

L'effet du chauffage différentiel d'un cylindre axisymétrie sur l'écoulement tournant

BOUGHEZALA HAMAD Ahmed*, BOUABDALLAH Said & BOUKHARI Ali
Laboratoire de Mécanique, Département de Mécanique, Université de Laghouat, BP 37 G, Route de Ghardaïa, Laghouat 03000. Algérie.

(*) Auteur correspondant : bha20141988@gmail.com

Résumé : *Dans ce travail, on fait une étude numérique d'un écoulement de convection mixte de métal liquide (0.011) confiné dans une enceinte cylindrique différentielle chauffé ayant un rapport de forme égal à 2. Le code commercial ANSYS FLUENT et la méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre numériquement les équations de transports gouvernants le phénomène étudié. On présente nos simulations numériques pour différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0.001, 0.1, 0.5, 3, 5, 10$), afin de voir leurs effets sur la valeur du nombre de Reynolds. Les résultats présentés pour les deux cas de rotations de disques du cylindre montrent une profonde modification pour des valeurs de nombre de Richardson élevées et lorsque les deux disques tournent en contre-rotation.*

Mots clés : chauffage différentiel, cylindre axisymétrie, volumes finis, écoulement tournant.

I. INTRODUCTION:

Les écoulements tournants avec transfert de chaleur confiné dans une enceinte cylindrique, induit par la rotation d'une ou plusieurs parois du cylindre qui le contient était étudié intensivement et à plusieurs reprises durant les dernières années. Ce type d'écoulement est présent dans de nombreuses situations pratiques en tant que viscosimètres rotatifs, machines centrifuges, pompage de métaux liquides à haut point de fusion, croissance cristalline à partir de silicium fondu dans des tirages de cristaux Cz [1].

L'état de la technique dans ce domaine a été résumée dans [2, 3]. Les premières expériences de Vogel [4] a montré l'aspiration et le pompage d'Ekman, induits par ces couches sur le disque tournant, mène à la formation d'un noyau concentré sur le long de l'axe de symétrie. L'étude numérique de ce problème a été faite par plusieurs chercheurs tels que Hyun [5] Sorensen et Phuoc Loc [6], Lopez et Perry [7] ont employé la théorie dynamique nonlinéaire pour décrire la cinématique de l'écoulement. Pour les études expérimentales on ya Spohn et al. [8] ont étudié expérimentalement l'écoulement équilibré produit par un fond tournant dans un récipient cylindrique fermé, Escudier [9] a utilisé la technique dite Laser-induced fluorescence (fluorescence induite par laser), pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire d'un fluide (glycérine/eau) occupant tout le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond tournant, pour contrôler ce type d'écoulement dans les applications industrielles.

L'objectif du présent travail est de faire une étude numérique d'un écoulement tournant engendré par la rotation des disques en Co/contre-rotation, à l'intérieur d'une enceinte cylindrique remplie du silicium liquide. Nos simulations numériques ont été présentées, pour différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri = 0.001, 0.1, 0.5, 3, 5, 10$), afin de voir leurs effets sur la valeur du nombre de Reynolds (Re).

II. PROBLEME PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE :

La configuration considérée (Fig.1) est une enceinte cylindrique de rayon R et de hauteur H , dont le rapport d'aspect est fixe $A = H / R = 2$. L'enceinte remplie par un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.011$). Le disque inférieur est en rotation à une vitesse angulaire constante Ω , l'autre disque supérieur en co/contre-rotation. Le bas de la paroi latérale est maintenu à la température chaude T_H , et l'autre partie de parois latérale est maintenu à la température froid T_C .

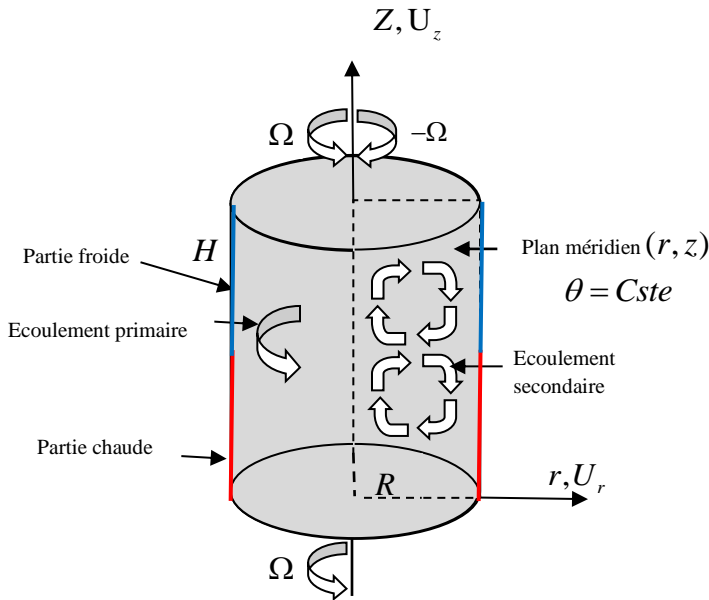


Fig.1- Géométrie du problème considéré.

En négligeant la dissipation et le chauffage par effet Joule, en considérant un écoulement laminaire et axisymétrique avec swirl à propriétés physiques constantes. Le métal liquide est incompressible et Newtonien sans sources de chaleur satisfait l'approximation de Boussinesq, et en utilisant des paramètres caractéristiques: $R = r / r_c$, $Z = z / r_c$,

$$U_r = u_r / (v / r_c) \quad , \quad U_z = u_z / (v / r_c) \quad ,$$

$$U_\theta = u_\theta / (v / r_c) \quad , \quad \Theta = (T - T_C) / (T_H - T_C) \quad ,$$

$P = p / (\rho(v / r_c^2))$, pour le rayon, les composantes de vitesse radiale, axiale et azimutale, la pression, la température, respectivement.

Les équations sous forme adimensionnelles régissant l'écoulement de convection mixte avec le rapprochement de Bousinesq, pour ensemble avec les conditions initiales appropriées et aux limites dans le système de coordonnées cylindriques (r, z) , sont écrites sous forme adimensionnelle, comme suit [14]:

a) Equation de continuité :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

b) Equation de quantité de mouvement suivant la direction radiale :

$$\frac{\partial U_r}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r^2) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_r U_z) + \frac{U_\theta^2}{R} \right] = - \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \frac{\partial U_r}{\partial R}) + \frac{\partial^2 U_r}{\partial Z^2} - \frac{U_r}{R^2} \right] \quad (2)$$

c) Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale :

$$\frac{\partial U_z}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_z) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z^2) \right] = - \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \frac{\partial U_z}{\partial R}) + \frac{\partial^2 U_z}{\partial Z^2} \right] + Ri \cdot \Theta \quad (3)$$

d) Equation de quantité de mouvement suivant la direction tangentielle :

$$\frac{\partial U_\theta}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_\theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z U_\theta) + \frac{U_r U_\theta}{R} \right] = \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \frac{\partial U_\theta}{\partial R}) + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial Z^2} - \frac{U_\theta}{R^2} \right] \quad (4)$$

e) Equation d'énergie:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \Theta) = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \frac{\partial \Theta}{\partial R}) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right] \quad (5)$$

Les équations sans dimension. (1) - (5) a révélé les adimensionnels suivant :

$$\text{Reynolds : } \text{Re} = \frac{\Omega r_c^2}{\nu}, \text{ Richardson : } \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2},$$

$$\text{Grashof : } Gr = \frac{g \beta (T_H - T_C) r_c^3}{\nu^2}, \quad \text{Prandtl :}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}.$$

Les Conditions aux limites sont données par les équations suivantes :

a)- Axe de symétrie:

$$\text{A } R = 0 \text{ et } 0 \leq Z \leq 2 : U_r = U_\theta = \frac{\partial U_z}{\partial R} = 0,$$

b)- Paroi latérale adiabatique et électriquement isolée:

$$R = 1 \text{ et } 0 \leq Z \leq 2 : U_r = U_\theta = U_z = 0, \Theta = 1,$$

c)- disque inférieur en rotation :

$$Z = 0 \text{ et } 0 \leq R \leq 1 : U_r = U_z = 0, U_\theta = R,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0,$$

d)- Au disque supérieur en co-rotation :

$$Z = 2 \text{ et } 0 \leq R \leq 1 : U_r = U_z = 0, U_\theta = R,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0,$$

III. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS :

A. Validation et comparaison des résultats :

Dans le but d'attribuer plus de confiance aux résultats de nos simulations numériques, on a établi une comparaison avec l'investigation expérimentale obtenue par Michelson [10], qui a utilisé la technique LDA (anémométrie laser Doppler) pour déterminer la

distribution axiale de la vitesse azimutale U_θ à $r = 0.60$ dans une cavité cylindrique, dont le disque supérieur est en rotation, et cela pour $Re = 1800$ et $\gamma = 1$ (Fig.2). On constate aisément que les valeurs calculées sont en excellent accord avec les mesures dans le champ d'écoulement entier.

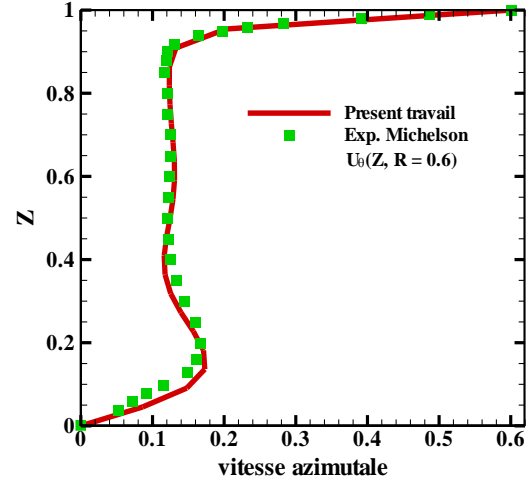


FIG. 2 – Profils de la composante de vitesse azimutale à $R = 0.6$: comparaison avec des données expérimentales de Michelson [10].

B. Cas de convection mixte en co-/contre rotation :

Pour étudier l'effet du nombre du Richardson sur la convection mixte en co-/ contre rotation de disques du cylindre, nous avons fixé le nombre de Grashof à $Gr = 5 \times 10^5$ et nous faisons varier le nombre du Richardson.

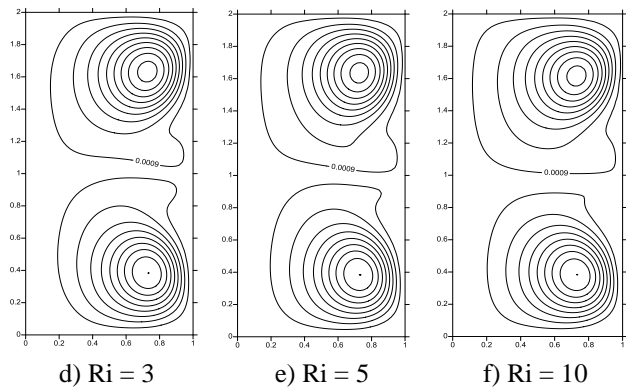
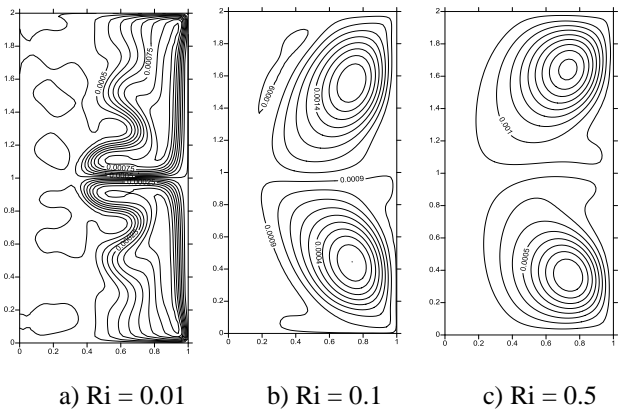


Fig.3.1- Lignes de courant pour différentes valeurs de nombre du Richardson (co-rotation).

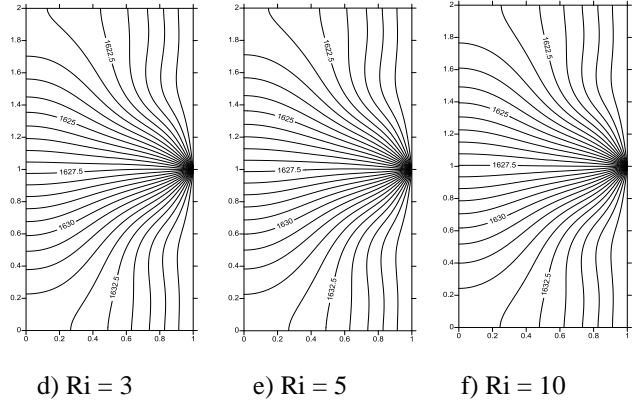
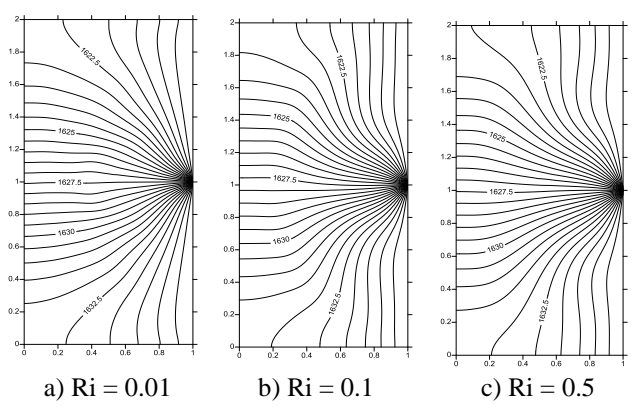


Fig.4.1- Lignes isothermes pour différentes valeurs de nombre du Richardson (co-rotation).

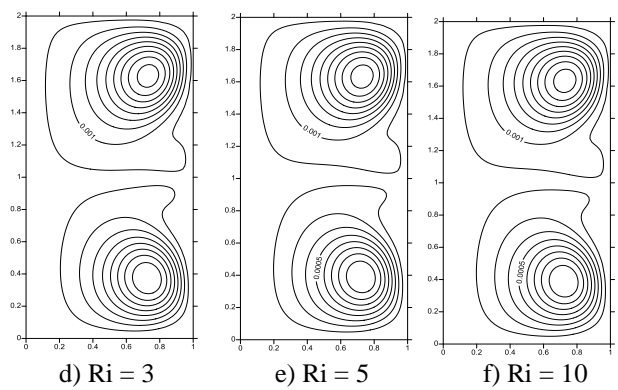
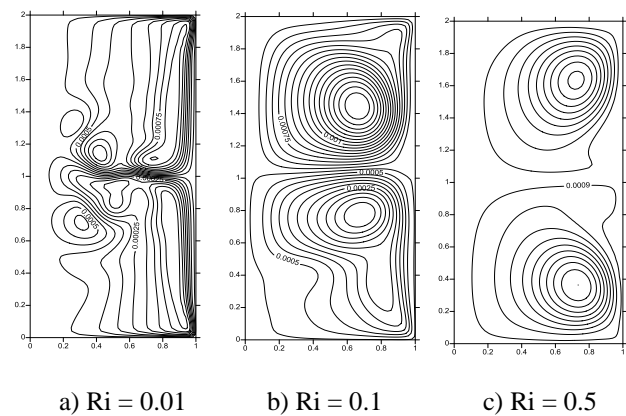


Fig.3.2- Lignes de courant pour différentes valeurs de nombre du Richardson (contre-rotation).

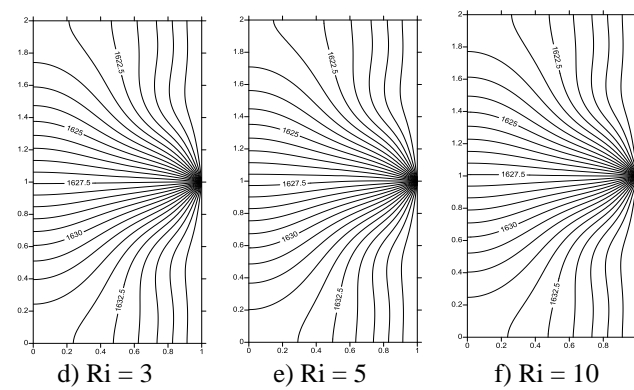
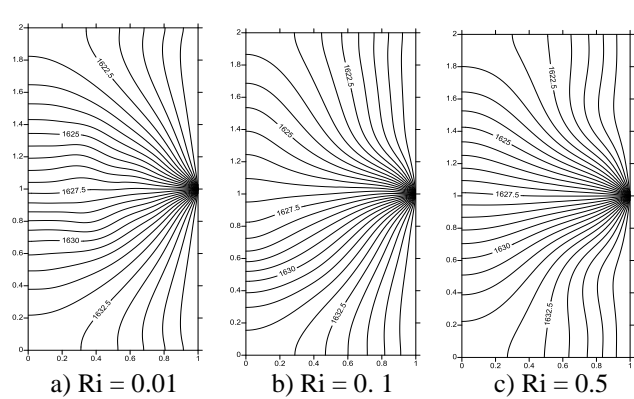


Fig.4.2- Lignes isothermes pour différentes valeurs de nombre du Richardson (contre-rotation).

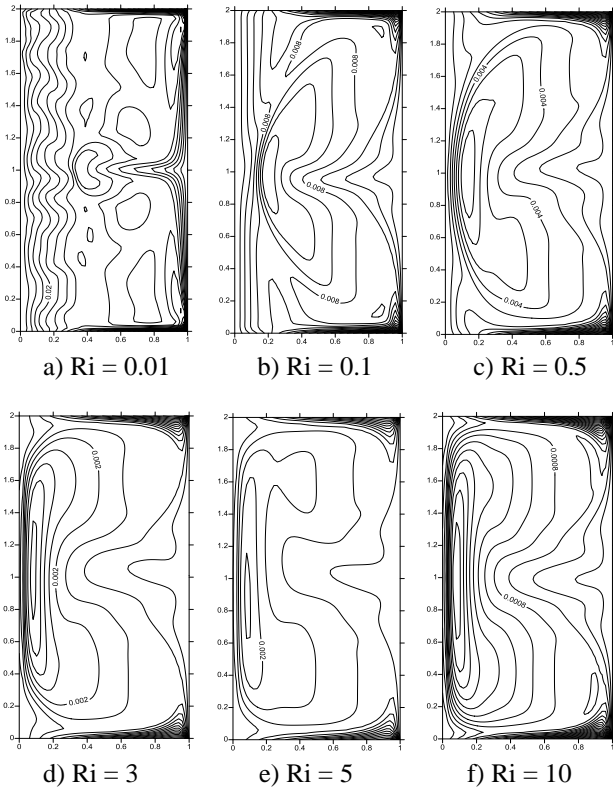


Fig.5.1- Contours de la composante de vitesse azimutale pour différentes valeurs de nombre du Richardson (co-rotation).

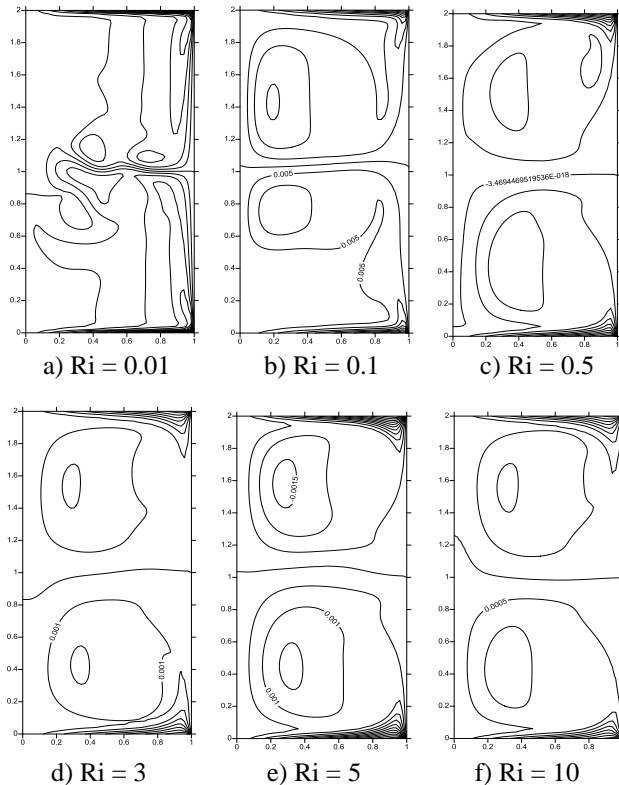


Fig.5.2- Contours de la composante de vitesse azimutale pour différentes valeurs de nombre du Richardson (contre-rotation).

IV. CONCLUSION :

Une étude numérique des transferts thermiques convectifs dans une cavité cylindrique axisymétrique remplie par un fluide à faible nombre a été présentée. Nos résultats obtenus montre que :

- L'augmentation de Ri affecte directement la structure de l'écoulement dans le deux cas, co-/contre rotation, ou le champ de vitesse et le taux de transfert de chaleur sont déstabilisé.
- Pour le cas Co-rotatif, le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités et le champ d'écoulement et les isothermes sont symétriques par rapport au mi- plan ($Z = 1$). Pour le cas de contre-rotation on obtient une situation antisymétrique dans laquelle chaque disque tend à entraîner une demi-épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative $+\Omega$ et $-\Omega$, respectivement, avec la création d'un écoulement de cisaillement inter-disque.
- La comparaison entre l'écoulement généré par les disques co-/contre-rotation montre que la stabilisation la plus forte du champ de vitesse et du transfert de chaleur se produit lorsque l'écoulement généré par les disques en co-rotation.

REFERENCES

- [1] Tsitverblit, N. and Kit, E., "Numerical study of axisymmetric vortex breakdown in an annulus", Acta Mechanica, Vol. 118, No. 1-4, (1996), 79-95.
- [2] A. Kharicha, A. Alemany, and D. Bornas, "Influence of the magnetic field and the conductance ratio on the mass transfer rotating lid driven flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, pp. 1997–2014, 2004.
- [3] Granger, R., "Introduction to vortex dynamics", V. Karman Institute Lecture Series, Vol. 8, (1986), 158-167.
- [4] Vogel, H. U., Experimentelle Ergebnisse über die laminäre Strömung in einem zylindrische Gehäuse mit darin rotierender Scheibe, Phys. Fluids 6, 2702 -1968 (1968).
- [5] Hyun J. M, Flow in an open tank with a free surface driven by the spinning bottom, J. Fluid Eng. 107,495 (1985).
- [6] Sorensen J. N., and Loc, T. P., High-order axisymmetric Navier-Stokes code: Description and evaluation of boundary conditions, Int. J. Numer. Meth. Fluids .9, 1517-1537 (1989).
- [7]- J. M. Lopez and A. D. Perry, "Axisymmetric vortex breakdown. Part 3: Onset of periodic flow and chaotic

advection”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 234, pp. 449-471, 1992.

[8] Spohn, A., Mory, M. and Hopfinger, E. J. Observations of vortex breakdown in an open cylindrical container with a rotating bottom. *Experiments in Fluids*. 14, 70-77 (1993).

[9] Escudier, M., "Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall", *Experiments in fluids*, Vol. 2, No. 4, (1984), 189 -196.

[10] Michelson, J.A, “Modeling of laminar incompressible rotating fluid flows”, AFM 86-05, Ph. D. Dissertation. Dept. of Fluid Mechanics, Tech. Univ. of Denmark (1986).