

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**  
**Scientifique**



**Mémoire de Fin d'Étude**

Présenté à

**L'Université Echahid Hamma Lakhdar d'El Oued**

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique

En vue de l'obtention du diplôme de

**MASTER ACADEMIQUE**

En Commande Electrique

Présenté par : **Boualem Sassia**

**Thème**

**Analyse et synthèse d'un retour d'état par  
l'approche du modèle de Takagi –Sugeno  
dédié à la machine à courant continu**

**Soutenu le:25/05/2016. Devant le jury composé de :**

<b>Mr.DR Serhoud Hichem</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Président</b>
<b>Mr. Prof Allag Abdelkarim</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Mr.DR Kechida Rida</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Examineur</b>

**Année Universitaire 2015/2016**



**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**  
**Scientifique**



**Mémoire de Fin d'Étude**

Présenté à

**L'Université Echahid Hamma Lakhdar d'El Oued**

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique

En vue de l'obtention du diplôme de

**MASTER ACADEMIQUE**

En Commande Electrique

Présenté par : **Boualem Sassia**

**Thème**

**Analyse et synthèse d'un retour d'état par  
l'approche du modèle de Takagi –Sugeno  
dédié à la machine à courant continu**

**Soutenu le:25/05/2016. Devant le jury composé de :**

<b>Mr.DR Serhoud Hichem</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Président</b>
<b>Mr. Prof Allag Abdelkarim</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Mr.DR Kechida Rida</b>	<b>Maitre de conférences</b>	<b>Examineur</b>

**Année Universitaire 2015/2016**

 *Dédicaces* 

*A la mémoire de mon père,*

*A ma très chère mère,*

*A ma grande mère*

*A mon frère et mes sœurs.*

*A tous mes amis,*

*Pour vous je dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur et de santé.*

* sassia*

# *Remerciements*

*Je remercie tout d'abord Dieu qui m'a donné la force et la volonté pour élaborer ce travail.*

*Ma gratitude à mon directeur de mémoire et professeur, à Monsieur **Allag Abdelkarim** qui m'a honoré de sa confiance en m'acceptant malgré ses nombreuses préoccupations. Promoteur de ce mémoire,*

*J'adresse mes chaleureux remerciements pour m'avoir orienté tout au long de mon projet.*

*Je remercie aussi **Hmidani Bilal** et **Zeghib Okba** qui m'ont encouragé et aidé pendant la réparation de ce mémoire et à qui je souhaite bonne chance dans leurs projets d'avenir.*

*Je souhaite remercier spécialement **Hakima Cherife** et **Meriem Allag** pour son soutien et sa patience tout au long du mémoire.*

*Je remercie vivement les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter avec une très grande amabilité de siéger notre jury. Veuillez accepter ce travail maître, en gage de mon grand respect et ma profonde reconnaissance.*

*Mes reconnaissances à tous ceux qui ont collaboré à ma formation en particulier les enseignants du département génie électrique, de l'université d'El-Oued.*

*Aussi à mes collègues de la promotion 2015-2016*

## Résumé

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire portent sur l'estimation d'état

des systèmes non linéaires représentés par des multi modèles flous de type Takagi-Sugeno. Une nouvelle technique basée sur la théorie des valeurs moyennes, celle-ci permet d'écrire l'erreur d'estimation sous forme LPV, et par la suite, l'utilisation de la décomposition en secteurs non linéaire nous permet de réécrire le nouveau système sous forme des polytopes sans perte d'information. Cette forme est ensuite utile pour la synthèse d'un observateur robuste vis-à-vis aux entrées inconnus afin de reconstruire les états du système et les entrées inconnus. L'observateur robuste est utilisée pour estimer le courant ou la vitesse dans une machine à courant continu. Concernant la commande de la machine, une méthodologie de synthèse de loi de commande de type retour d'état la classe des multi-modèles de Takagi-Sugeno a été proposée. Pour ce faire, des conditions des inégalités matricielles linéaires (LMI's) ont été obtenus sur la base de la théorie de Lyapunov.

**Mot clés :** Estimation d'état ; observateur ; systèmes non linéaires multi modèles flous, multi-modèles Takagi-Sugeno , inégalités matricielles linéaire.

## ملخص:

ان العمل المنجز في هذه المذكرة يتمثل في تصميم ملاحظ والتحكم في النماذج الغير خطية باستخدام انظمة غامضة متعددة من نوع Takagi - sugeno. في البداية قمنا بتحويل النموذج الغير خطي الى نموذج متكون من مجموعة من الانظمة الخطية بالاعتماد على تقنية القطاعات غير الخطية. هذا التحويل يتم بدون اي ضياع للمعلومة. هذا التمثيل الجديد للنظام يسمح لنا باستحداث ملاحظ غير خطي فعال و مقاوم للمداخل المجهولة وذلك بالاعتماد على نظرية القيم المتوسطة. في المرحلة الثانية قمنا باستخدام الملاحظ لتقدير السرعة والتيار للمحرك تيار مستمر تحريض تسلسلي من خلال النتائج التجريبية المتحصل عليها تبين مدى فعالية الملاحظ في تقدير متغيرات النظام

**الكلمات المفتاحية :** الملاحظ ، انظمة لاخطية ، التحكم بواسطة الملاحظ، انظمة متعددة غامضة

## Notation et symboles

---

$r$	Résistance d'enroulements inducteur
$R_r$	Résistance d'enroulements induit
$R_t$	Résistance totale
$L$	l'inductance de l'induit
$\Phi_f$	flux dans l'induit
$I_e$	Courant
$U$	tension d'alimentation
$C_e$	Couple électromagnétique
$P$	Nombre de pair de pôles
$\Omega$	Vitesse mécanique du rotor
$C_r$	Couple résistant
$J$	Moment d'inertie du rotor
$f$	coefficient de frottement visqueux
$K_m$	Constante du couple.
$L_0$	mono observateur
$K_0$	mono contrôleur
$z(t)$	variable de décision
$h_i(t)$	fonction d'activation
$x(t)$	variable d'état.
$\hat{x}(t)$	estimation d'état
$e(t)$	erreur
$\dot{e}(t)$	la dynamique d'erreur

## Notation et symboles

---

**LMI** : Inégalité matricielle linéaire (Linear Matrix Inequality)

**LPV** : Linéaire à Paramètres Variable (Linear Parameter Varying)

**MVT** : Théorème de la valeur moyenne (Mean Value Theorem)

**MM** : Multi-modèles

**TS** : Takagi-Sugeno

***Sommaire***

*Présentation générale* ..... 1

**Chapitre 1**

1.1.Introduction : ..... 4

1.2 Représentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) : ..... 4

1.2.1. Espace de fonctionnement: ..... 5

1.2.2. Zone de fonctionnement:..... 5

1.2.3. Sous-modèle..... 6

1.2.4. Variable de prémisse ..... 6

1.2.5. Fonction d’activation..... 7

1.2.6. Multi-modèles: ..... 7

1.3 Obtention des modèles flous ..... 8

1.3.1. Approche par secteur non linéaire..... 8

1.4. Analyse de la stabilité des modèles flous Takagi-Sugeno (T-S)..... 9

1.4.1. Analyse convexe et inégalités matricielles linéaires (LMI) :..... 9

1.4.2. Stabilité au sens de Lyapunov ..... 9

1.4.3. Stabilité quadratique..... 10

1.5 Conclusion : ..... 11

**chapitre2**

2.1. Introduction ..... 12

2.2. Synthèse d’observateur par l’approche DMVT ..... 12

2.3. Observateur Lipschitzien..... 14

2.4. Approche par le théorème de la valeur moyenne MVT..... 16

2.4.1. Théorème de la valeur moyenne ..... 17

2.4.2. Quelques définitions nécessaires : ..... 17

2.4.3.Exemple d’illustration ..... 19

2.5. Analyse de la stabilité quadratique..... 20

2.6. Analyse de la stabilité quadratique..... 23

2.7. Conclusion ..... 24

### chapitre3

3.1. Introduction .....	25
3.2. Présentation de la machine .....	25
3.2.1. Présentation.....	26
3.2.2. Constitution.....	26
3.2.2.1. Circuit magnétique .....	26
3.2.2.2. Deux circuits électriques .....	26
3.2.3. Les différentes configurations d'excitation. ....	27
3.2.3.1. Excitation série.....	28
3.2.3.2. Excitation séparée.....	29
3.2.3.3. Excitation shunt .....	30
3.2.3.4. Excitation composée .....	31
3.3. Modélisation d'un moteur à courant continu série.....	31
3.4. Modèle TS adopté pour le moteur à courant continu excitation série.....	34
3.4.1. Validation du modèle TS.....	36
3.4.2. Validation du modèle TS au moteur DC série .....	37
3.5 Conclusion .....	38

### chapitre4

4.1.Introduction .....	39
4.2. Conception de l'observateur par l'approche MVT pour un moteur à courant continu série .....	39
4.3.Résultats de simulation et interprétation .....	43
4.3.1. Estimation d'état en boucle ouverte .....	43
4.3.1.1.Mesure de courant uniquement .....	43
4.3.1.2. Mesure de vitesse uniquement.....	44
4.3.2. Cas de régulation .....	45
4.3.2.1.Mesure de la vitesse uniquement.....	46
4.3.2.2. Mesure de courant uniquement .....	48
4.4. Résultats issus des expérimentations .....	50
4.4.1. Mesure de vitesse uniquement.....	51
4.4.2. Mesure de courant uniquement .....	51

## Table des matières

---

<b>4.4. Conclusion .....</b>	<b>52</b>
<b>Conclusion générale et perspectives.....</b>	<b>53</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>55</b>
<b>références.....</b>	<b>60</b>

## Tables de figures

Figure 1.1: Schéma de principe de l'approche multi-modèle.....	6
Figure1.2 : Structure et implémentation d'un modèle T-S.....	7
figure2.1: Principe d'observateur à gain constant .....	13
Figure 2.2. Structure de contrôle par retour de sortie.....	21
Figure3.1: Schéma synoptique de la machine a courant continue.....	26
Figure3.2: Constitution du MCC.....	27
Figure3.3 : Modèle électrique équivalent du rotor du MCC .....	27
Figure3.4: Modèle électrique équivalent du stator du MCC .....	28
Figure3.5 : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation série.....	28
Figure3.6: Modèle électrique équivalent du MCC à excitation séparée.....	29
Figure3.7 : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation shunt.....	30
Figure3.8 : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation composée.....	31
Figure3.9 : Schémas mécanique et électrique du moteur à courant continu série.....	32
Figure 3.10 : Comparaison entre le modèle réel et le modèle TS d'un MCC série .....	38
Figure 4.1 : Vitesse réelle et estimée avec couple de charge $C_r = 1Nm$ à $t=10$ .....	43
Figure 4.2 : le courant réel et estimé avec couple de charge $C_r = 1Nm$ à $t=10$ .....	44
Figure 4.3 : la vitesse réelle et estimée avec couple de charge $C_r = 1Nm$ à $t=10$ .....	44
Figure 4. 4: le courant réel et estimé avec couple de charge $C_r = 1Nm$ à $t=10$ .....	45
Figure 4. 5: Réponse de vitesse avec contrôleur -observateur à base <i>DMVT</i> .....	47
Figure 4. 6: Réponse du courant avec contrôleur-observateur à base <i>DMVT</i> .....	47
Figure 4. 7: Réponse de vitesse avec un contrôleur+observateur à base <i>DMVT</i> .....	48
Figure 4.8 : Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base <i>DMVT</i> .....	48
Figure 4.9 : Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base <i>DMVT</i> .....	49
Figure4.10 : Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base <i>DMVT</i> .....	49
Figure 4.12 : Réponse de vitesse. Résultats expérimentaux.....	51
Figure4.13 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux .....	51
Figure4.14 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux .....	52
Figure4.15 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux.....	52



# *Introduction générale*

## *Présentation générale:*

**D**e nos jours les sciences de l'ingénieur font largement appel à l'estimation de l'état des systèmes. En effet, la connaissance complète de l'état d'un système est souvent nécessaire à l'élaboration d'une loi de commande ou à la mise en place d'une stratégie de surveillance ou de diagnostic. Or l'état d'un système n'est en règle générale que partiellement disponible et les signaux d'entrée et de sortie sont en pratique les seules grandeurs accessibles par mesure. La solution la plus répandue pour pallier ce problème consiste à coupler au système un système auxiliaire, appelé estimateur ou observateur d'état. L'observateur fournit une estimation de l'état du système à partir de son modèle et des mesures de ses entrées et sorties.

L'observateur classiquement utilisé, dans le cadre de systèmes linéaires, est dit Luenberger.

Il est cependant bien connu que l'estimation d'état fournie par ce type d'observateur se dégrade considérablement si le modèle du système en question est mal connu ou si des perturbations inconnues agissent sur la sortie ou sur l'état du système. Afin d'améliorer l'estimation d'état vis-à-vis des incertitudes paramétriques et/ou des perturbations.

La question de la synthèse des observateurs pour les systèmes linéaires. En revanche, l'estimation d'état pour les systèmes non linéaires,

La solution proposée dans ce mémoire pour estimer l'état d'un système non linéaire repose sur l'approche multi-modèle. L'idée de l'approche multi-modèle est d'appréhender le comportement d'un système non linéaire en effectuant une décomposition du comportement dynamique du système en un nombre fini de zones de fonctionnement, chaque zone étant caractérisée par un sous-modèle. En fonction de la zone où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle est plus ou moins mise à contribution à travers un mécanisme d'interpolation, souvent une fonction d'activation. Le comportement global du système non linéaire est ainsi approximé en prenant en considération la contribution de chaque sous modèle. Les multi modèles constituent alors un outil adapté à la modélisation des systèmes non linéaires. En effet, n'importe quel système non linéaire peut être approximé avec une précision imposée en augmentant le nombre de sous-modèles et en optimisant la structure des fonctions de pondération. L'approche multi modèle permet également d'envisager l'extension des outils développés dans le cadre des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires sans effectuer une analyse spécifique de la non-linéarité du système,

à condition toutefois d'avoir des sous-modèles linéaires et pour des fonctions de pondération particulières. Dans un contexte de modélisation floue (directement transposable aux multimodèles), la structure possibles pour prendre en considération la contribution de chaque sous-modèle.

Dans un multi modèle de Takagi-Sugeno les sous modèles partagent le même vecteur d'état . La structure du multi modèle de Takagi-Sugeno est la plus répandue aussi bien dans l'analyse que dans la synthèse des multi modèles. L'estimation d'état d'un système non linéaire à l'aide de ce type de multi modèle s'effectue en général en utilisant un mono-observateur.

L'obtention d'un modèle T-S pour un moteur à courant continu série par l'application de la méthode des secteurs non linéaires conduit souvent à inclure l'état dans les variables

de décision [Ham15]. Outre les avantages offerts par le modèle T-S, permet d'avoir une représentation exacte d'un modèle non linéaire exprimé sous une forme générale.

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est d'exploiter la structure T-S à, afin de concevoir des observateurs d'état pour les systèmes non linéaires (Commande d'un moteur à courant continu).

Le mémoire est organisé de la façon suivante. Le premier chapitre présente quelques notions de base sur les systèmes non linéaires modélisés par les modèles de Takagi-Sugeno en utilisant l'approche des secteurs non linéaires. Ensuite, l'étude de la stabilité et de la stabilisation est faite par une approche utilisant une fonction de Lyapunov quadrature [HAM15], . Des propriétés de stabilité et de stabilisation peuvent alors être déduites par la résolution d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMIs).

La deuxième chapitre est consacré d'une part au méthode de conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires décrits par des modèles de Takagi-Sugeno . Les approches rapportées dans cette section sont basées sur l'approche par le théorème de la valeur moyenne [Zam2008]. L'étude est faite sur les modèles T-S à temps continu. Par la suite, une méthode de relaxation des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état .et d'autre part une loi de commande par retour d'état est synthétisée pour assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Dans le troisième chapitre, nous rappelons d'abord le modèle d'état de la machine à courant continu. Ensuite nous nous sommes intéressés plus spécifiquement au problème de sa

représentation par un modèle TS en utilisant les transformations par secteur non linéaire qui est validée par des simulations numériques.

Dans le quatrième chapitre, une attention est donnée particulièrement à l'observation de l'état d'un moteur à courant continu excitation série. à travers de ces études, reconstruisons les variables d'état électriques (courant) et mécaniques (vitesse) moteur série par un observateur TS par l'approche MVT est introduite. La synthèse du gain de l'observateur pour le système non linéaire traités dans le deuxième chapitre est établit par la résolution des inégalités LMI en utilisant le logiciel YALMIP sous l'environnement du logiciel MATLAB/SUMILINK.

. En exploitant les résultats sur l'observation et la commande. Pour les essais expérimentales

Ce chapitre rappelle également quelques résultats obtenus en utilisant un observateur à base MVT. Une conclusion générale est donnée à la fin de ce mémoire



# *Chapitre 1*

# **C** *hapitre 1:*

**Modèle floue de type  
Takagi -Sugeno**

**1.1.Introduction :**

**L**es modèles de Takagi-Sugeno (T-S) constituent une représentation mathématique très intéressante des systèmes non linéaires car ils permettent de représenter tout système non linéaire, quelle que soit sa complexité, par une structure simple en s'appuyant sur des modèles linéaires interpolés par des fonctions non linéaires positives ou nulles et bornées. Ces modèles permettent de représenter de manière précise les systèmes non linéaires. Ils ont une structure simple présentant des propriétés intéressantes les rendant facilement exploitables du point de vue mathématique et permettant l'extension de certains résultats du domaine linéaire aux systèmes non linéaires. Le modèle flou (TS) proposé par [Takagi, 1985],[Sugeno, 1988] est constitué historiquement par un ensemble de règles floues de la forme « Si...Alors » dont chaque conclusion représente une relation d'entrées/sorties linéaire. Dans la suite, la représentation TS continue sera discutée.

**1.2Représentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) :**

Les modèles flous de type Takagi-Sugeno sont représentés dans l'espace d'état par des règles floues de type « Si –Alors ». Les parties prémisses de ces règles floues sont représentatives de l'univers du discours sur lequel le modèle flou est valide et, les parties conclusions correspondent à des modèles locaux invariants dans le temps (représentations d'état linéaires). A titre d'exemple, ce type de modèle flou s'avère utile pour la représentation des systèmes non linéaires tels que les systèmes électriques, chaotiques, etc. [All14]. La *i*<sup>ème</sup> règle floue d'un modèle T-S (par exemple dans le temps continu) s'écrit alors sous la forme :

$$R^i : \text{SI } z_1(t) \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \text{ ET } z_2(t) \text{ est } F_2^i(z_2(t)) \dots \dots z_p(t) \text{ est } F_p^i(z_p(t))$$

$$\text{ALORS } \begin{cases} \dot{x}(t)=A_i x(t)+B_i u(t) \\ y(t)=C_i x(t)+D_i u(t) \end{cases} \tag{1.1}$$

Où  $R^i$  représente la *i*<sup>ème</sup> règle floue,  $i = 1, \dots, r$ ,  $F_j^i(z_j(t))$  pour  $j = 1, \dots, r$  sont les sous-ensembles flous,  $r$  le nombre de règles floues,  $z_j(t)$  sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système,  $x(t) \in R^n$ ,  $y(t) \in R^q$ ,  $u(t) \in R^m$  représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande.

$A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $D_i \in \mathbb{R}^{q \times m}$ , sont des matrices décrivant la dynamique du système.

À chaque règle  $R^i$  est attribué un poids noté  $h_i(z(t))$ . Ce poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses  $z_j(t)$  aux sous-ensembles flous  $F_j^i(z_j(t))$  et du connecteur « **ET** » reliant les prémisses choisi telles que:

$$h_i(z(t)) = \prod_{j=1}^r F_j^i(z_j(t)), \quad i \in I_r \quad (1.2)$$

Puisque les fonctions d'activation prennent leur valeur dans l'intervalle  $[0,1]$ . Qui peuvent être réécrites :

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{aligned}$$

C'est-à-dire:

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad \text{Pour tout } t.$$

Finalement, la défuzzification du modèle flou permet d'obtenir la représentation d'état d'un modèle non linéaire par l'interconnexion de modèles locaux invariants dans le temps par des fonctions d'activation non linéaires

Dans le cadre de la modélisation par modèles Takagi-Sugeno, on rencontre souvent les termes : variables de prémisses, fonctions d'appartenance ou d'activation, zones de fonctionnement. Ceux-ci sont précisés par les définitions suivantes :

**1.2.1. Espace de fonctionnement:**

C'est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables du système évoluent.

**1.2.2. Zone de fonctionnement:**

Les zones de fonctionnements représentent les domaines de validité des modèles locaux, chaque domaine est défini autour d'un point de fonctionnement [Ham15]. Ces domaines peuvent être de validité disjoints ou bien avec recouvrement comme l'indique dans la figure suivante.

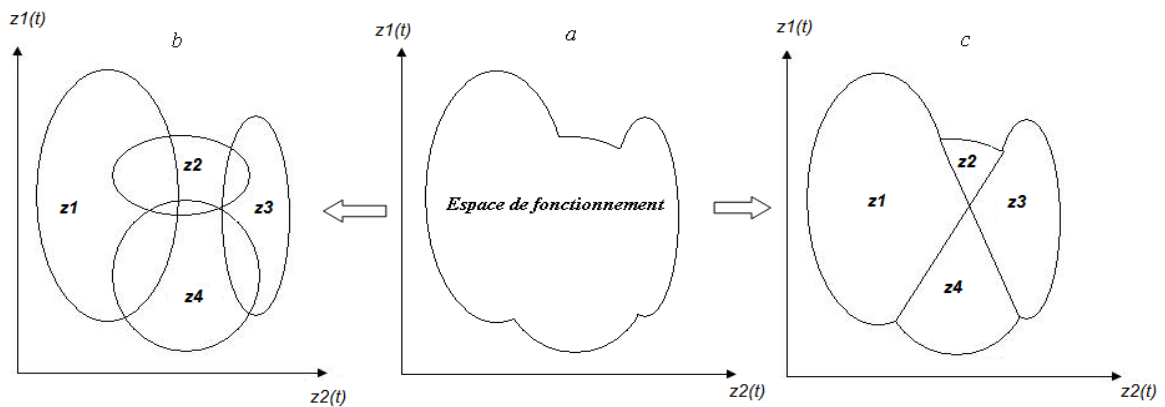


Figure 1.1: Schéma de principe de l'approche multi-modèle

a)- Système non linéaire, b – c)- Représentation multi-modèles [Ham 15]

La figure 1.1 illustre ce principe dans un cas à deux dimensions. L'ensemble des points de fonctionnement du système, de coordonnées  $z(t) = z_1(t), z_2(t)$ , a été décomposé en quatre zones de fonctionnements notés **zone1**, **zone2**, **zone3** et **zone4**. Le domaine global de fonctionnement est alors défini par la réunion des domaines locaux:  $\text{espace} = Z1 \cup Z2 \cup Z3 \cup Z4$ . Sur chacun des domaines locaux, ou sous domaines, peut être construit un modèle local. Ces différents modèles locaux pourront alors être combinés au moyen d'une technique d'interpolation pour obtenir une représentation global, ou multi modèles, valable sur le domaine de fonctionnement global **espace**.

Dans le cas où le domaine est de validité disjoint, les fonctions d'activation ne peuvent prendre que des valeurs 0 ou 1 et à un instant donné, il n'y a qu'un seul modèle qui est valable et les autres sont nulles.

**1.2.3. Sous-modèle:**

C'est le modèle qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique.

**1.2.4. Variable de prémisse**

Appelée aussi variable de décision  $z(t)$ , est une variable vectorielle caractéristique du système intervenant dans les fonctions d'activation  $h(t)$ . Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure comme des variables d'états mesurables ou bien des signaux d'entrée du système, soit inaccessibles à la mesure.

**1.2.5. Fonction d'activation :**

C'est une fonction qui détermine le degré d'activation du sous modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global. Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions dépendent des variables de décision [Ham15].

Elles sont choisies de façon à vérifier les propriétés de somme convexe suivantes:

$$\begin{cases} 0 \leq h_i(z(t)) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^n h_i(z(t)) = 1 \end{cases}$$

**1.2.6. Multi-modèles:**

C'est un ensemble de sous modèles agrégés par un mécanisme d'interpolation permettant de caractériser le comportement dynamique global d'un système. Un multi-modèles se caractérise par le nombre de ses sous-modèles, par leur structure et par le choix des fonctions d'activation [Ham15]. Dans la littérature, deux grandes familles de multi-modèles sont recensées selon l'utilisation du vecteur d'état, La figure 1.2 illustre le schéma détaillé d'un modèle

T-S.

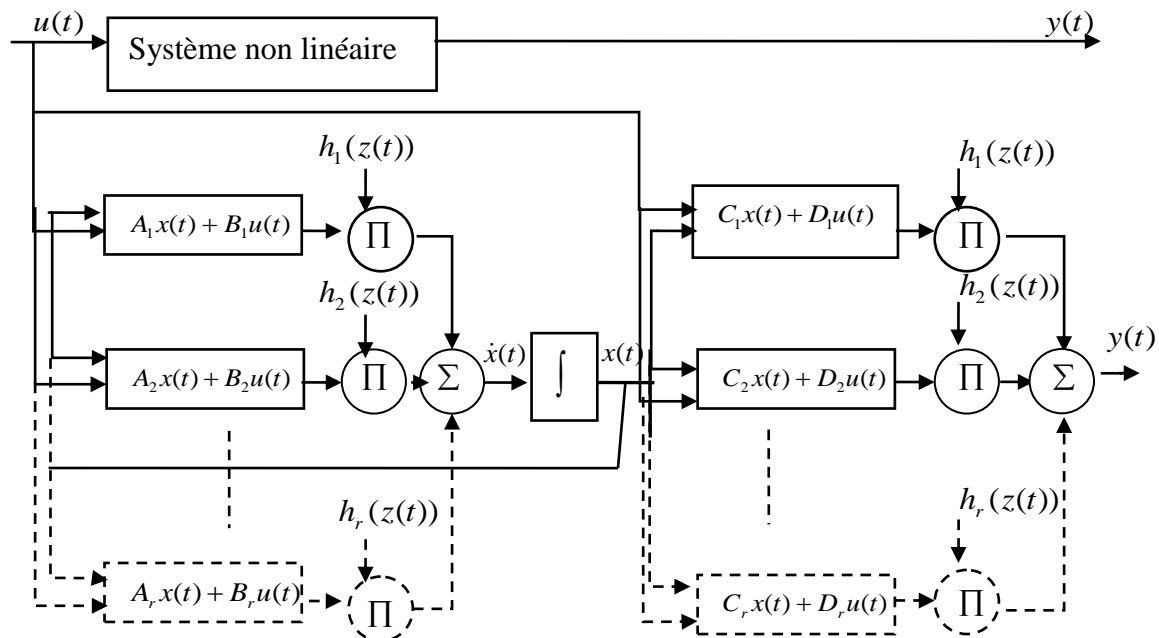


Figure 1.2 : Structure et implémentation d'un modèle T-S [Alla14]

### 1.3 Obtention des modèles flous :

L'obtention de modèles flous sous cette forme peut être réalisée par différentes approches:

- obtenir un modèle flou directement à partir du modèle de connaissances [Ham15],
- obtenir un modèle flou par linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement [TA197], on se retrouve dans ce cas dans le cadre du multi modèle,
- obtenir un modèle flou par identification [Tsu85].

Dans ce mémoire, nous nous sommes basés sur l'approche par secteurs non linéaires.

#### 1.3.1. Approche par secteur non linéaire :

Cette méthode garantit la construction d'un modèle T-S représentant exactement un modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état. Notons que l'approche par secteur non linéaire permet d'associer une infinité de modèles T-S pour un système non linéaire suivant le découpage des non-linéarités réalisé. Une approche systématique de découpage en secteurs non linéaires repose sur le lemme suivant:

**Lemme 1.1 [Mo2001] :**

Soit  $f(x(t)):R \rightarrow R$  une fonction bornée, il existe toujours deux fonctions  $w_1(x(t))$  et  $w_2(x(t))$  ainsi que, deux scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :

$$f(x(t)) = \alpha \times w_1(x(t)) + \beta \times w_2(x(t)) \tag{1.5}$$

Avec:

$$w_1(x(t)) + w_2(x(t)) = 1, w_1(x(t)) \geq 0 \text{ et } w_2(x(t)) \geq 0 \tag{1.6}$$

▪ **Preuve :**

Sous l'hypothèse que la fonction  $f(x(t))$  est bornée telle que  $\alpha \leq f(x(t)) \leq \beta$ , il est possible d'écrire :

$$f(x(t)) = \alpha \times w_1(x(t)) + \beta \times w_2(x(t)) \tag{1.7}$$

Avec:

$$\alpha = \max(f(x(t))), \quad \beta = \min(f(x(t))), \quad w_1(x(t)) = \frac{f(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta} \quad \text{et} \quad w_2(x(t)) = \frac{\alpha - f(x(t))}{\alpha - \beta}$$

Dans ce cas, le modèle T-S (1.7) obtenu représente de façon exacte le modèle non linéaire pour  $x \in R^n$  et comporte  $2^{nl}$  règles floues où  $nl$  correspond au nombre de non linéarités du système non linéaire réel.

**1.4. Analyse de la stabilité des modèles flous Takagi-Sugeno (T-S) :**

La structure simple des modèles T-S sous forme d'interpolation de modèles linéaires locaux, a permis aux chercheurs de l'exploiter dans l'analyse de la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires dans toutes leurs complexités. Souvent, l'étude de la stabilité et de la stabilisation fait appel à la théorie de Lyapunov.

Dans cette section, nous présentons un bref rappel sur quelques approches permettant l'étude de la stabilité des modèles T-S et la synthèse de lois de commande. Parmi ces approches, on cite l'approche quadratique de Lyapunov,. Un aperçu sur quelques résultats de la stabilité et la stabilisation des modèles T-S existants dans la littérature est rappelé dans ce qui suit.

**1.4.1. Analyse convexe et inégalités matricielles linéaires (LMI) :**

Une inégalité matricielle linéaire (LMI) stricte en  $x$  ait la forme suivante [Boy94]

$$F(x)=F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i > 0 \tag{1.8}$$

avec  $F_0 = F_0^T$  et  $i=1,2,\dots,n$  de  $R^{n \times n}$  est une famille de matrices symétriques données,  $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)^T \in R^n$  est un vecteur. La contrainte  $F(x) > 0$  est convexe et appelée contrainte LMI.

on distingue trois types de problèmes d'optimisation convexe rencontrés sous forme de LMI. Un rappel sur ces problèmes est donné dans l'annexe.

**1.4.2. Stabilité au sens de Lyapunov :**

Cette classe de fonction joue un rôle très important dans l'étude de la stabilité et la stabilisation des contrôleurs et/ou observateurs [Takagi et Sugeno 1992], et que l'on utilisera dans ce memoire, et elle est de la forme :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) \tag{1.9}$$

Avec  $P = P^T > 0$ .

Malgré le succès qu'a connu l'approche quadratique, l'obtention des conditions de stabilité semble, parfois, très conservatives. Des efforts sont menés pour introduire des relaxations sur les contraintes dont des résultats sont reportés dans [TaAL97]. Néanmoins, ces relaxations restent insuffisantes dans certains cas, et plus particulier, dans le cas où le nombre des contraintes de stabilité est important. De manière à échapper au pessimisme de la fonction quadratique, il est nécessaire d'envisager d'autres candidates de Lyapunov non quadratiques.

Le principe de stabilité selon Lyapunov repose sur le comportement du système dynamique du point de vue de son énergie totale. Cette énergie est représentée généralement par une fonction  $V(x(t))$  de l'état  $x$  du système. Le signe de cette fonction et sa dérivée temporelle dans un certain voisinage du point d'équilibre donne une information sur la stabilité du système. La théorie de stabilité de Lyapunov fait appel à nombreux concepts, que nous les rappelons dans l'Annexe C. Le principal résultat montre que pour un système autonome à temps continu  $\dot{x} = f(x)$ ; l'origine est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonction positive vérifiant les conditions suivantes :

$$\text{Cas continu : } \begin{cases} i) V(x(t)) > 0 \\ ii) \dot{V}(x(t)) < 0 \\ iii) V(0) = 0 \text{ et } V(\infty) \rightarrow (\infty) \end{cases} \quad (1.10)$$

### 1.4.3. Stabilité quadratique :

L'approche proposée dans cette section repose sur les fonctions de Lyapunov quadratiques définies par (1.09). Il s'agit de chercher une fonction de Lyapunov telles que les conditions de stabilité (système continu) sont vérifiées.

Les modèles T-S en boucle ouverte définie comme suit :

- Cas continu :  $\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) A_i x(t)$  (1.11)

Le premier résultat concernant la stabilité des modèles T-S a été donné par Tanaka et Sugeno :

**Théorème 1.1 : (cas continu)** [Tanaka et Sugeno, 1992] L'équilibre du modèle T-S (1.12) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$  telle que :

$$A_i^T P + P A_i \prec 0, \quad \forall i \in I_n \quad (1.12)$$

▪ **Preuve :** la dérivée de la fonction de Lyapunov quadratique (1.09) associée au système (1.10)

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) \\ &= x^T(t) \left[ \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) (A_i^T P + P A_i) \right] x(t) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Si  $A_i^T P + P A_i \prec 0$  Alors  $\dot{V}(x(t)) \prec 0, \forall i \in I_n$

### 1.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle flou de type Takagi-Sugeno et nous avons mis en évidence la technique d'obtention d'un modèle flou à partir d'un modèle mathématique non-linéaire

Ce chapitre a permis d'introduire dans un premier temps la structure multi modèle et plus précisément les modèles de Takagi-Sugeno en présentant succinctement. La méthode utilisant les transformations par secteurs non linéaires a fait l'objet d'un rappel détaillé. Par la suite, Un bref rappel sur la stabilité au sens de Lyapunov .



# *Chapitre 2*

# **C** *hapitre 2:*

**Estimation d'États**

**Et Commande par**

**Retour d'État**

### 2.1. Introduction :

**L**e but de ce chapitre est d'aborder d'une part le problème de synthèse d'observateur d'état pour les systèmes non linéaires décrits par les multi-modèles de type Takagi-Sugeno, et d'autre part à la synthèse des contrôleurs de type retour d'état.

En général les méthodes de commande des processus utilisant le principe de retour d'état leur principe est l'estimation d'une partie ou l'ensemble des mesures du système à surveiller à partir des grandeurs mesurables (entrées et sorties), de ces informations on doit reconstruire l'état du modèle choisi pour élaborer la commande. Le reconstruteur d'état c'est un système réel, il a comme entrées les entrées et les sorties du système et les sorties c'est l'estimation de l'état de processus ce système peut être continue, discret, déterministe ou stochastique. Dans le cas d'un modèle déterministe le reconstruteur prend le nom observateur [All14].

Par le biais des observateurs, la reconstruction d'état se propose de fournir l'estimation des variables d'états à partir des entrées et des sorties du système. Cependant, différentes approches conduisant à une estimation d'état pour les systèmes décrits par des multi-modèles TS, ont été proposées dans la littérature (le lecteur peut consulter [Icha09]).

L'approche utilisée consiste à utiliser le théorème valeurs moyennes), et la transformation par secteurs non linéaires, ceci permet d'exprimer l'erreur d'estimation sous forme des dérivées de la fonction non linéaire.

Le gain qui garantit la convergence de l'observateur proposé est facilement calculée par des LMI's .

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous nous intéresserons à la synthèse de loi de commande pour les multi-modèles TS.

### 2.2. Synthèse d'observateur par l'approche DMVT:

Cette section aborde la conception d'un observateur d'état à gain constant pour un système non linéaire présenté par un multi-modèles de type TS.

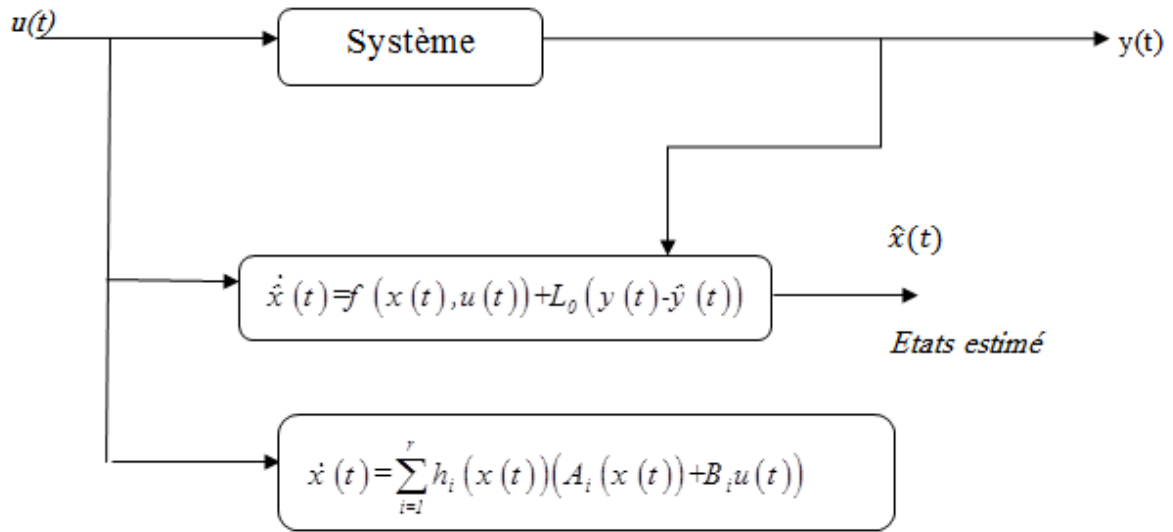


Figure2.1: Principe d'observateur à gain constant[Ham15].

Soit le système non linéaire décrit par la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où

$x(t) \in R^n, u(t) \in R^p$  et  $y(t) \in R^m$  Représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur des entrées, et le vecteur des sorties.  $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times p}$  et  $C \in R^{m \times n}$

Sont des matrices appropriées.  $h_i(x(t))$  Représentent les fonctions d'activation.

L'observateur d'état correspondant au système (2.1) présentée sur la figure (2.1) ayant la structure suivante:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_0(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

L'objectif de ce chapitre est de construire un observateur ayant la structure (2.2).

Où  $\hat{x}(t)$  est l'état estimé .Les matrices  $L_0$  de dimension appropriées sont à déterminer de telle sorte que l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement, vers zéros.

L'erreur d'estimation d'état est donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.3)$$

En utilisant (2.1) et (2.2) la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) - h_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_0 C e(t)) \quad (2.4)$$

Dans ce chapitre, nous proposons quelque méthode complémentaire afin d'analyser la stabilité de (2.4) et de formuler les conditions de stabilité sous forme d'inégalités matricielle. La résolution de ces LMI permet alors de déterminer les gains  $L_0$  de l'observateur (2.2)

### 2.3. Observateur Lipschitzien :

Les approches rapportées dans cette section sont basées sur des hypothèses de Lipschitz. Ces hypothèses sont exprimées de différentes manières, afin d'obtenir des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro moins contraignantes. Nous allons utiliser l'hypothèse de Lipschitz classique modifiée par une autre formulation de cette hypothèse basée sur le théorème de la valeur moyenne MVT qui sera notre objectif.

Dans cette section, nous présentons la méthode de conception de l'observateur (2.4) basée sur des hypothèses de Lipschitz et une transformation du système (2.1) [Ich et Al, 10].

Soient les matrices  $A_0, \bar{A}_i, B_0$  et  $\bar{B}_i$  définies comme suit :

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r A_i \\ \bar{A}_i &= A_i - A_0 \\ B_0 &= \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r B_i \\ \bar{B}_i &= B_i - B_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Par substitution des matrices  $A_0, \bar{A}_i, B_0$  et  $\bar{B}_i$  dans le système (2.1) il peut être réécrit de la manière suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

De la même manière, l'observateur (2.2) s'écrit sous la forme équivalente :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(\hat{x}(t))(\bar{A}_i \hat{x}(t) + \bar{B}_i u(t) + L_0 (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.7)$$

L'erreur de reconstruction d'état est donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.8)$$

En utilisant (2.6) et (2.7), la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(\hat{x}(t))(A_0 - LC)e(t) + \sum_{i=1}^r \left( \bar{A}_i (h_i(x(t))x(t) - h_i(\hat{x}(t))\hat{x}(t)) \right) \\ & + \bar{B}_i (h_i(x(t)) - h_i(\hat{x}(t)))u(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Tel que :

$$\dot{e}(t) = (A_0 - LC)e(t) + \Delta(x(t), \hat{x}(t), u(t)) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta(x(t), \hat{x}(t), u(t)) = & \sum_{i=1}^r \left( \bar{A}_i (h_i(x(t))x(t) - h_i(\hat{x}(t))\hat{x}(t)) \right) \\ \text{Où :} & + \bar{B}_i (h_i(x(t)) - h_i(\hat{x}(t)))u(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Une manière de justifier l'intérêt de l'introduction des matrices  $A_0$  et  $\bar{A}_i$  est l'obtention d'une dynamique de l'erreur d'estimation d'état faisant apparaître un terme en  $e(t)$ . Les autres termes sont non linéaires et tendent vers zéro quand  $e(t) \rightarrow 0$ .

Dans cette partie, nous donnons des conditions de convergence de l'observateur en se basant sur la théorie de Lyapunov et des hypothèses sur les termes non linéaires  $h_i(x(t))x(t) - h_i(\hat{x}(t))\hat{x}(t)$  et  $(h_i(x(t)) - h_i(\hat{x}(t)))u(t)$

Pour l'étude de la convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro, nous allons introduire les hypothèses nécessaires en se basant sur la méthode MVT.

#### **2.4. Approche par le théorème de la valeur moyenne MVT :**

Dans cette section, un autre raisonnement est adopté afin de réduire ce conservatisme. L'idée est d'utiliser l'hypothèse de Lipschitz sous une autre formulation. Le théorème de la valeur moyenne ainsi que la méthode de transformation par secteurs non linéaires permettent d'exprimer la dynamique de l'erreur d'estimation d'état sous la forme d'un système perturbé à la forme classique d'un système T-S autonome. L'objectif est de pouvoir réutiliser les travaux effectués sur la stabilité relaxée afin de réduire le conservatisme lié à l'hypothèse de Lipschitz.

Soit le système T-S donné, dans le cas à temps continu, par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

Il est aisé de récrire le système (2.12) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.13)$$

L'observateur à temps continu suivant est proposé :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(\hat{x}(t))(\bar{A}_i \hat{x}(t) + \bar{B}_i u(t)) + L_0 (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.14)$$

L'erreur d'estimation d'état dans le cas à temps continu, s'écrit :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.15)$$

Sa dynamique est :

$$\dot{e}(t) = (A_0 - LC)e(t) + \Delta(x(t), \hat{x}(t), u(t)) \quad (2.16)$$

Où :

$$\begin{aligned} \Delta(x(t), \hat{x}(t), u(t)) &= (f(x(t)) - f(\hat{x}(t))) \\ f(x(t)) - f(\hat{x}(t)) &= \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) \bar{A}_i x(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) \bar{B}_i u(t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

L'objectif est de trouver le gain  $L_0$  de l'observateur (2.14) qui stabilise (2.16). Pour cela, le théorème de la valeur moyenne utilisé pour des fonctions vectorielles est rappelé ci-dessous [Zam et Al. 07].

#### 2.4.1. Théorème de la valeur moyenne

Dans cette section nous présentons l'approche des accroissements finis (Differential Mean Value Theorem "DMVT") pour les fonctions vectorielles. Ceci permet ensuite d'écrire la dynamique non linéaire de l'erreur d'estimation sous forme d'un système Linéaire à Paramètres Variant (LPV), qui sera utilisé dans la phase suivante.

2.4.2. Quelques définitions nécessaires :

**Définition 2.1:** [Zam Al. 07] Considérons la fonction vectorielle non linéaire  $\varphi(x)$

$$\varphi(x) : R^n \rightarrow R^n \tag{2.18}$$

Où :

$$\varphi(x) = [\varphi_1(x) \quad \dots \quad \varphi_i(x) \quad \dots \quad \varphi_n(x)], \varphi_i(x) : R^n \rightarrow R \tag{2.19}$$

Considérons une ensemble défini par :

$$E_s = \left\{ e_s(i) \mid e_s(i) = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T, i = 1, \dots, s \right\} \tag{2.20}$$

En utilisant la définition de, la fonction  $\varphi(x)$  est réécrite sous la forme

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n e_n(i) \varphi_i(x) \tag{2.21}$$

**Théorème 2.2** [Zam Al. 07]: Soit  $\varphi_i(x) : R^n \rightarrow R$ . Soit  $a, b \in R^n$ . Si  $\varphi_i$  est différentiable sur l'intervalle  $[a, b]$  alors, il existe une constant  $z \in [a, b]$  et  $z \neq a$  et  $z \neq b$  telle que :

$$\varphi_i(a) - \varphi_i(b) = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x}(z)(a - b) \tag{2.22}$$

En appliquent le théorème à (2.26) à (2.27), on obtient pour  $a, b \in R^n$  :

En utilisant le théorème (2.2.2), on obtient le DMVT modifié

**Théorème 2.3 DMVT modifié des fonctions vectorielles**

Soit  $f(x) \in R^n \rightarrow R^n$  une fonction continue sur l'intervalle  $[a, b] \in R^n$  et différentiable dans  $Co(a, b)$ , il existe un vecteur  $c \in Co(a, b)$ ,  $c_1 \neq a$ ,  $c_1 \neq b$  pour  $i=1, 2, \dots, n$  tel que [Pa11] :

$$f(a) - f(b) = \sum_{i,j,k}^{n,n,2} w_{i,j,k}(z_j) \tilde{a}_{ijk}(a-b)$$

Tel que :

$$\left\{ \begin{aligned} w_{ij1}(z_j) &= \frac{\left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{max} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i)}{\left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{max} - \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{min}} \\ w_{ij2}(z_j) &= \frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) - \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{max}}{\left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{max} - \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(z_i) \right]_{min}} \end{aligned} \right.$$

$$w_{ijk}(z_j) \geq 0 \quad \text{et} \quad w_{ij1}(z_j) + w_{ij2}(z_j) = 1$$

$\tilde{a}_{ij}$  et  $\tilde{b}_{ij}$ : Sont respectivement le minimum et le maximum de  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(z_j)$

$w_{ij1}(z_j)$  et  $w_{ij2}(z_j)$  Les fonctions d'activation

**Hypothèse :** Supposons qu'est une fonction différentiable satisfaisant :

$$a_{ij} \leq \frac{\partial f_i(x(t), u(t))}{\partial x_j} \leq b_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (2.23)$$

L'erreur d'estimation d'état peut être alors réécrite sous la forme :

$$\dot{e}(t) = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n e_n(i) e_n(j)^T \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(z_j) + (A_0 - L_0 C) \right) e(t) \quad (2.24)$$

En utilisant les transformations par secteurs non linéaire, chaque non-linéarité  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(z_j)$  Peut

être représentée par :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(z_j) = \sum_{k=1}^2 w_{ijk}(z_j) \tilde{a}_{ijk} \quad (2.25)$$

En utilisant (2.25), la dynamique de l'erreur d'estimation d'état est représentée par :

$$\dot{e}(t) = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^2 w_{ijk}(z_j) A_{ijk} + (A_0 - L_0 C) \right) e(t) \quad (2.26)$$

$$\text{Où : } A_{ijk} = i \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0^j & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & & 0 & & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & 0 & \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{min} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} = \sum_{k=1}^2 A_{ijk}(z_j) w_{ijk}(z_j) \quad (2.28)$$

**2.4.3.Exemple d'illustration** [Ham15]:

Soit une fonction bidimensionnelle  $f(x):R^2 \rightarrow R^2$  continue et différentiable sur  $Co(X, Y)$  tel que :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f1(x) & f2(x) \end{bmatrix}^T, \text{ avec } X = \begin{bmatrix} X1 & X2 \end{bmatrix}^T \text{ et } Y = \begin{bmatrix} Y1 & Y2 \end{bmatrix}^T$$

D'après le théorème des valeurs moyennes, on peut écrire:

$$\begin{aligned} f(X) - f(Y) = & \left( \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial f 1}{\partial x 1} \right]_{max} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times w_{111} + \begin{bmatrix} 0 & \left[ \frac{\partial f 1}{\partial x 2} \right]_{max} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times w_{121} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \left[ \frac{\partial f 2}{\partial x 1} \right]_{max} & 0 \end{bmatrix} \times w_{211} \right. \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \left[ \frac{\partial f 2}{\partial x 2} \right]_{max} \end{bmatrix} \times w_{221} + \left. \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial f 1}{\partial x 1} \right]_{min} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times w_{112} + \begin{bmatrix} 0 & \left[ \frac{\partial f 1}{\partial x 2} \right]_{min} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times w_{122} \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \left[ \frac{\partial f 2}{\partial x 1} \right]_{min} & 0 \end{bmatrix} \times w_{212} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \left[ \frac{\partial f 2}{\partial x 2} \right]_{min} \end{bmatrix} \times w_{222} \right) \times \left[ \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \end{bmatrix} \right] \end{aligned}$$

L'approche par transformation par secteurs non linéaires [Tan et Wang, 2001] permet de mettre l'équation régissant la dynamique de l'erreur d'estimation d'état sous la forme :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{2n^2} h_i(x(t)) (\mathcal{A}_i + A_0 - L_0 C) e(t) \quad (2.29)$$

### 2.5. Analyse de la stabilité quadratique :

Le problème revient à déterminer le gain  $L_0$  assurant la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation vers zéro.

Considérons l'erreur d'estimation d'état (2.29). En se basant sur une fonction de Lyapunov candidate quadratique de la forme :

$$V(e(t)) = e(t)^T P e(t), P = P^T > 0 \quad (2.30)$$

**Théorème 2.4** L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et des matrices  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  telles que les inégalités linéaires matricielles suivantes soient vérifiées pour  $i = 1, \dots, q$  :

$$A_0^T P + P A_0 + A_i^T P + P A_i - M C - C^T M^T < 0 \quad (2.31)$$

Le gain de l'observateur est donnée par :

$$L_0 = P^{-1} M \quad (2.32)$$

Dans la section précédente, nous avons abordé le problème d'estimation d'état pour les systèmes non linéaires décrits par les multi-modèles TS. Des conditions en termes LMI ont été proposées par le théorème (2.2.2). Il convient maintenant de synthétiser une commande qui stabilise le système en boucle fermée. Cette dernière est basée sur la disponibilité complète des variables d'état du système à tout moment.

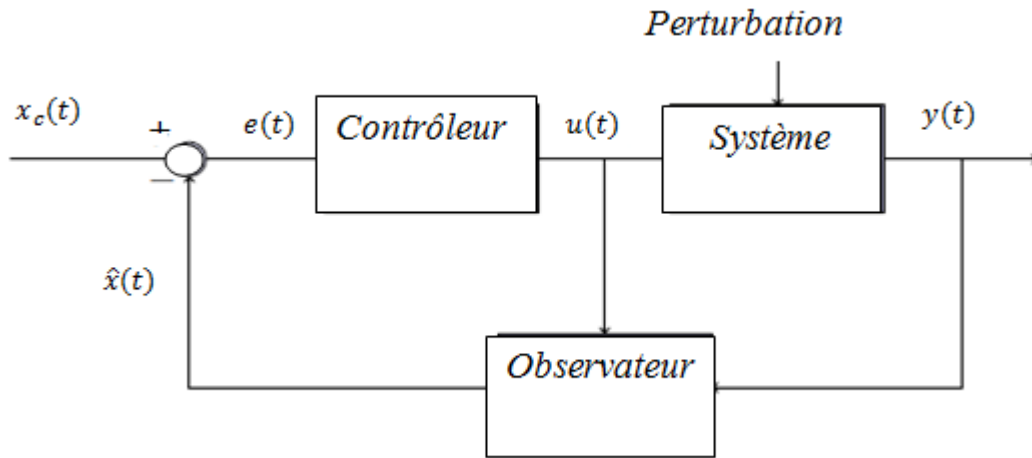


Figure 2.2 : Structure de contrôle par retour de sortie

La structure de la loi de commande basée observateur proposée est de la forme :

$$u(t) = -K_o(x-xc) \quad (2.33)$$

Où

$K_0$  : est le gain de commande.

Considérant le système (2.34), et la loi de commande (2.33), on

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0x(t) + B_0u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i u(t)) = A_0x(t) + B_0u(t) + \Phi(x, u) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\text{Avec } \left\{ \Phi(x, u) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i u(t)) \right.$$

On considère la commande à un retour d'état classique défini par :

$$u(t) = -K_o x(t) \quad (2.35)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.36)$$

Il est aisé de récrire le système (2.36) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_0 x(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) (\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i u(t)) \\ &= A_0 x(t) + B_0 K_0 x(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) (\bar{A}_i x(t) + \bar{B}_i K_0 x(t)) \\ \dot{x}_c(t) &= A_0 x_c(t) + B_0 u(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x_c(t)) (\bar{A}_i x_c(t) + \bar{B}_i u(t)) \\ &= A_0 x_c(t) + B_0 K_0 x_c(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x_c(t)) (\bar{A}_i x_c(t) + \bar{B}_i K_0 x_c(t))\end{aligned}$$

Peut écrire:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) - B_0 K_0 x(t) + \varphi(x(t), u(t)) \\ \dot{x}_c(t) = A_0 x_c(t) - B_0 K_0 x_c(t) + \varphi(x_c(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.37)$$

L'erreur de commande dans le cas à temps continu, s'écrit :

$$e(t) = x(t) - x_c(t) \quad (2.38)$$

Sa dynamique est :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_c(t) \quad (2.39)$$

$$\dot{e}(t) = A_0 (x(t) - x_c(t)) - B_0 K_0 (x(t) - x_c(t)) + \varphi(x(t), u(t)) - \varphi(x_c(t), u(t))$$

$$= (A_0 - B_0 K_0) (x(t) - x_c(t)) + \varphi(x(t), u(t)) - \varphi(x_c(t), u(t))$$

$$= (A_0 - B_0 K_0) e(t) + \varphi(x(t), u(t)) - \varphi(x_c(t), u(t))$$

$$\varphi(x(t)) - \varphi(x_c(t)) = \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi}(z) (x - x_c) \quad (2.40)$$

Par l'utilisation de l'approche MVT et la théorie de l'approximation par secteur non linéaire. Alors, la dynamique de l'erreur d'estimation (2.40) peut être représentée par [Zam Al08]:

$$\dot{e}(t) = (A_0 - B_0 K_0) e(t) + \sum_{i,j,k}^{n,n,2} A_{ijk} (z_j) w_{ijk} (z_j) \quad (2.41)$$

L'approche par transformation par secteurs non linéaires [Tan et Wang, 01] permet de mettre l'équation régissant la dynamique de l'erreur d'estimation d'état sous la forme :

$$\dot{e}c(t) = \sum_{i=1}^{2n^2} h_i(x(t)) (\mathcal{A}_i + A_0 - BK_0) e(t) \quad (2.42)$$

Le gain d'observation et le gain de la commande peuvent se calculer séparément .

**2.6. Analyse de la stabilité quadratique :**

Le calcul des gains de commande est réalisé en utilisant une procédure similaire à celle permettant de calculer les gains d'observation. La fonction de Lyapunov choisie dans ce cas est une matrice de dimension  $n \times n$ , symétrique et définie positive. Par utilisation du même lemme cité précédemment, la dynamique de l'erreur d'estimation est stable s'il existe des matrices  $N$  telles que les conditions LMI suivantes soient vérifiées :

**Théorème 2.4** L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et des matrices  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  telles que les inégalités linéaires matricielles suivantes soient vérifiées pour  $i = 1, \dots, q$  :

$$A_0^T P + P A_0 + A_{ii}^T P + P A_{ii} - B N - B^T N^T < 0 \quad (2.43)$$

Le gain du contrôleur est donnée par :

$$K_0 = P^{-1} N \quad (2.44)$$

### **2.7. Conclusion :**

Nouvelle méthode d'estimation d'état a été proposée dans ce chapitre pour les systèmes non linéaires. Premièrement, l'erreur d'estimation d'état est représentée sous la forme d'un système TS, ensuite on passe à une représentation de Lipschitz. Ces méthodes ont pour but d'approcher l'estimateur d'état à un observateur de Luenberger classique avec un gain constant.

Des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état ont été ainsi établies par la théorie de Lyapunov. L'extension a été aussi abordée pour les systèmes T-S présentant des incertitudes de modélisation et des perturbations externes. L'utilisation du théorème de la valeur moyenne combiné avec la transformation par secteurs non linéaires a permis de traiter le problème du conservatisme lié à la valeur de la constante de Lipschitz comme un problème d'étude de stabilité de modèles T-S.



# *Chapitre 3*

# **C** *hapitre 3 :*

**Modélisation d'un moteur  
A courant continu  
excitation série**

### 3.1. Introduction :

Ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les différents modèles d'état non linéaires de la machine à courant continu. Dans d'autres sections une technique de modélisation globale connue sous le nom générique d'approche multi-modèle est investiguée. Son principe s'appuie sur la réduction de la complexité d'un système non linéaire par le fractionnement de son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement. Sous un sous-modèle de structure simple et souvent linéaire peut alors servir à la description du comportement dynamique du système dans chaque zone. Le comportement global du système est ensuite présenté en considérant judicieusement la contribution relative de chaque sous-modèle au moyen d'une fonction d'activation associée à chaque zone de fonctionnement.

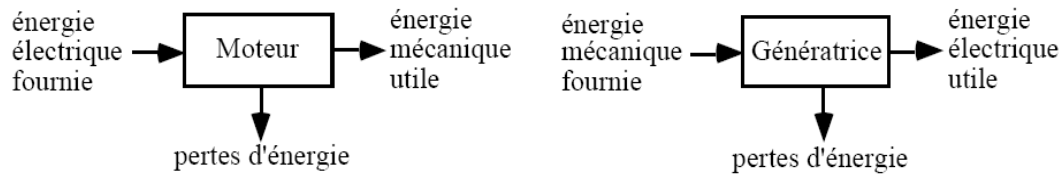
Ensuite, Des résultats de simulations ont été effectués pour ce modèle TS en boucle ouverte

### 3.2. Présentation de la machine :

Plus de précision, grande plage de variation de vitesse, facilité de commande avec le moindre coût possible, c'est ce qui est exigé par le marché de l'industrie de ce temps.

Les machines à courant alternatif, synchrone ou asynchrone, utilisées de façon conventionnelle, se prêtent bien à des applications où la vitesse est à peu près constante. La machine à courant continu est plus facile à régler lorsque la vitesse doit varier sur une grande plage. En effet, la machine à courant alternatif requiert une commande beaucoup plus complexe pour réaliser un entraînement à vitesse variable et le convertisseur doit fournir une tension alternative d'amplitude et de fréquence variable. Ces inconvénients réduisent donc son attrait dans les applications à vitesse variable, malgré les avantages qu'elle possède sur la machine à courant continu : robustesse et coût moindre, grâce à l'absence de collecteur, poids réduit...

Les moteurs à courant continu sont des appareils qui transforment l'énergie électrique qu'ils reçoivent en énergie mécanique. La construction des moteurs est identique à celle des génératrices, de sorte qu'une machine à courant continu peut servir indifféremment comme moteur ou comme génératrice.



**Figure3.1:** Schéma synoptique de la machine à courant continu.

Beaucoup d'applications nécessitent un couple de démarrage élevé. Or, le moteur à courant continu, par nature, possède une caractéristique couple/vitesse de pente importante, ce qui permet de vaincre un couple résistant élevé, et d'absorber facilement les coups de charge ; la vitesse du moteur s'adapte à sa charge. D'autre part, la miniaturisation recherchée par les concepteurs trouve dans le moteur à courant continu une solution idéale, puisque présentant un rendement élevé, en comparaison aux autres technologies.

Le choix d'un moteur à courant continu s'est donc imposé comme la meilleure solution pour le réglage de la vitesse et du couple mécanique, les domaines d'application du moteur à courant alternatif étant encore restreints (environnements viciés, endroits difficilement accessibles...).

### **3.2.1. Présentation :**

Une machine à courant continu est un convertisseur réversible rotatif d'énergie. Lorsque l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique, la machine fonctionne en moteur. Lorsque l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, la machine fonctionne en générateur.

### **3.2.2. Constitution :**

Une machine à courant continu est formée d'un circuit magnétique, d'un ou deux circuits magnétiques et d'un collecteur.

#### **3.2.2.1. Circuit magnétique :**

Le circuit magnétique est formé d'une partie fixe, le stator ou inducteur, solidaire du bâti et de la carcasse, et d'un cylindre concentrique, le rotor ou l'induit mobile autour d'un arbre. Le rotor est séparé du stator par l'entrefer.

#### **3.2.2.2. Deux circuits électriques**

##### **a. Circuit inducteur :**

C'est généralement le stator qui est la source de champ magnétique. Celui-ci peut être créé, soit par un bobinage, soit par des aimants permanents. Avec des aimants permanents,

le champ magnétique est présent à tout instant. Avec un bobinage, il est nécessaire d'alimenter le circuit avec une alimentation en courant continu. Le circuit électrique correspondant est appelé circuit de l'inducteur.

### b. Circuit induit :

L'enroulement du rotor, plus complexe, est formé de conducteurs logés dans des encoches autour de l'induit.

#### 3.2.2.2. Collecteur et balais

Le collecteur est constitué de lames de cuivre isolées les unes des autres. Sur ce collecteur frottent des balais en carbone. De ces balais partent les fils qui assurent la liaison électrique entre le rotor et l'extérieur de la machine.

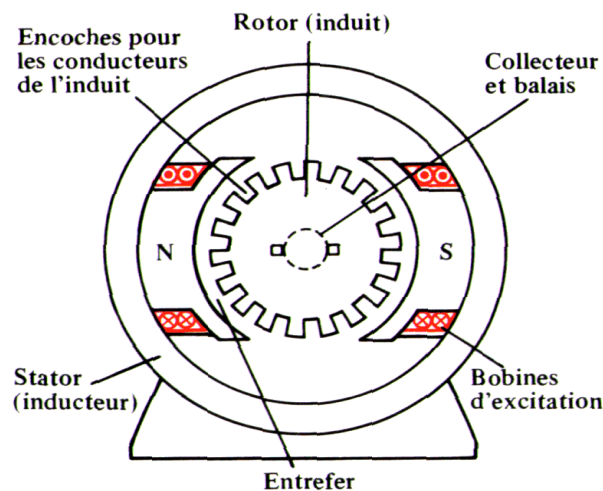


Figure3.2: Constitution du MCC.

#### 3.2.3. Les différentes configurations d'excitation.

On peut donner un modèle électrique équivalent de l'induit (**fig.3.3**),  $E$  représente la force électromotrice;  $L$  représente la self équivalente de l'enroulement d'induit;  $R$  représente la résistance équivalente de l'induit (résistance des fils du bobinage et résistance de contact au niveau des balais).

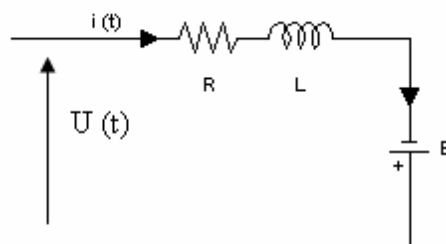
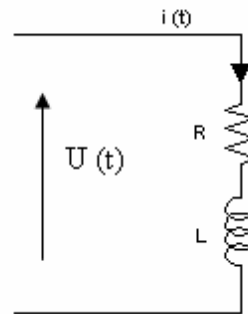


Figure3.3 : Modèle électrique équivalent du rotor du MCC.

Le schéma électrique équivalent de l'inducteur est donné sur la figure suivante :

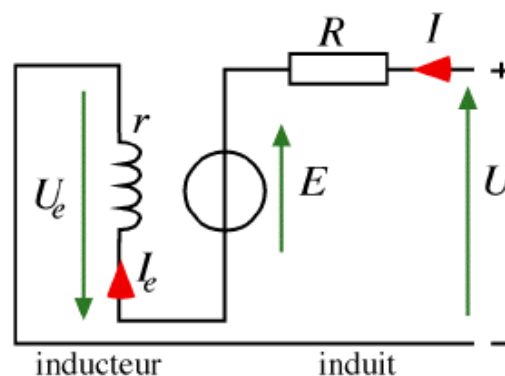


**Figure3.4:** Modèle électrique équivalent du stator du MCC.

D'où **L** représente la self équivalente de l'enroulement inducteur; **R** représente la résistance équivalente de l'inducteur (résistance des fils du bobinage).

### 3.2.3.1. Excitation série :

L'inducteur de ce moteur est en série avec l'induit : le courant d'induit est également le courant d'excitation comme le montre la figure suivante :



**Figure3.5 :** Modèle électrique équivalent du MCC à excitation série.

Le bobinage inducteur comporte dans ce cas peu de spires, mais il est réalisé avec du fil de gros diamètre. Cette conception lui procure une très bonne robustesse face aux vibrations et lui a valu un succès inégalé en traction ferroviaire.

### ❖ Equations caractérisant le MCC à excitation série

La loi d'Ohm appliquée à la maille définie par l'induit et l'inducteur permet d'écrire :

$$E = K \cdot \Phi \cdot \Omega \quad [V] \quad (3.1)$$

$$U = E + (R + r) \cdot I \quad [V] \quad (3.2)$$

$$C_e = K \cdot \Phi \cdot I \quad [N \cdot m] \quad (3.3)$$

Où «  $r$  » est la résistance de l'inducteur, et «  $R$  » la résistance de l'induit.

### ❖ Caractéristiques

- ✓ Démarrage fréquent avec couple élevé; couple diminuant avec la vitesse.
- ✓ Ne jamais faire fonctionner le moteur série à vide car si «  $I = 0 [A]$  », alors «  $\Omega$  » tend vers l'infini.
- ✓ Toujours mettre le moteur en charge mécanique car si le couple est faible, alors  $\Omega$  tend vers l'infini.

### ❖ Domaines d'emploi

- ✓ Engins de levage (grues, palans, ponts roulants) ventilateurs, pompes, centrifuges; traction.

#### 3.2.3.2. Excitation séparée

Dans un moteur à excitation séparée, l'inducteur et l'induit sont alimentés par deux sources distinctes. Les cas fréquents où la tension d'excitation est constante sont équivalents à ceux des moteurs à aimants permanents, dont le flux est constant.

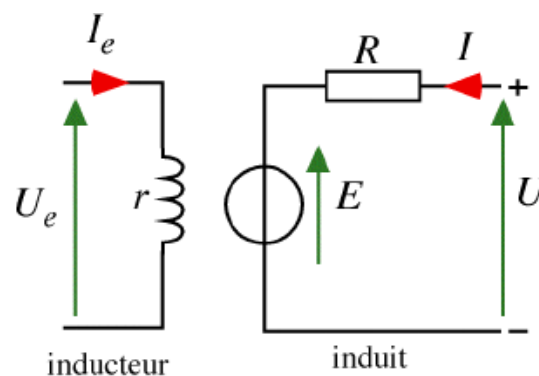


Figure3.6: Modèle électrique équivalent du MCC à excitation séparée.

### ❖ Equations caractérisant le MCC à excitation séparée

La loi d'Ohm appliquée à la maille définie par l'induit et l'inducteur permet d'écrire :

$$E = K \cdot \Phi \cdot \Omega \quad [V] \quad (3.4)$$

$$U = E + R \cdot I \quad [V] \quad (3.5)$$

$$U_e = r \cdot I_e \quad [V] \quad (3.6)$$

$$C_e = K \cdot \Phi \cdot I \quad [N \cdot m] \quad (3.7)$$

### ❖ Caractéristiques

- ✓ L'inducteur est alimenté par une source indépendante.

- ✓ Grande souplesse de commande.
- ✓ Large gamme de vitesse.
- ✓ Utilisé en milieu industriel, associé avec un variateur électronique de vitesse et surtout sous la forme moteur d'asservissement.
- ✓ Fourni un couple important à faible vitesse.

### ❖ Domaines d'emploi

- ✓ Machines-outils : moteur de (broche, d'axe). Machines spéciales.

### 3.2.3.3. Excitation shunt

Dans un moteur à excitation shunt, l'inducteur et l'induit sont connectés en parallèle et alimentés par une seule source de tension continue. Le modèle câblé de ce moteur est présenté sur la figure suivante :

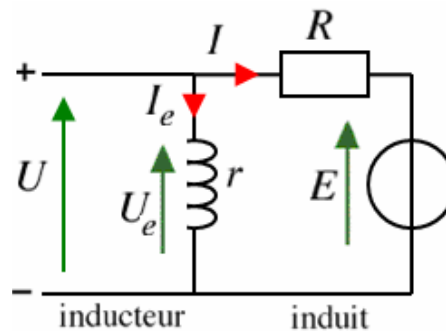


Figure3.7 : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation shunt.

### ❖ Equations caractérisant le MCC à excitation shunt :

La loi d'Ohm appliquée à la maille définie par l'induit et l'inducteur permet d'écrire :

$$E = K \cdot \Phi \cdot \Omega \quad [V] \quad (3.8)$$

$$U = E + R \cdot I \quad [V] \quad (3.9)$$

$$U_e = r \cdot I_e \quad [V] \quad (3.10)$$

$$U_e = U \quad [V] \quad (3.11)$$

$$C_e = K \cdot \Phi \cdot (I + I_e) \quad [N \cdot m] \quad (3.12)$$

**Remarque :** On remarque qu'il n'y a aucune différence entre le mode d'excitation shunt et l'excitation séparée, en vue des équations mathématiques malgré la grande différence au niveau du câblage (raccordement physique).

### ❖ Caractéristiques

✓ couple constant quel que soit la charge.

### ❖ Domaines d'emploi

✓ Machines-outils, appareil de levage (ascenseur).

#### 3.2.3.4. Excitation composée

Dans le mode composé, l'inducteur est divisé en deux parties, l'une connectée en série et l'autre en parallèle.

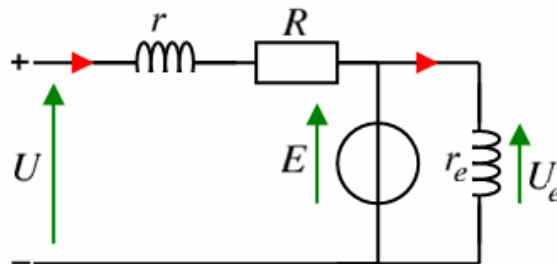


Figure3.8 : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation composée.

### ❖ Caractéristiques

- ✓ Le MCC à excitation composée réunit les avantages du série et du shunt tout en éliminant le phénomène d'emballement du série.
- ✓ Entraînements de grande inertie.
- ✓ Couple très variable avec la vitesse.

### ❖ Domaines d'emploi

- ✓ Petit moteur à démarrage direct, ventilateur, pompes, machines de laminoirs, volants d'inertie.

### 3.3. Modélisation d'un moteur à courant continu série :

Le terme série signifie que l'inducteur est connecté en série avec l'induit comme le montre les figures (3.9) :

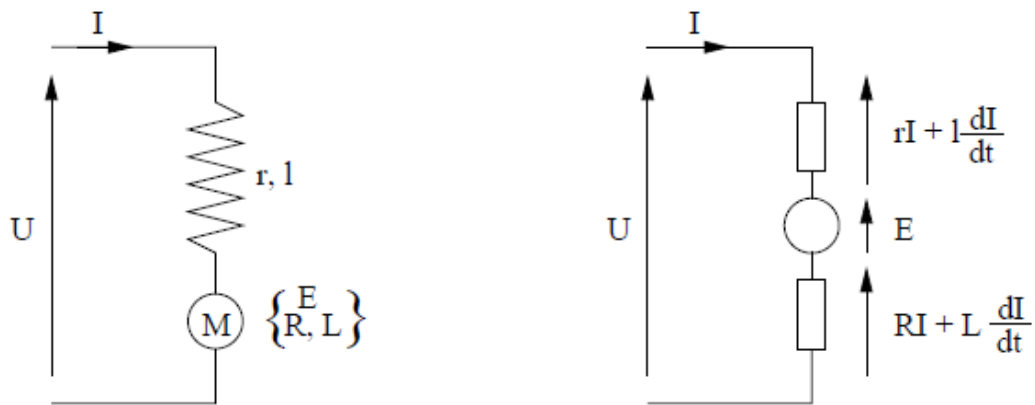


Figure3.9 : Schémas mécanique et électrique du moteur à courant continu série

les lettres minuscules (**r**) et (**l**) représentent respectivement la résistance et l'inductance de l'inducteur (stator) , tandis que les lettres majuscules **R** et **L** représentent respectivement la résistance et l'inductance de l'induit (rotor) .

le flux dans l'induit, noté  $\Phi_f$ , est une fonction du courant d'induit, dans le cas du moteur à excitation série, nous avons la relation

$$\Phi_f = f(I)$$

$$\Phi_f = LI$$

La force électromotrice E de ce moteur est données par :

$$E = K_m \Phi_f \omega \tag{3.13}$$

$K_m$  : est une constante dépendant des caractéristiques de la machine s'exprimant par :

$$K_m = \frac{p}{2a} \frac{n}{\pi} \tag{3.14}$$

P : est le nombre de paires de pôles.

2a : le nombre de voies d'enroulement.

N : le nombre total de conducteurs du rotor.

Pour modéliser cette machine, nous allons dans un premier temps étudier la partie électrique et dans le second temps la partie mécanique.

**a. La partie électrique :**

La loi d'Ohm appliquée au schéma électrique donne :

$$\frac{dI}{dt}(l+L) = U - E - (r+R)I \tag{3.15}$$

$$= U - K_m \Phi_f \omega - (r+R)I \tag{3.16}$$

$$\frac{dI}{dt}(l+L) = -(r+R)I - K_m \Phi_f \omega + U \quad (3.17)$$

#### b. La partie mécanique :

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au solide en rotation sur l'arbre du moteur et sa charge donne :

$$\begin{aligned} J \frac{d\omega}{dt} &= K_m \Phi_f \omega - f\omega - C_r \\ &= K_m L I^2 - f\omega - C_r \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ou

J : le moment d'inertie de la charge.

f : le coefficient de frottement visqueux.

En utilisant les notations :

$$x_1 = \omega(t)$$

$$x_2 = I(t)$$

$$R_t = R + r$$

$$L_t = L + l$$

Nous obtenons la représentation d'état suivante du moteur :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{f}{J}x_1 + K_m \frac{L}{J}x_2 - \frac{C_r}{J} \\ \dot{x}_2 = -\frac{R_t}{L_t}x_2 + K_m \frac{L}{L_t}x_1x_2 - \frac{U}{L_t} \end{cases} \quad (3.19)$$

Ce système peut être écrit sous la forme :

$$\dot{x} = A(x)x + Bu \quad (3.20)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K_m L_m}{J}x_2 \\ \frac{K_m L_m}{L_t}x_2 & -\frac{R}{L_t} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ \frac{1}{L_t} & 0 \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} C_r \\ U \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'état est donné par :  $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \omega(t) & I(t) \end{bmatrix}^T$ , où  $\omega(t)$  représente la vitesse du moteur et  $I(t)$  le courant d'induit. La matrice d'état  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  la matrice de commande.

### 3.4. Modèle TS adopté pour le moteur à courant continu excitation série :

Considérant les variables de prémisses  $Z_j$  de la matrice  $A$  telle que les termes

$$Z_j = x_j \in [Z_{j\min}, Z_{j\max}] \text{ avec } j = 1$$

Si on suppose que le courant est bornée telle que :

$$x_2 \in [x_{2\min}, x_{2\max}] \quad (3.21)$$

Les termes non linéaires sont transformés en :

$$Z_j(t) = F_{1j}(t)Z_{j\max} + F_{2j}(t)Z_{j\min}; j = \{1\} \quad (3.22)$$

Alors on peut écrire :

$$Z_1 = x_2 = F_{11}x_{2\max} + F_{21}x_{2\min} \quad (3.23)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_{1j}(t) = \frac{Z_j(t) - Z_{j\min}}{Z_{j\max} - Z_{j\min}} \\ F_{2j}(t) = \frac{Z_{j\max} - Z_j(t)}{Z_{j\max} - Z_{j\min}} \end{cases} \quad (3.24)$$

Avec :

$$h_1 = F_{11} = \frac{x_2 - x_{2\min}}{x_{2\max} - x_{2\min}} \quad (3.25)$$

et

$$h_2 = F_{21} = \frac{x_{2\max} - x_2}{x_{2\max} - x_{2\min}} \quad (3.26)$$

Le modèle flou est décrit par ensemble de règles floues de la forme :

$$R^i : \text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \text{ et } \dots z_p(t) \text{ est } F_p^i(z_p(t))$$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y_i(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (3.27)$$

Où  $R^i$  représente la  $i^{\text{ème}}$  règle floue,  $i=1, \dots, r$ ,  $F_j^i(z_j(t))$  pour  $j=1, \dots, r$  sont les sous-ensembles flous,  $r$  le nombre de règles floues,  $z_j(t)$  sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système,  $x(t) \in R^n$ ,  $y(t) \in R^q$ ,  $u(t) \in R^m$  représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande.

$A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$ ,  $C_i \in R^{q \times n}$ ,  $D_i \in R^{q \times m}$  sont des matrices décrivant la dynamique du système.

Les deux règles (ou sous-modèles) qui représentent le modèle flou TS du modèle non linéaire (3.19) sont données comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (3.28)$$

Tel que :

$$\sum_{i=1}^2 h_i(t) = 1.$$

Le moteur DC série peut être décrit par le modèle flou à deux règles suivant :

➤ **Règle 1 :**

Si  $z_1(t)$  est F11 alors

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (3.29)$$

➤ **Règle 2 :**

Si  $z_2(t)$  est F12 alors

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (3.30)$$

Avec  $z_1 = I(t)$  est la variable prémisses, F11 et F12 sont les fonctions d'activation.

$h_1 = F_{11}$ ,  $h_2 = F_{12}$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ -\frac{1}{L_t} & 0 \end{bmatrix}$$

Et la matrice  $A(x_2)$  peut s'écrire sous la forme :

$$A(x_2) = h_1 A_1 + h_2 A_2$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K_m L_m}{J} x_{2\max} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} x_{2\max} & -\frac{R}{L_t} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K_m L_m}{J} x_{2\min} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} x_{2\min} & -\frac{R}{L_t} \end{bmatrix}$$

### 3.4.1. Validation du modèle TS

Les résultats de simulations de la réponse du modèle flou TS du moteur a courant continu (3.24) sont obtenus ci-dessous (figure3.2) afin de valider l'exactitude du modèle réel de la machine donné par l'équation (3.19) .

Le moteur est alimenté par :

$$U=220V$$

Le couple résistance **Cr** est normalement inconnu, mais pour cet exemple, on le considérera comme connu. Les deux entrées sont alors illustrées sur la figure ci-dessous.

Les paramètres que nous choisissons pour la machine sont :

$$R = 5.438\Omega$$

$$r = 3\Omega$$

$$L_m = 0.704H$$

$$K_m = 0.78$$

$$J = 0.0217N / rad.s^{(-2)}$$

$$f = 0.00334N / rad.s^{(-1)}$$

La méthode de transformation par secteur non linéaires permet de transformer de manière exacte le modèle (3.19) en un modèle T-S suivant, dans le compact défini par

$$x_2(t) \in \left[ 0, \frac{1.039}{K_m L_m} \right] :$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x(t)) A_i x(t) + B_i u(t) \tag{3.45}$$

Défini par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x(t)) A_i x(t) + B_i u(t)$$

L'entrée est définie par  $u(t) = [C_r \ U]^T$ . Les fonction d'activation sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} h_1(x(t)) = \frac{K_m L_m x_2(t)}{1.0390} \\ h_2(x(t)) = \frac{1.0390 - K_m L_m x_2(t)}{1.0390} \end{cases}$$

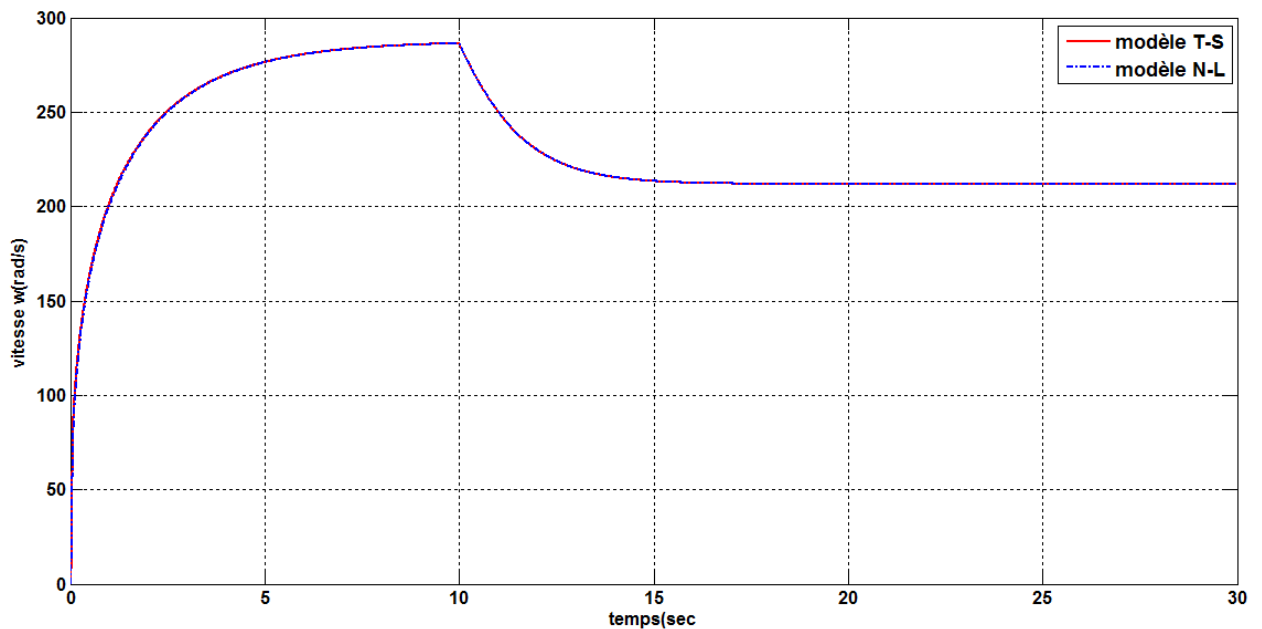
Les matrices  $A_i$  trouvées sont données par:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1539 & 47.8802 \\ -1.4759 & -11.9858 \end{bmatrix}$$

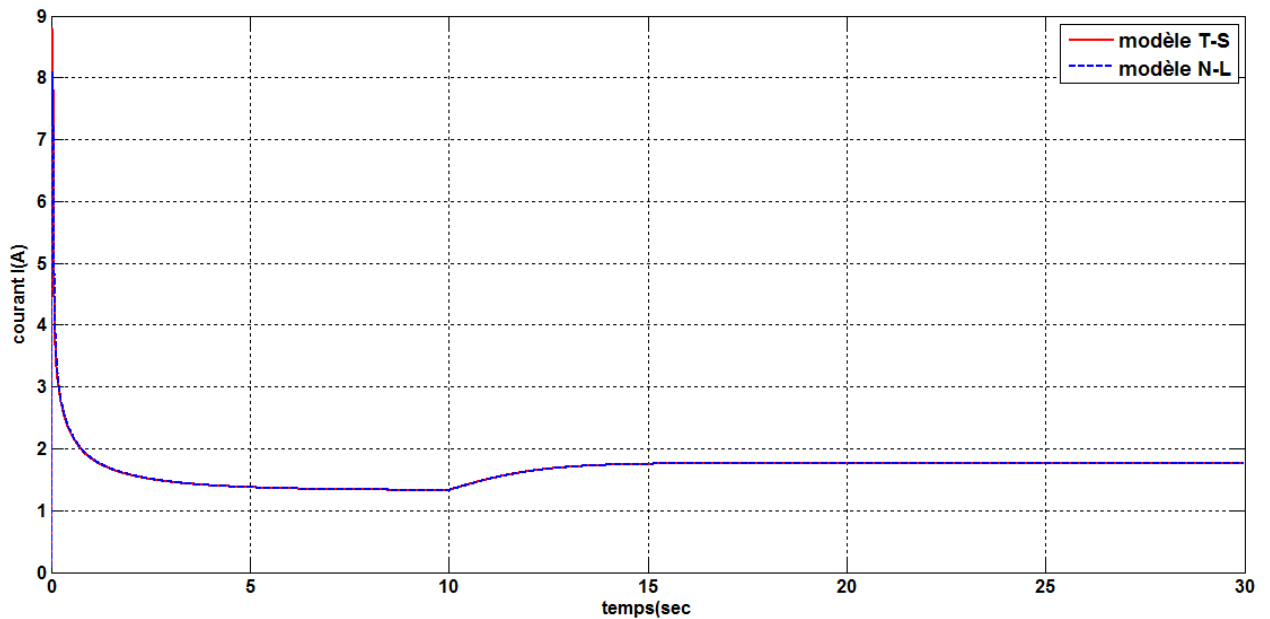
$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1539 & 0 \\ 0 & -11.9858 \end{bmatrix}$$

### 3.4.2. Validation du modèle TS au moteur DC série :

Les résultats de simulations de la réponse du modèle flou TS d'un moteur à courant continu série (3.24) sont obtenus ci-dessous (figure3.10) afin de valider l'exactitude du modèle réel de la machine donné par l'équation.



**Figure 3.10 :** Comparaison entre la vitesse du modèle non linéaire et la vitesse du modèle TS validé au moteur à courant continu série



**Figure 3.11 :** Comparaison entre le courant du modèle non linéaire et le courant du modèle TS validé au moteur à courant continu série

D'après au résultats du simulation obtenues on remarque que le modèle T-S représente exactement le modèle non linéaire.

### **3.5 Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons étudié la machine à courant continu. Dans un premier temps le modèle non linéaire de la machine à courant continu a été présenté, puis un bref état de l'art sur la théorie multi-modèles été présenté. Dans la deuxième on a appliqué l'approche des secteurs non linéaire pour le modèle non linéaire de la machine à courant continu pour avoir un système à paramètre linéaire variable. Les résultats de simulation obtenues, montent clairement la supériorité de cette technique de modélisation des systèmes non linéaires.



# *Chapitre 4*

# **C** *hapitre 4:*

**Estimation d'États et Commande  
par Retour d'État d'un moteur**

**DC série**

**4.1.Introduction :**

**N**otre contribution dans ce mémoire est d'analyser et d'implanter des nouveaux algorithmes d'observation et de commande similaires aux techniques classiques (retour d'état, observateur de Luenberger) par une approche basée sur la théorie MVT (differential mean value theorem) et l'approximation par secteur non linéaire ou TP (transformation polytopique) appliquées au moteur DC série .Des résultats de simulations et pratiques ont été effectués pour l'estimation d'état.

**4.2. Conception de l'observateur par l'approche MVT pour un moteur à courant continu série :**

En appliquant la théorie concernant la conception de l'observateur MVT discutée dans le chapitre II, on obtient le gain  $L_0$  par la résolution des inégalités matricielles linéaires LMI. Pour la conception de l'observateur par l'approche MVT et la transformation par secteur non linéaire, on doit suivre les étapes suivantes :

- 1) Formons  $A_0$  à partir des matrices  $A_i$  du modèle TS :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K_m L_m}{J} x_{2max} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} x_{2max} & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K_m L_m}{J} x_{2min} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} x_{2min} & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$$A_0 = \frac{1}{2}(A_1 + A_2) \tag{4.3}$$

- 2) Cherchons le gradient de  $f(x)$  :

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 U + \varphi(x)$$

$$\dot{x}(t) = f(x) + BU$$

$$\begin{aligned} f(x) &= A_0 x + \varphi(x, u) \\ &= A_0 x + \varphi(x) \end{aligned}$$

Donc :

$$\varphi(x) = f(x) - A_0(x)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x} - A_0 \right)$$

❖ le gradient de f(x) sous la forme suivant :

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\mathbf{Z}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\mathbf{Z}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\mathbf{Z}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\mathbf{Z}) \end{bmatrix}$$

Le variable de premiss dans ce cas  $z = x_2$  alors :

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(x_2) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 2 \frac{K_m L_m}{J} x_2 \\ \frac{K_m}{L_t} x_2 & -\frac{R}{L_t} - \frac{K_m}{L} x_1 \end{bmatrix}$$

3) Formons les fonctions  $\varphi_i$  :

Le modèle non linéaire et comporte  $2^{nl}$  règles floues où  $nl = 2$  correspond au nombre de non linéarités du système non linéaire réel.

$$\frac{\partial f}{\partial x}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x_{1max} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x_{2max} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x1min + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x2max \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x1max + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x2min \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x1min + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x2min \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(z) = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x1 + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x2 \quad (4.8)$$

$$AC = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{R_t}{L_t} \end{bmatrix}, AX1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix}, AX2 = \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{ii} = AX1 \times x1 + AX2 \times x2 \quad (4.9)$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_m L_m}{L_t} \end{bmatrix} x1max + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{K_m L_m}{L_t} \\ \frac{K_m L_m}{L_t} & 0 \end{bmatrix} x2max \quad (4.10)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{KmLm}{Lt} \end{bmatrix} x1min + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{KmLm}{Lt} \\ \frac{KmLm}{Lt} & 0 \end{bmatrix} x2max \quad (4.11)$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{KmLm}{Lt} \end{bmatrix} x1max + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{KmLm}{Lt} \\ \frac{KmLm}{Lt} & 0 \end{bmatrix} x2min \quad (4.12)$$

$$A_{44} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{KmLm}{Lt} \end{bmatrix} x1min + \begin{bmatrix} 0 & 2\frac{KmLm}{Lt} \\ \frac{KmLm}{Lt} & 0 \end{bmatrix} x2min \quad (4.13)$$

Les fonctions  $\Phi_i$  peut être décrit par le modèle flou à quatre règles suivant :

**Règle 1 :**

Si  $x1max$  et  $x2max$  alors :

$$A10 = A11 - A0 \quad (4.14)$$

**Règle 2 :**

Si  $x1min$  et  $x2max$  alors :

$$A20 = A22 - A0 \quad (4.15)$$

**Règle 3 :**

Si  $x1max$  et  $x2min$  alors :

$$A30 = A33 - A0 \quad (4.16)$$

**Règle 4 :**

Si  $x1min$  et  $x2min$  alors :

$$A40 = A44 - A0 \quad (4.17)$$

On a aussi :

$$A00 = AC - A0 \quad (4.18)$$

4) Résolution des inégalités LMI par Yalmip sous l'environnement du logiciel Matlab.

permet d'obtenir le gain  $L$  de l'observateur

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A10^T \times P + P^T \times A10 - M \times C - C^T \times M^T < 0 \quad (4.19)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A20^T \times P + P^T \times A20 - M \times C - C^T \times M^T < 0 \quad (4.20)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A30^T \times P + P^T \times A30 - M \times C - C^T \times M^T < 0 \quad (4.21)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A40^T \times P + P^T \times A40 - M \times C - C^T \times M^T < 0 \quad (4.22)$$

$$L_0 = P^{-1} \times M \quad (4.23)$$

Pour la validation de cet observateur en simulation, des testes sont réalisés sous Matlab.

### **4.3. Résultats de simulation et interprétation :**

Afin d'illustrer les performances de l'observateur et le retour d'état à base DMVT proposés dans les partie précédente, des simulations ont été réalisées à l'aide du logiciel Matlab. appliquée au moteur DC série.

On a choisi les variables de prémisses :

$$\begin{cases} -50 \text{ (rad/s)} \leq w \leq 1200 \text{ (rad/s)} \\ -5 \text{ (A)} \leq I \leq 8 \text{ (A)} \end{cases}$$

Avec les conditions initiales de l'observateur :

$$\hat{x}(0) = [0 \quad 0]^T$$

#### **4.3.1. Estimation d'état en boucle ouverte :**

Dans cette section nous présentons les résultats issus des simulations (poursuite de vitesse et courant) du modèle flou TS et de l'observateur.

Dans ce premier test, on va simuler le système d'un moteur DC série en boucle ouverte.

##### **4.3.1.1. Mesure de courant uniquement :**

On suppose que seul le courant  $I$  est mesuré, ce qui donne l'équation de mesure suivante :

$$y(t) = x_2(t) = [0 \quad 1]x(t)$$

La matrice  $C$  est donnée par  $C = [0 \quad 1]$ .

Alors le gain de l'observateur calculé par le programme Yalmip. La résolution des LMI's fournit les résultats suivants:

$$L_0 = \begin{bmatrix} -0.0236 \\ -3.1921 \end{bmatrix}$$

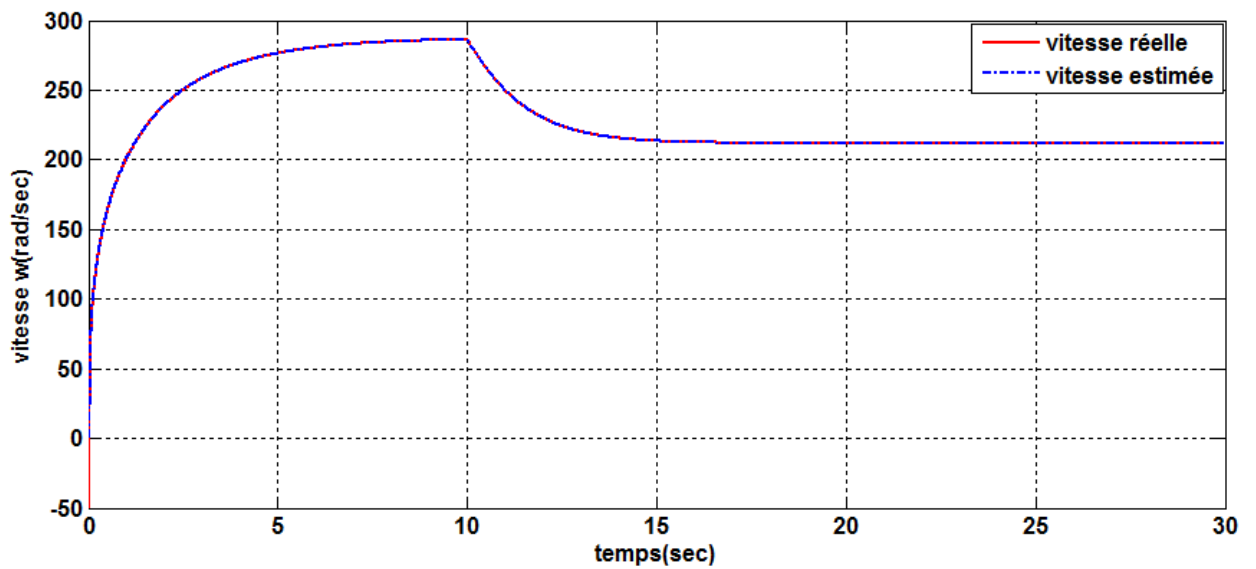


Figure 4.1 : Vitesse réelle et estimée avec couple de charge  $C_r = 1\text{Nm}$  à  $t=10$ .

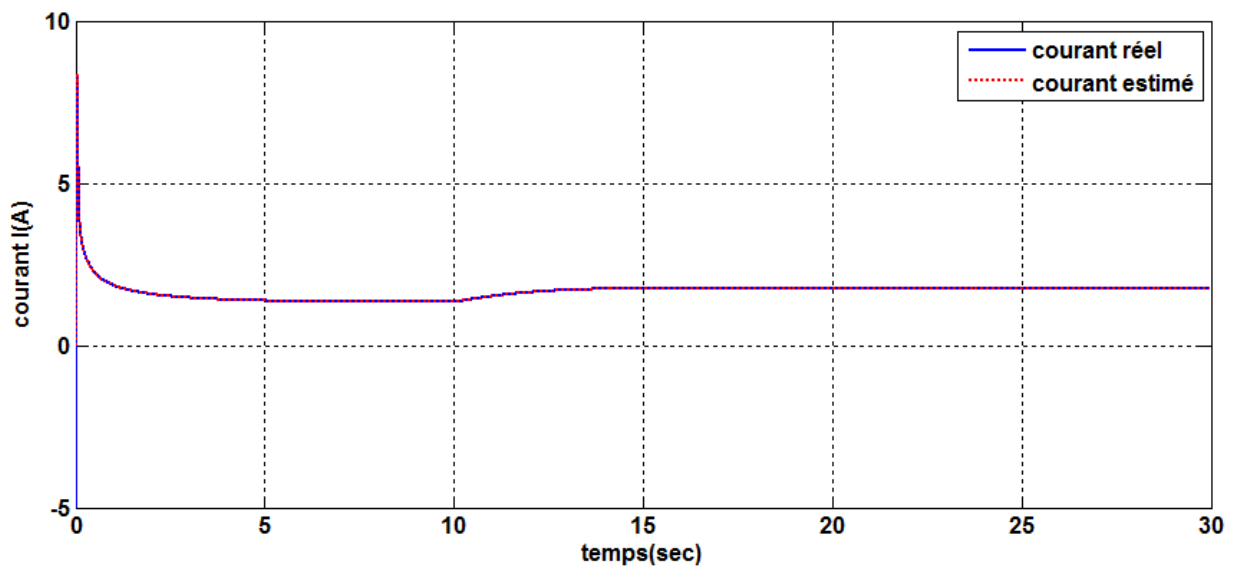


Figure 4.2 : le courant réel et estimé avec couple de charge  $C_r = 1\text{Nm}$  à  $t=10$ .

#### 4.3.1.2. Mesure de vitesse uniquement :

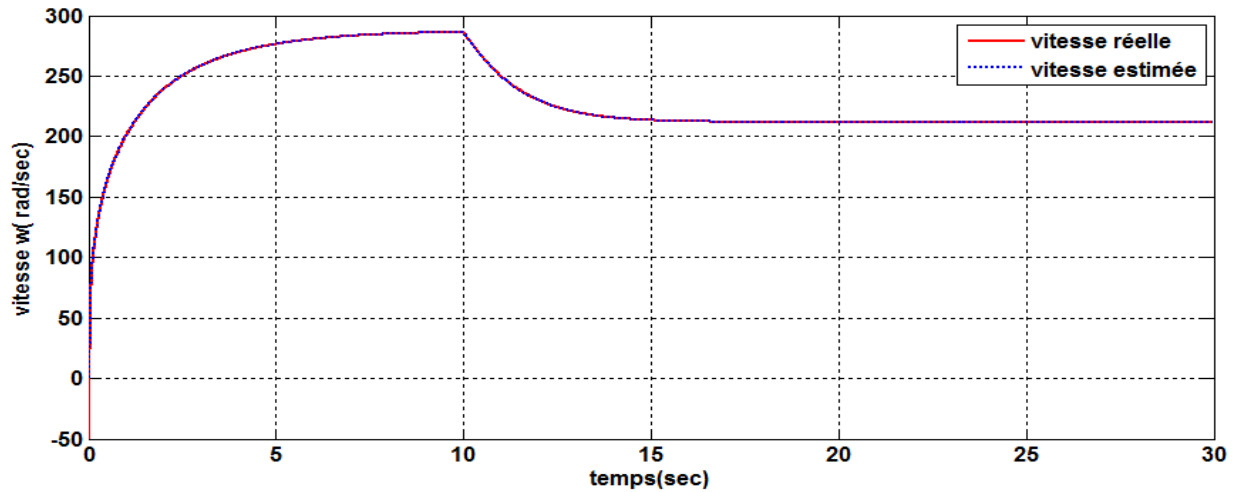
❖ On suppose que seule la vitesse  $\omega$  est mesurée, ce qui donne l'équation de mesure suivante :

$$y(t) = x_2(t) = [1 \ 0]x(t)$$

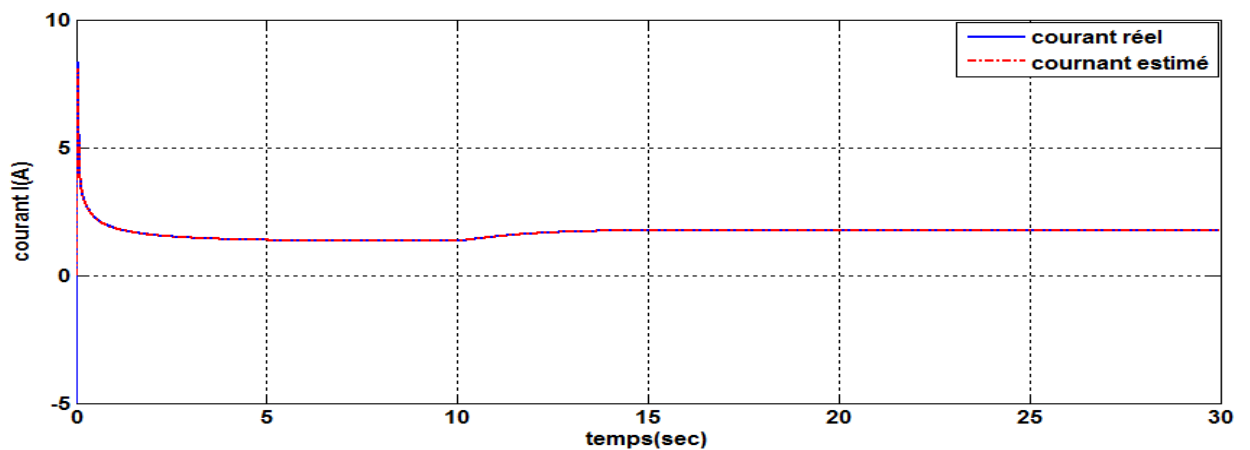
La matrice  $C$  est alors donnée par  $C = [1 \ 0]$ .

Alors le gain de l'observateur est calculé par le programme Yalmip:

$$L0 = \begin{bmatrix} 740.1005 \\ 0.0398 \end{bmatrix}$$



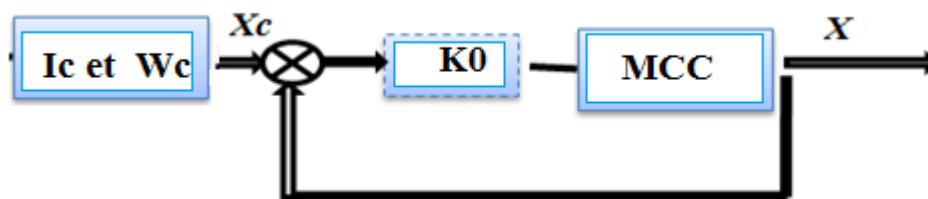
**Figure 4.3 :** la vitesse réelle et estimée avec couple de charge  $C_r = 1Nm$  à  $t=10$ .



**Figure 4. 4:** le courant réel et estimé avec couple de charge  $C_r = 1Nm$  à  $t=10$ .

La vitesse estimée, converge vers sa valeur réelle.

**4.3.2. Retour d'état classique à MVT appliqué au moteur DC série :**



**Figure 4. 5:** Schéma bloc de la commande à retour d'état MVT appliqué sur la MAS

L'objectif est la synthèse du gain  $K_0$  permettant d'assurer la stabilité de la boucle fermée et, par conséquent, de garantir la convergence de l'erreur de suivi tout en atténuant l'influence des perturbations externes. Pour cela, on propose un régulateur est donnée par :

$$u(t) = -K_0(x_c(t) - x(t))$$

Soit la classe de multi modèle de type T-S de moteur DC serie représentée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.24)$$

Pour Le moteur à courant continu, on prend l'état des consignes:  $x_c = [\omega_c, I_c]^T$

Et le vecteur d'état de l'erreur :

$$e(t) = x(t) - x_c(t) \quad (4.25)$$

On considère la loi de commande définie par :

$$u(t) = -K_0 e(t) \quad (4.26)$$

1) Résolution des inégalités LMI par Yalmip sous l'environnement du logiciel Matlab.

permet d'obtenir le gain  $K_0$  du contrôleur.

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A10^T \times P + P^T \times A10 - N \times B - B^T \times N^T < 0 \quad (4.27)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A20^T \times P + P^T \times A20 - N \times B - B^T \times N^T < 0 \quad (4.28)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A30^T \times P + P^T \times A30 - N \times B - B^T \times N^T < 0 \quad (4.29)$$

$$A00^T \times P + P^T \times A00 + A40^T \times P + P^T \times A40 - N \times B - B^T \times N^T < 0 \quad (4.30)$$

$$K_0 = P^{-1} \times N \quad (4.31)$$

Le gain  $K_0$  du régulateur obtenu est :

$$K_0 = [0.0001 \quad 9.2514]$$

Les essais à effectuer sont :

**A) Essai de poursuite :**

Un démarrage à vide avec un échelon de référence de 285.5 rad/s à t=0s

✓ changement de consigne à 211.80 rad/s à t =20s

Un démarrage à vide avec un échelon de référence de 1.324 A à t=0s

✓ changement de consigne à 1.7640A à t =20s

B) Concernant l'essai de perturbation de la charge, nous avons effectué une variation de couple résistif de 0 à 1 N.m pendant une durée de 20 s.

Les figures (4.5 à 4.8) présentent les résultats de simulation de la commande par retour d'état (Contrôleur+ observateur) appliquée au moteur DC.

**4.3.2.1. Mesure de la vitesse uniquement :**

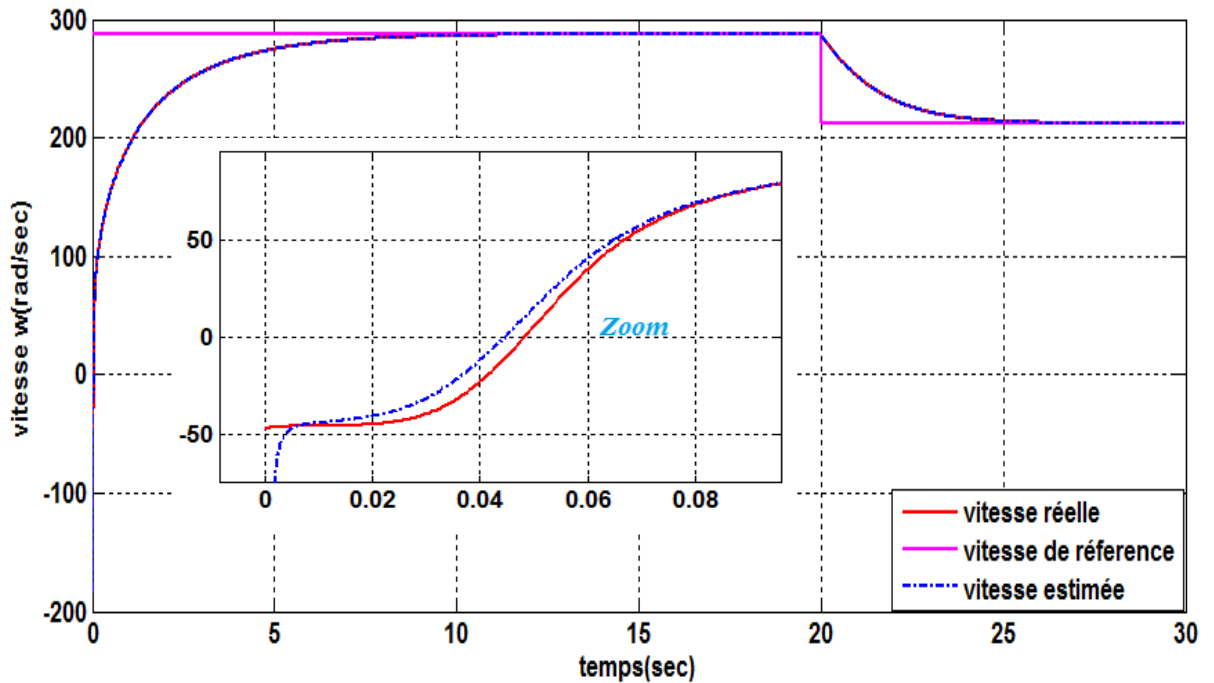


Figure 4. 5: Réponse de vitesse avec contrôleur -observateur à base DMVT

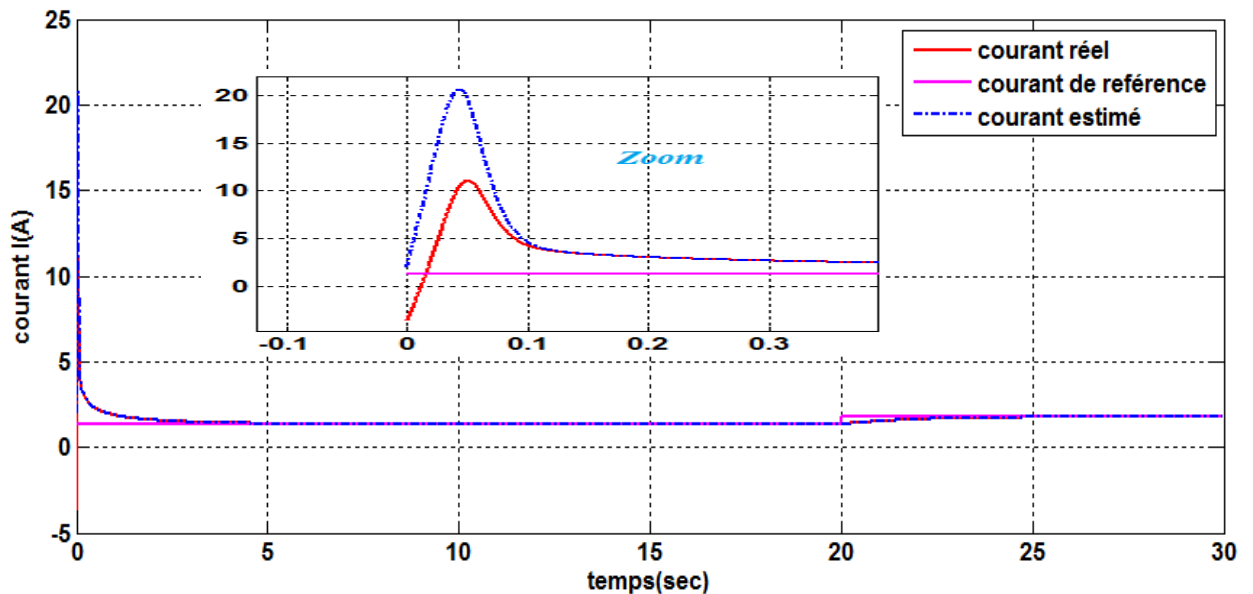


Figure 4. 6: Réponse du courant avec contrôleur-observateur à base DMVT

4.3.2.2. Mesure de courant uniquement:

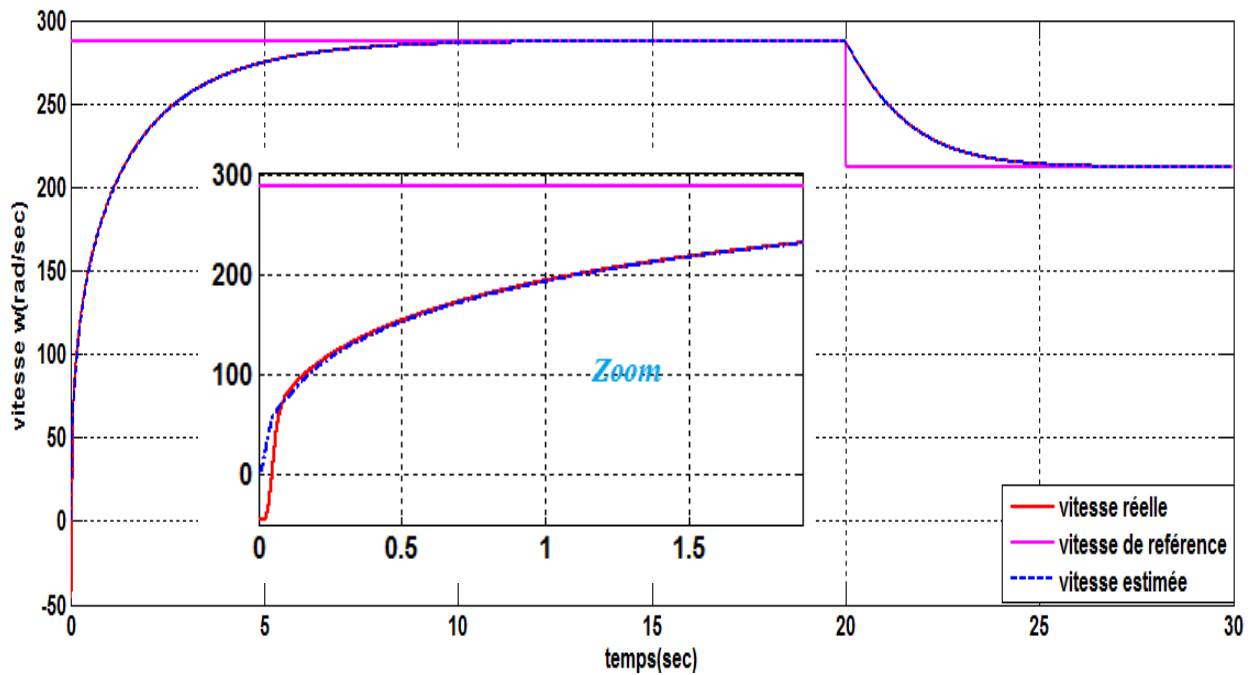


Figure 4. 7: Réponse de vitesse avec un contrôleur- observateur à base DMVT

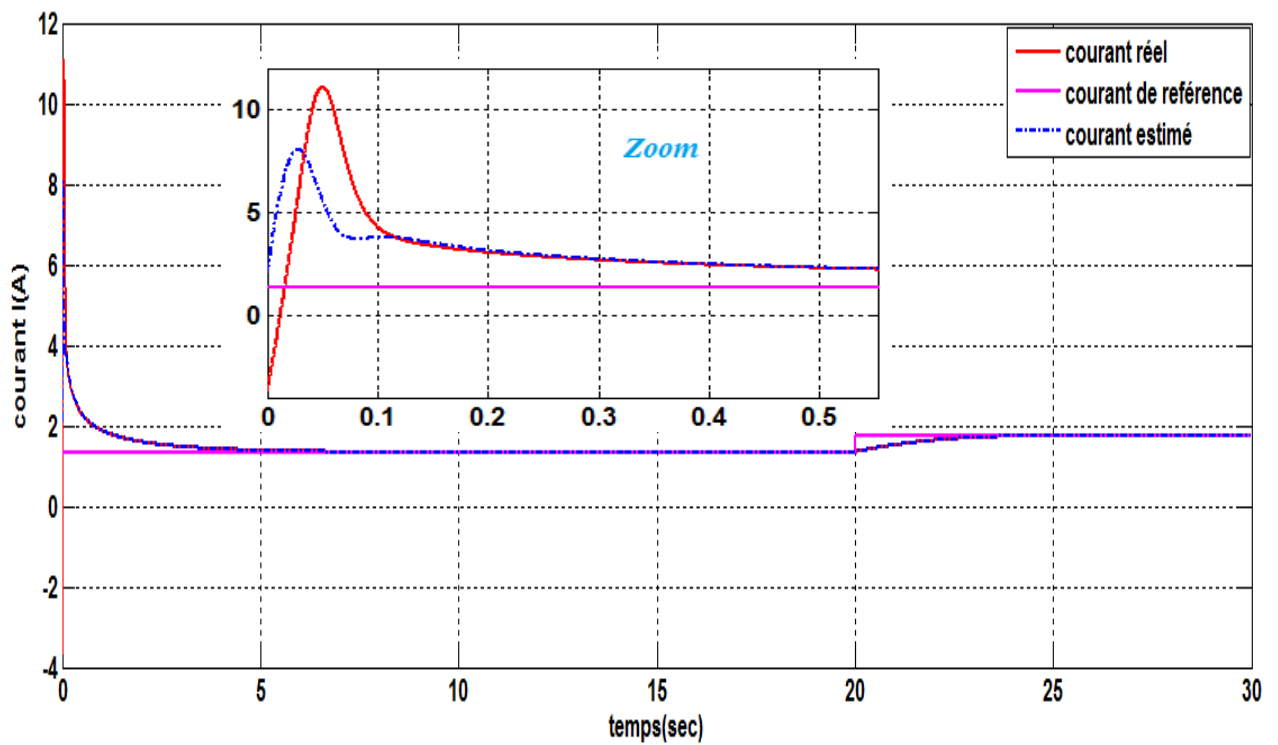
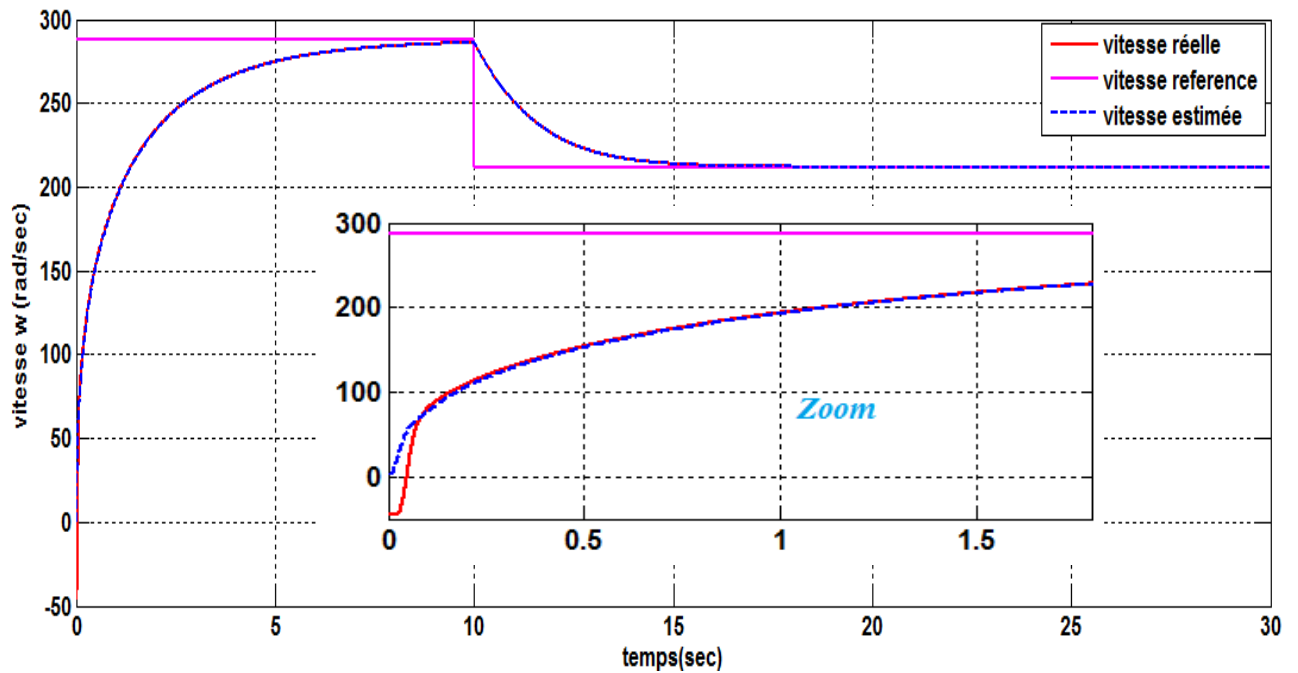


Figure 4.8 : Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base DMVT

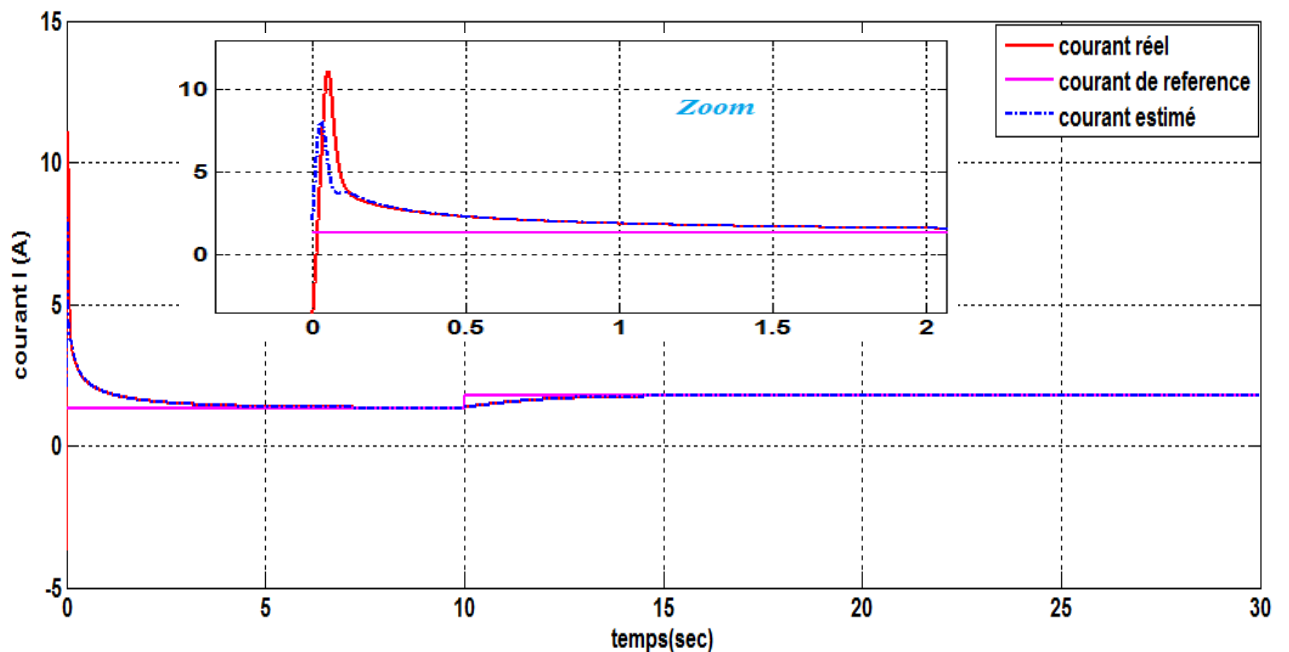
D'après ces figures on peut voir clairement que l'erreur d'estimation converge en un temps fini vers zéro, et cela montre l'efficacité de l'approche proposée.

**4.3.3. Variation du gain d'observateur et le gain du contrôleur :**

Les figures (4.9 et 4.10) représentent les variations des gains  $K_0$  et  $L_0$ , cette variation est effectuée à l'instant ( $t=0s$ ), où on augmente les gains ( $K_0$  et  $L_0$ ) de 50% pour tester la robustesse du commande.



**Figure 4.9 :** Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base *DMVT*



**Figure4. 10 :** Réponse de courant avec un contrôleur+observateur à base *DMVT*

Sur la figure 4.12, on a présenté un ensemble de réponses de vitesse et de courant pour différentes valeurs du gains  $L0$  et  $K0$ . On note d'après ces résultats que les valeurs du courant réelles et estimées présentent une erreurs qui diminue rapidement. Même remarque avec la vitesse.

Suivant les résultats de simulation obtenus, on peut dire que notre commande DMVT est robuste. Elle donne de bonnes performances et une erreur de commande de vitesse presque nulle

### 4.4. Résultats issus des expérimentations :

Afin d'illustrer les performances de l'observateur à base DMVT. Proposés dans la partie précédente, des simulations du système expérimental (moteur à courant continu) ont été réalisées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink.

Le banc d'essais est constitué d'un moteur à courant continu, d'un capteur de vitesse et carte Arduino. La figure (4.11), représente une vue sur le banc d'essais.

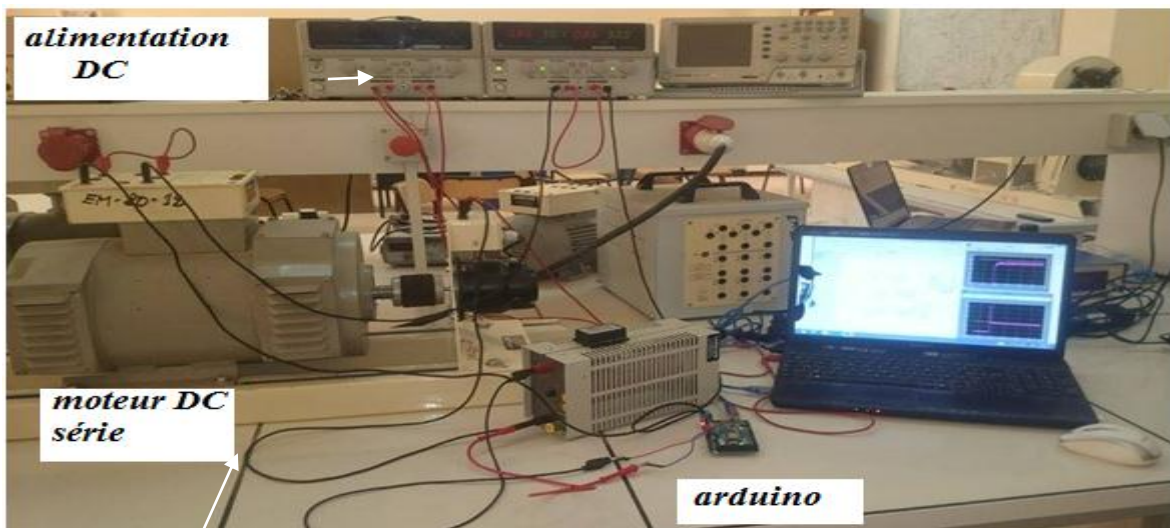


Figure 4.11. Photo de la plateforme expérimentale

Avec un couple de charge constant égal à  $0.2Nm$ . Deux essais expérimentaux présentés  
On note pour les deux essais

- ❖ **Interprétation:** Afin de tester les performances d'un algorithme de l'observateur, on passe souvent par l'étape de simulation. Cependant, cette dernière ne peut pas refléter complètement la réalité physique du système. De plus, les contraintes technologiques comme : les bruits de mesure liées aux capteurs. sont souvent négligées

4.4.1. Mesure de vitesse uniquement

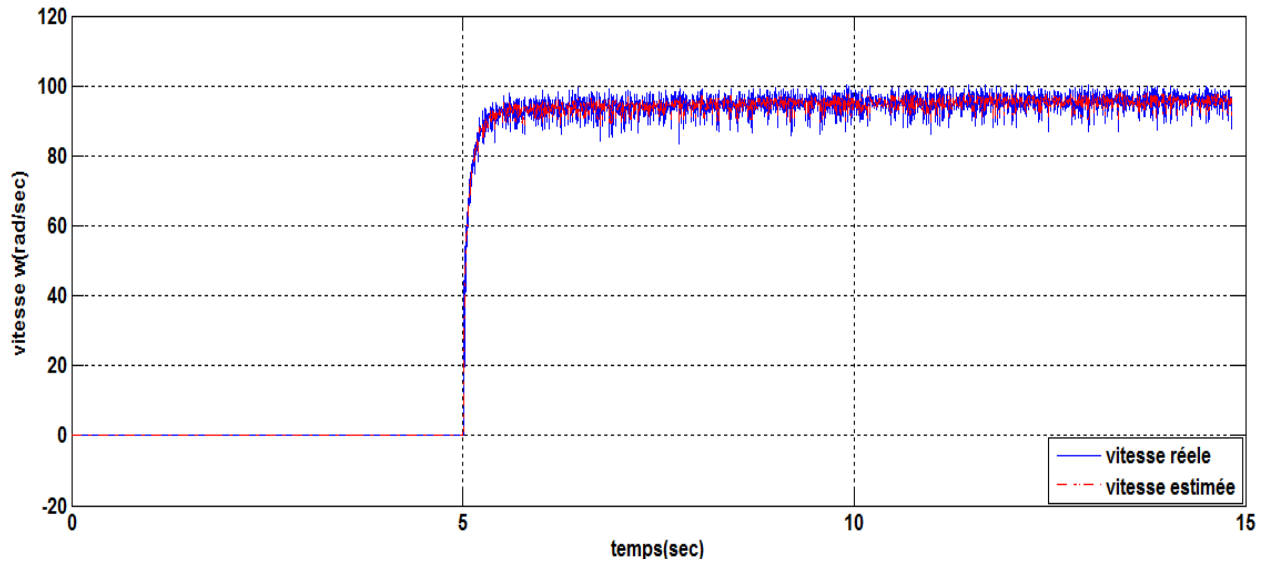


Figure 4.12 : Réponse de vitesse. Résultats expérimentaux

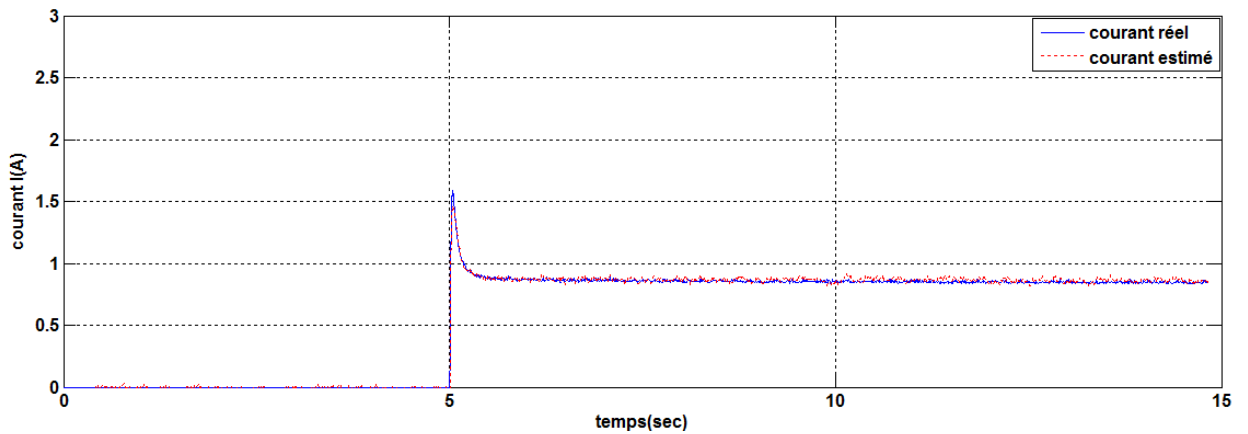


Figure4.13 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux

4.4.2. Mesure de courant uniquement :

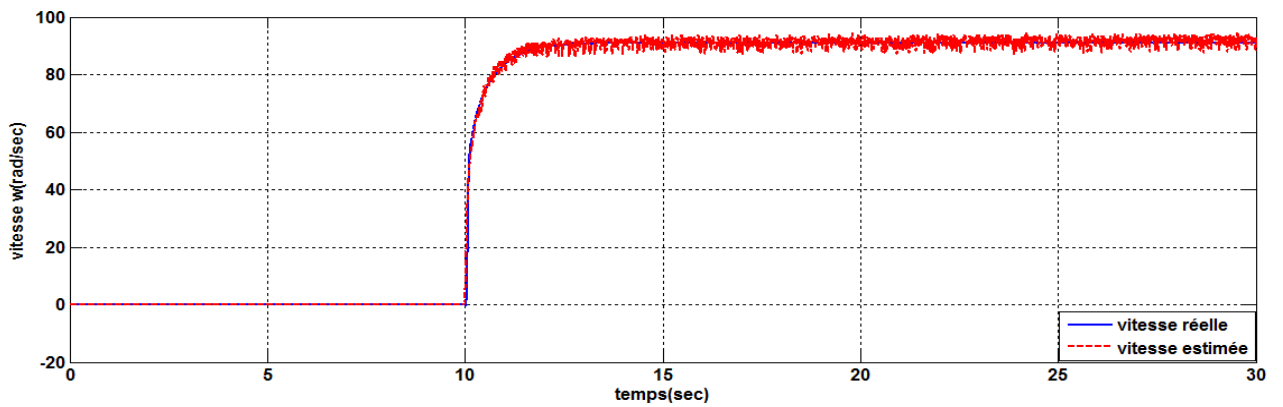


Figure4.14 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux

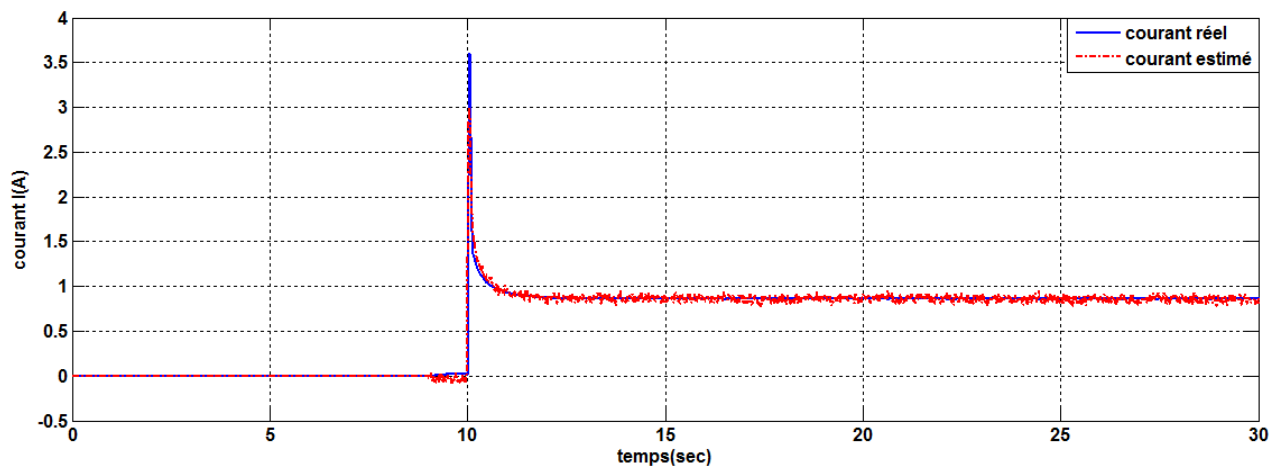


Figure4.15 : Réponse du courant. Résultats expérimentaux

Les figures (4.12 à 4.15) représentent la comparaison entre la vitesse mécanique réelle et estimée et le courant réel et estimé. D'après les résultats obtenus nous avons permis de conclure que l'observateur à base DMVT assure une bonne poursuite de trajectoire en vitesse et courant.

On peut donc affirmer que l'observateur non linéaire à base de la théorie DMVT proposée, est robuste vis-à-vis des entrées inconnues.

Il est clair que les états estimés convergent rapidement vers les états réels

#### 4.4. Conclusion :

Dans ce chapitre et d'après les résultats expérimentaux obtenus correspondant aux résultats de simulation, d'une part on peut conclure que les techniques d'estimations proposées sont valables. D'autre part l'estimateur proposé possède une robustesse acceptable vis-à-vis de la variation des perturbations externes, permettant d'atteindre de bonnes performances.



*Conclusion générale  
et Perspectives*

### *Conclusion générale et perspectives :*

**L**es travaux présentés dans ce mémoire ont pour objectif de montrer que les algorithmes fondés sur l'approximation par secteur non linéaire et la théorie MVT doivent être utilisés pour modéliser la dynamique des systèmes non linéaires et concevoir des structures de commande stables.

Le procédé traité dans la thèse est décrit par des équations non linéaires qui sont écrits sous une représentation d'état. Ensuite le modèle est réécrit en utilisant les modèles flous de type Takagi-Sugeno qui est détaillé dans le chapitre deux. On a validé le modèle par une simulation numérique sous le environnement du logiciel Matlab/Simulink. Dans la deuxième étape, une partie importante du mémoire c'était la conception de l'observateur non linéaire de Luenberger qui est basé sur l'approche de Takagi-Sugeno dont le gain de l'observateur est calculé en se basant sur l'outil numérique des inégalités matricielles linéaires ou les LMI's sous le logiciel Yalmip. Les résultats de simulations obtenus du courant et de la vitesse de la machine à CC sont très intéressantes et sont similaires aux valeurs réelles. Des tests de robustesse ont été aussi simulés de point de vue conditions initiales sur le courant et la vitesse, les incertitudes sur les paramètres de la machine et aussi du l'effet du couple de charge. Les résultats obtenus montrent une grande robustesse vis à vis à ces tests.

Dans la troisième phase, une grande partie est réservée à la conception d'un régulateur qui est basé sur l'approche MVT. Avant tout, ces gains du régulateur à retour d'état sont obtenus en vérifiant les inégalités LMI qui sont obtenus par les conditions de stabilité de Lyapunov en utilisant le logiciel Yalmip. Les résultats obtenus montrent une poursuite des consignes avec des erreurs minimales et un régime transitoire très rapide de deux états.

Une simulation finale est faite en associant l'observateur et le contrôleur en éliminant le capteur de vitesse. Aussi, on constate une bonne poursuite des consignes par la mesure du courant seulement.

Les résultats expérimentaux permettent de valider l'estimation d'état proposée. Un banc d'essai est mis au point dont le but est de valider les algorithmes d'observation et de commande dans le domaine de l'automatique car ces algorithmes d'observation et de commande ont fait preuve de leurs efficacités. Notre circuit est composé d'un circuit de commande autour de la carte Arduino.

La structure multi modèle et plus précisément les modèles de Takagi-Sugeno peuvent être des outils de conception des observateurs et des régulateurs plus performants que les autres

techniques non linéaires. La méthode repose sur les transformations par secteurs non linéaires du système et la stabilité au sens de Lyapunov.

Nos contributions qui ont été proposées dans le deuxième chapitre de ce mémoire s'articulent autour de deux thèmes. :

-Le premier thème est consacré à l'estimation d'état des systèmes non linéaires représentés par un multi-modèles de Takagi-Sugeno par l'utilisation du théorème des valeurs moyennes combiné à la transformation par secteurs non linéaires qui a permis de synthétiser un observateur pour les systèmes flous T-S.

- Le second thème est consacré à synthétiser une loi de commande à base MVT pour le système non linéaire.

Les travaux présentés dans ce mémoire ouvrent un certain nombre de perspectives. A court terme, nous pensons appliquer cette approche d'analyse à la commande et à l'observation des autres types de machines électriques, tel que, les machines synchrones et asynchrone qui sont en particulier très utilisées dans le domaine de la traction électrique par des simulations numériques.

A plus long terme, nous espérons mettre aux points ces algorithmes de commandes et d'observation autour de la carte Dspace.



# *Annexes*

## ❖ Quelques définitions :

## ❖ Système linéaire à temps invariant (LTI)

$$u \longrightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}} \longrightarrow y$$

$$u \in \mathbb{R}^{n_u} \quad y = G(s)u$$

$$x \in \mathbb{R}^{n_x} \quad G(s) = C(sI_{n_x} - A)^{-1}B + D$$

$$y \in \mathbb{R}^{n_y} \quad G(s) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$$

## ❖ Système linéaire à temps variant (LTV)

$$u \longrightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x + D(t)u \end{cases}} \longrightarrow y \quad \begin{matrix} u \\ \theta \end{matrix} \longrightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u \\ y = C(\theta)x + D(\theta)u \end{cases}} \longrightarrow y$$

$$\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^{n_\theta}$$

$$\Theta = [\underline{\theta}_1; \bar{\theta}_1] \times [\underline{\theta}_2; \bar{\theta}_2] \times \dots \times [\underline{\theta}_{n_\theta}; \bar{\theta}_{n_\theta}]$$

$$\theta_{k0} = \frac{1}{2}(\underline{\theta}_k + \bar{\theta}_k)$$

$$w_{\theta k} = \frac{1}{2}(\bar{\theta}_k - \underline{\theta}_k)$$

$$[\underline{\theta}_k; \bar{\theta}_k] = [\theta_{k0} + w_k; \theta_{k0} + w_k]$$

## ❖ Système non – linéaire:

$$u \longrightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \theta) \\ y = g(x, u, \theta) \end{cases}} \longrightarrow y$$

$$f: \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$$

$$g: \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$$

❖ **Le modèle linéarisé est un modèle LPV :**

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x_0, u_0, \theta)x + B(x_0, u_0, \theta)u \\ y = C(x_0, u_0, \theta)x + D(x_0, u_0, \theta)u \end{cases}$$

$$A(x_0, u_0, \theta) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, u_0, \theta) \quad B(x_0, u_0, \theta) = \frac{\partial f}{\partial u}(x_0, u_0, \theta)$$

$$C(x_0, u_0, \theta) = \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, u_0, \theta) \quad D(x_0, u_0, \theta) = \frac{\partial g}{\partial u}(x_0, u_0, \theta)$$

❖ **Les Inégalités Matricielles Linéaires:**

❖ **Définition de la positivité :**

Soit  $M$ , une matrice de  $\mathbb{R}^{n \times n}$ .  $M$  est dite définie positive et on note  $M > 0$ , si et seulement si:

$$X^T M X > 0 \quad \forall X \in \mathbb{R}^n, X \neq 0$$

❖ **définition (Inégalité matricielle affine)** On appelle inégalité matricielle affine (ou inégalité matricielle linéaire et en anglais (linear matrix inequality, noté LMI) le problème suivant : étant données les matrices réelles, carrées et symétriques  $M_k$ ,  $k = 1..n$ , trouver les réels  $x_k$ ,  $k = 1..n$  tels que  $M_0 + x_1 M_1 + \dots + x_n M_n > 0$ .

Le succès des LMI vient du développement des méthodes dites du point intérieur (interior point methods) qui permettent de résoudre de manière efficace ces problèmes [10]. Il est également lié au fait que de nombreux problèmes, notamment de l'automatique, peuvent être formulés sous forme de LMI. (Un système de plusieurs LMI est une LMI)

Le problème du type trouver une matrice  $Q$  symétrique strictement positive telle que

$$A^T Q + Q A < 0$$

où  $A$  est donnée, se ramènent au problème précédent en posant  $t$  dans le cas de matrices  $2 \times 2$ .

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

Exemple de LMI Les LMI ne se présentent pas directement sous la forme de l'inégalité présentée ci-dessus. Prenons un exemple classique de l'automatique : la stabilité de Lyapunov pour un système linéaire  $\dot{x} = Ax$ . Il s'agit de trouver une matrice réelle  $P = P^T > 0$  de même dimensions que  $A$  telle que  $A^T P + P A < 0$ . Considérons à titre d'exemple, le cas où  $A$  est une matrice  $2 \times 2$ .

Résolution Afin de rendre les solvers de LMI facilement utilisables pour les problèmes de l'automatique, des interfaces ont été développées permettant d'écrire les problèmes sous des formes matricielles simples. la LMI Control Toolbox de MathWorks et l'interface SeDuMi

Parmi les techniques existantes de transformation d'un problème d'optimisation d'inégalités matricielles non linéaires à un problème d'optimisation LMI sont :

♦ **Le complément de Schur** permet de transformer des non linéarités convexes en LMIs

**Lemme 1.2** [Boy94] : Soient trois matrices  $Q(x) = Q(x)^T$ ,  $R(x) = R(x)^T$  et  $S(x)$  affines par rapport à la variable  $x$ , les LMIs suivantes sont équivalentes :

$$R(x) > 0, \quad Q(x) - S(x)R(x)^{-1}S(x)^T > 0 \quad (1.9)$$

$$\begin{pmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{pmatrix} > 0$$

♦ **La technique de S-procedure** est une méthode permettant l'obtention d'une contrainte convexe à partir d'un ensemble de contraintes non convexes.

**Lemme 1.3** [Boy94]: Soient  $F_0, F_1, \dots, F_r, \forall i, F_i \geq 0$ , des fonctions quadratiques en

$x \in \mathfrak{R}^n$  :

$$F_i(x) \stackrel{\Delta}{=} x^T T_i x + 2u_i^T x + v_i, i \in I_p$$

Où  $T_i = T_i^T$ , on considère la condition

$$F_0(x) \geq 0, \text{ tel que } F_i(x) \geq 0, i \in I_p$$

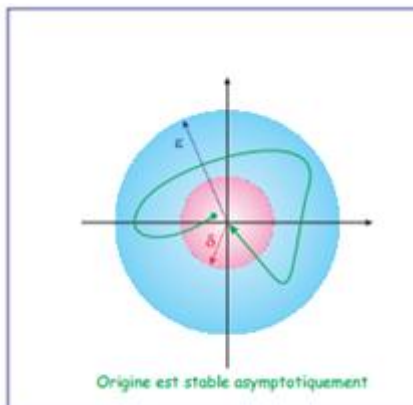
s'il existe :  $\tau_1 \geq 0 \dots \tau_p \geq 0$ , tels que pour tout  $x$ ,

$$F_0(x) + \sum_{i=1}^p \tau_i F_i(x) \geq 0$$

Alors (\*) est vérifiée

#### ❖ Définition de la stabilité asymptotique:

Le point d'équilibre  $x^*$  est asymptotiquement stable s'il est stable et si on peut choisir  $\alpha$  tel que :  $\|x(0) - x^*\| \leq \alpha \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$



Stabilité asymptotique = stabilité + convergence

les définitions précédentes correspondent à des comportements locaux autour des points d'équilibre La stabilité globale implique que toutes les trajectoires de phase convergent vers ce PE

#### ❖ Méthode directe :

- ✓ Idée de base : s'appuyer les principe de le dissipation d'energie.
- ✓ Si pour un ensemble mécanique ou électrique , l'energie dissipe continument alors l'ensemble va s'arrêter.
- ✓ La notion de stabilité étudiée à travers les variation d'une fonction scalaire

**Definition :** si dans un domaine par exemple une boule  $B_r$  de rayon  $r$ ) la fonction  $V(x)$

Est définie positive

Possède des dérivées partielle continues.

Possède une dérivée par rapport au temps  $t$  le long de n'importe quelle trajectoire du système qui est définie négative  $\dot{V}(x) \leq 0$

Alors  $V(x)$  est une fonction de lyapunov pour le système .

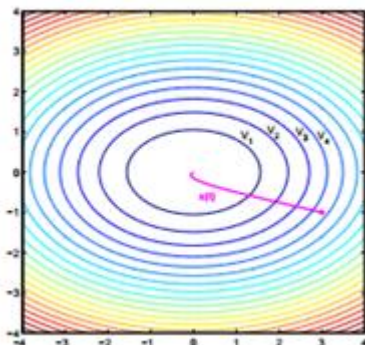
Cette définition fait intervenir les équations du système:

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$$

Sot  $V_i$  les courbes de niveau de la fonction scalaire définie positive  $V(x)$  c.a.d  $V(x)=V_i=cste$   
 $\forall x \in \Omega$   $i=1,2,\dots$  Et  $V_1 < V_2 < \dots$

$\Omega$ : est une estimation ellipsoïdale du domaine d'attraction,  $V(x) = x^T P x$  donne une fonction de Lyapunov locale dans  $\Omega$ .

$V(x)$  est une fonction de lyapunov pour le système dynamique si pour toutes les trajectoires du systèmes, la trajectoire de phase décrit une succession décroissante des courbes de niveau



La définition de la notion de fonction de Lyapunov se décline en théorème pour la stabilité d'un point d'équilibre :

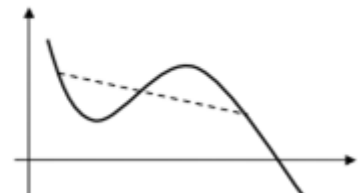
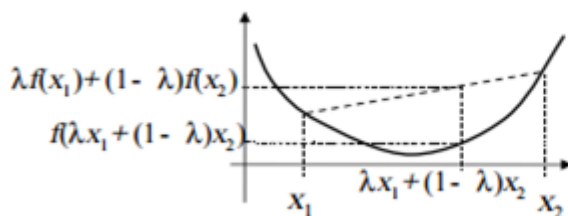
Théorème : (2de méthode de Lyapunov : stabilité locale) Si dans un voisinage  $\Omega$  de l'origine (par exemple une boule  $Br$  de rayon  $r$ ) il existe une fonction scalaire  $V(x)$  avec des dérivées partielles continues et telle que :  $\dot{V}(x)$  est une fonction définie positive localement dans  $\Omega$ ,  $\dot{V}(x)$  est semi définie négative localement dans  $\Omega$ , alors l'origine est un point d'équilibre localement stable pour le système. Si de plus  $\dot{V}(x)$  est définie négative localement dans  $\Omega$  alors la stabilité est asymptotique .

#### Définition fonction convexe:

La fonction  $f$  est dite convexe si

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

C'est-à-dire si le segment passe au-dessus de la courbe





# *Références*

- [All14] ALLAG Meriem Investigation sur les techniques avancées de commande et d'observation pour les machines électriques **2014**
- [Boyd94] Stephen P Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkataramanan Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*, 1994
- [Ham15] Mohamed Yacine Hammoudi, Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine ,2015.
- [Tan,Wan2001]Tanaka, K. et Wang, H. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*.
- [Ich09] Dalil Ichalal. *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2009.
- [Mor01] Yann Morère. *Mise en œuvre de loi de commandes pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. PhD thesis, 2001.
- [PCLT98] RJ Patton, J Chen, and CJ Lopez-Toribio. Fuzzy observers for nonlinear dynamic systems fault diagnosis. In *Decision and Control, 1998*.
- [Pha11] Gridsada Phanomchoeng. *State, Parameter, and Unknown Input Estimation Problems in Active Automotive Safety Applications*. PhD thesis, University of Minnesota, 2011.
- Tanaka, K. & Sugeno M. (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems, *Journal of Fuzzy Sets and Systems*, Vol.45, No.2, (January 1992
- [TW04] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004
- [TIW98] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda, and Hua O Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and lmi-based designs. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 6(2):250–265, 1998.
- [TL02] Shaocheng Tong and Han-Hiong Li. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *Fuzzy sets and systems*, 2002.
- [TS85] Tomohiro Takagi and Michio Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Systems, Man and Cybernetics,IEEE Transactions on*, 1985.
- [TW04] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.

[Zam2008] Ali Zemouche Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires2008

[AissN] Aissaoui Nassima .Elaboration du système de commande automatique de l'entraînement électrique moteur à courant continu.