

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude
Présenté pour l'obtention du diplôme de
MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Electromécanique

Thème

**Modélisation, conception mécanique d'un
robot hybride**

Devant le jury constitué de :

Président : ...

Examineur : ...

Encadreur : **Assia Meziane**

Présenté par :

Belghith Akram

Khaldi Mouhammed Saleh

Blila Ahmed

2020 – 2021

Remerciement

Je voudrais saluer et remercier ici les personnes qui ont contribué à la réussite de ma thèse.

Je remercie mon encadreur Assia Meziane, qui fait confiance et qui m'a donné l'opportunité de réaliser ce travail de thèse.

Je remercie kaouther qui m'a offert son aide et son soutien pendant cette année de travail.

Je n'ose pas finir sans exprime mes remerciements les plus chaleureux à mes parents pour leur respect, leur amour et leur confiance.

Dédicace

Nous dédions cet humble travail à ceux qui nous ont aidés à faire ce travail modeste par leurs conseils et leurs encouragements :

Nos parents

Notre encadreur Dr Meziane Assia

Nos enseignants

Nos chers amis

À toutes les promotions 2020/2021.

Résumé : Le travail développé dans ce mémoire concerne la modélisation du robot parallèle hybride, ce robot se compose de plusieurs modules empilés (ces modules peuvent être différents par leurs dimensions). Pour la modélisation dynamique d'un module parallèle, la méthode utilisée prend en compte la dynamique des chaînes cinématiques et de la plate-forme de ce module. La dynamique de la plate-forme est calculée en fonction des variables cartésiennes de la plate-forme, tandis que les modèles dynamiques des chaînes cinématiques sont calculés en fonction des variables articulaires, ce choix permet d'obtenir des relations moins compliquées que le calcul des deux dynamiques dans l'espace articulaire. Ensuite, nous avons étudié la modélisation du robot parallèle hybride constitués de plusieurs modules parallèles montés en série. La méthode utilisée est une méthode récursive basée sur le calcul des efforts appliqués sur les différents modules de la structure les uns par rapport aux autres et faisant intervenir les efforts provenant de l'environnement extérieur. L'étude présentée se compose de plusieurs parties à savoir : géométrie, cinématique et dynamique d'un robot parallèle hybride à n étages. Afin d'illustrer les différentes étapes de la modélisation on a réalisé des simulations en Matlab pour le cas particulier d'un robot parallèle comportant trois modules de dimensions différents.

Mots-clés : robots parallèles, modélisation géométrique, cinématique, hybride.

ملخص : العمل المقدم في هذه المذكرة يخص نمذجة ربات متوازي مختلط (مشكل من عدة طبقات) هذه الطبقات قد تكون مختلفة الأبعاد. (النمذجة الديناميكية للطبقة الواحدة تعتمد على ديناميكية السلاسل الحركية و القاعدة المتحركة المشكلة لهذه الطبقة. قمنا بحساب النمذجة الديناميكية للقاعدة المتحركة بواسطة الإحداثيات الديكارتية أما بالنسبة للسلاسل الحركية المشكلة لهذا الربات فبواسطة متغيرات مشتركة, هذه الطريقة تسمح لنا بتجنب الحسابات المعقدة. بعد ذلك قمنا بتعميم هذه الدراسة لربات متعددة الطبقات بإتباع طريقة تكرارية تعتمد على حساب القوى المطبقة على جميع الطبقات واحدة تلو الأخرى و كذلك بالنسبة للمحيط الخارجي. هذه الدراسة تنقسم إلى عدة مراحل: أولاً الدراسة الهندسية ، الحركية ثم الديناميكية لربات متوازي مختلط مشكل من 'ن' طبقة. رصدنا مثال لربات متوازي مشكل من 3 طبقات لتوضيح هذه الدراسة.

كلمات مفتاحية: روبوتات متوازية ، نمذجة هندسية ، حركية ، هجين .

Sommaire

<i>Remerciement</i>	I
<i>Dédicace</i>	II
Sommaire	Erreur ! Signet non défini.
Liste des figures	V
Liste des tableaux	VI
Introduction Générale	2
Chapitre 01 : Généralité sur la robotique	4
1-1 Historique :	4
1-2 Définition :	6
1-3 Types de robots industriels existants :	7
1-3-1 Robots sériels :	7
1-3-1-1 définition :	7
1-3-1-2 Les avantages des ribotes sérielles :	8
1-3-1-3 les Inconvénients des robots sériels :	8
1-3-2 Les Robots parallèles :	9
1-3-2-1 définitions :	9
1-3-2-2 les Caractéristiques d'un robot parallèle :	10
1-3-2-3 Architecteur des robots parallèles :	10
1-3-2-4 Les Robots parallèles existants :	11
1-3-3 Les Robots hybrides :	14
1-3-3-1 définitions :	14
1-3-3-2 Porteur parallèle – poignet série :	14
1-3-3-3 Porteur série – poignet parallèle	15
1-3-3-4 Autres mécanismes hybrides :	16
Chapitre 02 : Description de la structure hybride	19
2-1 descriptions général du mécanisme:	19
Chapitre 03 : Modèle géométrique	24
3-1 Modèle géométrique direct d'un module k	24

3-2 Modèle géométrique direct de la chaîne cinématique i	24
3-3 Modèle géométrique inverse de la chaîne cinématique i :	26
3-3-1 Les résultats des variables articulaires q_1, i, q_2, iq_3, i ($i=1...6$) obtenus par Maple :	30
3-4 Modèle géométrique inverse de la structure hybride	31
3-5 applications pour un robot type Gough-Stewart dans MATLAB :	33
Chapitre 04 : Modélisation cinématique de la structure hybride.....	36
4-1 Introduction	36
4-2 Modèle cinématique direct	36
4-2-1 Calcule indirect de la matrice jacobienne	37
4-2-2 Calcule direct de la matrice jacobienne.....	37
4-3 Modèles cinématiques de la chaîne cinématique i d'un module k	39
4-4 Modèle cinématique inverse d'un module k	41
4-4-1 Résultat symbolique de La $K^{ième}$ ligne de la matrice jacobienne $b, kJ - 1k$ obtenu sous Maple :	43
4-5 Application pour un robot type Gough-Stewart dans MATLAB :	44
Conclusion générale et perspectives	45
Annexe A Programme SolidWorks.....	47
Annexe B Matlab Simulation	50
Références	53

Liste des figures

Figure 1: premier robot parallèle sphérique,brevet en 1931 (Brevet US No ,1,789,680)	4
Figure 2 : le premier hexapode octaédrique à sa naissance en 1957 et peu avant son transfert dans un musée en 2000 (DUNLOP TYRES)	4
Figure 3: le premier héxapode octaédrique utilisé dans une simulateur de vol, construit autour de 1965 (KLAUS CAPPEL)	5
Figure 4 : Robot sériel ABB IRB 6600	7
Figure 5 – 6 : ROBOTS à structure sérielle	8
Figure 7 : la plate-forme de Gough-Stewart	9
Figure 8 : Exemples d'architectures de robots planaires	11
Figure 9 : Robots parallèle de types SSM.TSSM et MSSM	11
Figure10 : Manipulateurs à deux degrés de liberté.....	12
Figure 11 : Robot Delta à trois degrés de liberté	12
Figure 12 : Robot delta à 4 degrés de liberté	13
Figure 13-14-15 : (plate-forme de Gough , simulateur de vol , hexapode M850)	13
Figure16-17 : Triplet 854 - robot hybrids.....	14
Figure18 -19 : le robot tript - spint Z3	15
Figure 20 : Dumbo (IFW)	16
Figure 21-22 : le SCARA/poignet actif - le SCARA/DELT	16
Figure 23-24: Un robot hybride - robot hybride à 6dll.....	17
Figure 25 : Robot logbex-modèle LX4	17
Figure 26 : Description d'un module parallèle de la structure hybride	19
Figure 27 : la plate-forme de Gough-Stewart.....	19
Figure2 8 : Structure arborescent équivalent d'un module K	20
Figure 29 : description de la base et la plate-forme d'un module K	20
Figure 30 : placement des repères des articulation de la chaine cinématique i d'un module k.....	21
Figure 31 : Représent d'une chaine cinématique i	27
Figure 32 : Algorithme du calcul du modèle géomitrique inverse du robot hybride	32
Figure 33 : position des articulation de la base de la plate-form dans MATLAB.....	33
Figure 34 : Base et plate-forme dans un état stable	33
Figure 35 : la base et la plate-forme sont en mouvement et en rotaion	34
Figure 36 : influence de type de l'articulation sur le repère terminal	37
Figure 37 : la vitesse V_K et lavitesse angulaire K de la plateforme K	42

Figure 38 : vérification de la cinématique pour la plate-forme Stewart.....	44
---	----

Liste des tableaux

Table 1 : paramètre géométrique de la chaine cinématique i (pour $i = 1..6$).....	21
---	----

Introduction Générale

Introduction Générale

Le développement dans le domaine de la robotique a été poussé en premier lieu par une motivation d'imitation des capacités basiques de l'être humain, afin de lui faciliter les tâches difficiles et répétitives dans le domaine de l'industrie, telles que le soulèvement de pièce lourdes, serrage , découpage assemblage , etc. Les premiers robots furent alors des robots à structure série simple : La structure mobile articulée est une chaîne ouverte formée d'une succession de segments reliés entre eux par des liaisons à un seul degré de liberté ; chaque articulation est commandée par un actionneur situé à l'articulation ou sur l'un des segments précédent (1). Ces robots ont pour avantage de disposer d'un grand volume de travail et d'être relativement simples sur le plan des calculs liés à leur commande. Par contre, ces robots présentent des inconvénients quand il s'agit d'effectuer des tâches demandant de la précision ou de tâches devant être exécutées avec rapidité.

La structure parallèle, est formée de plusieurs chaînes cinématiques (jambes) liées à l'une de leur extrémité à un corps de référence que l'on appellera base et à l'autre extrémité à une plate-forme (nacelle), l'ensemble forme une chaîne cinématique fermée de telle sorte que la définition simplifiée d'un robot parallèle peut être la suivant (3) :

Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématique indépendants, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples.

Notre travail consiste à modéliser un robot parallèle hybrides à base fixe (robot parallèle formé de plusieurs module empilés) en suivant des procédures et des techniques de calcul habituellement utilisées pour les robots sériel , arborescent ou comportant des boucles fermées. Ainsi, les méthodes fondées sur l'utilisation de formulation de Newton-Euler récursives.

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

- ✓ Le premier chapitre est consacré à la Généralité sur la robotique mais avant de présenter quelques références importantes relatives aux robots parallèle à trois degrés.
- ✓ Dans le deuxième chapitre, nous donnons une description détaillées de la structure hybride.
- ✓ Le chapitre 3 est dédié à la modélisation géométrique directe et inverse du robot.
- ✓ Dans le chapitre 4 nous représentons modélisation de la structure hybride.
- ✓ Ce mémoire se termine par une conclusion générale sur les travaux menés dans cette étude. A la fin nous ajoutons une annexe qui donne les détails de certains élément de calcule.

Chapitre 01 :

Généralité sur la robotique

Chapitre 01 : Généralité sur la robotique

Historique : [1]

Des travaux théoriques sur les octaèdres articulés datent de 1897, mais la première véritable invention d'un robot parallèle à plus d'un degré de liberté (ddl) semble être un simulateur de mouvement pour l'industrie de divertissement, annoncé en 1928. Il y a de grandes chances que ce robot ne fut qu'un concept et que ni son problème géométrique direct, ni ses singularités n'ont été étudiés. D'ailleurs, il est très probable, que ce robot n'ait jamais été construit, à cause de la Complexité de sa commande.

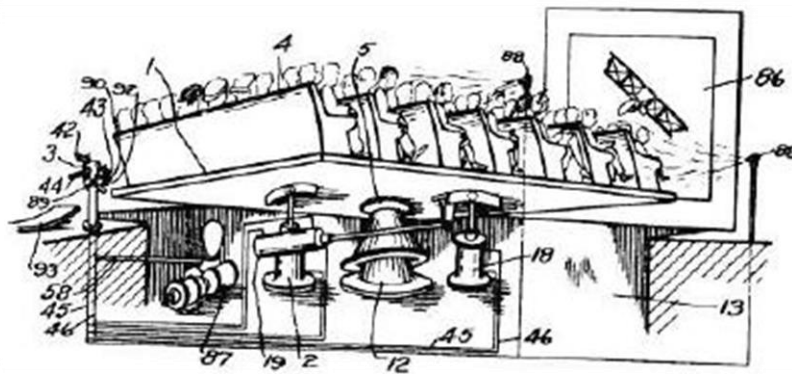


Figure 1: premier robot parallèle sphérique, brevet en 1931 (Brevet US No ,1,789,680) [1]

Dix ans plus tard, et peu après la naissance du terme « robot », le premier robot industriel a été inventé. Et ce robot était parallèle. Le robot à trois bras, très similaire au robot Delta, était destiné à la peinture automatisée. Ce robot non plus n'a jamais été fabriqué. Enfin, en 1947, le robot parallèle le plus connu et le plus répliqué a été inventé – l'hexapode octaédrique, ou ce qu'on appelle injustement la plate-forme de Stewart. C'est l'écossais Dr. Eric Gough, ingénieur à Dunlop Rubber Co., en Angleterre, qui a construit le premier l'hexapode octaédrique afin de tester des pneus en appliquant des charges.



Figure 2 : le premier hexapode octaédrique à sa naissance en 1957 et peu avant son transfert dans un musée en 2000 (DUNLOP TYRES) [1]

Mais l'hexapode octaédrique n'a pas été conçu à partir de zéro. À cette époque, tel que mentionné par le Dr. Gough dans son célèbre article, des systèmes avec six cylindres existaient.

En effet, tel que confirmé par d'autres pionniers de la robotique parallèle, des hexapodes avec trois cylindres verticaux et trois cylindres horizontaux étaient si communs que nul ne connaissait leurs origines. Ces systèmes ont toujours été populaires car pour des petites variations, les ajustements des cylindres sont faciles à interpréter. Ils sont connus sous l'acronyme MAST (Multi-Axis Simulation Shake Table) et continuent d'être fabriqués par diverses compagnies.

Avant l'ère de l'information, le premier inventeur n'était pas nécessairement celui qui rend son invention populaire. En 1965, le célèbre article de Stewart a été publié. Dans cet article, M. Stewart décrit essentiellement le croquis d'une variante de l'hexapode et propose qu'elle soit utilisée comme simulateur de vol. Mais cette variante est très loin de la géométrie de l'octaèdre. Puisque cet article a eu un impact majeur sur le monde académique et déclenché la recherche sur la robotique parallèle, les hexapodes octaédriques sont souvent appelés plateforme de Stewart. Mais ironiquement, ce n'est pas Stewart non plus qui est le pionnier de l'industrie des simulateurs de vol.

En 1962, le Franklin Institute Research Laboratoires aux États-Unis demande à son employé, l'ingénieur Klaus Cappel (récemment décédé) d'améliorer rigidité d'un MAST avec sept cylindres. C'est en essayant d'éliminer la redondance, et sans connaître les travaux du Dr. Gough, que M. Cappel (re)invente l'hexapode octaédrique.

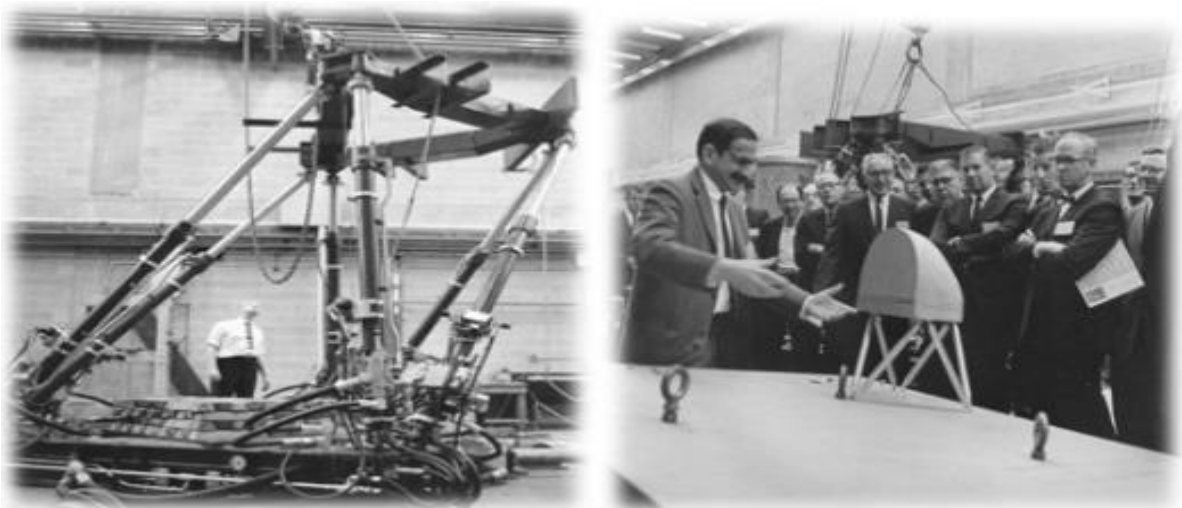


Figure 3: le premier h  xapode octaédrique utilisé dans une simulateur de vol, construit autour de 1965 (KLAUS CAPPEL) [1]

En 1967, M. Klaus obtient un brevet américain pour son invention et l'utilisation de son invention comme simulateur de mouvement. Les fabricants de simulateurs de vols (Link et ensuite autres) ont immédiatement adopté la nouvelle architecture et pendant deux décennies se sont conformé au brevet.

Ainsi, c'est l'ingénieur Klaus Cappel qui est le véritable pionnier qui a lancé l'industrie de la robotique parallèle.

Après une quinzaine d'années sans nouveaux développements, voilà qu'en 1983, le Pr. Kenneth Hunt publie un article qui propose une grande partie des architectures parallèles utilisé dans l'industrie aujourd'hui. Ce qui suit, c'est un boom exponentiel de projets de recherches en robotique parallèle. Parallèlement, plusieurs compagnies se sont lancées dans la production de robots parallèles.

1-2 Définition :

D'après l'association Française de Normalisation (AFNOR) :

« Un robot est un manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de libertés, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours du mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel ».

Dans cette définition, on retrouve les différentes composantes d'une cellule robotisée :

- ❖ -Le mécanisme : ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain, il permet de remplacer ou de prolonger son action. Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés.
- ❖ -La perception : qui permet de gérer les relations entre le robot et son environnement. Les organes de perception sont des capteurs dits proprioceptifs lorsqu'ils mesurent l'état interne du robot (positions et vitesses des articulations) et extéroceptifs lorsqu'ils recueillent des informations sur l'environnement (détection de présence, mesure de distance, vision artificielle).
- ❖ -La commande : qui synthétise les consignes des asservissements pilotant les actionneurs. A partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur, elle permet d'engendrer les actions de robot.

- ❖ -L'interface homme-machine à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter.
- ❖ -Le poste de travail et les dispositifs qui constituent l'environnement dans lequel évolue le robot.

1-3 Types de robots industriels existants :

Les robots peuvent être classifiés selon divers critères comme : le nombre de degrés de liberté, leur structure cinématique, la taille et la forme de leur espace de travail ou les caractéristiques de leur mouvement. Dans le cadre de cette thèse, nous définissons les robots selon leur structure cinématique ; les robots peuvent alors être définis comme des robots sériels, des robots parallèles ou des robots hybrides. [2]

1-3-1 Robots sériels :

1-3-1-1 définition : [2]

Un robot est dit sériel lorsqu'il a une structure basée sur une chaîne cinématique ouverte constituée par une succession de corps rigides ou bras chacun d'eux liés à son prédécesseur par une articulation à un degré de liberté.

La succession d'éléments assemblés composant un robot sériel débute par la base et se termine par l'effecteur final. La structure mécanique articulée a pour but de positionner l'effecteur final par rapport à une tâche dans une situation de l'espace donné (position et orientation) suivant une vitesse et accélération programmée. Cette structure est basée sur une chaîne cinématique composée de solides rigides articulés par des liaisons passives ou actives.

Un exemple de robot sériel est proposé dans la **Figure 04**.

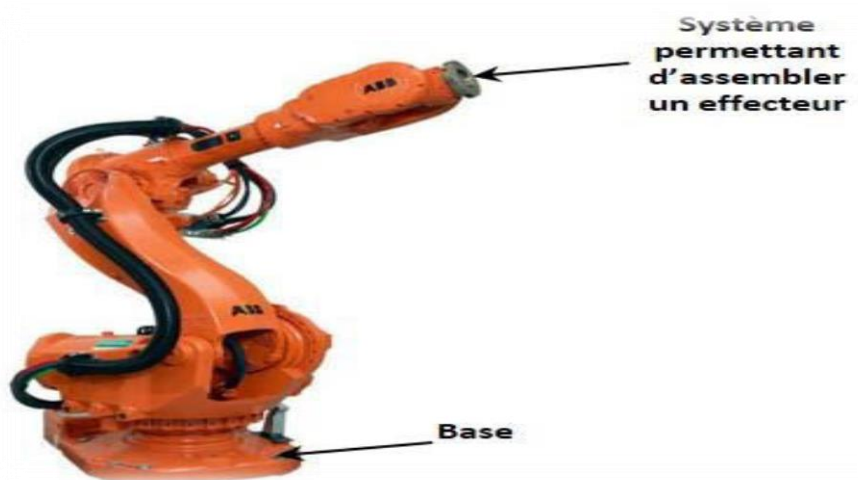


Figure 4 : Robot sériel ABB IRB 6600 [2]

Suivant le type de connexion entre les éléments, les robots à structure sérielle peuvent être à chaîne ouverte, à chaîne fermée ou à chaîne complexe.

Les robots sériels à chaîne ouverte sont des robots composés d'éléments ou corps reliés au reste du système avec 2 liaisons à 1 degré de liberté (ddl). L'effecteur final et la base sont, eux, reliés avec une liaison à 1 ddl (**Figure 05 (a)**). Les robots sériels à chaîne fermée, par contre, ont au moins un élément ou corps avec un degré de connexion supérieur à deux (**Figure 06 (b)**).

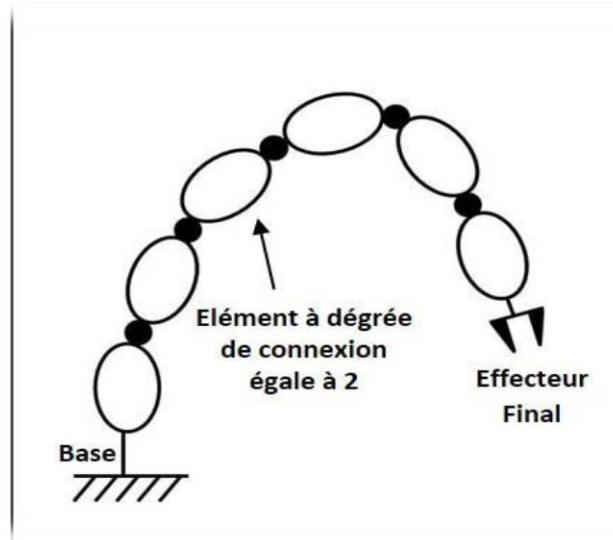


figure 5 (a) Structure sériel à chaîne ouvert

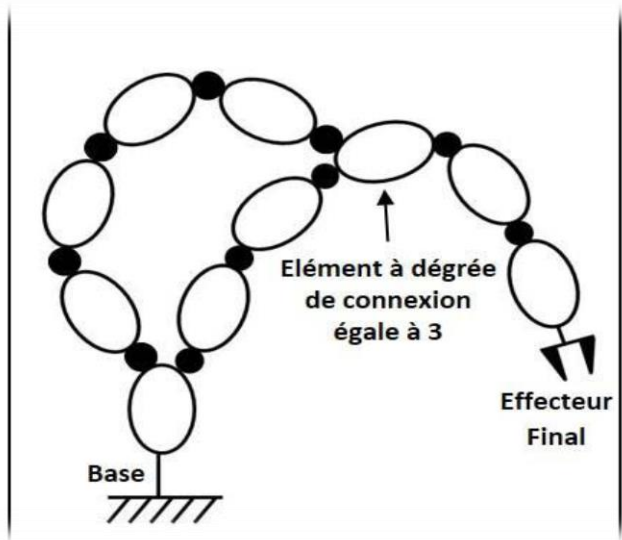


figure 6 (b) structure sériel à chaîne fermée

Figure 5-6 : ROBOTS à structure sérielle [20]

1-3-1-2 Les avantages des robots sérielles : [2]

Parmi les avantages que les robots série présentent, on peut citer :

- ❖ Grand volume de travail.
- ❖ Simplicité de la synthèse des lois de commande.

1-3-1-3 les Inconvénients des robots sériels :

Les principaux défauts des robots série sont les suivants :

- ❖ Une inertie élevée due aux masses réparties sur toute la chaîne cinématique (actionneurs et organes de transmission), peut engendrer des erreurs de positionnement, des vibrations et surtout limiter la rapidité.
- ❖ Précision médiocre, ceci est dû à l'accumulation d'erreurs le long de la chaîne cinématique.
- ❖ Faible rapport (charge transportable / masse totale du robot) qui n'est jamais supérieur à 0,3 dans le meilleur des cas.

- ❖ Manque de rigidité due à la mise en série d'éléments de la chaîne cinématique. Le fait que les éléments soient disposés en série, implique que chaque segment doit supporter la charge, mais aussi la masse des segments suivants, ce qui provoque la flexion.
- ❖ Une fatigue et une usure des liaisons de puissance assurant l'alimentation des actionneurs peuvent engendrer des pannes plus fréquentes.
- ❖ Une fatigue et une usure des liaisons assurant la circulation des informations entre les capteurs et la commande a des conséquences importantes sur la sécurité car une erreur de transmission peut engendrer des mouvements désastreux du robot.
- ❖ Les erreurs de conception mécanique et l'imprécision des capteurs s'accumulent et contribuent à diminuer la précision de l'organe terminal. De plus, il devient difficile de commander ces robots à des vitesses élevées car certaines forces perturbatrices (inertie, Coriolis et centrifuge) prennent de l'ampleur.

1-3-2 Les Robots parallèles :

1-3-2-1 définitions : [3]

Un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme de chaîne cinématique en boucle fermée dont l'effecteur d'extrémité est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes.

Cette définition des manipulateurs parallèles généralisés est très ouverte : elle comprend par exemple des mécanismes redondants avec plus d'actionneurs que le nombre des degrés de liberté contrôlés de l'effecteur final, ainsi que des manipulateurs travaillant en coopération.

Les robots parallèles peuvent donc être définis comme suit :

Un robot parallèle est constitué d'un effecteur final avec n degrés de liberté et d'une base fixe reliés entre eux par au moins deux cinématiques indépendantes dont l'actionnement se déroule à travers n simple actionneurs.

Un exemple classique de robot parallèle est la célèbre plateforme de Gough- Stewart.

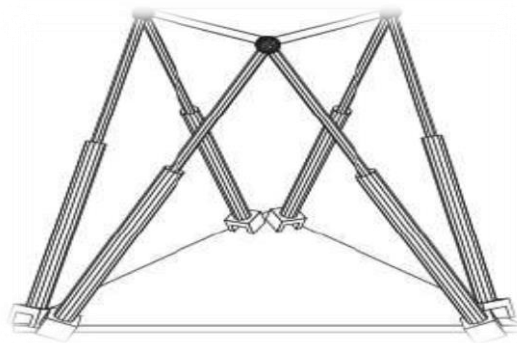


Figure 7 : la plate-forme de Gough-Stewart [5]

1-3-2-2 les Caractéristiques d'un robot parallèle : [3]

- Au moins deux chaînes supportent l'effecteur final. Chacune de ces chaînes contient.
- Au moins un simple actionneur. Il y a un capteur approprié pour mesurer la valeur des variables associées à l'actionnement (rotation angle ou mouvement linéaire).
- Le nombre d'actionnement est le même que le nombre de degrés de liberté de l'effecteur final.
- La mobilité du manipulateur est nulle lorsque les actionneurs sont verrouillés.

Ce type de mécanisme est intéressant pour les raisons suivantes :

- Un minimum de deux chaînes nous permet de répartir la charge sur les chaînes.
- Le nombre de vérins est minimal.
- Le nombre de capteurs nécessaires à la commande en boucle fermée du mécanisme est minime.
- Lorsque les vérins sont verrouillés, reste dans sa position, il s'agit d'un aspect de sécurité important pour certaines applications, comme robotique médicale.

1-3-2-3 Architecteur des robots parallèles :

Pratiquement, on distingue deux classes des robots parallèles, les robots planaires et les robots spatiaux.

A. Robots parallèles planaires:

Un robot planaire est constitué généralement d'une plate-forme, comportant trois degrés de liberté : deux translations et une rotation autour de la normale au plan de la plate-forme. Nous recherchons une structure de robot pleinement parallèle, donc possédant trois chaînes cinématiques indépendantes motorisées par trois actionneurs. Chacune de ces chaînes devant être liées à la fois au sol et à la plate-forme mobile, nous aurons donc trois points d'attache au sol et sur la plate-forme mobile. On peut donc considérer sans perte de généralités une plateforme triangulaire.

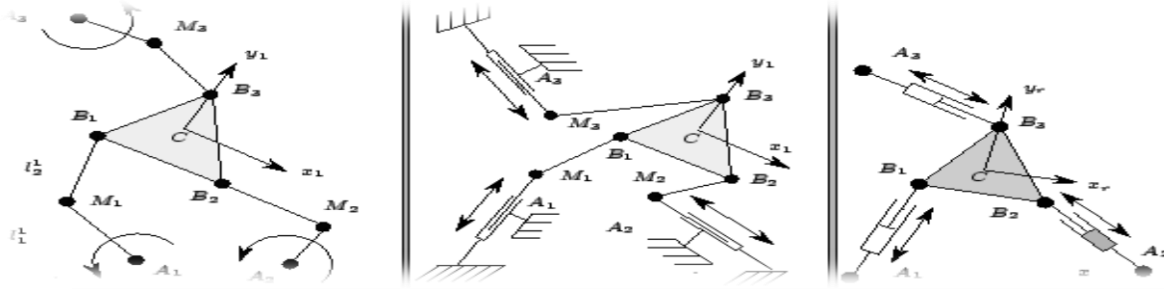


Figure 8 : Exemples d'architectures de robots planaires [7]

B. Robots parallèles spatiaux :

Dans les robots parallèles spatiaux, la plate-forme et la base sont reliées entre elles par des chaînes cinématiques assurant trois ou six degrés de liberté à la plate-forme. Le plus connu des robots à trois degrés de liberté en translation est le Delta développé initialement à l'Ecole Polytechnique de Lausanne par l'équipe du Pr Clavel [4]. Et le plus connu pour les robots parallèles à six degrés de liberté est la plate-forme de Gough- Stewart [5], [6] (**Figure 07**), appartient à la famille des hexapodes. Elle est aujourd'hui connue sous le nom de plate-forme de Stewart. Merlet [7] décrit trois concepts de structures à six degrés de liberté avec base et une plate-forme reliée entre elles par six actionneurs linéaires (**Figure 09**) :

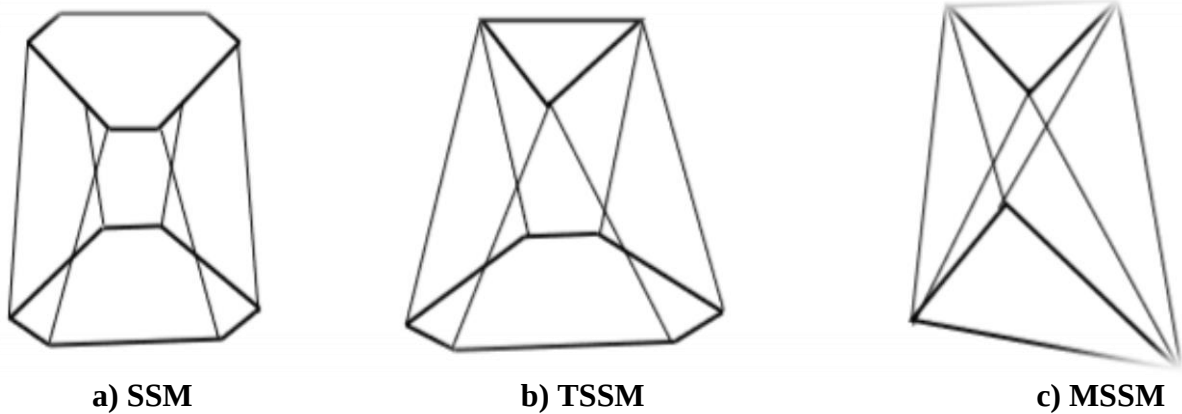


Figure 9 : Robots parallèles de types SSM, TSSM et MSSM [25]

1-3-2-4 Les Robots parallèles existants :

A. Robots parallèles à deux degrés de liberté :

Les robots parallèles à deux degrés de liberté sont utilisés pour le pick-and-place (prise et pose d'un objet) et sont des mécanismes capables de réaliser deux translations (**Figure 10**).

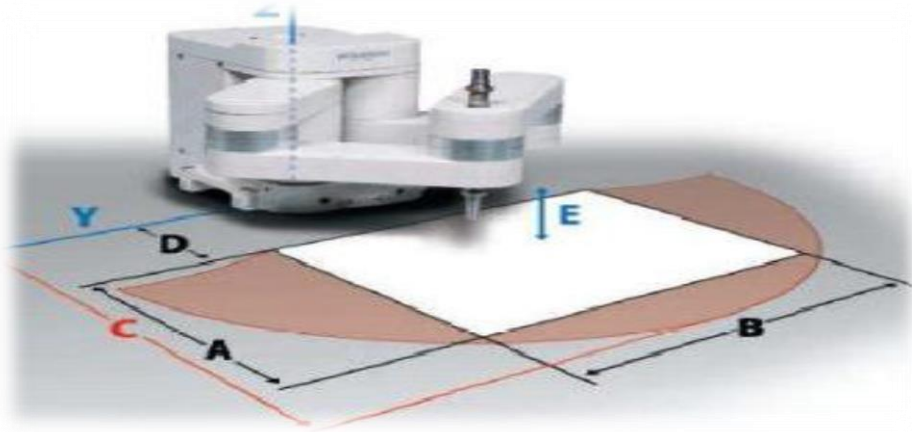


Figure 10 : Manipulateurs à deux degrés de liberté [25]

B. Robots parallèles à trois degrés de liberté :

❖ Le robot Delta :

Les robots parallèles à trois degrés de liberté en translation présentent un intérêt important pour les opérations de transfert. En conséquence différents prototypes ont été proposés. Le plus utilisé a été développé initialement à l'Ecole Polytechnique de Lausanne et est commercialisé sous le nom " Delta " par la société Demarex (**Figure 11**).

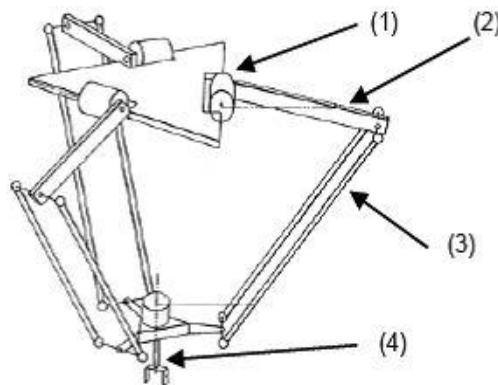


Figure 11 : Robot Delta à trois degrés de liberté [25]

Ce robot était muni de trois moteurs rotatifs (1) reliant une nacelle (4) par l'intermédiaire de trois chaînes cinématiques identiques. Ces dernières sont composées d'un bras (2) et d'un système à quatre barres en chaîne fermée (3). Ce système est communément nommé "parallélogramme spatial" car sa fonction est de garantir le parallélisme entre deux solides dans l'espace, à condition que les barres restent coplanaires deux à deux (ce qui est vérifié sur un Delta quand toutes les chaînes cinématiques sont assemblées). Ces robots parallèles présentent de nombreux avantages pour les tâches de pick-and-place.

C. Robots parallèles à quatre degrés de liberté :

Afin de répondre aux besoins des applications de manipulation d'objets, l'architecture Delta, originalement pourvue de trois degrés de liberté, fut modifiée afin d'y ajouter une quatrième mobilité. Ainsi, la rotation est obtenue en ajoutant une liaison rotoïde à la plateforme dont la rotation est commandée à l'aide d'une chaîne cinématique de type RUPU (**Figure 12**). Cette "patte télescopique" permet de réaliser une rotation illimitée, mais a l'inconvénient majeur de limiter les performances dynamiques du Delta ainsi modifié, et ce,

D'autant plus pour des robots de grande taille. En effet, la fiabilité et la durée de vie de cette patte passive se trouvent réduites lorsque le robot réalise des mouvements dont les accélérations sont importantes.



Figure 12 : Robot delta à 4 degrés de liberté [25]

D. Robots parallèles à six degrés de liberté :

Plusieurs formes d'architectures parallèles à six degré de liberté sont possibles et la plus répandue est la plate-forme de Gough-Stewart (**Figure 13**). Il s'agit d'un manipulateur à six degrés de liberté, dont la plate-forme est déplacée par l'élongation de six actionneurs linéaires. Son application la plus connue est le simulateur de vol (**Figure 14**) en raison, entre autres, de la masse élevée de la cabine (jusqu'à 15 000 kg) à laquelle on doit faire subir des mouvements. Les simulateurs de vol sont utilisés pour l'entraînement des pilotes au sol.



Figure 13 :
Plate-forme de Gough



Figure 14 :
Simulateur de vol



Figure 15 :
Hexapode M850-11

Figure 13-14-15 : (plate-forme de Gough , simulateur de vol , hexapode M850) [25]

Les hexapodes sont aussi utilisés afin de positionner et orienter précisément des objets de masse importante. Dans ce type d'applications, la dynamique de la structure n'est pas un critère de première importance, ce qui importe, c'est de donner une position précise à un objet pouvant être massique. Dans l'exemple de **(la Figure 15)**, l'hexapode présenté permet de positionner une charge de 200 kg suivant l'axe z avec une répétabilité de $\pm 1\mu\text{m}$ dans un volume de travail de $100 \times 100 \times 50 \text{ mm}^3$.

1-3-3 Les Robots hybrides :

1-3-3-1 définitions :

La définition exacte d'un mécanisme hybride est évasive. Dans cette classification nous considérerons comme hybride un mécanisme qui comporte plusieurs chaînes cinématiques reliant le bâti à l'organe terminal et dont une des chaînes au moins comporte plus d'un actionneur. Parmi les machines hybrides que l'on a cataloguées, on peut distinguer trois catégories :

- les mécanismes à porteur parallèle et poignet série,
- les mécanismes à porteur série et poignet parallèle,
- les autres mécanismes hybrides.

1-3-3-2 Porteur parallèle – poignet série :

Le robot Tricept de Neos **(Figure 16)** est une machine hybride : un mécanisme Porteur d'architecture parallèle porte un poignet série. Une particularité de ce robot est la présence d'une patte passive (non-actionnée) qui contraint la cinématique du robot.

Ce robot a connu un réel succès commercial mais il semble que dans le domaine de la machine-outil les performances obtenues soient en deçà de celles espérées.



Figure 16-17: Triplet 854 - robot hybrids

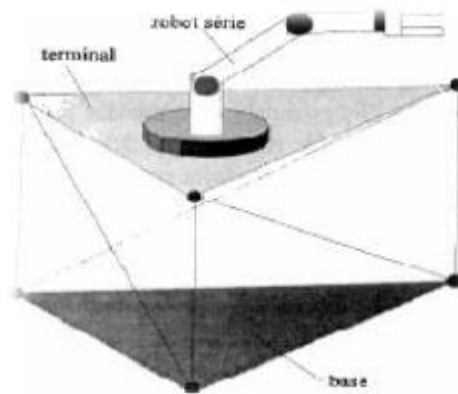


Figure 16: Tricept 845 (Neos Robotics) [9]

Figure 17: Robot hybrids [9]

Un autre exemple de ce type est le robot de chen [9] (**Figure 17**), l'avantage de ce type de robot est l'augmentation de l'espace de travail grâce à la partie série et l'augmentation de la précision grâce à la structure parallèle.

Une autre architecture intéressante est celle de la famille de machines Tricept proposée par Neos, ce robot à 3 ddl est composé d'une partie parallèle comportant trois jambes de type RRPS, une 4^{ème} jambe passive de type RRP (qui contraint l'organe terminal à un mouvement selon une sphère à rayon variable), et d'une partie série qui est un poignet de type RRR (**Figure 18**).

1-3-3-3 Porteur série – poignet parallèle

La machine-outil Sprint Z3 de DS Technologies possède un mécanisme porteur x-y et un poignet d'architecture parallèle z-A-B. Destinée à l'industrie de l'aéronautique, cette machine comprend un portique d'architecture classique d'une course de 60 mètre, et une tête d'architecture parallèle (**Figure 19**).



Figure 18 : Le robot Tricept



Figure 19 : Sprint Z3

Figure18-19 : le robot tript - spint Z3

❖ Le robot hybride Dumbo

La machine-outil Dumbo de l'IFW à l'université de Hanovre est un mécanisme hybride 3T-2R (**Figure 20**). Le porteur constitue un mécanisme hybride à lui tout seul puisqu'une colonne d'axe z supporte un mécanisme parallèle constitué de deux vérins et d'une patte passive. Le poignet d'architecture série confère à la machine des débattements angulaires importants.



Figure20 : Dumbo (IFW)

1-3-3-4 Autres mécanismes hybrides :

Un exemple des robots série-parallèles, est le robot de l'INRIA [10] constitué d'un robot parallèle à six degrés de liberté appelé le poignet actif monté sur un robot SCARA (**Figure 21**). Un autre robot utilisant le même concept a été décrit dans [11] (**Figure 22**), ce robot constitue un macro/mini manipulateur où le robot DELTA est utilisé comme poignet d'un robot SCARA, l'avantage de cette configuration est de dépasser la limitation de L'espace de travail. Ce concept de combinaison série-parallèle a aussi été utilisé dans le robot ARTISAN [12] avec une structure parallèle type 3RPS.



Figure 21 : Le SCARA/Poignet actif

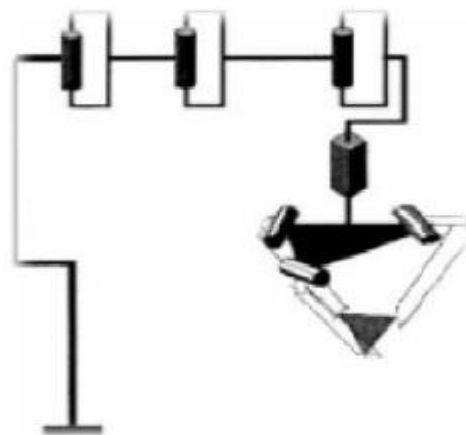


Figure 22 : Le SCARA/DELTA

Figure22 -21 : le SCARA/poignet actif - le SCARA/DELTA

Parmi les réalisations de ce genre de structures, on trouve le robot hybride de Zhang [13] qui est constitué de deux manipulateurs parallèles mis en série (**Figure 23**), chaque manipulateur à 3 degrés de liberté, la plate-forme inférieure et supérieure contrôlent respectivement la position et l'orientation de l'effecteur. Ce type de manipulateur permet de découpler la position et l'orientation de l'organe terminal. On trouve une autre structure similaire dans [14] (**Figure 24**).

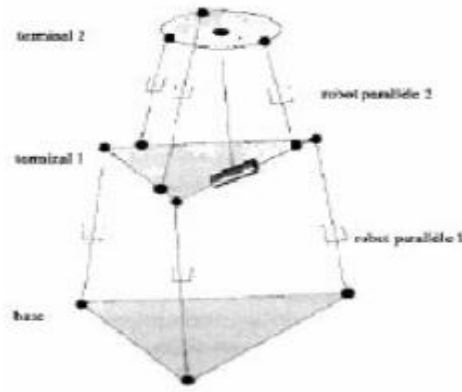


Figure 23 : Un robot hybride [13]

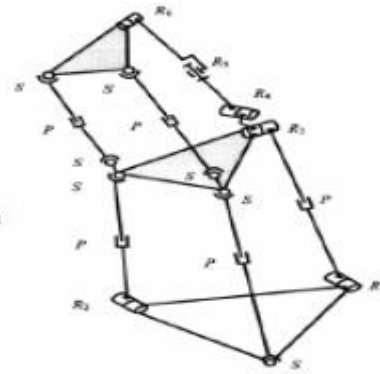


figure 24 : robot hybride à 6ddl [14]

Il existe d'autres robots hybrides : comme celui de la société de Lagabex (**Figure 25**) [15]. Qui se compose de quatre modules identiques (quatre plate-forme de Stewart), chaque module possède six vérins électriques identiques. Ces derniers sont actionnés par des moteurs à courant continu. La vitesse de sortie de la tige de vérin étant de 6 mm/s.

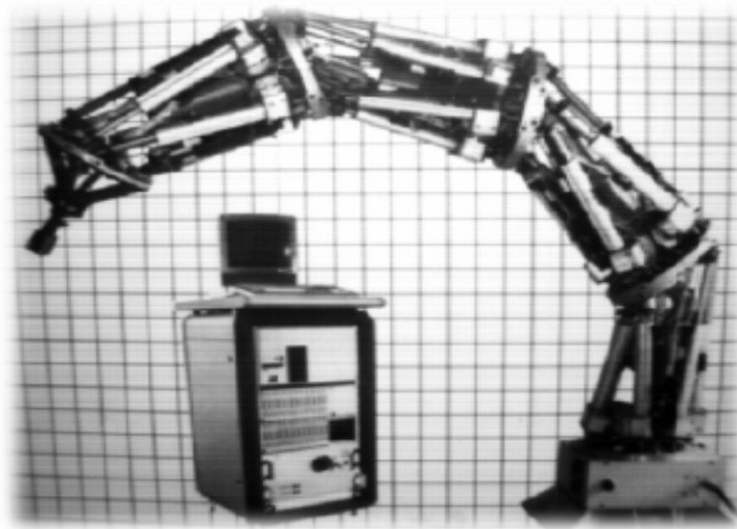


Figure25 : Robot logbex-modèle LX4 [15]

Chapitre 02 :

Description de la structure hybride

Chapitre 02 : Description de la structure hybride

2-1 descriptions général du mécanisme :

La structure hybride est composée de n modules parallèles connectés en série. Pour faciliter la présentation on suppose que les modules sont similaires. La plate-forme d'un module est connectée à sa base par m chaînes cinématiques, (la structure d'un module est décrite par la **Figure 26**). On définit un repère $\mathbb{R}_k$ fixé à la plate-forme de chaque module k , et un repère $\mathbb{R}_{b,k}$ fixé à sa base.

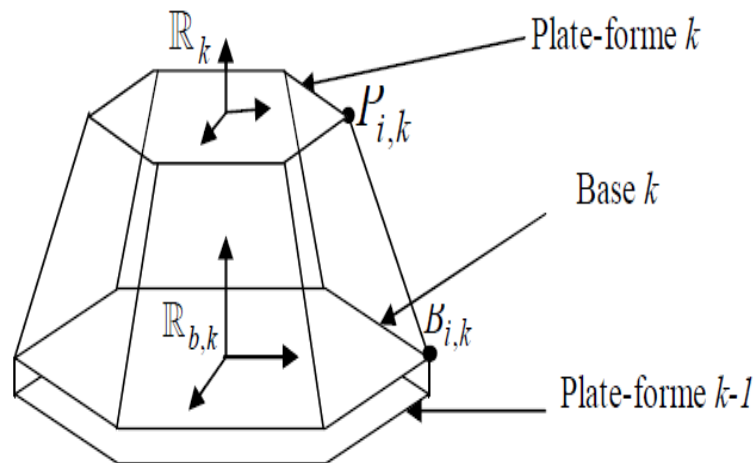


Figure 26 : Description d'un module parallèle de la structure hybride

Chaque module de la structure hybride est similaire à La plate-forme de GoughStewart, qui est composée de six chaînes cinématiques identiques liées à une plate-forme mobile par des rotules et liées à une base fixe par des cardans. Un actionneur prismatique permet de faire varier la longueur des chaînes cinématiques (**Figure 27**) :

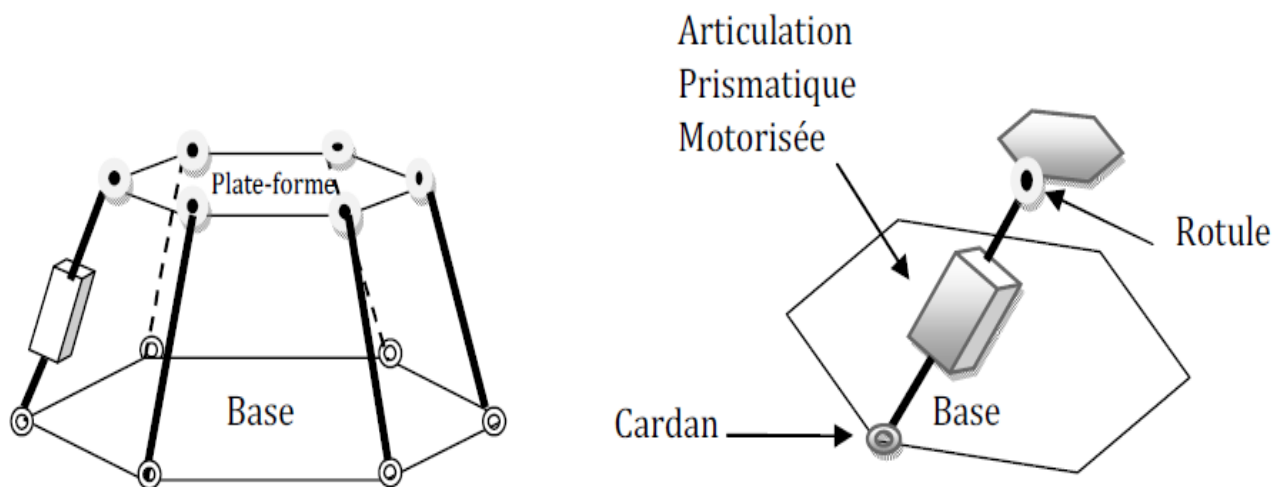


Figure 6 : la plate-forme de Gough-Stewart

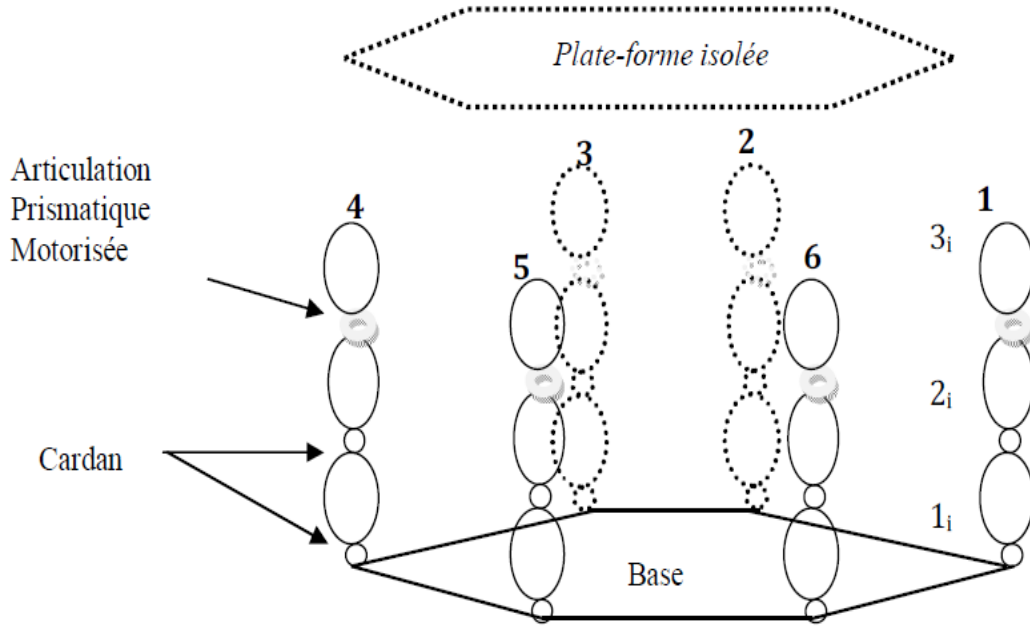


Figure7 : Structure arborescent équivalent d'un module K

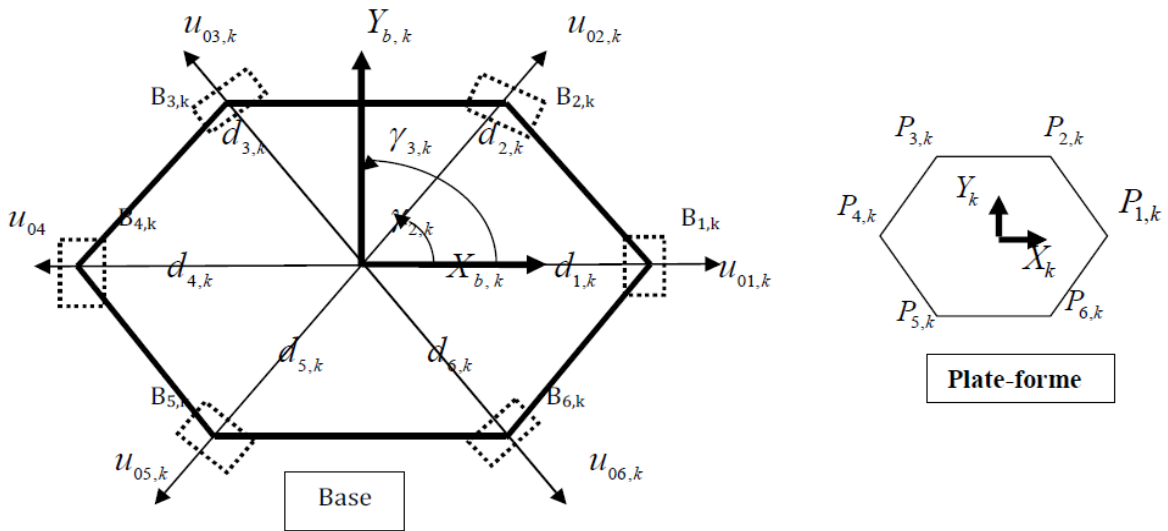


Figure 8 : description de la base et la plate-forme d'un module K

Chaque module est composé de 6 articulations prismatiques motorisées et de 30 articulations rotoïdes passives. La structure arborescente équivalente minimale de ce module k , est obtenue en isolant la plate-forme [16] (Figure 28). Elle est composée de 6 articulations prismatiques motorisées et de 12 articulations rotoïdes passives (dans cette structure les rotules ont été supprimées) (Figure 29).

Chaque chaîne cinématique à une structure série composée de 3 articulations et de 3 corps. La notation de [17] peut être utilisée pour décrire la géométrie de la structure arborescente de la (Figure 28). Le placement des axes de la première rotoïde de chaque chaîne cinématique est indiqué sur la (Figure 29).

j_i Représente le corps j de la chaîne cinématique i . Le placement des repères de chaque Chaîne cinématique est indiqué sur la (Figure 30) :

- l'axe z_j est porté par l'axe de l'articulation j ;
- l'axe x_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes z_j et un des axes des articulations suivantes ;
- ✓ $a(j)$ représente le repère antécédent au repère j ;
- ✓ u_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes $z_{a(j)}$ et z_j Pour une structure série l'axe $x_{a(j)}$ est colinéaire à u_j sinon $x_{a(j)}$ est choisi selon un des axes u_j .

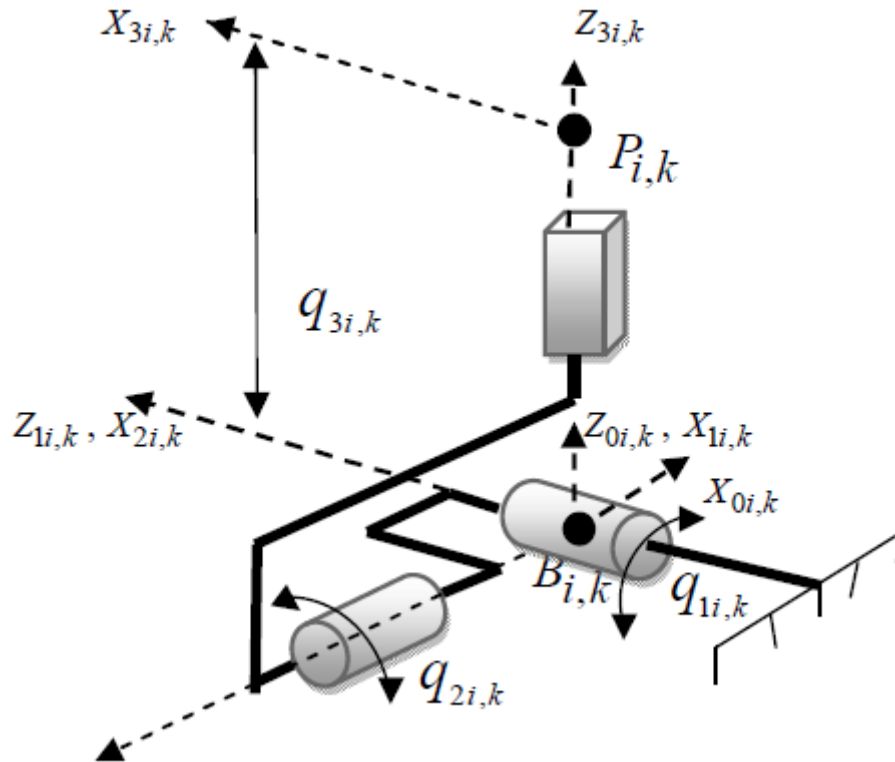


Figure 30 : placement des repères des articulations de la chaîne cinématique i d'un module k

Table 1 : paramètre géométrique de la chaîne cinématique i (pour $i = 1..6$)

j_i	$a(j_i)$	μ_{ji}	σ_{ji}		γ_{ji}	b_{ji}	α_{ji}	d_{ji}	θ_{ji}	r_{ji}		
$1_{i,k}$	0	0	0		$\gamma_{1i,k}$	$b_{1i,k}$	$-\pi/2$	$d_{1i,k}$	$q_{1i,k}$	0		
$2_{i,k}$	$1_{i,k}$	0	0		0	0	$\pi/2$	0	$q_{2i,k}$	0		
$3_{i,k}$	$2_{i,k}$	1	1		0	0	$\pi/2$	0	0	$q_{3i,k}$		

Avec :

- $\mu(j)$: décrivent le type de l'articulation, $\mu(j)=1$ si l'articulation j est motorisée et $\mu(j)=0$ si elle est passive.
- $\sigma(j)$: décrivent le type de l'articulation, $\sigma(j)=1$ si l'articulation est prismatique et $\sigma(j)=0$ si l'articulation est rotoïde.
- Les paramètres $(\gamma_j, b_j, \alpha_j, d_j, \vartheta_j, r_j)$ sont utilisés pour définir le repère $\mathbb{R}_j$ dans le repère de son antécédent $\mathbb{R}_i$. La matrice de transformation composée de ces paramètres est donnée par [22] :

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i A_j & {}^i P_j \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [2.1]$$

Ou :

${}^i A_j$: est la matrice (3×3) qui définit l'orientation du repère $\mathbb{R}_j$ dans le repère $\mathbb{R}_i$.

$$\text{Tel que : } {}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i s_j & {}^i n_j & {}^i a_j \end{bmatrix} \quad [2.2]$$

$${}^i A_j = \begin{bmatrix} C_{\gamma_j} C_{\theta_j} - S_{\gamma_j} S_{\alpha_j} S_{\theta_j} & -C_{\gamma_j} S_{\theta_j} - S_{\gamma_j} C_{\alpha_j} C_{\theta_j} & S_{\gamma_j} S_{\alpha_j} \\ S_{\gamma_j} C_{\theta_j} + C_{\gamma_j} C_{\alpha_j} S_{\theta_j} & -S_{\gamma_j} S_{\theta_j} + C_{\gamma_j} C_{\alpha_j} S_{\theta_j} & -C_{\gamma_j} S_{\alpha_j} \\ S_{\gamma_j} S_{\theta_j} & S_{\alpha_j} C_{\theta_j} & C_{\alpha_j} \end{bmatrix} \quad [2.3]$$

${}^i P_j$: est le vecteur de position (3×1) qui définit l'origine du repère $\mathbb{R}_j$ dans le repère $\mathbb{R}_i$.

$${}^i P_j = \begin{bmatrix} d_j C_{\gamma_j} + r_j S_{\gamma_j} S_{\alpha_j} \\ d_j S_{\gamma_j} - r_j C_{\gamma_j} S_{\alpha_j} \\ r_j C_{\alpha_j} + b_j \end{bmatrix} \quad [2.4]$$

Chapitre 03 :

Modèle géométrique

Chapitre 03 : Modèle géométrique

3-1 Modèle géométrique direct d'un module k

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un module k de la structure hybride, exprime les coordonnées opérationnelles décrivant la situation (la position et l'orientation) de la plateforme par rapport à sa base (qui est supposée fixe dans ce cas), en fonction de ses variables articulaires motorisées, ce modèle est donné par la relation suivante :

$$X_k = f(q_{a,k}) \quad [2.5]$$

Où : $q_{a,k}$ représente la matrice colonne ($N_k \times 1$) des variables articulaires actives (Motorisées), et X_k la matrice colonne des coordonnées opérationnelles du module k ,

En général pour les robots parallèles le modèle géométrique inverse (MGI) est plus facile à obtenir, ce modèle permet d'exprimer les variables articulaires motorisées en fonction de la situation de la plate-forme dans l'espace opérationnel, il est exprimé par la relation suivante :

$$q_{a,k} = f^{-1}(X_k) \quad [2.6]$$

Pour un robot dont le nombre de degrés de liberté $N = 6$, les éléments de X_k représentent les coordonnées de position et d'orientation de la plate-forme par rapport à son repère de base.

3-2 Modèle géométrique direct de la chaîne cinématique i

Ce modèle donne les coordonnées du point $P_{i,k}$ exprimées dans le repère, $_k$ en fonction des variables articulaires (${}^1i,k, {}^2i,k, {}^3i,k$ pour $i = 1$ à 6 et $k = 1$ à n). On utilise pour cela la relation (2.14) pour définir le repère $\mathbb{R}3i,k$ d'origine $P_{i,k}$, qui correspond au repère de l'extrémité de la chaîne cinématique i , dans le repère de base $\mathbb{R}b,k$:

$${}^{b,k}T_{3i,k} = {}^{b,k}T_{1i,k} {}^{li,k}T_{2i,k} {}^{2i,k}T_{3i,k} \quad [2.7]$$

$${}^{b,k}T_{li,k} = \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i}} C_{li} & -C_{\gamma_{1i}} S_{li} & -S_{\gamma_{1i}} & d_{1i} C_{\gamma_{1i}} \\ S_{\gamma_{1i}} C_{li} & -S_{\gamma_{1i}} S_{li} & C_{\gamma_{1i}} & d_{1i} S_{\gamma_{1i}} \\ -S_{1i} & C_{1i} & 0 & b_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \quad [2.8]$$

$${}^{li,k}T_{2i,k} = \begin{bmatrix} C_{2i,k} & -S_{2i,k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_{2i,k} & C_{2i,k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.9]$$

$${}^{2i,k}T_{2i,k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_{3i,k} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.10]$$

La matrice de transformation qui définit le repère $\mathbb{R}_{3i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{b,k}$ et qui correspond au modèle géométrique direct de la chaîne cinématique i du module k est la suivante :

$${}^{b,k}T_{3i,k} = \begin{bmatrix} {}^{b,k}A_{3i,k} & {}^{b,k}P_{3i,k} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [2.11]$$

Avec :

$${}^{b,k}A_{3i,k} = \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i}}C_{1i}C_{2i} - S_{\gamma_{1i}}S_{1i} & C_{\gamma_{1i}}S_{1i} & C_{\gamma_{1i}}C_{1i}S_{2i} + S_{\gamma_{1i}}C_{1i} \\ S_{\gamma_{1i}}C_{1i}C_{2i} + C_{\gamma_{1i}}S_{2i} & S_{\gamma_{1i}}S_{1i} & S_{\gamma_{1i}}C_{1i}S_{2i} - C_{\gamma_{1i}}C_{1i} \\ -S_{1i}C_{2i} & C_{1i} & -S_{1i}S_{2i} \end{bmatrix}_k \quad [2.12]$$

$${}^{b,k}P_{3i,k} = \begin{bmatrix} d_{1i}C_{\gamma_{1i}} + C_{\gamma_{1i}}C_{1i}S_{2i}q_{3i} + S_{\gamma_{1i}}C_{2i}q_{3i} \\ d_{1i}S_{\gamma_{1i}} + S_{\gamma_{1i}}C_{1i}C_{2i}q_{3i} \\ b_{1i} - S_{1i}S_{2i}q_{3i} \end{bmatrix}_k \quad [2.13]$$

Pour simplifier le calcul, on projette les coordonnées de $P_{i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$ d'origine $B_{i,k}$, dont la matrice de transformation dans le repère $\mathbb{R}_{b,k}$ est constante, donc en notant que

$${}^{Bi,k}T_{Pi,k} = {}^{Bi,k}T_{3i,k}$$

$${}^{Bi,k}T_{b,k} {}^{b,k}T_{3i,k} = {}^{Bi,k}T_{1i,k} {}^{1i,k}T_{2i,k} {}^{2i,k}T_{3i,k} \quad [2.14]$$

Où :

$${}^{b,k}T_{Bi,k} = \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i}} & 0 & -S_{\gamma_{1i}} & d_{1i}C_{\gamma_{1i}} \\ S_{\gamma_{1i}} & 0 & -C_{\gamma_{1i}} & d_{1i}S_{\gamma_{1i}} \\ 0 & -1 & 0 & b_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \quad [2.15]$$

$${}^{Bi,k}T_{b,k} = \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i}} & S_{\gamma_{1i}} & 0 & -d_{1i} \\ 0 & 0 & -1 & b_{1i} \\ -S_{\gamma_{1i}} & -C_{\gamma_{1i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \quad [2.16]$$

En utilisant [2.14] la matrice de transformation homogène qui définit le repère $\mathbb{R}_{3i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$ et qui représente le modèle géométrique direct de la chaîne cinématique i est donnée par :

$${}^{Bi,k}T_{3i,k} = \begin{bmatrix} {}^{Bi,k}A_{3i,k} & {}^{Bi,k}P_{3i,k} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [2.17]$$

Avec :

${}^{Bi,k}A_{3i,k}$: est la matrice (3×3) qui définit l'orientation du repère $\mathbb{R}_{3i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$.

$${}^{Bi,k}A_{3i,k} = \begin{bmatrix} C_{1i}C_{2i} & S_{1i} & C_{1i}S_{2i} \\ S_{1i}C_{2i} & -C_{1i} & S_{1i}S_{2i} \\ S_{2i} & 0 & C_{2i} \end{bmatrix}_k \quad [2.18]$$

Et ${}^{Bi,k}P_{3i,k}$: est le vecteur de position (3×1) qui définit l'origine du repère $\mathbb{R}_{3i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$.

$${}^{Bi,k}P_{3i,k} = \begin{bmatrix} C_{1i}S_{2i}q_{3i} \\ S_{1i}S_{2i}q_{3i} \\ -C_{2i}q_{3i} \end{bmatrix}_k \quad [2.19]$$

La solution du MGD d'un module de la structure hybride n'est pas unique puisque pour une configuration des variables articulaires données. La plateforme peut prendre plusieurs situations différentes.

3-3 Modèle géométrique inverse de la chaîne cinématique i :

Ce modèle donne les variables articulaires ($q_{1i,k}, q_{2i,k}, q_{3i,k}$ pour $i = 1$ à 6 et $k = 1$ à n) en fonction des coordonnées cartésiennes du point $P_{i,k}$ exprimées dans le repère $\mathbb{R}_{b,k}$

Puisqu'on connaît les points d'attachement $P_{i,k}$ avec la plate-forme par rapport au repère de base de ce module $\mathbb{R}_{b,k}$, est qui seront notés ${}^{b,k}P_{i,k}$, soit le vecteur intermédiaire $P_{i,k}$, qui définit le point $P_{i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$ (dont l'origine est le point $B_{i,k}$) (**figure 31**):

$${}^{Bi,k}P_{i,k} = {}^{Bi,k}A_{b,k} {}^{b,k}P_{i,k} {}^{Bi,k}P_{b,k} \quad [2.20]$$

Avec :

${}^{Bi,k}A_{b,k}$ et ${}^{Bi,k}P_{b,k}$ les matrices qui définissent respectivement l'orientation et la position de l'origine du repère $\mathbb{R}_{b,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$

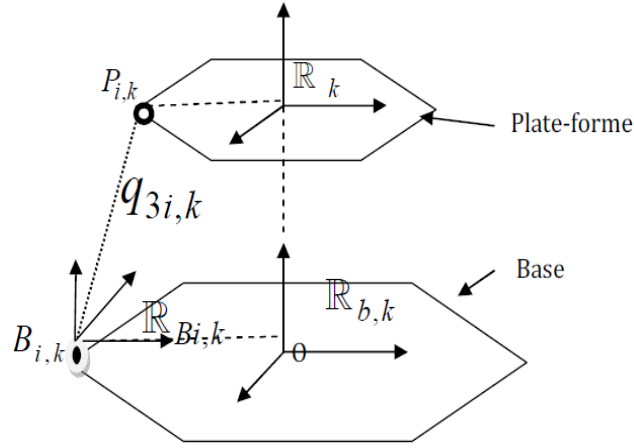


Figure 31 : Représent d'une chaîne cinématique i

Et les coordonnées du point $P_{i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{b,k}$ sont données par la relation :

$${}^{b,k}P_{i,k} = {}^{b,k}A_k {}^kP_{i,k} + {}^{b,k}P_k \quad [2.21]$$

Avec :

${}^{b,k}A_k$ et ${}^{b,k}P_k$ les matrices qui définissent respectivement l'orientation et la position de l'origine du repère $\mathbb{R}_k$ (plate-forme du module k) dans le repère $\mathbb{R}_{b,k}$. Et $P_{i,k}$ les points d'attachement avec la plate-forme par rapport au repère $\mathbb{R}_k$.

$${}^{b,k}A_k = \text{rot}(z, \phi) * \text{rot}(y, \theta) * \text{rot}(x, \Psi) \quad [2.22]$$

$${}^{b,k}P_k = [{}^{b,k}P_{x,k} \quad {}^{b,k}P_{y,k} \quad {}^{b,k}P_{z,k}]^T \quad [2.23]$$

$${}^kP_{i,k} = [{}^kP_{xi,k} \quad {}^kP_{yi,k} \quad {}^kP_{zi,k}]^T \quad [2.24]$$

Sous forme explicite la relation (2.33) devient :

$$\begin{bmatrix} {}^{Bi,k}P_{x,k} \\ {}^{Bi,k}P_{y,k} \\ {}^{Bi,k}P_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i,k}} & S_{\gamma_{1i,k}} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_{\gamma_{1i,k}} & C_{\gamma_{1i,k}} & 0 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} {}^{b,k}P_{x,k} \\ {}^{b,k}P_{y,k} \\ {}^{b,k}P_{z,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -d_{1i,k} \\ b_{1i,k} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [2.25]$$

D'où :

$$\begin{cases} {}^{Bi,k}P_{xi,k} = C_{\gamma_{1i,k}} {}^{b,k}P_{xi,k} + {}^{b,k}P_{yi,k} - d_{1i,k} \\ {}^{Bi,k}P_{yi,k} = -{}^{b,k}P_{zi,k} + b_{1i,k} \\ {}^{Bi,k}P_{zi,k} = S_{\gamma_{1i,k}} {}^{b,k}P_{xi,k} + C_{\gamma_{1i,k}} {}^{b,k}P_{yi,k} \end{cases} \quad [2.26]$$

Les variables prismatiques $q_{3i,k}$ sont obtenues par l'équation suivante, qui représente la distance entre le point $B_{i,k}$ et le point $P_{i,k}$ de la chaîne cinématique i du module k :

$$q_{3i,k} = \sqrt{{}^{Bi,k}P_{xi,k}^2 + {}^{Bi,k}P_{yi,k}^2 + {}^{Bi,k}P_{zi,k}^2} \quad [2.27]$$

Où : ${}^{Bi,k}P_{xi,k}$, ${}^{Bi,k}P_{yi,k}$, ${}^{Bi,k}P_{zi,k}$ les composantes du vecteur de position qui définit le point $P_{i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}_{Bi,k}$.

Le calcul des variables articulaires des cardans $q_{1i,k}$ et $q_{2i,k}$ nécessite l'utilisation de la méthode de Paul (18) [Pau 81]. Comme seule la position du point $P_{i,k}$ est connue (Figure 2.9), à partir de l'équation précédente le système à résoudre est :

$$U_{0i,k} = {}^{b,k}T_{1i,k}(q_{1i}) {}^{1i,k}T_{2i,k}(q_{2i}) {}^{2i,k}T_{3i,k}(q_{3i}) [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad [2.28]$$

Où $U_{0i,k}$ est un vecteur de position (3*1) représente la position du point $P_{i,k}$ dans le repère

$\mathbb{R}_{b,k}$: $U_{0i,k} = {}^{b,k}P_{3i,k}$ dont les composantes sont :

$${}^{b,k}P_{i,k} = [{}^{b,k}P_{xi,k} \quad {}^{b,k}P_{yi,k} \quad {}^{b,k}P_{zi,k}]^T$$

La succession des équations permettant le calcul de tous les $q_{ji,k}$ (articulation j de la chaîne cinématique i du module k avec $j = 1$ à 3 , $i = 1$ à 6 et $k = 1$ à n) est la suivante :

$$\begin{aligned} U_{0i,k} &= {}^{b,k}T_{1i,k} {}^{1i,k}T_{2i,k} {}^{2i,k}T_{3i,k} [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T = {}^{b,k}P_{3i,k} \\ U_{1i,k} &= {}^{1i,k}T_{2i,k} {}^{2i,k}T_{3i,k} [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T = {}^{1i,k}P_{3i,k} \\ U_{2i,k} &= {}^{2i,k}T_{3i,k} [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T = {}^{2i,k}P_{3i,k} \end{aligned} \quad [2.29]$$

Avec : ${}^{b,k}T_{1i,k}$, ${}^{1i,k}T_{2i,k}$ et ${}^{2i,k}T_{3i,k}$ les matrices de transformation homogène qui définissent le repère j dans l'antécédent. Leurs inverses sont de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
{}^{1i,k}T_{b,k} &= \begin{bmatrix} C_{\gamma_{1i}} C_{1i} & S_{\gamma_{1i}} C_{1i} & -S_{1i} & d_{1i} C_{1i} + b_{1i} S_{1i} \\ C_{\gamma_{1i}} S_{1i} & -S_{\gamma_{1i}} S_{1i} & -C_{1i} & d_{1i} S_{1i} + b_{1i} C_{1i} \\ -S_{\gamma_{1i}} & C_{\gamma_{1i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \\
{}^{2i,k}T_{1i,k} &= \begin{bmatrix} C_{2i} & 0 & S_{2i} & 0 \\ -S_{2i} & 0 & C_{2i} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k, \quad {}^{3i,k}T_{2i,k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -q_{3i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \quad [2.30]
\end{aligned}$$

On développe les relations [2.28] en utilisant les relations [2.29] et [2.30]. On obtient :

$$\begin{bmatrix} d_{1i} C_{\gamma_{1i}} + S_{\gamma_{1i}} C_{2i} q_{3i} + C_{\gamma_{1i}} C_{1i} C_{2i} q_{3i} \\ d_{1i} S_{\gamma_{1i}} - C_{\gamma_{1i}} C_{2i} q_{3i} + S_{\gamma_{1i}} C_{1i} S_{2i} q_{3i} \\ d_{1i} - S_{1i} S_{2i} q_{3i} \\ 1 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} {}^{b,k}P_{xi,k} \\ {}^{b,k}P_{yi,k} \\ {}^{b,k}P_{zi,k} \\ 1 \end{bmatrix} \quad [2.31]$$

$$\begin{bmatrix} S_{2i} q_{3i} \\ 0 \\ -C_{2i} q_{3i} \\ 1 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} {}^{b,k}P_{xi,k} C_{\gamma_{1i}} C_{1i} - {}^{b,k}P_{yi,k} S_{\gamma_{1i}} C_{1i} - {}^{b,k}P_{zi,k} S_{1i} - d_{1i} C_{\gamma_{1i}} + b_{1i} S_{\gamma_{1i}} \\ -{}^{b,k}P_{xi,k} C_{\gamma_{1i}} S_{1i} - {}^{b,k}P_{yi,k} S_{\gamma_{1i}} S_{1i} - {}^{b,k}P_{zi,k} C_{1i} + d_{1i} S_{\gamma_{1i}} + b_{1i} C_{\gamma_{1i}} \\ -{}^{b,k}P_{xi,k} S_{\gamma_{1i}} - {}^{b,k}P_{yi,k} C_{\gamma_{1i}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad [2.32]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ q_{3i} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} {}^{b,k}P_{xi,k} (C_{\gamma_{1i}} C_{1i} C_{2i} - S_{\gamma_{1i}} S_{2i}) + {}^{b,k}P_{yi,k} (S_{\gamma_{1i}} C_{1i} C_{2i} - C_{\gamma_{1i}} S_{2i}) - \\ {}^{b,k}P_{zi,k} S_{\gamma_{1i}} C_{2i} + (d_{1i} C_{1i} + b_{1i} S_{1i}) C_{2i} \\ {}^{b,k}P_{xi,k} (-C_{\gamma_{1i}} C_{1i} S_{2i} - S_{\gamma_{1i}} C_{2i}) + {}^{b,k}P_{yi,k} (S_{\gamma_{1i}} C_{1i} S_{2i} - C_{\gamma_{1i}} S_{2i}) + \\ {}^{b,k}P_{zi,k} S_{\gamma_{1i}} S_{2i} + (d_{1i} C_{1i} + b_{1i} S_{1i}) S_{2i} \\ {}^{b,k}P_{xi,k} C_{\gamma_{1i}} S_{1i} + {}^{b,k}P_{yi,k} S_{\gamma_{1i}} S_{1i} + {}^{b,k}P_{zi,k} C_{1i} + d_{1i} S_{1i} + b_{1i} C_{1i} \\ 1 \end{bmatrix} \quad [2.33]$$

La relation [2.32] permet d'isoler la variable articulaire q_{1i} , k à partir des 2ièmes lignes des matrices :

$$-{}^{b,k}P_{xi,k} C_{\gamma_{1i}} S_{1i} - {}^{b,k}P_{yi,k} S_{\gamma_{1i}} S_{1i} - {}^{b,k}P_{zi,k} C_{1i} + d_{1i} S_{\gamma_{1i}} + b_{1i} C_{\gamma_{1i}} = 0 \quad [2.34]$$

$q_{1i,k}$ est connu, pour obtenir $q_{2i,k}$ on utilise les lignes 1 et 2 de la relation [2.33] :

$$\begin{cases} {}^{b,k}P_{xi,k} (C_{\gamma_{1i}} C_{1i} C_{2i} - S_{\gamma_{1i}} S_{2i}) + {}^{b,k}P_{yi,k} (S_{\gamma_{1i}} C_{1i} C_{2i} - C_{\gamma_{1i}} S_{2i}) \\ \quad - {}^{b,k}P_{zi,k} S_{\gamma_{1i}} C_{2i} + (d_{1i} + b_{1i} S_{1i}) C_{2i} = 0 \\ {}^{b,k}P_{xi,k} (-C_{\gamma_{1i}} C_{1i} S_{2i} - S_{\gamma_{1i}} C_{2i}) + {}^{b,k}P_{yi,k} (-S_{\gamma_{1i}} C_{1i} S_{2i} + C_{\gamma_{1i}} S_{2i}) \\ \quad - {}^{b,k}P_{zi,k} S_{\gamma_{1i}} S_{2i} + (d_{1i} - b_{1i} S_{1i}) S_{2i} = 0 \end{cases} \quad [2.35]$$

Pour simplifier les équations [2.34] et [2.35], on les réécrit avec les termes $P_{i,k}$, on obtient:

$${}^{Bi,k}P_{xi,k}S_{1i,k} + {}^{Bi,k}P_{yi,k}C_{1i,k} = 0 \quad [2.36]$$

$$\begin{cases} {}^{Bi,k}P_{xi,k}C_{1i,k}C_{2i,k} + {}^{Bi,k}P_{yi,k}S_{1i,k}C_{2i,k} + {}^{Bi,k}P_{zi,k}S_{2i,k} = 0 \\ -{}^{Bi,k}P_{xi,k}C_{1i,k}S_{2i,k} - {}^{Bi,k}P_{yi,k}S_{1i,k}S_{2i,k} + {}^{Bi,k}P_{zi,k}C_{2i,k} = -q_{2i,k} \end{cases} \quad [2.37]$$

Les solutions de l'équation (2.39) est la suivante :

$$\begin{cases} q_{1i,k} = \text{atan2}({}^{Bi,k}P_{yi,k}, {}^{Bi,k}P_{xi,k}) \\ \text{ou} \\ -q'_{1i,k} = q_{1i,k} + \pi \end{cases} \quad [2.38]$$

Si : ${}^{Bi,k}P_{yi,k} = {}^{Bi,k}P_{xi,k} = 0$ la configuration du module est singulière.

A partir des relations [2.37], on détermine $q_{2i,k}$:

$$q_{2i,k} = a \tan 2\left(\frac{-q_{3i,k}({}^{Bi,k}P_{xi,k}C_{1i,k} + {}^{Bi,k}P_{yi,k}S_{1i,k})}{Det}, \frac{-q_{2i,k}{}^{Bi,k}P_{zi,k}}{Det}\right) \quad [2.39]$$

Avec :

$$Det = {}^{Bi,k}P_{zi,k}^2 + ({}^{Bi,k}P_{xi,k}C_{1i,k} + {}^{Bi,k}P_{yi,k}S_{1i,k})^2 \neq 0 \quad [2.40]$$

Il est clair que Det doit être différent de zéro, c'est bien le cas car ${}^{Bi,k}P_{zi,k}^2$ est strictement positif. En effet, si celui-ci est nul, cela revient à dire que la chaîne cinématique est colinéaire au plan de la base, ce qui est physiquement impossible.

La variable articulaire $q_{1i,k}$ possède théoriquement deux solutions, mais seulement une solution sera retenue car la valeur de $q_{1i,k}$ est physiquement comprise entre zéro et n .

3-3-1 Les résultats des variables articulaires $q_{1,i}$ $q_{2,i}$ $q_{3,i}$ ($i=1...6$) obtenus par Maple :

$$\begin{aligned} \{q_{1,i} = & -\arctan((-sin_q pPxi + cos_q sin_q sin_y pPyi + Pzo) \cos(g1,i) cos_F cos_q pPx \\ & + \cos(g1,i) pPxicos_F \\ & sin_q sin_y - \cos(g1,i) pPyisin_F cos_y + \cos(g1,i) Pxo + \sin(g1,i) sin_F cos_q pPxi \\ & + \sin(g1,i) pPyisin_F sin_q sin_y \\ & + \sin(g1,i) pPyicos_F cos_y + \sin(g1,i) Pyo))\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{q_{2,i} = & \arctan((\cos(g1,i) \cos(q1,i) \cos_F \sin_q pPxi \\
& + \cos(g1,i) \cos(q1,i) pPyi \cos_F \sin_q \sin_y \\
& - \cos(g1,i) \cos(q1,i) pPyi \sin_F \cos_y + \cos(g1,i) \cos(q1,i) Pxo \\
& + \sin(g1,i) \cos(q1,i) \sin_F \cos_q pPxi \\
& + \sin(g1,i) \cos(q1,i) pPyi \sin_F \sin_q \sin_y + \sin(g1,i) \cos(q1,i) pPyi \cos_F \cos_y \\
& + \sin(g1,i) \cos(q1,i) Pyo \\
& + \sin(q1,i) \sin_q pPxi - \sin(q1,i) \cos_q \sin_y pPyi \\
& - \sin(q1,i) Pzo) | (\sin(g1,i) \cos_F \cos_q pPxi \\
& + \sin(g1,i) pPyi \cos_F \sin_q \sin_y - \sin(g1,i) pPyi \sin_F \cos_y \\
& + \sin(g1,i) Pxo - \cos(g1,i) \sin_F \cos_q pPxi \\
& - \cos(g1,i) pPyi \sin_F \sin_q \sin_y - \cos(g1,i) pPyi \cos_F \cos_y - \cos(g1,i) Pyo))\} \\
q3i = & \sqrt{\epsilon^2} - \sin(g1,i) \sin_F \cos_q pPxi d_{1,i} + 2 \cos(g1,i) pPyi \sin_F \cos_y d_{1,i} \\
& - 2 \sin(g1,i) pPyi \cos_F \cos_y d_{1,i} \\
& - 2 \cos(g1,i) \cos_F \cos_q pPxi d_{1,i} - 2 \cos(g1,i) Pxo d_{1,i} - 2 \cos(g1,i) pPyi \cos_F \sin_q \sin_y d_{1,i} \\
& + \cos_q^2 \sin_y^2 pPyi^2 - 2 \sin_q pPxi Pzo + 2 \sin_q pPxi b_{1,i} - 2 pPyi \sin_F \cos_y Pxo \\
& + pPyi^2 \cos_F^2 \sin_q^2 \sin_y^2 + 2 \cos_F^2 \cos_q pPxi pPyi \sin_q \sin_y + \cos_F^2 \cos_q^2 Pxi^2 \\
& + 2 pPyi \cos_F \sin_q \sin_y Pxo + pPyi^2 \sin_F^2 \cos_y^2 + 2 \sin_F^2 \cos_q pPxi pPyi \sin_q \sin_y \\
& + \sin_F \cos_q pPxi Pyo + pPyi^2 \cos_F^2 \cos_y^2 - 2 \sin(g1,i) Pyo d_{1,i} + \sin_q^2 Pxi^2 \\
& + pPyi \sin_F | \sin_q \sin_y Pyo + 2 pPyi \cos_F \cos_y Pyo + 2 \cos_F \cos_q pPxi Pxo \\
& + pPyi^2 \sin_F^2 \sin_q^2 \sin_y^2 \\
& - 2 \sin(g1,i) pPyi \sin_F \sin_q \sin_y d_{1,i} + \sin_F^2 \cos_q^2 pPxi^2 + Pzo^2 - 2 Pzob_{1,i} + d_{1,i}^2 \\
& - 2 \sin_q pPxi \cos_q \sin_y pPyi + Pxo^2 + Pyo^2 + 2 \cos_q \sin_y pPyi Pzo - 2 \cos_q \sin_y pPyi b_{1,i}
\end{aligned}$$

3-4 Modèle géométrique inverse de la structure hybride

Les coordonnées opérationnelles des origines des plates-formes intermédiaires

$[x_k, y_k, z_k, \phi_k, \theta_k, \varphi_k]$ de chaque module sont issues d'une courbe donnée. Cette courbe est choisie selon une loi mathématique en fonction des coordonnées opérationnelles désirée (plate-forme n) ; telles que x_k, y_k, z_k représentent les coordonnées cartésiennes de l'origine du repère $\mathbb{R}k$ dans le repère $\mathbb{R}_{k-1}$ et $\phi_k, \theta_k, \varphi_k$ représentent l'orientation du repère $\mathbb{R}k$ dans le repère $\mathbb{R}_{k-1}$.

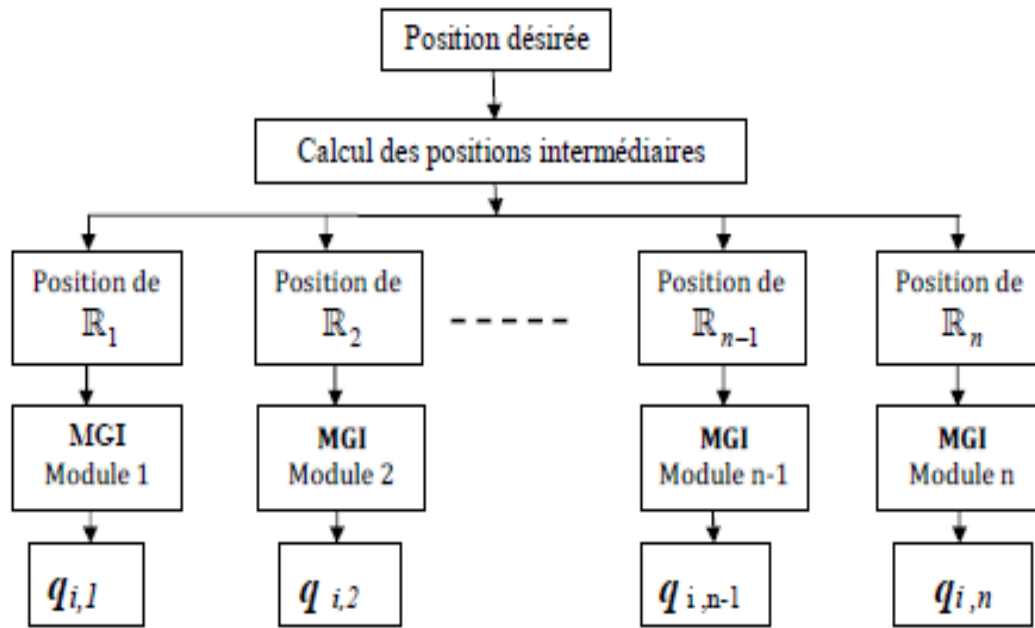


Figure 32 : Algorithme du calcul du modèle géométrique inverse du robot hybride

Les étapes essentielles du calcul des coordonnées opérationnelles intermédiaires sont :

- Recherche d'un polynôme d'interpolation qui correspond aux points (x_0, y_0, z_0) et (x_n, y_n, z_n) , ce polynôme représente l'équation de la courbe désirée de l'axe du robot (La courbe représente l'axe du robot) ;
 - Subdivision de la courbe en n étages ;

Détermination des coordonnées des origines des plates-formes intermédiaires.

3-5 applications pour un robot type Gough-Stewart dans MATLAB :

Pour illustrer cette modélisation géométrique du robot hybride .nous l'avons appliquée pour un robot type Gough-Stewart .dans cette étude on mouvement de translation ou de rotation :

1-Position et tracé des joints de la plateforme Stewart :

Montre la position des joints de plate-forme et de base créés dans Matlab

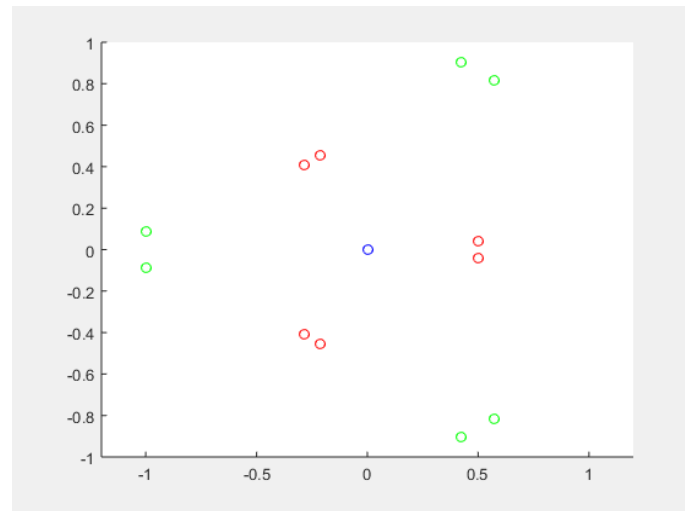


Figure 33 : position des articulation de la base de la plate-form dans MATLAB

Vert=base/ Rouge=plate-forme / Bleu= origine.

2- Structure et tracé des joints de la plateforme Stewart :

Mouvement de translation pur : $X=0$; $Y=0$; $Z=1$

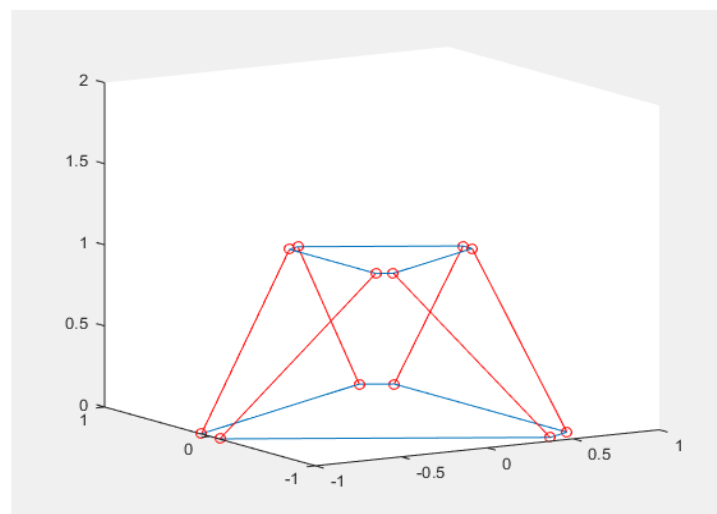


Figure 34 : Base et plate-forme dans un état stable

Quelques mouvements :

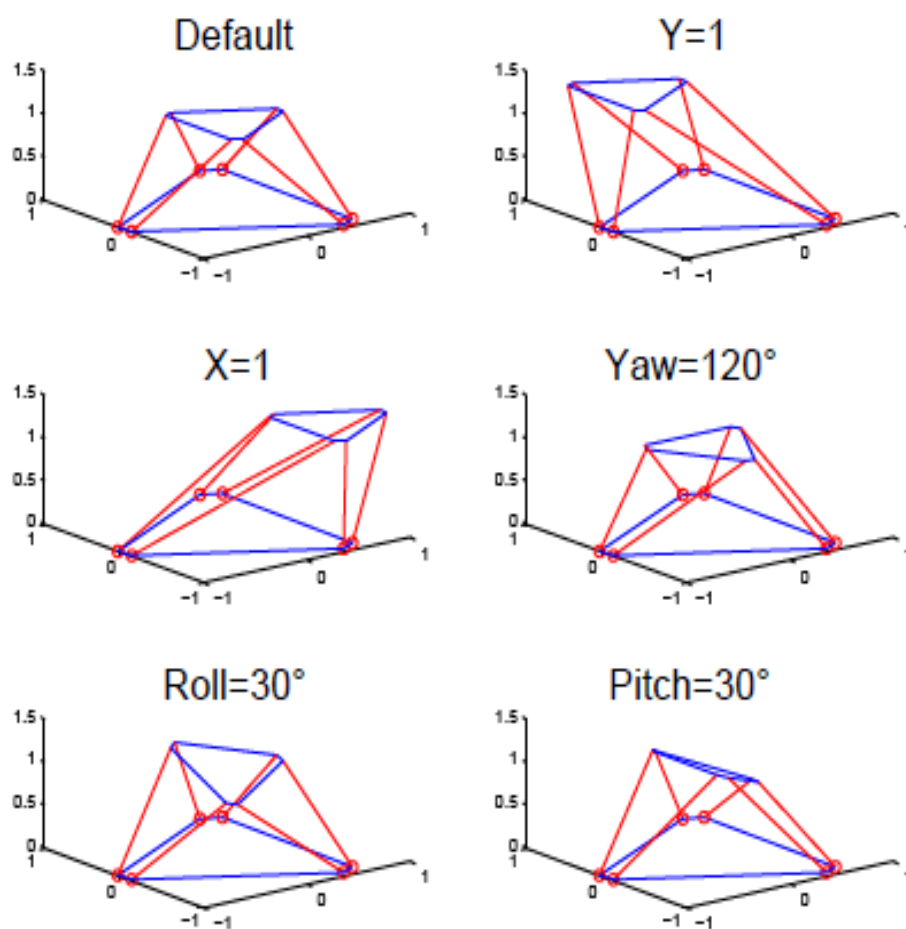


Figure 35 : la base et la plate-forme sont en mouvement et en rotation

Chapitre 04 :
Modélisation cinématique de la
structure hybride

Chapitre 04 : Modélisation cinématique de la structure hybride

4-1 Introduction

Le modèle cinématique est, littéralement, un modèle des vitesses. Il exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et les vitesses cartésiennes d'un point de la chaîne cinématique, généralement l'organe terminal. Ce modèle est donc un modèle par accroissements infinitésimaux : chaque variation élémentaire de la valeur d'une articulation implique une variation de position de l'organe terminal, et inversement. Lorsque ces variations infinitésimales sont exprimées par rapport au temps, on peut les considérer comme des vitesses.

L'outil principalement utilisé pour traiter le problème de la cinématique des robots est la matrice jacobienne. Elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels [19].

4-2 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct (MCD), décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires, il est noté par :

$$\dot{X}_k = J(q_k)\dot{q}_k \quad [3.1]$$

Où : $J(q_k)$ désigne la matrice Jacobienne de dimension $m \times n$ du robot (un module k) qui est fonction de la variable articulaire q_k .

L'intérêt de la matrice jacobienne est multiple [20] :

- elle facilite le calcul des singularités et de la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot.
- en statique, on utilise le jacobien pour établir la relation liant les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs ;
- elle est à la base du modèle différentiel inverse, permettant de calculer une solution locale des variables articulaires q , connaissant les coordonnées opérationnelles X .

4-2-1 Calcule indirect de la matrice jacobienne

Le calcul indirect de la matrice jacobienne consiste à utiliser le modèle géométrique direct du robot :

$$K_k = f(q_k) \quad [3.2]$$

Et par définition, la matrice jacobienne est la matrice des dérivées partielles de la fonction f par rapport aux coordonnées généralisées, ainsi :

$$f(q_k) = \partial X_k / \partial q_k \quad [3.3]$$

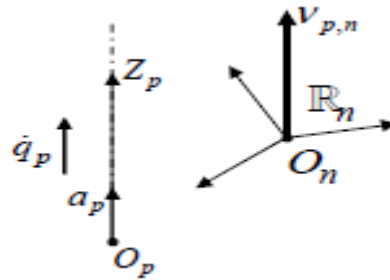
Cette méthode de dérivation est facile à mettre en œuvre pour des robots à deux ou trois degrés de liberté dans le plan, mais pour les robots ayant plus de trois degrés de liberté la dérivation manuelle devient presque impossible.

4-2-2 Calcule direct de la matrice jacobienne

On peut utiliser une méthode très répandue pour le calcul cinématique, qui permet d'obtenir la matrice jacobienne par un calcul direct fondé sur l'influence que produit chaque articulation d'ordre p de la chaîne cinématique sur le repère terminal $\mathbb{R}_n$.

On peut calculer $v_{p,n}$ et $\omega_{p,n}$ en considérant séparément les cas d'une articulation prismatique et d'une articulation rotoïde :

✓ Articulation prismatique :



✓ Articulation Rotoïde :

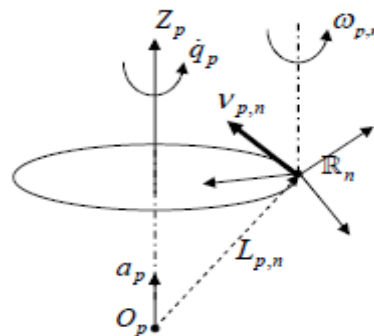


Figure 36 : influence de type de l'articulation sur le repère terminal

Où :

$L_{p,n}$: désigne le vecteur d'origine O_p et d'extrémité O_n ;

a_p : est le vecteur unitaire porté par l'axe Z_p de l'articulation p .

En introduisant le coefficient binaire σ_p les vecteurs $v_{p,n}$ et $\omega_{p,n}$ s'écrivent :

$$\begin{cases} v_{p,n} = (\sigma_p a_p + \overline{\sigma_p}(a_p * L_{p,n}))\dot{q}_p \\ \omega_{p,n} = \overline{\sigma_p} a_p \dot{q}_p \end{cases} \quad [3.4]$$

Grâce au théorème de la composition des vitesses, on peut sommer toutes les contributions élémentaires de chaque articulation afin d'obtenir les vecteurs finaux des vitesses de translation et de rotation v_n et ω_n du repère terminal par l'expression :

$$\begin{cases} v_n = \sum_{p=1}^n v_{p,n} = \sum_{p=1}^n (\sigma_p a_p + \overline{\sigma_p}(a_p * L_{p,n}))\dot{q}_p \\ \omega_n = \sum_{p=1}^n \omega_{p,n} = \sum_{p=1}^n \overline{\sigma_p} a_p \dot{q}_p \end{cases} \quad [3.5]$$

Par identification avec la relation (3.1), la matrice Jacobienne exprimée dans le repère $\mathbb{R}_n$, notée J_n , s'écrit :

$$J_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 a_1 + \overline{\sigma_1}(a_1 * L_{1,n}) & \cdots & \sigma_n a_n + \overline{\sigma_n}(a_n * L_{n,n}) \\ \overline{\sigma_1} a_1 & \cdots & \overline{\sigma_n} a_n \end{bmatrix} \quad [3.6]$$

D'une façon générale, projetée dans le repère $\mathbb{R}_i$, la matrice jacobienne notée ${}^i J_n$ s'écrit :

$${}^i J_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 {}^i a_n + \overline{\sigma_1}({}^i a_n * {}^i L_{1,n}) & \cdots & \sigma_n {}^i a_n + \overline{\sigma_n}({}^i a_n * {}^i L_{n,n}) \\ \overline{\sigma_1} {}^i a_n & \cdots & \overline{\sigma_n} {}^i a_n \end{bmatrix} \quad [3.7]$$

En remarquant que :

$${}^i a_p * {}^i L_{p,n} = {}^i A_p ({}^p \hat{a}_p {}^p L_{p,n}) \quad [3.8]$$

Avec :

- ${}^i A_p$: Matrice d'orientation de dimension (3*3) du repère $\mathbb{R}_p$ dans le repère $\mathbb{R}_i$,
- ${}^p a_p = [0 \ 0 \ 1]^T$ Et ${}^p L_{p,n} = {}^p P_n = [{}^p P_{nx} \ {}^p P_{ny} \ {}^p P_{nz}]^T$

On calcule alors la $k^{ième}$ colonne de la matrice Jacobienne, notée ${}^i J_{n,p}$, projetée dans le repère $\mathbb{R}_i$ par la formule :

$${}^i J_{n,p} = \begin{bmatrix} \sigma_p {}^i a_p + \overline{\sigma_p} (-{}^p P_{ny} {}^i s_p + {}^p P_{nx} {}^i n_p) \\ \overline{\sigma_p} {}^i a_p \end{bmatrix} \quad i = 0 \dots n; p = 1 \dots n \quad [3.9]$$

Où :

- ${}^i s_p$, ${}^i n_p$ et ${}^i a_p$: sont respectivement le 1er, 2ème et le 3ème vecteurs de la matrice ${}^i A_p$.

- ${}^p P_{nx}$ et ${}^p P_{ny}$: sont respectivement la 1^{ère} et 2^{ème} composantes du vecteur ${}^p P_n$ qui est la quatrième colonne de ${}^p T_n$ calculée précédemment par le modèle géométrique direct.

Le calcul du MCD, par la matrice jacobienne ou bien par les équations de récurrence, donne le vecteur $\begin{bmatrix} v_n \\ \omega_n \end{bmatrix}$ où v_n est la dérivée par rapport au temps du vecteur de position P_n , Mais le ω_n ne représente pas la dérivée de l'orientation, il faut trouver donc une relation entre les coordonnées opérationnelles X et le modèle cinématique.

4-3 Modèles cinématiques de la chaîne cinématique i d'un module k

Le modèle cinématique direct de la chaîne cinématique i d'un module k , donne la vitesse linéaire du point $P_{i,k}$ en fonction de la vitesse des articulations de la chaîne cinématique i ($q1i$, $q2i$, $q3i$) k :

$${}^{b,k} v_{pi,k} = {}^{b,k} J_{3i,k} \dot{q}_{3i,k} \quad [3.10]$$

Où :

${}^{b,k} J_{3i,k}$: est la matrice jacobienne (3×3) de la chaîne cinématique i du module k ;

${}^{b,k} v_{pi,k}$: Vecteur de la vitesse linéaire (3×1) du point $P_{i,k}$ dont les composantes sont :

$$[v_{xi} \quad v_{yi} \quad v_{zi}]_k^T$$

La forme vectorielle du jacobien d'une chaîne cinématique ouverte à n articulations est la suivante [22] :

$$J_n = [\sigma_1 a_1 + \overline{\sigma_1} (a_1 * L_{1,n}) \dots \sigma_p a_p + \overline{\sigma_p} (a_p * L_{p,n}) \dots \sigma_n a_n + \overline{\sigma_n} (a_n * L_{n,n})] \quad [3.11]$$

Où :

- $L_{j,n}$ est le vecteur d'origine O_j (origine du repère $\mathbb{R}^j$) et d'extrémité O_n

(Origine du repère $\mathbb{R}^n$).

- a_j est le vecteur unitaire porté par l'axe z_j de l'articulation j et que $\sigma_j=1$ si l'articulation j est prismatique et $\sigma_j=0$ si elle est rotoïde.

Si on projette les éléments de la relation [3.18] dans le repère $\mathbb{R}^j$, on obtient le jacobien J_n :

$${}^jJ_n = [\dots \sigma_p {}^jJ_p + \overline{\sigma_p} {}^jA_p {}^p\hat{a}_p {}^pL_{p,n} \dots] \quad [3.12]$$

Où:

$p=1$ à n ;

jA_p : est la matrice d'orientation, du repère $\mathbb{R}^p$ dans le repère $\mathbb{R}^j$;

${}^p\hat{a}_p$: désigne la matrice antisymétrique du pré produit vectoriel associée au vecteur pa_p

$${}^pa_p = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad [3.13]$$

$${}^pL_{p,n} = {}^pP_n \quad [3.14]$$

On peut simplifier l'expression de la matrice jacobéenne de la chaîne cinématique i , par le

calcul de la matrice jacobéenne ${}^{3i,k}L_{3i,k}$ du point terminal de la chaîne cinématique i exprimée dans le repère $\mathbb{R}^{3i,k}$:

$${}^{3i,k}J_{3i,k} = {}^{b,k}A_{3i,k} {}^{3i,k}J_{3i,k} \quad [3.15]$$

$${}^{b,k}v_{pi,k} = ({}^{b,k}A_{3i,k} {}^{3i,k}J_{3i,k}) \dot{q}_{3i,k} \quad [3.16]$$

On utilise l'équation [3.19] pour déterminer ${}^{3i,k}J_{3i,k}$.

$${}^{3i,k}J_{3i,k} = [-{}^{1i}P_{3i,k} {}^{3i}S_{1i} + {}^{1i}P_{3i,1} {}^{3i}n_{1i} \quad - {}^{2i}P_{3i,2} {}^{3i}S_{2i} + {}^{2i}P_{3i,1} {}^{3i}n_{2i} \quad {}^{3i}a_{3i}]_k$$

[3.24]

Par la suite, on inverse analytiquement ${}^{3i,k}J_{3i,k}$ pour calculer ${}^{3i,k}J_{3i,k}^{-1}$. Le modèle cinématique inverse de la chaîne cinématique i s'écrit :

$$\dot{q}_{3i,k} = {}^{b,k}J_{3i,k}^{-1} {}^{b,k}v_{pi,k}. \quad [3.17]$$

Où : ${}^{b,k}J_{3i,k}^{-1}$ est la matrice jacobienne inverse de la chaîne cinématique i , qui sera déterminé par la projection de la matrice ${}^{3i,k}J_{3i,k}$ dans le repère $\mathbb{R}b,k$ en la multipliant par la matrice d'orientation du repère $\mathbb{R}Bi,k$ (d'origine $B_{i,k}$) projetée dans le repère de base $\mathbb{R}b,k$:

$${}^{b,k}J_{3i,k}^{-1} = {}^{b,k}A_{3i,k} {}^{3i,k}J_{3i,k}^{-1} \quad [3.18]$$

$${}^{3i,k}J_{3i,k}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/q_{3i}S_{2i} & 0 \\ 1/q_{3i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \quad [3.19]$$

4-4 Modèle cinématique inverse d'un module k

Le modèle cinématique inverse (MCI) d'un module k , permet de calculer à partir d'une configuration q_k donnée les vitesses articulaires $\dot{q}_k$ qui assurent au repère terminal de ce module une vitesse opérationnelle $\dot{X}_k$ imposée, il est calculé par :

$$\dot{q}_k = J_k^{-1} \dot{X}_k \quad [3.20]$$

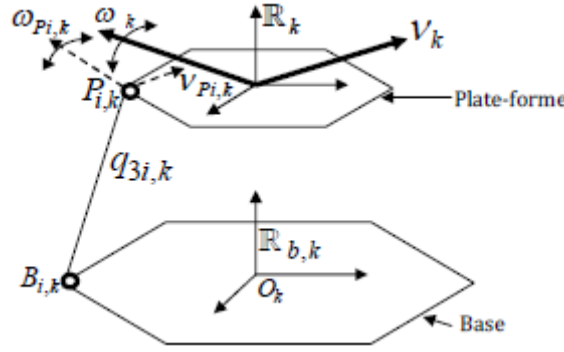
Le modèle cinématique inverse du module k (Figure 3.2), donne la vitesse des actionneurs ${}^{q_{3i,k}}$ (pour $i=1$ à 6) en fonction des vitesses cartésiennes du repère de référence de la plate-forme $\mathbb{R}k$ exprimée dans le repère de base $\mathbb{R}b,k$.

Le calcul du modèle cinématique inverse est plus facile que celui du modèle cinématique direct. Il est donné par la relation :

$$\dot{q}_{a,k} = {}^{b,k}J_k^{-1} {}^{b,k}\mathbb{V}_k = {}^{b,k}J_k^{-1} \begin{bmatrix} v_k \\ \omega_k \end{bmatrix}_{b,k} \quad [3.21]$$

${}^{b,k}J_k^{-1}$: Est la matrice jacobienne inverse du module k ;

${}^{b,k}\mathbb{V}_k$: La vitesse cartésienne de l'origine de la plate-forme k par rapport au repère $\mathbb{R}b,k$

Figure 9 : la vitesse V_K et la vitesse angulaire K de la plateforme K

Le calcul de la matrice jacobienne inverse repose sur la détermination de la vitesse articulaire $\dot{q}_{3i,k}$ par la projection de la vitesse du point $P_{i,k}$ sur l'axe $z_{3i,k}$.

$$\dot{q}_{3i,k} = {}^{b,k}a_{3i,k}^T {}^{b,k}v_{pi,k} \quad [3.22]$$

- ${}^{b,k}a_{3i,k}$ représente le vecteur unitaire le long de l'axe $z_{3i,k}$ de l'actionneur de la chaîne i du module k ;

- ${}^{b,k}v_{pi,k}$ vitesse linéaire du point $P_{i,k}$ calculée en fonction ${}^{b,k}v_k$ et ${}^{b,k}\omega_k$ par la relation :

$${}^{b,k}v_{pi,k} = {}^{b,k}v_k + ({}^{b,k}\omega_k * {}^{b,k}L_{i,k}) \quad [3.23]$$

Avec ${}^{b,k}L_{i,k}$ vecteur représentant les composantes du vecteur $O_k P_{i,k}$ exprimé dans le repère $\mathbb{R}b_k$.

$${}^{b,k}L_i = [{}^{b,k}L_{xi,k} \quad {}^{b,k}L_{yi,k} \quad {}^{b,k}L_{zi,k}]^T \quad [3.24]$$

D'où :

$$\dot{q}_{3i,k} = {}^{b,k}a_{3i,k}^T {}^{b,k}v_k + ({}^{b,k}\hat{L}_{i,k} {}^{b,k}a_{3i,k})^T {}^{b,k}\omega_k \quad [3.25]$$

Avec ${}^{b,k}\hat{L}_{i,k}$ désigne la matrice (3×3) antisymétrique du pré produit vectoriel associée au vecteur ${}^{b,k}L_{i,k}$, tel que ${}^{b,k}L_{i,k} * v$ s'écrit ${}^{b,k}\hat{L}_{i,k} v$ avec ${}^{b,k}\hat{L}_{i,k}$ donné par :

$${}^{b,k}\hat{L}_{i,k} = \begin{bmatrix} 0 & {}^{b,k}L_{3i,k} & {}^{b,k}L_{2i,k} \\ {}^{b,k}L_{3i,k} & 0 & -{}^{b,k}L_{1i,k} \\ -{}^{b,k}L_{2i,k} & {}^{b,k}L_{1i,k} & 0 \end{bmatrix} \quad [3.26]$$

$$\dot{q}_{3i,k} = {}^{b,k}a_{3i,k}^T {}^{b,k}v_{p,k} + ({}^{b,k}\hat{L}_{p,k} {}^{b,k}a_{3i,k})^T {}^{b,k}\omega_k$$

$$= [{}^{b,k}a_{3i,k}^T \quad ({}^{b,k}\hat{L}_{i,k} {}^{b,k}a_{3i,k})^T] \begin{bmatrix} {}^{b,k}v_{p,k} \\ {}^{b,k}\omega_{p,k} \end{bmatrix} \quad [3.27]$$

Donc La $K^{i\text{ème}}$ ligne de la matrice jacobienne inverse du module k s'écrit :

$${}^{b,k}J_k^{-1} [K, :] = [{}^{b,k}a_{3i,k}^T \quad ({}^{b,k}\hat{L}_{i,k} {}^{b,k}a_{3i,k})^T] \quad [3.28]$$

D'où la matrice jacobienne inverse du module k s'écrit :

$${}^{b,k}J_k^{-1} = \begin{bmatrix} {}^{b,k}a_{3,1}^T & ({}^{b,k}\hat{L}_1 {}^{b,k}a_{3,1})^T \\ \vdots & \vdots \\ {}^{b,k}a_{3,6}^T & ({}^{b,k}\hat{L}_6 {}^{b,k}a_{3,6})^T \end{bmatrix} \quad [3.29]$$

${}^{b,k}J_k^{-1}$ est une matrice de dimension (6×6).

4-4-1 Résultat symbolique de La $K^{i\text{ème}}$ ligne de la matrice jacobienne

${}^{b,k}J_k^{-1}$ obtenu sous Maple :

$$\begin{aligned} {}^{b,k}J_k^{-1} = \{ & \{\cos(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i}) \sin(\gamma_{1,i}) + \cos(q_{2,i}), \sin(\gamma_{1,i}) \cos(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}) - \cos(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i}), \\ & -\sin(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}), (\sin(\theta) pPx_i - \cos(\theta) \sin(\Psi) pPy_i - \cos(\theta) \cos(\Psi) pPz_i - P\gamma_0)(\sin(\gamma_{1,i}) \\ & \cos(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}) - \cos(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i})) - \sin(\phi) \cos(\theta) pPx_i + (\sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) + \cos(\phi)) \\ & \cos(\Psi)) pPy_i + (\sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\Psi) - \cos(\phi) \sin(\Psi)) pPz_i + P\gamma_0 \sin(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}), \\ & (-\sin(\theta) pPx_i + \cos(\theta) \sin(\Psi)) pPy_i + \cos(\theta) \cos(\Psi) pPz_i + P\gamma_0 (\cos(q_{1,i}) \cos(q_{2,i}) \\ & \sin(q_{2,i}) + \sin(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i})) - (-\cos(\phi) \cos(\theta) pPx_i - (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) - \sin(\phi) \\ & \cos(\Psi)) pPy_i - (\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\Psi) + \sin(\phi) \sin(\Psi)) pPz_i + P\gamma_0 \sin(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}), \\ & (-\sin(\phi) \cos(\theta) pPx_i - (\sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) + \cos(\phi) \cos(\Psi)) pPy_i - (\sin(\phi) \sin(\theta) \\ & \cos(\Psi) - \cos(\phi) \sin(\Psi)) pPz_i - P\gamma_0 (\cos(\gamma_{1,i}) \cos(\gamma_{1,i}) \sin(q_{2,i}) + \sin(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i})) \\ & + \cos(\phi) \cos(\theta) pPx_i + (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) - \sin(\phi) \cos(\Psi)) pPy_i + (\cos(\phi) \sin(\theta) \\ & \cos(\Psi) + \sin(\phi) \sin(\Psi)) pPz_i + P\gamma_0 \sin(q_{1,i}) \cos(q_{1,i}) \sin(q_{2,i}) - \cos(\gamma_{1,i}) \cos(q_{2,i})) \} \} \end{aligned}$$

4-5 Application pour un robot type Gough-Stewart dans MATLAB :

La cinématique conditionnelle décrite modélisée et simulée dans Matlab. Il y a plusieurs contraintes inclus lors de la simulation. Ces contraintes limitent l'angle des joints et sont les mêmes que sur le manipulateur physique.

❖ Animation des articulations de Stewart Platform :

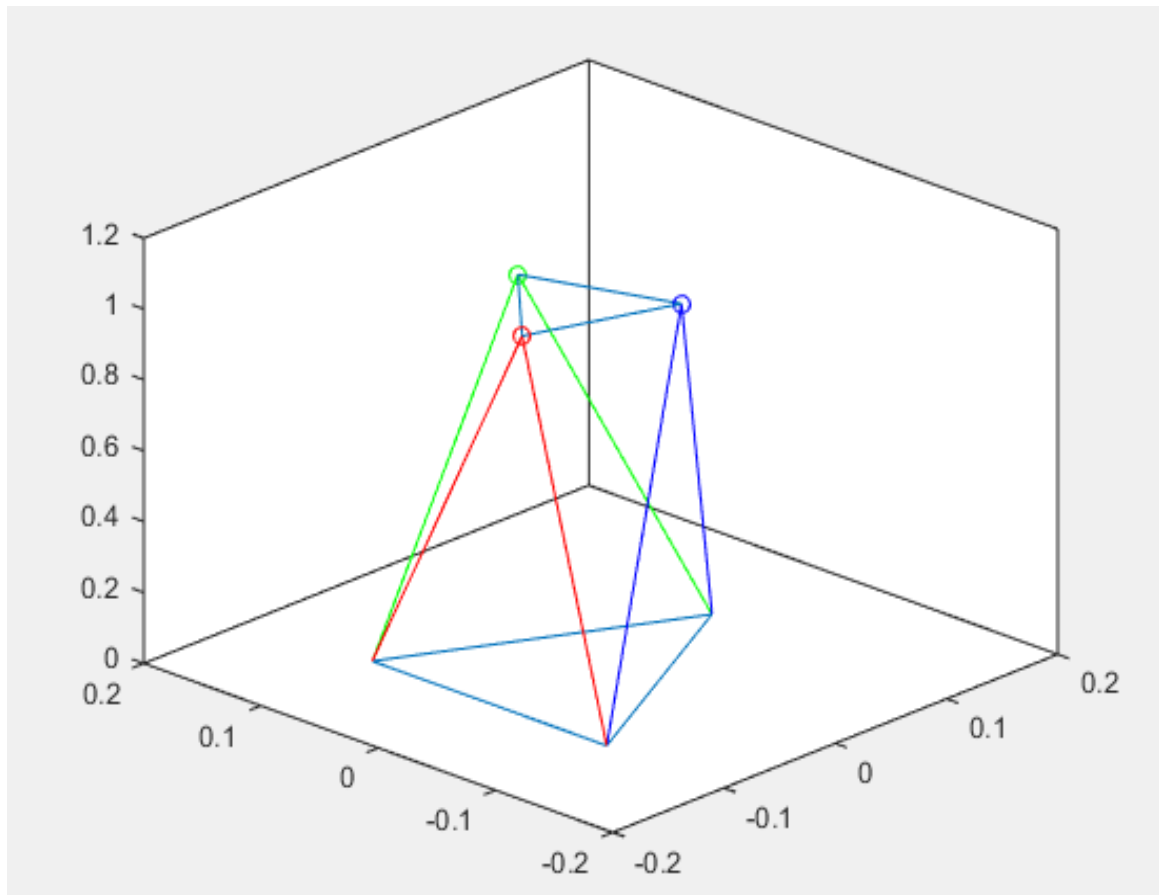


Figure 38 : vérification de la cinématique pour la plate-forme Stewart

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Contrairement aux robots série, le modèle géométrique inverse des robots parallèles (un module de la structure hybride) est généralement unique et facile à obtenir avec quelques relations géométriques élémentaires. Ce modèle donne les variables articulaires actives $q_{3i, k}$ (pour $i = 1$ à 6) ainsi que les variables articulaires passives ($q_{1ik}, k, q_{2i, k}$) en fonction des coordonnées du repère de la plate-forme R_k exprimées dans le repère $R_{b, k}$.

Par contre, le modèle géométrique direct est relativement complexe. En général, la solution n'est pas unique puisque pour une configuration des variables articulaires donnée, la plate-forme peut prendre plusieurs situations différentes. On dénombre pour la plate-forme de Gough-Stewart 40 solutions (10) a obtenu ce résultat en démontrant que le problème revient à résoudre un système de 9 équations (3 linéaires et 6 quadratiques) à 9 inconnues. (10) est également parvenu à ce résultat en utilisant une autre technique numérique.

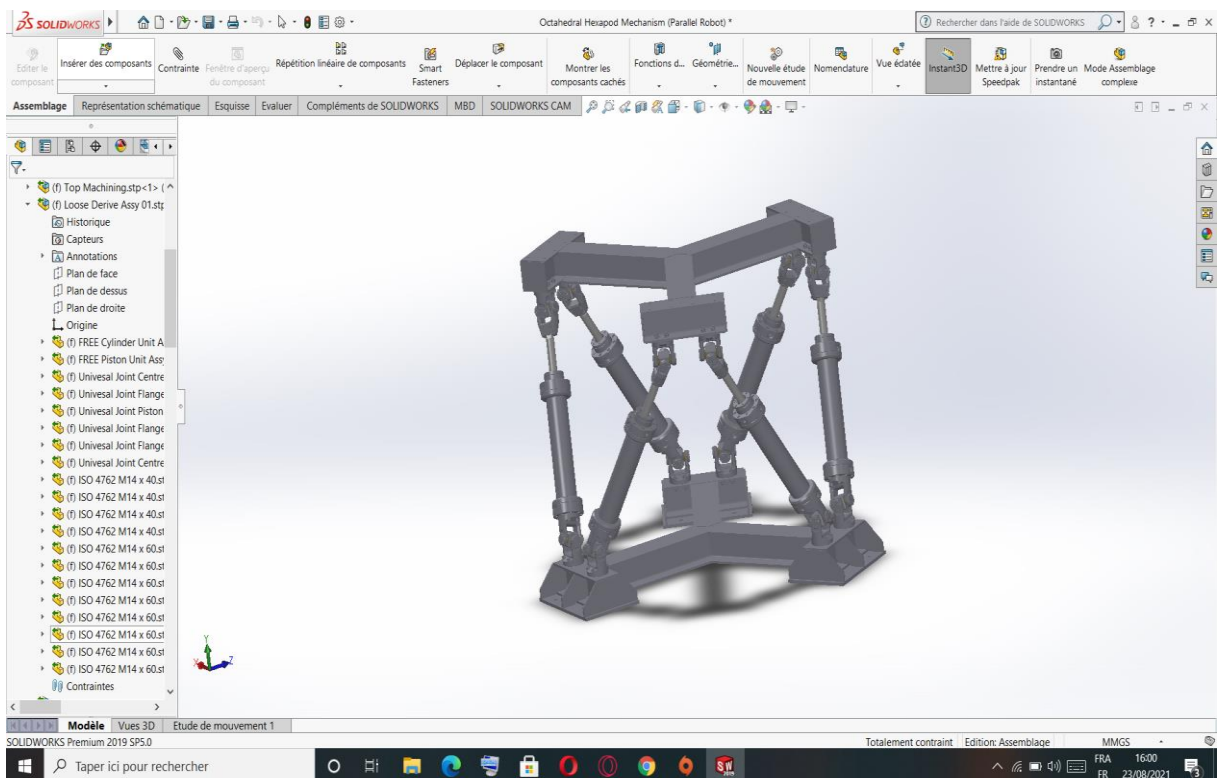
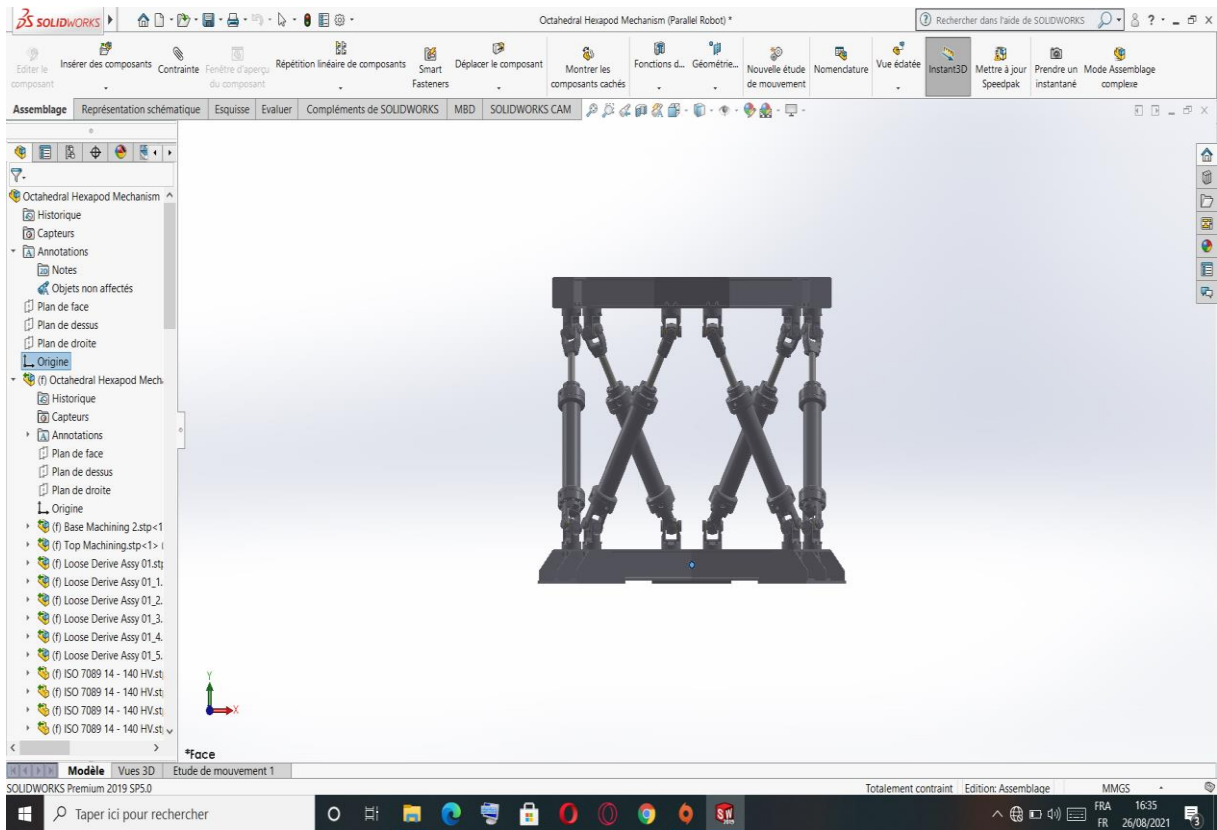
A obtenu le premier une formulation polynomiale de degrés 40. En conclusion nous sommes parvenus à réaliser un modèle géométrique générale pour un robot parallèle hybride capable pour générer un mouvement complexe et fournissant les valeurs des coordonnées nécessaires pour la suite de la modélisation cinématique et dynamique.

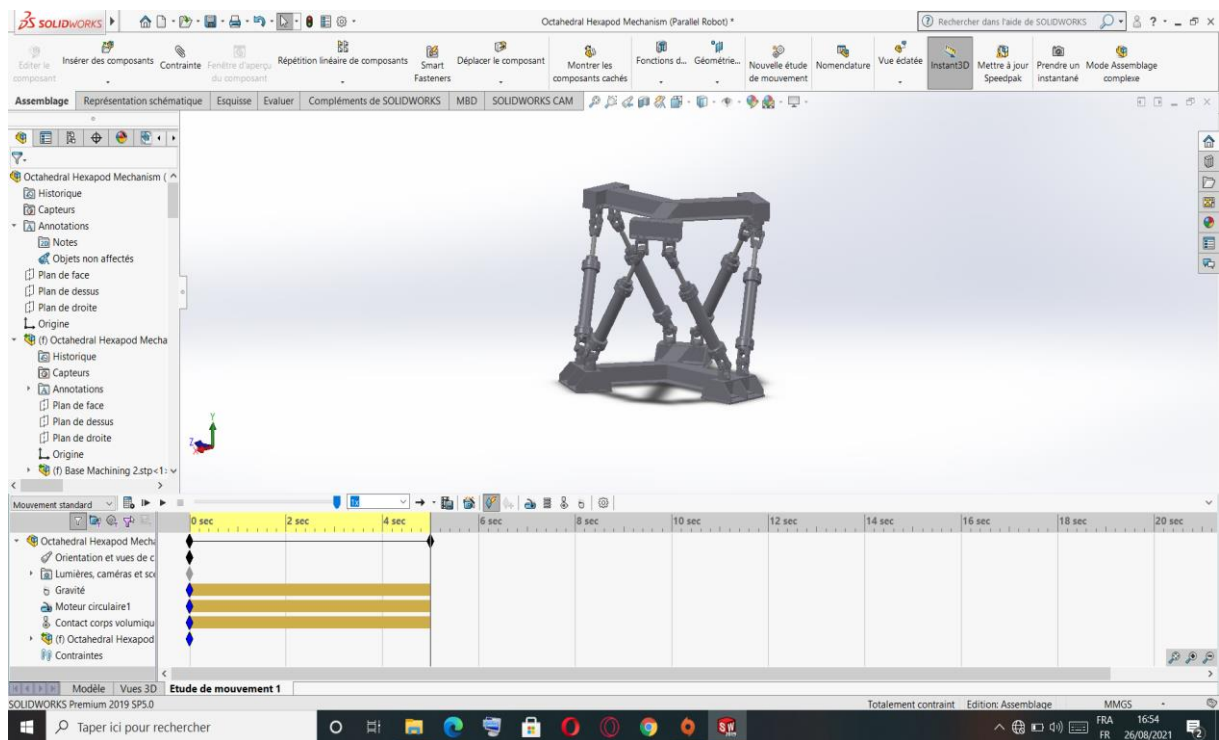
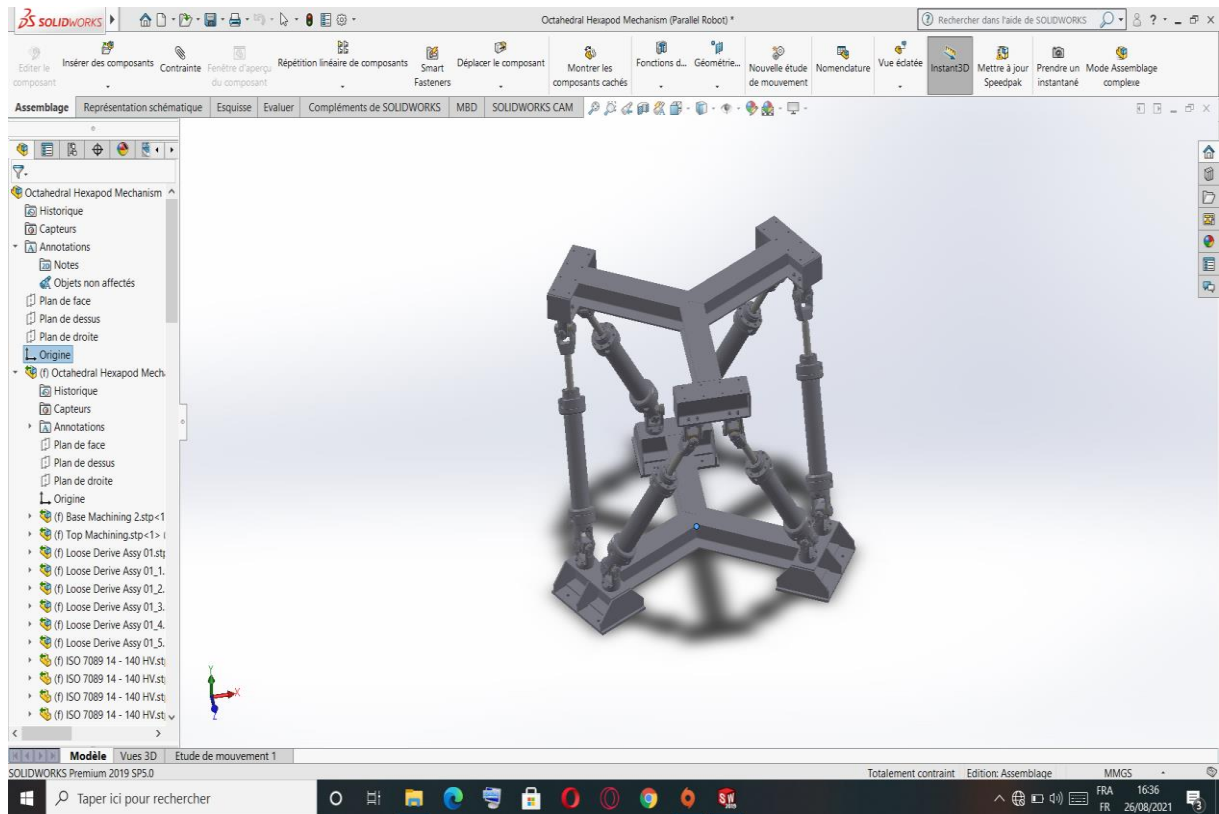
Comme perspectives à ce travail, nous envisageons les thèmes suivant :

- La génération des mouvements pour les robots parallèle hybrides constitue un problème à résoudre pour commander ces structures.
- Identification des paramètres dynamiques d'un robot parallèle hybride.
- Le calcul de l'espace de travail du robot parallèle hybride est très important pour la phase de conception.

Annexe A

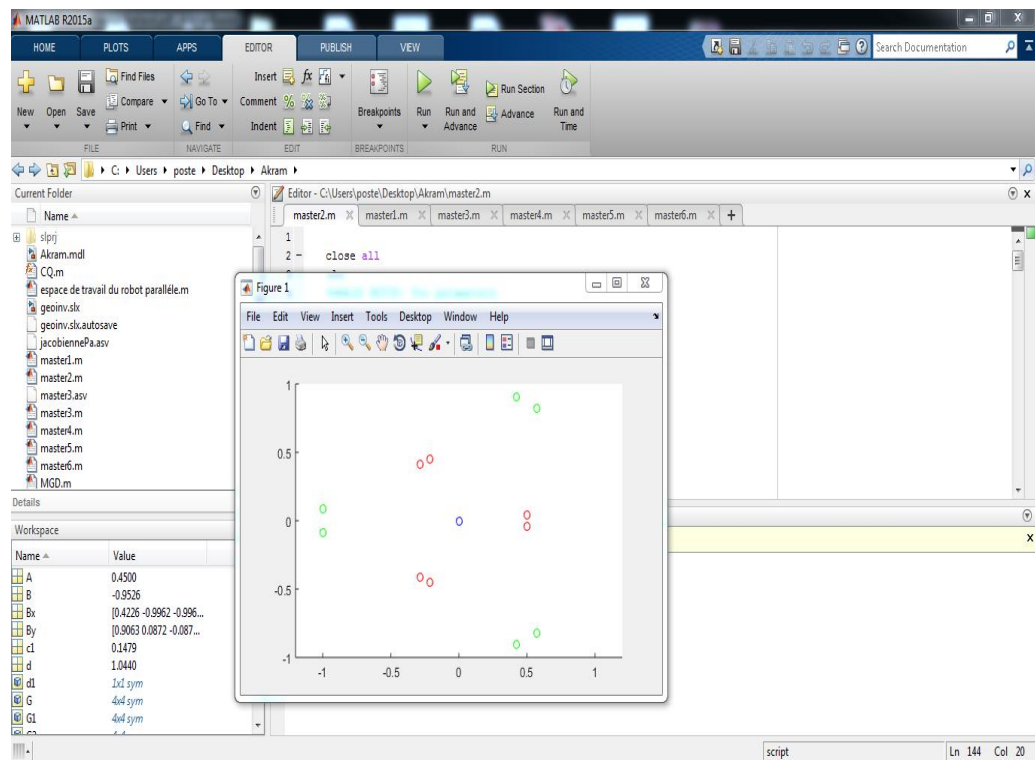
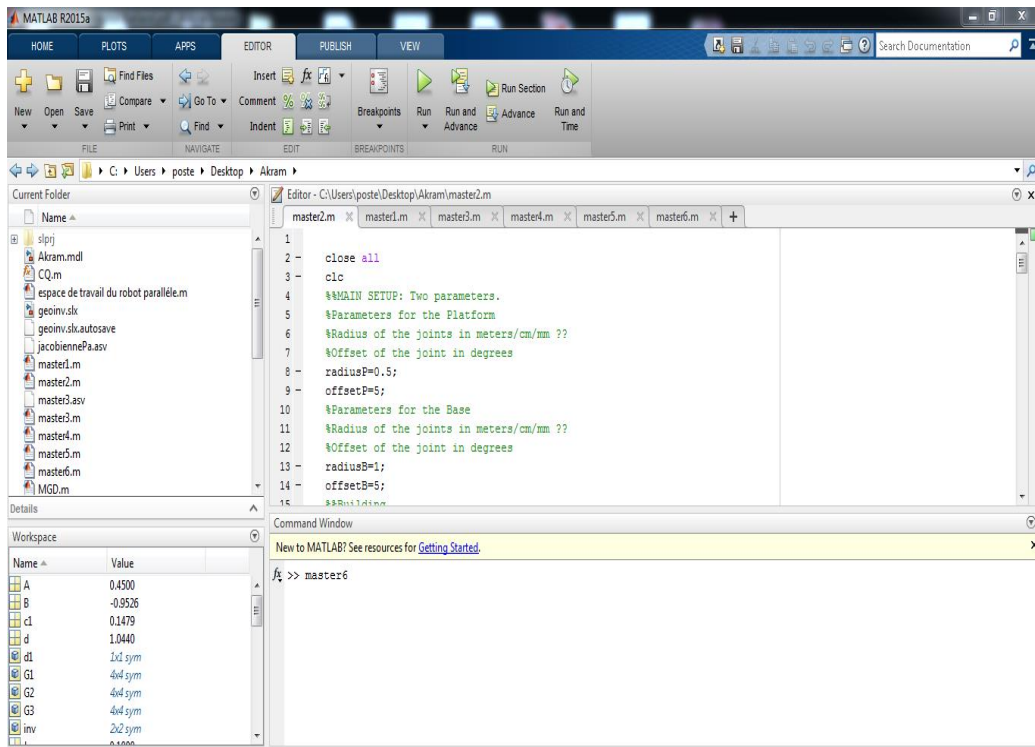
Programme SolidWorks

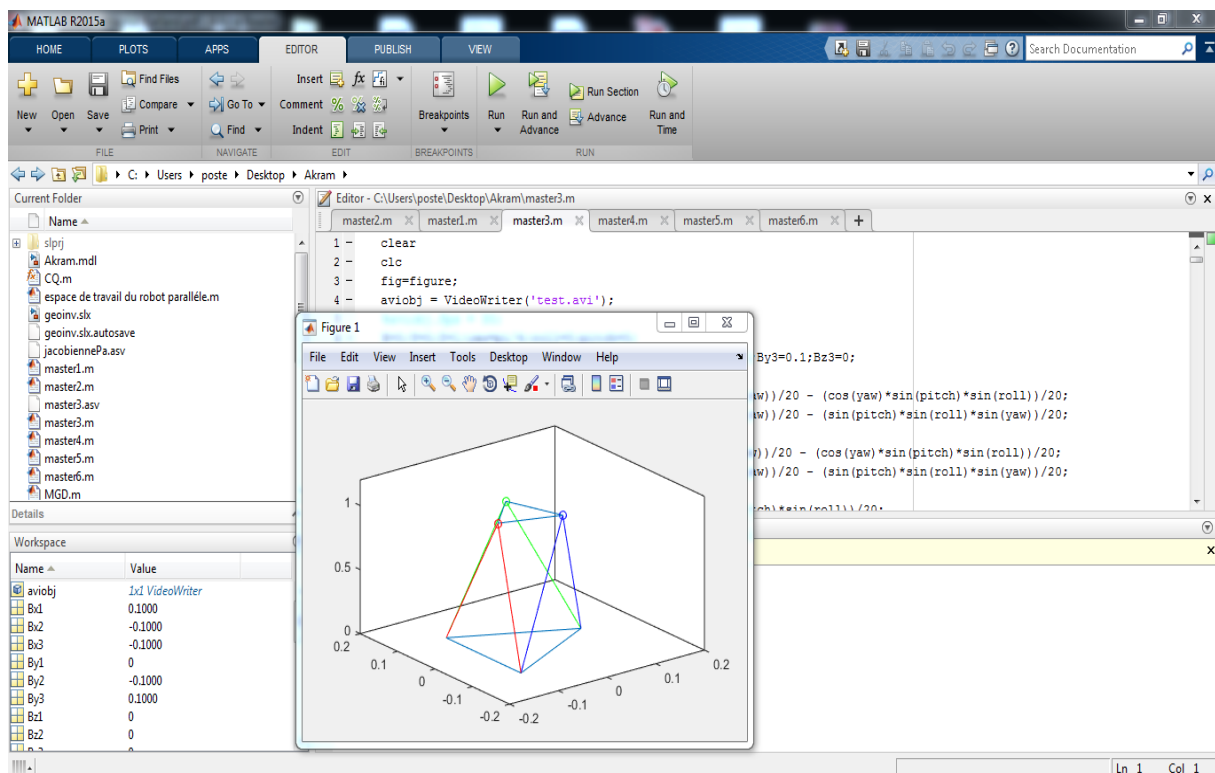
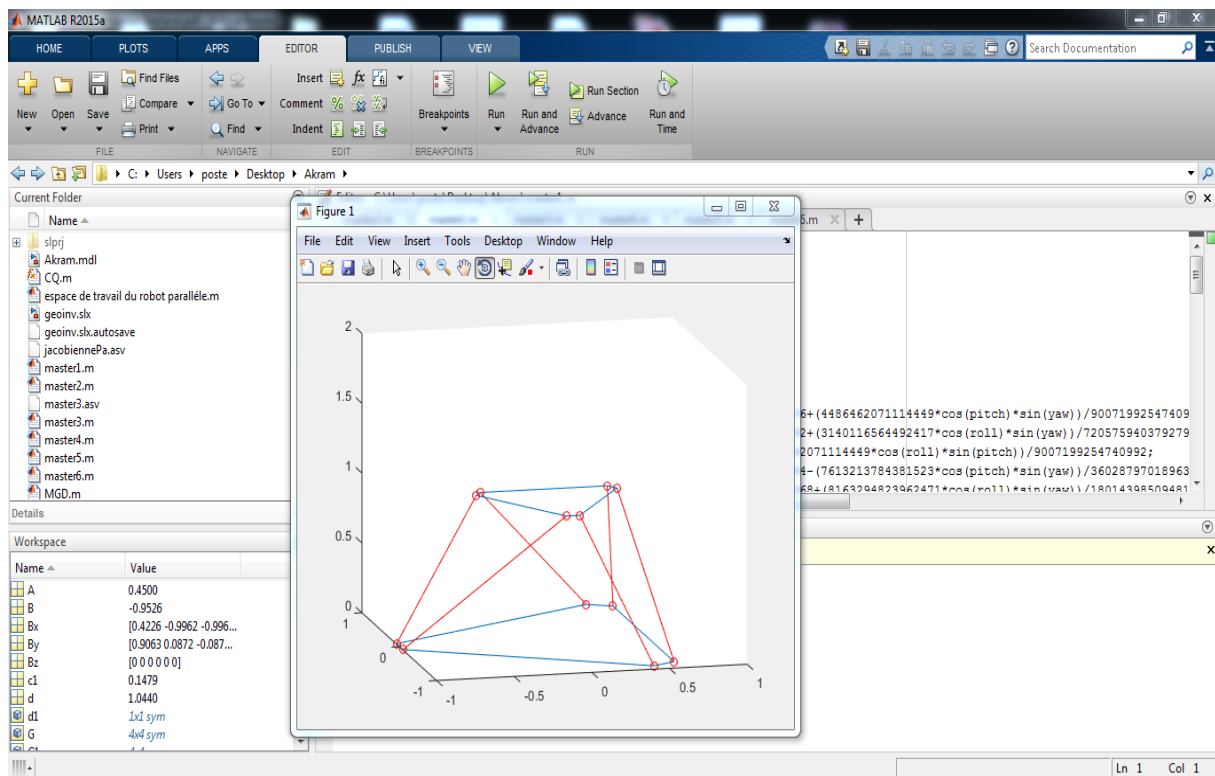




Annexe B

Matlab Simulation





Références

- [1] : Ilian A. Bonev, " les robots parallèles : de la recherche vers les applications " Montréal (Québec) canada, École de technologie supérieure article- january 2007, p (1-2).
- [2] : Jose Gutierrez Tapia, "Modélisation et identification géométrique de robots utilisés pour des opérations d'usinage", Médecine humaine et pathologie, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2016, p (28-30).
- [3]: j-p Merlet "parallel robots – second edition – volume 128" Waterloo, Ontario, Canada, 2006, p (30-31).
- [4]: Clavel R., "DELTA, fast robot with parallel geometry", PRO. Int. Symposium on Industrial robots, Avril 1988, p. 91-100.
- [5]: Gough V. E., "Contribution to discussion of papers on research in automotive Stability, control and tyre performance", in Proc. Auto. Div., Institute of mechanical engineering, 1956-1957.
- [6]: Stewart D., A platform with six degrees of freedom. Proc. Inst. Mech. Engr, Vol.180, and Pt 1(No 15): 371-386, 1965.
- [7] : Merlet J.-P., Les robots parallèles, Hermès, Paris, 1997.
- [8]: Company O., Pierrot F., and "A new 3T-1R parallel robot", in Proc. of IEEE ICAR'99: 9th International Conference on Advanced Robotics, Tokyo, Japan, pp. 557-562, October 25-27, 1999.
- [9]: Chen S.-t. "Dynamic model of a hybrid robot manipulator based on Stewart platform", DE-Vol. 72, Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls, ASME, 1994, p. 249-253.
- [10] : Merlet J.-P., Gosselin C., "Nouvelle architecture pour un manipulateur parallèle à 6 degrés de liberté", J. Mechanism and Machine Theory 26(1), 1991, p.77-90.
- [11] : Pasqui V., Bidaud P., Ben ouezdou F., "Analyse des performances Cinématiques des Macro/Mini-Manipulateurs", Acte du 12ième congrès Français de mécanique, Strasbourg, 4-8 septembre, p. 401-404, 1995.
- [12]: Waldron K. J., Raghavan M., Roth B., "Kinematiks of a Hybrid Serial-Parallel Manipulation System", Trans. of the ASME, J. of. Mechanisms, Trans and Auto. In design, Vol 111, 1989, p.211-221.
- [13]: Zhang C. de, Song s. m., "Geometry and position analysis of a novel class of hybrid manipulators", DE-Vol. 72, Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls, ASME, 1994, p 1-9
- [14]: Tanio K. Tanev, "Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator", J. Mechanism and Machine Theory 35, 2000, p.1183-1196.
- [15]: Charentus S., Renaud M., "Modeling and controle of a modular redundant robot manipulator". First International Symposium on Experimental Robotics, Montreal, Canada, juin 1989.
- [16] : Ait Ahmed, M., "Contribution à la modélisation géométrique et dynamique des robots parallèles", Thèse de doctorant, LAAS, Toulouse, 1993.

- [17]:** Khalil W., Klein finger J.-F., "A new geometric notation for open and closed-loop robots", Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, Avril 1986, p. 1174-1180.
- [18]:** Paul R.C.P., Robot manipulators: mathematics, programming and control, MIT Press, Cambridge, 1981.
- [19] :** L. Flückiger « Interface pour le pilotage et l'analyse des robots basée sur un générateur de cinématique »Thèse de doctorat, Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne 1998.
- [20]:** Khalil W., Bernard S., "Self-calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 15(6), 1999, p.1116-1121.
- [21]:** Sponge, S. Mark W., Hutchinson, M. Vidyasagar «Robot Dynamics and Control», Second Edition, January 28, 2004.
- [22]:** Khalil, W., Dombre, E., "Modeling, identification and control of robots", Hermes Penton, London-Paris, 2002.
- [23] :** Chemami S., " Etude des différentes lois de commande pour un robot manipulateur à 6 dli comportant une liaison prismatique ", mémoire de magister présenté à l'Université d'Oum El Bouaghi. mai 2009.
- [24]:** Khalil W., Kleinfinger J.-F., "Minimum operations and minimum parameters of the dynamic model of tree structure robots", IEEE J. of Robotics and Automation RA-3(6), décembre 1987, p. 517-526.
- [25] :** Amouri Ammar, modélisation dynamique d'un robot parallèle forme de plusieurs modules empilés, 29 juin 2011.