



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université Echahid Hamma Lakhdar - El Oued



Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique

MÉMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
MASTER

Spécialité : *commande électrique*

Présenté par :

- Dahraoui Abdeldjabbar
- Zidane Mountassir bellah
- Benaouali Aimen

Intitulé :

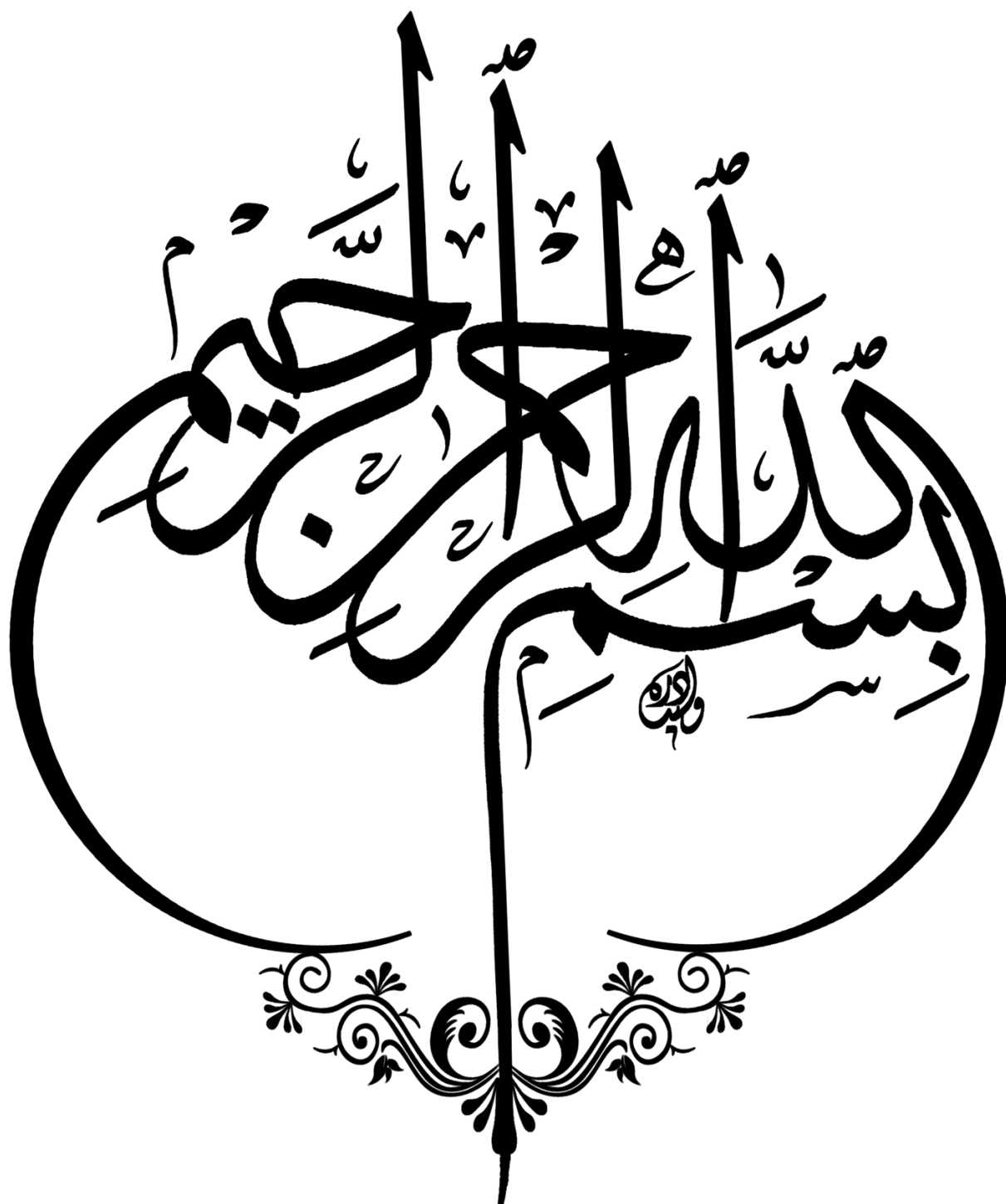
***Commande par mode glissant d'ordre deux avec « super twisting
algorithm » d'un système nonlinéaire***

Soutenue le :03/06 /2024

Devant le jury composé de :

Dr : Boghzala Mohammed Al-Saleh	Président	Université
Dr : Allag Abdelkrim	Examineur	Université
Dr : Idriss Baba Arbi	Encadreur	Université

Année académique : 2023/2024





Remerciement

Nous remercions avant tout ALLAH Tout-Puissant de nous avoir donné et la volonté d'accomplir ce modeste travail .

Nous tenons à remercier vivement à encadreur Monsieur: Dr M.Idriss Baba Arbi, parce qu'il nous a accompagnés tout au long de la période de réalisation de ce travail et qui a coopéré avec nous et ne nous a pas épargné ses conseils et ses connaissances dont nous avons grandement bénéficié.

Nous offrons une salutation de remerciements tous les membres du jury qui ont accepté de juger nos travaux.

Nous sommes très reconnaissant les professeurs d'université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued , Surtout les professeurs du faculté de Technologie pour leur bénéfice à nous.

Enfin, Nous exprimons toute nos gratitudes à nos familles et amis et tous ceux qui ont contribué avec nous à mener à bien ce travail de près ou de loin.





Dédicas

Je dédie ce travail :

*Avant tout à mes chers parents,
qui m'ont soutenu durant toutes
ces années de formation. A mes
chères frères ,Et à toute ma famille
Tout comme je le dédie à tous
mes amis(e) qui m'ont aidé de
près ou de loin*

Abdeldjabbar



Dédicas

Je dédie ce modeste travail à:

A mes chers parents

A mes chers frères

Et sœurs. Mes neveux et nièces

*Mon grand-père et Mon
grand- mère Mes beaux-frères*

*Mes enseignants depuis mon
enfance A toute mes amis.*

Mountassir



Dédicas

Je dédie ce modeste travail à:

A mes parents,

À mes frères et sœurs,

ma grande famille,

*À mes ceux et celles qui
m'éprouvent de la véritable
amitié.*

Aymen

المُلخَص :

الغرض الرئيسي من هذه المذكرة هو دراسة وتحليل التحكم في نظام هيكل متغير. من أجل تحقيق الفوائد المثلى وإيجاد الحلول، من أجل ضمان جودة وديناميكيات النظام.

باستخدام الأمر المنزلق للنظام 1، نلاحظ التشوهات المعروفة باسم ظاهرة التثرثرة، والتي هي عيب في هذا الأمر. بعد ذلك، باستخدام خوارزمية «الالتواء الفائق»، يمكننا أن نرى أننا تمكنا من تقليل هذه التشوهات. تم تأكيد النتائج التي تم الحصول عليها من خلال عمليات المحاكاة التي أجريت باستخدام برنامج MATLAB.

الكلمات المفتاحية: البنية المتغيرة، التحكم المنزلق، خوارزمية 'الالتواء الفائق'، ظاهرة التثرثرة، روبوت مناور.

Summary:

The main objective of this note is to study and analyze the control of a variable structure system. In order to obtain optimal benefits and find solutions, in order to ensure the quality and dynamics of the system.

Using the sliding order of System 1, we observe anomalies known as the chatter phenomenon, which is a flaw in this case. Then, using the "super-twisting" algorithm, we can see that we were able to reduce these distortions. The results obtained were confirmed by simulations carried out using MATLAB software.

Key sleeves : variable structure, sliding control, super-twisting algorithm, chattering phenomenon, manipulator robot.

Résumé :

L'objectif principal de cette note est d'étudier et d'analyser la commande d'un système de structure variable. Afin d'obtenir des avantages optimaux et de trouver des solutions, afin d'assurer la qualité et la dynamique du système.

En utilisant l'ordre de glissement du Système 1, nous observons des anomalies connues sous le nom de phénomène de bavardage, ce qui est une faille dans cette affaire. Ensuite, en utilisant l'algorithme "super-twisting", nous pouvons voir que nous avons pu réduire ces distorsions. Les résultats obtenus ont été confirmés par des simulations réalisées à l'aide du logiciel MATLAB.

Mots-clés : structure variable, commande glissante,, algorithme super-twisting, phénomène de chattering, robot manipulateur.

Table des matières

Remerciement

Dédicace

Résumé

Table des matières

Table des figures

Liste des abréviations

Introduction general1

Chapitre I : Généralités sur Les Systèmes Linéaires et Non Linéaires

I.1	Introduction	3
I.2	Le formalisme d'état.....	3
I.2.1	Définition	3
I.2.2	Vecteur d'état.....	4
I.2.3	L'espace d'état	4
I.2.3	Équations d'état.....	7
I.2.4	Équation d'observation	10
I.2.4.1	Définition – Observabilité.....	10
I.2.4.1	Observabilité des systèmes linéaires.....	10
I.3	Dynamique des systèmes non linéaires.....	11
I.3.1	Définition.....	11
I.3.1	REPRESENTATION DES SYSTEMES NON LINEAIRES.....	12
I.3.2	Le degré relatif	13
I.3.3	Généralités sur la Système de commande.....	14
I.3.3.1	Technique de la commande par backstepping.....	14
I.3.3.2	La commande Adaptative	17

I.3.3.3	La commande prédictive	18
I.3.3.4	La commande robuste	18
I.3.3.5	La Commande par mode glissant.....	19
I.3.3.6	Commande par modes glissants d'ordre supérieur	19
I.3.3.7	Commande floue	19
I.3.3.8	Commande par linéarisation entrée sortie	20
I.4	Conclusion	21

Chapitre 2 : Systèmes à structure variable et commande par modes glissants

II.1	Introduction.....	22
II.2	Systèmes à structure variables.....	22
II.2.1	Principes de la commande a structure variable en mode glissant.....	23
II.2.2	Systèmes non linéaires à structure variable.....	23
II.2.3	Les différentes structures de la commande par mode glissant.....	25
II.2.3.1	Structure par commutation au niveau de l'organe de commande	25
II.2.3.2	Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état.....	26
II.2.3.3	Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente.....	26
II.3	Formalisation classique du régime glissant.....	27
II.4	Théorème de PHILIPPOV.....	29
II.4.1	La méthode de PHILIPPOV.....	30
II.5	La commande équivalente.....	32
II.6	La technique de commande par mode glissant.....	34
II.6.1	Objectif de la commande par mode glissant.....	34
II.6.2	Principe de la commande par mode de glissement.....	34
II.6.3	Types de régimes glissants.....	35
II.6.3.1	Le régime glissant idéal.....	36
II.6.3.2	Le régime glissant réel.....	36
II.6.4	Conception de la commande par mode glissant.....	37
II.6.4.1	Choix de la surface de glissement.....	37
II.6.4.2	Conditions de convergence et d'existence.....	37

II.6.4.2.a	La fonction de commutation.....	38
II.6.4.2.b	La fonction de lyapunov.....	38
II.6.4.3	Détermination de la loi de commande.....	39
II.6.4.3.a	Définition des grandeurs de commande.....	40
II.6.4.3.b	Expression analytique de la commande.....	41
II.6.5	Le phénomène de broutement "Chattering"	43
II.7	Avantage et inconvénients de la commande par mode glissant	45
II.8	Conclusion.....	46

Chapitre 3 : La Commande par mode glissant d'ordre deux

III.1	Introduction	47
III.2	Position du problème	47
III.3	Glissement réel et convergence en temps fini	48
III.4	Degré relatif	48
III.5	Principe	49
III.6	Mode glissant d'ordre supérieur(HOSM)	50
III.7	Mode glissant d'ordre deux	50
III.8	TwistingAlgorithm	52
III.9	Algorithme de super-twisting	54
III.10	Application à la commande super twisting d'un robot manipulateur Mise en œuvre de l'algorithme.....	55
III.10.1	Simulation et interprétation	56
III.11	Conclusion	60
	Conclusion générale.....	61
	Bibliographie.....	63

Table des figures

Chapitre I

Fig. I.1:Schéma-bloc d'une représentation d'état	5
Fig. I.2:Circuit RLC	6
Fig. I.3:moteur `a courant continu couplé à un accouplement flexible	8
Fig. I.4: Moments d'inertie du système	8

Chapitre II

Fig. II.1 :Convergence de la trajectoire d'état vers la surface de commutation grâce à la discontinuité de la commande.	24
Fig. II.2 :Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande ..	25
Fig. II.3 :Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'éta ..	26
Fig. II.4 :Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.....	27
Fig. II.5 :Espace d'état de dimension 3 et surface de glissement de dimension 2	28
Fig. II.6 :Représentation géométrique de la commande équivalente	34
Fig. II.7 :Les différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase	35
Fig. II.8 :glissement idéal	36
Fig. II.9 :glissement réel	36
Fig. II.10 :Convergence du système glissant.	38
Fig. II.11 :Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissant.....	39
Fig. II.12 :Commande appliquée aux systèmes à structure variable	40
Fig. II.13:La valeur continue ueq prise par la commande lors de la commutation entre u_{Max} et u_{Min}	41
Fig. II.14 :Représentation de la fonction « Sign»	42
Fig. II.15 : Phénomène de chattering.....	43
Fig. II.16: Fonction de saturation	44
Fig. II.17 : Fonction sigmoïde.....	44
Fig. II.18 : Illustration du phénomène de broutement	45

Chapitre III

Fig. III.1:Trajectoire du mode glissant d'ordre deux	50
Fig. III.2:Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting	52
Fig. III.3: algorithme de Super-Twisting	55
Fig. III.4 :Pendule à longueur variable	55
Fig. III.5:Simulation de la commande MGO1	58
Fig. III.6:Simulationde la commande MG02Super Twisting	59
Fig. III.7:Plan de phase $(S, \dot{S})$ Super TwistingAlgorithm	59

Liste des abréviations

CSV	Commande à Structure Variable
$S(x)$	Surface de glissement
MG	Mode glissant
MGO1	Mode glissant d'Ordre 1
MGO2	Mode glissant d'Ordre 2
HOSMC	High Order Sliding Mode Control
$x(t)$	Variable indépendante ou signal temporel.
$y(t)$	Variable dépendante ou signal de sortie.
A	Matrice du système (dans les systèmes d'espace d'état).
B	Matrice des entrées (dans les systèmes d'espace d'état).
C	Matrice des sorties (dans les systèmes d'espace d'état).
D	Matrice de feedforward (dans les systèmes d'espace d'état).
$u(t)$	Signal d'entrée.
$\dot{x}(t)$	Dérivée de la variable $x(t)$ par rapport au temps (taux de changement).
ε	Fréquence angulaire.
ϕ	Phase du signal.
$f(x, t)$	Fonction non linéaire représentant le système.
$g(u, t)$	Fonction non linéaire représentant les entrées.
J	Fonction de coût dans l'optimisation des systèmes non linéaires.
$\dot{u}(t)$	Commande optimale.
$\dot{x}(t)$	État d'équilibre.
K	Constante ou coefficient.
t	Temps.

Liste des abréviations

λ	Constante positive
Dr	Degré relatif
L(X)	Fonction de Lyapunov

Introduction générale

Introduction générale

Le mode glissant de commande est une méthode de commande solide qui permet de maintenir un système en stabilité en utilisant un mode glissant. Un mode glissant correspond à une zone dans l'espace d'état du système qui permet de rétablir l'équilibre du système en un laps de temps défini. Le mode glissant de commande est solide car il ne requiert pas de modèle précis du système et peut faire face aux perturbations externes et aux incertitudes.

La gestion par mode glissant est une méthode de gestion solide pour maintenir la stabilité des systèmes non linéaires. Elle repose sur la création d'une surface de glissement qui permet de rétablir l'équilibre du système en un laps de temps limité.

La robustesse de cette technique réside dans le fait qu'elle ne requiert pas de modèle précis du système et peut faire face aux perturbations externes et aux incertitudes. Le principe de la commande par mode glissant consiste à créer une surface de glissement qui permet de ramener le système à son équilibre en un laps de temps fixe. L'espace d'état du système est défini par une fonction mathématique appelée surface de glissement.

La commande par mode glissant vise à faire glisser l'état du système le long de cette surface jusqu'à ce qu'il atteigne l'équilibre. Cette méthode est particulièrement bénéfique dans les applications industrielles où les perturbations externes peuvent avoir un impact significatif sur les performances du système. Grâce à cette méthode, une réponse rapide et une résistance efficace aux perturbations externes sont assurées, ce qui améliore la stabilité et la précision du système.

La commande par mode glissant d'ordre deux est une méthode de commande sophistiquée qui permet de maintenir la stabilité des systèmes non linéaires en utilisant une surface de glissement de 2. La généralisation de cette technique consiste à utiliser le mode glissant d'ordre un pour réduire les oscillations indésirables et améliorer la précision de la commande. Elle est particulièrement bénéfique pour les systèmes confrontés à des perturbations externes significatives, comme les moteurs asynchrones employés dans les domaines industriels.

En associant l'ordre deux de commande par mode glissant à d'autres techniques de commande avancées, comme l'algorithme de « super twisting », il est envisageable d'améliorer encore davantage la stabilité et la précision du système en diminuant les conséquences des perturbations externes et des incertitudes. Grâce à cette méthode de commande sophistiquée, il est envisageable d'assurer une réponse rapide, une résistance efficace aux perturbations externes et une précision

accrue du système, ce qui la rend extrêmement pratique dans les applications industrielles où la stabilité et la précision sont essentielles.

Nos recherches se concentrent principalement sur trois chapitres dans cette thèse :

✚ Le premier chapitre concerne un généralités sur les systèmes linéaires et non linéaires.

Le formalisme d'état décrit les systèmes dynamiques par un vecteur d'état évoluant selon des équations d'état. Il unifie la représentation des systèmes linéaires et non linéaires multivariables, facilitant leur analyse et leur commande.

Les systèmes non linéaires, avec des équations comportant des termes non linéaires, présentent des dynamiques riches : points d'équilibre multiples, cycles limites, bifurcations, chaos. Leur analyse requiert des méthodes dédiées comme la linéarisation locale, les approches de Lyapunov, l'étude des bifurcations et du chaos.

La compréhension des systèmes non linéaires est cruciale pour concevoir des lois de commande robustes, exploitant pleinement le formalisme d'état pour assurer des performances optimales.

✚ Et puis, dans le deuxième chapitre. Nous aborderons l'idée générale du contrôle en mode glissant, les avantages de cette méthode, ainsi que les inconvénients majeurs associés au phénomène de broutage. Nous discuterons également des solutions proposées.

On effectue les ajustements de commande en fonction des variables d'état, qui sont utilisées pour produire une variété ou une hyper-surface dite de glissement, dont le but est de rendre la dynamique du système conforme à celle définie par l'équation de l'hyper-surface.

On a également présenté les principes essentiels de la commande par mode glissant, le phénomène de réticence ou chattering, ainsi que les principales raisons de ce phénomène. En outre, les propositions de solutions pour réduire ou résoudre cette problématique.

✚ Dans le dernier chapitre, nous parlons plus et faisons un travail pratique sur les solutions susmentionnées.

La commande par mode glissant d'ordre deux (HOSM) étend le concept des modes glissants classiques aux dérivées d'ordre supérieur, généralement d'ordre 2. Elle définit une surface de glissement intégrale permettant une convergence en temps fini, tout en générant des lois de commande continues réduisant/éliminant le problème de chattering.

Les algorithmes HOSM comme le Twisting et le Super-Twisting combinent ainsi robustesse et haute précision. Largement utilisée pour les systèmes non linéaires et incertains, la HOSM offre des performances de contrôle accrues par rapport aux modes glissants classiques.

CHAPITRE I

Généralités sur Les Systèmes Linéaires et Non Linéaires

I.1.Introduction :

Les systèmes dynamiques peuvent être classés en deux grandes catégories : les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires.

Les systèmes linéaires sont décrits par des équations linéaires respectant les principes de superposition et d'homogénéité. Leur comportement peut être entièrement caractérisé par une fonction de transfert reliant l'entrée à la sortie. Ces systèmes bénéficient de méthodes d'analyse et de conception bien établies, comme la théorie des asservissements. Cependant, ils représentent une idéalisation des systèmes réels qui comporte inévitablement des non-linéarités.

Les systèmes non linéaires, quant à eux, impliquent des équations avec des termes non linéaires tels que des produits, des puissances ou des fonctions non linéaires des variables. Ils présentent des comportements beaucoup plus riches et complexes comme l'existence de plusieurs points d'équilibre, de cycles limites, de bifurcations ou même de chaos. Leur analyse nécessite des méthodes dédiées comme la linéarisation locale, les techniques de Lyapunov et l'étude des bifurcations.

Les systèmes non linéaires sont omniprésents dans de nombreux domaines, que ce soit en mécanique, en électronique, en biologie ou en économie. Leur compréhension est cruciale pour concevoir des lois de commande robustes et performantes, capables de gérer les non-linéarités et les incertitudes inhérentes aux systèmes réels.

Bien que les systèmes linéaires constituent une approximation utile dans de nombreux cas, l'étude des systèmes non linéaires est indispensable pour appréhender pleinement la complexité des systèmes dynamiques rencontrés dans la pratique. Les deux types de systèmes font l'objet de recherches approfondies en théorie des systèmes et en automatique.

I.2. Le formalisme d'état:

I.2.1.Définition :

Le formalisme d'état est une approche mathématique décrivant l'évolution dynamique d'un système par un vecteur d'état, qui évolue selon des équations d'état. Il offre une représentation unifiée des systèmes multivariables, facilite l'analyse de propriétés clés (stabilité, commandabilité, observabilité) et permet l'utilisation de techniques de commande modernes pour de meilleures performances. Applicable à divers systèmes physiques, le formalisme d'état fournit un cadre

complet pour la modélisation, l'analyse et la conception de lois de commande pour les systèmes dynamiques.

I.2.2. Vecteur d'état:

on représente l'état par une concaténation de l'ensemble des variables d'état en un vecteur, *a priori* réel, de dimension n , que l'on note :

$$x = [x_1, \dots, x_n]'$$

Il va de soi que les expressions **état** et **vecteur d'état** sont fréquemment utilisées l'une pour l'autre sans que cela n'altère fondamentalement le propos. [1]

I.2.3. L'espace d'état :

Il s'agit tout simplement de l'espace vectoriel dans lequel le vecteur d'état x est susceptible d'évoluer, chaque instance de x étant associé à un point de cet espace. Cet espace est donc R_n . Pour un système dynamique, le vecteur d'état n'est pas unique car plusieurs choix sont possibles. Mais pour que x soit effectivement vecteur d'état, il importe que chacune des variables d'état apparaissent, de manière explicite ou implicite, sous forme dérivée dans les équations d'écrivant le système. Dans le cas contraire, il sera difficile de se servir de cette variable pour prévoir l'évolution du système. Cette constatation conduit à un système d'équations différentielles auquel s'ajoute une équation algébrique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = f(x(t), u(t), t) = \begin{bmatrix} f_1(x(t), u(t), t) \\ \vdots \\ f_n(x(t), u(t), t) \end{bmatrix} \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (I.1)$$

Où, f et g sont des fonctions susceptibles de prendre presque n'importe quelles formes.

Le système différentiel apparaissant dans la représentation mathématique précédente est appelé **équation dynamique** ou **équation d'évolution** alors que l'équation algébrique $y(t)$ est dite **équation de mesure** ou **équation de sortie**.

Par ailleurs, les signaux $u(t)$, $y(t)$ et $x_i(t)$ sont de toute évidence des signaux temporels. De plus, il est assez fréquent, comme il a déjà été mentionné, que les fonctions non-linéaires f et g ne dépendent pas explicitement du temps. L'on peut alors très souvent omettre la dépendance en t de manière à

obtenir la représentation d'état suivante, qui correspond à un système différentiel linéaire à coefficients constants

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (I.2)$$

Les relations données dans cette dernière représentation constituent une représentation d'état **linéaire invariante dans le temps** (acronyme anglais pour Linear Time-Invariant, LTI) d'un système. C'est ce type de modèle qui fait l'objet de ce cours.

- **A** est appelée matrice d'état ou d'évolution. On la nomme aussi parfois matrice dynamique ;
- **B** est appelée vecteur d'entrée ou de vecteur commande (d'où une ambiguïté avec le vecteur u) ;
- **C** est le vecteur de sortie, d'observation ou de mesure (d'où une ambiguïté avec le vecteur y) ;
- **D** c'est un scalaire dit de transmission directe, qui est nul s'il n'existe aucun lien statique direct entre le signal d'entrée et celui de sortie.

• **Remarque :**

Dans le cas où f et g dépendent explicitement de t , alors A , B , C et D sont des fonctions de t et le modèle est dit **linéaire variant dans le temps**. Il est souhaitable, si possible de recourir aussi à une approximation pour considérer ces matrices comme constantes. L'on retrouve alors un modèle LTI.

[1]

La représentation d'état peut être associée au schéma-bloc donné par la figure suivante :

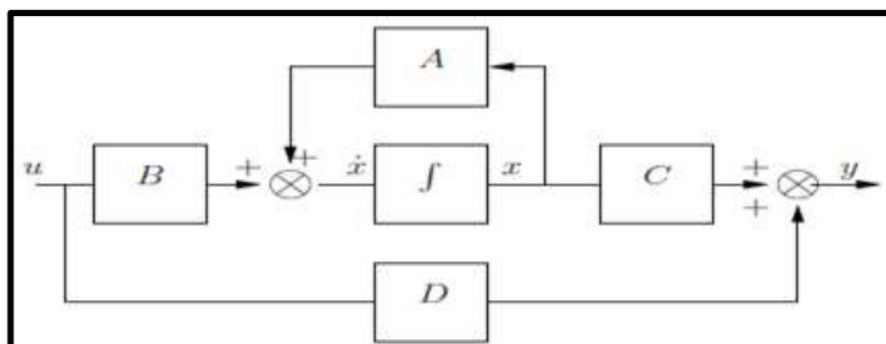


Figure I.1: Schéma-bloc d'une représentation d'état

Exemple : Soit un circuit RLC

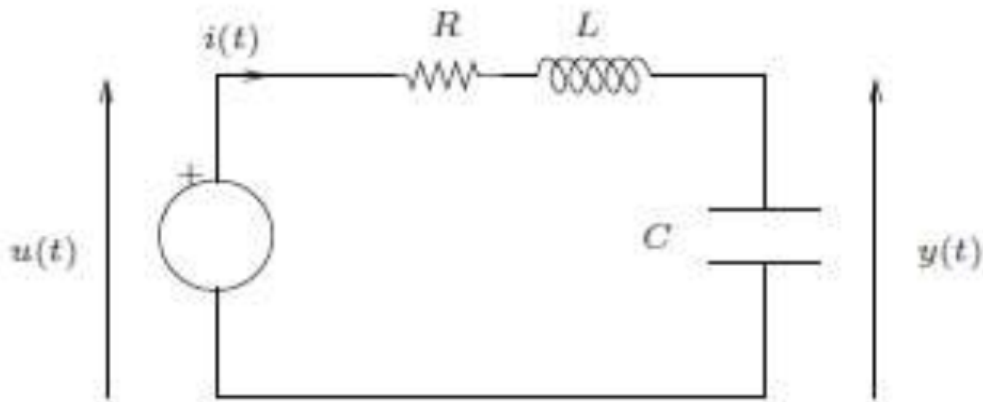


Figure I.2: Circuit RLC

Les équations issues des lois de l'électricité qui régissent le comportement du circuit RLC sont les suivantes :

$$\begin{cases} u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + y(t) \\ y(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \leftrightarrow \frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{C} i(t) \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Les deux grandeurs dont la dérivée intervient sont i et y (à partir de maintenant, la dépendance en le temps est omise pour alléger les notations). Soient donc les deux variables d'état $x_1 = i$ et $x_2 = y$. Les équations peuvent donc se récrire comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L} x_1 - \frac{1}{L} x_2 + \frac{1}{L} u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C} x_1 \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

Ce qui conduit à noter :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} ; C = [0 \quad 1] ; D = 0 \quad (I.5)$$

I.2.3. Équations d'état:

De nombreux processus physiques peuvent être d'écrits par des équations différentielles et algébriques. La représentation d'état pour un système linéaire et invariant dans le temps a la forme générale suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad x(t_0) = x_0 \quad (I.6)$$

Ou $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ est le vecteur d'état à n dimensions. $x_1, x_2, \dots, x_n$ sont appelés les variable d'état. $u(t) = [u_1, u_2, \dots, u_m]$ est le vecteur d'entrée ou de commande à m dimensions. $u_1, u_2, \dots, u_m$ sont appelés les entrées. $y(t) = [y_1, y_2, \dots, y_p]$ est le vecteur sortie ou d'observation à p dimensions. $y_1, y_2, \dots, y_p$ sont appelés les sorties.

A, B, C et D sont des matrices constantes. La matrice A de dimension $n \times n$ est appelée matrice d'état (ou encore matrice d'évolution). La matrice B de dimension $n \times m$ est appelée matrice de commande (ou encore matrice d'entrée). La matrice C de dimension $p \times n$ est appelée la matrice d'observation. La matrice D de dimension $p \times m$ est appelée la matrice de couplage (souvent D = 0).

Le système d'équations différentielles d'ordre un $dx(t) = dt = Ax(t) + Bu(t)$ est appelé équation d'état ou équation de commande. L'équation $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ est appelée équation de sortie ou équation d'observation. [2]

- **Exemple:** moteur à courant continu couplé à un accouplement flexible;

montre un moteur à courant continu couplé à un accouplement flexible. R et L sont la résistance et l'inductance d'induit, k et b sont respectivement la constante de ressort et le coefficient d'amortissement de l'accouplement flexible et J_m et J_l sont respectivement les moments d'inertie de moteur et de la charge du moteur. u est la tension d'alimentation du MCC qui représente l'entrée du système et θ_l est la position angulaire de charge qui représente la sortie du système.

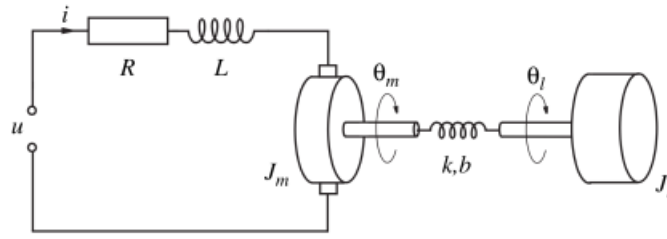


Figure I.3: moteur `a courant continu couplé à un accouplement flexible

Si les deux inerties sont séparées l'une de l'autre et que les couples appropriés ($T_k; T_b; T_a$) sont ajoutés comme indiqué sur **la figure (I.4)**, on peut écrire la deuxième loi de Newton comme suit:

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) = K_a i(t) + K(\theta_l(t) - \theta_m(t)) + b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_m \dot{\theta}_m(t) \quad (I.7)$$

$$J_l \ddot{\theta}_l(t) = -K(\theta_l(t) - \theta_m(t)) - b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_l \dot{\theta}_l(t) \quad (I.8)$$

ou K_a représente la constante de couple, b_m et b_l sont respectivement les coefficients de frottement visqueux des roulements du moteur et de l'arbre de charge. L'application de la loi d'Ohm et la loi de Kirchhoff au circuit électrique de système.

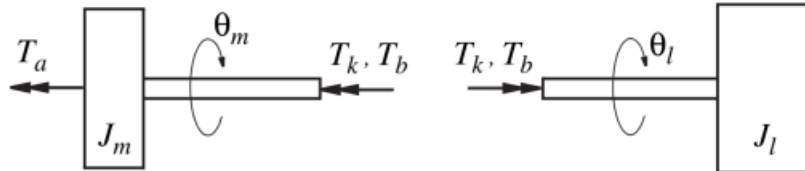


Figure I.4: Moments d'inertie du système

permet d'écrire:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} i(t) - \frac{k_e}{L} \dot{\theta}_m(t) + \frac{1}{L} u(t) \quad (I.9)$$

Ou k_e est le coefficient d'induction des enroulements d'induit du moteur. Si on choisi les variables d'état comme suit: $x_1 = i, x_2 = \theta_m, x_3 = \dot{\theta}_m, x_4 = \theta_l$ et $x_5 = \dot{\theta}_l$, alors on peut écrire les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = i = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\dot{\theta}_m(t) + \frac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 = \dot{\theta}_m = x_3 \\ +\dot{x}_3 = \ddot{\theta}_m = \frac{K_a}{J_m}i - \frac{k}{J_m}\theta_m - \frac{b+b_m}{J_m}\dot{\theta}_m + \frac{k}{J_m}\theta_l + \frac{b}{J_m}\dot{\theta}_l \\ \dot{x}_4 = \dot{\theta}_l = x_5 \\ \dot{x}_5 = \ddot{\theta}_l = \frac{k}{J_l}\theta_m + \frac{b}{J_l}\dot{\theta}_m - \frac{k}{J_l}\theta_l - \frac{b+b_l}{J_l}\dot{\theta}_l \end{cases} \quad (I.10)$$

On peut réécrire les équations I.10 comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = i = -\frac{R}{L}x_1 + 0x_2 - \frac{k_e}{L}x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \frac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0u(t) \\ \dot{x}_3 = \frac{K_a}{J_m}x_1 - \frac{k}{J_m}x_2 - \frac{b+b_m}{J_m}x_3 + \frac{k}{J_m}x_4 + \frac{b}{J_m}x_5 \\ \dot{x}_4 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 1x_5 + 0u(t) \\ \dot{x}_5 = 0x_1 + \frac{k}{J_l}x_2 + \frac{b}{J_l}x_3 - \frac{k}{J_l}x_4 - \frac{b+b_l}{J_l}x_5 + 0u \end{cases} \quad (I.11)$$

On peut écrire les équations (I.11) sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{k_e}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_a}{J_m} & -\frac{k}{J_m} & -\frac{b+b_m}{J_m} & \frac{k}{J_m} & \frac{b}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k}{J_l} & \frac{b}{J_l} & -\frac{k}{J_l} & -\frac{b+b_l}{J_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (I.12)$$

Si on prend les angles θ_m et θ_l comme sorties de système, alors on peut écrire l'équation de sortie comme suit:

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + 0u \quad (I.13) \quad [2]$$

I.2.4. Équation d'observation :

I.2.4.1. Définition – Observabilité:

Dans la littérature, il est démontré qu'un observateur existe si et seulement si la réalisation d'état du système en question est observable. En effet, l'observabilité d'un système exprime la

possibilité de reconstruire l'état à partir de la seule connaissance des signaux d'entrées et de sorties. [3]

I.2.4.1 Observabilité des systèmes linéaires :

Considérons le système dynamique linéaire continu à temps invariant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

$t \geq 0; x(t) \in R^n; u(t) \in R^m; y(t) \in R^p$, sont le vecteur d'états, l'entrée et la sortie du système (I.14), respectivement. A, B, C sont les matrices du système de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par $x(t_0) = x_0$. Rappelons certaines définitions et certains résultats à l'observabilité. [3]

- **Définition 1 :**

Le système (I.14) est dit observable s'il existe un temps $t_f \geq t_0$ tel que la connaissance de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t)$ sur l'intervalle $t \in [t_f, t_0]$ suffit pour déterminer de manière unique la condition initiale x_0 .

Pour les systèmes linéaires, l'information produite en sortie est la superposition de celle générée par l'entrée et de celle générée par la condition initiale. Si on suppose le régime libre $u = 0$ alors on peut adopter la définition suivante. [3]

- **Définition 2 :**

Le système (I.14) est observable si et seulement si, en régime libre ($u(t) = 0, \forall t \geq t_0$), l'observation d'une sortie $y(t)$ uniformément nulle $t \in [t_f, t_0]$ n'est possible que pour un état initial $x(t_0) = 0$. [3]

Remarque :

Lorsque toutes les variables d'état sont observables, alors le système est dit complètement observable, sinon, il est dit partiellement observable.

La condition d'observabilité est une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir estimer l'état du système à partir des informations recueillies sur les entrées et les sorties. Remarquons que la connaissance de x_0 et du modèle d'état du système suffit pour reconstruire l'état $x(t)$ à n'importe quel instant $t \geq t_0$. La propriété d'observabilité d'un système linéaire temps invariant est une propriété structurelle et ne dépend que des matrices A et C du modèle. Le critère le plus utilisé pour vérifier cette propriété est le critère de rang de Kalman formulé par la matrice d'observabilité ci-dessous.

Le système décrit par (I.14) est complètement observable si et seulement si le $\text{rang}(O) = n$

tel que (O) est la matrice d'observabilité définie par :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

I.3. Dynamique des systèmes non linéaires:

I.3.1. Définition:

Un système est un ensemble de pièces, d'objets ou d'entités qui réalisent une opération spécifique. Il y a donc une notion d'action sur l'environnement en fonction d'excitations extérieures. Il est ainsi défini par ses entrées et ses sorties qui le relient à l'environnement extérieur.

On appelle systèmes dynamiques non linéaires les systèmes dynamiques dont le comportement n'est pas linéaire, c'est-à-dire soit la sortie n'est pas proportionnelle à l'entrée, soit plus généralement ne satisfaisant pas au principe de superposition.

La linéarité ou la non linéarité d'un système peut donc être mise en évidence soit par modélisation mathématique, soit par des expériences montrant que le principe de superposition n'est pas respecté.

On distingue les non linéarités :

- faibles, remplaçables par des caractéristiques linéaires au voisinage d'un point,
- essentielles,
- avec saturation (discontinues) et,
- à hystérésis. [4]

I.3.1. REPRESENTATION DES SYSTEMES NON LINEAIRES:

Un phénomène est dit non linéaire lorsque ses grandeurs caractéristiques reliées entre elles ne varient pas proportionnellement l'une par rapport à l'autre. Son comportement peut alors être décrit par une expression, un modèle ou des équations faisant intervenir les variables autrement qu'au premier degré.

Aucun système physique n'est complètement linéaire, les méthodes linéaires ne sont donc applicables que dans un domaine de fonctionnement restreint. Certains systèmes sont impossibles à modéliser, même localement à des systèmes linéaires. La représentation générale d'un système non linéaire est de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

Où x , u et y représentent respectivement les vecteurs d'état, de commande et de sortie du système. $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état décrivant le système. La forme la plus utilisée pour la représentation des systèmes non linéaires est la suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.17})$$

Où t est le temps, $x(t) \in R_n$ et $u(t) \in R_m$ représentent respectivement les vecteurs d'état et de commande (d'entrée), tel que: $f: R_n \times R_m \times R_+ \rightarrow R_n$ est une fonction non linéaire.[5]

I.3.2. Le degré relatif :

Système nono-variable (SISO):

$$\Sigma \dot{x} = (f(x) + g(x)u) \quad f: D \rightarrow R^n, g: D \rightarrow R^n, D \subset R^n \quad (\text{I.18})$$

$$y = h(x), \quad u, y \in R$$

f , g et h sont toutes suffisamment lisses. La dérivée de sortie est

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f h(x) + L_g h(x)u \quad (\text{I.19})$$

Dérivées consécutives de la sortie

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u \quad (\text{I.20})$$

$$\begin{aligned}
L_g h(x)u = 0 &\Rightarrow \ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u \\
&\vdots \\
&\vdots \\
L_g L_f^{k-1} h(x)u = 0 &\Rightarrow y^{(k+1)} = L_f^{k+1} h(x) + L_g L_f^k h(x)u
\end{aligned}$$

Définition :

le système Σ a pour degré relatif $\rho, 1 \leq \rho \leq \eta$ sur une région $D_0 \subset D$ si pour $\forall x \in D_0$

$$\begin{aligned}
L_g L_f^{i-1} h(x) &= 0, i = 1, 2, \dots, \rho - 1 \\
L_g L_f^{\rho-1} h(x) &\neq 0
\end{aligned} \tag{I.21}$$

Exemple 1 : field-controlled DC motor

$$\begin{aligned}
f(x) &= \begin{pmatrix} -ax_1 \\ -bx_2 + k - cx_1x_3 \\ dx_1x_2 \end{pmatrix}, \quad g(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } h = x_3 \\
L_g h(x) &= 0 \\
L_g L_f h(x) &= dx_2
\end{aligned} \tag{I.22}$$

Le degré relatif est de 2 sur la région $D_0 = \{x \in R^3 | x_2 \neq 0\}$

Exemple 2: Degré relative d'un système linéaire

$$H(p) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \tag{I.23}$$

Une réalisation sous la forme canonique commandable

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{I.24}$$

Théorème: le système Σ est linéarisable de telle sorte qu'il n'y ait pas de dynamique interne s'il a pour degré relatif $\rho = \eta$ [6]

I.3.3. Généralités sur la Système de commande:

I.3.3.1. Technique de la commande par backstepping:

La technique de commande par backstepping a été développée en 1991 par Kanellakopoulos, elle est inspirée par les travaux de. Cette technique offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir pour une certaine fonction (Lyapunov) définie positive que sa dérivée soit toujours négative. L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantit la stabilité globale du système.

Pour faciliter la compréhension, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n + g_n u \end{cases} \quad (I.25)$$

Où, f_i et g_i sont des fonctions non-linéaires connues tel que $f(0) = 0$ et $f_i(x) \neq 0$, On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r . Le système étant d'ordre n , le design s'effectue en n étapes.

Étape 1 :

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (I.26)$$

Définissons la première variable $z_1 = x_1$ et la deuxième variable $z_2 = x_2 - \alpha_1$, avec α_1 défini comme une loi de commande virtuelle.

La dérivée par rapport au temps de z_1 est exprimée par :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = f_1 + g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 \quad (I.27)$$

Pour trouver la loi de commande virtuelle α_1 , nous construisons la fonction de Lyapunov suivante :

$$L_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (I.28)$$

Sa dérivée est exprimée par:

$$\dot{L}_1(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1 g_1 z_2 + z_1 (f_1 + g_1 \alpha_1) \quad (\text{I.29})$$

Un choix judicieux de α_1 rendrait $\dot{L}_1$ négative et assurerait la stabilité du sous-système décrit par l'équation (I.26) Donc α_1 est choisi comme suit:

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1} (-f_1 + c_1 z_1) \quad (\text{I.30})$$

Où $c_1 > 0$ est un paramètre de design.

On substitue α_1 dans (I.29) et dans z_1 , on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &= -c_1 z_1^2 + g_1 z_1 z_2 \\ \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 + g_1 z_2 \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme $g_1 z_1 z_2$ dans $\dot{L}_1$ sera éliminé dans la prochaine étape.

Étape 2 :

On considère, dans ce cas, les deux premiers sous-systèmes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 x_3 \end{cases} \quad (\text{I.32})$$

Dans cette étape nous utilisons une nouvelle variable $z_3 = x_3 - \alpha_2$.

La dérivée par rapport au temps de z_2 est exprimée par :

$$\dot{z}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1 \quad (\text{I.33})$$

La fonction de Lyapunov pour le second sous système est choisie comme suit :

$$L_2(z_1, z_2) = L_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{I.34})$$

Sa dérivée par rapport au temps est exprimée par:

$$\begin{aligned} \dot{L}_2(z_1, z_2) &= \dot{L}_1 + z_2 \dot{z}_2 = \dot{L}_1 + z_2 (f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + z_2 (f_2 + g_1 z_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + g_2 z_2 z_3 + z_2 (f_2 + g_1 z_1 + g_2 \alpha_2 - \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

Pour rendre $\dot{L}_2$ négative, la loi de commande virtuelle α_2 peut être choisie comme suit :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2} (-f_2 - c_2 z_2 - g_1 z_1 - \dot{\alpha}_1) \quad (\text{I.36})$$

Où $c_2 > 0$ est un paramètre de design.

On substitue α_2 dans (I.35) et dans z_2 on trouve :

$$\begin{aligned}\dot{L}_2(z_1, z_2) &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + g_2 z_2 z_3 \\ \dot{z}_2 &= -c_2 z_2 - g_1 z_1 - g_2 z_3\end{aligned}\tag{I.37}$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme $g_2 z_2 z_3$ dans $\dot{L}_2$ sera éliminé dans la prochaine étape.

Étape 3 :

Le système (I.25) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur est

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1}$$

La dérivée par rapport au temps de z_n est exprimée par :

$$\dot{z}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = f_n + g_n u - \alpha_{n-1}\tag{I.38}$$

La fonction de Lyapunov globale est exprimée par :

$$L_n(z_1, z_2, \dots, z_n) = L_{n-1}(z_1, z_2, \dots, z_{n-1}) + \frac{1}{2} z_n^2\tag{I.39}$$

Sa dérivée par rapport au temps est exprimée par :

$$\dot{L}_n = \dot{L}_{n-1} + z_n \dot{z}_n\tag{I.40}$$

Ce qui conduit à :

$$\dot{L}_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-c_i z_i^2) + z_n (f_n + g_{n-1} z_{n-1} + g_n u - \dot{\alpha}_{n-1})\tag{I.41}$$

Pour rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov globale négative, la loi de commande u est choisie comme suit :

$$u = \frac{1}{g_n} (f_n + -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - \dot{\alpha}_{n-1})\tag{I.42}$$

où $c_n > 0$ est un paramètre de design

On substituant u dans (I.41) et dans z_n , on trouve :

$$\dot{L}_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-c_i z_i^2) \leq 0\tag{I.43}$$

$$\dot{z}_n = -c_n z_n g_{n-1} z_{n-1}\tag{I.44}$$

D'où la stabilité globale du système original (I.25) en boucle fermée est alors assurée. [7]

I.3.3.2. La commande Adaptative :

La commande adaptative est une technique de commande automatique qui permet d'ajuster le contrôleur en fonction des changements survenant dans le processus ou son environnement.

Bien que la commande robuste puisse également résoudre ce type de problème, la commande adaptative est particulièrement adaptée lorsque les perturbations sont importantes, que le modèle est incertain ou que les paramètres varient fortement dans le temps. Ce domaine de recherche a vu le jour dans les années 50 et connaît depuis trois décennies un essor important, représentant toujours un domaine de recherche très actif.

Un contrôleur adaptatif est composé d'un module d'estimation en ligne de certains paramètres inconnus et d'un contrôleur qui utilise ces paramètres. Cette combinaison permet de concevoir et de commander deux approches différentes : la commande adaptative indirecte et la commande adaptative directe. [7]

I.3.3.3. La commande prédictive :

La commande prédictive est fondée sur le principe de considérer, à chaque instant, le comportement futur du système en utilisant un modèle numérique du système afin de prédire sa sortie sur un horizon fini. Cette technique offre plusieurs avantages, notamment la possibilité de prendre en compte des trajectoires prédéfinies dans le futur pour une consigne pré-calculée sur un certain horizon. L'objectif est de faire correspondre la sortie du système avec cette consigne sur un horizon fini en exploitant les informations de trajectoire pré calculées. De manière générale, la loi de commande prédictive est obtenue à partir de la méthodologie suivante:

➤ Prédire les sorties futures du processus sur l'horizon de prédiction défini, en utilisant le modèle de prédiction. On dénote $y(t + \frac{k}{t})$ les sorties prédites, $k = 0 \dots N$ (N l'horizon de prédiction). Ces sorties sont dépendantes des valeurs de sorties et d'entrées du processus à commander connues jusqu'au temps t .

➤ Calculer la séquence de signaux de commande, dénote par $u(t + \frac{k}{t})$, $k = 0 \dots N - 1$ en minimisant un critère de performance afin de mener la sortie du processus vers une sortie de référence. On dénote par $w(t + \frac{k}{t})$ $k = 0 \dots N$, d'habitude le critère de performance à minimiser est un compromis entre une fonction quadratique des erreurs entre $y(t + \frac{k}{t})$ et $w(t + \frac{k}{t})$ et un coût de

l'effort de commande. Par ailleurs, la minimisation d'une telle fonction peut être soumise à des contraintes sur l'état et plus généralement à des contraintes sur la commande

➤ Le signal de commande $u(t)$ est envoyé au processus tandis que les autres signaux de commande sont oubliés. Au temps $t + 1$ on acquiert la sortie réelle $y(t + 1)$ et on recommence au premier .[7]

I.3.3.4. La commande robuste :

A pour objectif de concevoir des correcteurs à paramètres fixes qui sont capables de maintenir leurs propriétés même en présence de perturbations et d'incertitudes paramétriques du modèle qui s'appliquent dans une plage de fonctionnement donnée [7].

I.3.3.5. La Commande par mode glissant:

La commande par mode glissant est une technique particulièrement intéressante. Elle remonte aux années 1970 avec les travaux d'Utkin . Le principe consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'intégration d'éléments de commutation dans la loi de commande. De plus, la commande garantit que le point représentatif du système atteint l'hypersurface en un temps fini. Le système se met en régime glissant lorsque ce point a atteint l'hypersurface, dite surface de glissement. Son comportement devient alors insensible aux perturbations sur la sortie et aux variations paramétriques. Néanmoins, les problèmes de «broutement» ou chattering inhérents à ce type de commande discontinue apparaissent rapidement. Notons que le chattering peut exciter des dynamiques haute fréquence négligées menant parfois à l'instabilité. Des méthodes permettant de réduire ce phénomène ont été développées [8].

I.3.3.6. Commande par modes glissants d'ordre supérieur :

Emel'yanov et Levantovsky ont introduit les modes glissants d'ordre supérieur , qui étendent les modes glissants d'ordre 1 à un degré supérieur tout en conservant leur robustesse principale. Cette généralisation permet également de réduire leur principal inconvénient, qui est l'effet de "chattering "à proximité de la surface de glissement .

L'extension des modes glissants d'ordre 1 aux modes glissants d'ordre supérieur consiste à choisir une commande discontinue qui agit non pas sur la surface de glissement, mais sur ses dérivées supérieures [7].

Cependant, l'inconvénient majeur de la commande en mode glissant d'ordre supérieur réside dans le besoin de connaître les variables d'état et leurs dérivées. En conséquence, la synthèse d'un contrôleur en modes glissants d'ordre r nécessite l'utilisation des fonctions $(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma} \dots \sigma^{(r-1)})$ [7]

I.3.3.7. Commande floue :

La logique floue, introduite par Lotfi Zadeh , a connu un succès considérable non seulement dans la modélisation mais aussi dans la commande de systèmes complexes non linéaires. Des applications utilisant les systèmes flous ont été développées dans des domaines variés : traitement d'images où la logique floue est utilisée pour améliorer les caractéristiques d'images numériques couleur (luminosité, teinte, brillance), robotique mobile....

Les modèles flous ont la propriété d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire. L'avantage principal de la commande par logique floue est qu'il est possible de "se passer" d'un modèle explicite du procédé . Cette approche est basée sur deux concepts : celui de la décomposition d'un univers de discours d'une ou de plusieurs variables mesurées sous forme de symboles linguistiques : «petit», «moyen», «grand»... et des règles provenant de l'expertise de l'opérateur humain, qui expriment, là aussi, sous forme d'un langage, comment doivent évoluer les commandes du système en fonction de la ou des variables observées:

«**Si** l'erreur **est** positivement grande **et** la variation de l'erreur **est** positivement grande **Alors** la variation de la commande **est** très négative».

Les systèmes flous peuvent être classés en trois groupes : les systèmes flous linguistiques ou systèmes de Mamdani, les systèmes flous relationnels et les systèmes à conséquence fonctionnelle ou encore connus sous le nom de systèmes flous de type Takagi-SugenoKang (TSK). Les contrôleurs flous de type TSK sont quasiment omniprésents dans la littérature relative à la commande floue mais nous retrouvons aussi les systèmes flous de Mamdani avec l'introduction des régulateurs flous à structure PID. Procyk et Mamdani introduisent le SOC : Self-Organized Controller, capable de contrôler une large variété de systèmes non linéaires [8]

I.3.3.8. Commande par linéarisation entrée sortie :

La linéarisation par bouclage a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'Isidori et les apports bénéfiques de la géométrie différentielle. Un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être partiellement ou complètement transformés en systèmes possédant un comportement entrée-sortie ou entrée-état linéaire à travers le choix approprié d'une loi de

commande par retour d'état non linéaire endogène. Lorsque les dynamiques des zéros sont stables, il est possible de transformer le système non linéaire en une chaîne d'intégrateurs. Après linéarisation, les techniques classiques des systèmes linéaires peuvent être appliquées. Cette approche a souvent été employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande mais cette technique impose que le vecteur d'état soit mesuré et demande un modèle précis du procédé à commander. De plus, les propriétés de robustesse ne sont pas garanties face aux incertitudes paramétriques du modèle. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée-sortie résultante non linéaire[8].

I.4.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exploré en profondeur le formalisme d'état, un outil mathématique puissant pour la modélisation, l'analyse et la commande des systèmes dynamiques. Nous avons commencé par introduire les concepts fondamentaux tels que le vecteur d'état, l'espace d'état et les équations d'état qui décrivent l'évolution temporelle du système. Nous avons ensuite examiné la notion d'observabilité, une propriété cruciale qui détermine si l'état interne d'un système peut être reconstruit à partir de ses entrées et sorties mesurées.

Après avoir couvert les systèmes linéaires, nous nous sommes penchés sur la dynamique des systèmes non linéaires, qui présentent des comportements beaucoup plus riches et complexes. Nous avons exploré des concepts clés tels que les points d'équilibre multiples, les cycles limites, les bifurcations et le chaos déterministe. Nous avons également introduit des techniques d'analyse comme la linéarisation locale et les méthodes de Lyapunov pour étudier la stabilité de ces systèmes non linéaires.

Enfin, nous avons abordé diverses techniques de commande avancées pour les systèmes dynamiques non linéaires. Nous avons couvert des approches telles que la commande par backstepping, la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste, la commande par modes glissants et la commande floue. Chacune de ces techniques offre des avantages spécifiques pour faire face aux défis posés par les non-linéarités et les incertitudes des systèmes réels.

En résumé, ce chapitre a fourni une base solide pour comprendre et analyser les systèmes dynamiques, qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Les concepts et les techniques présentés ici sont essentiels pour la conception et la mise en œuvre de systèmes de commande performants et fiables

dans divers domaines d'application tels que l'automatique, la robotique, les systèmes électriques et bien d'autres encore.

CHAPITRE II

***Systèmes à structure
variable et commande par
modes glissants***

II.1. Introduction :

La commande à structure variable (CSV) est intrinsèquement non linéaire. Sa caractéristique principale réside dans la modification discontinue de sa loi de commande. Les transitions de la commande se produisent en fonction des variables d'état, qui créent une "variété" ou une "hypersurface" appelée glissement. L'objectif est d'ajuster la dynamique du système pour correspondre à celle définie par l'équation de l'hypersurface. Lorsque le système reste sur cette hypersurface, il est en régime glissant. Par conséquent, tant que les conditions de glissement sont satisfaites, la dynamique du système demeure stable malgré les variations des paramètres du processus, les erreurs de modélisation (dans une certaine mesure plus tolérante que les approches classiques de l'automatique), et certaines perturbations.

II.2. Systeme a structure variable :

La structure particulière d'un système ou d'un régulateur utilisé, où cette structure change d'une façon discontinue entre deux ou plusieurs structures, explique le term « **systèmes à structure variable** ».

- **Définition**

Un système est dit à structure variable, s'il admet une représentation par des équations différentielles du type :

$$\dot{X} = \begin{cases} F_1(X, t) & \text{si la condition (1) est vérifiée} \\ \vdots & \vdots \\ F_n(X, t) & \text{si la condition (n) est vérifiée} \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Où X est le vecteur d'état et les fonctions F_i appartiennent à un ensemble de soussystèmes, et appelées *structures*. En effet, il y a des commutations entre ces *différentes structures* suivant la condition vérifiée.

L'étude de tels systèmes présente un grand intérêt, notamment en physique, en mécanique et en électricité. Cela grâce aux propriétés de stabilité que peut avoir le système global indépendamment de celles de chacun de sous système $F_i(X)$ pris seul.

Les circuits de conversion de puissance constituent un exemple pratique d'un système à structure variable. En effet, pour chaque position de l'interrupteur, le système est gouverné par un système d'équations différentielles [9].

II.2.1. Principes de la commande à structure variable en mode glissant :

Le régime glissant intervient de manière prépondérante dans la définition et les propriétés d'une classe de systèmes de commandes très importante.

Un système à structure variable est un système dont la structure change son fonctionnement. Il est caractérisé par un choix de fonction et une logique de commutation. Ce choix permet de commuter d'une structure à une autre à tout instant de plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure [10].

Dans la commande des systèmes à structure variable par le mode de glissement, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface, cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit système de commande à structure variable est définie pour chacune des composantes du vecteur de commande, $u_i : (i = 1, \dots, m)$ [10].

La forme d'une commande à structure variable :

$$\begin{cases} u_i = u_{\max} & \text{si } s_i(x) > 0 \\ u_i = u_{\min} & \text{si } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Telle que la condition d'accès soit vérifiée, c'est à dire telle que la trajectoire d'état atteigne la surface de commutation $S(x) = 0$ en un temps fini [10].

II.2.2. Systèmes non linéaires à structure variable :

Le comportement des systèmes non-linéaires possédant des discontinuités peut être décrit formellement par l'équation d'état généralisée [9]:

$$\dot{X}(t) = F(X, t, U) \quad (\text{II.3})$$

où $X \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, t le temps et $U \in \mathbb{R}^m$ est la fonction décrivant l'évolution du système au cours du temps. Cette classe de système possède un terme qui représente, à la fois, la discontinuité et le contrôle : U .

Historiquement, les premiers régulateurs bâtis sur ce modèle ont été de simple relais. Faciles à mettre en œuvre. Ils ont ainsi amené les automaticiens à développer une théorie qui puisse décrire un tel fonctionnement. Les bases d'une telle théorie ont été posées : il suffit de dire que le comportement du système est décrit par deux équations différentielles distinctes, suivant que l'équation d'évolution du système soit supérieure ou inférieure à une surface dénommée hyper-surface (surface augmentée) de commutation où [9]:

$$S(X) = (S_1(X) \ S_2(X) \ \dots \ S_m(X)) \quad (II.4)$$

On a alors :

$$U(X) = \begin{cases} U^+(x, t) & \text{si } S(x, t) > 0 \\ U^-(x, t) & \text{si } S(x, t) < 0 \end{cases} \quad (II.5)$$

En effet, comme nous l'avons dit précédemment, la commande par modes glissants est un cas particulier de la commande à structure variable appliquée à des systèmes décrits par l'équation suivante (notre étude se limite pour le cas $p=2$) :

$$\dot{X} = \begin{cases} F^+ = F(x, t, U^+) & \text{si } S(x, t) > 0 \\ F^- = F(x, t, U^-) & \text{si } S(x, t) < 0 \end{cases} \quad (II.6)$$

Où $S(X, t)$ est la fonction de commutation.

$$S_0 = \{ X(t) / S(X, t) = 0 \} \quad (II.7)$$

S_0 : est la surface de commutation.

En se plaçant dans un espace à 2 dimensions, le principe de la discontinuité de la commande (équation (II.6)), peut être illustré par la figure (II.5) [9].

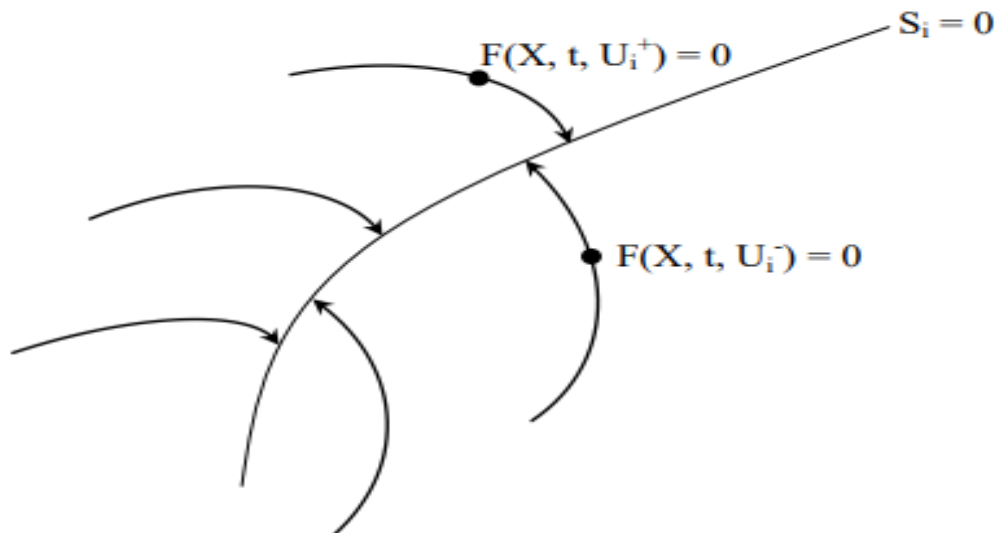


Figure II.1: Convergence de la trajectoire d'état vers la surface de commutation grâce à la discontinuité de la commande.

Ainsi, le problème de l'existence du régime glissant se résume à analyser la trajectoire du système, qui ne doit pas s'éloigner de la surface S . Nous cherchons à vérifier que la distance et la dérivée de la distance (autrement dit, la vitesse d'approche), entre la trajectoire et la surface

de commutation soient opposées en signe, cela peut-être exprimé par l'équation suivante [9]:

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} S > 0 \text{ et } \lim_{s \rightarrow 0^+} S < 0 \quad (\text{II.8})$$

Ici, on a choisi une surface de glissement (sur laquelle on commute); C'est la surface sur laquelle le système évolue comme on le désire [9].

II.2.3. Les différentes structures de la commande par mode glissant :

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état. Enfin, la dernière structure est une structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la " commande équivalente ". Dans la suite de cette thèse, nous retenons la dernière structure [11].

II.2.3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande :

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné par la figure (II.2). Cette structure de commande est la plus classique et la plus utilisée [11].

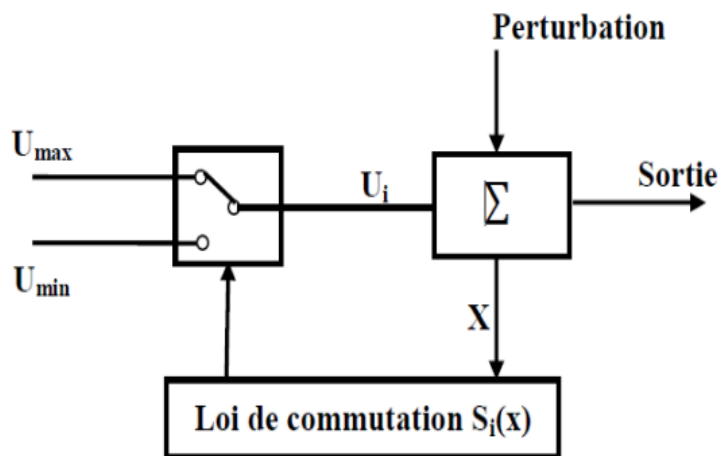


Figure II.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.

Cette structure correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés, dans une grande majorité d'applications, aux variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande des moteurs pas-à-pas [11].

II.2.3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état :

Le schéma fonctionnel d'une telle structure est donné par la figure (II.3). C'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle a été mise en œuvre dans la commande des moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande des machines à induction. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc la commutation est créée au niveau de la dynamique du système [11].

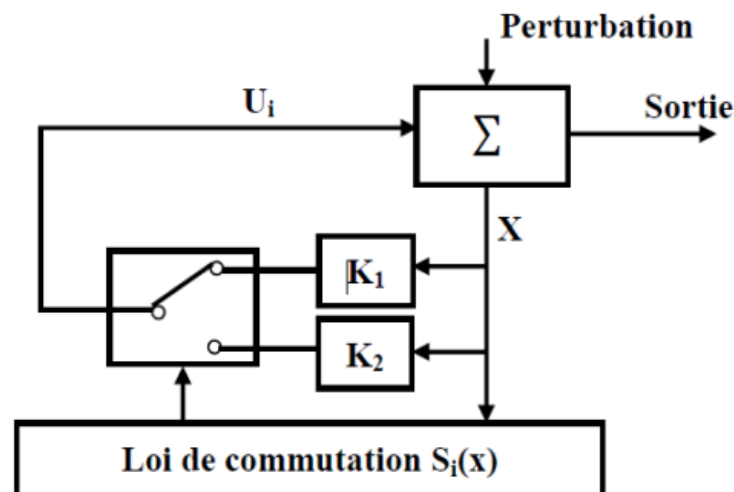


Figure II.3: Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état

II.2.3.3. Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente :

Une telle structure dont le principe est montré sur la figure (II.4). présente un réel avantage. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente donnée par l'équation u_{eq} qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques [11].

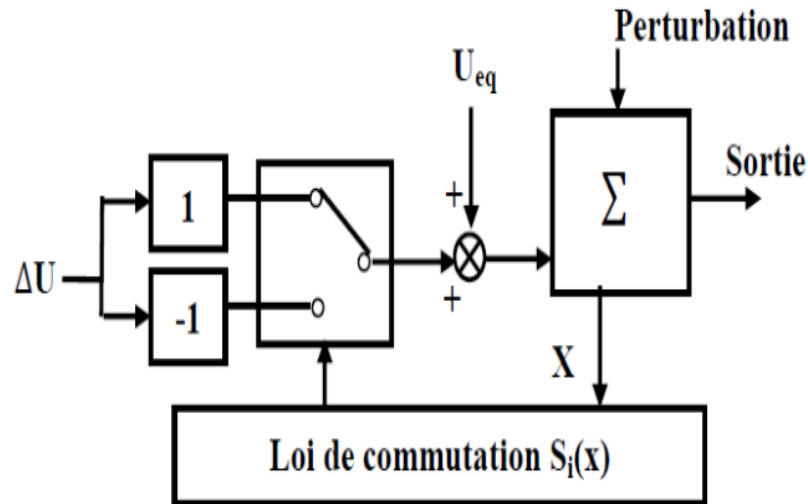


Figure II.4: Structure de régulation par ajout de la commande équivalente

II.3. Formalisation classique du régime glissant :

Soit le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{dx_i}{dt} = f(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad i=1,2,\dots,n \quad (\text{II.9})$$

où les seconds membres $f(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ sont des fonctions continues par morceaux présentant des discontinuités sur une hyper surface S , d'équation :

$$S(x) = 0, \text{ avec } x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$$

Les fonctions F_i sont supposées définies dans un domaine G de l'espace des variables

$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$; On pose $f = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)^T$

La surface S sépare l'espace d'état en deux parties $G^+ (S > 0)$ et $G^- (S < 0)$, ce qui nous donne au voisinage de la surface S deux valeurs de f soit f^+ et f^- sur la normale à la surface S , la normale étant orientée de G^- vers G^+ comme représenté sur la figure (II.5). Le théorème suivant, dû à Philippov, permet de préciser les conditions d'existence et d'unicité d'une solution $x(t)$ de (II.9) [12].

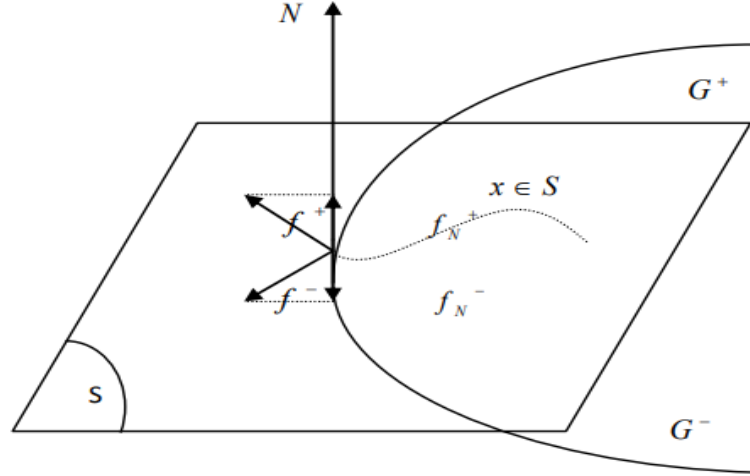


Figure II.5: Espace d'état de dimension 3 et surface de glissement de dimension 2

Théorème : Soit le système différentiel écrit sous la forme (II.5) satisfaisant la condition :

$$\left| \frac{df_i}{dx_j} \right| \leq K \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

K étant une constante arbitraire indépendante de t et de x , ces inégalités étant vérifiées pour tout t dans le domaine $G = (G^- \cup G^+)$. Soit la surface S deux fois différentiable, chacune des fonctions f_N^+ et f_N^- étant continue sur $(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ appartenant à S et le vecteur $h = f^+ - f^-$ étant continument différentiable. Si en chaque point de la surface S une inégalité de type $f_N^- > 0$ ou $f_N^+ > 0$ est vérifiée (pas obligatoirement la même en tout point de S), il existe alors, dans le domaine G , une solution $x(t)$ pour (II.9) et les propriétés d'unicité et de dépendance continue de cette solution par rapport aux conditions initiales sont vérifiées. Ce théorème nous amène naturellement à penser que si l'on vérifie à la fois les conditions $f_N^- > 0$ et $f_N^+ > 0$, la surface S sera attractive au moins dans un petit voisinage de S , pour toute solution $x(t)$ de (II.9), puisque de chaque côté de S , le vecteur vitesse est dirigé vers S . Il y a donc un régime glissant limite sur la surface S .

Supposons que le second membre de ce système possède une discontinuité qui se produise sur la surface S définie par [12]:

$$S(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{II.10})$$

En dérivant (II.10) par rapport à t , on aura :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^n \frac{dS}{dx_i} \cdot \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{dS}{dx_i} \cdot f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{II.11})$$

Le second membre de cette expression n'est autre que le produit scalaire de la normale orientée à la surface S et du vecteur f .

Si les conditions du théorème précédent sont vérifiées, on déduit :

$$f_N^+ > 0 \Rightarrow S > 0 \text{ et } \dot{S} < 0$$

$$f_N^- < 0 \Rightarrow S < 0 \text{ et } \dot{S} > 0$$

D'où

$$f_N^+ > 0 \text{ et } f_N^- < 0 \Rightarrow S \cdot \dot{S} < 0 \quad (\text{II.12})$$

L'implication inverse est évidente et nous pouvons donc dire que les conditions $(f_N^+ > 0 \text{ et } f_N^- < 0)$ et $(S \cdot \dot{S} < 0)$ sont équivalents [12].

La condition (II.12) qui assure que la surface S est attractive pour la trajectoire de phase est l'inégalité fondamentale utilisée pour résoudre le problème de la synthèse (calcul des commandes) d'un système à structure variable commandé en régime glissant; sous certaines conditions le point représentatif de l'évolution du système dans l'espace de phase peut être maintenu sur une surface qui est choisie à priori.

L'état du système bouclé est alors plongé dans l'état du système réduit de dimension inférieure et libre. Dans ce cas, les propriétés dynamiques du système bouclé ne dépendent plus des coefficients de la surface de glissement S , ce qui explique l'invariance de la structure variable par rapport aux perturbations ainsi que son applicabilité aux systèmes linéaires et non linéaires [12].

II.4. Théorème de PHILIPPOV :

Le théorème de Philippov, du nom du mathématicien russe Anatoli Philippov, est un résultat fondamental dans la théorie du contrôle et l'analyse des systèmes dynamiques non linéaires. Ce théorème est particulièrement important dans le contexte des systèmes dynamiques impulsionnels ou discontinus.

Le théorème de Philippov fournit une condition suffisante pour l'existence de solutions pour les systèmes différentiels non linéaires sous des conditions de commutation ou de non-

différentiabilité dans les équations de contrôle. Il est souvent utilisé dans l'étude des systèmes dynamiques soumis à des discontinuités, des commutations, ou des modes de fonctionnement spécifiques.

II.4.1. La méthode de PHILIPPOV :

Considérons le système suivant :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} \mathbf{F}^+(\mathbf{x}, t) & \text{si } S(\mathbf{x}, t) > 0 \\ \mathbf{F}^-(\mathbf{x}, t) & \text{si } S(\mathbf{x}, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

supposons qu'il ne possède qu'une seule surface de discontinuité. Le but est alors de déterminer l'expression du vecteur $\mathbf{F}_0$ assurant un mode glissant. Supposons en un premier temps que le système est autonome. L'idée proposée par PHILIPPOV consiste à poser pour tout $\mathbf{x}_0$ de $S(\mathbf{x}) = 0$ [13].

$$\mathbf{F}_0 = \mu \mathbf{F}_{s=0}^+ + (1 - \mu) \mathbf{F}_{s=0}^- \quad (0 \leq \mu \leq 1) \quad (\text{II.14})$$

Où $\mathbf{F}_{s=0}^+$ et $\mathbf{F}_{s=0}^-$ sont les limites respectives des champs de vecteurs $\mathbf{F}^+(\mathbf{x})$ et $\mathbf{F}^-(\mathbf{x})$ quand $\mathbf{x}$ tend vers $\mathbf{x}_0$. Le paramètre μ est déterminé grâce à la condition :

$$\langle \nabla S, \mathbf{F}_0 \rangle = 0 \quad (\text{II.15})$$

En remplaçant dans (II.15), l'expression de $\mathbf{F}_0$ en fonction de $\mathbf{F}_{s=0}^+$ et $\mathbf{F}_{s=0}^-$ donnée par (II.14), nous obtenons :

$$\mu = \frac{\langle \nabla S, \mathbf{F}_{s=0}^- \rangle}{\langle \nabla S, (\mathbf{F}_{s=0}^- - \mathbf{F}_{s=0}^+) \rangle} \quad (\text{II.16})$$

L'équation du mode glissant selon PHILIPPOV est alors donnée par :

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\langle \nabla S, \mathbf{F}_{s=0}^- \rangle}{\langle \nabla S, (\mathbf{F}_{s=0}^- - \mathbf{F}_{s=0}^+) \rangle} \mathbf{F}_{s=0}^+ - \frac{\langle \nabla S, \mathbf{F}_{s=0}^+ \rangle}{\langle \nabla S, (\mathbf{F}_{s=0}^- - \mathbf{F}_{s=0}^+) \rangle} \mathbf{F}_{s=0}^- \quad (\text{II.17})$$

Maintenant, si le système est non autonome (un système dit non autonome s'il dépend explicitement du temps), un raisonnement analogue montre que le mode glissant est gouverné par [13]:

$$\dot{x} = \frac{\langle \nabla S, F_{s=0}^- \rangle}{\langle \nabla S, (F_{s=0}^- - F_{s=0}^+) \rangle} F_{s=0}^+ - \frac{\langle \nabla S, F_{s=0}^+ \rangle}{\langle \nabla S, (F_{s=0}^- - F_{s=0}^+) \rangle} F_{s=0}^- - \frac{\partial s}{\partial t} \frac{1}{\langle \nabla S, (F_{s=0}^- - F_{s=0}^+) \rangle} (F_{s=0}^- - F_{s=0}^+) \quad (\text{II.18})$$

Pour illustrer les concepts cités ci-dessus on considère le système du second ordre suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1) \\ \dot{x}_2 = -\lambda_2 \text{sign}(x_1) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Où x_1 et $x_2 \in \mathbf{R}$, λ_1 et λ_2 sont des constantes positives et sign présente la fonction signe. Les dynamiques du système (II.19) sur le segment défini par :

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ |x_2| \leq \lambda_1 \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Sont stables au point d'équilibre (0,0)

On peut analyser ceci de la manière suivante: On étudie l'attractivité de la surface $x_1 = 0$, pour ce faire on considère la fonction de type Lyapunov $V = \frac{1}{2} x_1^2$. La convergence de x_1 en 0 est obtenue si la dérivée de V est négative soit [13]:

$$x_1 \dot{x}_1 < 0 \quad (\text{II.21})$$

Et en substituant x_1 & par son expression donnée en (II.21) on obtient :

$$x_1(x_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1)) < 0 \quad (\text{II.22})$$

Qui permet alors de définir la région :

$$\begin{cases} x_2 - \lambda_1 < 0 & \text{si } x_1 > 0 \\ x_2 + \lambda_1 > 0 & \text{si } x_1 < 0 \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Les inégalités (II.23) définissent dans le plan (x_1, x_2) la région d'attraction de la surface $x_1 = 0$. Avec une écriture plus compacte, on peut considérer la région contenue dans :

$$|x_2| \leq \lambda_1 \quad (\text{II.24})$$

Les dynamiques sur le segment (II.20) sont alors obtenues en utilisant le concept de résolution de Filippov, permettant de résoudre des équations différentielles dont le second membre contient des fonctions discontinues.

Ce concept dit que les dynamiques sur la surface définissant la discontinuité ne peuvent être qu'une combinaison convexe (moyenne pondérée) des dynamiques de chaque côté de la surface, soit ici [13]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v(x_2 + \lambda_1) + (1-v)(x_2 - \lambda_1) \\ \dot{x}_2 = v\lambda_2 + (1-v)(-\lambda_2) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Sous les conditions (II.23), l'attractivité puis l'invariance de surface $x_1 = 0$ (pour $|x_2| \leq \lambda_1$) sont assurées. L'invariance de $x_1 = 0$, soit $\dot{x}_1 \equiv x_1 \equiv 0$, permet alors en posant $\dot{x}_1 = 0$ dans (II.25), de calculer v

$$v = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_2}{\lambda_1} \right) \quad (\text{II.26})$$

En substituant v (II.26) dans (II.25), on obtient les dynamiques sur le segment (II.20) soit :

$$\dot{x}_2 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (\text{II.27})$$

Par conséquent, x_2 décroît exponentiellement jusqu'en zéro quand le segment (II.20) est atteint, avec une constante de temps [13]:

$$\tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

II.5. La commande équivalente :

Le vecteur des commandes équivalentes U_{eq} est défini pour obtenir les équations du régime glissant idéal, dans ce cas la commutation se traduit par une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle. Le point représentatif du mouvement du système glisse alors parfaitement sur la surface de commutation. Ceci est expliqué par le fait que la surface de glissement porte dans ce

cas la trajectoire du système dans l'espace des phases. Le mouvement glissant idéal est décrit en utilisant les conditions d'invariances suivantes [12]: $S(\mathbf{x}, t) = 0$ et

$$L_{f+g \cdot U_{eq}} \cdot S = \langle \nabla S, f + g \cdot U_{eq} \rangle = 0 \quad (\text{II.28})$$

où U_{eq} est une loi de commande pour laquelle S est une variété locale invariante. De l'équation (II.28), on déduit la commande équivalente [12]:

$$U_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} = - \frac{L_f \cdot S}{L_g \cdot S} \quad (\text{II.29})$$

Notons par $T_x X$ l'espace tangent à X en x et soit $\Delta_S(x)$ un sous espace de $T_x X$ tel que

$$\langle \nabla S, \Delta_S(x) \rangle = 0, \text{ c'est-à-dire } \Delta_S(x) = \ker \nabla S$$

où $\Delta_S(x)$ est appelée distribution glissante associée à S et $\ker$ représente le noyau de ∇S [12].

Les conditions d'invariance (II.28) conduisent à :

$$(f + g \cdot U_{eq})_{s=0} \in \ker \nabla S = \Delta_S(x) \quad (\text{II.30})$$

La dynamique du système commandé en régime glissant idéal est alors décrite par [13]:

$$\dot{x} = f + g \cdot U_{eq}(x) \quad (\text{II.31})$$

Cette dynamique ne dépend que des coefficients de ' s ' = 0, hypersurface sur la quelle se trouve la trajectoire $\mathbf{x}(t)$ solution de l'équation [13]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{II.32})$$

Du point de vue géométrique, la méthode de contrôle équivalent implique un remplacement de la commande discontinue par la droite tangentielle qui est définie ou points de l'intersection de la surface $s(\mathbf{x}) = 0$ avec le vecteur $f(\mathbf{x}, t, \mathbf{u})$ où $\mathbf{u}$ est la commande scalaire changée de $\mathbf{u}^-$ à $\mathbf{u}^+$ [13].

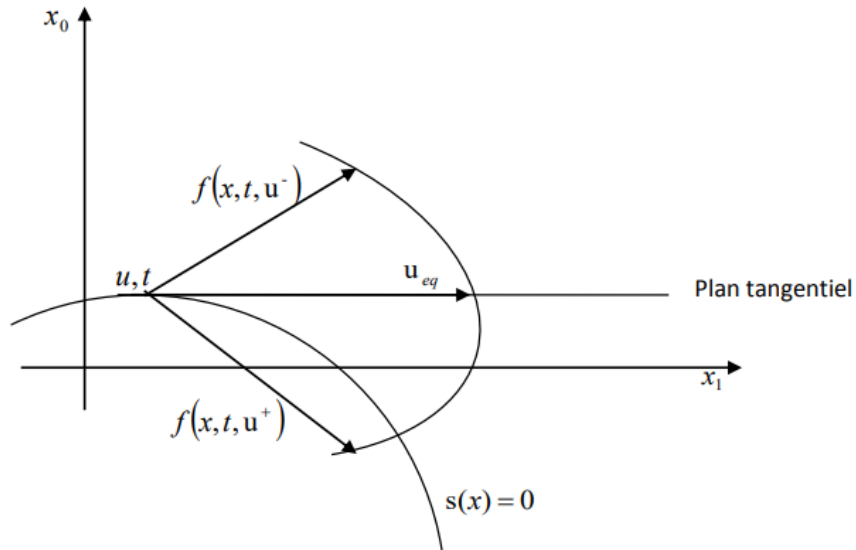


Figure II.6: Représentation géométrique de la commande équivalente

II.6. La technique de commande par mode glissant :

La commande par mode de glissant (en anglais : SLIDING MODE), est un mode de fonctionnement particulier des systèmes de réglage à structures variables (S.S.V). Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation. Toute repose donc sur le choix approprié de cette surface de commutation appelée encore surface de glissant [14].

II.6.1. Objectif de la commande par mode glissant :

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels :

- Synthétiser une surface $S(X,t)$ telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de pour suit, régulation et stabilité.
- Déterminer un loi de commande (commutation), $U(X,t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissant et les maintenir sur cette surface [14]

II.6.2. Principe de la commande par mode de glissement :

Le contrôle par mode glissant consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement. Parmi les propriétés des modes glissants [15].

- Le processus de glissement est d'ordre réduit en comparaison au système original.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.
- La robustesse vis-à-vis de la variation de certains types de paramètres.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes :

- ❖ **Le mode de convergence (MC)** : c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation $S(x_1, x_2) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- ❖ **Le mode de glissement (MG)** : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement $S(x) = 0$
- ❖ **Le mode du régime permanent (MRP)** : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase) il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande [15].

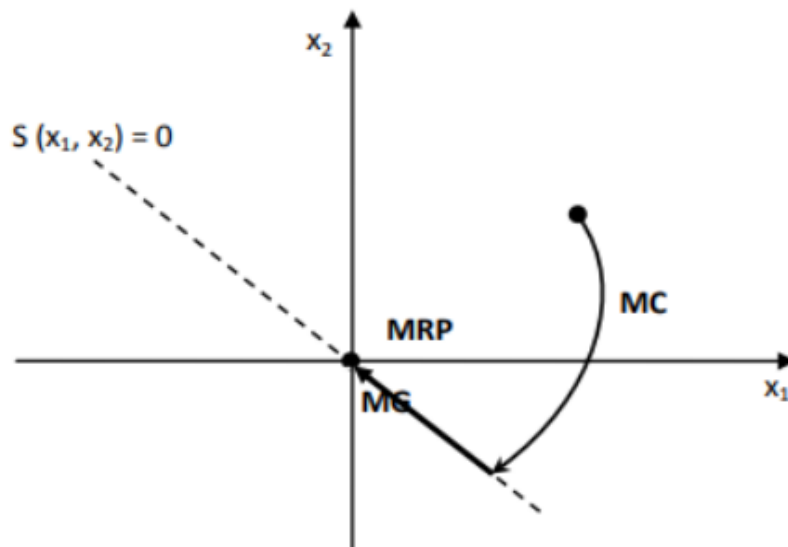


Figure II.7 : Les différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase

II.6.3. Types de régimes glissants :

Il existe deux types de régimes glissants:

II.6.3.1. Le régime glissant idéal :

En théorie, l'organe de commutation est supposé idéal et insensible aux bruits, la fréquence de commutation est infinie, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x) = 0$, d'où le régime glissant idéal [16].

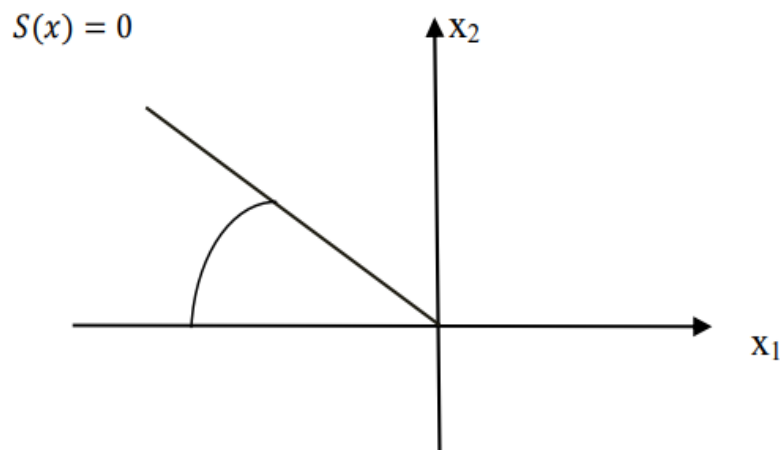


Figure II.8 : glissement idéal

II.6.3.2. Le régime glissant réel :

En pratique, l'organe de commutation est réalisé à partir d'un relais qui présente des imperfections comme les retards de commutation, dans ce cas, la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui entrave la précision du système ainsi que sa stabilité [16].

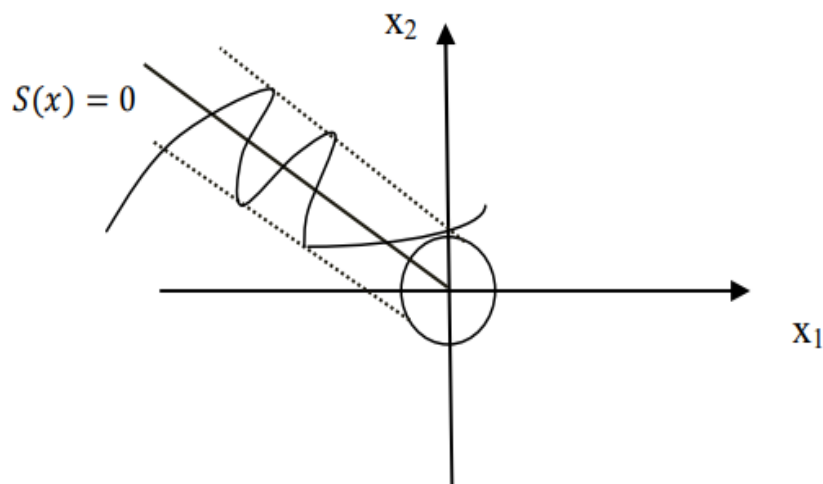


Figure II.9 : glissement réel

II.6.4. Conception de la commande par mode glissant :

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très indépendantes l'une de l'autre :

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

II.6.4.1. Choix de la surface de glissement :

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé. Pour un système linéaire la surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase [17].

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à régler x elle est donnée par:

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.33})$$

$e(x)$: est l'écart entre la variable à régler et la référence.

λ : est une constante positive.

r : est un degré relatif, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'objectif de la commande est maintenir la surface à zéro. Cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x) = 0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence [17].

II.6.4.2. Conditions de convergence et d'existence :

On représente la convergence du système par le mode de glissement d'après la figure suivante :

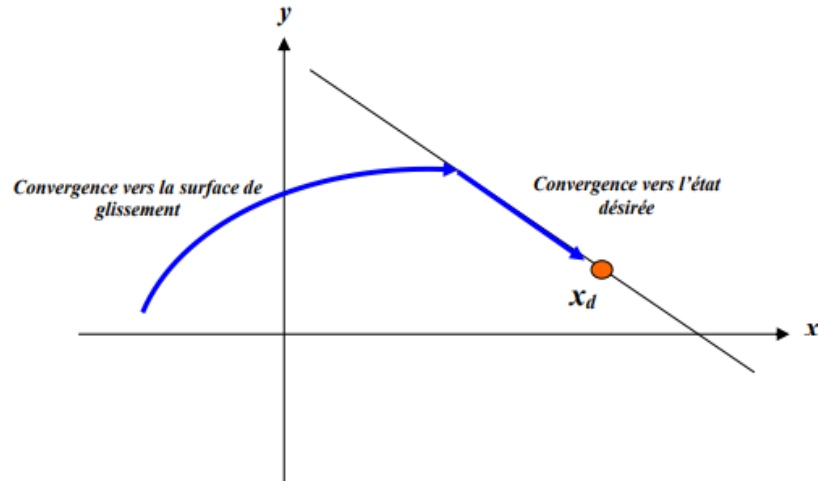


Figure II.10 : Convergence du système glissant.

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester, indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

II.6.4.2.a. La fonction de commutation :

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par EMILIANOV et UTKIN. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

Cette condition peut être formulée comme suit :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (\text{II.35})$$

II.6.4.2.b. La fonction de Lyapunov :

La fonction de LYAPUNOV est une fonction scalaire positive $V(x) > 0$ pour les variable d'état du système. La loi de commande doit être décroître cette fonction $\dot{V}(x) < 0$.

L'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond a une fonction de LYAPUNOV.

Nous définissons la fonction de LYAPUNOV comme suit [17]:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.36})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = S(x)\dot{S}(x) \quad (\text{II.37})$$

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que le dérivé soit négatif. Ceci n'est vérifié que si la condition (II.35) est vérifiée l'équation (II.36) explique que la carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement exprime par $S^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette dernière. Cette condition suppose un régime glissant idéal ou la fréquence de commutation est infinie [17].

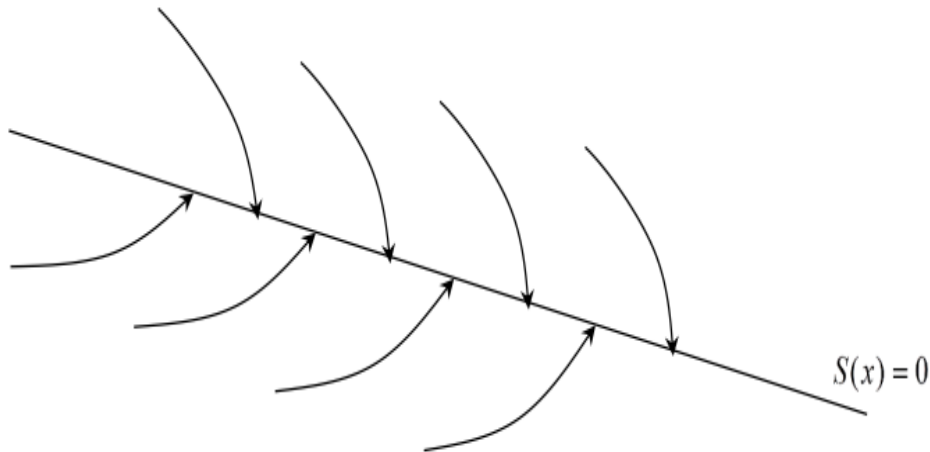


Figure II.11 : Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissant.

II.6.4.3. Détermination de la loi de commande :

Une fois la surface de glissant est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants [14] .

Une des hypothèses essentielles dans la conception des systèmes à structure variable contrôlés par les modes glissants, est que la commande doit commuter entre Max u et Min u instantanément (fréquence infinie), en fonction du signe de la surface de glissant (**Figure II.11**) .Dans ce cas, des

oscillations de très haute fréquence appelées « broutement » ou « Chattering » apparaissent dans le mode de glissant [14].

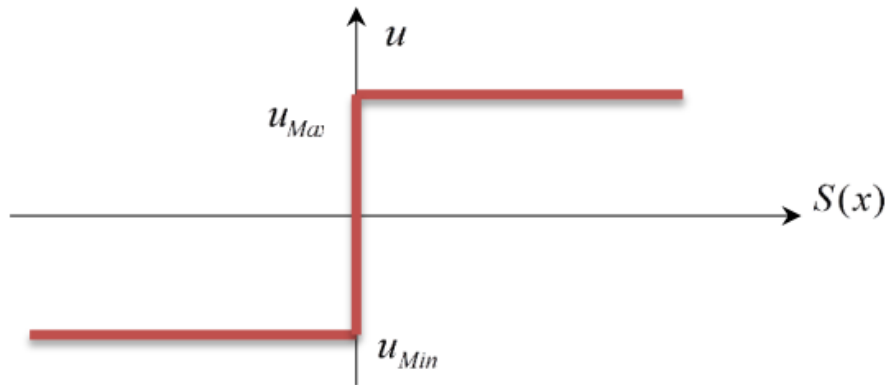


Figure II.12 : Commande appliquée aux systèmes à structure variable.

II.6.4.3.a. Définition des grandeurs de commande :

Comme il a été vu précédemment, la surface de glissant se détermine en fonction du système et des performances désirées, indépendamment de la commande, et l'obtention du régime glissant supposerait la commande discontinue. De ce fait, si cette commande est indispensable, elle n'empêche nullement, au contraire, qu'une partie continue lui soit adjointe pour diminuer l'amplitude de la discontinuité [14].

Par conséquent, la structure d'un contrôleur comporte deux parties; une première concernant la linéarisation exacte et une deuxième stabilisante. Cette dernière est très importante dans la technique de commande par modes de glissant, car elle est utilisée pour rejeter les perturbations extérieures.

Nous posons donc :

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N \quad (\text{II.38})$$

$u_{eq}(t)$ Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. Cette commande est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissant est décrit par :

$$\dot{S}(x) = 0$$

$u_N(t)$ Est un terme introduit pour satisfaire la condition de convergence $S(x)\dot{S}(x) < 0$.

Il détermine ainsi le comportement dynamique du système durant le mode de convergence, donc pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface de glissant et il est donné par :

$$\dot{S}(x) = u_N$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre u_{Max} et u_{Min} [14].

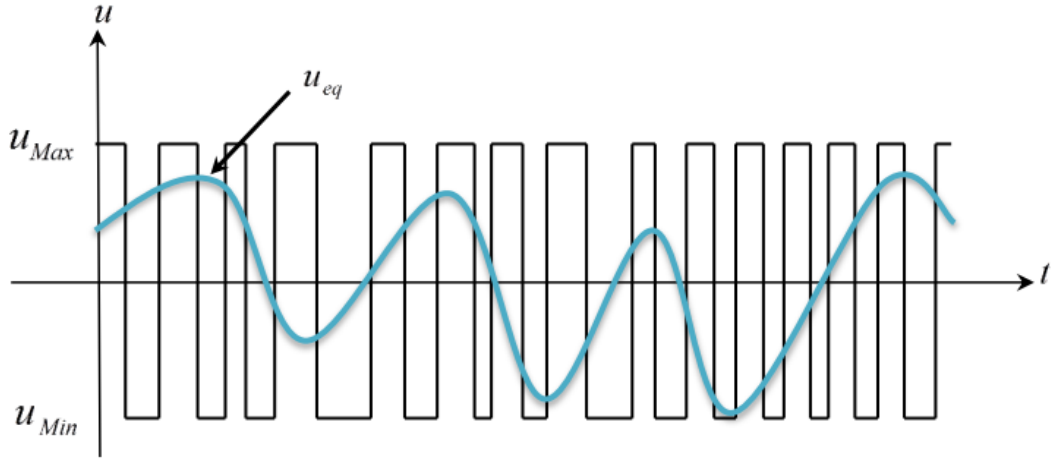


Figure II.13 : La valeur continue u_{eq} prise par la commande lors de la commutation entre u_{Max} et u_{Min} .

II.6.4.3.b. Expression analytique de la commande :

Nous nous intéressons au calcul de la commande équivalente et par la suite au calcul la commande attractive du système défini dans l'espace d'état par l'équation (II.38) [14].

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \quad (II.39)$$

Le vecteur u est composé de deux grandeurs : u_{eq} et u_N , soit :

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N$$

Nous avons :

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \{f(x, t) + g(x, t)u_{eq}(t)\} + \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} \quad (II.40)$$

En mode de glissant et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle (car la surface est égale à zéro) .Ainsi, nous obtenons [15]:

$$u_{eq}(t) = - \left\{ \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \right\}^{-1} \left\{ \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) \right\} \quad u_N = 0 \quad (\text{II.41})$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant le terme par sa valeur dans l'équation (II.40).
Donc, nous obtenons une nouvelle expression de la dérivée de la surface, soit :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} \quad (\text{II.42})$$

Le problème revient à trouver u_N tel quel :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = S(x) \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t)u_N\} < 0 \quad (\text{II.43})$$

La solution la plus simple est de choisir sous la forme de relais Figure (II.10) .Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit [15] :

$$u_N = -K \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{II.44})$$

avec :

$$\text{sign}(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases}$$

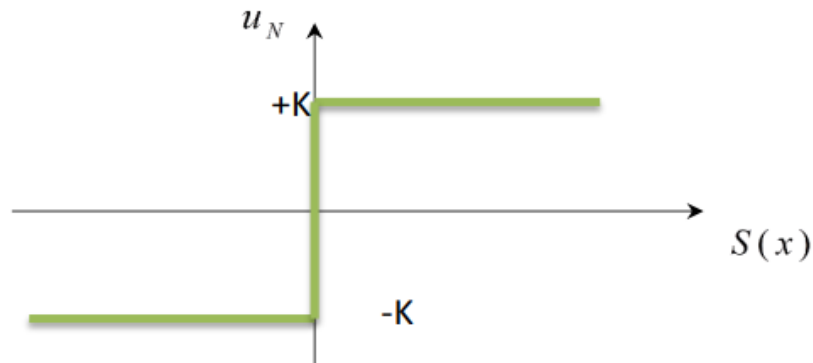


Figure II.14: Représentation de la fonction « Sign » .

En remplaçant l'expression (II.43) dans (II.44) on obtient :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) K |S(x)| < 0 \quad (\text{II.45})$$

Où le facteur $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$ est toujours négatif pour la classe des systèmes que nous considérons.

Le gain K est choisi positif pour satisfaire la condition (II.45). Le choix de ce gain est très influent car, s'il est très petit le temps de réponse sera très long et s'il est choisi très grand, nous aurons de fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de Chattering), ou même détériorer l'organe de commande [15].

II.6.5. Le phénomène de broutement "Chattering" :

Le phénomène de Chattering est provoqué par une commutation non infiniment rapide de la commande quand les techniques des modes glissants sont utilisées. Ce phénomène est indésirable car il ajoute au spectre de la commande des composantes de haute fréquence [20].

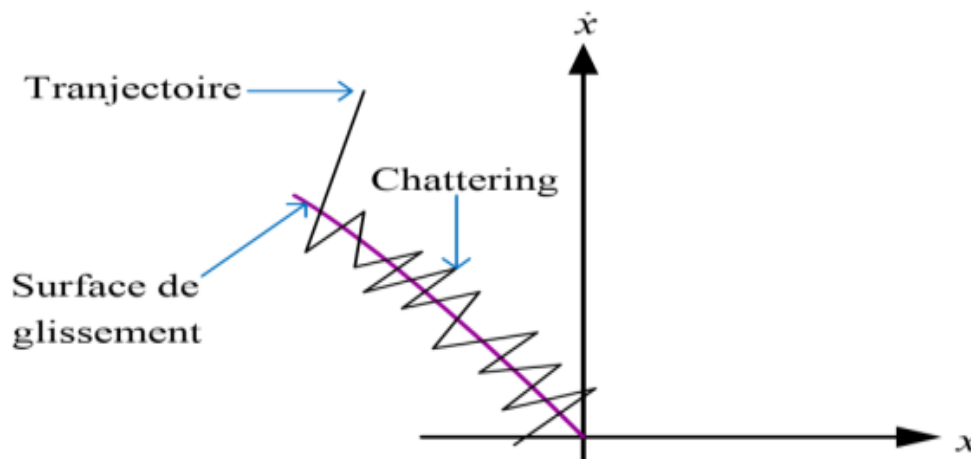


Figure II.15 : Phénomène de chattering

Le broutement (phénomène de Chattering) peut être réduit en remplaçant la fonction « signe » par une fonction de saturation adéquate qui filtre les hautes fréquences [20].

On donne ci-dessous un exemple de fonction de saturation **Figure II.16** :

• Fonction SAT :

$$\begin{cases} Sat(s) = -1 & si & S > \mu \\ Sat(s) = 1 & si & S < -\mu \\ Sat(s) = \frac{s}{\mu} & si & -\mu \leq S \leq \mu \end{cases} \quad (II.46)$$

μ : Un paramètre petit et positif.

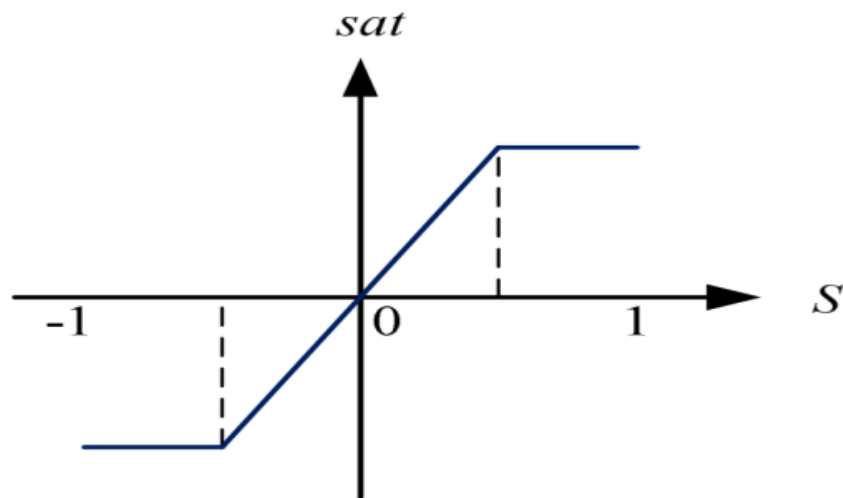


Figure II.16 : Fonction de saturation

• **Fonction SMOOTH :**

On peut aussi remplacer la fonction « signe » par une fonction de classe 1 C. On donne ci-dessous un exemple de ce type de fonction, *Figure II.17* :

$$SMOOTH(S) = \frac{S}{|S| + \mu} \quad (\text{II.47})$$

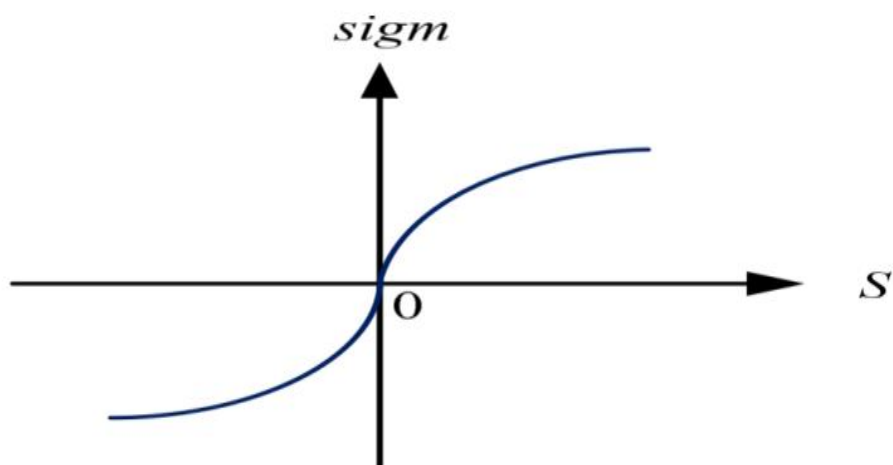


Figure II.17: Fonction sigmoïde

Il est à noter que dans toutes les solutions proposées pour remédier au phénomène de chattering, les propriétés (performances et robustesse) du mode glissant ne sont pas garanties. Afin de préserver ces dernières, des techniques telles que la commande continue avec composante intégrale, la commande continue avec logique floue, ainsi que les commandes par mode de glissement d'ordre supérieur est proposées et présentées ci-dessous [20].

II.7. Avantage et inconvénients de la commande par mode glissant :

Il y'a plusieurs avantages pour la commande par mode glissant :

la précision, stabilité, simplicité, faible temps de réponse et la robustesse. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit a cause de problèmes d'identifications des paramètres, soit a cause de la simplification sur modèle des systems [18].

Néanmoins, elle présente aussi des inconvénients car cette technique fait appel à un grand effort de commande, chose qui peut détériorer les organes de commande. De plus, en réalité, on n'a pas le glissement idéal sur la surface mais des zigzags autour de celle ci. Ce phénomène est appelé 'broutement' ou encore 'chattering', il engendre plusieurs effet indésirable sur la qualité et la réalisation de la commande et sur le système comme **Figure II.18** représente ce phenomena [18].

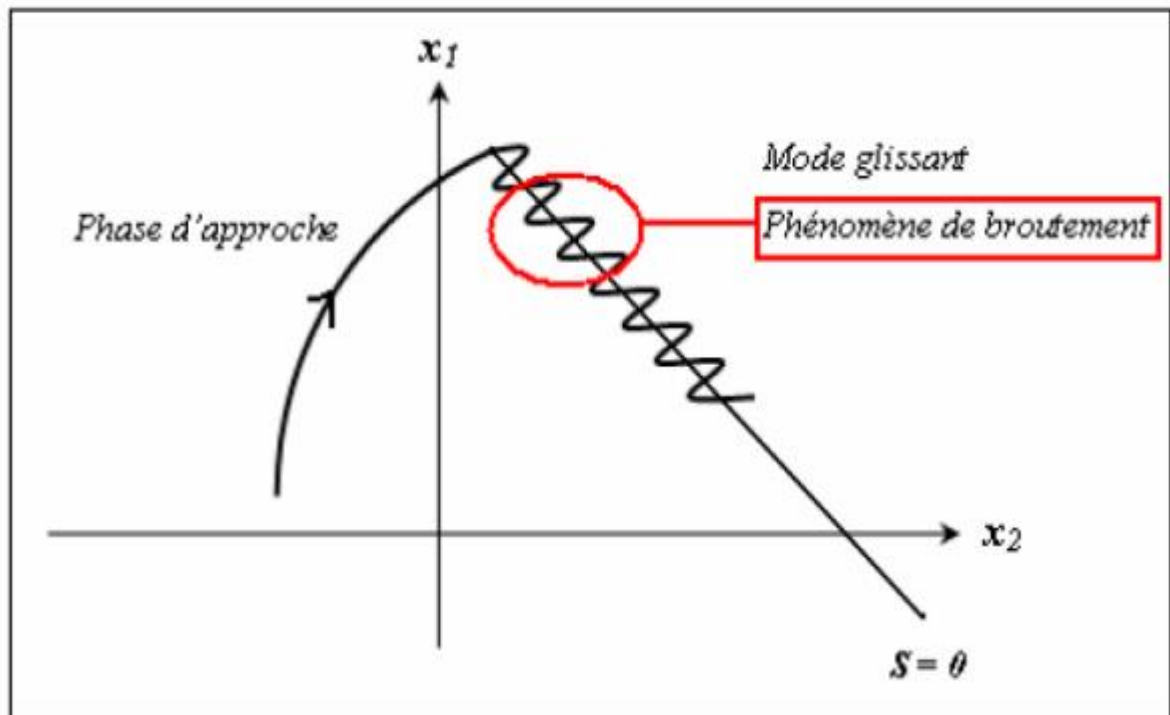


Figure II.18 : Illustration du phénomène de broutement.

Le phénomène de broutement est considéré comme un obstacle réel pour l'application de la commande par mode glissant, pour y remédier plusieurs solutions ont été proposées. On peut citer: La première c'est l'utilisation d'un observateur d'état asymptotique pour limiter la réticence .

La deuxième c'est l'utilisation d'algorithmes de commande par mode de glissement d'ordre supérieur, cette dernière solution a permis la réduction ou même l'atténuation du phénomène de chattering tout en gardant les propriétés de robustesse et la convergence en temps fini ..etc.. [18]

II.8. Conclusion :

La présentation générale des concepts de la théorie des systèmes à structure variable a été réalisée dans ce chapitre. La principale caractéristique de ces systèmes est que leurs lois de commande se modifient de manière discontinue en fonction d'une logique spécifique.

Les changements de commande sont effectués en fonction des variables d'état, qui servent à générer une variété ou une hyper-surface appelée glissement, dont l'objectif est de rendre la dynamique du système conforme à celle définie par l'équation de l'hyper-surface.

Les concepts fondamentaux de la commande par mode glissant (sur la surface de glissement, les conditions d'existence et de convergence), le phénomène de réticence ou chattering, ainsi que les principales causes de ce phénomène, ont également été exposés. De plus, les solutions suggérées pour diminuer ou résoudre cette problématique.

Une autre méthode extrêmement efficace pour résoudre le problème de broutement tout en maintenant la solidité est la commande par mode glissant d'ordre supérieur, qui sera abordée dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

***Commande par mode
glissant d'ordre deux***

III.1.Introduction :

La commande par mode glissant d'ordre deux (Higher Order Sliding Mode - HOSM) est une extension des techniques de commande par mode glissant classiques. Elle vise à améliorer les performances et à remédier à certains inconvénients de la commande par mode glissant conventionnelle, en particulier le problème de chattering (oscillations haute fréquence indésirables).

Dans la commande par mode glissant classique, l'objectif est d'amener la trajectoire du système sur une surface de glissement donnée (d'ordre 1) et de la maintenir sur cette surface. Cependant, les discontinuités de la commande entraînent inévitablement un phénomène de chattering qui peut être néfaste pour le système.

La commande par mode glissant d'ordre deux cherche à étendre le concept de surface de glissement aux dérivées d'ordre supérieur. Au lieu de considérer la surface de glissement d'ordre 1, elle définit une surface de glissement intégrale d'ordre supérieur (généralement d'ordre 2). L'objectif est alors d'amener la trajectoire sur cette surface intégrale et de la maintenir dessus.

Parmi les algorithmes HOSM populaires, on peut citer le Twisting et le Super-Twisting, qui génèrent des commandes continues tout en conservant les propriétés de robustesse des modes glissants.

La commande par mode glissant d'ordre deux trouve de nombreuses applications dans les systèmes non linéaires, incertains ou soumis à des perturbations, comme en robotique, aéronautique, électronique de puissance, etc. Elle offre une alternative intéressante pour obtenir des performances accrues par rapport à la commande par mode glissant conventionnelle.

III.2.Position du problème :

Considérons un système non linéaire avec la dynamique suivante [19]:

$$\dot{x} = f(t, x, U) \quad x \in \mathcal{R}^n \quad (III.1)$$

$$S = S(t, x) \in \mathcal{R}$$

$$U = U(t, x) \in \mathcal{R}$$

$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in X$ représente le vecteur d'état, $X \subset \mathbb{R}^n$

U : Représente la commande.

f : Est une fonction supposée suffisamment différentiable, mais connue de façon incertaine. t : Est le temps.

s : Est une fonction différentiable telle que ses $(p-1)$ premières dérivées par rapport au temps sont en fonction de l'état x (ce qui signifie qu'elles ne contiennent aucune discontinuité)

Comme il a été défini dans le chapitre précédent, l'objectif de la commande par régime glissant du premier ordre est de forcer le système à rester sur la surface de glissement, soit

$s = 0$. Pour le cas de la commande par régime glissant d'ordre supérieur, le problème posé est de forcer le système à évoluer sur la surface et à maintenir ainsi que ses $(p-1)$ premières dérivées successives à zéro.

$$\dot{s} = \ddot{s} = s^{(3)} = \dots = s^{(p-1)} = 0 \quad (\text{III.2})$$

Où p désigne l'ordre du mode glissant considéré, et il fixe le degré de douceur du système. Ainsi, une commande d'ordre p est notée par p - glissante [19].

III.3. Glissement réel et convergence en temps fini :

Jusqu'à présent, nous avons considéré seulement les modes glissants idéaux avec le maintien exact de la contrainte $s = 0$. Les organes de commande commutent à une fréquence infinie et le régime glissant idéal est interprété comme les trajectoires limites lorsque les imperfections de ces organes sont inexistantes. Un exemple d'imperfection de commutation est celui de la commutation discrète causée par des mesures discrètes.

En réalité, ces imperfections existent et sont prises en compte. La contrainte $s = 0$ est maintenue seulement de façon approximative, on parle dans ce cas du mode glissant réel. Considérons ε une mesure de ces imperfections de commutation. Ainsi la précision du glissement de la technique du mode glissant peut être décrite par une précision de glissement Asymptotique avec $\varepsilon \rightarrow 0$. [19]

III.4. Degré relatif :

La notion de degré relatif (DR) a été introduite dans un premier temps dans le cas seulement des systèmes autonomes, par la suite, l'application a été faite dans le cas non autonome. Cette notion est un concept fondamental qui a joué un grand rôle récemment dans la compréhension de la commande de la dynamique non linéaire.

- **Définition:**

Le Degré Relatif d'un système, est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour faire apparaître l'entrée de la commande de manière explicite. Il est calculé en déterminant les dérivées successives de S :

a) Degré Relatif $r = 1, i, e \dots \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \neq 0$

b) Degré Relatif $r > 1, i, e \dots \frac{\partial}{\partial u} s^i = 0 \ (i = 1, 2, \dots, r-1) \text{ et } \frac{\partial}{\partial u} s^r \neq 0$

Dans le cas (a), le problème de la commande est résolu par la loi de mode glissant du premier ordre, cependant une loi 2-glissante peut être utilisée afin d'éviter le phénomène de chattering

Pour le cas (b), on peut choisir la technique p -glissante (avec $p \geq 0$) . [19]

III.5. Principe :

Le régime glissant standard est basé sur l'annulation de la dérivée première par rapport au temps de la surface de glissement soit en $\dot{s}$. Un régime glissant d'ordre p (noté p - glissant) agit sur les $p - 1$ premières dérivées successives de la variable de glissement s^{p-1} . On aura ainsi une précision d'ordre p sur la convergence du système. Dans ce sens, les techniques de commande par régime glissant d'ordre jouent le même rôle dans la théorie des modes glissants que, la méthode de Runge-Kutta dans l'intégration numérique [19].

le calcul des dérivées successives de la variable de glissement s le long d'une trajectoire d'un système discontinu, aboutit pour un ordre donné, à une discontinuité, il est alors possible de classifier les régimes glissants d'ordre supérieur par le numéro de p dérivées successives de la surface s^p . Ce numéro est appelé l'ordre de glissement, et il fixe le degré de douceur du système. Le $p^{\text{ème}}$ ordre du système est déterminé par l'équation :

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(p-1)} \quad (\text{III.3})$$

La précédente équation impose une condition " p - dimensionnelle "sur les états du système, l'un des problèmes majeurs pour l'implantation des algorithmes p -glissant est que le nombre d'informations nécessaires augmente avec l'ordre du régime glissant. Par exemple, si on utilise un algorithme de glissement d'ordre 3 par rapport à s , on aura besoin de la connaissance de $s, \dot{s}, \ddot{s}$. Une bonne solution à ce problème sont les modes glissants du second ordre, Twisting et Super Twisting, qui n'ont besoin que de s comme information d'entrée.

Le régime glissant d'ordre supérieur le plus utilisé dans la littérature est la loi 2- glissante, mais il existe des exemples de modes glissants d'ordre 3 [19].

III.6. Mode glissant d'ordre supérieur(HOSM) :

Le mode glissant d'ordre p agit sur les $p-1$ premières dérivées successives de la variable de glissement $s^{(p-1)}$. le $p^{ème}$ rdre du système est décrit par l'équation (III. 3) .La caractéristique principale de cette stratégie, est que la partie discontinue (la fonction signe) est appliquée à la dérivée par rapport au temps de la commande, soit $\dot{U}$ Le but principal de la commande U est d'obtenir un régime glissant d'ordre p sur la surface de glissement .La prise en compte des dérivées de la surface dans le calcul de la commande, fait que le système atteint la surface plus doucement. Le calcul de l'entrée de système $U = \int \dot{U}$ rend la commande continue, évitant le phénomène de chattering [19].

III.7. Mode glissant d'ordre deux :

Le principal avantage de la commande par modes glissants d'ordre deux est l'annulation du phénomène de chattering. Son objectif est de générer un régime glissant d'ordre deux sur la surface de glissement sélectionnée $s=0$ et d'obtenir en temps fini.

$$s = \dot{s} = 0 \quad (III.4)$$

du fait qu'ils ont uniquement besoin de la connaissance de la surface S . [20]

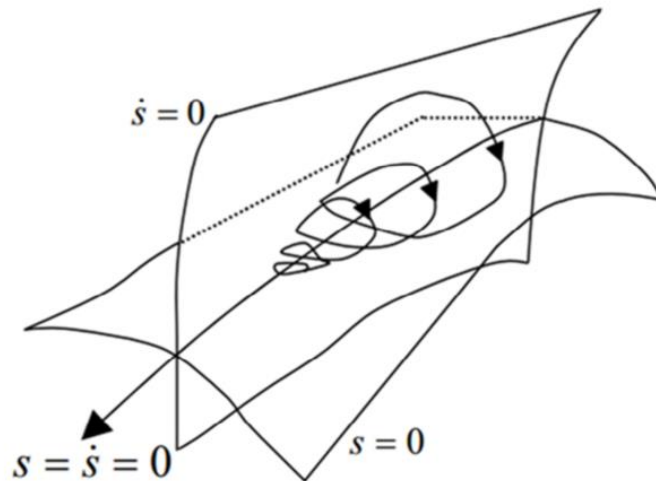


Figure III .1: Trajectoire du mode glissant d'ordre deux

Afin de détailler les algorithmes en régime glissant du second ordre, les fonctions f et S de l'expression (III.1) que les seules informations disponibles à l'instant t sont, la commande $u(t)$, la surface $S(t, x)$ et le signe de la dérivée par rapport au temps de S . La dérivée de S :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} s(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} s(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} s(t, x) \frac{dx}{dt} \\ \dot{s} = \frac{\partial}{\partial t} s(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} s(t, x) f(t, s, u) \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

La dérivée seconde de S :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \dot{s}(t, x, u) = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \frac{du}{dt} + \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) \frac{dx}{dt} \\ \ddot{s} = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) u \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

On pose :

$$\begin{cases} \psi(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) f(t, x, u) \\ \varsigma(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Le système est maintenant constitué des surfaces de glissement S et $\dot{S}$

$$\begin{cases} y_1 = S \\ y_2 = \dot{S} \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

si le degré relatif est $DR = 1$: Le système est décrit par le modèle (III-1) et par l'expression :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \psi(t, x) + \varsigma(t, x) \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Si le degré relatif est $DR = 2$: le problème de la commande peut être dérivé du cas précédent, en considérant la variable x comme une variable d'état, et u comme la commande effective. Le système à commander est défini par :

$$f(t, x, u) = a(t, x) + b(t, x)u \quad (\text{III.10})$$

Où, $a: R^{n+1} \rightarrow R^n$ et $b: R^{n-1} \rightarrow R^n$ et sont des fonctions incertaines et continûment dérivables.

Finalement le système est représenté par le modèle (III-9) et par l'équation :

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (\text{III.11})$$

$$\dot{y}_2 = \tilde{\psi}(t, x) + \tilde{\zeta}(t, x)$$

En utilisant la stratégie précédente la commande u est régie par un système dynamique du premier ordre. Les algorithmes discontinus sont appliqués en fait à la dérivée par rapport au temps de la commande u , qui devient la nouvelle variable de commande du système considéré et conduit à l'obtention d'un régime glissant d'ordre deux sur la surface S . De cette façon, l'entrée u du système est maintenant continue et permet d'éliminer le chattering[20].

III.8. Twisting Algorithm :

L'algorithme de Twisting a été le premier contrôleur d'ordre supérieur. Son principe de fonctionnement est basé sur la commutation de son amplitude entre deux valeurs V_m et V_M . La trajectoire du système dans le plan de phase tourne autour de l'origine, en s'enrapprochant d'une forme spirale. Son expression pour un système de degré relatif 2 est donnée comme suit :

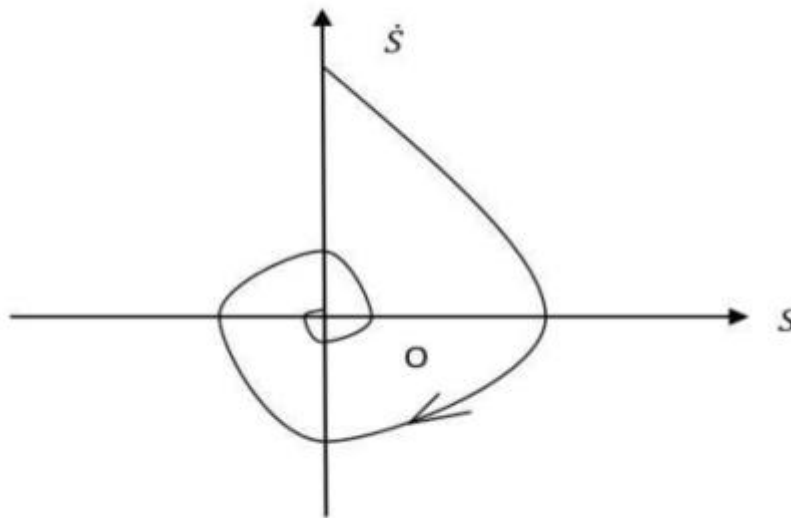


Figure III.2 : Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting.

nous allons reprendre le système $y_1 = s$ et $y_2 = \dot{s}$ Maintenant le problème de la commande est de stabiliser en temps fini le système du deuxième ordre suivant :

$$\dot{y}_1 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = \psi(t, x) + \zeta(t, x)$$

Où : $\psi(t, x)$ et $\zeta(t, x)u$ sont des fonctions mal connues mais bornées.

$$C_0 > 0, |\psi| \leq C_0, 0 < K_m \leq \varsigma \leq k_m \quad (\text{III.12})$$

L'algorithme du Twisting pour un degré relatif 1 est défini par la loi de commande suivante :

$$\dot{\mathbf{u}} = \begin{cases} -\mathbf{u} & \text{si } |u| > 1 \\ -V_m \text{signe}(s) & \text{si } SS \leq 0 \quad |u| \leq 1 \\ -V_M \text{sign}(s) & \text{si } S\dot{S} \leq 0 \quad |u| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Où $|u|$ est une valeur bornée de commande, donné pour $|u| \leq 1$

L'équation de commande pour un degré relatif 2 est :

$$\begin{cases} -V_m \text{signe}(s) & SS \leq 0 \\ -V_M \text{sign}(s) & S\dot{S} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Avec les conditions suffisantes assurant la convergence en temps fini sur la variété S sont

$$\begin{aligned} V_M &> V_m \\ V_m &> \frac{4K_M}{S_0} \\ V_M &> \frac{C_0}{K_M} \\ K_m V_m - C_0 &> K_M V_m + C_0 \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Où $S_0, C_0, K_M, K_m, V_M, V_m$ sont des constantes positives. Le contrôleur similaire est :

Si dans la pratique la dérivée de la surface S n'est pas mesurable, son signe peut être estimé par le signe de la dérivée de la surface s dans un intervalle de temps Δ_t . Le $\text{sgn}(\dot{s}(t))$ est calculé par l'expression $\text{sgn}(\dot{s}(t) - s(t - \Delta_t))$.

En prenant en compte les différentes trajectoires limites, la borne supérieure du temps de convergence peut être définie comme suit .

$$K_{tw\infty} \leq t_{M1} O_{tw} \frac{1}{1 - \theta_{tw}} \sqrt{|S_{M1}|} \quad (\text{III.16})$$

S_{M1} est la valeur de la variable S correspondant au premier croisement d'abscisse dans le plan $(S, \dot{S})$, t_{M1} est l'instant correspondant, O_{tw}, θ_{tw} sont donnés par :

$$O_{tw} = \sqrt{2} \frac{K_m V_M + K_M V_m}{(K_m V_M - C_0) \sqrt{K_M V_m + C_0}}, \theta_{tw} = \sqrt{\frac{K_M V_m + C_0}{K_m V_M - C_0}} \quad (\text{III.17})$$

Le principal inconvénient de cet algorithme réside dans le fait qu'il exige le calcul de la dérivée de la surface de glissement, ce qui est considéré comme un véritable obstacle lorsqu'il s'agit de le mettre en œuvre concrètement[20].

III.9. Algorithme de super-twisting :

Cet algorithme a été développé pour l'asservissement de systèmes à degré relatif égal à 1 par rapport à la surface de glissement. Cette loi de commande a été proposée par Emelyanov en 1990. Elle a été étudiée par Levant. Le Super-Twisting n'utilise pas d'informations sur s_1 ceci peut être vu comme un avantage puisque on réduit le nombre de capteurs et on aura pas besoin d'un temps ainsi long pour calculer la loi de commande qui est composé de deux parties, une partie discontinue u_2 et une partie continue u_1 [21]

$$u = u_1 + u_2 \quad (\text{III.18})$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| \leq 1 \\ -w \operatorname{sgn}(s_1) & \text{si } |u| > 1 \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

La partie discontinue donnée par cette équation :

$$\dot{u}_2 = \begin{cases} -\lambda_1 |s_0|^p \operatorname{sgn}(s_1) & \text{si } |s_1| > s_0 \\ -\lambda_1 |s_0|^p \operatorname{sgn}(s_1) & \text{si } |s_1| \leq s_0 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Les conditions de convergence en temps fini sont :

$$\begin{cases} w > \frac{\theta}{K_m} \\ y_1^2 \geq \frac{4\theta K_M(w+\theta)}{k_m^2 K_M(w+\theta)} \\ 0 < p < 0.5 \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Cet algorithme s'applique à des systèmes de degré relatif 1, afin de réduire le phénomène de réticence. L'algorithme de Super Twisting présente une bonne robustesse. Cette loi de commande est continue, elle ne requiert aucune information sur la dérivée des s_1 . La convergence de cet algorithme est régie par des rotations autour de l'origine du diagramme de phase, comme le montre la figure (III.3) [21].

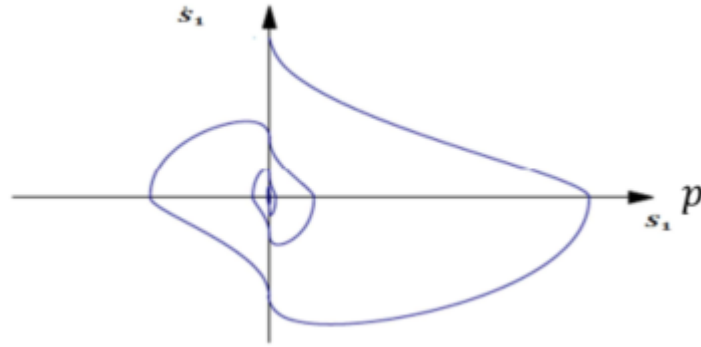


Figure III.3 : algorithme de Super-Twisting

III.10. Application à la commande super twisting d'un robot manipulateur

Mise en œuvre de l'algorithme :

Considérons un problème de contrôle d'un pendule à longueur variable (Figure III.4). Tous les mouvements sont restreints au plan vertical. Une charge de masse connue m se déplace sans frottement le long de la tige du pendule. Sa distance par rapport à O est égale à $R(t)$ et n'est pas connue a priori.

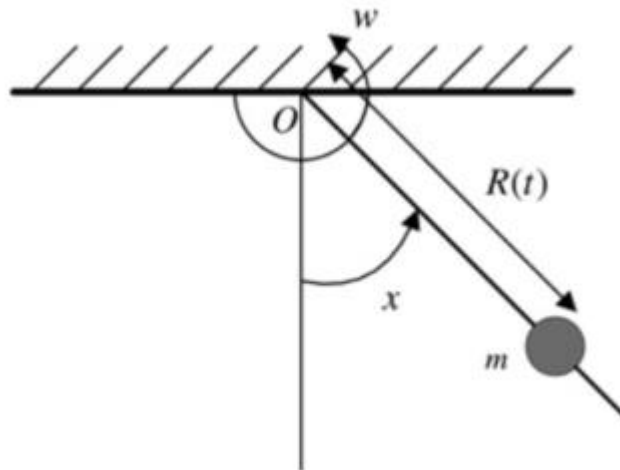


Figure III.4: Pendule à longueur variable

L'angle $\theta(t)$ est mesuré. Un moteur est connecté à la tige et lui transmet un couple ω . Le couple ω est considéré comme la commande. La tâche consiste à suivre en temps réel une fonction x_c donnée par la coordonnée angulaire x de la tige. Le système est décrit par l'équation

$$\ddot{x} = -2 \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \dot{x} - \frac{g}{R(t)} \sin x + \frac{1}{mR(t)^2} w \quad (\text{III.22})$$

où $m = 1$ kg et $g = 9,81$ m/s² est la constante gravitationnelle. Supposons que $0 \leq R_m \leq R \leq R_M$, $\dot{R}$, $\ddot{R}$, $\dot{x}_c$ et $\ddot{x}_c$ soient bornées. Dans ce qui suit, on suppose que $\dot{x} - \dot{x}_c$ est mesuré. Les conditions initiales sont $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. Voici les fonctions R et x_c considérées dans les simulations[22].

$$R = 1 + 0.25 \sin(4t) + 0.5 \cos(t) \quad (\text{III.23})$$

$$x_c = 0.3 \sin(0.5t) + 0.5 \cos(t) \quad (\text{III.24})$$

Dans le cas où le chattering du couple ω est inacceptable, on considère $u = \dot{w}$ comme une nouvelle commande. Définissons $s = \dot{x} - \dot{x}_c + 2(x - x_c)$. Le degré relatif du système est 2. D'après les théorèmes 1 et 4, la loi de commande s'écrit $x_c u = u_{nom} + u_{com}$, $u_{nom} = -k_1 S(y_1, \rho_1, z_1, \varepsilon_1) - k_2 S(y_2, \rho_2, z_2, \varepsilon_2)$, $u_{com} = -\hat{r}(t) \text{sign}(\sigma)$, $\hat{r}(t) = \left(\frac{1}{\beta}\right) |\sigma|$, $\sigma(z) = \dot{s} + z_{aux}$, et $\dot{z}_{aux} = -u_{nom}$. Les paramètres sont choisis comme $y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)$, $y_2 = \left(\frac{2}{3}\right)$, $k_1 = 50$, $k_2 = 40$, $\hat{r}(0) = 4$ et $\beta = \left(\frac{1}{3}\right)$. Un différentiateur en temps réel a la forme .

$$\dot{z}_1 = -100|z_1 - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1 - s) + \dot{z}_2 \quad (\text{III.25})$$

$$\dot{z}_2 = -440 \text{sign}(z_1 - s) \quad (\text{III.26})$$

où z_2 est l'estimation en temps réel de $\dot{s}$.

III.10.1. Simulation et interprétation :

Commande par mode Glissant d'ordre deux exemple de robot manipulateur

```
function dx=RTwist(t,x)
g=9.81;
m=1;
lan=2;
%-----R(t)-----
R = 1 +0.25*sin(4*t)+0.5*cos(t);
dR = cos(4*t) - 0.5*sin(t);
ddR = -4*sin(4*t) - 0.5*cos(t);

%----- La référence -----
yd = 0.08*sin(t) + 0.12*cos(0.3*t);
dyd = 0.08*cos(t) - 0.036*sin(0.3*t);
ddy = -0.08*sin(t) - 0.0108*cos(0.3*t);
%-----
s=(x(2)-dyd)+lan*(x(1)-yd);
u= -10*sqrt(abs(s))*sign(s)+x(3);
dx1 = x(2);
dx2 = -2*(dR/R)*x(2) - (g/R)*sin(x(1)) + u/(m*R^2);
dx3 = -W*sign(s);
dx = [ dx1 ; dx2 ; dx3 ];
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%"
clear all;
close all;
%Paramètres du système
g=9.81;
m=1;
lan=2;
land=5;
t0=0;
tf=5;
x0=[0;3;0];
%x0=[3;2;0];
%x0=[-7;7;0];
yd0 = 0.08*sin(0)+0.12*cos(0.3*0);
dyd0= 0.08*cos(0)-0.036*sin(0.3*0);
ddyd0= -0.08*sin(0)-0.0108*cos(0.3*0);
dddyd0= -0.08*cos(0)+0.00324*sin(0.3*0);

R0 = 1 + 0.25*sin(4*0)+0.5*cos(0);
dR0 = cos(4*0)-0.5*sin(0);
ddR0 = -4*sin(4*0)-0.5*cos(0);

E=[x0(1,1)-yd0];
T0= [0];
X0= [x0(1,1),x0(2,1),x0(3,1)];
s0= (lan*x0(1,1) + x0(2,1)- lan*yd0 -
dyd0)/(1+abs(x0(1,1))+abs(x0(2,1)));
S0= [s0];
s=s0;
dS0= [0];
YD=[0];
Ueq=[0];

    %===boucle d'affichage au cours de la simulation ===
    %=====

% La boucle du calcul
n = length(S0);

[T,X]=ode113('Rtwist', [t0,tf],x0);
n = length(T);
x0 = [X(n,1),X(n,2),X(n,3)];
T0=[T0;T(n)];
X0=[X0; x0];
S0=[S0;s];
dS0=[dS0;ds];
U=[U;u];
YD=[YD;yd];
    e=X(n,1)-yd;
end
    hold on
subplot(221)
plot(T0,X0(:,1))
hold on

```

```

plot(T0,YD(:,1),'-')
xlabel('temps en sec')
ylabel('y(t)')
title('réponse')
grid
subplot(222)
plot(X0(:,1),X0(:,2))
xlabel('y(t)=x1(t)')
ylabel('x2(t)')
grid
title('Le plan de phase')
subplot(223)
plot(T0,U(:,1))
xlabel('temps en sec')
ylabel('u(t) en newton')
grid
title('La commande u du système')

subplot(224)
plot(T0,S0(:,1))
xlabel('temps en sec')
ylabel('s(t)')
grid
title('La surface s(t)')

```

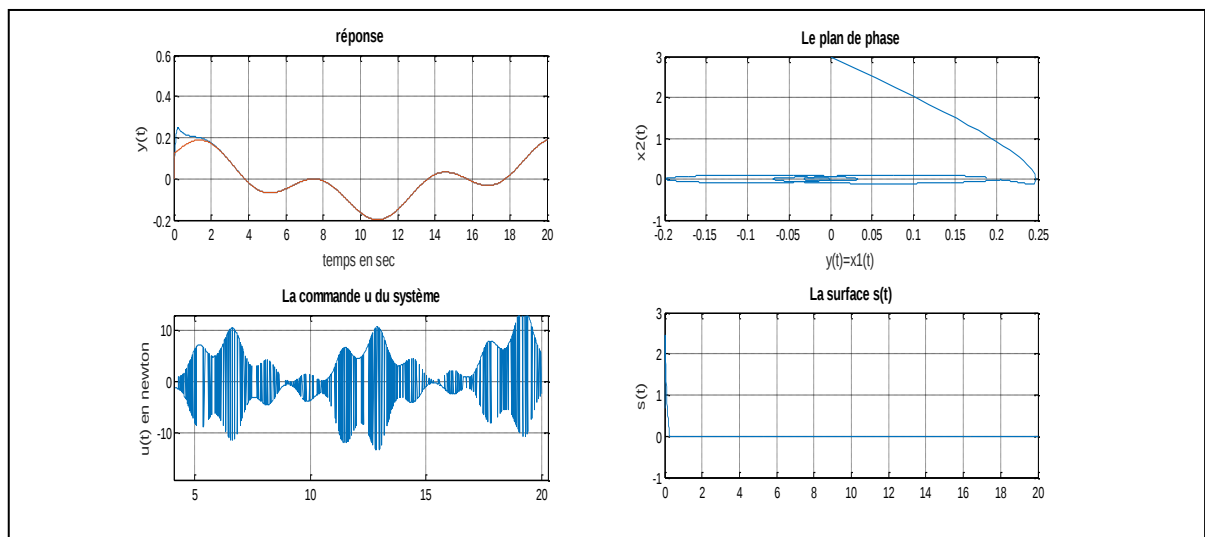


Figure III.5: Simulation de la commande MGO1

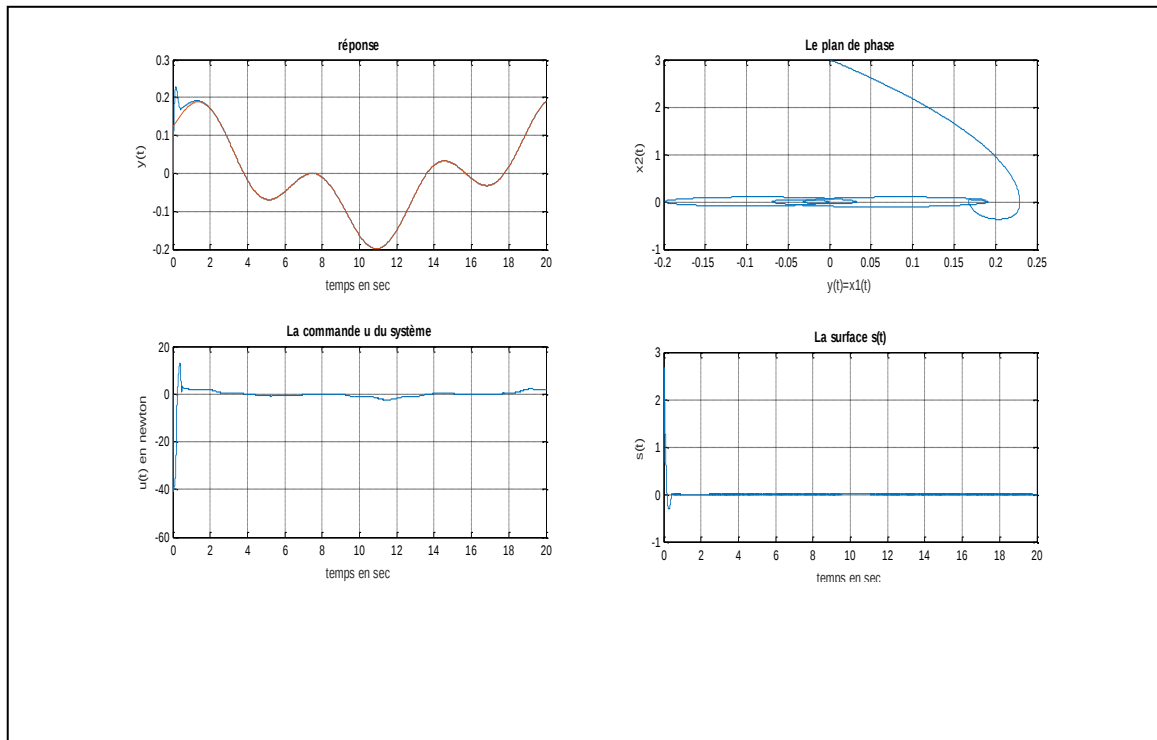


Figure III.6: Simulation de la commande MG02 Super Twisting

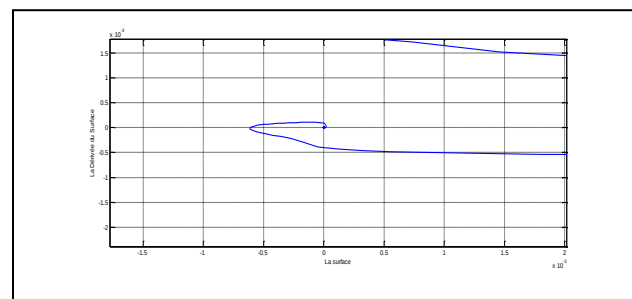


Figure III.7 : Plan de phase $(s, \dot{s})$ Super Twisting Algorithm

- On a clairement supprimé le broutement (chattering) du signal de commande.
- L'angle θ se stabilise à zéro
- La surface de glissement tombe vers zéro dans un temps fini.
- On a utilisé les algorithmes de Twisting et de super- Twisting comme des algorithmes de mode glissant d'ordre deux. On sait que ces algorithmes ont la capacité de réduire le broutement.
- On a développé les algorithmes de Twisting et de super- Twisting afin de produire une commande continue et uniforme, plutôt que de faire une commutation rapide et abrupte.

Cela facilite la sélection des éléments de haute fréquence qui sont responsables du broutement.

- On a utilisé des méthodes de filtrage adéquates sur le signal de commande afin de supprimer les variations indésirables et les fluctuations rapides qui sont responsables du broutement. Grâce à ces méthodes, il est possible d'obtenir un signal de commande plus constant et sans interruption.
- En combinant ces méthodes, le signal de commande a été efficacement débarrassé du broutement, ce qui améliore la performance globale du système de contrôle. Cela offre une commande plus précise, plus stable et moins susceptible de fluctuer involontairement.

III.11. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la stratégie de commande par mode glissant d'ordre un appliquée sur un pendule . Le but est de montrer l'inconvénient de cette loi, qui es le phénomène de réticence (chattering).

Afin de surveiller les trajectoires de référence en temps fini avec une précision élevée, une solidité élevée et une réduction de la réticence, nous avons développé une autre méthode de commande par mode glissant d'ordre deux, l'algorithme de superTwisting. Cette loi élimine le brouillage en simplifiant la commande continue et en rendant le système plus stable.

Conclusion générale

Conclusion générale:

L'étude présentée dans ce mémoire a consisté en une étude comparative de la commande par mode glissant d'ordre un et de la commande par mode glissant d'ordre deux (utilisant l'algorithme de Super Twisting) pour le système non linéaire. L'étude théorique de la commande par mode glissant d'ordre deux (utilisant l'algorithme de Super Twisting) a montré qu'elle peut résoudre le problème de chattering tout en maintenant les performances obtenues avec la commande par mode glissant d'ordre un. Ainsi, cette étude a été menée pour évaluer les performances des deux modes de glissement pour le système non linéaire.

Dans le premier chapitre, une base solide a été fournie pour comprendre la formulation d'état, qui est un outil mathématique puissant pour modéliser, étudier et concevoir des systèmes de contrôle pour les systèmes dynamiques. Il a analysé les systèmes non linéaires et exploré un ensemble diversifié de techniques de contrôle avancées pour traiter les non-linéarités et les incertitudes résultant de ces systèmes. Ces concepts sont essentiels et vitaux pour concevoir des systèmes de contrôle hautes performances et efficaces dans de nombreux domaines d'application différents.

Dans le deuxième chapitre, le concept général de la commande par mode glissant a été présenté, mettant en évidence ses avantages comme le rejet des perturbations, la bonne poursuite des consignes et l'insensibilité aux variations paramétriques. Cependant, l'inconvénient majeur de cette approche réside dans le phénomène de broutement (chattering) indésirable. Des solutions ont alors été proposées pour résoudre ce problème, notamment la théorie de la commande par mode glissant d'ordre supérieur permettant d'éliminer le broutement. En résumé, ce chapitre a posé les bases théoriques des systèmes à structure variable (SSV) et de la commande par mode glissant classique, abordant les concepts clés, la conception ainsi que la problématique liée au phénomène de broutement et les pistes pour y remédier.

Dans le troisième chapitre, une stratégie de contrôle par mode glissant de second ordre a été présentée comme solution au problème de chattering dont souffre la méthode de contrôle traditionnelle par mode glissant de premier ordre. Les principes théoriques de cette stratégie ont été expliqués en détail, y compris les algorithmes de twisting et de super-twisting, qui génèrent des signaux de commande continus réduisant le phénomène de chattering.

L'algorithme de super-twisting a été appliqué à un système de pendule à longueur variable via une simulation utilisant MATLAB. Les résultats ont montré l'efficacité de cet algorithme pour réduire

Conclusion générale

de manière significative le chattering, tout en conservant les avantages du contrôle par mode glissant traditionnel, tels que la précision et la robustesse face aux incertitudes et aux perturbations.

Il peut être conclu que le contrôle par mode glissant de ordre deux, en particulier l'algorithme de super-twisting, offre une performance excellente en termes de précision, de robustesse et de réduction du problème de chattering. Par conséquent, il constitue une solution efficace pour améliorer la performance des systèmes de contrôle non linéaires et incertains.

Au terme de ce travail, nous pouvons dire que la commande par mode glissant est robuste. Cependant, pour qu'elle puisse accomplir ce rôle de manière optimale, il est essentiel de bien choisir la surface de glissement ainsi que les paramètres de commande appropriés. Ensuite, il est nécessaire de vérifier la condition de convergence pour garantir l'efficacité du système.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] « REPRESENTATION D'ETAT », Cours, Université-Badji-Mokhtar-Annaba
- [2] **Dr. D.OUNNAS** « Commande des Systèmes Linéaires » Support de Cours, Exercices Corrigés et Scripts en Matlab, Université de Larbi Tebessi- Tébessa, 2020/2021
- [3] **H.NECHAF** « Observation et Synthèse d'Observateurs pour les Systèmes à Retard » MÉMOIRE DE MAGISTER , Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, le 14 novembre 2015.
- [4] **RAFANOTSIMIVA LivaFalisoa** « Etude de Commandes non Lineaires pour ReseauxElectriques – Application a un Système SMIB » Diplôme De Doctorat de l'Université d'Antsiranana , le 22 juillet 2013 .
- [5] « Généralités sur les systèmes non linéaires », Cours, Université Mohamed BOUDIAF de M'Sila
- [6] **Dr H.LEHOUCHE** « ANALYSE ET SYNTHESE DES SYSTÈMES NON LINÉAIRES » COURS , UNIVERSITE A/ MIRA DE BEJAIA
- [7] **K.SADI et I.LAIACHI** « Commande des systèmes non linéaire multivariables par mode glissant » MEMOIRE DE MASTER, Université de Larbi Tebessi- Tébessa, 2022/2023
- [8] **T.AMIEUR** « Généralités sur la commande des systèmes non linéaires » Cours MASTER, Université Mohamed Khider
- [9] **A.YAHDOUN** « Commande et observation par modes glissants d'une machine asynchrone double étoile sans capteur mécanique » diplôme de Magister, Université Hassiba Ben bouali de Chlef, Année 2011.
- [10] **N. MOHAMMED et C. LOKMAN** « Commande par mode glissant appliquée à un système électro-énergétique » Mémoire master académique, Université Kasdi Merbah, Ouargla. 2016/2017
- [11] **CH.DJAMAL EDDIN et A.AHMED** « Commande par mode glissant d'ordre deux d'une machine asynchrone » Mémoire master académique, Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued. 2017/2018
- [12] **B.WALID.** « Commande par modes glissants du suivi de trajectoires pour un robot

mobile» diplôme de Magister, Université Hadj Lakhdar Batna.

[13] **B.BECHAR** et **S.ABDERRAHMANE** « Diagnostic De Défaut Par Un Observateur Non Linéaire » Mémoire master academique, Université Dr.Tahar Moulay de Saïda. 2017/2018

[14] **T.Djihad** « Commande par mode glissant d'ordre deux d'une machine synchrone à aimants permanents » Mémoire master academique, Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued. 2016/2017

[15] **S.HAROUNE** et **D.YOUSSOUF** « Commande par mode glissant de la machine asynchrone » Mémoire master academique, Université Mohamed Seddik Benyahia – Jijel. 2020

[16] **M.OUKHENNICHE** et **R.YADADENE** « Commande par mode glissant des systèmes linéaires à retards » Mémoire master academique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. 2018

[17] **H.ABD ELMELEK** et **A.BOUDJEMAA** « Commande commande des systèmes non linéaires par mode glissant » Mémoire master academique, Université Kasdi Merbah, Ouargla. 2019 / 2020

[18] **N.BOUNASLA.** « Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur de la Machine Synchrone à Aimants Permanents » Mémoire de Magister, Université Ferhat ABBAS Sétif . 2014

[19] **B.BENHADJ** et **Y.SELHADJI** « Commande d'un robot manipulateur par mode glissant d'ordre supérieur » MémoireMaster académique ,Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou, 04 / 07/2012

[20] **O.IMAD IDDINE** et **M.ABDELMOHAYMEN** « Commande par mode glissant d'ordre 2 d'un moteur asynchrone via " super twisting algorithm" » Mémoire master academique, Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued. 2023/2022

[21] **M.BIRKOCHE** **S.HAMADOUCHE** « Commande par mode glissant d'ordre deux d'un pendule inverse » Mémoire Master académique , **UNIVERSITE MOULOUDE MAMMERI DE TIZI-OUZOU**17/07/ 2016

[22] **PENG.LI** « Robust adaptive second-order sliding-mode control with fast transient performance » Article in IET Control Theory & Applications, National University of Defense Technology ,January 2012