, les tensions aux niveaux de chaque jeu de barres, la tension de base,.....etc
Gen	Les données des générateurs : Les limites des puissances actives et réactives, le numéro du jeu de barres,.....etc.
Branch	Les données des branches : Les numéros des jeux de barres constituant la branche, Les paramètres de la branche (Résistance, Inductance,...etc.)
gencost	Les coefficients du coût de chaque générateur.

En tapant dans la fenêtre principale du MATLA:

```
>> help caseforma
```

Nous pouvons avoir les détails des spécifications pour le format des fichiers du MATPOWER qui sont trouvés dans 'caseformat.m'

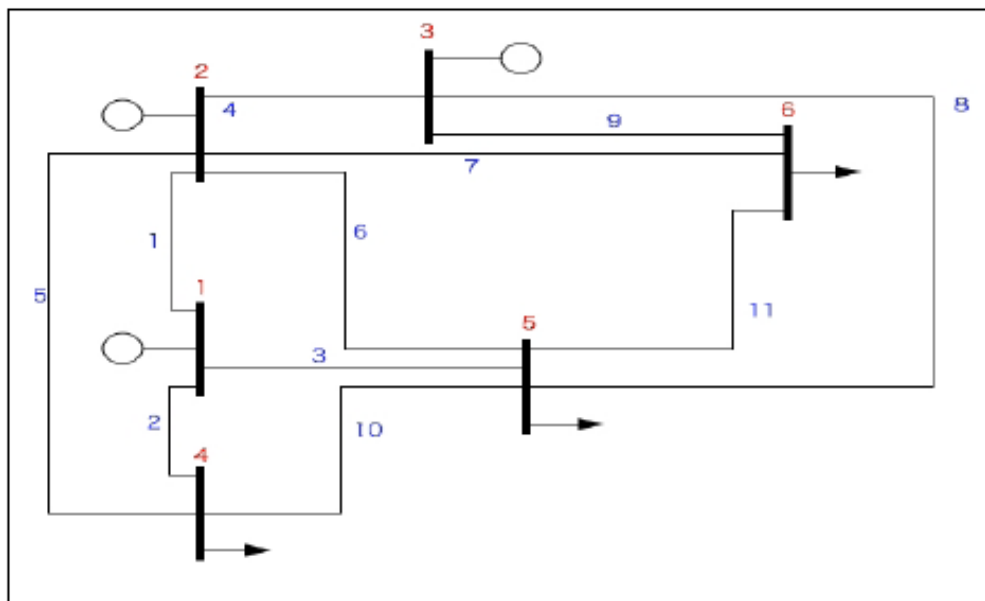
III-5 Test de MATPOWER-OPF(SLP)

Dans cette partie, on va appliquer dans l'optimisation de l'écoulement de puissance le Matpower_OPF(SLP) sur différents types de réseaux, et voir l'avantage de cet algorithme par rapport à celui de l'écoulement de puissance decouple rapide _PF.

III-5-1 Réseau électrique de 6 jeux de barres

Nous appliquons ici le Matpower_OPF(SLP) étape par étape à l'optimisation de l'écoulement de puissance sur un simple réseau test de la figure (III-1)

Les puissance actives et réactives générées (en MW et MVAR) sont limitées par les contraintes d'inégalités suivantes :



FigureIII-1: Schéma unifilaire du réseau électrique à 6 jeux de barres.

Ce réseau est constitué de 11 lignes de transport, 3 générateurs et 3 charges au niveau des jeux de barres n° 4, 5 et 6 (FigIII-1). Les données de ce réseau sont montrées dans l'annexe. La puissance et la tension de base sont respectivement ,100 MVA et 230 KV.

Les puissance actives et réactives générées (en MW et MVAR) sont limitées par les contraintes d'inégalités suivantes :

$$50 \leq P_{q1} \leq 200$$

$$37.5 \leq P_{q_2} \leq 150$$

$$45 \leq P_{q3} \leq 180$$

$$-100 \leq Q_{q1} \leq 100$$

$$-100 \leq Q_{q_2} \leq 100$$

$$-100 \leq Q_{q3} \leq 100$$

Tableau III-2: tensions du réseau électrique à 6 J.B. par Matpower_OPF(SLP).

$J.B$	$V(p.u)$		$\delta(p.u)$	
	DR_PF	Matpower OPF(SLP)	DR_PF	Matpower OPF(SLP)
1	1.0500	1.050	0.0000	0.000
2	1.0500	1.050	-3.6712	-0.450
3	1.0700	1.070	-4.2733	-0.545
4	0.9894	0.985	-4.1958	-2.051
5	0.9854	0.985	-5.2764	-2.745
6	1.0044	1.005	-5.9475	-2.555

Le tableau (III-2) montre le module et la phase des tensions après la convergence des algorithmes decouple rapide_PF et Matpower_OPF(SLP). Les résultats énergétiques et économiques figurent dans le tableau (III-3).

D'après le tableau (III-2) on remarque que toutes les tensions sont dans leurs limites admissibles entre 0.989 et 1.07 pour les modules et entre -5.945 et 0.000 pour le déphasage.

Tableau III-3: puissances et coûts de production du réseau électrique à 6 J.B par Matpower_OPF(SLP).

<i>J.B</i>	$P_g (MW)$		$Q_g (MVAR)$	
	DR_PF	Matpower OPF(SLP)	DR_PF	Matpower OPF(SLP)
1	107.87	50	15.95	35.33
2	50	89.63	74.35	55.88
3	60	77.07	89.62	84.88
Puissance total générée	217.87	216.70	179.93	176.08
Puissance total demandée	210	210	210	210
Perte total de puissance	7.87	6.70	-30.06	20.25
Coût de production (\$/h)	3189.45	3126.36		

Le tableau (III-3) montre le coût de production de la puissance active, après convergence d'optimisation par Matpower_OPF(SLP) est nettement inférieur à celui de l'écoulement de puissance conventionnel decouple rapide _PF (3126.36 \$/h contre 3189.45 \$/h). On peut conclure que l'optimisation des puissances actives nous a permis de réaliser un gain de 63.2 \$/h, et ce en respectant toutes les contraintes de sécurité imposées, sur les tensions, puissances actives et puissances réactives des générateurs. Il est clair d'après le tableau (III-3) que les pertes de puissance actives ont diminué après l'optimisation. En effet, les pertes par l'algorithme decouple rapide _PF sont de 7.87 MW, alors qu'ils ne sont que de 6.70 MW en appliquant le Matpower_OPF(SLP), soit une diminution de 1.17MW (-14.87%).

Tableau III-4: Puissances et coûts de production, avec considération des contraintes de Puissance active de transmission du réseau électrique à 6 J.B par Matpower_OPF(SLP).

$J.B$	$P_{g \min}$ (MW)	$P_{g \max}$ (MW)	P_g (MW)	$Q_{g \min}$ (MVAR)	$Q_{g \max}$ (MVAR)	Q_g (MVAR)
1	50	200	90.59	-100	100	43.41
2	37.5	150	66.61	-100	100	45.38
3	45	180	59.78	-100	100	89.61
Puissance totale générée	216.98			178.40		
Puissance totale demandée	210.00			210.00		
Pertes totales de puissance	6.98			-31.6		
Coût de production (\$/h)	3155.79					

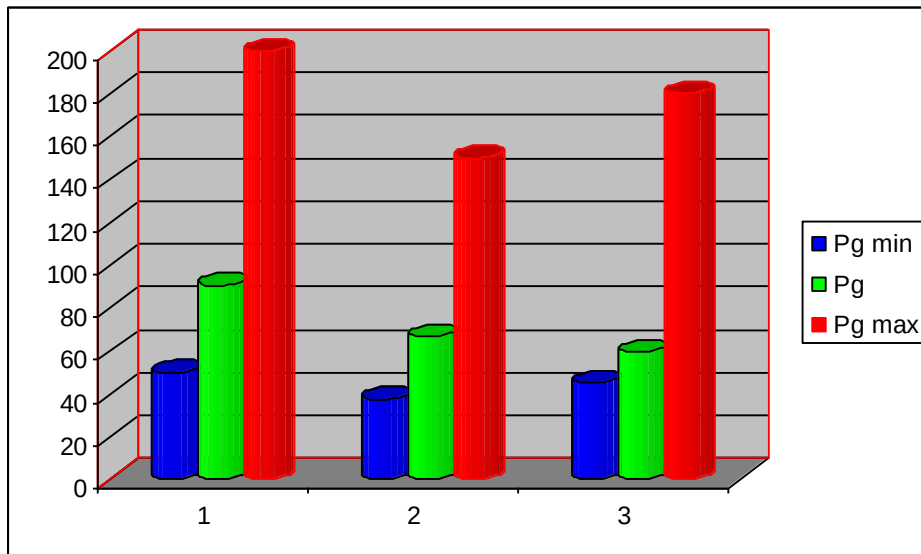


Figure III-2: Puissances actives du réseau 6 jeux de barres

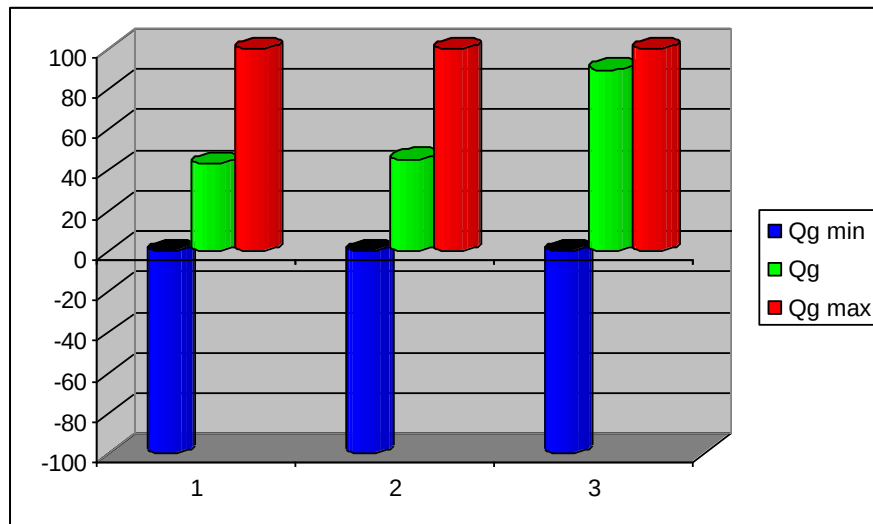


Figure III-3 : Puissances réactives du réseau 6 jeux de barres

Tableau III-5 Puissances actives transmises par les lignes du réseau électrique à 6 J.B Matpower_OPF(SLP).

N^0 ligne	Du J.B	Au J.B	Limite Normale (MW)	puissance (MW)
1	1	2	50	21.34
2	1	4	40	37.76
3	1	5	60	31.53
4	2	3	60	4.24
5	2	4	40	38.49
6	2	5	80	17.46
7	2	6	80	27.40
8	3	5	80	20.22
9	3	6	60	43.71
10	4	5	60	3.85
11	5	6	50	0.53

III-5-2 Réseau test IEEE 30-bus:

Le réseau IEEE 30-bus est constitué de 30 jeux de barres et 6 générateurs (aux jeux de barres n° 1, 2, 5, 8, 11, et 13), alimentant un ensemble de 20 charges à travers 41 lignes de transport (Fig.III-4). La puissance et la tension de base sont respectivement 100 MVA et 135 kV.

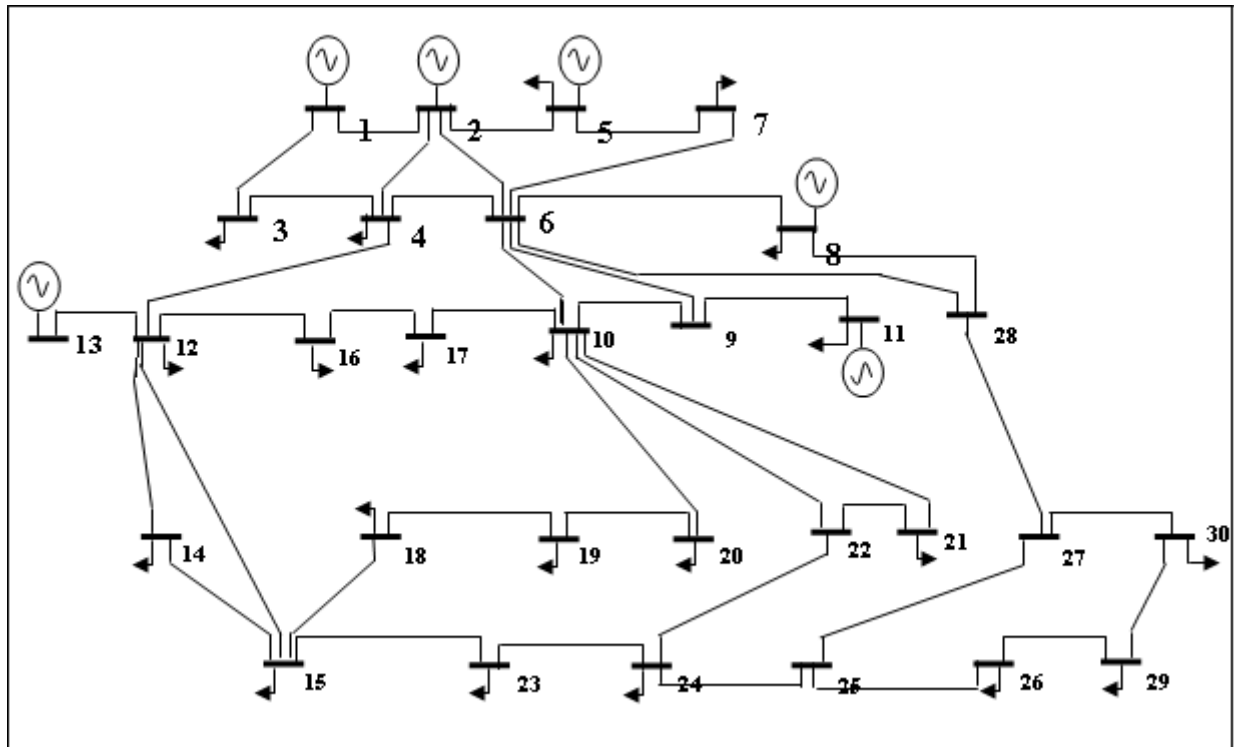


Figure III-4 : Schéma unifilaire du réseau électrique à 30 jeux de barres.

En premier lieu, les contraintes de sécurité considérées seront les limites des modules et phases des tensions ainsi que les puissances actives et réactives des générateurs. Ensuite on va inclure les contraintes de sécurité sur les puissances actives transmises par les lignes, et voir la différence. Il est clair d'après le tableau (III-6) que les contraintes de sécurité pour les modules et phases de tension, sont dans leurs limites admissibles.

Aucune tension des jeux de barre de charge, n'a pris une valeur au dessous de la valeur minimum de 0.90 p.u. . Les phases des tensions des jeux de barres sont compris entre le minimum de -13.696° et le maximum de 0.0° . Comme montré dans le tableau (III-6), le coût de production de la puissance active a été réduit de 11.06% après optimisation par Matpower_OPF(SLP), avec un gain financier considérable de $63.09\$/h$.

Malgré que les pertes de puissance active sont augmentées après l'optimisation, mais le gain financier reste le plus significatif. Il faut noter aussi qu'afin de maintenir les tensions des jeux de barres dans leurs limites de sécurité, le processus d'optimisation de Matpower_OPF(SLP) a prévu une augmentation de 12.44% dans la puissance réactive produite par les générateurs.

Tableau III-6: Tensions du réseau électrique à 30 J.B par Matpower_OPF(SLP).

J.B	$V_{\min}$ (p.u)	$V_{\max}$ (p.u)	$V(p.u)$		$\delta_{\min}$ (degré)	$\delta_{\max}$ (degré)	$\delta(\text{degré})$	
			DR_PF	Matpower OPF(SLP)			DR_PF	Matpower OPF(SLP)
1	0.95	1.10	1.0600	1.1000	-14	0.0	0.0000	-0.0000
2	0.95	1.10	1.0430	1.0880	-14	0.0	-1.7127	-3.5310
3	0.90	1.10	1.0279	1.0720	-14	0.0	-3.8203	-5.3370
4	0.90	1.10	1.0218	1.0680	-14	0.0	-4.5983	-6.4450
5	0.95	1.10	1.0100	1.0610	-14	0.0	-6.4217	-9.770
6	0.90	1.10	1.0147	1.066	-14	0.0	-5.3346	-7.47700
7	0.90	1.10	1.0044	1.0560	-14	0.0	-6.2893	-8.8500
8	0.95	1.10	1.0100	1.0720	-14	0.0	-5.5510	-7.7980
9	0.90	1.10	1.0259	1.0630	-14	0.0	-6.8162	-9.4770
10	0.90	1.10	1.0035	1.0420	-14	0.0	-8.8258	-11.2330
11	0.95	1.10	1.0820	1.1000	-14	0.0	-4.6478	-8.2380
12	0.90	1.10	1.0296	1.0620	-14	0.0	-8.2886	-10.6800
13	0.95	1.10	1.0710	1.0910	-14	0.0	-6.7836	-9.8500
14	0.90	1.10	1.0120	1.0460	-14	0.0	-9.1903	-11.5590
15	0.90	1.10	1.0050	1.0400	-14	0.0	-9.2192	-11.5930
16	0.90	1.10	1.0113	1.0470	-14	0.0	-8.7755	-11.1870
17	0.90	1.10	1.0006	1.0390	-14	0.0	-9.0237	-11.41900
18	0.90	1.10	0.9919	1.0290	-14	0.0	-9.8323	-12.1670
19	0.90	1.10	0.9876	1.0250	-14	0.0	-9.9973	-12.3210
20	0.90	1.10	0.9907	1.0290	-14	0.0	-9.7591	-12.1000
21	0.90	1.10	0.9911	1.0310	-14	0.0	-9.3121	-11.6700
22	0.90	1.10	0.9914	1.0310	-14	0.0	-9.3053	-11.6600
23	0.90	1.10	0.9892	1.0270	-14	0.0	-9.5998	-11.9200
24	0.90	1.10	0.9768	1.0180	-14	0.0	-9.7540	-12.0220
25	0.90	1.10	0.9756	1.0230	-14	0.0	-9.8228	-11.9470
26	0.90	1.10	0.9573	1.0050	-14	0.0	-10.2859	-12.3670
27	0.90	1.10	0.9841	1.0340	-14	0.0	-9.5780	-11.6320
28	0.90	1.10	1.0094	1.0620	-14	0.0	-5.7763	-7.9200
29	0.90	1.10	0.9633	1.0150	-14	0.0	-10.9215	-12.8460
30	0.90	1.10	0.9514	1.0030	-14	0.0	-11.547	-13.6960

Le temps de convergence de Matpower_OPF(SLP) a été de 1.95 secondes, et le processus a convergé à la 27^{ème} itération. La figure (III-8) montre l'évolution de la fonction coût durant le processus d'optimisation. On voit d'après cette figure que le coût de production commence à partir de la valeur initiale 901.00 \$/h, et le passage d'un point de fonctionnement à un autre, est réalisé à partir d'un pas optimal, ajusté successivement par la technique de programmation linéaire, jusqu'à l'atteinte du point de fonctionnement optimal qui correspond au coût de production 801.32 \$/h.

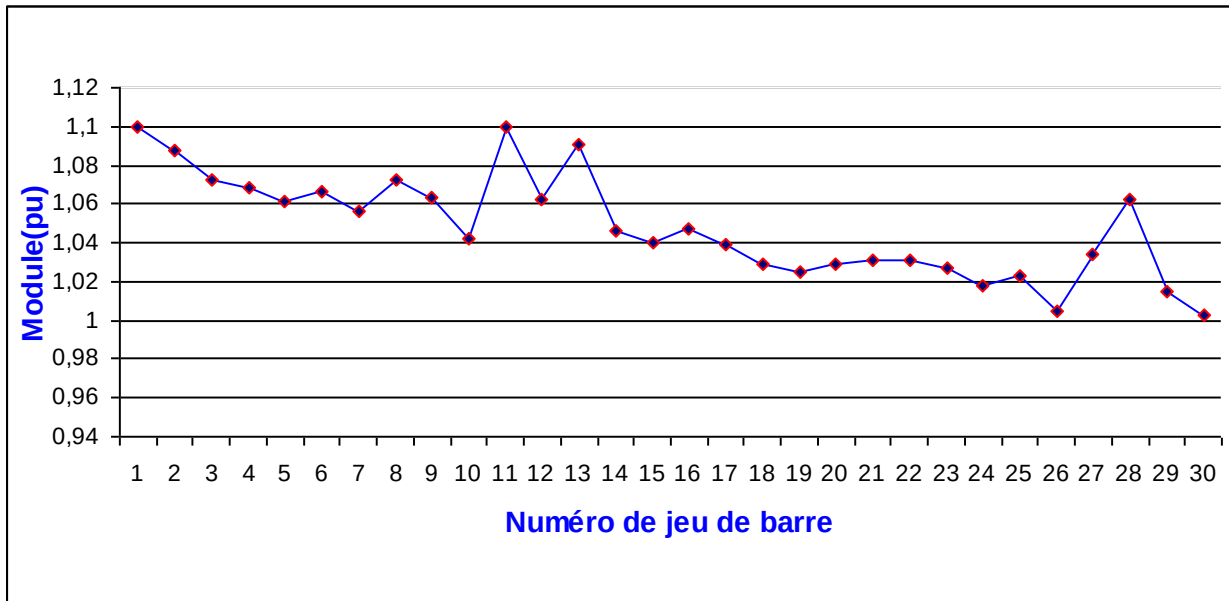


Figure III-5: Modules des tensions du réseau électrique à 30 J.B par Matpower_OPF(SLP).

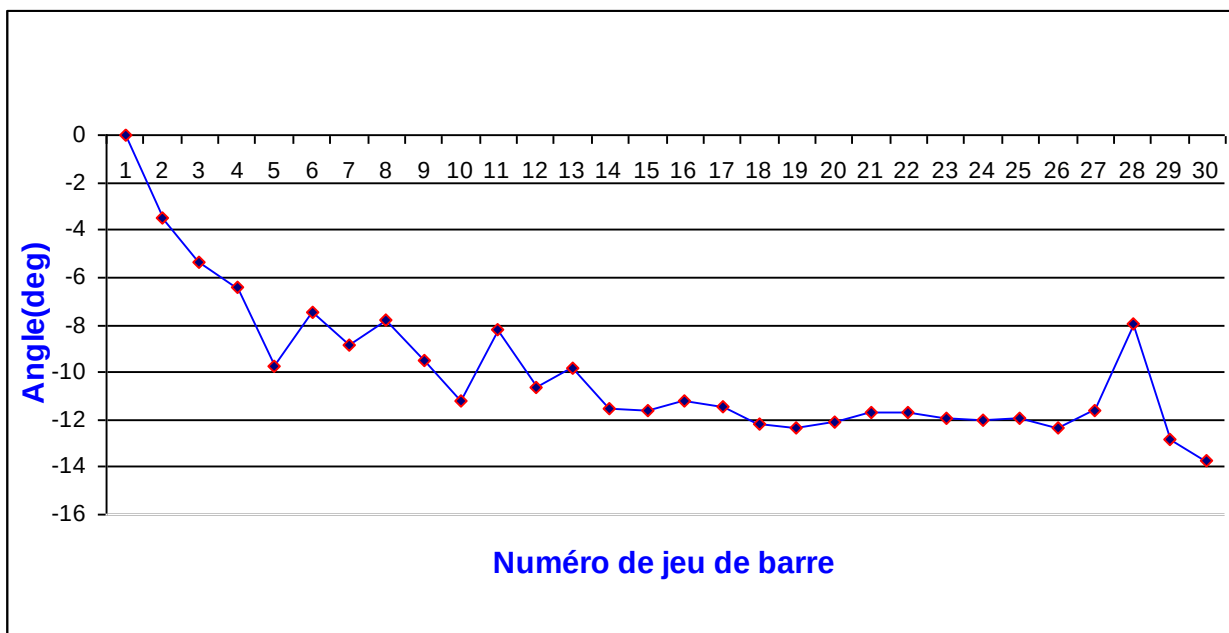
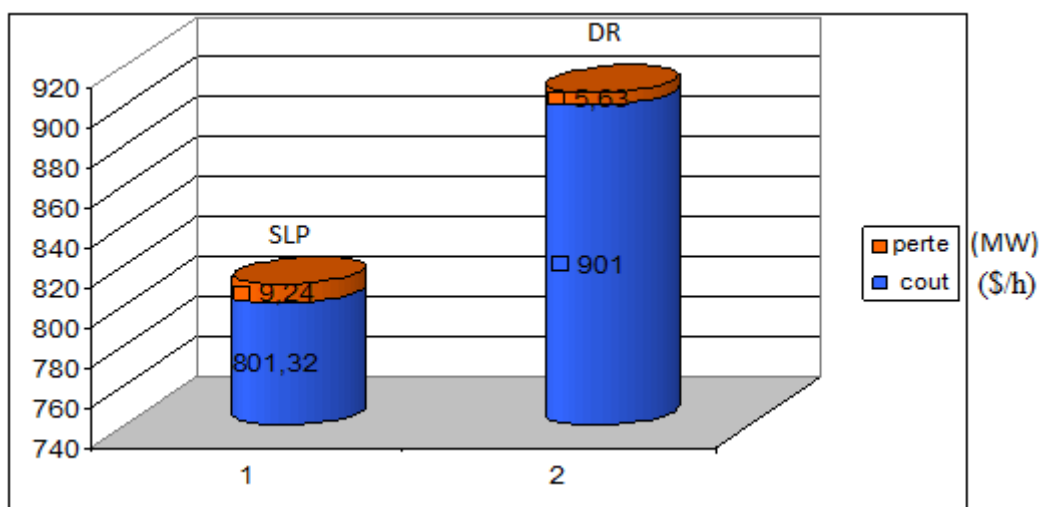


Figure III-6: Phases des tensions du réseau électrique à 30 J.B par Matpower_OPF(SLP).

Tableau III-7: Puissances et coûts de production du réseau électrique à 30 J.B B par Matpower_OPF(SLP).

$J.B$	$P_{g \min}$ (MW)	$P_{g \max}$ (MW)	P_g (MW)		$Q_{g \min}$ (MVAR)	$Q_{g \max}$ (MVAR)	Q_g (MVAR)	
			DR_PF	Matpower OPF(SLP)			DR_PF	Matpower OPF(SLP)
1	50	200	99.00	176.87	-20	200	14.22	-13.44
2	20	80	80.00	48.79	-20	100	8.18	32.30
5	15	50	50.00	21.44	-15	80	16.79	30.64
8	10	35	20.00	21.51	-15	60	18.71	53.14
11	10	30	20.00	12.03	-10	50	29.29	19.65
13	12	40	20.00	12.00	-15	60	31.91	23.14
Puissance total générée			289.03	292.64			119.11	145.43
Puissance totale demandée			283.40	283.40			126.20	126.20
Pertes totales de puissance			5.63	9.24			--7.08	19.23
Coût de production (\$/h)			901.00	801.32				

**Figure III-7 :** comparaison entre le Matpower et Decouple rapid du point de vue coût et pertes de puissance.

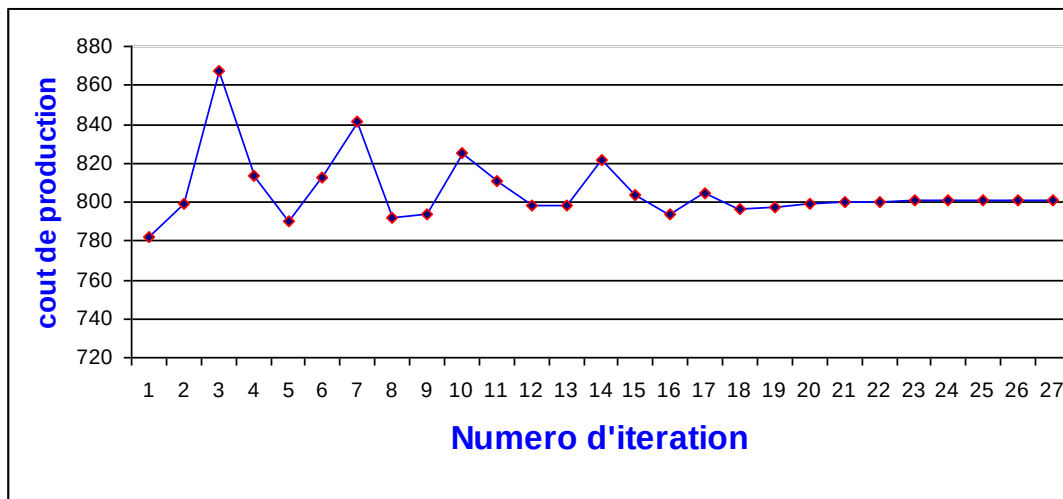


Figure III-8: Evolution du coût de production pour le réseau électrique à 30 J.B.

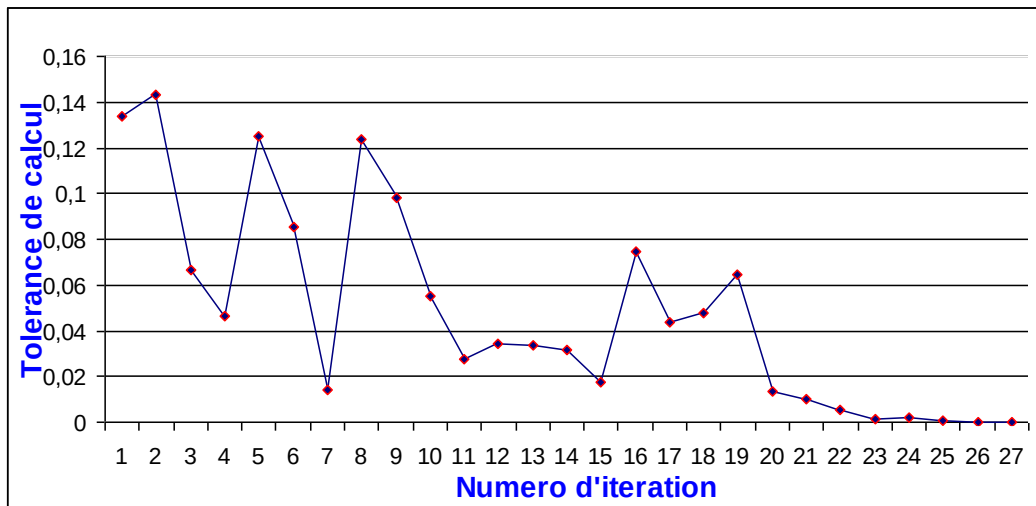


Figure III-9: Convergence de Matpower_OPF(SLP) pour le réseau électrique à 30 J.B.

La comparaison des résultats obtenus avec l'autre méthode est illustrée dans le tableau (III-6).

III-6 OPF en tenant compte la surcharge des lignes

Maintenant, on va inclure les contraintes de sécurité relatives aux puissances transmises par les lignes de transport n° 1, 2 et 5, qui ne doivent pas dépasser les limites normales suivantes :

$$|P_{12}| \leq 80 \text{ MW}$$

$$|P_{13}| \leq 44 \text{ MW}$$

$$|P_{25}| \leq 44 \text{ MW}$$

Tableau III-8: Puissances et coûts de production, avec considération des contraintes de Puissance active de transmission du réseau électrique à 30 J.B par Matpower_OPF(SLP).

$J.B$	$P_{g \min}$ (MW)	$P_{g \max}$ (MW)	P_g (MW)	$Q_{g \min}$ (MVAR)	$Q_{g \max}$ (MVAR)	Q_g (MVAR)
1	50	200	121.46	-20	200	2.69
2	20	80	43.46	-20	100	2.66
5	15	50	45.40	-15	80	18.12
8	10	35	35.00	-15	60	60.00
11	10	30	23.27	-10	50	20.66
13	12	40	20.13	-15	60	27.93
Puissance totale générée	288.72			132.06		
Puissance totale demandée	283.4			126.20		
Pertes totales de puissance	5.321			5.86		
Coût de production (\$/h)	859.36					

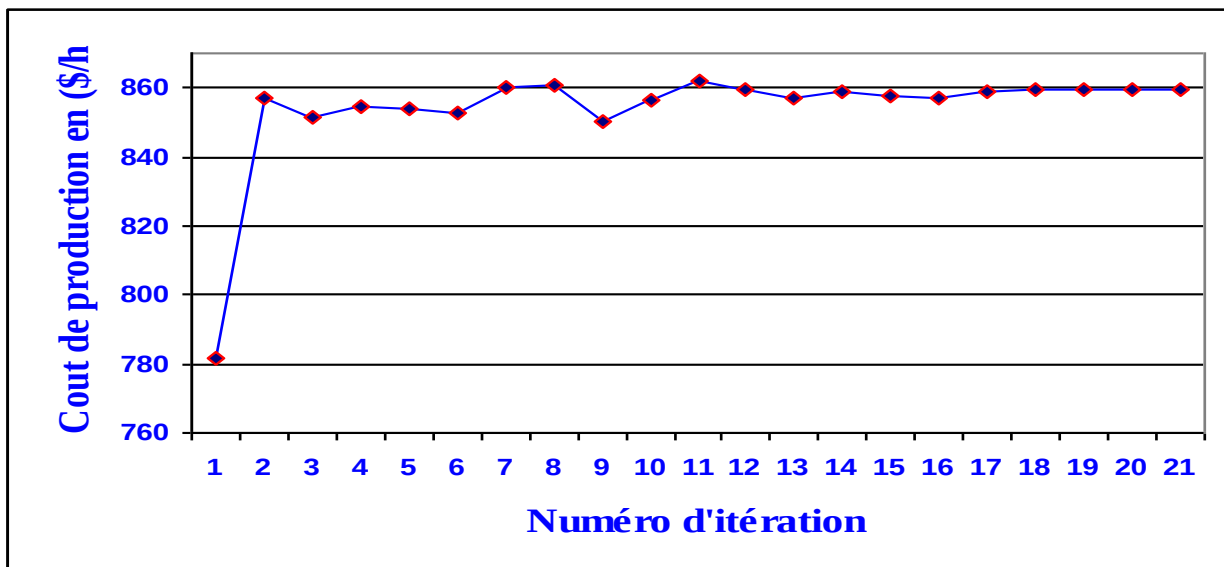


Figure III-10: Evolution du coût de production avec considération des contraintes des puissances actives des lignes pour le réseau électrique à 30 J.B.

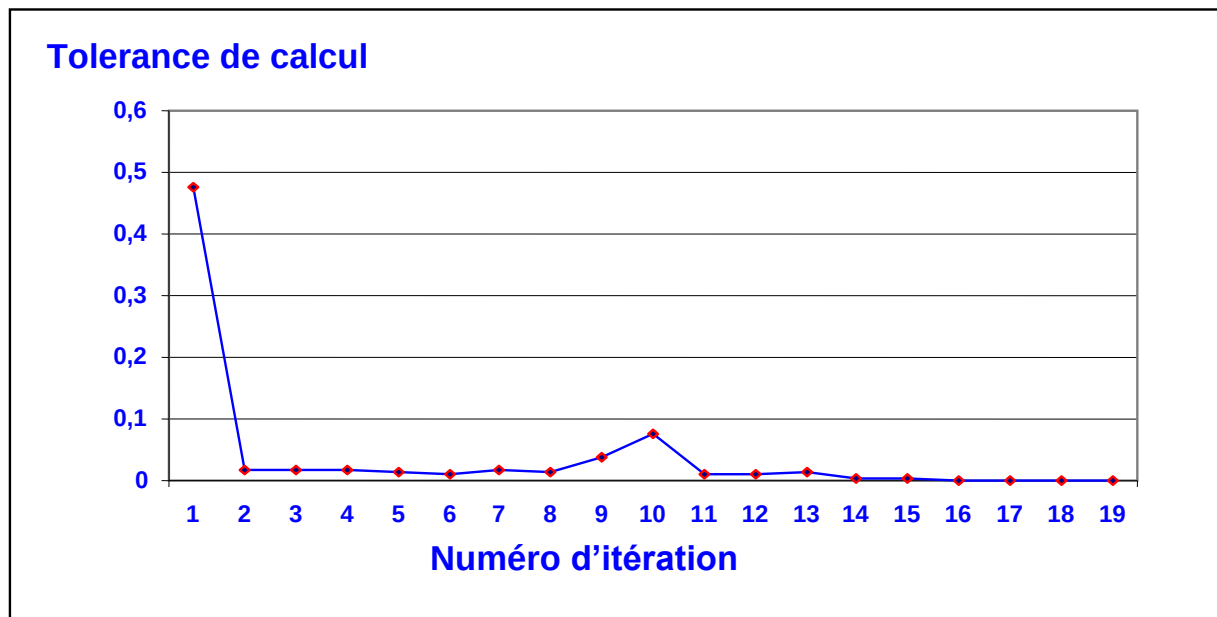


Figure III-11: Convergence de Matpower_OPF(SLP) avec considération des contraintes des Puissance actives des lignes pour le réseau électrique à 30 J.B.

D'après les résultats obtenus des tableaux (III-7) et (III-8), toutes les contraintes de sécurité sont satisfaites, y compris les nouvelles contraintes de sécurité relatives aux puissances des lignes de transmission.

Le fait de limiter la puissance active des lignes de transmission, le coût de production a augmenté de 6.75% par rapport au cas précédent, et les puissances actives des lignes n°1, 2 et 5 sont forcées à leurs valeurs limites normales (Tableau III-9). Cette augmentation du coût est due aux contraintes d'inégalité des puissances actives des lignes, qui sont forcées par le processus, en convergeant vers un nouveau point de fonctionnement optimal avec un coût de production plus important.

On remarque que les pertes de puissance active sont diminuées de 42.41% (-3.92 MW). Cette diminution peut s'expliquer par les contraintes de limitation des puissances actives transmises par les lignes (limites thermiques).

Tableau III-9 Puissances actives transmises par les lignes du réseau électrique à 30 J.B B par Matpower_OPF(SLP).

<i>N° ligne</i>	<i>Du J.B</i>	<i>Au J.B</i>	<i>Limite Normale (MW)</i>	<i>puissance (MW)</i>
1	1	2	80	80.000
2	1	3	44	44
3	2	4	80	25.58
4	3	4	80	38.35
5	2	5	44	44
6	2	6	80	31.15
7	4	6	80	31.27

8	5	7	80	-5.72
9	6	7	80	28.78
10	6	8	80	-0.72
11	6	9	80	10.60
12	6	10	80	10.56
13	9	11	80	-23.27
14	9	10	80	33.88
15	4	12	80	24.58
16	12	13	80	-20.13
17	12	14	80	8.02
18	12	15	80	18.30
19	12	16	80	7.18
20	14	15	80	1.750
21	16	17	80	3.62
22	15	18	80	6.06
23	18	19	80	2.810
24	19	20	80	-6.69
25	10	20	80	8.98
26	10	17	80	5.41
27	10	21	80	16.60
28	10	22	80	7.65
29	21	22	80	-1.01
30	15	23	80	5.52
31	22	24	80	6.59
32	23	24	80	2.28
33	24	25	80	0.09
34	25	26	80	3.54
35	25	27	80	-3.45
36	28	27	80	16.75
37	27	29	80	6.17
38	27	30	80	7.11
39	29	30	80	3.68
40	8	28	80	4.22
41	6	28	80	12.58

III-7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a exposé la formulation mathématique générale du problème de la répartition optimale de puissance, qui se traduit par un problème d'optimisation d'une fonction objective sujet à des contraintes. La plupart des équations formulant ce problème sont non linéaire, de ce fait, il est nécessaire d'utiliser une technique de programmation non linéaire pour la résolution du problème. Si on a une solution initial de l'écoulement de puissance proche de la valeur optimal, le problème d'optimisation peut être linéarité autour de ce point initial. Donc on a appliqué le Matpower_OPF(SLP) à l'optimisation e l'écoulement de puissance. Les testes faite sur différents types de réseaux ont montrés l'avantage de cet algorithme par rapport à celui de l'écoulement de puissance decouple rapid_PF.

Conclusion générale

Dans ce travail, on a présenté la base théorique du problème de la répartition optimale de puissance (OPF) dans les réseaux électriques. On a exposé deux méthodes en utilisant la programmation linéaire pour résoudre le problème de l'OPF. Les contraintes de sécurité principales considérées sont les puissances actives et réactives générées ainsi que les modules des tensions des jeux de barres. Les puissances actives transmises par les lignes de transport, ont été introduites parmi les contraintes de sécurité du problème d'optimisation, vue leur impact direct sur la stabilité du système électrique. La considération des contraintes de puissances transmises, peut forcer quelques lignes à fonctionner avec leurs valeurs limites maximum, engendrant une augmentation du coût total dans la production de l'énergie électrique.

Le logiciel MATPOWER permet d'effectuer les simulations les plus demandées dans l'étude des systèmes de puissance, à savoir, l'écoulement de puissance et l'écoulement de puissance optimal.

Ce logiciel a abordé plusieurs problèmes tels que l'archivage de la base de données des réseaux électriques de puissance, la représentation graphique du schéma unifilaire et de ses composants, l'édition de ces composants et de leur paramètres et la gestion des commandes de l'utilisateur.

MATPOWER peut aussi être utilisé à des fins pédagogiques et il est même prévu de l'utiliser pour des Travaux Pratiques en graduation dans les années à venir.

ANNEXE :

Données des Réseaux Electriques

Tableau 1: Données des lignes et transformateurs du réseau électrique à J.B

Du $J.B$	Au $J.B$	r ($p.u$)	x ($p.u$)	$b/2$ ($p.u$)
1	2	0.10	0.20	0.040
1	4	0.05	0.20	0.040
1	5	0.08	0.30	0.060
2	3	0.05	0.25	0.060
2	4	0.05	0.10	0.020
2	5	0.10	0.30	0.040
2	6	0.07	0.20	0.050
3	5	0.12	0.26	0.050
3	6	0.02	0.10	0.020
4	5	0.20	0.40	0.080
5	6	0.10	0.30	0.060

Tableau 2 : Données des jeux de barres du réseau électrique à 6 J.B.

Numéro $J.B$	Type	P_d (MW)	Q_d ($MVAR$)	V ($p.u$)	δ (degré)	$V_{\min}$ ($p.u$)	$V_{\max}$ ($p.u$)
1	Réf	0.000	0.000	1.05	0.00	1.05	1.05
2	PV	0.000	0.000	1.05	0.00	1.05	1.05
3	PV	0.000	0.000	1.07	0.00	1.07	1.07
4	PQ	70.00	70.00	1.00	0.00	0.95	1.05
5	PV	70.00	70.00	1.00	0.00	0.95	1.05
6	PQ	70.00	70.00	1.00	0.00	0.95	1.05

Tableau 3 : Données des générateurs du réseau électrique à 6 J.B.

N $J.B$	P_g (MW)	Q_g ($MVAR$)	$Q_{\max}$ ($MVAR$)	$Q_{\min}$ ($MVAR$)	$P_{g \max}$ (MW)	$P_{g \min}$ (MW)	γ ($\$/MW^2h$)	β ($\$/MWh$)	α ($\$/h$)
1	0	0	100	-100	200	50	0.00533	11.669	213.1
2	50	0	100	-100	150	37.5	0.00889	10.333	200
3	60	0	100	-100	180	40	0.00741	10.833	240

Tableau 4 : Données des lignes et transformateurs du réseau électrique à 30 J.B

<i>Du</i> <i>J.B</i>	<i>Au</i> <i>J.B</i>	<i>r</i> (<i>p.u</i>)	<i>x</i> (<i>p.u</i>)	$\frac{b}{2}$ (<i>p.u</i>)
1	2	0.02	0.06	0.03
1	3	0.05	0.19	0.02
2	4	0.06	0.17	0.02
3	4	0.01	0.04	0.00
2	5	0.05	0.20	0.02
2	6	0.06	0.18	0.02
4	6	0.01	0.04	0.00
5	7	0.05	0.12	0.01
6	7	0.03	0.08	0.01
6	8	0.01	0.04	0.00
6	9	0.00	0.21	0.00
6	10	0.00	0.56	0.00
9	11	0.00	0.21	0.00
9	10	0.00	0.11	0.00
4	12	0.00	0.26	0.00
12	13	0.00	0.14	0.00
12	14	0.12	0.26	0.00
12	15	0.07	0.13	0.00
12	16	0.09	0.20	0.00
14	15	0.22	0.20	0.00
16	17	0.08	0.19	0.00
15	18	0.11	0.22	0.00
18	19	0.06	0.13	0.00
19	20	0.03	0.07	0.00
10	20	0.09	0.21	0.00
10	17	0.03	0.08	0.00
10	21	0.03	0.07	0.00
10	22	0.07	0.15	0.00
21	22	0.01	0.02	0.00
15	23	0.10	0.20	0.00
22	24	0.12	0.18	0.00
23	24	0.13	0.27	0.00
24	25	0.19	0.33	0.00
25	26	0.25	0.38	0.00
25	27	0.11	0.21	0.00
28	27	0.00	0.40	0.00
27	29	0.22	0.42	0.00
27	30	0.32	0.60	0.00
29	30	0.24	0.45	0.00
8	28	0.06	0.20	0.02
6	28	0.02	0.06	0.01

Tableau 5 : Données des jeux de barres du réseau électrique à 30 J.B.

N J.B	Type	P_d (MW)	Q_d (MVAR)	V (p.u)	δ (degré)	$V_{\min}$ (p.u)	$V_{\max}$ (p.u)
1	Réf	0.000	0.000	1.06	0.00	0.95	1.10
2	PV	21.70	12.70	1.043	0.00	0.95	1.10
3	PQ	2.400	1.200	1.000	0.00	0.90	1.10
4	PQ	7.600	1.600	1.000	0.00	0.90	1.10
5	PV	94.20	19.00	1.010	0.00	0.95	1.10
6	PQ	0.000	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
7	PQ	22.80	10.90	1.000	0.00	0.90	1.10
8	PV	30.00	30.00	1.010	0.00	0.95	1.10
9	PQ	0.000	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
10	PQ	5.800	2.000	1.000	0.00	0.90	1.10
11	PV	0.000	0.000	1.082	0.00	0.95	1.10
12	PQ	5.800	7.500	1.000	0.00	0.90	1.10
13	PV	0.000	0.000	1.071	0.00	0.95	1.10
14	PQ	11.20	1.600	1.000	0.00	0.90	1.10
15	PQ	0.000	2.500	1.000	0.00	0.90	1.10
16	PQ	6.200	1.800	1.000	0.00	0.90	1.10
17	PQ	8.200	5.800	1.000	0.00	0.90	1.10
18	PQ	3.500	0.900	1.000	0.00	0.90	1.10
19	PQ	9.000	3.400	1.000	0.00	0.90	1.10
20	PQ	3.200	0.700	1.000	0.00	0.90	1.10
21	PQ	9.500	11.20	1.000	0.00	0.90	1.10
22	PQ	2.200	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
23	PQ	17.50	1.600	1.000	0.00	0.90	1.10
24	PQ	0.000	6.700	1.000	0.00	0.90	1.10
25	PQ	3.200	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
26	PQ	8.700	2.300	1.000	0.00	0.90	1.10
27	PQ	0.000	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
28	PQ	0.000	0.000	1.000	0.00	0.90	1.10
29	PQ	2.400	0.900	1.000	0.00	0.90	1.10
30	PQ	10.60	1.900	1.000	0.00	0.90	1.10

Tableau 6 : Données des générateurs du réseau électrique à 30 J.B.

N J.B	P_g (MW)	Q_g (MVAR)	$Q_{\max}$ (MVAR)	$Q_{\min}$ (MVAR)	$P_{g \max}$ (MW)	$P_{g \min}$ (MW)	γ (\$/MW ² h)	β (\$/MWh)	α (\$/h)
1	0.0	0.0000	200	-20	200	50	0.00375	2.00	0
2	80	27.687	100	-20	80	20	0.01750	1.75	0
5	50	21.544	80	-15	50	15	0.06250	1.00	0
8	20	22.933	60	-15	35	10	0.00830	3.25	0
11	20	38.883	50	-10	30	10	0.02500	3.00	0
13	20	40.345	60	15	40	12	0.02500	3.00	0

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] L. Slimani, "Optimisation de l'écoulement de puissance par une méthode de Colonie de Fourmis", *Mémoire de Magister, Université de Sétif*, 2006.
- [2] **A.K. Guediri** " Application de la logique floue pour l'optimisation de l'écoulement de puissance " Mémoire de magistère, université d'Oum El-bouaghi , 2009.
- [3] **Bougazala H.S et Feguir S .** "Ecoulement de puissance optimal des réseaux électriques par le méthode SLP". Mémoire de fin d'étude université EL-OUDE Promotion ,2008 .
- [4] : **Z.F.Fethi et G.Abdelmalek et D.Mohammed** « L'application de la Méthode Newton-Raphson à l'écoulement de puissance dans le système électrique»
- [5] :**M.Gaboussa etB. Boubaker .** "Echange Economique de Puissance entre des Reseaux Electrique"Mémoire de Fin d'Etudes pour l'obtention du Diplôme d'ingénieur d'Etat en Electrotechnique, Université Biskra, 2004.
- [6] **H. Wayne Beaty** "Handbook of Electric Power Calculations".
New York, NY: McGrawHill, Inc., 2001.
- [7] **Yuryevich J. and Wong K.P.**, "Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow Algorithm " IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14(4), Nov. 1999, pp. 1245-1250.
- [8] **Jean-Michel GLACHANT**, "Les réseaux électriques et les conséquences économiques de la dérégulation", ADIS WORKING PAPER n° 2001-02.
- [9]**Yuryevich J. and Wong K.P.**, "Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow Algorithm " IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14(4), Nov. 1999, pp. 1245-1250.
- [10] **P. Kundur**, "Power System Stability and Control", New York, NY: McGraw Hill, Inc., 1994.
- [11] **J.P. Barret** "Simulation des Réseaux Electriques", Direction des Etudes et Recherches EDF, Editions Eyrolles, 1997
- [12] **T. Bouktir** "Application de la Méthode du Gradient à l'Optimisation de l'Ecoulement de Puissance" Mémoire de magistère, université d'Annaba, Algérie, 1998.
- [13] **K.M Srijib et R. Agustin** " Optimal Power Flow by Linear Programming Based optimisation " IEEE Transactions on Power Systems, 1992.
- [14] **J.D. Weber** "Implementation of a Newton-Based Optimal Power Flow into a Power System Simulation Environment" Master Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.
- [15] **Sayah Samir** "Application des Ensembles Flous à la Répartition Optimale de la

Puissance dans les Réseaux Electriques" Mémoire de Magister, Université de Sétif, 2005.

- [16] **R.Labdani** "Optimisation De L'écoulement De puissance Dans Un Marche De L'électricité Libère Par Essaims De Particules " Mémoire de magistère, université d'Oum El-bouaghi (2007)
- [17] **Hans-Paul Schwefel**, "Numerical optimization of Computer models", John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1981.
- [18] **CUI-RU WANG, HE-JIN YUAN, ZHI-QIANG HUANG, JIANG-WEI ZHANG, CHENJUN SUN**. "A modified particle swarm optimization algorithm and its application in optimal power flow problem," IEEE Proceeding of the fourth International Conference on machine. Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August 2005.
- [19] **J.D. Weber** "Implementation of a Newton-Based Optimal Power Flow into a Power System Simulation Environment" Master Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.
- [20] **D.I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes & W.F. Tinney**, "Optimal Power Flow by Newton Approach" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, Octobre 1984, pp. 2864-2880.
- [21] **Roa-Sepulveda C.A., Pavez-lazo B.J.**, "A Solution to the Optimal Power Flow Using Simulated Annealing ", Electrical Power and Energy Systems, 25 (2003),
- [22] **G.L. Torres, V.H. Quintana** " Optimal Power Flow via Interior Point Methods: an Educational Tool in Matlab " IEEE CCECE'96, 0-7803-3143-5 – 1996.
- [23] **F. Palacios-Gomez** "Nonlinear Optimization by Successive Linear programming " Management Science, Vol. 28, N° 10, October 1982, USA.
- [24] **A. Soos**, "An Optimal Adaptive Power System Stabilizer", PHD. Thesis, University Of Calgary, Octobre 1997"
- [25] **Hambli Meriem , Bouacida Farida** "*Optimisation de l'écoulement de puissance en utilisant MATPOWER* " Mémoire de licence L.M.D, université d'Oum El-bouaghi 2007"