



**République Algérienne Démocratique et
Populaire**



**Ministère de l'Enseignement Supérieure et de
la Recherche Scientifique**

UNIVERSITE D'EL-OUED

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

LICENCE ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Spécialité : Génie mécanique

Option : Electromécanique industriels

Thème

**Modélisation Circuit Magnétique de la
machine à courant continu par la Méthode
des Eléments Finis**

Devant le jury composé de :

Présenté par :

Dirigée par:

CHENNOUFI Hakim

- GUEHEF Chouaib

- BEN AICHA Omar

- MANSOUR Hamza Embarek

2013-2014

DÉDICACE

À nos parents,

À nos familles,

À nos amis.

REMERCIEMENTS

Le travail exposé dans ce mémoire a été effectué au Groupe de Recherche en Électromécanique Industriels.

Je remercie ALLAH, notre créateur de nous avoir donné les forces pour accomplir ce travail.

Nous adressons le grand remerciement à notre encadreur qui a proposé le thème de ce mémoire, aussi pour ses conseils et ses orientations.

Nous avons également l'honneur de remercier l'Administration du Département de Mécanique d'avoir facilité le processus de sélection du mémoire et de l'encadreur, ainsi que de l'organisation et la bonne coordination.

Un grand merci est adressé aux examinateurs d'avoir accepté la lecture et l'évaluation de notre mémoire.

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont participé à réaliser ce mémoire ses encouragements constants et la patience dont elle a su s'armer tout au long de ces années.

Sommaire

Introduction générale..... (1)

CHAPITRE 1 : Circuits magnétiques des machines

1.1 Introduction..... (3)

1.2 Le rôle de l'inducteur..... (3)

1.3 Les modèles d'aide au dimensionnement..... (5)

1.3.1 Les modèles numériques..... (5)

1.3.2 Les modèles analytiques..... (6)

1.4 Méthodologie de dimensionnement par optimisation..... (7)

1.5 Dimensionnement par optimisation à l'aide de PDETOOL..... (7)

1.6 Procédure d'optimisation des inducteurs/moteurs..... (8)

1.6.1 Couplage magnéto-mécanique..... (10)

1.7 Conclusion..... (11)

CHAPITRE 2 : Paramètres des calculs des MCC

2.1 Introduction..... (12)

2.2 Équations de base et lois liées à la matière..... (12)

2.3 Formulation des équations électromagnétiques..... (13)

2.3.1 Modèle magnétostatique..... (13)

A. Modèle magnétostatique scalaire..... (13)

B.	Modèle magnétostatique vectorielle.....	(14)
2.3.2	Modèle magnétodynamique	(14)
2.4	Théorème d'Ampère pour les circuits magnétiques.....	(15)
2.4.1	L'application du Théorème d'Ampère	(16)
2.5	Méthode des éléments finis.....	(17)
2.5.1	Présentation de la méthode des éléments finis.....	(18)
2.5.2	Principe de la méthode des éléments finis.....	(18)
2.5.3	Discrétisation et approximation.....	(19)
2.5.4	Formulation intégrale.....	(20)
2.6	Conclusion.....	(21)

CHAPITRE 3 : Structure de la machine à courant continu

3.1	Introduction	(22)
3.2	Constitution du Moteur A Courant Continu (MCC)	(23)
3.2.1	Pôles principaux	(24)
3.2.2	Pôles auxiliaires	(24)
3.2.3	Carcasse	(25)
3.2.4	Induit	(26)

3.2.5	Enroulement d'induit	(26)
3.2.6	Collecteur	(28)
3.2.7	Balais	(28)
3.3	Principe de Fonctionnement	(29)
3.4	Conclusion	(33)

CHAPITRE 4 :

4.1.1	Introduction.....	(34)
4.1.2	Généralités sur la machine courant continue.....	(34)
4.3	Modèle éléments finis magnétostatique.....	(36)
4.3.1	Introduction.....	(36)
4.3.2	Définition de la géométrie et modélisation.....	(37)
4.4	Modèle linéaire.....	(41)
4.4.1	Propriété des matériaux.....	(41)
4.4.2	Résultats.....	(41)
4.5	Modèle non linéaire.....	(45)
4.6	Conclusion.....	(48)

Conclusion générale		(49)
----------------------------	--	-------------

Annexe A (50)

Bibliographie (53)

Liste des figures

Figure 1.1	Structure d'un moteur à courant continu (sans bobinage induit). En pointillé on trouve les différents éléments constitutifs d'un inducteur à aimants.	(3)
Figure 1.2	Différentes structures d'inducteurs à aimants	(4)
Figure 1.3	Organigramme de la procédure d'optimisation des inducteurs/moteurs. Le principal apport du travail de thèse est le développement des modèles analytiques de l'inducteur/moteur (en trait double).	(9)
Figure 2.1	Analogie entre un circuit électrique et un circuit magnétique	(15)
Figure 3.1	Schéma synoptique de la machine a courant continue	(20)
Figure 3.2	Circuit magnétique d'un MCC	(22)
Figure 3.3	Constitution du MCC	(23)
Figure 3.4	Pôle principal	(23)
Figure 3.5	Pôle auxiliaire	(24)
Figure 3.6	Inducteur. (a et b)	(25)
Figure 3.7	Induit	(25)
Figure 3.8	Tôle d'acier d'un induit en tambour à ventilation axiale.	(26)
Figure 3.9	Section d'enroulement	(26)
Figure 3.10	Disposition d'une section de l'enroulement d'un induit.	(27)
Figure 3.11	Collecteur	(27)
Figure 3.12	Balais montés sur collecteur	(28)
Figure 3.13	champ magnétique fixe	(28)
Figure 3.14	structure de l'induit	(30)
Figure 3.15	ligne de champ magnétique	(30)
Figure 3.16	lignes de champ dans le sens de la rotation du rotor	(30)
Figure 3.17	lignes de champ dans les enroulement	(31)
Figure 4.1	La forme de la machine étudiée	(32)

Figure 4.2	Géométrie en 2D du circuit magnétique	(32)
Figure 4.3	Maillage du Circuit de la Machine	(35)
Figure 4.4	Répartition du maillage (éléments triangulaires)	(35)
Figure 4.5	potentiel magnétique de la machine	(37)
Figure 4.6	Intensité du Flux magnétique ° 1	(38)
Figure 4.7	Flux magnétique °2	(38)
Figure 4.8	Intensité du Flux magnétique avec les contour	(39)
Figure 4.9	champ magnétique de la machine	(39)
Figure 4.10	les lignes équiflux dans le circuit magnétique	(40)
Figure 4.11	Contour étudié n°1	(40)
Figure 4.12	Courbe de l'induction magnétique le long du contour 1	(42)
Figure 4.13	Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 1	(43)
Figure 4.14	Contour étudié n°2	(43)
Figure 4.15	Courbe de l'induction magnétique le long du contour 2	(44)
Figure 4.16	Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 2	(44)
Figure 4.17	Courbe d'aimantation B (H)	(45)
Figure 4.18	Courbe de l'induction magnétique le long du contour 1	(45)
Figure 4.19	Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 1	(46)
Figure 4.20	Courbe de l'induction magnétique le long du contour 2	(47)
Figure 4.21	Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 2	(48)

Notations et symboles

\vec{E}	<i>Champ électrique [v / m],</i>
\vec{B}	<i>Induction magnétique [T]</i>
\vec{H}	<i>Champ magnétique [A/m]</i>
\vec{D}	<i>Induction électrique [C/m²]</i>
\vec{J}_c	<i>Densité du courant de conduction [A/m²]</i>
ρ	<i>Densité volumique de charge électrique [C/m³]</i>
μ	<i>Perméabilité magnétique [H/m]</i>
ν	<i>Relativité magnétique [m/H]</i>
ε	<i>Permittivité diélectrique [F/m]</i>
σ	<i>Conductivité électrique [S/m]</i>
N	<i>Nombre de Spire [tr/min]</i>
S	<i>Surface [m²]</i>
V	<i>Tension [V]</i>
I	<i>Courant [A]</i>

INTRODUCTION GENERALE

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles; ces phénomènes se trouvent dans des régions de géométrie très variée (Exemple : pièce des machines tournantes, transformateurs ...etc.). En générale, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes analytiques ou des méthodes approchées.

Les circuits magnétiques sont d'usage fréquent en électrotechnique et les machines électriques (transformateurs, alternateurs, machines asynchrones et machines à courant continu) nécessitent l'emploi de matériaux magnétiques.

Nous allons modélisation la machines à courant continu passe par la mise en équation de l'ensemble des phénomènes dont elle est le siège. Or, dans le cas d'une circuit magnétique du machine à courant continu,. Donc, il n'est pas possible d'appliquer les résolutions classiques; aussi, pour analyser le comportement de la machine, deux méthodes sont envisagées :

- ❖ La première méthode consiste à linéariser le problème les grandeurs sont circuit magnétique du machine à courant continu; on peut alors utiliser les outils habituels de calcul.
- ❖ La deuxième méthode consiste à prendre en compte les phénomènes non linéaires; les équations obtenues sont alors traitées par des méthodes de calcul numérique.

Ainsi, et pour ce faire, cette mémoire sera présentée comme suit :

- Dans un premier chapitre, nous présenterons les phénomènes électromagnétiques de la circuit magnétique des machines a courant continu.
- Dans un deuxième chapitre, nous présenterons les équations et les modèles mathématiques qui caractérisent les phénomènes électromagnétiques.
- Dans un troisième chapitre, nous présenterons modélisation et les composants des machines a courant continu en détails.

- Dans le quatrième chapitre nous appliquons la méthode de calcul analytique dans le but de calculer l'induction magnétique ensuite nous appliquons la méthode de calcul par les éléments finis sur la machines à courant continu avec logiciel PDETOOL, ce qui nous permet de faire une étude le circuit magnétique.

Chapitre 1

Circuits magnétiques des machines

1.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter les inducteurs à circuit magnétique afin de comprendre les besoins en termes de conception et d'optimisation. Nous verrons, dans un premier temps, le rôle de l'inducteur au sein du moteur électrique. Nous préciserons ensuite, le contexte de notre étude : topologie de l'inducteur, domaine d'application.... Ceci nous amènera à constater la nécessité pour toute entreprise, de se doter d'outils de dimensionnement adaptés. Ce qui nous conduira finalement à définir une méthodologie de dimensionnement la plus efficace possible pour les inducteurs à aimants ferrites.

1.2 Le rôle de l'inducteur :

Le rôle magnétique de l'inducteur dans un moteur électrique est de fournir le flux nécessaire à la création du couple. L'inducteur à aimants est constitué d'aimants, créateurs du flux magnétique, et d'une carcasse qui permet le rebouclage de ce flux.

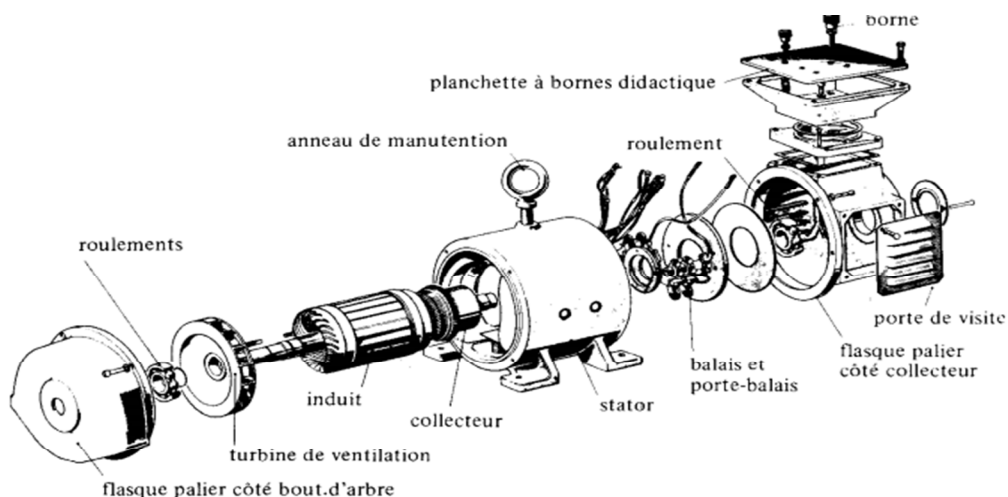


Figure 1.1 : Structure d'un moteur à courant continu (sans bobinage induit). En pointillé on trouve les différents éléments constitutifs d'un inducteur à aimants.

Ainsi sur la Fig. 1.1 on peut voir les éléments constitutifs de l'inducteur pour le cas d'un moteur à courant continu : les segments, la culasse, le palier, le flasque...

Les avantages d'un inducteur à aimants par rapport à un inducteur bobiné sont les suivants :

- L'inducteur n'absorbe pas d'énergie électrique, ceci élimine des pertes Joule, et accroît les performances du moteur.
- On peut montrer, que l'importance relative de ces pertes par rapport à la puissance utile est d'autant plus élevée que la machine est de taille plus réduite.

- Le couple et la puissance par unité de volume sont plus élevés.
- Les performances dynamiques du moteur sont généralement meilleures grâce à une induction magnétique plus élevée dans l'entrefer et des réactances plus faibles.
- La construction de la machine est plus simple.
- Le coût, volume et poids de l'inducteur sont habituellement inférieurs.

En fonction des objectifs technico-économiques (choix de la qualité des matériaux utilisés, forme du champ que l'on veut obtenir...), l'inducteur peut prendre des structures très différentes. La Fig. 1.2 montre quelques unes de ces structures.

On peut classer les inducteurs selon qu'ils possèdent ou non des pièces polaires :

- Dans les inducteurs sans pièces polaires, l'aimant est disposé de façon à couvrir l'arc polaire, fournissant au niveau de l'entrefer une induction égale, aux fuites près, à celle existant dans l'aimant.
- Dans les inducteurs avec pièces polaires, l'induction dans l'entrefer peut être différente de celle existant dans l'aimant. Ces structures peuvent permettre d'obtenir une induction supérieure à celle de l'aimant par concentration de flux.

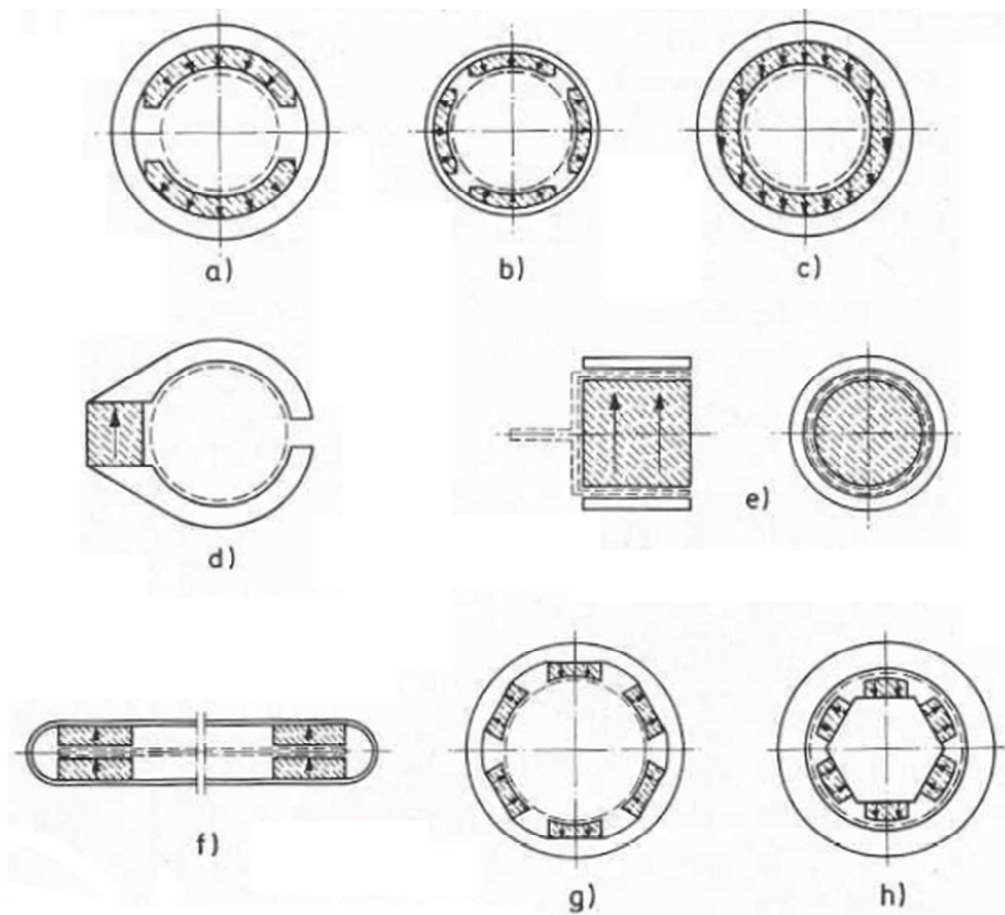


Figure 1.2 : Différentes structures d'inducteurs à aimants

- a) segments à aimantation radiale (bipolaire),
- b) segments à aimantation radiale (tétra-polaire).
- c) anneau aimanté diamétralement.
- d) aimant parallélépipède.
- e) système noyau à aimant.
- f) aimant dans un moteur plat.
- g) aimants SmCo au stator.
- h) aimants SmCo au rotor.

1.3 Les modèles d'aide au dimensionnement

Les modèles "d'aide au dimensionnement" d'un moteur électrique peuvent se classer selon deux grandes familles : les modèles numériques et les modèles analytiques. Nous allons évaluer les principaux intérêts et inconvénients de chacun dans un processus de dimensionnement.

1.3.1 Les modèles numériques

Les méthodes numériques comme les éléments finis, les différences finis ou les intégrales de frontière, résolvent directement les équations physiques de base du système à dimensionner en utilisant des algorithmes mathématiques relativement complexes.

A partir de la discrétisation de la géométrie du système à étudier en petites régions (mailles), des caractéristiques des matériaux qui le composent et en utilisant les conditions aux limites du problème, ces méthodes nous donnent les performances (telles que le couple moyen ou la puissance d'un moteur) et les cartes de champ dans toute la géométrie.

Il existe ainsi des logiciels éléments finis intégrant des modules magnétostatique et magnétodynamique, traitant aussi bien des problèmes bidimensionnels, que tridimensionnels. Ces modèles numériques présentent de nombreux avantages :

- Une grande précision dans l'évaluation des performances du moteur, cela d'autant plus que le maillage est fin.

- L'accès aux grandeurs locales.

- Un nombre d'hypothèses très faible sur la géométrie, les matériaux... Souvent très génériques, ils peuvent traiter des structures de moteurs très différentes et avec des géométries complexes. Ils permettent également une bonne prise en compte des propriétés physiques des matériaux (non linéarité, approche à saturation, etc....). En contrepartie, ces modèles présentent quelques limitations :

- La lourdeur des calculs mis en œuvre et la nécessité de réaliser un maillage de la géométrie font que ces modèles sont longs à mettre en place et à utiliser.

- Les contraintes industrielles et économiques ne peuvent pas être prises en compte par ce type de logiciels.

En effet, l'inconvénient majeur de ces modèles est que dans leur grande majorité ils servent à décrire, manipuler, analyser ou simuler numériquement les multiples représentations des objets à concevoir. Leur objectif principal est d'aider à valider techniquement les solutions proposées par le concepteur à l'issue de l'étape de dimensionnement. En réalité, ils ne participent pas activement aux nombreuses prises de décision que comporte tout processus de dimensionnement et, surtout, ils sont incapables de modifier par eux-mêmes la géométrie de l'objet à concevoir en fonction d'objectifs fixés a priori. En conséquence on doit plutôt les considérer comme des *outils d'analyse* (ou de calcul) performants.

1.3.2 Les modèles analytiques

Un modèle analytique est un ensemble d'équations paramétrées qui décrivent le fonctionnement d'un système ; dans notre cas, l'inducteur et le moteur électrique.

Les avantages des modèles analytiques sont nombreux :

- Ils permettent d'obtenir les performances de la machine de façon assez correcte.
- Une fois le modèle analytique connu, les performances du moteur peuvent être obtenues très rapidement. On peut alors facilement explorer de nombreuses solutions en faisant varier les paramètres du modèle.

- Il est facile de connaître la sensibilité d'un paramètre par rapport à un autre grâce aux dérivées partielles calculées de façon analytique.

- Ils sont capables de prendre en compte les aspects techniques (modèle de performance du moteur) mais également les aspects industriels et économiques.

Par contre, ils présentent eux aussi quelques limitations :

- La complexité des phénomènes physiques dans un moteur électrique oblige à utiliser de nombreuses hypothèses simplificatrices, aussi bien au niveau de la géométrie que des caractéristiques des matériaux employés. Plus le modèle est complexe, plus sa mise en œuvre sera longue ;

- Ils ne sont pas génériques ; le changement de type de moteur implique le développement d'un nouveau modèle.

L'intérêt fondamental des modèles analytiques par rapport aux modèles numériques est qu'en les associant à une méthodologie de dimensionnement par optimisation (§ 1.5.5), on dispose d'un véritable *outil de dimensionnement*, et non plus seulement d'un outil

D'analyse des performances du moteur. On peut alors répondre au problème posé (cf. Fig. 1.7) : le dimensionnement technico-économique optimal de l'inducteur/moteur dans le respect du cahier des charges.

1.4 Méthodologie de dimensionnement par optimisation

L'enjeu technico-économique est si important dans le dimensionnement des moteurs électriques que de nombreux auteurs se sont penchés sur différentes techniques de dimensionnement.

En effet, quand on cherche à dimensionner un inducteur/moteur, il existe souvent un grand nombre de solutions possibles respectant le cahier des charges.

Mais celle qui est recherchée est la *solution optimale*, c'est-à-dire, celle qui minimise, par exemple le coût, la fonction de calcul de coût devenant alors la *fonction objectif*. En effet, de nombreux auteurs ont montré l'équivalence entre un problème de dimensionnement d'une machine électrique et le problème de l'optimisation sous contraintes.

Cependant le dimensionnement par optimisation, nécessite un point de départ, pour amorcer le processus d'exploration de l'espace des solutions. Dans notre cas, ce n'est pas un problème car dans l'automobile, on ne crée que très rarement un produit totalement nouveau. En général, on part d'un moteur existant qu'on cherche à adapter à un nouveau cahier des charges.

1.5. Dimensionnement par optimisation à l'aide de PDETOOL

PDETOOL est un logiciel conçu pour le dimensionnement par optimisation de produits industriels grâce au traitement automatique et symbolique des modèles analytiques [PDETOOL]. Il génère automatiquement un code de calcul à partir de ces modèles analytiques représentant un dispositif à dimensionner, et calcule une solution optimisée pour des problèmes fortement contraints grâce à la méthode du gradient. Ce logiciel est une version commerciale dérivée d'un logiciel antérieur développé au LEG.

Le choix d'utilisation de ce logiciel pour réaliser l'outil de dimensionnement recherché présente plusieurs intérêts :

- L'outil d'optimisation sous contraintes de l'inducteur/moteur est généré de façon automatique et transparente par (PDETOOL). Ainsi l'utilisateur doit uniquement introduire les équations de son modèle analytique et le temps de développement de l'outil informatique de dimensionnement est réduit à celui du modèle analytique.

- Le logiciel recherche la solution du problème d'optimisation sous contraintes par la méthode du gradient. Cette méthode est basée sur la connaissance d'une direction de recherche, trouvée en utilisant l'information fournie par les dérivées partielles de la fonction objective et des fonctions soumises à des contraintes.

Elle se révèle être particulièrement efficace en termes de temps de calcul et de précision de convergence grâce à la détermination sous forme symbolique exacte des dérivées partielles .

- L'interface graphique permet de modifier facilement le cahier des charges et de vérifier rapidement sa cohérence. L'interactivité de l'interface permet aussi de faire participer l'équipementier automobile, constructeur du moteur électrique, au processus de dimensionnement de l'inducteur.

Les limites de cette approche sont celles des modèles analytiques et des méthodes du gradient :

- Il est nécessaire de décrire le moteur à travers un modèle analytique.
- Il faut posséder un point de départ, ce qui n'est pas un frein dans notre cas.
- La méthode du gradient peut converger vers un optimum local et ne sait pas gérer les paramètres discrets.

En définitive, l'utilisation de ce logiciel déjà disponible va nous permettre de gagner en temps, fiabilité, convivialité.... et nous pouvons ainsi nous concentrer sur l'élaboration des modèles analytiques du moteur. Notre objectif sera de développer un modèle analytique de l'inducteur/moteur le plus précis possible capable de prendre en compte les contraintes techniques mais également les contraintes industrielles et économiques.

1.6 Procédure d'optimisation des inducteurs/moteurs

La procédure d'optimisation des inducteurs/moteurs que nous allons mettre en place est décrite dans les différentes étapes de l'organigramme de la Fig. 1.8.

La première étape consiste à mettre en œuvre un modèle analytique technique, industriel et économique de l'inducteur/moteur. C'est le cœur de ce travail de thèse et une étape très importante, car la pertinence des résultats de l'optimisation dépend de la capacité du modèle à traduire la réalité du moteur électrique.

Ce modèle sert de base à PDETOOL pour générer automatiquement l'outil de dimensionnement par optimisation. Cet outil nous permettra d'optimiser l'inducteur/moteur pour un cahier des charges et une fonction objective prédéfinis. Finalement, la solution

obtenue lors de l'optimisation doit être validée par des simulations numériques ou des mesures expérimentales pour caractériser plus finement la solution obtenue. Cette validation est nécessaire afin de vérifier que l'on reste dans les limites de validité du modèle analytique du moteur.

D'autant plus que, comme on le verra par la suite, l'algorithme d'optimisation trouve souvent des solutions au voisinage de ces limites de validité. En effet, il faut que la solution obtenue soit conforme à la réalité, au regard des nombreuses hypothèses simplificatrices faites lors de la mise en place du modèle.

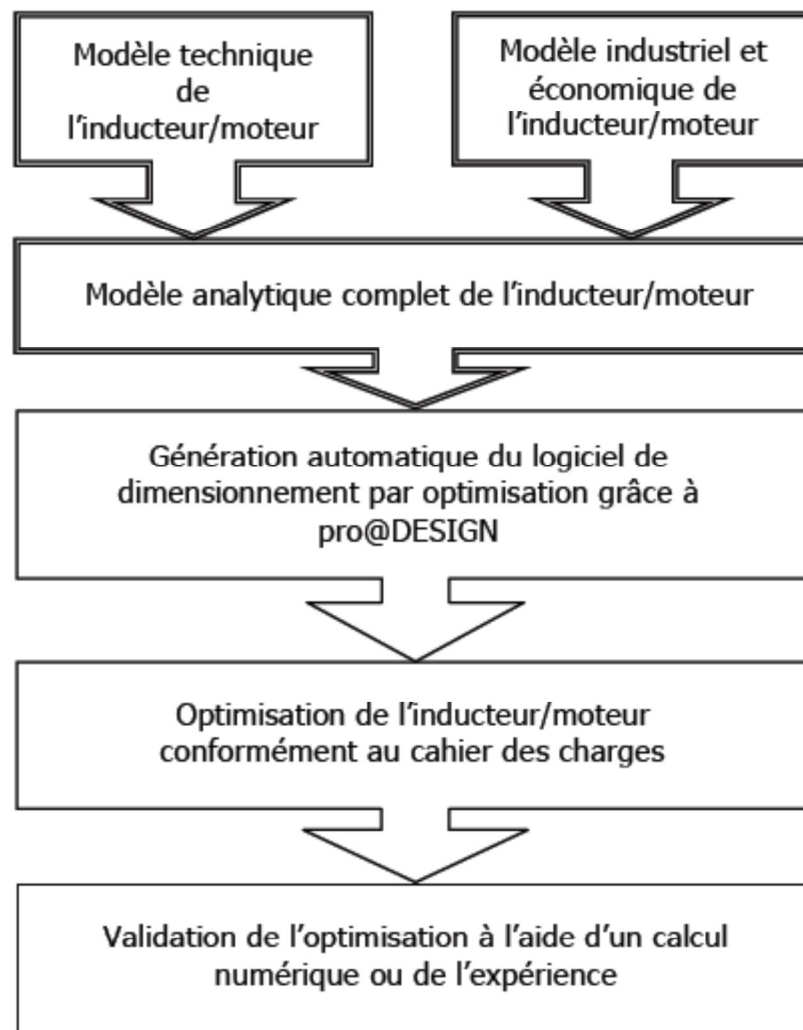


Figure 1.3 : Organigramme de la procédure d'optimisation des inducteurs/moteurs. Le principal apport du travail de thèse est le développement des modèles analytiques de l'inducteur/moteur (en trait double).

1.6.1 Couplage magnéto-mécanique

Le couplage réalisé dans logiciel est unidirectionnel. La solution adoptée est un traitement successif des deux problèmes, magnétique puis mécanique ; il s'agit en fait d'un simple transfert de données de l'électromagnétisme vers la mécanique.

En effet, les vibrations, en dehors des résonances, sont des déformations suffisamment faibles pour que les déplacements physiques soient négligeables quant à leur influence sur les grandeurs magnétiques. Cette constatation nous permet aussi de traiter les matériaux comme mécaniquement linéaires. Analyse modale.

Cette partie est purement mécanique et consiste à déterminer les modes et fréquences propres d'une structure. Ces fréquences déterminées, il s'agira de les éviter par modification soit de la structure, soit des fréquences excitatrices. Rappelons que la connaissance des fréquences de résonance d'une structure est une donnée particulièrement importante quant à la conception d'une machine.

- L'autre partie du logiciel est le couplage lui-même, c'est-à-dire le calcul de l'excitation mécanique d'une structure à partir des grandeurs d'origine magnétique. Ce calcul est aisé pour les parties conductrices en cuivre, mais ne l'est pas pour les matériaux ferromagnétiques. Nous justifions dans la deuxième partie les raisons de cette difficulté, puis expliquons la manière dont nous l'avons résolue

1.7 Conclusion

Nous avons mis en évidence dans ce chapitre le besoin pour les fabricants d'aimants de disposer d'un outil informatique d'aide au dimensionnement des inducteurs pour machines à courant continu électriques, c'est l'objet de ce travail de mémoire.

Pour réaliser cet outil, nous avons choisi une procédure de dimensionnement par optimisation à partir d'un modèle analytique et d'une méthode d'élément finis, pour son efficacité en termes de rapidité et de qualité des solutions proposées. L'utilisation de PDETOOL pour générer l'outil de dimensionnement, ramène l'essentiel de notre travail à l'élaboration du modèle analytique décrivant l'inducteur de la machine.

En définitive, l'objectif de cet outil est de libérer le concepteur des tâches pénibles et répétitives, que réalise mieux l'ordinateur, pour lui permettre de se concentrer sur la physique du problème et l'analyse critique des solutions proposées par l'outil.

Chapitre 2

Paramètres des calculs des MCC

2.1 Introduction

Tous les phénomènes circuits magnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couronnement de vieux concepts de la physique.

Dans ce chapitre, nous allons exposer les équations mathématiques caractérisant l'évolution spatiale et temporelle des phénomènes physiques que nous désirons traiter.

2.2 Équations de base et lois liées à la matière

C'est J. C. Maxwell (1831-1879) qui a apporté à l'étude de l'électromagnétisme la puissance d'un formalisme mathématique, précisant les notions qualitatives introduites par Faraday. Il parvient à établir le groupe d'équations qui portant son nom, et qui constituent toujours la base de nos connaissances théoriques de l'électromagnétisme.

Dans ces formulations, J. C. Maxwell tenait à décrire des relations entre les grandeurs de l'électromagnétisme dans le cas général et où l'espace et le temps ont une influence dans un

Milieu physique quelconque, avec une densité de courant \vec{J} variable et une distribution de charge ρ . Ces équations sont introduites comme postulats fondamentaux de l'électromagnétisme [Khene 06]:

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (1.4)$$

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Vecteur densité de courant de déplacement, négligeable aux basses fréquences $[A/m^2]$

Ces équations ne suffisent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut leur joindre des relations qui définissent la matière ou le milieu à étudier :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ Ou } \vec{H} = \nu \vec{B} \quad (1.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (1.6)$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (1.7)$$

L'équation (1. 6) est définie dans un milieu diélectrique et l'équation (1. 7) est définie dans un milieu conducteur. Mais dans un milieu supraconducteur la relation entre le champ électrique et la densité du courant électrique est non linéaire, c'est-à-dire

$$\vec{J}_c = \sigma(E) \vec{E}.$$

2.3 Formulation des équations électromagnétiques

Les modèles de *J. C. Maxwell* décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables.

Les équations se découplent donnant alors naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, nous citons : le modèle électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, magnétodynamique.

Dans le cadre de notre travail, seul le modèle magnétostatique et le modèle magnétodynamique seront considérés et détaillés [Sabonnadière 1988].

2.3.1 Modèle magnétostatique

Dans ce modèle, le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ de l'équation (1. 1) est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Deux modèles existent :

A. Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce cas, les courants électrique sont nuls, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps .D'après les équations(1 .2) et (1 .3) , on obtient:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{0}$$

$$\text{div} B = \vec{0}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

\vec{H} Dérive d'un potentiel scalaire magnétique Φ , d'où la nomination du modèle magnéto-statique scalaire, tel que : $\vec{H} = -\text{grad } \Phi$

Le modèle ramène alors à l'équation :

$$\text{div}(\mu \text{grad})=0 \quad (1.8)$$

B. Modèle magnéto-statique vectorielle

Dans ce modèle, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

La relation $\text{div} \vec{B} = 0$ permet de définir une fonction vectorielle \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique tel que :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (1.9)$$

D'où le système d'équation :

$$\text{rot} \nabla(\text{rot} \vec{A}) = \vec{J} \quad (1.10)$$

2.3.2 Modèle magnétodynamique

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps. C'est à dire que le terme qui représente la variation temporelle de vecteur induction magnétique est non nul, ainsi, les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants de Foucault.

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques, des dispositifs de chauffage par induction, des transformateurs, ... etc.

En se basant sur les équations de J. C. Maxwell, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale - temporelle des phénomènes électromagnétiques.

Il existe plusieurs formulations en électromagnétisme. Parmi ces formulations on a choisie la formulation en champ électrique \vec{E} .

En termes d'équations nous avons :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$$

A ces équations nous ajoutons les lois caractéristiques du milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

2.4 Théorème d'Ampère pour les circuits magnétiques

La figure suivante un exemple de circuit magnétique non homogène utilisant des matériaux possédant des perméabilités différentes [Edminister].

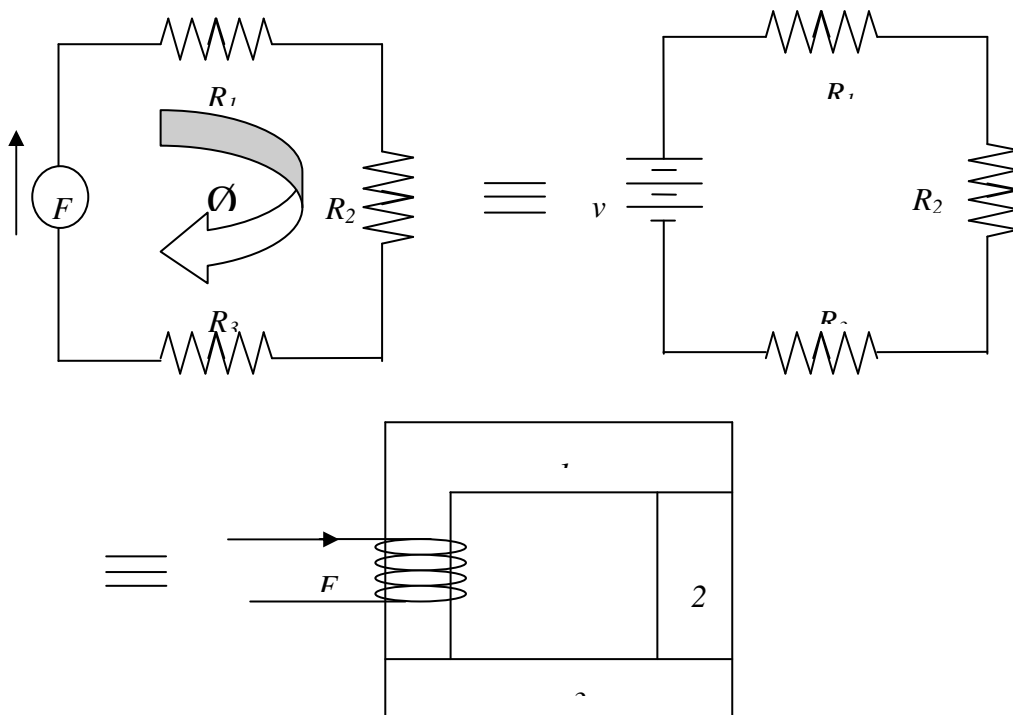


Figure 2.1 : Analogie entre un circuit électrique et un circuit magnétique

Une bobine de N spires, parcourue par un courant I enroulée autour d'un circuit magnétique, produit une force magnétomotrice ($F.m.m$) définie par NI , elle s'exprime en ($A.t$).

On définit un circuit magnétique comme étant l'ensemble des milieux constituant un circuit fermé et pouvant être le siège d'un flux d'induction magnétique.

Le flux magnétique dépend de :

- La nature du circuit(μ)
- La section(S) directement proportionnelle
- La longueur (L) inversement proportionnelle

Et on a :

$$\phi = B.S = \mu.H.S$$

2.4.1 L'application du Théorème d'Ampère

Soit plusieurs courants $I_1 I_2.....I_n$ qui enveloppent chacun une courbe fermée "C", chaque courant produit en un point d'un élément de la courbe un champ magnétique dont la résultante "H" aura une circulation le long du contour "C" qui obéit à la loi d'Ampère, qui est donnée par [Edminister]:

$$\oint H.dl = \sum_{i=1}^n n_i .I_i \tag{1.11}$$

Pour un circuit souple : $H.L = n.I$

Pour notre cas : $F = N.I$

$$N.I = \oint H.dl \tag{1.12}$$

$$F = \int_1 H.dL + \int_2 H.dL + \int_3 H.dL \tag{1.13}$$

Par analogie d'*Hopkins* on écrit dans le long d'une maille électrique renfermant trois résistances et une f.e.m "V" (figure 1.1) on a:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Suggère de considérer F comme une augmentation ou source de potentiel magnétique " $N.I$ " et les termes " $H.L$ " comme des chutes de potentiel magnétique.

Par analogie avec la source de potentiel électrique " V " et les chutes de potentiel électrique V_1, V_2 , et V_3 .

Le flux Φ est l'analogie du courant I et la réluctance R l'analogie de la résistance R . Si on connaît les réluctances, on peut alors écrire l'équation :

$$F=N.I=\Phi(R_1+R_2+R_3) \quad (1.14)$$

$$\Phi = \frac{N.I}{\frac{l}{\mu \dots \mu.S}} = \frac{F}{R} \quad (1.15)$$

$$F=R.\Phi \quad (1.16)$$

$$R = \frac{l}{\mu.S} \quad (1.17)$$

2.5 Méthode des éléments finis

Appliquée à la conception des structures électromagnétiques, la méthode des éléments finis est devenue un outil très répandu, elle consiste à chercher une solution approchée à partir d'une discrétisation du domaine d'étude sur lequel les équations de maxwell sont résolues.

Cette méthode permet de déterminer un champ scalaire ou vectoriel satisfaisant à un ensemble d'équations aux dérivées partielles et d'équations ordinaires en tout point du domaine d'étude et à tout instant, tout en respectant les conditions aux limites.

Si le temps n'apparaît pas comme variable dans la formulation, ce dernier est dit stationnaire, sinon c'est un problème d'évolution.

Le domaine, dans lequel est effectuée la simulation, est décomposé en éléments sur lesquels sont construites des solutions approchées dont les inconnues sont les valeurs de la solution en un ensemble de points finis qui sont les nœuds de la discrétisation. Sur chaque point est calculé un potentiel, figure (1.2) [Bouharkat 06].

2.5.1 Présentation de la méthode des éléments finis

Historiquement, les premiers développements de la méthode des éléments finis ont été proposés par Richard Courant dans les années 1940 [39], mais ce sont les mécaniciens qui ont développé, popularisé et démontré l'efficacité de cette méthode dans les années 1950-1960 [40].

En 1970, Silvestre et son équipe de l'université MC Gill à Montréal se sont intéressés, à l'adaptation de cette méthode, à la résolution des problèmes elliptiques de l'Electrotechnique.

La méthode des éléments finis est fréquemment utilisée pour modéliser précisément et finement des systèmes électrotechniques. Cette méthode permet de tenir compte de la géométrie de la machine et permet une approche systématique des problèmes magnétiques.

De plus un couplage entre les grandeurs électriques, mécaniques, et magnétiques peut être réalisé. Les éléments finis permettent également une étude tridimensionnelle, ce qui apporte une très grande finesse dans la connaissance du système.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficace les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques.

2.5.2 Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis peut être définie comme une méthode d'approximation des équations aux dérivées partielles qui régit les phénomènes physiques et leurs conditions aux limites. Le principe bien connu de la méthode est de discrétiser le domaine d'étude en de multiples éléments puis de résoudre localement, dans chacun de ceux-ci, les équations associées à la formulation retenue. Les inconnues élémentaires sont alors définies par une combinaison linéaire, pondérée par des polynômes d'interpolation. La précision du calcul est liée à la finesse du maillage et au degré de ces polynômes. Leurs coefficients ne dépendent que de la géométrie et de sa discrétisation. Finalement, on obtient après assemblage un système matriciel d'équations, pouvant tenir compte de certains non linéarités, comme celle intervenant dans le noyau ferromagnétique.

2.5.3 Discrétisation et approximation

L'idée fondamentale de la méthode des éléments finis est de subdiviser la région à étudier en petites sous régions appelées élément finis constituant le maillage. Les fonctions inconnues sont approximées sur chaque élément fini par une simple fonction appelée fonction de forme qui est continue et définie sur chaque élément seul .

La forme des éléments est directement liée à la dimension du problème (2D ou 3D). Pour une géométrie en (2D), on utilise généralement des triangles ou des quadrilatères ; pour une géométrie en (3D), on utilise les tétraèdres, les prismes ou les hexaèdres.

La discrétisation est une étape importante dans l'analyse éléments finis car la précision des résultats dépend de la méthode de discrétisation et de la finesse de cette subdivision en Sous-domaines.

La fonction inconnue est approchée dans chaque élément par une fonction d'interpolation nodale, faisant intervenir les valeurs de l'inconnue aux nœuds de ces éléments ainsi que les coordonnées géométriques de ces nœuds.

L'inconnue A est décrite dans chaque élément e par une combinaison linéaire des valeurs

A_i^e Aux nœuds :

$$A^e = \sum_{i=1}^3 \alpha_i^e A_i^e$$

Les α_i sont les fonctions de pondération devant vérifier :

$$\alpha_i^e(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{Si } i=j \\ 0 & \text{Si } i \neq j \end{cases}$$

Dans le cas du calcul du champ dans les structures électromagnétiques, les éléments de forme triangulaire sont les plus utilisés. Cette subdivision exclusivement triangulaire du premier ordre a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples.

Dans le cas de l'élément triangulaire représenté sur la figure (II.1), les fonctions de pondération sont :

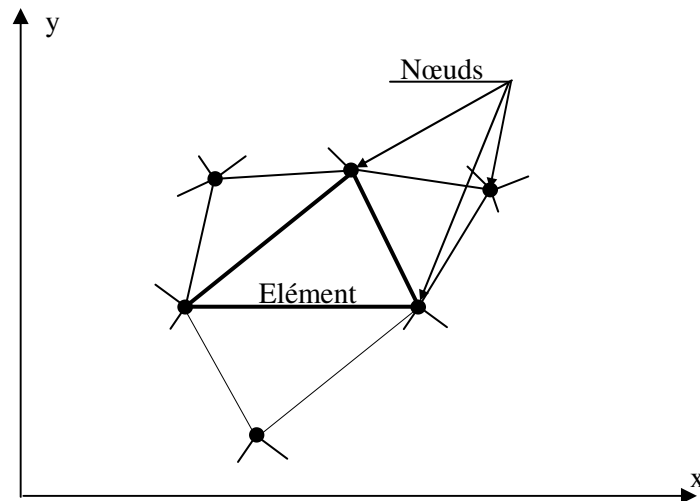


Figure 2.2: Discrétisation par éléments finis en deux dimensions

2.5.4 Formulation intégrale

On procède à la résolution par la méthode des éléments finis de l'équation régissant le comportement électromagnétique des structures étudiées soit par la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie emmagasinée dans les éléments (méthode vibrationnelle), soit par une formulation intégrale du problème (méthode des résidus pondérés). Ces deux méthodes sont équivalentes et conduisent à partir d'un certain point, aux mêmes développements mathématiques.

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher sur le domaine d'étude Ω les fonctions $A(x,y)$ qui annulent la forme intégrale suivante :

$$W = \iint_{\Omega} \Psi \cdot R(A) d\Omega = 0$$

2.6 CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré aux formulations mathématiques du phénomène électromagnétique présent dans les dispositifs électrotechniques. Des modèles mathématiques ont été établis, dans leurs formes générales. La théorie de la modélisation par éléments finis est basée sur la résolution *des équations de Maxwell*. Cette dernière est présentée dont le but d'une utilisation numérique à travers des outils logiciels. Dans le chapitre suivant un modèle magnétostatique de la machine à courant continu sera appliquée en utilisant la méthode des éléments finis.

Chapitre 3

Structure de la machine à courant continu

3.1. Introduction

Plus de précision, grand plage de variation de vitesse, facilité de commande avec le moindre coût possible, c'est ce qui est exigé par le marché de l'industrie de ce temps.

Les machines à courant alternatif, synchrone ou asynchrone, utilisées de façon conventionnelle, se prêtent bien à des applications où la vitesse est à peu près constante. La machine à courant continu est plus facile à régler lorsque la vitesse doit varier sur une grande plage. En effet, la machine à courant alternatif requiert une commande beaucoup plus complexe pour réaliser un entraînement à vitesse variable et le convertisseur doit fournir une tension alternative d'amplitude et de fréquence variable. Ces inconvénients réduisent donc son attrait dans les applications à vitesse variable, malgré les avantages qu'elle possède sur la machine à courant continu : robustesse et coût moindre, grâce à l'absence de collecteur, poids réduit...

Les moteurs à courant continu sont des appareils qui transforment l'énergie électrique qu'ils reçoivent en énergie mécanique. La construction des moteurs est identique à celle des génératrices, de sorte qu'une machine à courant continu peut servir indifféremment comme moteur ou comme génératrice

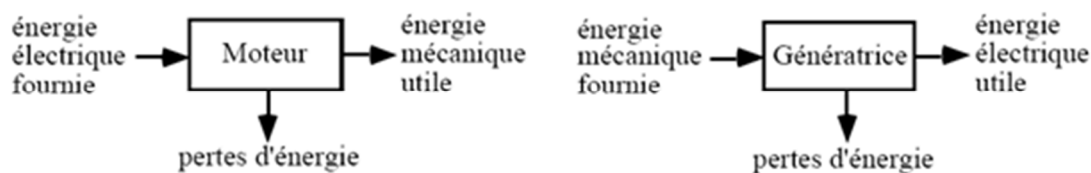


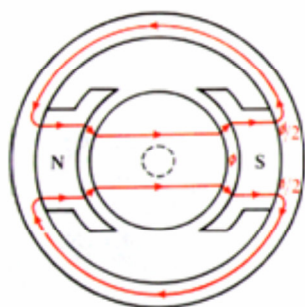
Figure 3.1 : Schéma synoptique de la machine a courant continu

Beaucoup d'applications nécessitent un couple de démarrage élevé. Or, le moteur à courant continu, par nature, possède une caractéristique couple/vitesse de pente importante, ce qui permet de vaincre un couple résistant élevé, et d'absorber facilement les coups de charge ; la vitesse du moteur s'adapte à sa charge .D'autre part, la miniaturisation recherchée par les concepteurs trouve dans le moteur à courant continu une solution idéale, puisque présentant un rendement élevé, en comparaison aux autres technologies.

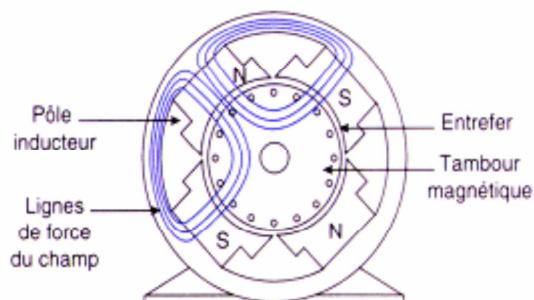
Le choix d'un moteur à courant continu s'est donc imposé comme la meilleure solution pour le réglage de la vitesse et du couple mécanique, les domaines d'application du moteur à courant alternatif étant encore restreints (environnements viciés, endroits difficilement accessibles...).

3.2. Constitution Du Moteur A Courant Continu (MCC)

Le moteur comprend : Un circuit magnétique comporte une partie fixe, le stator, une partie tournante, le rotor et l'espace entre les deux parties, l'entrefer.



Circuit magnétique d'un moteur bipolaire



Circuit magnétique d'un moteur tétrapolaire

Figure 3.2 : Circuit magnétique d'un MCC

Une source de champ magnétique nommée l'inducteur (le stator) créé par un bobinage ou des aimants permanents.

Un circuit électrique induit (le rotor) subit les effets de ce champ magnétique.

Le collecteur et les balais permettent d'accéder au circuit électrique rotorique.

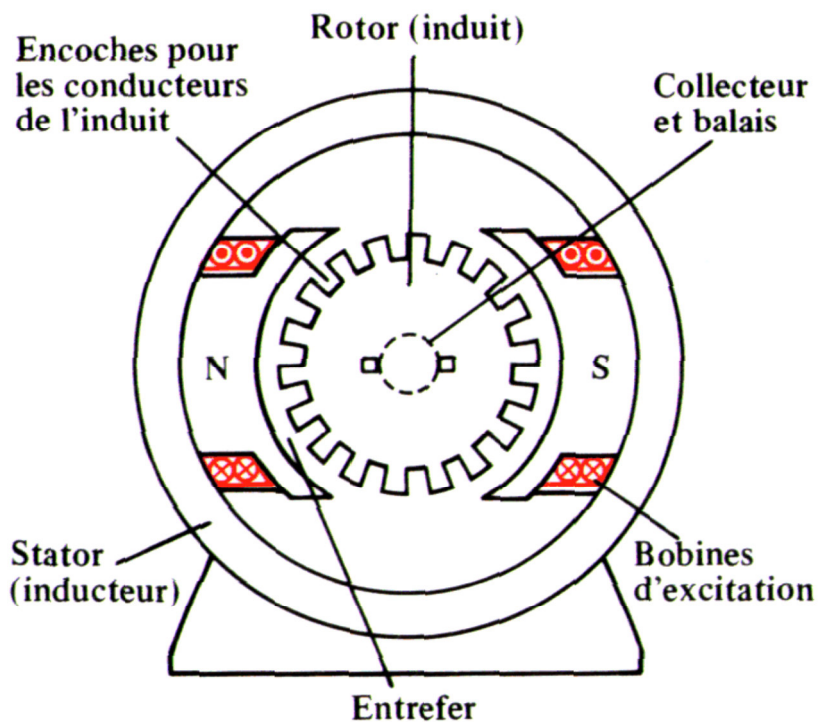


Figure 3.3 : Constitution du MCC

3.2.1. Pôles principaux :

Le pôle principal (**fig.3.4**) comprend un noyau **1** en tôles d'acier électromagnétique de 1mm d'épaisseur. Du côté dirigé vers l'induit le noyau a un épanouissement polaire **2** servant à faciliter le passage du flux magnétique par l'entrefer. On place sur le noyau du pôle une bobine de l'enroulement d'excitation **3** par laquelle passe un courant continu. La bobine enroulée sur un fourreau **4** fabriqué soit en tôle d'acier de 1 ou 2mm d'épaisseur sur laquelle est collé une couche de 2 ou 3mm épaisseur, soit en matière plastique ou en papier bakéliné.

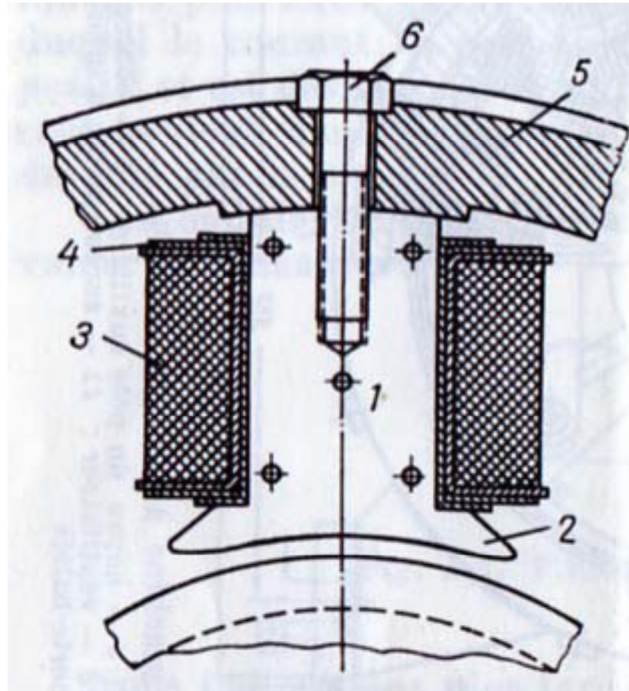


Figure 3.4 : Pôle principal.

Afin de réduire l'hygroscopicité et d'augmenter la conduction de la chaleur, les bobines sont imprégnées à plusieurs reprises de vernis chauds et sont ensuite séchées au four. Pour un meilleur refroidissement on divise souvent la bobine en deux ou plusieurs parties en hauteur entre lesquelles on laisse des canaux de ventilation de largeur suffisante. Les pôles sont fixés à la cardasse **5** à l'aide de boulons spéciaux **6**.

3.2.2. Pôles auxiliaires :

Le pôle auxiliaire comme le pôle principal comprend un noyau **1** qui s'achève par un épanouissement polaire de telle ou autre forme et une bobine **2** enroulée sur le noyau.

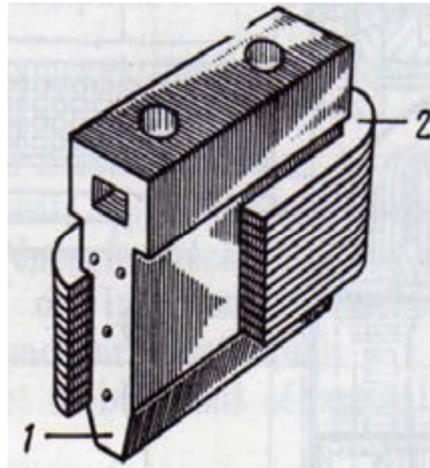


Figure 3.5 : Pôle auxiliaire

Les pôles auxiliaires sont installés exactement au milieu de la distance qui sépare les pôles principaux et sont fixés à la carcasse par des boulons.

3.2.3. Carcasse :

On appelle carcasse la partie de la machine à laquelle sont fixés les pôles principaux et auxiliaires et à l'aide de laquelle la machine est réunie à la fondation, une partie de la carcasse qui sert au passage du flux produit par les pôles principaux et auxiliaires est appelée culasse. La carcasse et les pôles (principal et auxiliaire) forment ce qu'on appelle inducteur (stator), comme on peut trouver des inducteurs à aimant permanent.



a) bobiné.



b) à aimant permanent.

Figure 3.6 : Inducteur. (a et b)

3.2.4. Induit :

La partie tournante qui porte l'enroulement actif complète le circuit magnétique, car c'est par elle que se ferment les lignes d'inductions issues des pièces polaires.

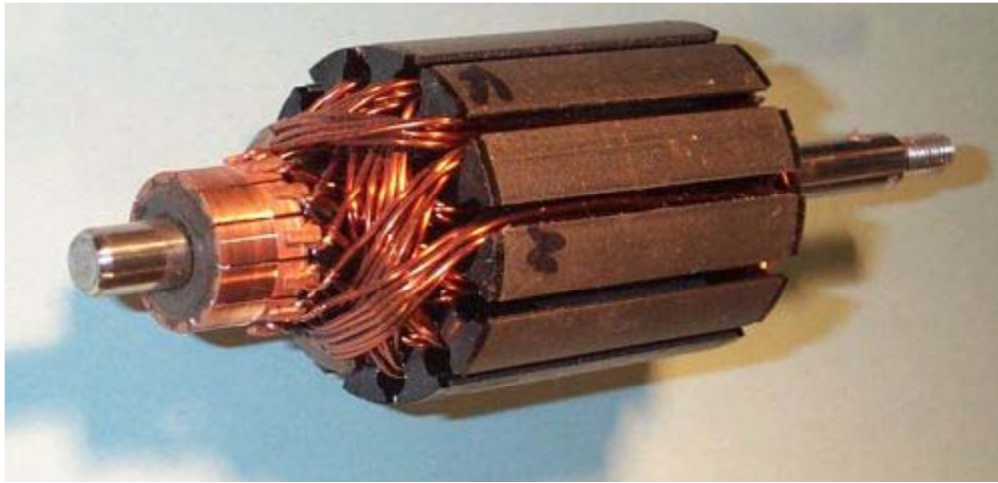


Figure 3.7 : Induit.

C'est un cylindre centré sur l'axe de la machine, de même longueur axiale que les pièces polaires, mais d'un diamètre légèrement inférieur à celui de leur alésage.

Il est fait de tôles d'acier magnétique de 0.5mm d'épaisseur. Pour réduire les pertes par courants de Foucault et par hystérésis on les isole au vernis ou au papier de 0.03mm à 0.05mm d'épaisseur.

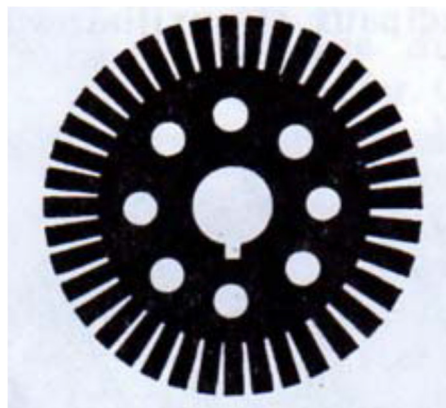


Figure 3.8 : Tôle d'acier d'un induit en tambour à ventilation axiale

3.2.5. Enroulement d'induit :

L'enroulement d'induit d'une machine à courant continu a également évolué. Les enroulements d'un induit en tambour utilisés actuellement, se composent de sections (**fig.3.9**) fabriquées le plus souvent sur des gabarits spéciaux et placés dans les rainures de l'armature d'induit (**fig.3.10**).

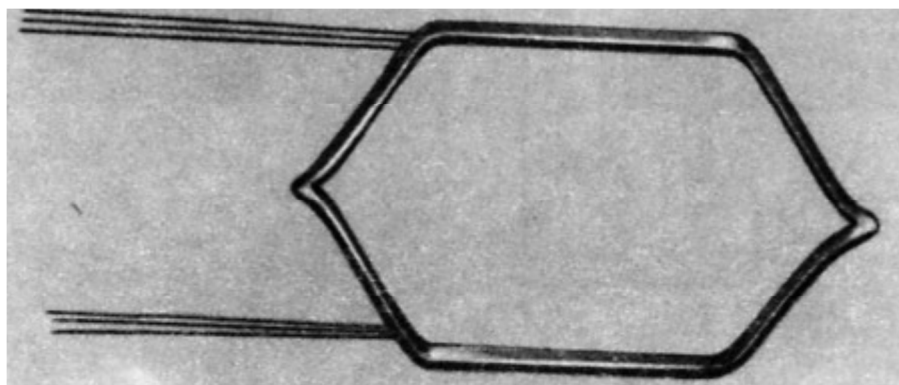


Figure 3.9 : Section d'enroulement.

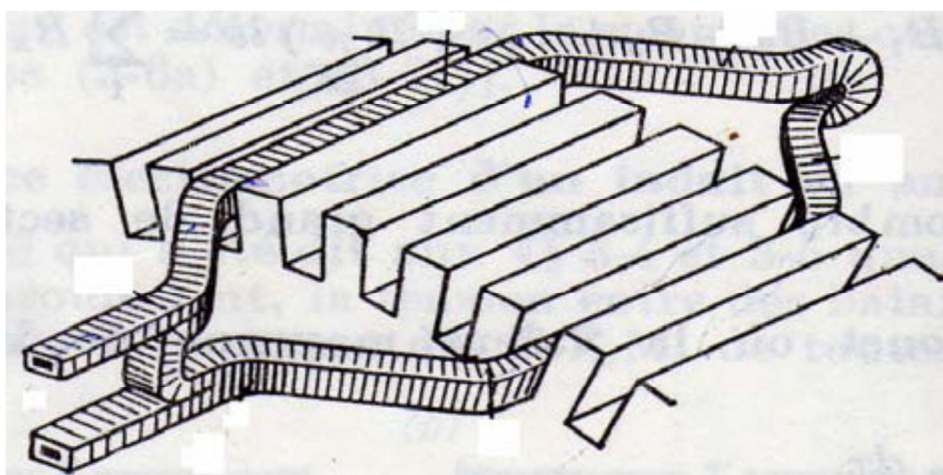


Figure 3.10 : Disposition d'une section de l'enroulement d'un induit.

2.2.6. Collecteur :

C'est un cylindre centré sur l'axe de la machine et placé devant l'une des faces de l'armature.

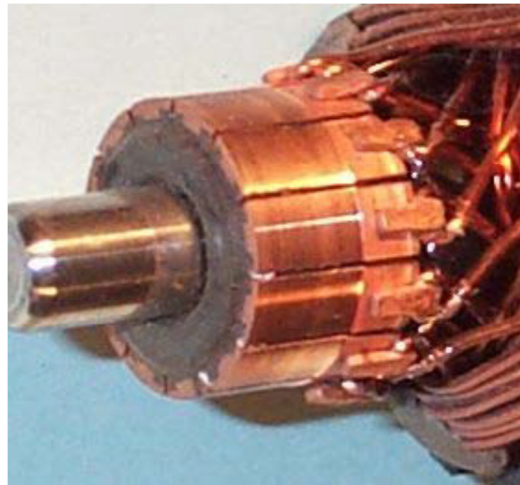


Figure 3.11 : Collecteur.

Il est fait de lames de cuivre en forme de coin, isolées les unes des autres par des feuilles de mica. Chacune des lames porte une ailette sur laquelle sont soudées l'entrée d'une section et la sortie de la suivante.

Dans le moteur à courant continu c'est le collecteur qui remplit la fonction capitale (Alimenté par les balais, il distribue successivement le courant aux différentes bobines de l'induit).

3.2.7. Balais :

Sur la surface cylindrique du collecteur frottent les balais, qui sont connectés aux bornes de l'induit placées sur la plaque à bornes.

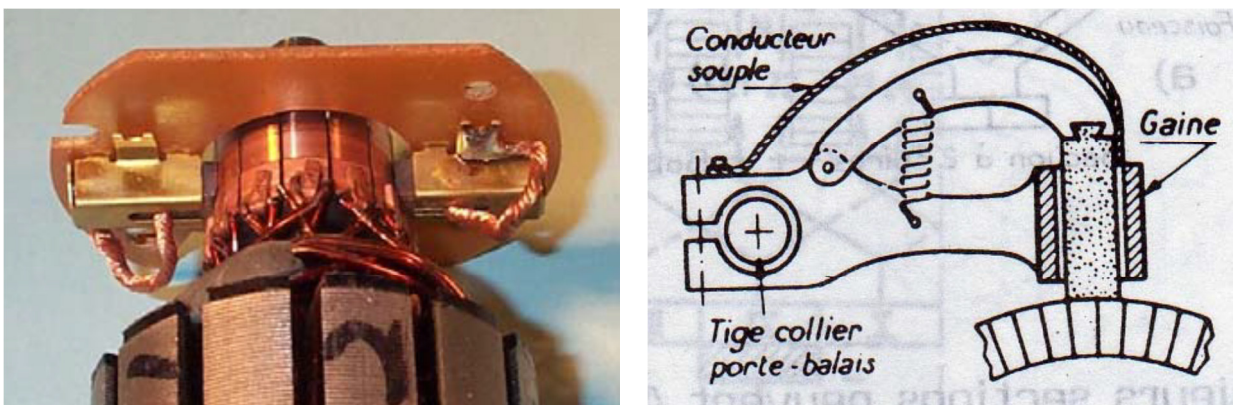


Figure 3.12 : Balais montés sur collecteur.

Les balais sont faits de graphite, leur pression doit être soigneusement réglée par un ressort pour obtenir un bon fonctionnement en charge.

3.3. Principe de Fonctionnement :

L'inducteur (ou stator) crée un champ magnétique fixe B . Ce stator peut être à aimants permanents ou constitué (**fig.3.6**).

L'induit (ou rotor) porte des conducteurs parcourus par un courant continu (alimentation du moteur), ces spires, soumises à des forces (Forces dites « de Laplace»), entraînent la rotation du rotor. Il en résulte une variation du flux du champ magnétique à travers chaque spire ; elle engendre une f.é.m qui est redressée par l'ensemble {collecteur + balais}. La valeur moyenne E de cette f.é.m est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation du rotor, au flux maximal du champ magnétique créé par l'inducteur à travers une spire $\Phi = B \cdot S$ et à une constante K qui dépend des caractéristiques de la conception du moteur (nombre de conducteurs, surface de chaque spire, nombre de paires de pôles,..)

$$\text{Avec: } K = \frac{P \cdot N}{2\pi a}$$

- p : le nombre de paires de pôles
- a : le nombre de paires de voies d'enroulement
- N: le nombre de conducteurs (ou de brins - deux par spires)
- Φ : flux maximum à travers les spires (en Webers - Wb)
- K : vitesse de rotation (en rad.s^{-1})

Le rôle du circuit magnétique est de canaliser le flux produit par les enroulements inducteurs supportés par les pôles principaux (stator), de façon à ce qu'il englobe un maximum de conducteurs de l'induit (rotor).

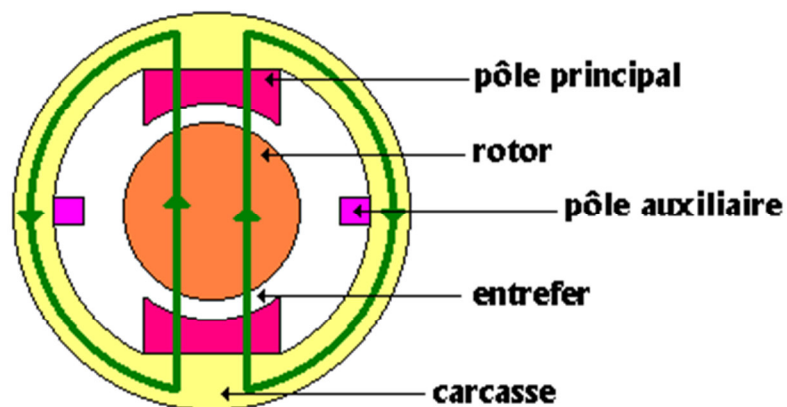


Figure 3.13 : champ magnétique fixe

Le rotor tourne dans un champ magnétique fixe: il doit être feuilleté pour limiter les pertes par hystérésis et courants de Foucault (tôles en acier au silicium, isolées les unes des autres).

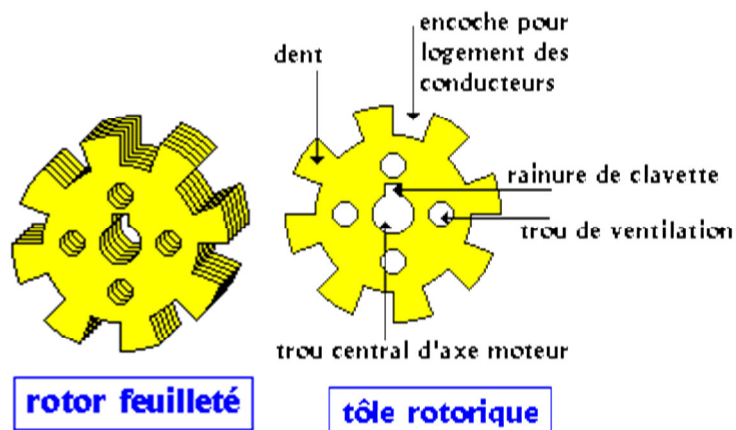


Figure 3.14 : structure de l'induit

Lors de la rotation de l'induit, les lignes de champ, qui ont tendance à se concentrer dans les dents (entrefer minimal), se déplacent autour d'une position moyenne: papillotement.

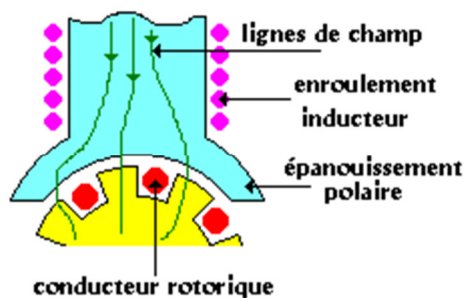


Figure 3.15: le siège de courants de Foucault

L'épanouissement polaire est le siège de courants de Foucault. Pour limiter leur action, il faut le feuilletter. Il est souvent plus économique de feuilletter l'ensemble du pôle. La carcasse est généralement en acier moulé.

Réaction d'induit:

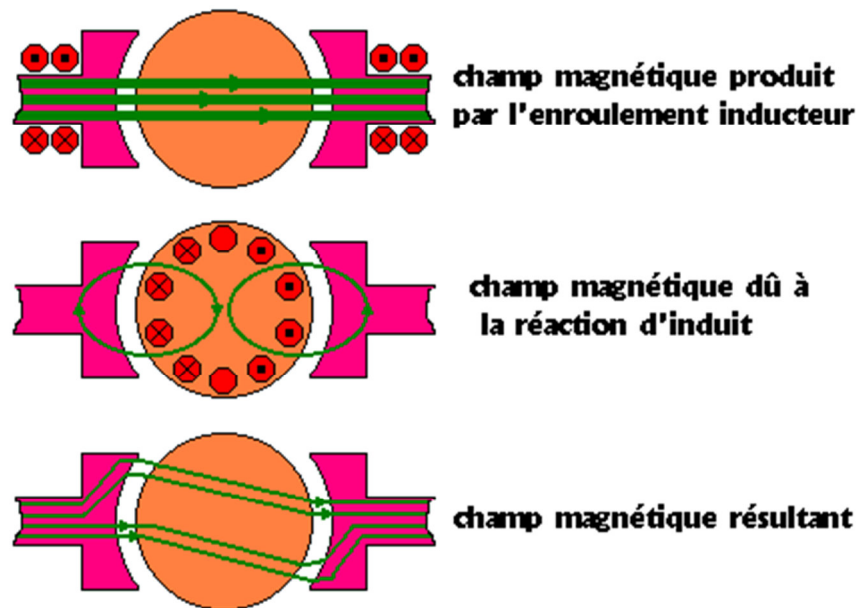


Figure 3.16: lignes de champ dans le sens de la rotation du rotor

Il y a distorsion des lignes de champ dans le sens de la rotation du rotor et les variations de l'induction sont importantes, certaines parties de l'épanouissement polaire étant saturées, d'autres démagnétisées. Il y a une mauvaise répartition des différences de potentiel entre les lames du collecteur: risque d'arc. La f.é.m. diminue.

Pour remédier à ce problème, un enroulement compensateur est placé dans des encoches de l'épanouissement polaire. Il est traversé par le courant d'induit. Les ampères-tours qu'il produit compensent ceux de la réaction d'induit et ceci pour toute valeur de la charge.

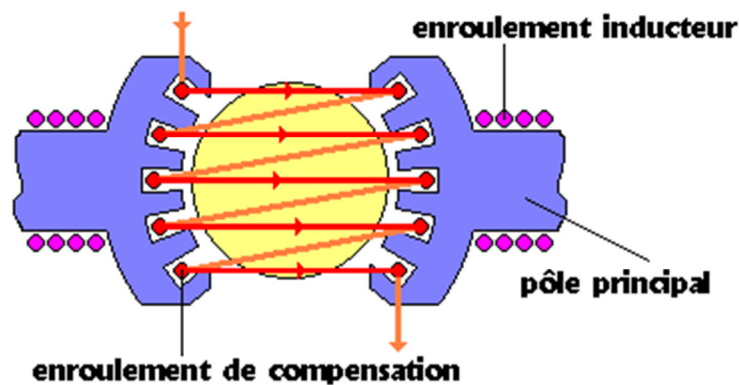


Figure 3.17: lignes des champs dans les enroulements

Commutation:

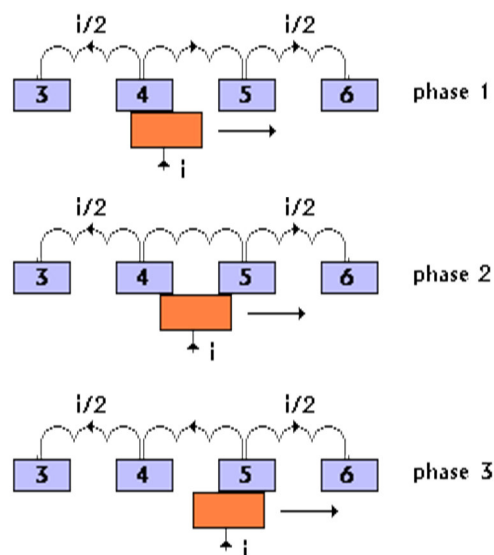


Figure 3.17: lignes des champs dans les enroulements

La section d'enroulement reliée aux lames 4 et 5 du collecteur voit son courant s'inverser rapidement entre les phases 1 et 3. Lorsque la lame 4 quitte le balai, il y a naissance d'un arc (ouverture d'un circuit inductif) qui doit s'éteindre avant que la lame 5 ne quitte elle-même le balai, sous peine de s'étendre progressivement à toutes les lames du collecteur (court-circuit).

L'amélioration de la commutation se fait en neutralisant la f.e.m. de commutation:

- par décalage des balais dans le sens de la rotation, avec pour inconvénients le sens de rotation et le mode de fonctionnement (moteur ou génératrice) imposés,
- par l'emploi de pôles auxiliaires de commutation, en série avec l'induit.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie sur la machine à courant continu (moteur), sa constitution physique élémentaire, son fonctionnement et ses différents modes d'excitations.

La machine à courant continu a été durant de nombreuses années l'actionneur utilisé principalement dans les applications à vitesse variable. En effet, comme cela a été mis en évidence, le contrôle de la vitesse de rotation peut être aisément réalisé par action sur la f.é.m d'induit de la machine (en grandeur « permanente », donc moyenne). Sur un autre plan, on peut agir sur le flux inducteur qui est réglé par le courant dans l'inducteur (appelé aussi courant d'excitation).

Le transit de la puissance par des contacts glissants au niveau du collecteur rend cette machine fragile. Elle réclame un entretien périodique de contrôle des balais et des lames du collecteur, voire du changement préventif de ces organes.

Chapitre 4

Modélisation numérique par MEF

4.1.1 Introduction

Dans ce paragraphe, nous choisissons d'appliquer la méthode de calcul par éléments finis sur un exemple académique.

L'importance de l'étude du circuit magnétique à machine courant continu est considérable en électrotechnique. Les bobines sont d'usage fréquent en électronique de puissance (composants passifs magnétiques) et les machines électriques (machines à courant continu) nécessitent l'emploi de matériaux magnétiques, la méthode sont envisagées :

La consiste à prendre en compte les phénomènes; les équations obtenues sont alors traitées par des méthodes de calcul numérique.

Dans ce but nous allons utiliser ici la méthode de calcul par éléments finis, cette dernière permet de décrire les phénomènes non linéaires qui régissent le fonctionnement du circuit magnétique à machine courant continu. Notant que lors de l'utilisation des outils logiciels de calcul par éléments finis, plusieurs techniques sont possibles, parmi les objectifs de ce chapitre est de présenter la méthode de calcul analytique en suite la méthode de calcul par éléments finis en utilisant un modèle magnétostatique qui est été déjà présenté dans le paragraphe.1.3.1 du chapitre I.

4.1.2 Généralités sur la machine courant continu

Considérons le circuit magnétique présenté dans la figure 4.2 qui est constitué de partie fer " U ", le champ magnétique est crée par les bobines de stator. La figure 4.3 présente les dimensions géométriques en millimètre en 2D du circuit magnétique étudié [5].

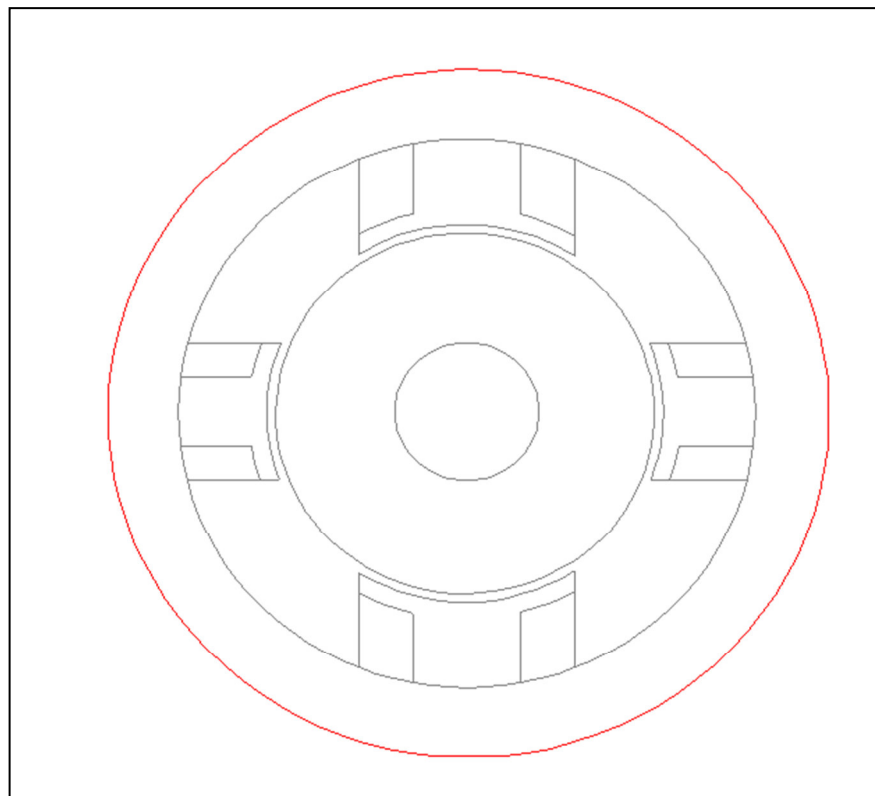


Figure 4.1 : La forme de la machine étudiée

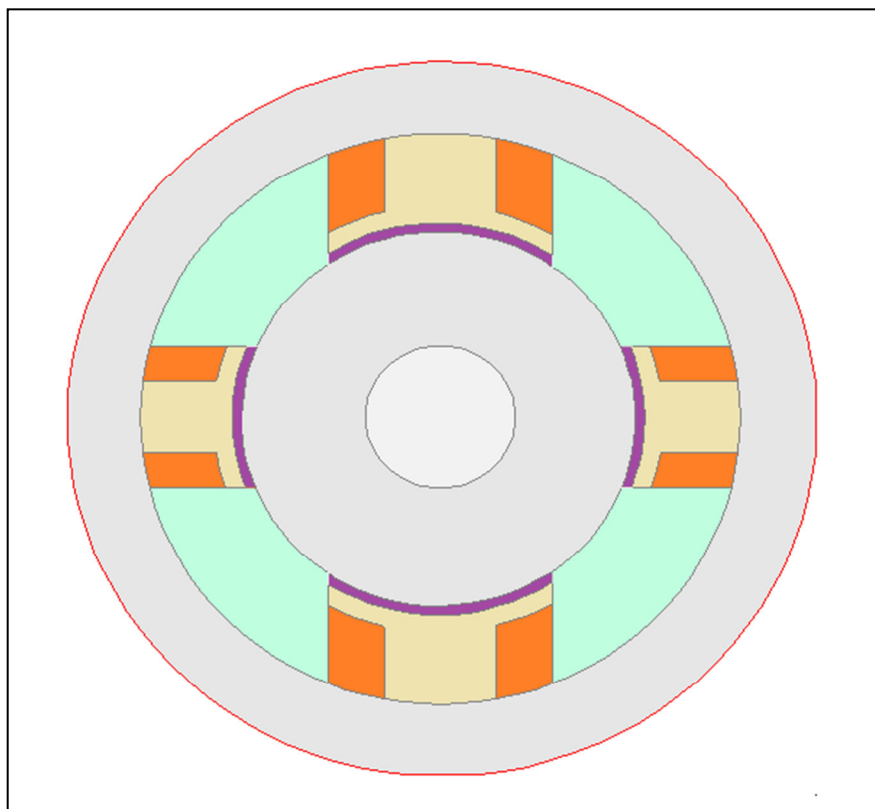
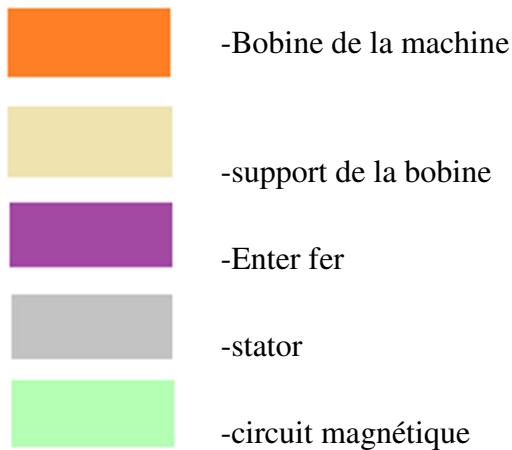


Figure 4.2 : Géométrie en 2D du circuit magnétique



4.3 Modèle éléments finis magnétostatique

4.3.1 Introduction

Pour notre application, et à cause de sa simplicité, une modélisation magnétostatique est faite en utilisant l’outil logiciel PDETOOL (Annexe A).

A partir des équations de *Maxwell*, l’expression qui régit le modèle magnétostatique est définie par le terme potentiel vecteur magnétique A :

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times A = J \quad (2.10)$$

Où :

μ : La perméabilité magnétique.

J : La source (densité du courant électrique).

Pour la modélisation en $2D$ le potentiel vecteur magnétique possède seulement la composante A_z qui est perpendiculaire sur les surfaces étudiées, dans ce cas l’expression de l’équation (3.1) sera :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_z \quad (2.11)$$

4.3.2 Définition de la géométrie et modélisation

La première étape pour la modélisation par élément finis est la construction de la géométrie en deux dimensions (figure 4.2).

On commence par la définition des points définissant les extrémités de toutes les régions du circuit magnétique à l'aide de ses coordonnées sur le plan de travail, c'est à partir de ces points qu'on peut créer les surfaces du circuit magnétique [7].

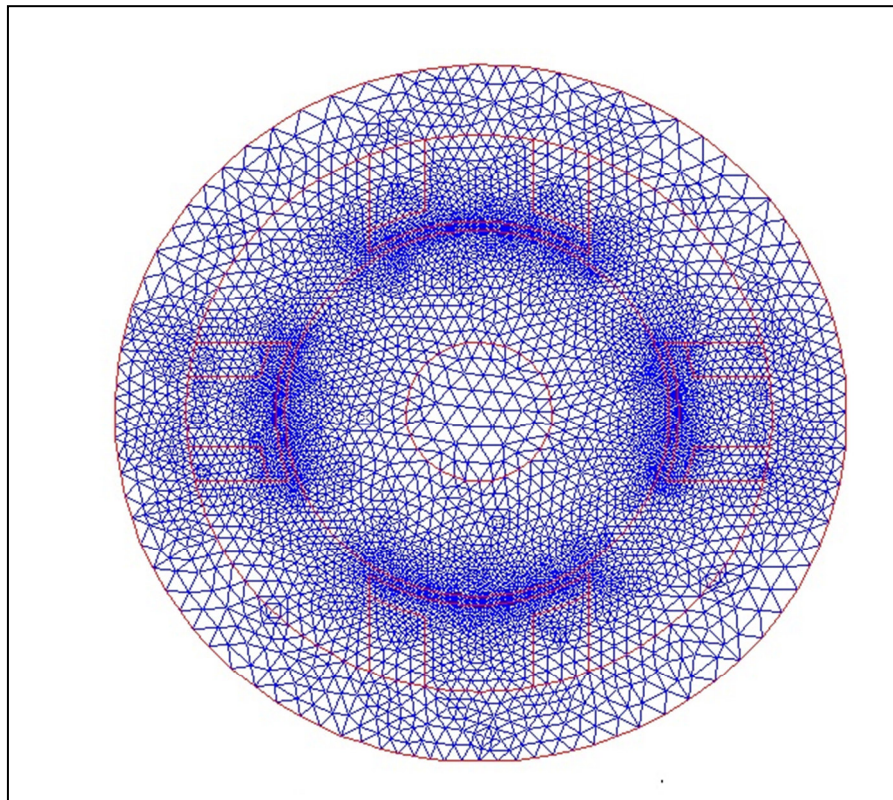


Figure 4.3 : Maillage du Circuit de la Machine

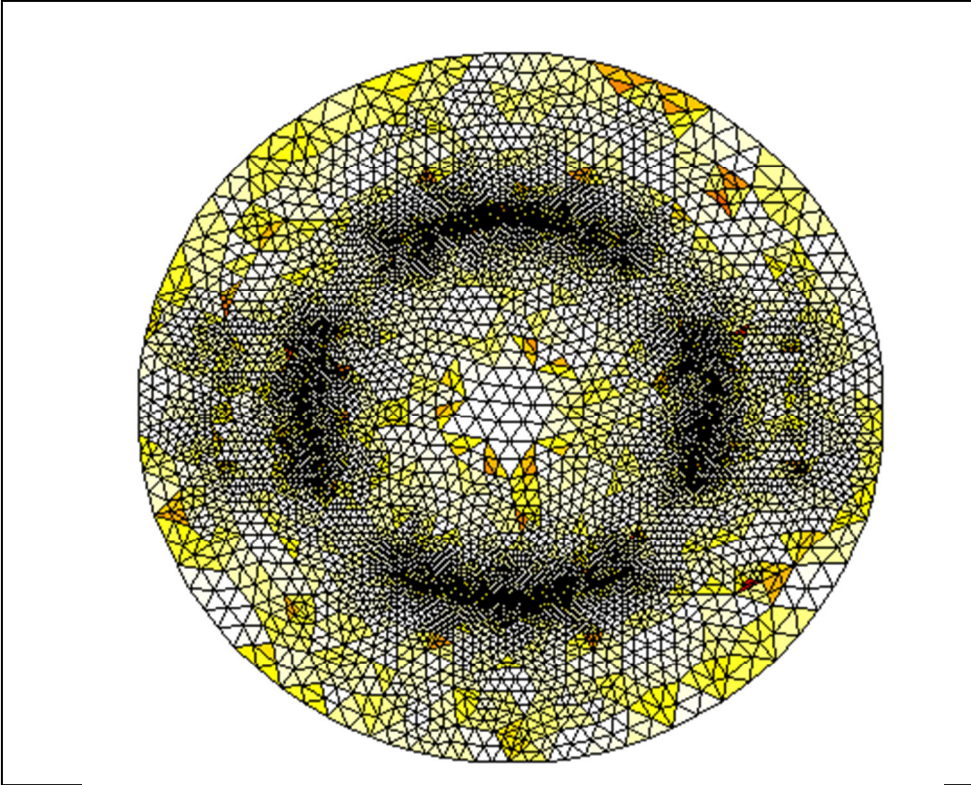


Figure 4.4 : Répartition du maillage (éléments triangulaires)

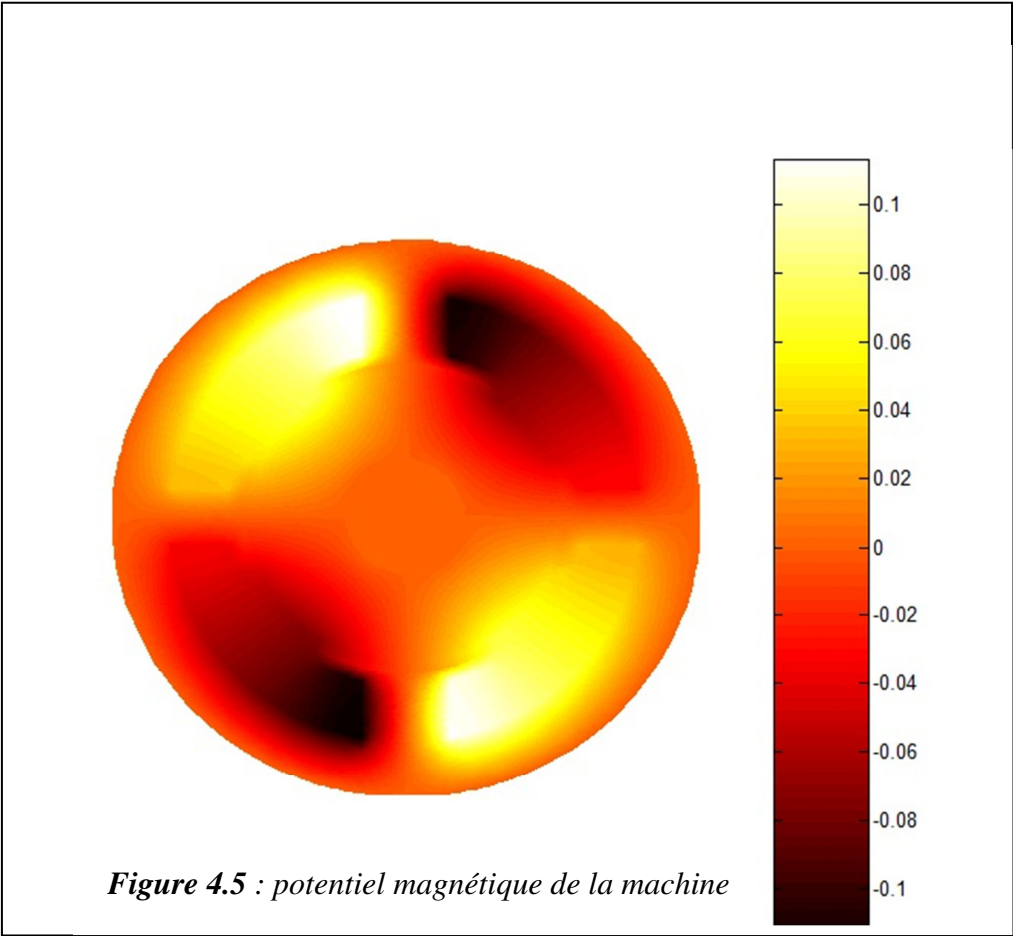


Figure 4.5 : potentiel magnétique de la machine

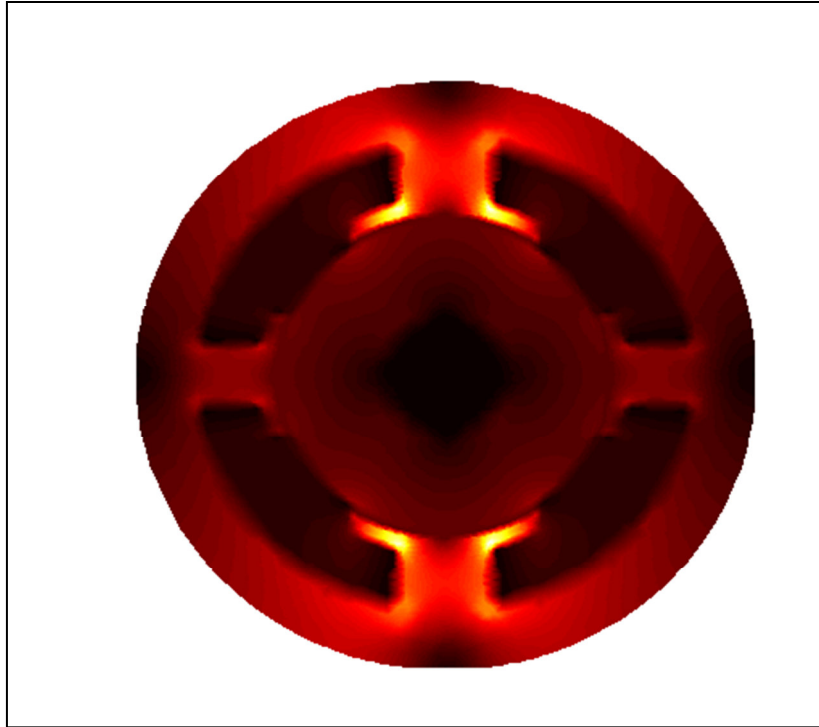


Figure 4.6 : Intensité du Flux magnétique ° 1

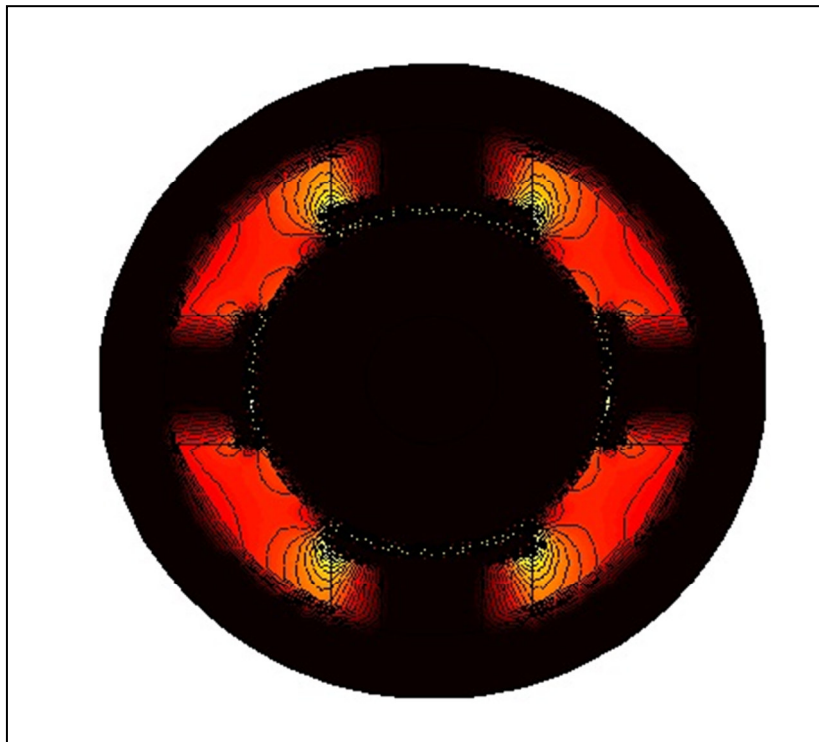


Figure 4.7 : Flux magnétique °2

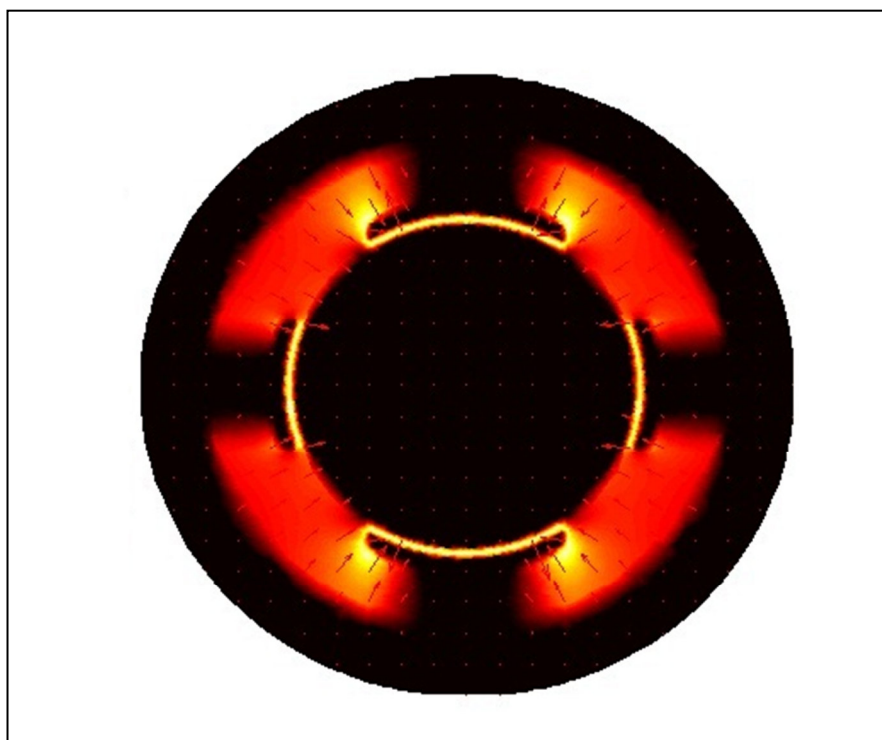


Figure 4.8 : Intensité du Flux magnétique avec les contour

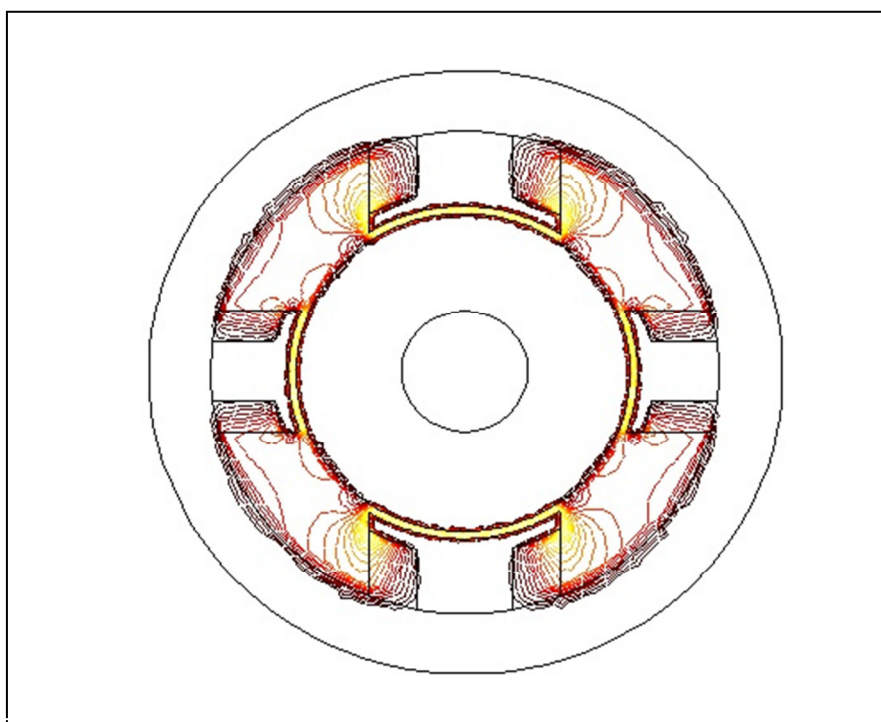


Figure 4.9 : champ magnétique de la machine

4.4 Modèle linéaire

Nous appellerons *bobine parfaite*, une bobine où les phénomènes d'hystérésis, la saturation et les courants de Foucault peuvent être négligés. Il s'agit, par exemple, d'une bobine sans noyau de fer ou d'une bobine réalisée à partir de tôles isolées dont la caractéristique magnétique $B(H)$ est linéaire.

4.4.1 Propriété des matériaux

Dans ce cas on a trois matériaux différents pour les trois régions du circuit magnétique :

- *La région de la bobine* : est définie par un matériau qui est caractérisé par sa perméabilité magnétique $\mu_r=1$.

- *La région du fer* : est définie par un matériau magnétique qui est caractérisé par sa perméabilité magnétique $\mu_r=5000$.

4.4.2 Résultats

La répartition des lignes d'équiflux est présentée dans la figure 4.10, les lignes de flux sont canalisées par le fer, nous observons des lignes de fuite au voisinage de l'entrefer.

La répartition de l'induction magnétique, est présentée dans la figure 4.9, nous remarquons que la valeur de l'induction augmente linéairement.

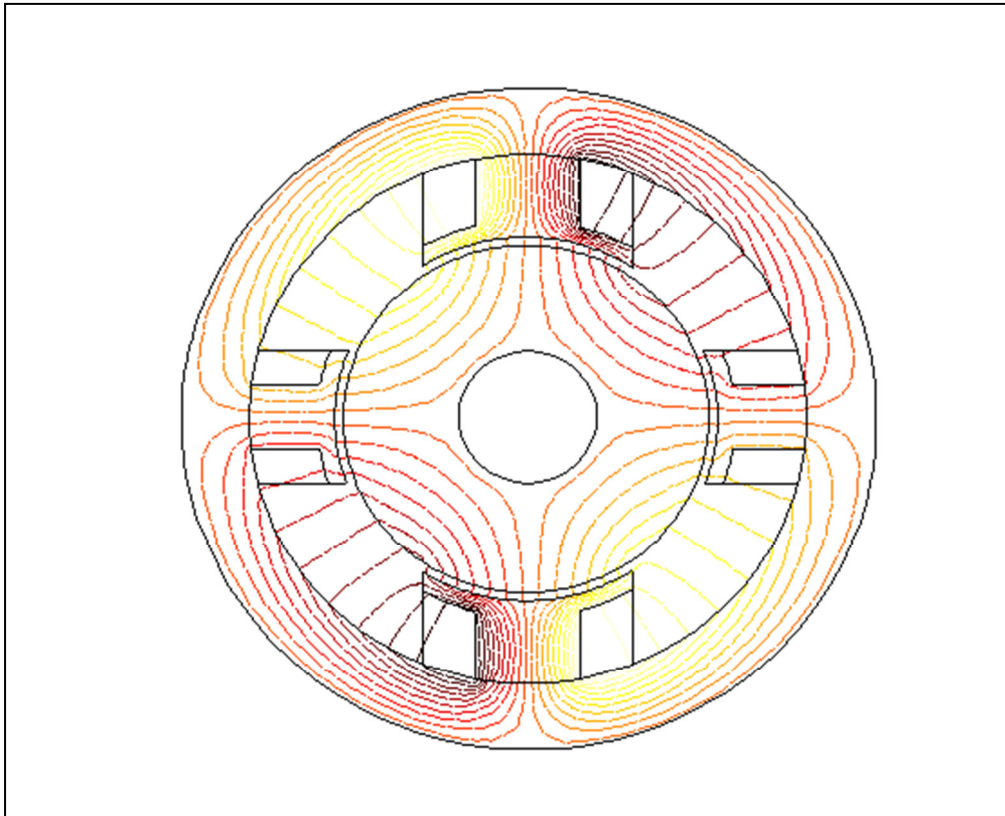


Figure 4.10 : Répartition des lignes équipotential dans le circuit magnétique

Pour bien préciser les directions des vecteurs d'induction magnétique, la figure 2.8 présente sa direction.

a. Etude d'un contour

Dans ce paragraphe nous choisissons d'étudier un contour entre les nœuds, au milieu de l'entrefer (figure 4.11).

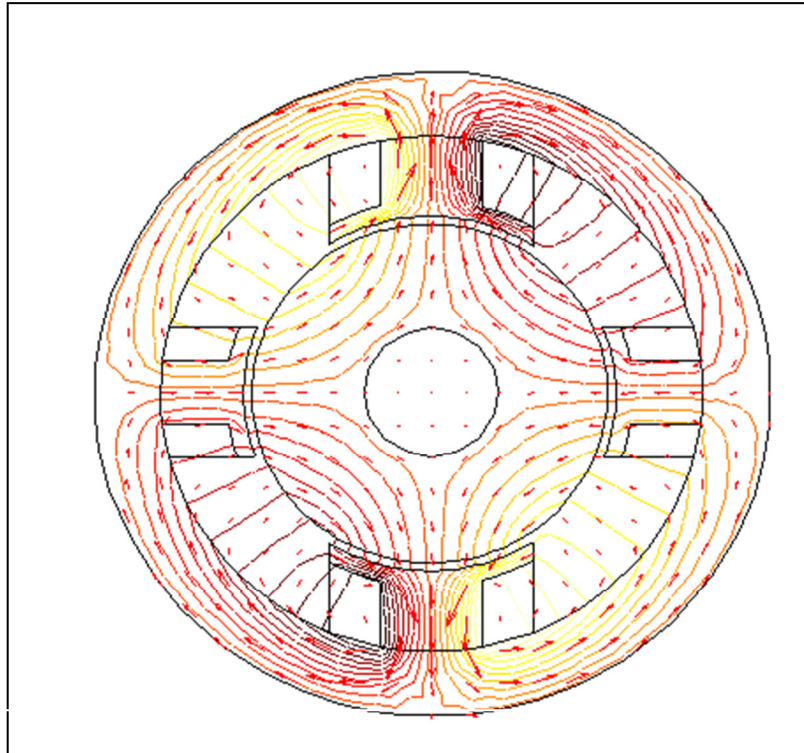


Figure 4.11 : Contour étudié n°1

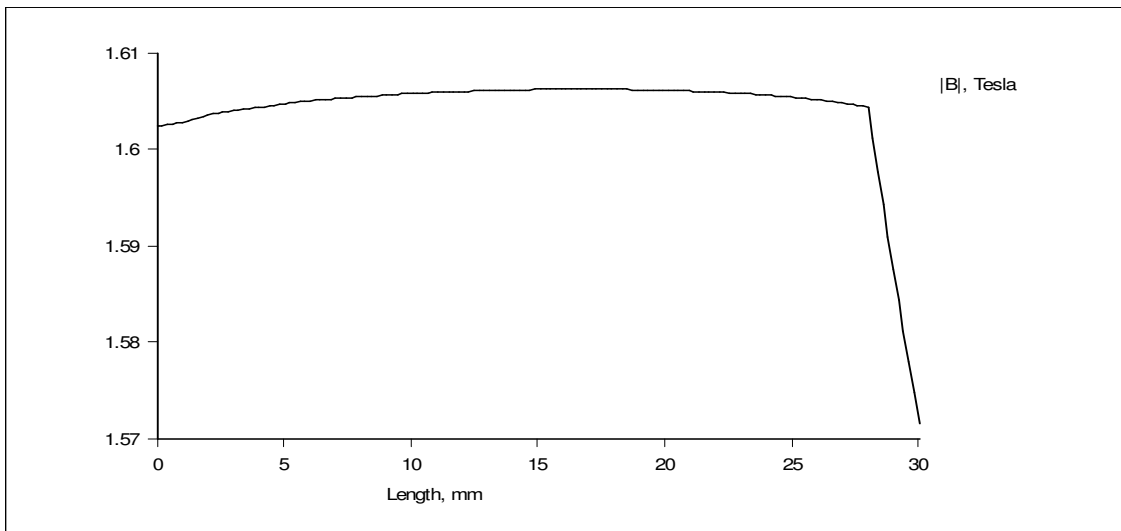


Figure 4.12 : Courbe de l'induction magnétique le long du contour 1

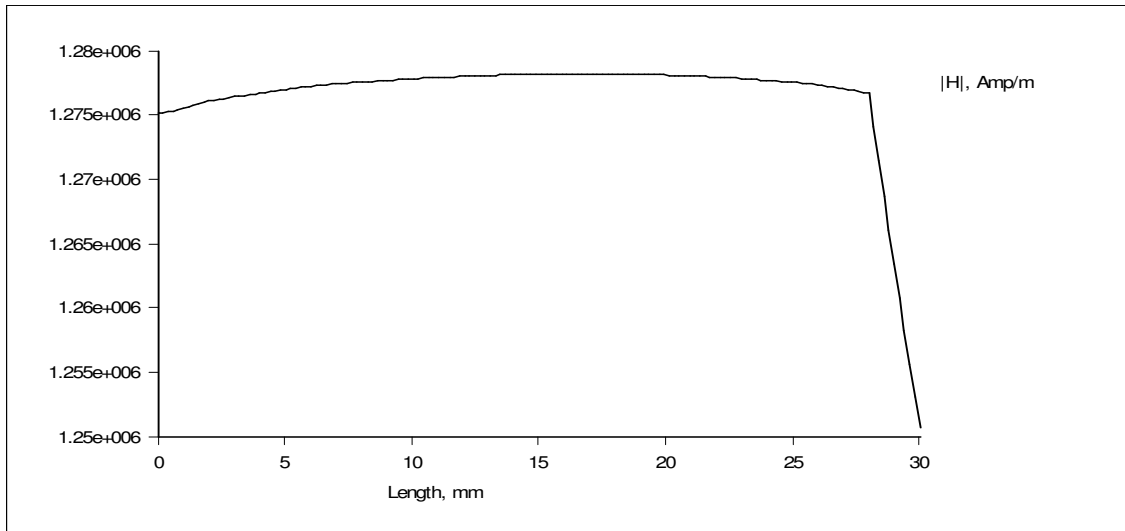


Figure 4.13: Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 1

Les deux figures, 4.12 et 4.13 présentent respectivement la densité de flux magnétique et l'intensité du champ magnétique le long du contour 1. La valeur de l'induction magnétique est presque égale la valeur calculée par la méthode des éléments finis.

Et pour bien observer la circulation de l'induction magnétique, ainsi que l'intensité du champ magnétique dans le fer, nous choisissons le contour 2, qui est présenté par la figure 4.14.

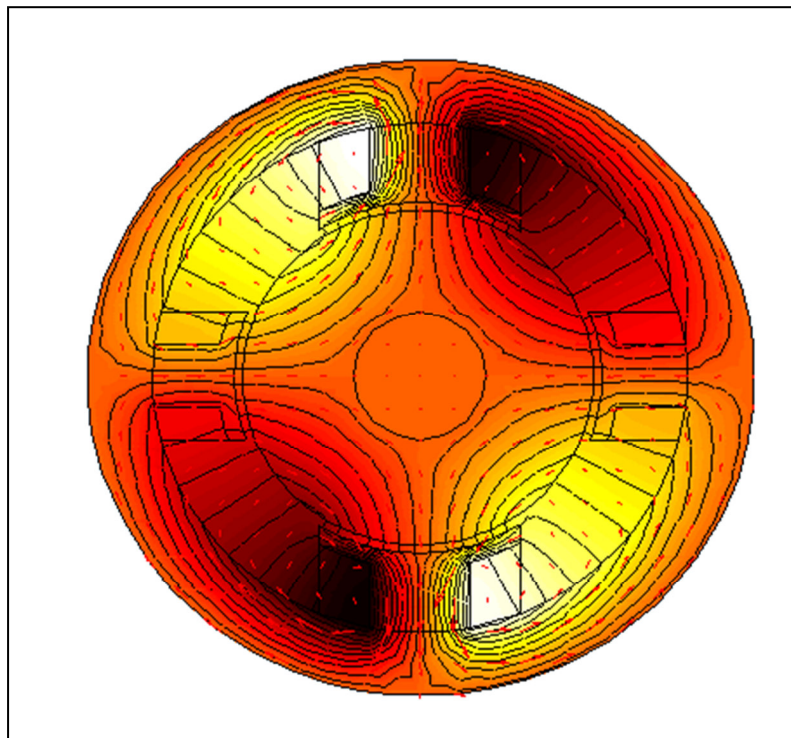


Figure 4.14 : Contour étudié n°2

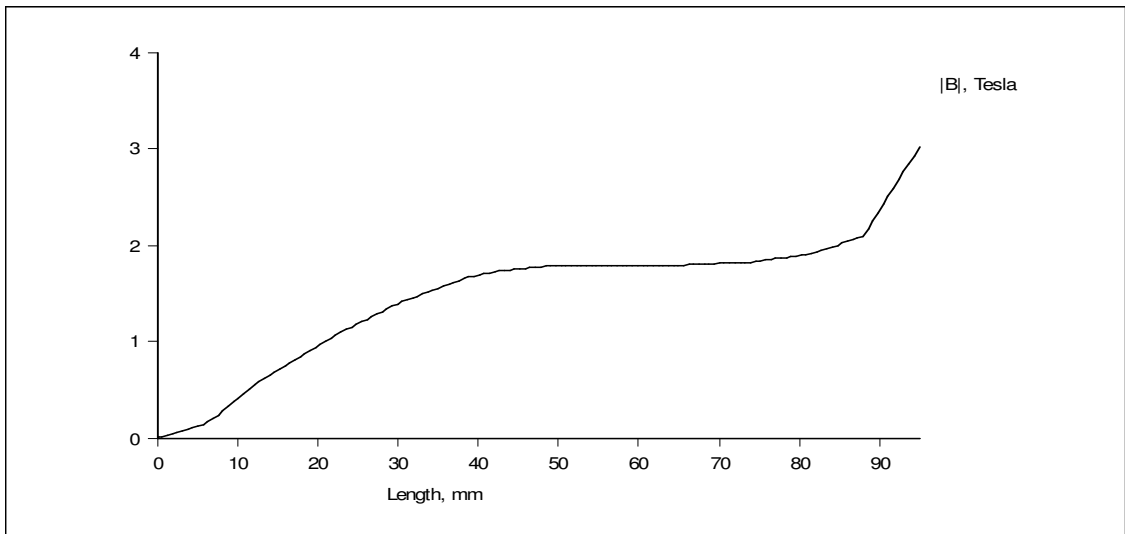


Figure 4.15 : Courbe de l'induction magnétique le long du contour 2

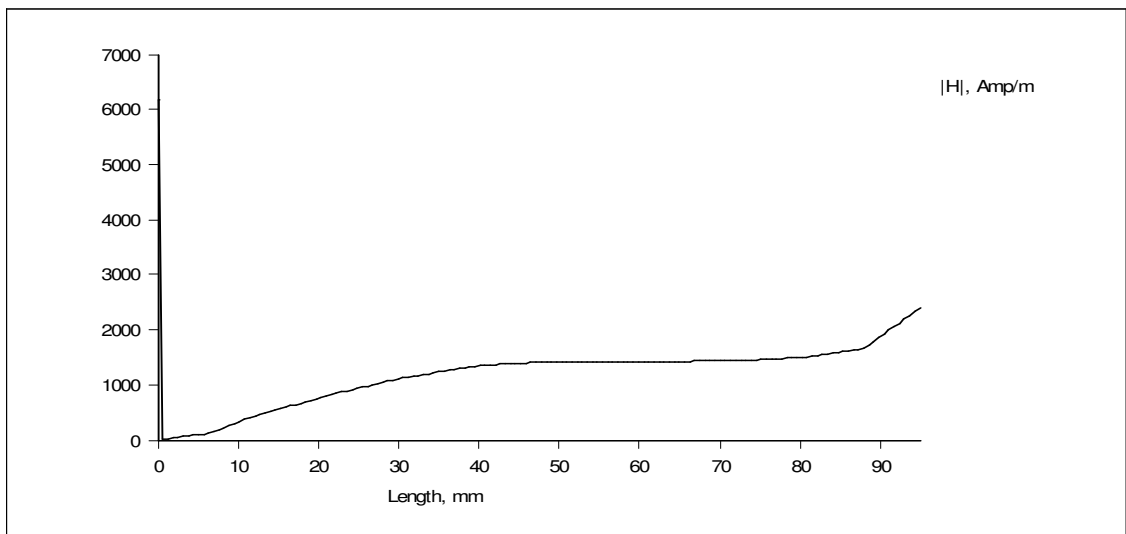


Figure 4.16 : Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 2

A partir de deux figure précédentes 4.15 et 4.16, nous remarquons que la valeur de l'intensité du champ magnétique augmente linéairement avec celle de l'induction magnétique.

4.5 Modèle non linéaire

Avec les mêmes données et les mêmes conditions du modèle du paragraphe 4.4, nous remplaçons seulement la perméabilité constante du fer, par une courbe d'aimantation $B(H)$

non linéaire représentée par la figure 4.16, afin de d'obtenir le modèle non linéaire de notre exemple de la bobine à noyau de fer.

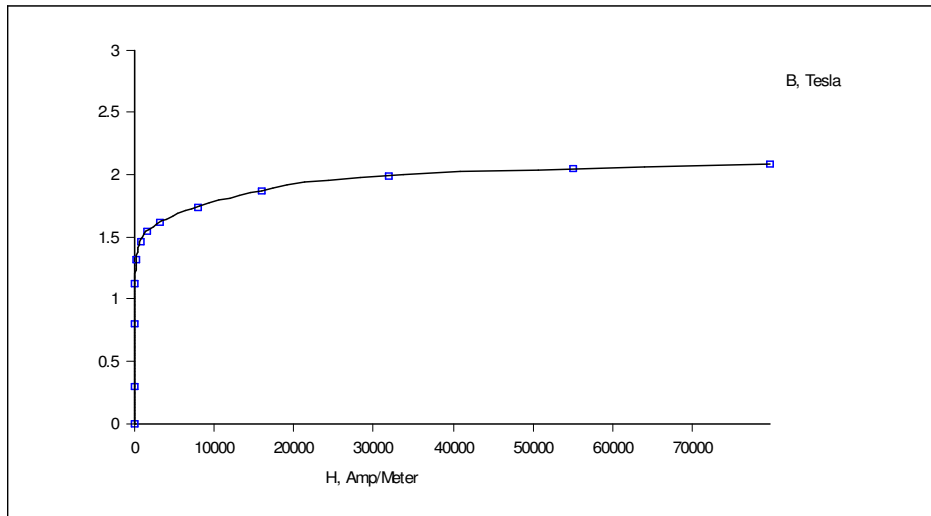


Figure 4.17: Courbe d'aimantation $B (H)$

La figure 4.17 présente l'induction magnétique obtenue, cette fois le circuit magnétique est presque saturé, où la valeur de l'induction magnétique augmente suivant cette courbe jusqu'au la zone de la saturation, ici la valeur maximale, tandis que dans le modèle linéaire nous obtenons une valeur maximale, car dans ce cas l'induction magnétique augmente linéairement.

À partir du contour présenté par la figure 4.11 nous obtenons les deux figures suivantes : 4.6 ,4.7 et 4.8 présentent respectivement la densité de flux magnétique et l'intensité du champ magnétique le long du contour 1.

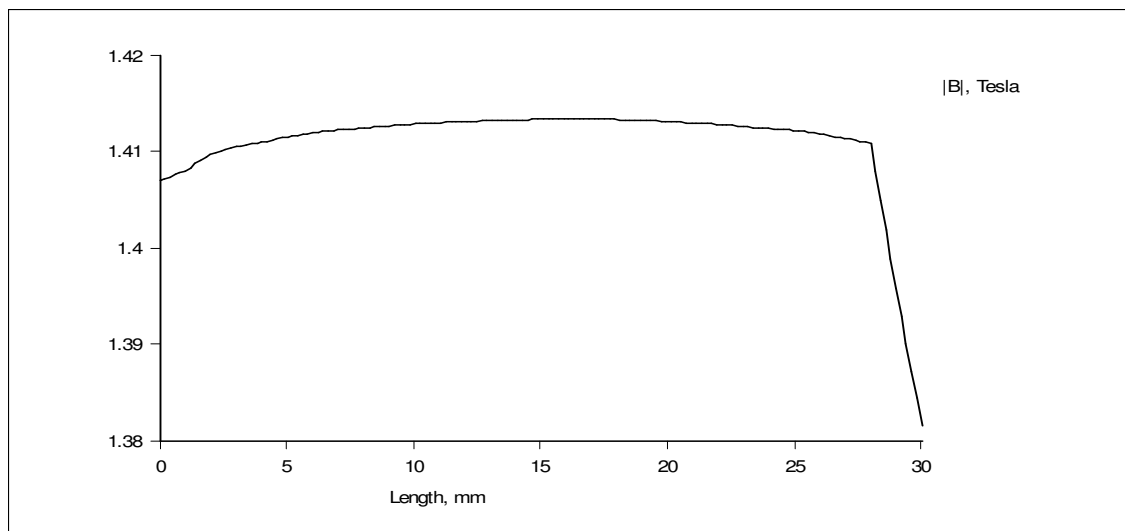


Figure 4.18 : Courbe de l'induction magnétique le long du contour 1

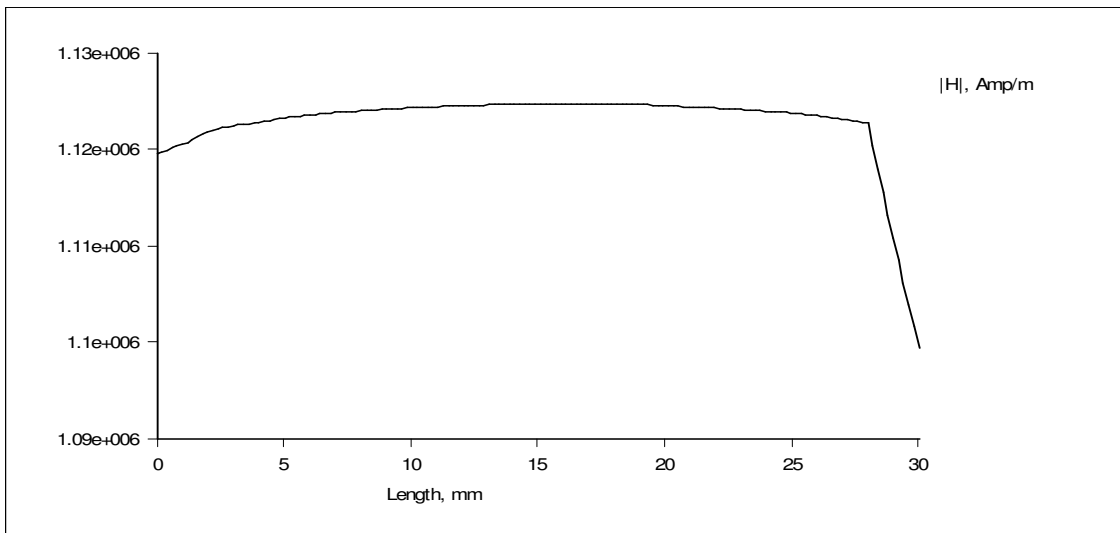


Figure 4.19 : Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 1

Et de même pour le contour 2 qui est crée dans la région fer (figure 4.14). Nous obtenons les deux figures suivantes : 4.20 et 4.21, présentent respectivement la densité de flux magnétique et l'intensité du champ magnétique.

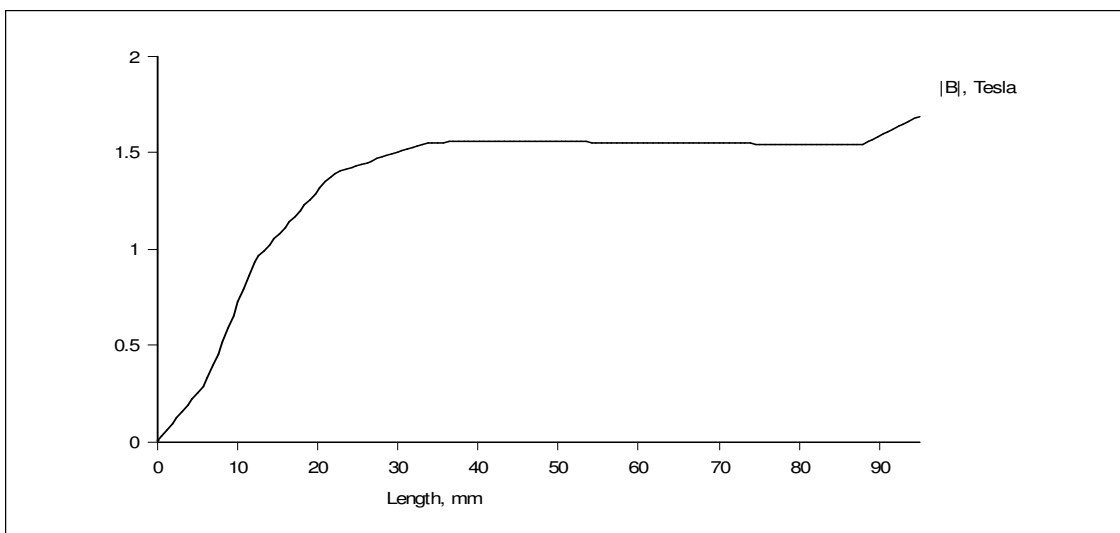


Figure 4.20 : Courbe de l'induction magnétique le long du contour 2

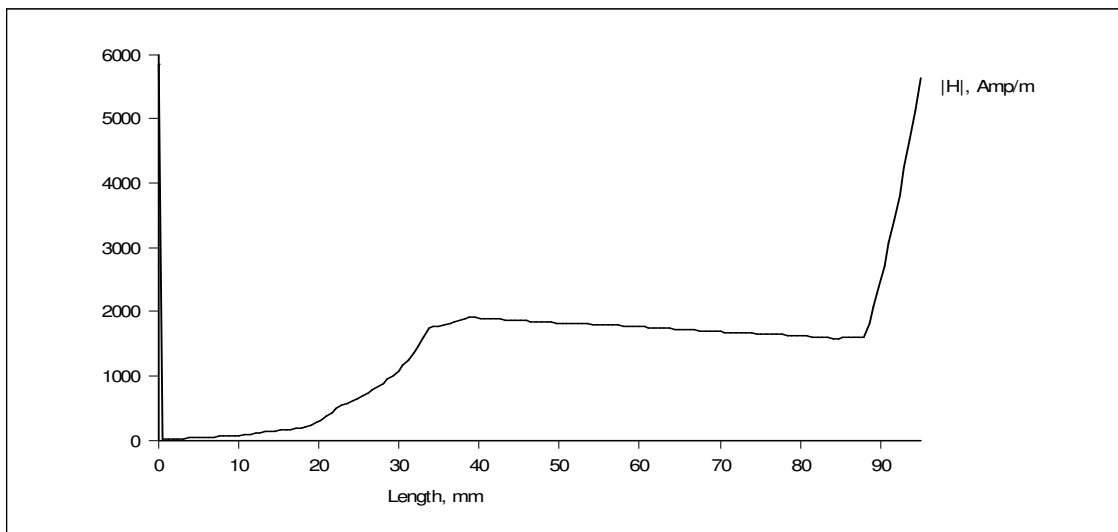


Figure 4.2 : Courbe de l'intensité du champ magnétique le long du contour 2

4.6 Conclusion

Dan ce chapitre nous avons appliqué la méthode de calcul par éléments finis sur la bobine à circuit magnétique de la machine a courant continu.

Nous commençons par un calcul analytique ensuite nous appliquons une modélisation magnétostatique (alimentation par la densité du courant électrique) afin de visualise les lignes d'équiflux et l'induction magnétique dans l'entrefer, la valeur de l'induction magnétique est presque égale la valeur calculée par la méthode des éléments finis. La modélisation magnétostatique possède l'avantage de faciliter les calculs grâce à sa simplicité de modélisation ainsi que son temps de calcul qui est très léger.

CONCLUSION GENERALE

Les phénomènes électromagnétiques sont modélés par des équations mathématiques (équations aux dérivées partielles).

Il y a plusieurs méthodes de résolutions de ces équations. La méthode analytique parfois est difficile à cause de la géométrie du dispositif étudié. Donc les méthodes numériques sont les plus efficaces dans ce cas, parmi ces méthodes on trouve la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis. Chacune de ces méthodes a des propriétés, donc il y a une méthode convenable pour chaque problème ou chaque domaine d'étude.

Dans la première partie, nous avons exposé la méthode de modélisation par éléments finis. La théorie de la modélisation par éléments finis est basée sur la résolution *des équations de Maxwell*. Cette dernière est présentée dont le but d'une utilisation numérique à travers des outils logiciels.

Une deuxième partie constitue le cœur de cette mémoire, où nous avons appliqué la méthode de calcul par éléments finis sur la circuit magnétique de la machine à courant continu. Nous commençons par un calcul analytique ensuite nous appliquons une modélisation magnétostatique (alimentation par la densité du courant électrique). La modélisation magnétostatique possède l'avantage de faciliter les calculs grâce à sa simplicité de modélisation ainsi que son temps de calcul qui est très léger. Cette méthode peut suffire pour certains cas spéciaux, mais elle reste limitée, puisque la plus proche méthode de la réalité est de simuler les problèmes avec une source de tension, et on cherche l'évolution du courant ainsi que les autres grandeurs électrique et magnétique à partir des conditions et des données qui sont déjà connus.

(PDETOOL)

PDETOOL est une suite de programmes pour résoudre les problèmes magnétostatiques et de faibles fréquences en deux dimensions (2D), planaires et axisymétriques. PDETOOL est divisé en six parties:

1. Préprocesseur (Géométrie)

Il s'agit de définir la géométrie, i.e. le domaine -, dans lequel on cherche une solution. C'est la partie préprocesseur, qui peut être faite à l'aide de nombreux logiciels (de CAO ou de dessins) dont on peut extraire un certain nombre d'informations : coordonnées de points du maillage, référencement des triangles dessinés en fonction de ces points...

2. Option

Dans cette rubrique, définir

1. Axis limite : limites dans lequel le dessin de - tient (de fait, limites plus ² de part et d'autre pour voir les frontières). Par exemple pour Y choisir $[-1 \text{ pi}/2]$.
2. Grid : check it. Permet de se repérer facilement. Noter que le pointeur de la souris a ses coordonnées indiquées en haut à droite de la fenêtre.
3. Grid spacing : permet de définir l'espacement de la grille. On peut utiliser les possibilités de Matlab. Par exemple, pour Y, on peut définir l'espacement par $-1 : 0:2 : 0; 0 : 0:5 : 2$. Peut être redéfini après chaque dessin (utile avec l'option snap).
4. Snap : check it, si vous voulez que les rectangles et ellipses soient centrés sur la grille. Dans ce cas les coordonnées de la souris sont données par le point le plus proche d'un noeud de la grille (dont les coordonnées sont indiquées en haut à droite de la fenêtre).

3. Draw

Cette rubrique correspond aux dessins stylisés de la barre d'outils, et permet de créer les modèles CSG (Constructive Solid Geometry) :

1. Draw mode : permettra de revenir au dessin de la géométrie pour modification éventuelle.
2. Rectangle/Square : permet de dessiner un rectangle ou carré (avec l'option snap) en partant d'un coin (de la grille avec l'option snap), à l'aide du premier clique de souris (on lâche la souris quand on a terminé le rectangle).

3. Rectangle/Square (Centered) : la première cliquer de souris donne le centre du rectangle.

Un rectangle peut être créé directement dans l'environnement Matlab :

»pderect ([x1 x2 y1 y2], 'name') .

Ce qui ouvre la fenêtre Pdetool et dessine le rectangle de sommets (x1; y1), (x1; y2), (x2; y1) et (x2; y2) dénommé « name » (optionnel, par exemple : name=R1).

4. Ellipse/Circle : parle de lui-même.

5. Ellipse/Circle (Centered) : parle de lui-même.

Un cercle peut être créé directement dans l'environnement Matlab

»pdecirc(x,y,R,'name')

ce qui ouvre la fenêtre Pdetool (ou ajoute à la fenêtre déjà ouverte) et dessine le cercle de centre (x,y) et de rayon R dénommé name (par exemple name=C2).

Et pour une ellipse :

»pdeellip(x,y,rx,ry,angle,'name')

pour ellipse de centre (x,y) axes de longueur rx et ry, et d'inclinaison angle en radian (sens trigonométrique), nommée name (optionnel, par exemple E1).

6. Polygon : Dessine un polygone fermé. Cliquer à chaque extrémité des lignes formant le polygone.

Ces lignes ne doivent pas s'intersecter. Attention : si problème, on doit sortir de (draw - polygon) (par exemple en allant sur (Ellipse) pour revenir à (Polygon)).

Dans l'environnement Matlab :

»pdepoly([x1 :: xn]; [y1 :: yn], 'name')

Chaque objet est représenté par un nom (R1 pour le premier rectangle dessiné...). Pour voir les propriétés d'un objet dessiné, double-cliquez sur cet objet. L'objet _nal est la réunion de tous les objets dessinés, et dans la barre "Set formula" cette réunion est représentée par de + (et non des), par exemple "R1+E1" (pour dire "R1 [E1]").

Si vous souhaitez représenter une exclusion, par exemple "R1-E1", remplacer le signe + dans la barre "Set formula" par le signe ;. Et pour visualiser le résultat, allez dans la rubrique "Boundary", et sélectionnez "Boundary Mode". Revenez ensuite à "Draw Mode".

Pour une intersection utiliser *, par exemple R1*E1, pour signifier "R1\E1".

4. Maillage

Il s'agit de choisir un maillage et son degré de raffinement. On commencera toujours par un maillage grossier, ce qui permettra de vérifier qu'on ne s'est pas trompé dans les coefficients ou d'avoir une première idée de la solution.

1. Allez dans Mesh puis Initialize Mesh. De manière équivalente, cliquez sur le triangle.

2. Éventuellement, choisir ensuite Refine Mesh (pas dans un premier temps à cause du temps de résolution que cela risque d'impliquer). De manière équivalente, cliquer sur le triangle divisé en 4.

Remarque 1 : Notez que Matlab ne connaît que les éléments finis $P1$. Il n'y a donc pas le choix de l'élément fini. Il n'y a donc pas de paragraphe sur le choix des éléments finis : un tel paragraphe existe bien sûr dans les codes industriels (choix d'éléments finis $P2$, $Q1$...).

Remarque 2 : dans Mesh, il y a l'option Jiggle Mesh (i.e. 'secouer légèrement' en français). Si vous l'essayez, elle ne changera rien ici car elle est activée par défaut quand vous maillez. Pour le voir, allez dans Mesh, Paramètres, ou la case de jiggle mesh est checkée (activée). Vous pouvez la désactiver, relancez le maillage, puis Mesh, Display Triangle Quality.

5. Solveur

C'est la partie résolution de l'EDP définie avec ses conditions aux limites sur le maillage défini ci-dessus.

Allez dans Solve, puis Solve PDE. Ou de manière équivalente, cliquez sur le signe "=".

6. Représentation de la solution : postprocesseur

Connaissant la solution sur les sommets du maillage (on a des éléments finis de type $P1$), on en déduit la solution sur tout - (par interpolation linéaire pour des éléments finis $P1$). Il s'agit maintenant de représenter la solution calculée.

1. Allez dans Plot, puis Plot Solution. On a ainsi une représentation plane de la solution.
2. Allez dans Plot, puis Paramètres. Ou de manière, cliquez sur le 'dessin' 3D.

Choisir alors Height (3-D Plot), puis cliquez sur Plot. On obtient une représentation 3D.

3. Cliquez sur le dessin, et sans relâcher la souris, la déplacer : on peut voir le résultat sous différents angles.
4. Dans Plot, puis Paramétrés, désactivez color puis activez mesh, et regardez le résultat.
5. Dans le cas où on connaît une solution analytique (ce qui est agréable pour tester ou debugger un code), on peut comparer la solution numérique trouvée avec la solution analytique : dans Plot Solution, choisir dans la colonne property première ligne user entry à la place de u. Puis colonne user entry, entrez la formule $u-(1-x^2 - y^2)$ si la solution analytique est $1- x^2- y^2$.

Bibliographie

- [Bouharkat 06] M. Bouharkat, "*Etude de l'évolution des courant rotoriques d'une machine asynchrone à cage en régime dynamique*", Thèse de doctorat, université de Batna. Février 2006.
- [Chapman] Stephan. J. Chapman « *Electric Machinery Fundamentals* », Instructor's manual, fourth edition (page 12).
- [Edminister] Joseph. A. Edminister, « *Electromagnétisme* » (cours et problèmes), série Schaum (pages 115, 129, 177).
- [Halem 10] N. Halem : Mémoire de Magister 2010 « *Modélisation des Machines Asynchrones en Vue du Diagnostic avec Prise en Compte Adéquate de Circuit Magnétique par Eléments Finis* ». Centre universitaire d'Eloued.
- [Khene 06] M. L. Khene : Mémoire de Magister 2006 « *Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques dans les Structures à Géométries Complexes par Adaptation de la Méthode des Volumes Finis* ». Université de Batna.
- [Sabonnadière 1988] J.C Sabonnadière et J.L Coulomb "*calcul des champs électromagnétiques*". Techniques de l'Ingénieur D3020.

- [1] C. E. Neagoe, “Etude de Nouvelles Structures de Machines Electriques”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [2] A. E. Perret, “Contribution à la Conception de Moteurs Electriques Assistées par Ordinateur», Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1984.
- [3] J. C. Sabonnadière, “Conception Assistée par Ordinateur (CAO) en Génie Electrique”, Techniques de l’ingénieur, Traité Génie Electrique, D 3 585, pp. 1-22.
- [4] M. Jufer et J. C. Sabonnadière, “Conception Assistée par Ordinateur (CAO), Moteur Asynchrone”, Techniques de l’ingénieur, Traité Génie Electrique, D 3 590, pp. 1-16.
- [5] T. Lecomte, “Conception Assistée par Ordinateur (CAO), Machine Synchrone”, Techniques de l’ingénieur, Traité Génie Electrique, D 3 595, pp. 1-25.
- [6] J. C. Sabonnadière et J. L. Coulomb, “CAO en Electrotechnique”, Editions HERMES, Grenoble, France, 1985.
- [7] F. Wurtz, “Une Nouvelle Approche pour la Conception sous Contraintes de Machines Electriques”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.

Résumé

Ce travail est basé sur l'étude des machines électriques plus particulièrement les machines A courant continu pour un mode de fonctionnement soit générateur ou moteur. Ces machines sont les versions les plus répandues des machines électriques classiques dans les systèmes énergétiques. La souplesse et la puissance des ordinateurs croissant de plus en plus, ont incités les chercheurs chargés de la conception des machines électriques à développer des programmes de dimensionnement et d'optimisation de plus en plus performant. Ces outils permettent une conception assistée par ordinateur, basée essentiellement sur l'analyse, la simulation et l'exploitation automatique des ensembles de solutions possibles.

Dans cette mémoire, on s'intéresse principalement des machines électriques par le couplage des équations électriques et magnétiques. Premièrement le couplage de la méthode des intégrales de frontières et la méthode des éléments finis est utilisé pour faire modélisée sous Matlab (PDETOOL).

Mots clés – *Circuit magnétique, Machines électriques à courant continu, la méthode des éléments finis de frontières, PDETOOL*

ملخص

يتمحور هذا العمل حول دراسة الآلات الكهربائية بواسطة الكمبيوتر وبالخصوص الآلات التي تعمل بالتيار المستمر في حالة محرك . وهذا النوع من الآلات الكهربائية الأكثر شيوعا في القديم من الأنواع الأخرى في كل الأنظمة الطاقوية.

ان مرونة جهاز الكمبيوتر وقدرته المتزايد يوما بعد يوم سمحت للباحثين في بتصميم الآلات الكهربائية من تطوير برامج مختصة في دراسة هذا النوع من الآلات والتدقيق للحصول على نتائج قريبة من الحلول الواقعية هذه الوسائل تسمح بالتصميم بواسطة الكمبيوتر وهذا يعتمد على التحليل - البرمجة - الاستغلال الأوتوماتيكي لجميع الحلول.

في هذه المذكرة نهتم بالخصوص وبصورة مبدئية بتصميم الآلات الكهربائية التي تعمل بالتيار المستمر بواسطة الكمبيوتر وهذا عن طريق الربط بين العلاقات الكهربائية والمغناطيسية. ونستعمل طريقة العناصر الدقيقة او المنتهية لمحرك يعمل بالتيار المتناوب بواسطة برنامج فرعي يوجد في الماتلاب يسمى PDETOOL

الكلمات المفتاحية : الدارة المغناطيسية – الآلات الكهربائية – طريقة العناصر الدقيقة - PDETOOL