

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la
Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude
Présenté pour l'obtention du diplôme de
MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Science et Technologies

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**Simulation du Comportement Dynamique d'une
Pale d'helicoptere**

Devant le jury composé de :

Dr.Necib Djilani

Zine Ali

Dr .GHERBI M^{ed} .tahar

President

Examination

Encadreur

Présenté par :

HAMIDATOU Smail

CHERIFI Taki eddine

2017-2018

Remerciements

Nous remercions **Dieu** le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme le présent mémoire. Nous remercions vivement Monsieur, Gharbi M^{ed} Tahar docteur à l'université d'el-oued, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant l'encadrement de mon mémoire. Nos remerciements au chef de département de génie mécanique, à tous ceux qui nous ont aidés dans ce travail de près ou de loin, tous nos remerciements et notre estime à tous les enseignants du département de génie mécanique.

Dédicace

Avant tout propos, je tiens à rendre grâce à Allah qui m'a guidé sur la bonne voie. Je tiens à rendre hommage à mon père qui a su et avoir pu faire de moi l'homme que je suis, à ma mère pour son fidèle assistance et son soutien tout le long de ma formation, et ma femme, fils et ma sœur. Encore une fois, un grand merci à toute ma famille à qui je dédie ce présent travail, à tous mes ami(e)s sans exception.

LISTE DE FIGURES

Figure I.1: La machine de Paul Cornu (1907).....	04
Figure I.2: Définition des forces qui s'exercent sur une voilure dans un écoulement fluide..	07
Figure I. 3 : Coupe d'une pale d'hélicoptère.....	08
Figure I.4: Schéma explicatif des types d'une pale.....	09
Figure I.5: Flux d'air autour d'une aile.....	10
Figure I.6: L'effet de sol sur un hélicoptère.....	11
Figure II.1: Les degrés de libertés de la pale.....	16
Figure II.2: Schéma Liaison de l'articulation de battement.....	16
Figure II.3: Schéma d'un moyeu et d'une pale articule du rotor.....	17
Figure II.4: Les trois mobilités de la pale.....	18
Figure II.5: Représentation de battement sur une pale.....	19
Figure II.6: Points du profil NACA 23012.....	21
Figure II.7: Description du milieu fissuré.....	25
Figure II.8 : Modes de mouvements.	26
Figure II.9: Contour de l'intégrale d'Eshelby.	30
Figure II.10: Contour de l'intégrale de Rice.....	31
Figure III.1: Coordonnées globales, locales et polaires à la pointe de la fissure.....	35
Figure .III.2: Influence (soutien) des domaines des nœuds A et B et de l'ensemble des nœuds enrichis pour une fissure et une inclusion typiques.	37
Figure III.3: Un corps dans un état d'équilibre élastostatique.....	38
Figure III.4: Une fissure quelconque placée sur un maillage - stratégie d'enrichissement...40	
Figure III.5: Déformation d'un élément quadrilatéral avec la règle simple.....	42
Figure III.6: Construction des éléments d'interface sur les lèvres de la fissure.....	43
Figure IV.1: Présentation d'une pale 23012.....	46
Figure IV.2: les trois couche de matériaux en composite.....	47
Figure IV.3: Maillage de la section de la pale Profile d'aile.....	47

Figure IV.4: Pale modèle éléments finis : 18172 nœuds, 9162 éléments.....	48
Figure IV.5: Fissure de 4mm sur la pale.....	48
Figure IV.6: Chargement d'une force.....	48
Figure IV.7: fréquence d'une pale en verre époxy.....	49
Figure IV.8: fréquence d'une pale en Acier.....	49
Figure IV.09: Mode de 1ere déformée: 1er mode de battement.....	50
Figure IV.10: Mode de 2eme déformée: 2ème mode de battement.....	50
Figure IV11: Mode de 3ème déformée: 1er mode de Traînée.....	51
Figure IV.12: Mode de 4ème déformée: 3ème mode de battement.....	51
Figure IV.13: Mode de 5ème déformée: 4ème mode de battement.....	51
Figure IV.14: Mode de 6ème déformée: 1er mode de torsion.....	51
Figures IV.15: les Contraintes avec fissure en Acier	52
Figures IV.16: les Contraintes sur la pale en Verre époxy.....	52
Figures IV.17: Contrainte de pale avec et sans fissure.....	52
Figures IV.18: Déplacement Max en Acier.... ..	53
Figures IV.19: Déplacement Max en verre époxy	53
Figures IV.20: Déplacement de pale avec et sans fissure.....	53
Figure IV.21: Interaction d'une fissure de 5mm sur la pale.....	54
Figure IV.22: pale fissuré.....	54
Figure IV.23: pale fissuré après l'application des forces.....	55
Figure IV.24: point de fissure.....	56
Figure IV.25: Les valeurs Max du facteur d'intensité de contrainte	56

LISTE DE TABLEAUX

Tableau II.1: Caractéristique mécaniques des verres types E et R.	22
Tableau II.2. Coordonnées des prises de pressions du profil NACA 23012.....	22
Tableau IV.1 : on choisi 02 matériaux verre époxy et l’Acier.	46
Tableau IV.2: les fréquences naturelles de la pale.....	49
Tableau IV.3: les cordonnée de centre de masse de la pale.	52
Tableau IV.4: Valeur max de contrainte de la pale avec deux matériaux.	53
Tableau IV.5: Valeur max de déplacement de la pale avec deux matériaux.	54

NOMENCLATURE

$a_i ; b_i ; c_i ; d_i$: Constants.

$[M_e]$: Matrice de masse élémentaire.

$[K_e]$: Matrice de rigidité élémentaire.

$[D]$: Matrice d'élasticité.

$[B]$: Matrice dérivative.

K : Rigidité.

C_x : Coefficient de traînée.

C_{zm} : Coefficient moyen de portance.

T_Z : Traînée [N].

F_Z : Portance [N].

F : Force unitaire [N].

$\overrightarrow{F_N}$: La poussée.

M : Masse [Kg].

$\overrightarrow{M}$: Moment des forces.

$\overrightarrow{M_S}$: Moment statique de pale.

V_i : Vitesse induite [m/s].

V : Vitesse translation de l'appareil [m/s].

$\overrightarrow{V_0}$: Vitesse à l'infini amont.

E : Module d'élasticité [Pa].

f_i : Fréquence propre [Hz].

I : Moment d'inertie [N.m].

I_P : Moment d'inertie polaire [N.m].

j : Nombres complexes.

i : Nombres complexes.

L : Corde de pale.

N_i : Fonction de forme.

N : Vitesse de rotation [rad.s].

$\{q_i\}$ Cordonnées généralisés.

$\{\ddot{q}, \dot{q}, q\}$: Vecteur accélération, vitesse et déplacements.

T : Énergie cinétique [J].

U : Énergie potentielle [J].

t : Temps[s].

r : Distance, à l'axe rotor de la direction de pale. [m]

R : Rayon du disque rotor[m].

l : Profondeur de la pale[m].

$\tilde{r}$: Rayon relatif[m].

μ : Coefficient d'avancement.

λ_b : Coefficient de flux.

I_β : Masse linéique de la pale.

f_N : Coefficient de poussé.

b : Nombre de pale.

U_x : Déplacement suivant l'axe x[m].

U_y Déplacement suivant l'axe y[m].

U_z : Déplacement suivant l'axe z[m].

N_x, N_y, N_{xy} : Résultantes en membrane par unité de longueur.

A_{ij} : Matrice des rigidités en membrane.

B_{ij} : Terme de couplage membrane /flexion torsion.

D_{ij} : Matrice des rigidités en flexion.

θ_x : Rotation autour de l'axe x [°].

θ_y : Rotation autour de l'axe z [°].

Q_{ij} : Coefficients des rigidités réduites.

ω : Vitesse de rotation [rad/s].

Ω : Pulsation propre.

U : Déformation[m].

σ : Contrainte de flexion [Pa].

V : Volume [m^3].

δ : Vecteur des déplacements nodaux.

ρ Masse volumique [Kg/m^3].

ψ : Angle de précession.

θ : Angle de nutation.

φ : Angle de rotation propre.

α : Angle rotation autour de Z_0 .

$\emptyset$: Angle de torsion.

β : Le battement[m].

δ_t : La traîne [rad].

θ_p : Le pas [$^\circ$].

R_e : Nombre de Reynolds.

Q : Débit massique [Kg/s].

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I -Bibliographie	
I.1.Introduction	3
I.2. Notions de base	4
I.2.1.Généralité sur un hélicoptère	4
I.2.2. Les modes de vol d'un' hélicoptère	5
I.3.Quelques définitions.....	5
I.3.1.Les pales.....	5
I.3.2.La portance : (RZ)	5
I.3.3. La trainée : (RX).....	6
I.3.4. Fabrication des pales.....	7
I.3.5.Structure d'une pale.....	7
I.3.6. Présentation d'une pale	7
I.3.7.Réglage d'une pale	8
I.4. Les différents types de pales	9
I.4.1. Les pales symétriques	9
I.4.2. Pales asymétriques	9
I.5. Les phénomènes permettant le vol de l'hélicoptère	9
I.5.1. Le vent relative	9
I.5.2. La force aérodynamique total	10
I.5.3. L'effet de sol.....	11
I.5.4. La force centrifuge.....	11
I.6. Décollage d'un hélicoptère :	12
I.6.1. Décollage classique:.....	12
I.6.2. Décollage oblique:	12
I.7. La montée :.....	12
I.8. Descente et atterrissage :	13
I.8.1. La descente:	13
I.8.2. L'atterrissage:	13
I.9. Conclusion.....	13

Chapitre II

Etude du comportement dynamique d'une pale

II.1.Introduction.....	14
II.2.Rotor articulé	14
II.3. Articulations de la pale	16
II.4 Aéroélasticité des pales.....	17
II.5. Effort de traction sur l'hélicoptère	18
II.5.1Détermination de la force centrifuge	19
II.5.2Détermination du battement vertical connaissant la poussée	19
II.6 Efforts Transmis	20
II.6.1 Calcul de la Matrice d'Inertie	20
II.6.2.Cordonné de profil :	20
II.7. Propriétés mécaniques	22
II .7.1.Profil de l'aile étudiée	22
II.8. C'est quoi la fatigue d'une pièce?	23
II .8.1.Phénomène de fatigue	23
II .8.2.Introduction de la mécanique de la rupture.....	24
II.8.3.Approche locale et facteurs d'intensité de contraintes	26
II.8.4.Approche globale et taux de restitution d'énergie.....	28
II.8.5.Intégrale de contour	28
II.8.6. Relation entre les facteurs K, le taux de restitution d'énergie G et l'intégrale J	32
II.9.CONCLUSION	32

Chapitre III

Modélisation numérique par la méthode X-FEM

III.1.Introduction	33
III.2.Développement historique de X-FEM.....	33
III.3. Approximations enrichies.....	33
III.3.1. Partition de l'unité	33
III.3.2.Enrichissements intrinsèques et extrinsèques	34
III.3.3.Méthode d'éléments finis étendue	35
III.3.4.Enrichissement PU généraliser.....	36
III.4.Formulation X-FEM	36
III.4.1.Approximation XFEM de base	36

III.4.2.Modélisation du crack (fissure).....	38
III.4.3. Equation governance:	39
III.5.Discrétisation X-FEM.....	39
III.5.1.La méthode des éléments finis étendus appliquée à la mécanique linéaire de la rupture	40
III.5.2.Sélection des nœuds pour l'enrichissement discontinu	41
III.5.3.Enrichissements à forte discontinuité de XFEM.....	41
III.5.3.1La fonction de forme FE modifiée	42
III.6.Suivi des limites mobiles.....	43
III.6.1.Méthode de réglage du niveau	43
III.6.1.1.Définition de la fonction de jeu de niveaux	44
III.7.conclusion.....	44

Chapitre IV

Simulation et résultats numériques

IV.1.Introduction	46
IV.2.Géométrie de la pale	46
IV.2.1 Propriétés du matériau.....	46
IV.2.2 Caractéristiques des matériaux des pales	47
IV.3.Interaction d'une fissure sur la pale:	48
IV.4 Résultats et explications:	49
IV.4.1. Analyse modale:.....	49
IV. 4.1.1 les fréquences naturelles de la pale	49
IV. 4.1.2 Les modes propres :	50
IV.4.2 Analyse statique	52
IV.4.2.1:Les contraintes de la pale	52
IV.4.2.2: Déplacement de la pale	53
IV.5 : La propagation de fissure	54
IV.5.1 : Facteurs d'intensité de contraintes	56
IV.6 : conclusion.....	57
Conclusion générale	58
Références bibliographique.....	46

Introduction générale

Introduction générale

Les pales sont définies comme tout élément tournant autour d'un axe. Le champ des pales est donc vaste. Ils sont présents dans de nombreux domaines : l'aéronautique, l'automobile, le nucléaire, ou encore l'industrie pétrolière. Dans notre étude, on se focalisera sur les pales d'un hélicoptère.

Les études essentielles en dynamique des pales concernent la trace du diagramme de fréquence en fonction de modes, qui représentent l'évolution des fréquences propres en fonction de modes, principalement lors du passage des vitesses critiques. Pour réaliser de telles études, on dispose aujourd'hui de nombreux outils de modélisation comme la méthode des matrices de transfert, des éléments finis.

Toutes ces méthodes permettent de prendre en compte les particularités que présente la dynamique des pales de la dynamique des structures. On peut citer par exemple l'existence de moments d'inertie de la variation de la fréquence propre en fonction de modes ou celle de forces circulatoires qui rendent le mouvement instable à partir d'une certaine vitesse, et ce même dans le cadre purement linéaire.

Les machines tournantes sont devenues depuis de nombreuses années des éléments indispensables pour l'industrie moderne. D'une manière générale, les pales d'hélicoptère, les turbomachines ont pour but d'assurer un échange d'énergie entre une pale tournant à vitesse constante et un débit permanent de fluide. Dans les centrales électriques, les groupes turbo-alternateurs permettent la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique. Les machines tournantes sont aussi des composants pour la plupart des véhicules : turboréacteur pour un avion, turbocompresseur automobile, turbines de bateaux ou de sous-marins.

Les performances de ces systèmes sont améliorées afin d'augmenter leur rendement, de diminuer leur poids ou leur bruit. Pour cela, l'amplitude de déformation de la pale doit être maîtrisée et ses fréquences de résonance connues afin d'éviter une trop grande vibration du système. En effet, une trop grande amplitude de vibration engendre un moindre rendement, un bruit trop important, et peut même aboutir à l'endommagement du système: rupture par fatigue, endommagement des paliers. L'étude de la dynamique des machines tournantes est donc plus que jamais d'actualité, afin de concevoir de nouvelles turbomachines plus performantes ou dans l'optique de contrôler leur fonctionnement, il est nécessaire de prévoir le comportement en torsion et en flexion des pales. Dans certains cas comme pour l'étude des pales couplés par articulation, le couplage flexion torsion a également été l'objet de travaux. Ici, seuls les mouvements de flexion sont pris en compte. L'étude concerne les pales tournant à vitesse constante, De manière classique, une étude en flexion porte sur la détermination des vitesses critiques, l'évaluation de la réponse en régime permanent à des forces extérieures, et la recherche de possibles instabilités. Le comportement dynamique d'une pale est montée sur un support fixe est actuellement bien maîtrisé, même si des développements sont encore réalisés. Depuis peu, des études se sont intéressées au comportement des pales dont le support est en mouvement permanent ou transitoire. Diverses

études théoriques ont été développées en considérant une pale dont le support est rigide ou flexible.

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent la modélisation du comportement dynamique en flexion d'une pale dont le support rigide est en mouvement. L' étude est développée en deux parties :

La partie théorique concerne la formulation générale des équations pour une pale dont le support est soumis à un mouvement quelconque, les différentes hypothèses de modélisation sont exposées. Les caractéristiques des différents éléments qui composent une pale sont présentées : énergie cinétique et énergie de déformation, travail des forces extérieures dues aux paliers, énergie cinétique, un type d'une pale simple est développé à partir de la méthode de Rayleigh-Ritz afin d' étudier des phénomènes de base. Les équations du mouvement sont obtenues par application des équations de Lagrange, et aussi la connaissance de la propagation de fissure sur une pale soumis de forces extérieures, Afin de traiter des systèmes réels, une modélisation par éléments finis étendue est développée.

La partie numérique concerne une pale d'un hélicoptère, les résultats sont obtenus a l'aide d'un logiciel s'appelle Abaqus qui fonctionne à base de modèle éléments finis étendue, la simulation numérique nous permet d' observer et mettre en évidence: les modes propres, l'orbite des nœuds de l' analyse modale.

Chapitre I

Bibliographie

Chapitre I

I.1.Introduction

L'étude du comportement dynamique des pales a un rôle primordial dans la conception des hélices, notamment dans l'industrie aéronautique, car ces pales sont soumises à des forces de vent très variables favorisant l'accumulation de fatigue. Sachant que ce phénomène est l'un des problèmes majeurs pour entraver le bon fonctionnement des hélices. Pour estimer la fatigue des pales, le calcul de la contrainte dynamique est nécessaire. Nous présentons ci-dessous une synthèse des principaux travaux que nous avons pu consulter sur divers articles scientifiques concernant les différentes contraintes subies par les pales, et qui peuvent se résumer comme suit :

Une étude a été réalisée par k.n.toosi [1], sur l'influence du givrage sur la répartition de la pression et les paramètres aérodynamiques ont été étudiés dans une série de lames de tiges. Des expériences ont été effectuées sur des surfaces de type fixe 67A, qui sont les aubes de propagation, qui représentent le milieu de la première phase du moteur de dérivation à grande vitesse. Sohrab Gholamhosein Pouryoussefi [2], a étudié les effets du givrage sur un profil aérodynamique NACA 23012. Des essais ont été réalisés sur le profil aérodynamique propre.

J. G. Leishman [3], a conduit une enquête expérimentale pour examiner les caractéristiques de décrochage dynamiques d'une section aérodynamique NACA 23012 à un nombre de Reynolds de 1,5 million. Les données dépendantes du temps étaient obtenues à partir de trente transducteurs de pression miniatures et trois chaudes des jauges de film situées au milieu de l'aile. Li Jiang [4] dont l'étude a expliqué la fatigue des pièces métalliques qui est définie par l'apparition de fissures macroscopiques et leur propagation sous des charges répétées. Les intensités de la majorité de ces charges sont nettement inférieures à la résistance statique des structures. I. Tawk [5], propose une étude de l'impact de structures similaires à des sections de pales d'hélicoptère. Ces structures composites complexes, fabriquées au laboratoire sont impactées par une bille en acier de 125 g à des vitesses d'impact variant de 30 à 130 m/s. Les essais sont enregistrés par une caméra rapide qui permet une acquisition de 120000 images/seconde. M. Rohin Kumar [6], a examiné l'influence des grandeurs géométriques de la lame sur les caractéristiques dynamiques structurelles, la réponse et les charges d'un rotor d'hélicoptère en condition de vol stationnaire dans une tour de tourbillon était étudiée. Une géométrie générale a été considérée pour la pale de rotor qui incluait les paramètres de configuration tels que le décalage racine, le décalage du couple, la pré-torsion, le pré-cône, le pré-affaîssement, le pré-balayage. Kazanskiy P.[7] , a travaillé sur la possibilité de générer une accélération significative des gaz conducteurs au moyen de MHD pendant l'ingénierie des générateurs MHD, railguns, etc. Dans l'aérodynamique du plasma, l'utilisation des effets MHD a été limitée par des problèmes supersoniques et hypersoniques. Dokkali Imane. [8], a mis en évidence des phénomènes dynamiques sollicitant les pales. Ils aboutissent à un outil de simulation qui met en évidence les effets dynamiques sur une pale lors de sa rotation en prenant en considération d'une part des efforts mécaniques (effet centrifuge, inertiel) et d'autre part, des effets aérodynamiques pour la modélisation, elle a utilisé la méthode des éléments finis appliquées aux poutres. M. Idriss. [9], a analysé les effets

de l'endommagement de type décohésion sur la conduite en fatigue cyclique du matériau sandwich. Le matériau examiné dans cette étude est constitué de stratifiés à fibres de verre et de résine époxyde de type [02 /902]S pour les peaux et d'une mousse en PVC de masses volumiques 60 et 100 kg/m³ pour lame. Les essais de fatigue cyclique sont conduits en flexion 3-points et en contrôlant le déplacement. David Ryckelynck [10], définit la mécanique de la rupture qui s'intéresse principalement à l'étude de la ruine des structures par une fissuration macroscopique, à partir d'une petite fissure initiale.

I.2. Notions de base

Une pale d'hélice d'un avion ou d'un navire, d'un rotor d'hélicoptère, d'une turbine, d'une pompe ou d'éolienne est une surface portante en rotation autour d'un axe. C'est un dispositif aérodynamique ou hydrodynamique destiné à transformer une énergie motrice en accélération du fluide dans lequel il se déplace ou au contraire à transformer l'énergie de déplacement du fluide en énergie motrice.

La forme du profil d'une pale joue un rôle très important parce qu'elle détermine les qualités aérodynamiques de la pale. Les différentes parties d'un profil sont : le bord d'attaque, le bord de fuite, et la corde qui joint le bord d'attaque et le bord de fuite. Plusieurs pales sont fixées à un moyeu central pour former une hélice ou un rotor. Les différentes formes de pales correspondent à plusieurs domaines d'utilisations.

I.2.1. Généralité sur un hélicoptère

C'est en novembre 1907 que le premier véritable décollage au monde d'un hélicoptère à plus de 1,50 mètre du sol est réussi, à Coquainvilliers, près de Lisieux (Normandie), il y a donc un peu plus de 100 ans. Cet engin à double rotor de 203 kilos (figure 1) est piloté par son jeune inventeur et constructeur, Paul Cornu, alors âgé de 26 ans. Le moteur entraînant les rotors est un Antoinette de 24 CV (1 CV = 736 W). D'autres essais significatifs d'hélicoptères emportant un homme sont réalisés la même année par Louis Breguet et Charles Richet à Douai.



Figure I.1: La machine de Paul Cornu (1907) [11].

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont la sustentation et la propulsion sont assurées simultanément par le ou les rotors pendant toutes les phases du vol. L'hélicoptère peut effectuer un vol stationnaire et permet ainsi des missions inaccessibles à la plupart des autres aéronefs.

Les hélicoptères ont du succès. C'est un fait et c'est non discutable, une machine aussi complexe et chère est aujourd'hui mise en œuvre alors que depuis longtemps les échecs étaient présents. Une telle détermination provient sans doute du rêve que la machine fournit mais certainement aussi de tous les avantages que l'on peut en tirer.

Des avantages tels que le côté pratique. Là où il faut au moins une ou deux machines spécialisées pour le transport, l'hélicoptère est adapté pour n'avoir besoin d'aucun support. Aller sur une île ne pose pas de problème pour l'hélicoptère là où il faut bateau et voiture. Secourir en montagne est rapide alors qu'envoyer une équipe de secours ne l'a pas et se trouve être dangereux. De plus, c'est un moyen d'intervention rapide car il peut dépasser les 300 Km/h et à cette vitesse, sans besoin de route, il est plus rapide que tous, sauf l'avion.

I.2.2. Les modes de vol d'un hélicoptère

L'hélicoptère est un aéronef qui peut, en principe, exécuter trois sortes de vols:

- un vol vertical (ascendant ou descendant),
- un vol stationnaire,
- un vol de translation.

I.3. Quelques définitions

I.3.1. Les pales

La pale est une surface portante en rotation autour d'un axe. C'est un dispositif aérodynamique ou hydrodynamique destiné selon le cas à créer un déplacement des molécules du fluide dans lequel il se déplace pour exploiter les différences de pression qui en résultent ou au contraire à exploiter le déplacement d'un fluide pour le convertir en un couple moteur.

Plusieurs pales sont fixées à un moyeu central pour former une hélice ou un rotor.

I.3.2. La portance : (R_z)

La portance est la force qui permet à un aéronef de s'élever et de se maintenir en altitude.

Cette portance est égale à la modification du moment de l'air qu'elle dévie vers le bas. Le moment est le produit de la masse par la vitesse. La portance d'une aile est donc proportionnelle à la quantité d'air dévié vers le bas multipliée par la vitesse verticale de cet air.

La portance aérodynamique est la composante de la force subie par un corps en mouvement dans un fluide qui s'exerce perpendiculairement à la direction du mouvement.

Celle-ci est perpendiculaire à la corde de profil de l'aile et orientée vers l'extrados (surface extérieure de l'aile située sur le dessus). Si l'on observe une déviation dans le flux de l'air, ou si l'air à l'origine au repos est accéléré, alors une force y a été imprimée. La physique newtonienne stipule que pour chaque action il existe une réaction opposée de force égale. Ainsi pour générer une portance, l'aile doit créer une action sur l'air qui génère une réaction appelée portance.

$$R_Z = \frac{1}{2} \rho V^2 . S . C_Z \quad (\text{I.1})$$

I.3.3. La traînée : (R_X)

On appelle force de traînée, la force résistante qu'exerce un fluide sur un objet lorsque le fluide ou l'objet sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. La force de traînée s'oppose au mouvement de l'objet et agit comme une force de frottement.

Pour se faire une bonne idée de ce que représente la traînée totale, il faut imaginer que différents phénomènes interviennent. Considérant un objet mince, la traînée dite de frottement — une traînée liée aux vitesses des filets fluides — est prépondérante. Mais lorsque l'objet prend de l'épaisseur, c'est la traînée dite de forme qui prend peu à peu le dessus. Celle-ci résulte d'une baisse de pression à l'aval de l'objet.

Dans les cas de mouvements trans- ou supersoniques, il faut y ajouter une composante de traînée dite d'onde qui est due à l'apparition d'une onde de choc.

La force de traînée constitue, avec la portance, l'une des deux forces fondamentales de l'aérodynamique. Elle correspond alors à une force due au frottement de l'air dans la direction opposée à la vitesse de l'avion. Elle a plusieurs composantes :

la traînée induite, générée au niveau des surfaces portantes (par exemple l'aile) par la portance elle-même et par le biais des tourbillons qui apparaissent en bout d'aile ;

les traînées parasites dues aux formes de l'avion (le train d'atterrissage, par exemple, génère une forte traînée), aux interférences et aux frottements de l'air ;

la traînée d'onde dont il était question plus haut :

$$R_X = \frac{1}{2} \rho V^2 . S . C_X \quad (\text{I.2})$$

$$C_Z = 2K_y \theta$$

θ : L'angle d'incidence exprimé en radians.

$$K_y = \frac{K}{1 + (2K/\pi y)} \quad (\text{I.3})$$

K : Dépend du profil mais est voisin de π

$$C_X = C_X P + (C_Z^2 / \pi y) \quad (\text{I.4})$$

$C_X P$: Somme des coefficients de traînée de pression et de traînée de frottement.

$(C_Z^2 / \pi y)$: Est la traînée induite.

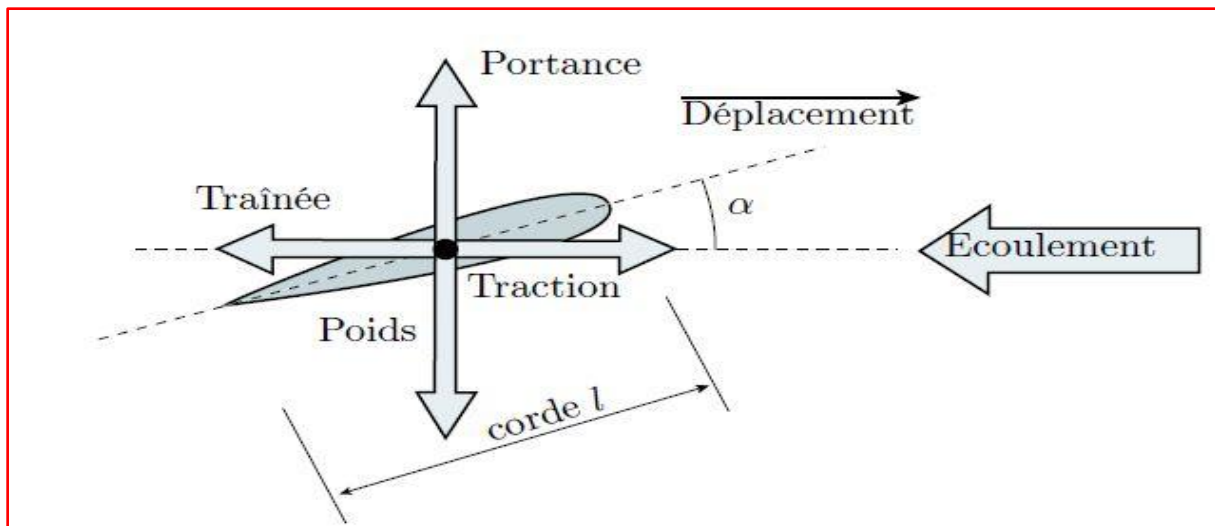


Figure I.2.Définition des forces qui s'exercent sur une voilure dans un écoulement fluide[12].

I.3.4. Fabrication des pales

Les pales d'un hélicoptère doivent être légères et robustes et celles-ci peuvent mesurer jusqu'à 20 mètres de long. Les contraintes mécaniques qu'elles subissent sont énormes que ce soit en flexion, torsion ou compression. À l'origine, elles étaient en bois, puis en métal, elles sont de nos jours fabriquées en matériau composite (sandwiches de fibre de carbone, fibre de verre, mousses).

I.3.5. Structure d'une pale

De fabrication manuelle, la pale est constituée de stratifié de verre-résine. On peut distinguer trois zones :

La zone d'attache : les fibres de verre qui forme le longeron sont enroulées autour des bagues d'implanture en acier; du molto rène et du remplissage résine-bourre combrent les zones vides entre les fibres longeron ;

La partie courante : de la fibre de verre forme le longeron, du nid d'abeille emplit la partie centrale de la pale, des bandes de protection en inox ou titane recouvrent le bord d'attaque contre l'érosion, de la fibre de carbone renforce le bord de fuite ;

La zone d'extrémité : des masses d'équilibrage statique et dynamique sont placées sur des tiges filetées, elles sont protégées par un « saumon ». Ces masses équilibrent la pale en poids (centre de gravité) et en moment (piqué et cabré).

I.3.6. Présentation d'une pale

Initialement en métal léger, la pale d'aujourd'hui est formée essentiellement de matériaux composites. La pale d'hélicoptère a une fonction primordiale puisqu'elle assure la portance (Rotor principal) ou la stabilisation de l'appareil (rotor anti-couple). L'utilisation des composites dans les pales a permis des gains de masse importants. La technique utilisée aujourd'hui est la technique sandwich.

- la peau, qui définit le profil aérodynamique de la pale, et reprend les efforts de torsion dus aux efforts aérodynamiques. Elle est formée de composite hybride : carbone époxyde et verre-époxyde.
- le longeron principal, en verre-époxyde unidirectionnel, au niveau du bord d'attaque, qui assure un aspect massif permettant de résister au choc et qui reprend les efforts normaux dus à la force centrifuge entraînée par les efforts de portance et de traînée :
- un arêtier en verre-époxyde pour donner de la rigidité dans le plan,
- un matériau de remplissage, de type mousse ou Nida, pour stabiliser les peaux de densité environ 80kg/m^3 .
- une plaque métallique en titane ou acier inoxydable, recouvrant le bord d'attaque, et protégeant la pale d'une usure prématurée du bord d'attaque.
- Une ou deux nervures, éventuellement, pour aider le matériau de remplissage à stabiliser les peaux, et qui évitent la propagation des fissures en cas d'impact.

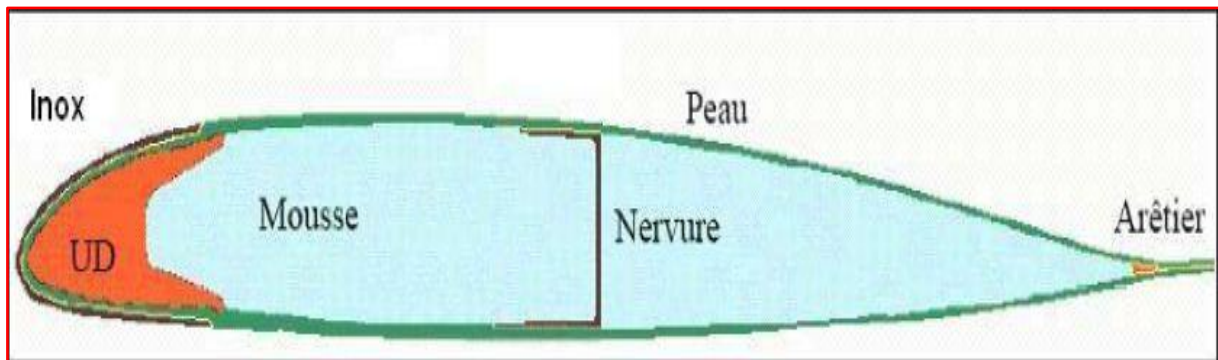


Figure I.3 : Coupe d'une pale d'hélicoptère [12].

La conception de la pale doit assurer une durée de vie quasiment infinie. Elle subit des efforts de traction, de flexion, et de torsion, tant en statique qu'en dynamique. L'essentiel des efforts est repris par le longeron, et la peau n'est quasiment soumise qu'à des efforts de traction (sauf cas exception d'une rafale de vent sur une pale à l'arrêt, les zones intrados sont alors en compression), parce que la force centrifuge est prédominante.

I.3.7. Réglage d'une pale

De par leur méthode de fabrication, les pales réagissent différemment aux sollicitations mécaniques. Elles sont donc équilibrées après fabrication sur un banc de réglage. En plaçant une pale sur le banc, un technicien compare son comportement par rapport à une pale étalon, puis ajuste ses masses d'équilibrage statique et dynamique. Il n'est pas permis aux utilisateurs de toucher aux masses d'équilibrage, alors qu'il sera possible d'intervenir sur un ou deux pour affiner le réglage de la voilure.

I.4. Les différents types de pales

I.4.1. Les pales symétriques

Les pales symétriques (fig. I.4) ont des surfaces hautes et basses identiques. Le trajet de l'air autour de la pale reste à peu près constant ce qui assure le meilleur ratio poussée / trainée. Un autre avantage est le coût réduit. Mais ce type de pale ne peut produire autant de poussée qu'une pale asymétrique, et elle peut provoquer des décrochages, effet indésirable en aéronautique. [12]

I.4.2. Pales asymétriques

Les pales asymétriques (fig. I.4) peuvent avoir une surface haute très différente de la surface basse. Ces pâles récentes n'ont aucun problème de décrochage et leur ratio poussée/trainée est bon. Ces pales sont fabriquées dans des matériaux très résistants pour supporter les pressions élevées subies en vol, supérieures à celles subies par les pales symétriques. [12]

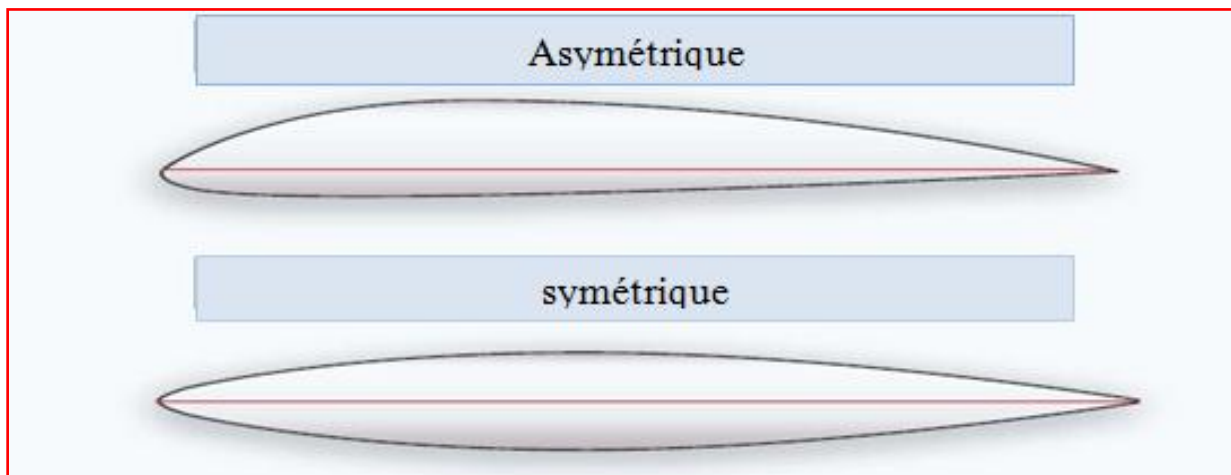


Figure I.4. Schéma explicatif des types d'une pale [12].

I.5. Les phénomènes permettant le vol de l'hélicoptère

I.5.1. Le vent relatif

La notion vent relatif est essentielle pour comprendre l'aérodynamique de systèmes à rotor car le vent a une influence sur la poussée créée par la pale.

Le vent relatif est formé par le mouvement d'une pale au travers de l'air. Par exemple, considérons une personne dans une automobile roulant un jour sans vent. La personne tend sa main par la fenêtre. Si la vitesse de la voiture est nulle, aucun flux d'air ne sera créé autour de sa main. Au contraire, si la voiture avance à une vitesse élevée, l'air circulant au dessus et en dessous de la main sera à l'origine d'un vent relatif sur la main. Ce mouvement d'air se déplace dans le sens opposé de la main et sa vitesse est celle de la main.

Lorsqu'un hélicoptère est en stationnaire, un vent relatif est créé par la rotation des pales. Le mouvement des pales étant horizontal, le flux d'air sera dirigé vers le bas. Les pales se déplacent en suivant une trajectoire constante et passent par des points déjà rencontrés par les pales précédentes.

Le courant d'air descendant ainsi créé s'appelle le flux induit. Il est le plus important lors de vols stationnaires; il varie beaucoup en fonction de la vitesse de déplacement et des conditions climatiques. L'angle d'attaque de la pale dans l'air est influencé par le flux induit, provoquant une poussée moindre.

I.5.2. La force aérodynamique total

La force aérodynamique totale résulte du flux d'air circulant sur et sous la pale.

L'endroit où se divise le flux d'air en deux est appelé le point d'impact :

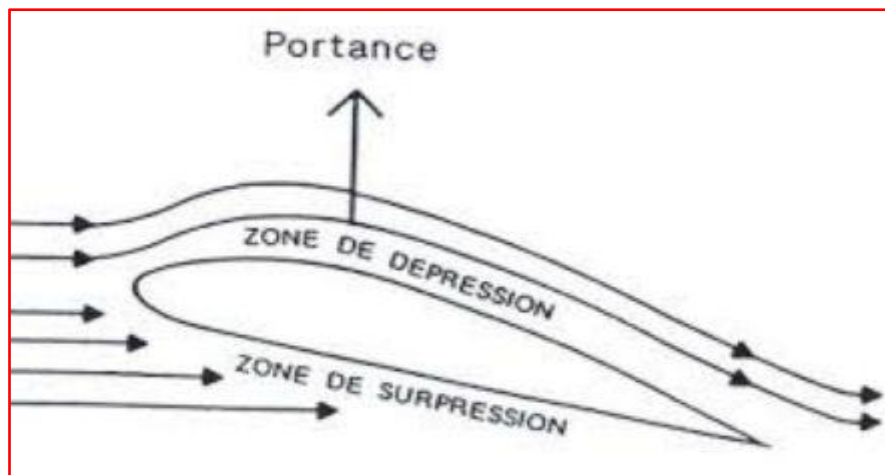


Figure I.5. Flux d'air autour d'une aile [12].

Le schéma ci-dessus illustre la circulation de l'air autour d'une aile. A l'extrémité de la pale le flux d'air est dévié vers le bas. Or, d'après la troisième loi de Newton, toute action provoque une réaction égale et opposée. Ainsi une force égale et opposée agit sur l'aile et s'ajoute à la force aérodynamique.

Cette force est créée par l'air circulant au-dessus de l'aile. D'après le principe de Bernoulli, la forme de l'aile provoque une zone de basse pression sur la surface supérieure. Cette baisse de pression engendre une force dirigée vers le haut. De plus, la différence de pression entre les surfaces supérieure et inférieure, bien qu'elle soit très faible (de l'ordre de un pour cent), ajoute une force montante non négligeable étant donnée la surface d'une pale. Ainsi la surface de la pale joue également un rôle important.

I.5.3. L'effet de sol

L'effet de sol sur l'hélicoptère améliore les conditions de vol. C'est le cas lorsque l'hélicoptère vole à une altitude inférieure ou égale à l'envergure du rotor. Cet effet est la conséquence de l'interférence entre la terre et le flux d'air circulant au travers des pales. L'effet de sol augmente lorsque l'hélicoptère se rapproche du sol.

Le flux d'air induit perd de la vitesse et de l'amplitude car, étant dirigé vers le bas, il est arrêté prématurément par le sol. Cela réduit donc la trainée induite, et la poussée verticale en sortira plus grande. Ainsi, pour tenir un stationnaire à basse altitude, l'angle d'attaque des pales et la puissance fournie au rotor peuvent être réduits.

Lorsqu'un hélicoptère subit l'effet de sol, le chemin parcouru par les courants d'air limite la création de vortex (tourbillons d'air). Cela permet aux pales d'être plus efficaces et cela réduit les turbulences générales autour de l'appareil.

La nature du sol joue également sur l'effet de sol. Si l'hélicoptère vole au dessus d'herbes hautes, de terre ou d'eau, il sera diminué. Au dessus d'une surface plane et dense, il atteindra son maximum.

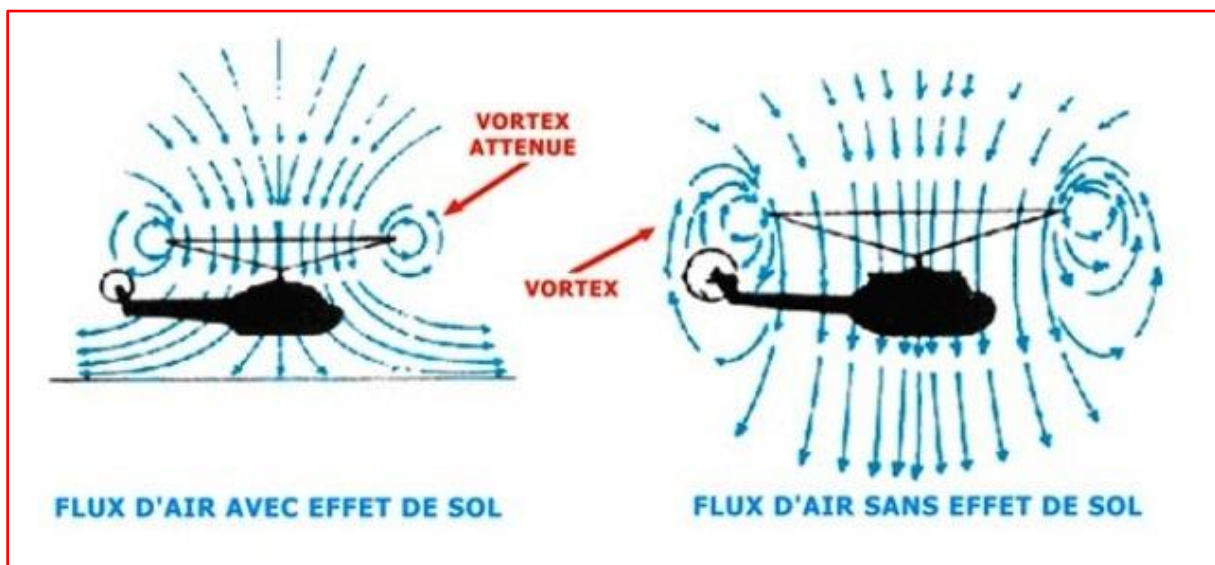


Figure I.6. L'effet de sol sur un hélicoptère [13].

I.5.4. La force centrifuge

La force centrifuge dans l'hélicoptère est créée par la rotation et la masse des éléments du rotor principal. Cette grande force a tendance à éloigner les éléments de leur centre de rotation. Elle a une charge de l'ordre de 6 à 12 tonnes à la base de chaque pale pour des hélicoptères de 2 à 4 passagers et peut atteindre 40 tonnes pour de plus gros hélicoptères.

Lorsqu'un hélicoptère est au sol, ses pales s'affaissent à cause de leur poids et de leur envergure. Lorsque le rotor commence à tourner, les pales se soulèvent grâce à la force centrifuge. A vitesse de croisière, elles sont complètement déployées même si l'appareil ne décolle pas encore ou que l'angle d'attaque est encore nul [13].

I.6. Décollage d'un hélicoptère :

Il existe différents types de décollages en raison des obstacles qui peuvent se présenter dans l'axe de décollage.

I.6.1. Décollage classique:

Ce type de décollage ne peut se pratiquer que sur une aire plane et vide de tout obstacle dans l'axe de décollage (trouée d'envol). L'appareil décolle par l'actionnement du levier de pas collectif qui provoque le déplacement vertical du plateau cyclique, augmentant ainsi l'angle d'incidence de toutes les pales en même temps, et de la même valeur. Il est en vol stationnaire dans l'effet de sol. Le pilote applique une légère assiette, c'est-à-dire une légère inclinaison du manche vers l'avant, afin d'orienter la résultante aérodynamique vers l'avant et d'obtenir une vitesse horizontale. Le souffle du rotor touche alors le sol vers l'arrière de l'hélicoptère qui atteint la vitesse d'accrochage qui symbolise la disparition de l'effet de sol. L'hélicoptère accélère ensuite en palier au ras du sol pour atteindre la vitesse de montée (préconisée par le constructeur). Cette vitesse est maintenue en montée.

I.6.2. Décollage oblique:

Le décollage oblique est utilisé lorsqu'il y a un obstacle situé dans l'axe de décollage. Le pilote incline le rotor vers l'avant en appliquant la puissance maximale. Durant la montée, l'extrémité du disque rotor doit toujours être en vue et située au-dessus de l'obstacle à franchir. Si ce n'est pas le cas, le décollage doit être interrompu.

Il existe aussi le décollage vertical, utile lorsqu'aucun des décollages précédemment décrits n'est possible. Le principe est de pouvoir disposer d'une réserve de puissance importante que le pilote transforme en translation verticale. Une fois les obstacles franchis, l'appareil est mis en translation.

I.7. La montée :

Il existe une vitesse optimale de montée préconisée, et différente selon le modèle d'hélicoptère. Dès le début de la montée, le pilote applique une assiette à cabrer telle que la vitesse de l'appareil corresponde à la vitesse optimale de montée. Si le pilote affiche une assiette plus faible, la composante horizontale de la vitesse est plus grande et la composante verticale de cette même vitesse est plus faible. Si l'assiette est plus grande, c'est la composante verticale qui augmente et la composante horizontale qui diminue.

I.8. Descente et atterrissage :

I.8.1. La descente:

L'hélicoptère descend lorsque le poids est inférieur à la portance. Le pilote doit gérer sa descente et ne pas appliquer une assiette trop courbée vers l'avant. La descente s'effectue donc en palier, car, comme en plongée sous-marine, il faut garder un équilibre de pressions entre l'oreille interne et externe. La mise en palier permet de rattraper un plan de descente idéal en vue d'un point d'atterrissage.

I.8.2. L'atterrissage:

L'atterrissage s'effectue généralement face au vent. Le but du pilote est de:

- déterminer un point d'approche;
- déterminer un plan de descente vers ce point;
- arrêter l'appareil en stationnaire dans l'effet de sol sur ce point;

Le pilote en phase de descente vise un point d'atterrissage. Cette phase se passe à une quinzaine de mètres du sol. Il doit alors diminuer sa vitesse horizontale en cabrant l'appareil. Cette manœuvre se nomme un flare. Il met ensuite l'appareil en position stationnaire dans l'effet de sol.

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les notions de base liées aux différents types de pâles, nous avons cité les définitions des forces aérodynamiques agissant sur celles-ci. Une revue bibliographique a été réalisée dans le but de donner une vision assez large sur les travaux effectués sur les différents phénomènes qui influent sur l'aérodynamique des hélicoptères et leurs caractéristiques, ces notions développées dedans nous permettent de mieux accéder à l'étude du comportement dynamique des pales dans le chapitre suivant.

Chapitre II
Etude du
comportement
dynamique d'une
pale

Chapitre II

II.1.Introduction

La maîtrise des interactions aéroélastiques est l'une des paramètres importants dans la conception des hélicoptères. Cependant, cette configuration dynamique particulière de l'hélicoptère est à l'origine de phénomènes complexes engendrés sur la pale ou bien dans l'écoulement de l'aire qui l'entoure, pouvant être pénalisants pour les qualités de vol et le confort des passagers. Les pales subissent des déformations non négligeables sous l'effet des efforts aérodynamiques. Ces déformations modifient l'écoulement de l'aire autour du rotor. Cette interaction entre le fluide et la structure génère sur les pales des vibrations qui influent sur le bon fonctionnement de l'hélicoptère. D'autre part les vibrations sur les pales d'hélicoptère sont à l'origine de nombreux problèmes d'avaries de l'hélicoptère.

On prend pour exemple le problème de la durée de vie des pièces mécaniques qui met en jeu les phénomènes de fatigue des matériaux à cause des vibrations et leurs amplitudes.

Les sources de vibrations sur un hélicoptère sont nombreuses mais peuvent être classées en deux catégories:

- les sources de vibrations dues à la présence de structures tournantes telles que les pales des rotors (rotor principal et rotor arrière), les transmissions et les turbines des moteurs.
- les sources vibratoires dues à la présence de charges aérodynamiques qui s'exercent sur les rotors et le fuselage.

L'expérience montre cependant que la vibration prépondérante en basse fréquence est celle de l'ensemble rotor principal. Afin d'améliorer les performances globales d'un appareil et d'augmenter son vol, il est nécessaire de prédire au mieux les efforts et les niveaux vibratoires qui s'exercent de tout point de l'appareil. Pour cela, la connaissance du comportement dynamique des pales est essentielle. Tous les constructeurs d'hélicoptère dans le monde ont développé des diverses méthodes de calcul qui leur sont propres pour le calcul et la conception des pales d'hélicoptère.

Avant de prendre le comportement dynamique on peut expliquer premièrement l'articulation entre rotor et pale :

II.2.Rotor articulé

La spécificité de l'hélicoptère est sa voilure tournante qui assure également la propulsion de l'appareil. Le rotor, appelé rotor principal, est donc l'élément essentiel de l'aérodynamique de l'appareil. Selon BEAUMIER ET AL. [14] La rotation des pales entraîne une concentration des efforts vers leurs extrémités, car ces forces aérodynamiques sont proportionnelles au carré de la vitesse relative de la pale par rapport à l'air, induisant ainsi des moments de flexion très élevés en emplanture. Les contraintes mécaniques engendrées nécessitent l'introduction d'une articulation au niveau du moyeu qui permet d'annuler ce moment de flexion et à la pale de battre dans un plan de son axe de rotation : c'est l'articulation de battement. En vol de translation, les pales rencontrent un écoulement relatif variable avec leur azimut, si bien que

les phénomènes aérodynamiques sont instationnaires. On distingue deux secteurs azimutaux du disque du rotor :

le secteur de la pale avançant, entre les azimuts 0° et 180° , où la pale avance par rapport au fuselage, contrairement au secteur de la pale reculant, entre 180° et 360° .

En pale avançante, la composition des vitesses de rotation et d'avancement entraîne une vitesse élevée de la pale par rapport à l'air. Un nombre de Mach incident supérieur à 0,9 peut être rencontré en extrémité de la pale, qui est la source des écoulements transsoniques. Le calage de la pale doit être faible. Au contraire, en pale reculante, les vitesses d'attaque sont faibles, le nombre de Mach incident en extrémité de la pale pouvant atteindre 0,3. Il est alors nécessaire de caler la pale à une incidence élevée pour compenser la dissymétrie latérale de portance qui apparaît en raison de la différence de vitesse avec la pale avançante. Cette dissymétrie crée un moment aérodynamique qui s'oppose au vole de l'hélicoptère. De plus, elle est la source de moments de flexions alternés intenses. L'articulation de battement permet de compenser naturellement cette dissymétrie. En effet, la pale étant en équilibre, l'augmentation de la vitesse en pale avançante entraîne un mouvement ascendant de la pale, et son incidence aérodynamique est réduite. Au contraire, en pale reculante, la diminution de vitesse entraîne un mouvement descendant de la pale, augmentant ainsi son incidence et les efforts aérodynamiques associés. Le mouvement de battement, indispensable pour la tenue mécanique du rotor principal et l'équilibre de l'hélicoptère, combiné à la rotation de la pale, lui fait subir une accélération fluctuante dans son plan de rotation par effet d'inertie (accélération de Coriolis), et donc un moment de flexion alterné autour de l'axe de rotation de la pale que l'on doit annuler par une articulation de traînée, qui permet à la pale de se mouvoir librement dans son plan de rotation. Il est important que le pilote puisse contrôler l'intensité et la direction de la force développée par le rotor. Ce control est obtenu par la commande du pas, qui permet au pilote de modifier le calage des articulations de la pale.

On distingue trois composantes principales de la commande de pas : le pas collectif θ_0 , indépendant de l'azimut, permet d'augmenter uniformément le calage des pales sur le disque rotor et de contrôler l'intensité de la force développée par le rotor ; les pas cycliques latéral θ_{1s} et longitudinal θ_{1c} correspondent au premier harmonique de la variation de pas sur le disque rotor, et permettent de contrôler la direction de la force développée par le rotor. La cinématique des pales, composée d'un mouvement de translation, d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe rotor, et de trois mouvements de rotation dépendants du temps autour des axes de traînée, battement et pas, est complexe.

D'après BAILEY [15], les déplacements de la pale du rotor sont considérés comme il est illustré sur la Figure (II.1) :

- Le battement β , levé de la pale perpendiculairement au plan du rotor;
- La traînée δ , mouvement de la pale dans le plan du rotor;
- Le pas θ , rotation de la pale suivant son envergure.

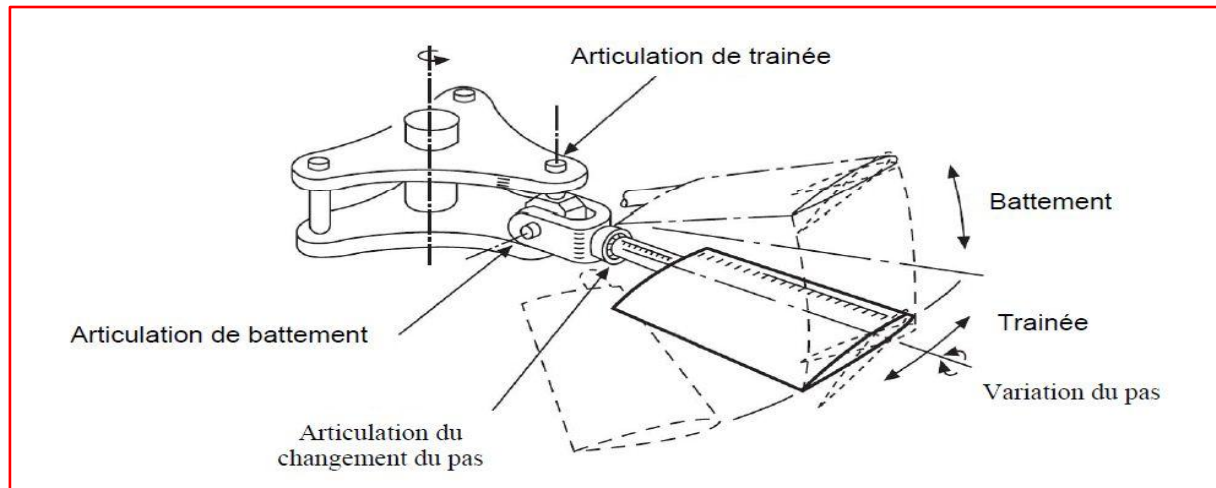


Figure II.1. Les degrés de libertés de la pale [15].

II.3. Articulations de la pale

Les forces de Coriolis engendrées par le battement, entraînent des oscillations en trainée de la pale. Une façon de minimiser l'angle de battement est d'introduire une liaison d'articulation qui est une liaison mécanique créant un couplage entre le pas et le battement de la pale (Figure. II.2).

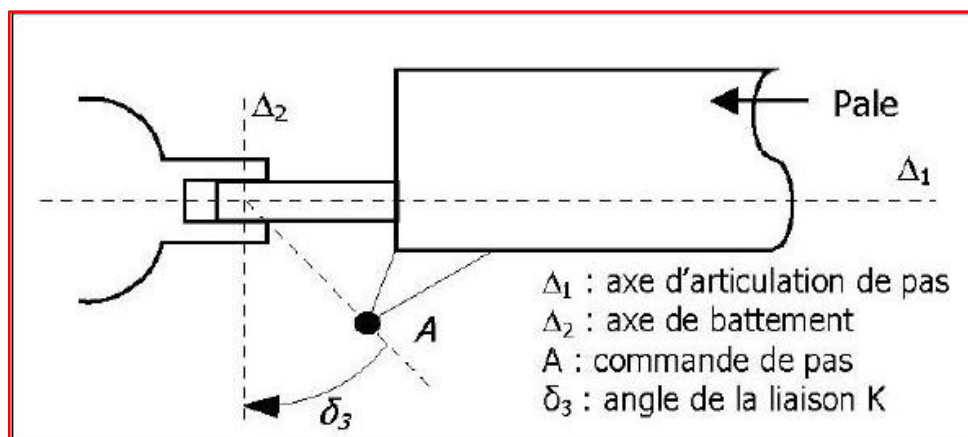


Figure II.2. Schéma Liaison de l'articulation de battement [16].

L'angle de pas de la pale est commandé par le levier de pas à l'extrémité duquel aboutit la commande pilote (point A) qui peut tourner autour de l'axe d'articulation de pas. Le point A en dehors d'une action du pilote est fixe, et sa position décalée par rapport à l'axe de battement entraîne une modification du pas lorsque le battement varie.

Le mode propre de battement d'un rotor est proche de la fréquence de rotation de ce dernier et la raideur du moyeu ne modifie que très peu cette fréquence. Ceci engendre de grands débattements et de fortes charges en vol. L'existence d'une liaison d'articulation est donc nécessaire pour créer une raideur aérodynamique pour éloigner la fréquence de battement de la fréquence de rotation du rotor. Une étude réalisée par GAFFEY [16] sur les

avantages et les inconvénients des effets d'une liaison négative (l'augmentation de l'angle de battement β entraîne une augmentation du pas θ) par rapport à une liaison positive (l'augmentation de l'angle de battement β entraîne une diminution du pas θ), a montré que l'utilisation de cette dernière, dans le cas d'un rotor dont la fréquence de traînée est supérieure à la fréquence de rotation, pouvait générer une instabilité due au couplage du pas avec le mouvement de traînée, dans des conditions de flux important (mode avion), JOHNSON [17]. Cette instabilité provient du fait qu'une liaison d'angle positive augmente la raideur aérodynamique de battement. Les modes de battement et de traînée peuvent alors se coupler lorsque le pas collectif augmente. D'après NACCARATO [18] l'utilisation d'une liaison négative supprime ce problème car elle tend à la fois à séparer les deux modes et à diminuer la réponse de battement lors des mouvements du moyeu.

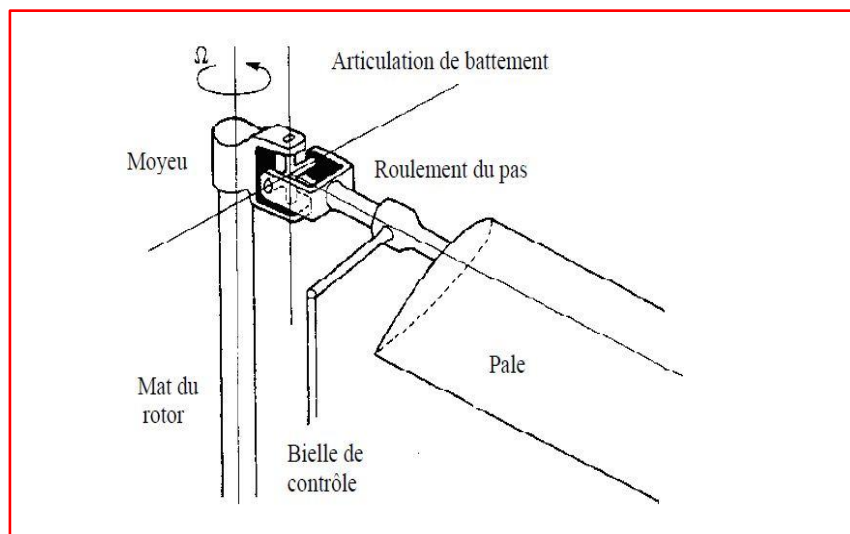


Figure II.3:Schéma d'un moyeu et d'une pale articulée du rotor [18]

Évidemment, le comportement dynamique correspondant à une poutre tournante dépend des conditions d'emplacement de l'envergure de la pale. Dans le développement des conceptions des hélicoptères, celle qui est fréquemment adoptée était de fournir des articulations à la pale, et permet d'éliminer la résultante des moments de flexion des articulations Figure (II.3) figure ci-dessus.

II.4 Aéroélasticité des pales

Deux ensembles peuvent être définis : l'aéroélasticité statique et l'aéroélasticité dynamique. Le premier correspond à l'étude des interactions entre les forces aérodynamiques et les forces élastiques, le second à l'étude des interactions entre les forces élastiques, inertielles et aérodynamiques.

La maîtrise des phénomènes d'aéroélasticité est un point important du développement et de la conception de l'appareil. Il devient de plus en plus difficile de traiter ce problème à cause de l'évolution des caractéristiques de souplesse des appareils et de leur géométrie. [19-20]. De nombreux travaux ont été réalisés pour améliorer la stabilité, notamment en utilisant des

matériaux composites pour la conception des pales [21-22], ou en modifiant la géométrie des pales [23].

De même que bien connu, le comportement aéroélastique fortement complexe et instable cause des mouvements vibratoires élastiques sur les pales d'hélicoptère, pour lesquels les charges aérodynamiques et structurales sont variées alternativement le long de la pale.

II.5. Effort de traction sur l'hélicoptère

Les trois mobilités de la pale sont (**figure II.4**) :

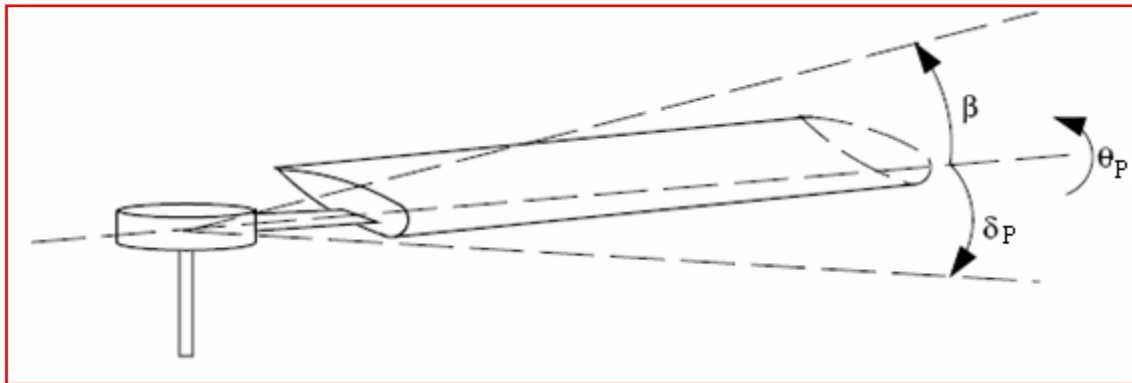


Figure II.4. Les trois mobilités de la pale [23].

Le battement β , levé de la pale perpendiculairement au plan rotor ;

La traînée δ , mouvement de pale dans le plan rotor ;

Le pas θ , rotation de la pale suivant son envergure.

Cette mobilité est reliée directement avec des plusieurs paramètre celle-ci proportionnellement avec les forces par exemple et aussi les différents types matériaux.

Les trois mobilités elle varient dépend de la distance entre l'extrémité de la pale et le centre de fixation (articulation pale – rotor), la vitesse de rotation, la poix de pale

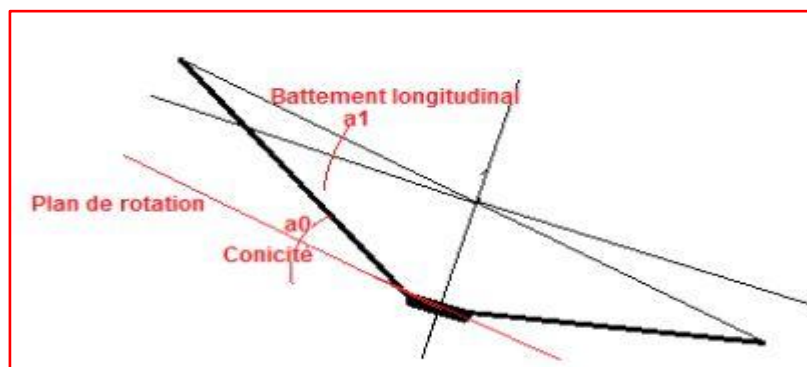


Figure II.5. Représentation de battement sur une pale [23].

II.5.1 Détermination de la force centrifuge

La force centrifuge infinitésimale df_c est $df_c = dm \cdot \omega^2 \cdot r$

En intégrant sur la longueur de la pale, et en se rappelant :

$$\int_{\text{pale}} dm \cdot r = M_s \quad (\text{II.1})$$

Où M_s moment statique de la pale

M_s est tel que $\int_{\text{pale}} dm \cdot r = r_G \cdot m = 694.43 \text{ kg} \cdot \text{m}$

Avec $\omega = 26.16 \text{ rd/s}$ on a alors : $F_c = 475.23 \text{ KN}$

II.5.2 Détermination du battement vertical connaissant la poussée

Sans efforts aérodynamique

Le battement en portance ou battement vertical qui permet à l'extrémité de pale de monter ou descendre en fonction des contraintes verticales est dû aux différents régimes de vitesse de la pale

L'équilibre en moments autour de l'axe d'articulation s'écrit :

$$\int dm r^2 \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} = - \int dm \omega^2 r (r, \beta) \quad (\text{II.2})$$

En se rappelant que $\int dm r^2$ est l'inertie I_p de la pale par rapport à son axe d'articulation il vient :

$$I_p \cdot \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} + \omega^2 \cdot \beta \right) = 0 \quad (\text{II.3})$$

La solution générale de cette équation différentielle est de la forme :

$$\beta = -a \cdot \cos(\omega t) - b \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{II.4})$$

Avec les efforts aérodynamiques

En prend considérablement les efforts aérodynamique, la théorie nous fournit le résultat d'un battement oscillatoire sous forme :

$$\beta = a - c \cdot \cos(\omega t) - b \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{II.5})$$

Les constantes a , b et c sont positives.

Avec l'approximation de pale rectangulaire, on a :

$$\begin{aligned} a &= 0.06381 \\ b &= 0.002351 \\ c &= 0.008443 \end{aligned}$$

La valeur maximale de β est : $\beta_{max}=0.072574 \text{ rad} = 4.15^\circ$

Les efforts aérodynamiques sur les pâles de l'hélicoptère ne sont pas uniformément répartis du fait de l'inégalité des vitesses de l'air. Ainsi la pale avançante porte plus que la pale reculante. [24]

REMARQUE : nous pouvons prendre de compte de la dynamique des pales. L'élément essentiel d'un hélicoptère est le rotor, lui même constitué d'un ensemble de deux pales autour d'un axe sensiblement vertical, dans un plan perpendiculaire à cet axe, il assure à la fois la sustentation et la translation de l'hélicoptère.

II.6 Efforts Transmis

Considérons d'abord l'ensemble des efforts qui agissent sur une pale et leur transmission.

II.6.1 Calcul de la Matrice d'Inertie

L'étude des efforts s'appliquant sur le rotor nécessite une parfaite Connaissance de l'inertie des pâles. Cependant le profil des différents profils NACA est très complexe et le calcul manuel de l'inertie est difficilement Réalisable.

L'idée première fut de déterminer l'inertie de la pale par une modélisation par ANSYS.

Cette modélisation a été effectuée à partir de données fournies par le profil NACA 23012, un profil de la série à 5 chiffres, il est muni de 26 point : numérotées de 1 à 12 coté extradots et de 13 à 24 coté intrados.

L'aile a pour envergure $b=6\text{m}$, et pour corde $c=0.4\text{m}$.

A partir d'un nombre de points (26 points), nous avons pu définir le contour de la pale à partir de la fonction *spline* du logiciel ANSYS.

II.6.2.Cordonné de profil :

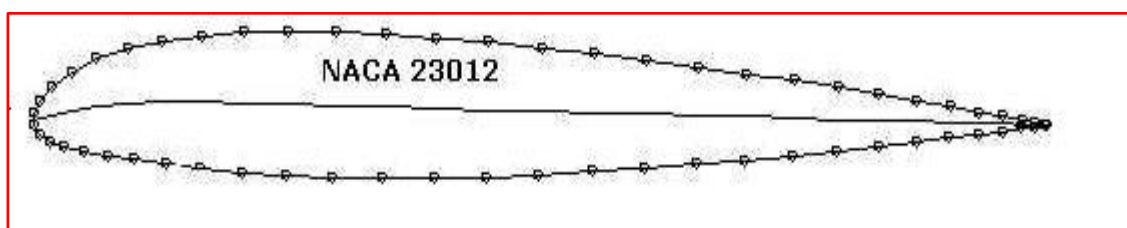


Figure II.6. Points du profil NACA 23012[23].

D'après logiciel Ansys nous donne le centre de gravité et les moments d'inertie principales et par rapport à l'origine du repère de cette pale.

Volume total= 0.0078738 m^3

Masse total= 199.99 kg

Centre de masse:

$XC = 9818.299 \text{ mm}$

$YC = 5142257.0 \text{ mm}$

$ZC = 77961.16 \text{ mm}$

Moments d'inerties principales :

$IXX = 600.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IYY = 601.72 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IZZ = 1.7698 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Par rapport à l'origine:

$IXX = 2400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IYY = 2407.4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IZZ = 7.5195 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IXY = -0.14419 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IYZ = -3.0948 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$IZX = -101.68 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

II.7. Propriétés mécaniques

Il est de coutume de donner comme caractéristiques mécaniques de référence les caractéristiques mesurées sur mon filaments à prélevés à la sortie de la filière. Le tableau II.2.donne les valeurs usuelles de ces grandeurs.

Tableau II.1:Caractéristique mécaniques des verres types E et R [25]

Cractéristiques	Verre E	Verre R
Masse volumique ρ Kg /m3	2600	2550
Module d'Young E_f GPa	73	86
Contrainte à la rupture σ_{fu} MPa	3400	4400
Allangement à la rupture ϵ_{fu} %	4 ,4	5,6
Coefficient de poisson ν_f	0 ,22	-

II .7.1.Profil de l'aile étudiée

Le National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) développa, à partir des années 1930, plusieurs séries de profils très largement utilisés par la suite. Dans le cadre de ce T.P., le profil d'aile étudié est le NACA 23012 (figure II.23), un profil de la série à 5 chiffres. Il est muni de 26 prises de pression statique numérotées de 1 à 12 côté extradors et de 13 à 24 côté intrados. L'aile a pour envergure $b = 6$ m et pour corde $c = 0.4$ m.

Les coordonnées de l'ensemble de ces prises de pression sont données dans le Tableau II.3:

Tableau II.2:Coordonnées des prises de pressions du profil NACA 23012[26]

N°	1	2	3	4	5	6	7	8
X(m)	0.008	0 .012	0.024	0.033	0.062	0 .08	0.106	0.132
Z(m)	0.013	0.016	0.021	0.024	0.028	0 .03	0.03	0.3

N°	9	10	11	12	13	14	15	16
X(m)	0.172	0.212	0.272	0.336	0.004	0.011	0.023	0.030
Z(m)	0.028	0.025	0.018	0.010	-0.004	0.006	-0.009	-0.010

N°	17	18	19	20	21	22	23	24
X(m)	0.058	0.078	0.105	0.130	0.170	0.210	0.270	0.334
Z(m)	-0.013	-0.015	-0.017	-0.017	-0.017	-0.016	-0.012	-0.007

II.8. La fatigue

La fatigue est un phénomène qui provoque l'évolution des propriétés d'un matériau soumis à des sollicitations variables. La répétition des cycles d'efforts peut conduire à la rupture. Cette rupture se produit pour des contraintes le plus souvent inférieures à la limite d'élasticité du matériau.

La vérification des projets de ponts métalliques ou mixtes en fatigue, la mise au point de règlements de calcul et les problèmes de maintenance et d'évaluation de la sécurité résiduelle des ouvrages en service font appel à des calculs de dommages en fatigue d'assemblages soudés.

Il s'agit de modéliser par la mécanique de la rupture le phénomène de l'endommagement dans la zone critique d'un élément de poutre principale.

Des méthodes de calcul approché des probabilités de ruine vis-à-vis d'un état limite donné ont été développées dans les années 70, dont celle dite de premier ordre et deuxième moment (Rackwitz et Fiessler, 1978), en utilisant la notion de l'indice de fiabilité β . Les premières applications de cette méthode pour des états limites de fatigue ont été présentées lors du séminaire AIPC de Lausanne en mars 1990 (IABSE). Celles-ci avaient un aspect théorique et peu opérationnel à cause du manque de données sur les véritables grandeurs aléatoires comme le trafic ou les résultats d'essais de fatigue. Depuis cette vingtaine d'années, la connaissance des actions du trafic sur les ponts et de leurs lois de probabilité a beaucoup progressé grâce à l'acquisition de données abondantes (Bruis, Jacob et Sedlacek, 1989). Il en est même sur les lois de fatigue et les résistances en fatigue correspondantes, grâce à de très nombreux essais (Brozzetti, Ryan et Sedlacek, 1989).[28]

II .8.1.Phénomène de fatigue

La fatigue des pièces métalliques est définie par l'apparition de fissures macroscopiques et leur propagation, sous des charges répétées. Les intensités de la plupart de ces charges sont nettement inférieures à la résistance statique des structures. C'est donc un nombre suffisant de telles charges qui peut produire une fissure importante et conduire à la ruine partielle ou totale d'une structure.

Le dimensionnement en fatigue d'une structure sous chargement cyclique nécessite de définir un "*état limite*" qui sera le critère de résistance. Ce choix lié aux trois étapes distinctes met en jeu des mécanismes différents.

II .8.1.1 Initiation de la fissure : Elle explicite le comportement de la structure entre l'état vierge et l'état où apparaît une fissure microscopique. Il s'agit de la phase d'amorçage. Celui-ci se produit généralement au voisinage des défauts intrinsèques qui peuvent induire des concentrations de contraintes.

II .8.1.2 Propagation lente d'une fissure macroscopique : Au cours de cette étape, la fissure peut croître plus ou moins rapidement selon le matériau et l'intensité du chargement critique.

***Rupture :** Il s'agit là de l'étape finale du phénomène, qui se produit lorsque la taille de la fissure est telle qu'elle a atteint son seuil d'instabilité. Nous adopterons en pratique des critères de ruine liés à une perte de rigidité de la structure, définis par une profondeur relative fixée de la fissure par rapport à l'épaisseur de la pièce (par exemple 0,5).

II .8.2.Introduction de la mécanique de la rupture

La rupture d'une pièce mécanique peut s'interpréter par une interruption de la continuité de la pièce. Dans ce cas, l'application de la mécanique des milieux continus se heurte à une singularité due à la présence de fissures dans la pièce. La mécanique de la rupture n'est autre que l'application de la mécanique des milieux continus et de la loi de comportement du matériau à un corps, avec les conditions aux limites relatives à la présence géométrique de la fissure. Elle conduit à développer un critère de ruine prenant en considération les fissures existant au sein du matériau, et est fondée sur une analyse élastique du champ des contraintes en petites déformations.

L'étude de la résistance statique d'un matériau comportant une ou plusieurs fissures démontre qu'au voisinage d'une fissure la limite d'élasticité du matériau peut être largement dépassée, et les déformations plastiques localisées sont inévitables . Pour tous les matériaux courants, on peut distinguer dans un milieu fissuré trois zones successives.

Zone d'élaboration : Cette zone se trouve autour de la pointe de la fissure au cours de la propagation. Cette zone a généralement des dimensions de l'ordre de quelques cristaux. Le caractère discontinu des processus physiques de la rupture dans cette zone rend son étude très difficile, car la frontière entre le microscopique et le macroscopique reste mal définie. Toute analyse de la rupture par une modélisation continue dans cette zone ne peut donc être qu'approximative.

Zone singulière : Cette zone est définie comme une zone dans laquelle les champs mécaniques sont continus et possèdent une certaine structure "*autonome*", caractéristique de la seule fissure. La dimension de cette singularité est en $1/\sqrt{r}$, r étant compris entre un rayon dit plastique, en dessous duquel les contraintes dépasseraient δ_e (limite d'élasticité) et un rayon au-dessous duquel l'analyse mathématique deviendrait incorrecte.

Zone extérieure : Cette zone se situe au-delà des deux précédentes, où les champs mécaniques lointains se raccordent avec le chargement et les conditions aux limites [29].

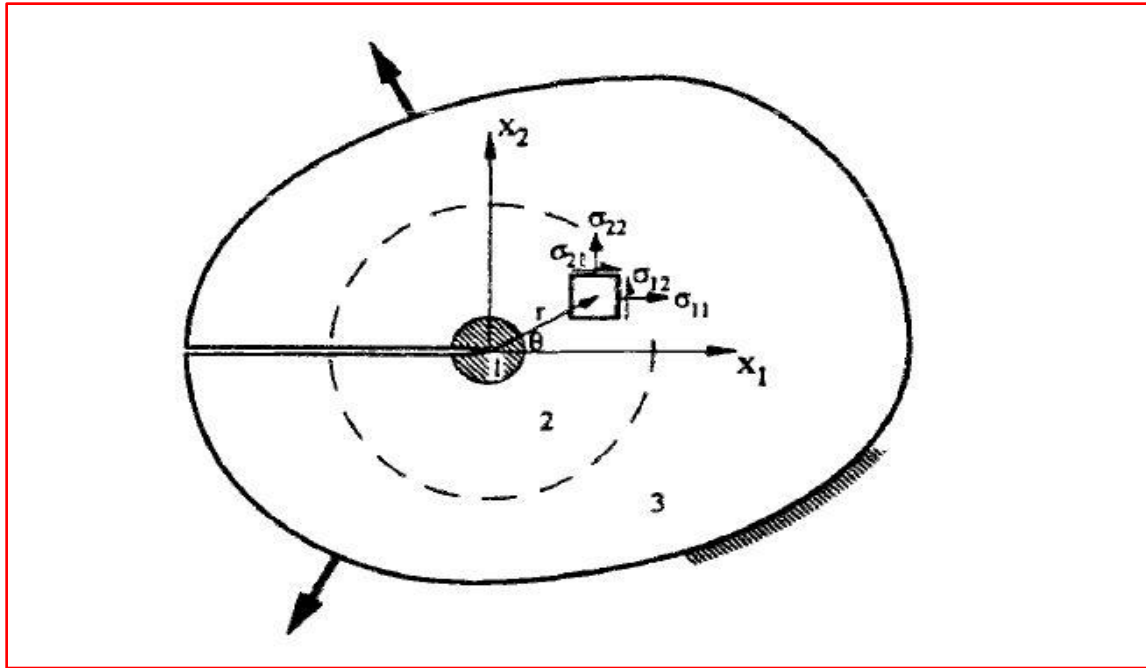


Figure II.7:Description du milieu fissuré [29].

L'application de la mécanique linéaire de la rupture nécessite alors la condition que la zone non élastique 1 soit être confinée.

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties appelées lèvres de fissure. Cette séparation se caractérise par une discontinuité au sens des déplacements.

Dans les pièces comportant des fissures planes, les mouvements possibles des surfaces de discontinuité ont été classés en trois modes indépendances, noté I, II et III. Le mode I, ou encore le mode d'ouverture, est considéré comme étant le plus important en mécanique de la rupture. Les modes correspondent localement aux glissements parallèles au plan tangent de la fissure. La première direction de glissement (H) étant normale au front de la fissure et la seconde direction (lu) de glissement parallèle.

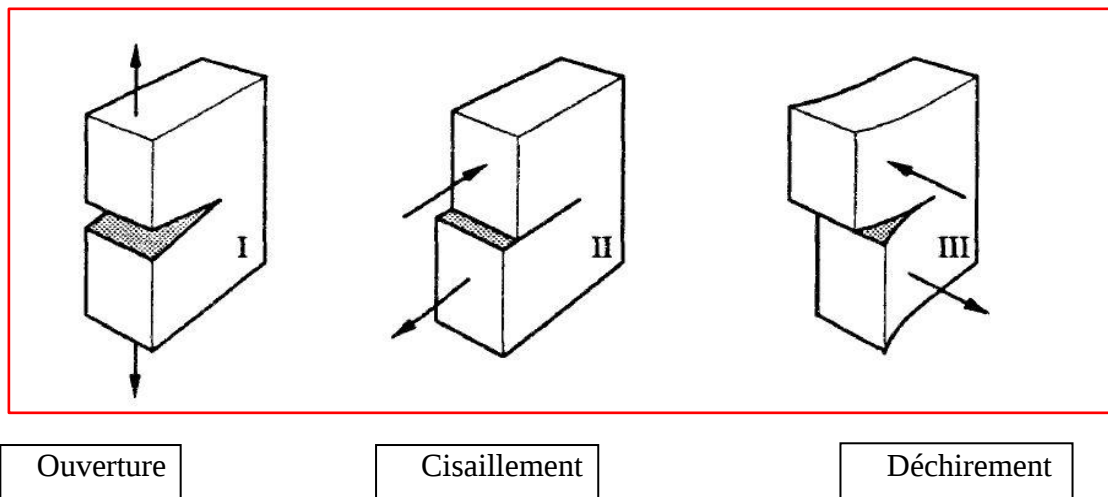


Figure. II.8 : Modes de mouvements [29].

Il existe deux types d'approches par la mécanique de la rupture : l'une est l'approche locale, ou des forces internes, caractérisée par l'étude du voisinage du fond de fissure. L'autre est l'approche globale, ou des forces externes, caractérisée par l'analyse énergétique.

Il ya des calcules très importante sur tout dans le domaine de l'aéronautique comme suivants :

II.8.3.Approche locale et facteurs d'intensité de contraintes

Cette approche consiste à résoudre directement les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus en tenant compte de la discontinuité géométrique occasionnée par la fissure. L'analyse est fondée sur l'hypothèse de l'élasticité linéaire et des petites déformations.

Pour définir un facteur caractérisant l'agressivité du champ de contrainte obtenue par application d'une charge sur une pièce fissurée, G.R. Irwin (1957, 1958) a calculé les contraintes et les déplacements au voisinage du fond de fissure. En considérant les modes I et II, les contraintes et les déplacements ne varient que dans le plan. Le calcul peut se simplifier entre les deux mécanismes : déformation plane ou contrainte plane. Les contraintes et les déplacements sont exprimés par les formules ci-après :

$$\text{Mode I} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \\ \sigma_{22} = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \\ \sigma_{12} = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{KI(1+\nu)}{E} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \cos \frac{\theta}{2} (K - \cos \theta) \\ u_2 = \frac{KI(1+\nu)}{E} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \sin \frac{\theta}{2} (K - \cos \theta) \end{array} \right. \quad (\text{II.6})$$

$$\text{Mode II} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = -\frac{KII}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \sigma_{22} = \frac{KII}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{12} = \frac{KII}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{KII(1+\nu)}{E} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \sin \frac{\theta}{2} (K + 2 + \cos \theta) \\ u_2 = \frac{KII(1+\nu)}{E} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \cos \frac{\theta}{2} (K - 2 + \cos \theta) \end{array} \right. \quad (\text{II.7})$$

Différant des deux modes précédents, le fonctionnement du mode lu est extérieur au plan. Le calcul est fait autrement.

$$\text{Mode III} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = 0 \\ \sigma_{23} = \frac{KIII}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{31} = -\frac{KIII}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = u_2 = 0 \\ u_2 = \frac{4KIII(1+\nu)}{E} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \sin \frac{\theta}{2} \end{array} \right. \quad (\text{II.8})$$

Dans les formules précédentes, r est le rayon, θ l'angle polaire, ν le coefficient de Poisson, E le module d'Young, et le coefficient k vaut $3-4\nu$ en déformation plane et $(3-\nu)/(1+\nu)$ en contrainte plane. Les constantes KI , KII et $KIII$ qui dépendent de la géométrie de la fissure et de la répartition des efforts extérieurs s'appellent "facteurs d'intensité de contraintes".

La formulation de l'état des contraintes implique une singularité dans le prolongement de la fissure. Il s'agit d'une règle générale importante de la mécanique de la rupture, selon laquelle les contraintes autour du fond de fissure varient en suivant une relation de la forme :

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{r}} \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Mode I} \quad \sigma u_2 = u_2(\pi) - u_2(-\pi) = 2KI \frac{(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (K+1)$$

$$\text{Mode II} \quad \sigma u_1 = u_1(\pi) - u_1(-\pi) = 2KII \frac{(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (K+1) \quad (\text{II.10})$$

$$\text{Mode III} \quad \sigma u_3 = u_3(\pi) - u_3(-\pi) = 8KIII \frac{(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

Les facteurs d'intensité de contraintes mesurent la force de la singularité du champ des contraintes à l'extrémité de la fissure. Us sont proportionnels aux discontinuités des déplacements des lèvres de la fissure, Si l'on connaît les expressions des composantes des contraintes ou des déplacements, on peut alors réciproquement déterminer les facteurs d'intensité de contraintes [30], par exemple :

$$KI = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{11} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{2(1+\nu)(k+1)} \right) \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \sigma u_2 \quad (\text{II.11})$$

II.8.4.Approche globale et taux de restitution d'énergie :

Cette approche consiste à étudier le bilan des énergies mises en jeu dans le processus d'accroissement de fissure. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à un solide fissuré élastique, dans l'hypothèse des petites perturbations, on a :

$$\dot{E} + \dot{K} = P_{\text{ext}} + Q - 2\gamma\dot{A} \quad (\text{II.12})$$

Où E est l'énergie interne, K l'énergie cinétique, Q le taux de chaleur reçue dans le domaine considéré, A la surface de la fissure et P_{ext} la puissance des efforts extérieurs s'écrit (en l'absence d'efforts de volume) $P_{\text{ext}} = \int_S \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{U}} \cdot d\mathbf{S}$ avec une densité surfacique de forces $\mathbf{T}$. Le terme $-2\gamma\dot{A}$ représente l'évolution de la frontière du volume (la fissure fait partie de la frontière S du solide). $2\gamma\dot{A}$ est ainsi la puissance dissipée dans le mécanisme de décohésion, γ étant une constante caractéristique du matériau. La variation d'énergie interne s'exprime par $\dot{E} = \dot{W}_e + Q = \int_V \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} dV + Q$ ou W_e est appelée énergie de déformation. Le premier principe devient donc :

$$\dot{W}_e + \dot{K} = \int_S \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{U}} \cdot d\mathbf{S} - 2\gamma\dot{A} \quad (\text{II.13})$$

La condition de stabilité du processus est que l'énergie cinétique ne s'accroisse pas :

$$\dot{K} = \int_S \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{U}} \cdot d\mathbf{S} - \dot{W}_e - 2\gamma\dot{A} \leq 0 \quad (\text{II.14})$$

En considérant A comme seule variable de ce bilan global, cela revient à écrire :

$$\dot{K} = \left(\int_S \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} d\mathbf{S} - \frac{\partial W_e}{\partial A} - 2\gamma \right) \dot{A} \leq 0 \quad (\text{II.15})$$

D'où (avec $\dot{A} \geq 0$)

$$\int_S \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} d\mathbf{S} - \frac{\partial W_e}{\partial A} \leq 2\gamma \quad (\text{II.16})$$

La quantité de la partie gauche de l'inégalité (II-15), représentant l'énergie disponible lors d'un accroissement de fissure, est par définition le taux de restitution d'énergie G :

$$G = \int_S \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} d\mathbf{S} - \frac{\partial W_e}{\partial A} \quad (\text{II.17})$$

La condition de rupture par instabilité des milieux élastiques fragiles de Griffith (1920) est alors :

$$G > 2\gamma$$

Lorsque $G = 2\gamma$ on peut dire que la rupture est "contrôlée", l'énergie cinétique n'augmentant plus.[31]

II.8.5.Intégrale de contour

L'analyse élastique linéaire cerne d'assez près la réalité physique pour les matériaux élastiques fragiles ou peu ductiles, mais elle est insuffisante lorsque les déformations

plastiques interviennent dans un volume dont la dimension caractéristique dépasse 5 à 20% de l'aire de la fissure. La connaissance des contraintes et des déformations locales, dans le cas de la plasticité non confinée, nécessite des analyses élastoplastiques assez complexes. Dans la pratique, on utilise soit des corrections de zone plastique, soit des paramètres globaux déduits d'une analyse élastique non linéaire. Ce dernier est le cas de l'intégrale de contour.

Considérons le volume D d'un solide comportant une fissure d'aire A divisée en deux parties D_1 et D_2 , dont l'une (D_1) entoure le fond de fissure. Une charge extérieure donne une énergie potentielle P au solide. Cette énergie se répartit en $P = P^1 + P^2$, où P^1 et P^2 correspondent respectivement aux volumes D_1 et D_2 . Si l'aire de la fissure croît de dA , l'énergie potentielle varie de $dP = dP^1 + dP^2$. Mais, loin de la fissure, l'énergie ne varie pas lorsque l'aire de cette fissure varie. Il en résulte que la force d'extension de la fissure Y ne concerne que le volume D_1 :

$$Y = -\frac{\partial P}{\partial A} = -\frac{\partial P^1}{\partial A} \quad (\text{II.18})$$

En d'autres termes, la force d'extension de la fissure est le taux de libération d'énergie potentielle qui ne concerne qu'un volume entourant la fissure. Il est donc judicieux de l'exprimer sous forme d'une intégrale de volume, car sa valeur ne dépend pas des frontières de D_1 si ce volume n'est pas trop petit.

Par de judicieux changements de fonctions, on peut transformer ces intégrales de volume en intégrales de surface. Si, en plus, le problème est plan, ou si le volume est un prisme, ou un cylindre, dont les génératrices sont parallèles au front de fissure, les calculs se simplifient. Les intégrales de volume sont égales à des intégrales de surface multipliées par une constante et les intégrales de surface deviennent des intégrales curvilignes.

Esheiby (1969) a montré que, dans un problème plan et pour l'épaisseur unité, les énergies potentielles mises en jeu par la translation du défaut suivant l'axe x_1 sont données par des intégrales de contour.

$$-\frac{\partial P}{\partial X_1} = \int_c W_e \cdot dX_2 - \left(T_1 \frac{\partial U_1}{\partial X_1} + T_2 \frac{\partial U_2}{\partial X_1} \right) ds = J_1 \quad (\text{II.19})$$

$$-\frac{\partial P}{\partial X_2} = \int_c W_e \cdot dX_1 - \left(T_1 \frac{\partial U_1}{\partial X_2} + T_2 \frac{\partial U_2}{\partial X_2} \right) ds = J_2 \quad (\text{II.20})$$

ou de façon plus concise :

$$-\frac{\partial P}{\partial X_k} = \int_c \left(W_e \cdot n_k - T_i \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \right) ds = J_k \quad (\text{II.21})$$

Avec w_e la densité d'énergie de déformation, n la normale extérieure au contour et C le contour entourant le défaut.

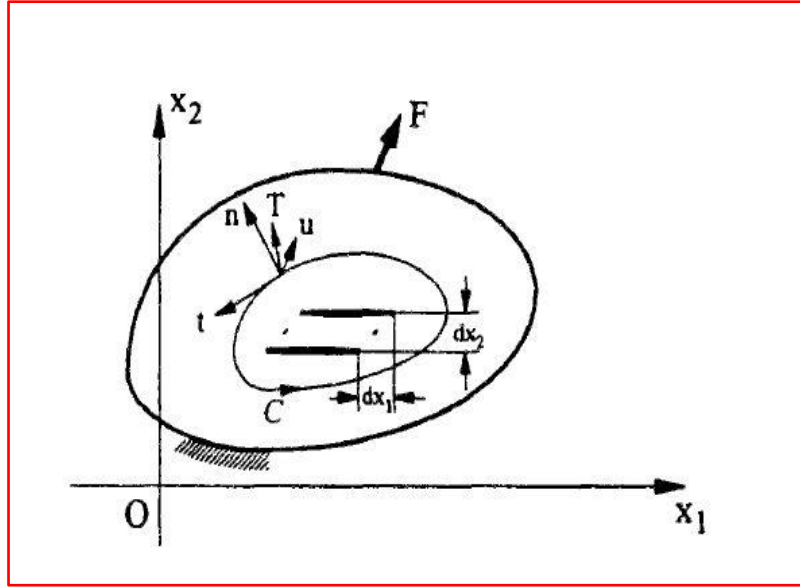


Figure. II.9:Contour de l'intégrale d'Eshelby[31].

Les intégrales J_k sont indépendantes du contour C tant que celui-ci contient le même nombre de défauts, pour un problème plan en déformation plane ($u_3 = 0$) ou en contrainte plane ($\sigma_{33} = 0$). Les composantes de la traction sur le contour peuvent être présentées par le vecteur contrainte

$$T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (\text{II.22})$$

La densité d'énergie de déformation est définie par :

$$w_e(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij} \quad (\text{II.23})$$

D'où l'on tire la loi de comportement

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w_e}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (\text{II.24})$$

Rice (196S) a étudié le cas particulier d'une entaille dans un plan débouchant en surface, à bords parallèles, raccordés au fond de façon continue. En supposant que le chargement est appliqué à une croissance monotone, que le solide ne comporte pas de déformations initiales, et que la surface du vide n'est pas chargée, l'intégrale de contour n'est alors pas nécessaire en élasticité linéaire, elle peut être dans le domaine non linéaire. Il a montré alors :

$$-\frac{dP}{dl} = -\frac{dP}{dx_1} = \int_c W_e \cdot dx_2 - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds = J \quad (\text{II.25})$$

Cette expression est l'intégrale J_1 étendue à un contour non fermé allant d'un bord à l'autre de l'entaille.

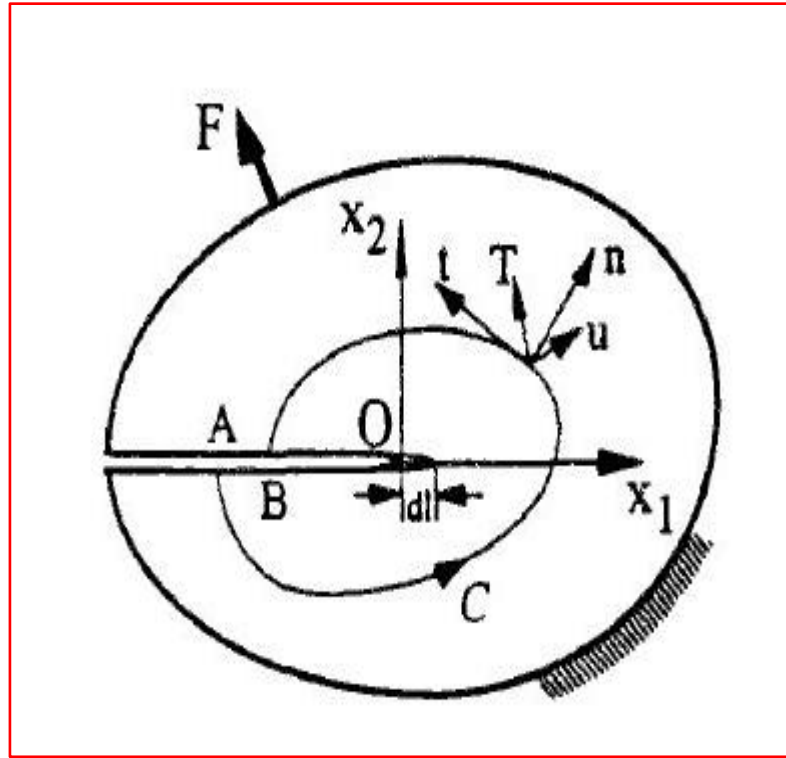


Figure. II.10: Contour de l'intégrale de Rice[31]

Eshelby avait défini des intégrales J_k à trois dimensions comme :

$$J_k = \int_s (w_e n_k - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) ds \quad (\text{II.26})$$

Avec la même signification énergétique, où S est la surface entourant le défaut.

Dans le domaine élastique linéaire, J est comme le facteur K et le taux G , caractéristique de la singularité du front. J est encore caractéristique de cette singularité dans le domaine élastique non linéaire, et sous certaines réserves dans le domaine plastique lorsque la singularité ne dépend que d'un seul paramètre [31].

II.8.6. Relation entre les facteurs K, le taux de restitution d'énergie G et l'intégrale J

En comparant les définitions de l'intégrale de contour et du taux de restitution d'énergie, pour les problèmes élastiques plans, on voit que : $G = J$.

En appliquant les intégrales sur un contour circulaire centré à la pointe de la fissure avec les champs asymptotiques de contraintes et de déplacements (II-1), on trouve facilement des relations entre l'intégrale J_k et les facteurs d'intensité de contrainte en mode I et II.

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 = \frac{1-v^2}{E} (KI^2 + KII^2) \\ J_2 = \frac{2(1-v^2)}{E} KI \cdot KII \end{array} \right. \quad \text{Déformation plane}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 = \frac{1}{E} (KI^2 + KII^2) \\ J_2 = -\frac{2}{E} KI \cdot KII \end{array} \right. \quad \text{Contrainte plane}$$

II.9. Conclusion

L'objet de cette étude est de déterminer le facteur d'intensité de contraintes de la pale d'un hélicoptère. Par la méthode de l'intégrale de contour, la taille des mailles au fond de la fissure dans les calculs peut être relativement grande par rapport à d'autres méthodes. Nous avons montré que les résultats obtenus sont tout à fait comparables à ceux des modèles courants.

Chapitre III
Modélisation
numérique par
la méthode
X-FEM

Chapitre III

III.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'analyse des matériaux fissurée par la X-FEM par une technique d'enrichissement singulier adaptée au champ de contrainte, la méthode permet de représenter correctement la solution singulière en pointe de fissure et simplifie grandement les méthode de maillage et le remaillage .

Cette dernière permet de décrire correctement la solution singulière en pointe de fissure, pour le but d'évaluation de facteur d'intensité de contrainte FIC en mode I et en mode mixte dans les différentes configurations géométriques de la fissure.

Cette méthode est la plus précise par rapport aux autres et la plus utilisable surtout dans le domaine aéronautique.

Dans ce chapitre, nos objectifs sont fixés de décrire en détail toutes les bases théoriques et computationnelles de l'approche, y compris les avantages et les inconvénients potentiels. La discussion est limitée à XFEM bidimensionnel, bien que beaucoup de formulations de base puissent être étendues de manière similaire à des problèmes tridimensionnels.

III.2.Développement historique de X-FEM

Le premier modèle d'éléments finis enrichis a été proposé par Benzley (1974) qui a introduit l'idée d'enrichir le champ proche de la pointe dans la méthode des éléments finis en utilisant la solution asymptotique pour les problèmes de fractures statiques. Ce travail a été poursuivi par Atluri, Kobayashi et Nakagaki (1975a, 1975b) et Gifford et Hilton (1978) pour les fissures stationnaires. Cependant, il a fallu attendre 1999 pour qu'une première méthode d'éléments finis enrichie pratique soit développée pour des problèmes généraux de propagation de fissures sous la forme de la méthode des éléments finis étendue.[32]

III.3. Approximations enrichies

Les approximations enrichies ont fait l'objet de plusieurs études computationnelles au cours des deux dernières décennies. La plupart d'entre elles sont discutées dans le cadre de la partition de l'unité.

III.3.1. Partition de l'unité

Depuis l'introduction du concept de partition de l'unité, il a été fréquemment utilisé dans diverses disciplines comme moyen d'améliorer une approximation numérique originale. Une partition d'unité (PU) est définie comme un ensemble de m fonctions $f_k(x)$ dans un domaine Ω_{pu} tel que (Melenk et Babuska, 1996),

$$\sum_{k=1}^m f_k(x) = 1 \quad (III.1)$$

On peut facilement montrer que par la sélection de toute fonction arbitraire $\psi(x)$, partition de l'unité les fonctions $f_k(x)$ conservent la propriété de reproduction suivante,

$$\sum_{k=1}^m f_k(x) \psi(x) = \psi(x) \quad (\text{III.2})$$

Ceci est équivalent à la définition de complétude d'un ordre spécifique l , où les fonctions PU approximatives $f_k(x)$ peuvent représenter exactement le polynôme d'ordre l $\psi(x) = p^{(l)}(x)$. Alors, la complétude zéro est atteinte si Eq. (III.2) est vrai pour une constante $p(x)$.

Les fonctions de forme d'éléments finis isoparamétriques, N_j , sont les fonctions PU les plus fréquemment utilisées,

$$\sum_{j=1}^n N_j(x) = 1 \quad (\text{III.3})$$

Où n est le nombre de nœuds pour chaque élément fini.

Le concept de partition de l'unité, comme on le verra dans la section suivante, fournit un cadre mathématique pour le développement de solutions enrichies telles que la partition de la méthode des éléments finis unit et la méthode des éléments finis étendue.[33,34]

III.3.2.Enrichissements intrinsèques et extrinsèques

Théoriquement, l'enrichissement peut être considéré comme le principal d'augmenter l'ordre d'exhaustivité ou le type de reproduction qui peut être atteint. Le choix des fonctions d'enrichissement dépend de la solution a priori du problème. Par exemple, dans une analyse de fissures, cela équivaut à une augmentation de la précision de l'approximation si des solutions analytiques proches du fond de fissure sont en quelque sorte incluses dans les termes d'enrichissement. Sur le plan informatique, il vise à une plus grande précision de l'approximation en incluant l'information extraite de la solution analytique dans l'approximation numérique de base.

Commençons par l'approximation classique d'une variable de champ u dans une méthode d'éléments finis:

$$U = \sum_{j=1}^n N_j \cdot U_j \quad (\text{III.4})$$

Où sous une forme plus appropriée en termes de m fonctions de base p ,

$$U = P^T a = \sum_{k=1}^m p_k a_k \quad (\text{III.5})$$

Où les inconnus a_k sont déterminés à partir de l'approximation aux points nodaux. La fonction de base p peut être définie pour différents ordres de complétude:

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_1: \begin{cases} P^T = \{1, x\} \\ P^T = \{1, x, x^2\} \\ P^T = \{1, x, x^2, x^3\} \end{cases} & \begin{array}{l} 1er \text{ ordre} \\ 2eme \text{ ordre} \\ 3eme \text{ ordre} \end{array} \\ D_2: \begin{cases} P^T = \{1, x, y\} \\ P^T = \{1, x, y, x^2, xy, y^2\} \\ P^T = \{1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3\} \end{cases} & \begin{array}{l} 1er \text{ ordre} \\ 2eme \text{ ordre} \\ 3eme \text{ ordre} \end{array} \end{array} \right. \quad (\text{III.6})$$

L'idée de base de l'enrichissement est de transformer les Eqs. (III.4) ou (III.5) sous une forme plus appropriée pour améliorer la précision de l'approximation numérique.

L'amélioration peut être attribuée au degré de cohérence de l'approximation ou à la capacité d'approximation à reproduire un champ d'intérêt complexe donné.

Il existe essentiellement deux classes d'enrichissements: enrichir la fonction de base p (enrichissement intrinsèque) et ajouter des termes d'enrichissement à l'approximation totale (enrichissement extrinsèque).

Les sections suivantes traitent des deux approches.

Pour approfondir le concept d'enrichissement, le problème de fissure classique est examiné, et le concept d'enrichissement est expliqué pour ce cas particulier. Le champ de déplacement de l'astuce quasi asymptotique peut être écrit comme:

$$u_x = \frac{1}{u} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (k_I \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + k_{II} \sin \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta + 2)) \quad (\text{III.7})$$

$$u_y = \frac{1}{u} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (k_I \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - k_{II} \cos \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta - 2)) \quad (\text{III.8})$$

Où r et θ sont définis dans la Figure 3.1, et K_I et K_{II} sont les facteurs d'intensité de contrainte de mode I et II, respectivement.

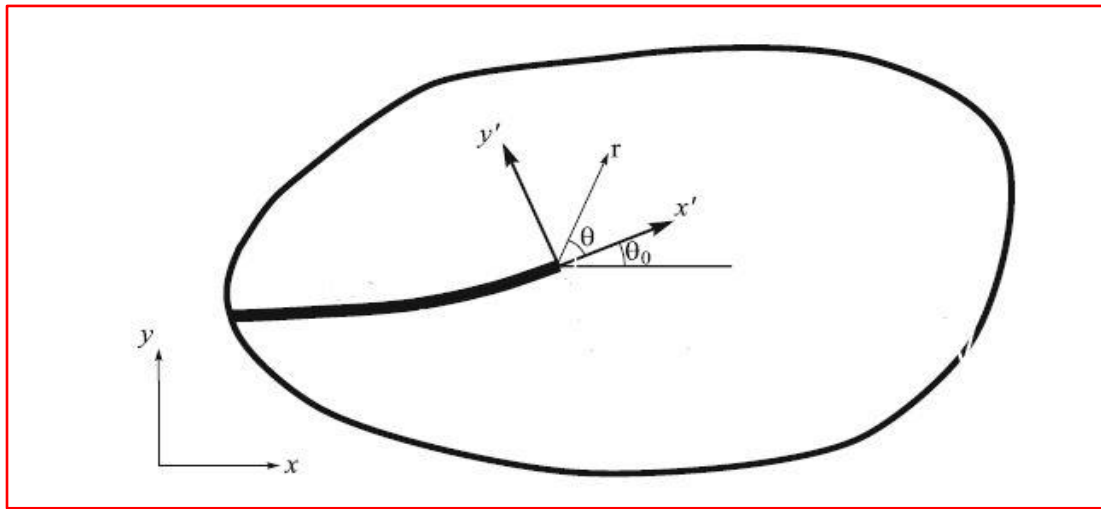


Figure. III.1: Coordonnées globales, locales et polaires à la pointe de la fissure [35].

III.3.3. Méthode d'éléments finis étendue

Contrairement à PUFEM et GFEM, où les enrichissements sont généralement employés au niveau global et sur l'ensemble du domaine, la méthode des éléments finis étendus adopte la même procédure au niveau local [35].

La méthode des éléments finis étendus sera détaillée ultérieurement.

III.3.4.Enrichissement PU généraliser

L'enrichissement original peut être généralisé davantage si un certain nombre de domaines différents de support de Ω_{pu}^l et la partition associée des fonctions d'unité $f_k^l(x)$ sont utilisés pour l'enrichissement:

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \mathbf{N}_j(\mathbf{x}) \mathbf{u}_j + \sum_{l=1}^{np} \sum_{k=1}^m \mathbf{f}_k^l(\mathbf{x}) \mathbf{p}^l(\mathbf{x}) \mathbf{a}_k^l \quad (\text{III.9})$$

Où $\mathbf{a}_k^l$ sont les inconnues additionnelles associées à chaque ensemble de domaines np de partition d'unité.

III.4.Formulation X-FEM

Le concept de base de X-FEM est d'enrichir l'espace d'approximation pour qu'il soit capable de reproduire certaines caractéristiques du problème d'intérêt, en particulier les discontinuités telles que les fissures ou les interfaces. Bien qu'il s'agisse d'une version locale de la partition de l'unité enrichie en éléments finis appliquée uniquement dans un certain sous-domaine local, elle s'est fortement appuyée sur le développement d'enrichissements extrinsèques pour les simulations de fissures par un certain nombre de méthodes sans maillage. Naturellement, les premières approximations X-FEM ont également été développées pour la simulation de fortes discontinuités en mécanique de la rupture. Cela a été étendu plus tard pour inclure les problèmes de discontinuité et d'interface. X-FEM peut être supposé être un FEM classique capable de gérer des discontinuités fortes et faibles arbitraires.

Dans la méthode des éléments finis étendus, premièrement, le maillage habituel des éléments finis est produit.

Ensuite, en considérant l'emplacement des discontinuités, quelques degrés de liberté sont ajoutés au modèle d'éléments finis classiques dans des nœuds sélectionnés proches des discontinuités pour fournir un niveau de précision plus élevé.

III.4.1.Approximation XFEM de base

Considérons $\mathbf{x}$, un point dans un modèle d'éléments finis. Supposons également qu'il existe une discontinuité ou une singularité dans le domaine arbitraire discrétisé en n éléments finis de n nœuds. Dans la méthode des éléments finis étendue, l'approximation suivante est utilisée pour calculer le déplacement pour le point $\mathbf{x}$ situé dans le domaine (Belytschko et Black, 1999)

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{fe} + \mathbf{u}^{enr} = \sum_{j=1}^n \mathbf{N}_j(\mathbf{x}) \mathbf{u}_j + \sum_{k=1}^m \mathbf{N}_k(\mathbf{x}) \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) \mathbf{a}_k \quad (\text{III.10})$$

Où $\mathbf{u}_j$ est le vecteur des degrés réguliers de liberté nodale dans la méthode des éléments finis, $\mathbf{a}_k$ est l'ensemble des degrés de liberté ajoutés au modèle élément fini standard et $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ est l'ensemble des fonctions d'enrichissement définies pour l'ensemble des nœuds inclus dans le domaine d'influence (support) de la discontinuité ou de la singularité. Par exemple, le domaine d'influence associé au nœud A de la figure (III.2) est constitué des éléments

contenant ce nœud, alors que pour un nœud interne B (généralement dans les éléments d'ordre supérieur), c'est l'élément qui entoure le nœud.

Le premier terme sur le côté droit de l'équation. (III.10) est l'approximation par éléments finis classique pour déterminer le champ de déplacement, tandis que le second terme est l'approximation de l'enrichissement qui prend en compte l'existence de toute discontinuité. Le second terme utilise des degrés de liberté supplémentaires pour faciliter la modélisation de l'existence de tout champ discontinu, tel qu'une fissure, sans le modéliser explicitement dans le maillage d'éléments finis (voir Figure III.2).

La fonction d'enrichissement $\psi(x)$ peut être choisie en appliquant des solutions analytiques appropriées en fonction du type de discontinuité ou de singularité. Certains des principaux objectifs pour l'utilisation de divers types de fonctions d'enrichissement dans une procédure X-FEM peuvent être exprimés comme suit:

1. Reproduire le champ singulier autour d'un fond de fissure.
2. Continuité de déplacement entre éléments finis adjacents.
3. Champs de déformation indépendants de deux côtés différents d'une surface de fissure ou d'une interface de matériau.
4. Autres caractéristiques selon le problème de discontinuité spécifique.

Pour n_p discontinuités multiples dans un élément fini, l'approximation (III.10) peut être étendu à:

$$u^h(x) = u^{fe} + u^{enr} = \sum_{j=1}^n N_j(x) u_j + \sum_{l=1}^{n_p} \sum_{k=1}^m N_k(x) \psi^l(x) a_k^l \quad (III.11)$$

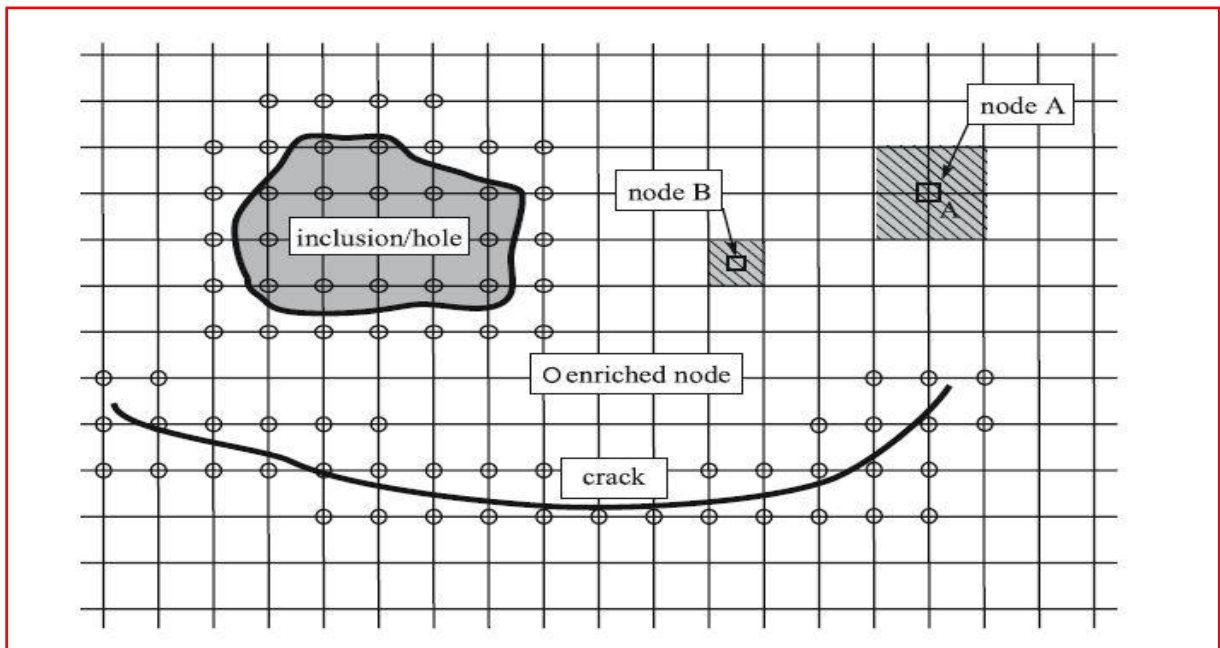


Figure. III.2: Influence (soutien) des domaines des nœuds A et B et de l'ensemble des nœuds enrichis pour une fissure et une inclusion typiques [35].

III.4.2. Modélisation du crack (fissure)

Afin de modéliser les surfaces de fissures et les fissures dans la méthode des éléments finis étendus, la fonction de déplacement approximatif peut être exprimée en fonction des composants classiques u , des fissures U^H , des fissures u^{tip} et des interfaces u^{mat} :

$$u^h(x) = u(x) + u^H(x) + u^{tip}(x) + u^{mat}(x) \quad (III.12)$$

Ou plus explicitement

$$u^h(x) = [\sum_{j=1}^m N_j(x) u_j] + [\sum_{h=1}^{mh} N_h(x) H(x) a_h] + [\sum_{k=1}^{mt} N_k(x) (\sum_{l=1}^{mf} F_l(x) b_k^l)] + [\sum_{m=1}^{mm} N_m(x) \chi_m(x) c_m] \quad (III.13)$$

Dans les Eqs. (III.13) et n est le nombre de nœuds de chaque élément fini avec les degrés de liberté classiques u_j et les fonctions de forme $N_j(x)$, mh est le nombre de nœuds qui ont une fissure dans leur support domaine, a_h est le vecteur des degrés supplémentaires de liberté nodale pour la modélisation des fissures (pas les fissures) par la fonction Heaviside $H(x)$, mt est le nombre de nœuds associés au fond de fissure dans son domaine d'influence, b_k^l est le vectorielles des degrés supplémentaires de liberté nodale pour la modélisation des pointes de fissures, $F_l(x)$ sont des fonctions d'enrichissement du fond de fissure, mm est le nombre de nœuds directement affectés par la faible discontinuité, c_m est le vecteur de degrés supplémentaires de liberté nodale les interfaces de discontinuité faibles et $\chi_m(x)$ est la fonction d'enrichissement utilisée pour modéliser les discontinuités faibles.[36]

La forme la plus conventionnelle de la fonction Heaviside H est définie comme,

$$H(\xi) = \text{sing}(\xi) = \begin{cases} 1 & \forall \xi > 0 \\ -1 & \forall \xi < 0 \end{cases} \quad (III.14)$$

Et pour les enrichissements en pointe de fissure F_α dans le système de coordonnées polaires du fond de fissure local,

$$F_\alpha(r, \theta) = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta, \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta, \cos \frac{\theta}{2} \right\} \quad (III.15)$$

Enfin, la fonction de discontinuité faible $\chi_m(x)$ est définie comme,

$$\chi_m(x) = |\zeta(x)| - |\zeta(xm)| \quad (III.16)$$

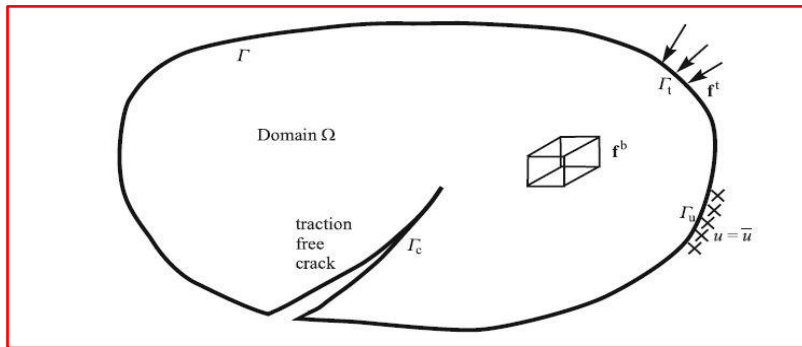


Figure. III.3: Un corps dans un état d'équilibre élastostatique [35].

III.4.3. Equation governance:

Considérons un corps en équilibre avec les conditions aux limites sous forme de traction et les conditions de déplacement.

La forme forte de l'équation d'équilibre peut être écrite comme:

$$\nabla \cdot \delta + f^b = 0 \quad \text{Dans le domaine } \Omega \quad (\text{III.17})$$

Avec les conditions aux limites suivantes:

$$\begin{aligned} \delta \cdot n &= f^t & \text{si } \Gamma_t & \text{traction externe} \\ U &= \bar{u} & \text{si } \Gamma_u & \text{déplacement prescrit} \\ \delta \cdot n &= 0 & \text{si } \Gamma_c & \text{fissure sans traction} \end{aligned}$$

Où Γ_t , Γ_u et Γ_c sont les limites de traction, de déplacement et de fissure, respectivement, δ est le tenseur des contraintes et f^b et f^t sont respectivement les vecteurs de la force du corps et de la traction externe.

La formulation variationnelle du problème de la valeur limite peut être définie comme:

$$w^{\text{int}} = w^{\text{ext}} \quad (\text{III.18})$$

$$\text{Donc:} \quad \int_{\Omega} \sigma \cdot \delta \varepsilon \cdot d\Omega = \int_{\Omega} f^b \cdot \delta u \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_t} f^t \cdot \delta u \cdot d\Gamma \quad (\text{III.19})$$

III.5. Discrétisation X-FEM

Discrétisation de l'équation (III.19) en utilisant la procédure X-FEM (III.13) donne un système discret d'équations d'équilibre linéaire:

$$Ku^h = f \quad (\text{III.20})$$

Où K est la matrice de raideur, u^h est le vecteur des degrés de liberté nodale (à la fois pour les formes classiques et enrichies) et f est le vecteur de la force externe. La matrice globale et les vecteurs sont calculés en assemblant la matrice et les vecteurs de chaque élément. K et f pour chaque élément e sont définis comme :

$$K_{ij}^e = \begin{bmatrix} K_{ij}^{uu} & K_{ij}^{ua} & K_{ij}^{ub} & K_{ij}^{uc} \\ K_{ij}^{au} & K_{ij}^{aa} & K_{ij}^{ab} & K_{ij}^{ac} \\ K_{ij}^{bu} & K_{ij}^{ba} & K_{ij}^{bb} & K_{ij}^{bc} \\ K_{ij}^{cu} & K_{ij}^{ca} & K_{ij}^{cb} & K_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

La fonction d'enrichissement peut être choisie de manière à capturer plus efficacement la solution du problème considéré [STR 00a, STR 00b]. On peut ainsi introduire des discontinuités dans les champs de déplacement et déformations. L'ensemble des nœuds enrichis N_e est alors lié au support géométrique de la discontinuité considérée. Selon le problème traité, on peut également introduire plusieurs fonctions d'enrichissement si une

unique fonction ne permet pas de capturer totalement la discontinuité. Les principaux intérêts de cette méthode sur les éléments finis classiques sont l'amélioration de l'ordre de convergence, le découplage discontinuité-maillage, la description implicite de la géométrie des discontinuités et enfin l'absence de remaillage lors de la propagation d'une discontinuité [37].

III.5.1. La méthode des éléments finis étendus appliquée à la mécanique linéaire de la rupture

Dans une problématique orientée mécanique de la rupture, la discontinuité que l'on souhaite représenter grâce à l'enrichissement est la fissure elle-même. On doit alors prendre en compte d'une part la discontinuité du champ de déplacement au passage de la fissure loin de la pointe, et d'autre part la singularité du champ de déplacement autour de la pointe.

III.5.1.1 Discontinuité en espace

Afin de prendre en compte des discontinuités du champ de déplacement, on introduit une fonction saut H (aussi appelée Heaviside step function dans la littérature) définie comme suit :

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} +1 & \text{si le } \mathbf{x} \text{ est au dessus de } \Gamma \\ -1 & \text{si le } \mathbf{x} \text{ est au dessous de } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Où Γ est l'entité géométrique représentant la discontinuité et $\mathbf{x}$ le vecteur position d'un point de Ω . On peut alors définir l'ensemble N_e des nœuds enrichis par :

$$N_e = \{n_i \in N, \omega_i \cap \Gamma \neq \emptyset\} \quad (\text{III.24})$$

Où $\omega_i = \text{supp}(N_i)$ représente le support de la fonction de forme N_i . On peut alors écrire de l'approximation Éléments Finis Étendus du champ de déplacement :

$$U = \sum_{i \in N} N_i(\mathbf{x}) U_i + \sum_{i \in N_e} N_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) U_i^e \quad (\text{III.25})$$

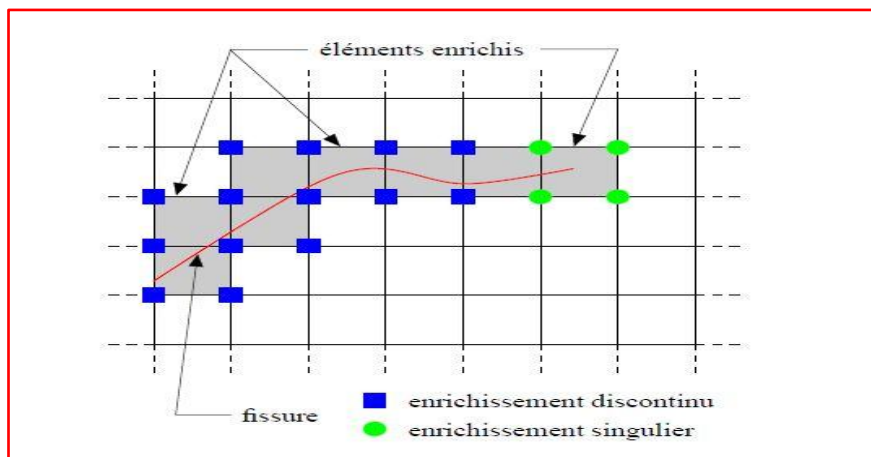


Figure.III.4: Une fissure quelconque placée sur un maillage - stratégie d'enrichissement [35].

III.5.2. Sélection des nœuds pour l'enrichissement discontinu

Il y a eu différentes approches pour la sélection des nœuds à enrichir. Une méthode permet de modéliser la discontinuité à travers la fissure sur les points le long de la surface de la fissure.

La valeur de la fonction de forme modifiée (enrichie) reste nulle pour tous les nœuds et arêtes qui ne se croisent pas avec la fissure. Ceci est important pour satisfaire les exigences de continuité inter-éléments. Cette méthode affecte uniquement l'élément contenant une fissure et n'influence pas directement les autres éléments, même s'ils partagent un nœud commun avec l'élément enrichi. A chaque étape de la propagation, les nœuds sur les arêtes coupées par le chemin de la fissure sont enrichis. Même si le fond de fissure se situe juste sur un bord, les nœuds correspondants ne sont pas enrichis. Une source potentielle d'instabilité est quand un chemin de fissure passe le long des bords des éléments finis. Cette technique ajoute deux degrés d'enrichissement à un élément par nœud enrichi. Par conséquent, pour un élément quadrilatéral sur le chemin d'une fissure, seize degrés de liberté (DOF) sont affectés:

Huit DOF classiques et huit DOF enrichis. Cette approche est fréquemment utilisée dans des problèmes compliqués, tels que la fissuration des coques, où une solution analytique asymptotique autour du fond de fissure peut ne pas exister ou peut être difficile à dériver.

Dans une procédure alternative, l'enrichissement est appliqué sur tous les points nodaux des éléments qui contiennent une partie de la fissure. La figure III.5 b illustre la procédure de sélection des nœuds pour l'enrichissement sur la base de cette formulation.

III.5.3. Enrichissements à forte discontinuité de XFEM

Dans la méthode des éléments finis étendue, l'approximation d'un champ de déplacement discontinu est basée sur la définition de fonctions de forme spécialement conçues par l'utilisation de fonctions d'enrichissement. La méthode opère sur des degrés de liberté virtuels indépendants supplémentaires pour la définition de la géométrie de la fissure et l'approximation du champ de déplacement. Il sera ensuite combiné avec la méthode des éléments finis classiques pour approximer la solution globale.

Afin de discuter divers effets de la modélisation, un problème unidimensionnel est considéré qui consiste en quatre nœuds et trois éléments finis linéaires à deux nœuds avec une forte discontinuité (fissure) dans un emplacement arbitraire x_c (ξ_c) dans l'élément central, comme illustré à la figure 3.8. Des exemples unidimensionnels similaires peuvent être trouvés dans presque tous les documents, références et manuels de base sur XFEM.

Seuls les nœuds 2 et 3 doivent être enrichis, alors que les nœuds 1 et 4 ne sont pas influencés par la fissure.

Il y a eu un certain nombre de choix possibles pour la fonction d'enrichissement $\psi(x)$ dans l'équation. (III.11). Les sections suivantes expliquent les idées de base et discutent des divers effets de l'enrichissement sur ce problème unidimensionnel simple [37,38].

III.5.3.1 La fonction de forme FE modifiée

Les modèles précédents utilisaient une fonction de forme modifiée simple sous la forme de:

$$N_i^h = \begin{cases} N_i - 1 & x \notin \Omega_i \\ N_i & x \in \Omega_i \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Où N_i est la fonction conventionnelle de forme d'éléments finis et Ω_i est la partie de l'élément située entre la fissure et le nœud i .

Un problème avec ce type de fonction de saut est qu'il fournit des champs de déformations similaires (dérivées du champ de déplacement) des deux côtés de la discontinuité (Figure III.5). Ceci est en contraste avec la réponse physique indépendante des segments, anticipée dans un élément fissuré.

Un autre inconvénient est le plus petit nombre de degrés de liberté requis par approximation (III,26) que d'autres techniques disponibles récemment. Cela peut affecter directement la qualité du champ d'approximation et l'analyse des fissures.

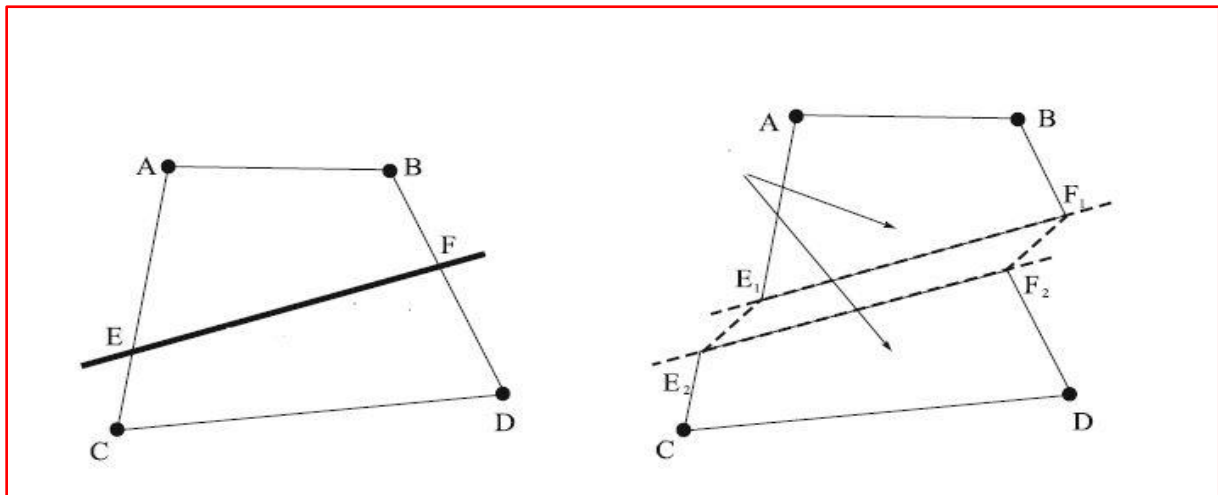


Figure.III.5: Déformation d'un élément quadrilatère avec la règle simple [38].

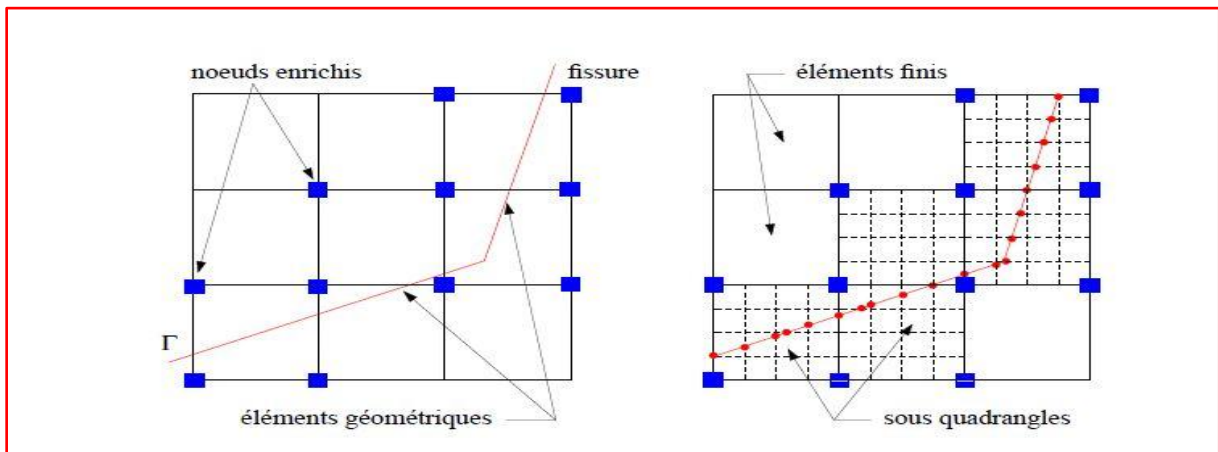


Figure.III.6: Construction des éléments d'interface sur les lèvres de la fissure [38].

Afin d'effectuer l'intégration numérique des termes sur Γ , des points de Gauss sont utilisés le long des éléments d'interface. Les champs Ω , t et Λ sont interpolés de manière discrète sur chaque lèvres de la fissure Γ^+ et Γ^- .

III.6. Suivi des limites mobiles

Un aspect important des problèmes avec les interfaces mobiles est de les suivre à mesure qu'ils évoluent.

La plupart des techniques numériques classiques tentent de suivre des frontières mobiles en mettant une collection de points de repère sur le front évolutif. Ceci est généralement effectué en utilisant des fonctions B-splines générales ou B-splines rationnelles non uniformes. Les positions des particules sont ensuite avancées selon un ensemble d'approximations de différences finies aux équations du mouvement. De tels systèmes deviennent généralement instables autour des points de forte courbure et des cuspidés. La raison peut être attribuée au fait que toute petite erreur dans la détermination de la position peut produire de grandes erreurs dans l'évaluation de la courbure (Sethian, 1987, 1996, 1999a, 1999b, Adalsteinsson et Sethian, 2003).

Cette idée de suivre les fronts évolutifs avec les équations du mouvement constitue un approche numérique basée sur des équations différentielles partielles. En conséquence, deux techniques différentes ont été développées: (i) une méthode d'ensemble de niveaux dépendant du temps plus générale mais plus lente; (ii) une méthode de marche rapide très efficace mais à usage limité. Les deux méthodes sont conçues pour gérer les problèmes dans lesquels les interfaces de séparation développent des coins et des cuspidés, changent de topologie, se séparent et fusionnent ensemble. Ces techniques ont un large éventail d'applications, notamment en mécanique des fluides, combustion, fabrication de puces informatiques, animation par ordinateur, traitement d'images, structure des flocons de neige et forme des bulles de savon (Sethian, 1987). Dans cette section, un résumé des parties essentielles des algorithmes de suivi des frontières mobiles est présenté par Mohammadi (2008) [39].

III.6.1. Méthode de réglage du niveau

Un outil puissant pour le suivi des interfaces est la méthode de jeu de niveau (LSM). Bien que ce ne soit pas obligatoire pour utiliser des ensembles de niveaux dans XFEM, de nombreuses formulations XFEM tirent parti de la méthode des ensembles de niveaux.

L'approche des ensembles de niveaux, introduite par Osher et Sethian (1988), au lieu de suivre l'interface de la courbe elle-même, construit une surface à partir de la courbe d'origine. Une propriété majeure de cette surface conique est qu'elle coupe le plan xy exactement à l'endroit où se trouve la courbe. Une telle surface est appelée fonction level set car elle accepte un point dans le plan et génère sa hauteur (niveau).

Il semble étrange de remplacer le problème d'une courbe en mouvement par une surface en mouvement. Cependant, la fonction de jeu de niveau est bien conduite et tous les problèmes complexes de rupture et de fusion peuvent être facilement traités.

En LSM, l'interface d'intérêt est représentée par l'ensemble de niveaux zéro d'une fonction $\phi(x)$. Cette fonction est une dimension supérieure à la dimension de l'interface. L'équation d'évolution de l'interface peut alors être exprimée sous la forme d'une équation pour l'évolution de ϕ .

L'utilisation de LSM présente de nombreux avantages pour les interfaces de suivi. Tout d'abord, contrairement à de nombreux autres systèmes de suivi d'interface, le mouvement de l'interface est calculé sur un maillage Euler fixe.

Deuxièmement, la méthode gère naturellement les changements de la topologie de l'interface. Troisièmement, la méthode peut être facilement étendue à des dimensions plus élevées. Enfin, les propriétés géométriques de l'interface peuvent être obtenues à partir de la fonction d'ensemble de niveaux ϕ .

Un inconvénient de LSM est que la représentation de l'ensemble de niveaux nécessite une fonction d'une dimension supérieure à la fissure d'origine, ce qui peut conduire à des coûts de stockage et de calcul plus élevés.

III.6.1.1.Définition de la fonction de jeu de niveaux

Considérer un domaine Ω divisé en deux sous-domaines non chevauchants, Ω_1 et Ω_2 , partageant une interface Γ . La fonction de jeu de niveau $\phi(x)$ est définie comme:

$$\phi(x) = \begin{cases} > 0 & x \in \Omega_1 \\ = 0 & x \in \Gamma \\ < 0 & x \in \Omega_2 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

III.7.conclusion

L'objectif de cette partie est l'application de la méthode des éléments finis étendue dans les cas étudiés, d'après l'utilisation de cette dernière on peut calculer le FIC dans plusieurs configurations de la fissuration, et aussi dans les cas des fissures inclinées qui sont étudiées par l X-FEM, les résultats obtenus sont très précises par rapport aux autres méthodes.

Chapitre IV

Simulation et résultats numériques

Chapitre IV

IV.1.Introduction

Dans ce chapitre, on a présenté une simulation numérique de certaines pales d'un hélicoptère pour la détermination des fréquences propres et des modes propres.

L'analyse modale est une méthode d'étude des comportements vibratoires de la structure des composants. Elle est utilisée pour enregistrer, analyser et évaluer la fréquence propre et le mode d'oscillation, ainsi que pour optimiser la structure de ces composants. En simulant les fréquences qui agissent sur certains éléments, par exemple sur des plates-formes de mesure de force, on peut déterminer la fréquence propre du système de mesure en fonction de la masse, de la rigidité et de l'amortissement. L'objectif de l'analyse modale est de concevoir les systèmes de mesure de telle sorte que, sur une plage de fréquence donnée, aucune fréquence de résonance ne soit générée qui pourrait fausser le signal pendant la saisie des mesures.

IV.2.Géométrie de la pale

Les valeurs numériques utilisées sont ainsi :

$$L = 6 \text{ m} \quad C = 0.4 \text{ m}$$

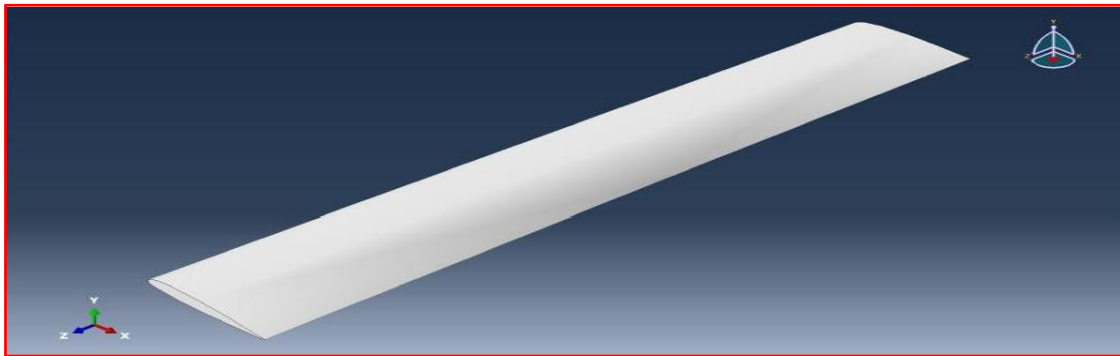


Figure IV.1:Présentation d'une pale 23012

IV.2.1 Propriétés du matériau

Les pales sont en verre époxy, puis en Acier :

Tableau IV.1 : on choisit 02 matériaux : verre époxy et Acier

Matériaux	E1(GPa)	E2(GPa)	E3(GPa)	G12(GPa)	G13(GPa) ₃	G23(GPa)	V12	V13	V23	$\rho(\text{Kg/m}^3)$
Verre /époxy	46	10	10	4.7	4.7	4	0.3	0.13	0.13	1850
Acier	207	-	-	83	-	-	0.247	-	-	2540

IV.2.2 Caractéristiques des matériaux des pales

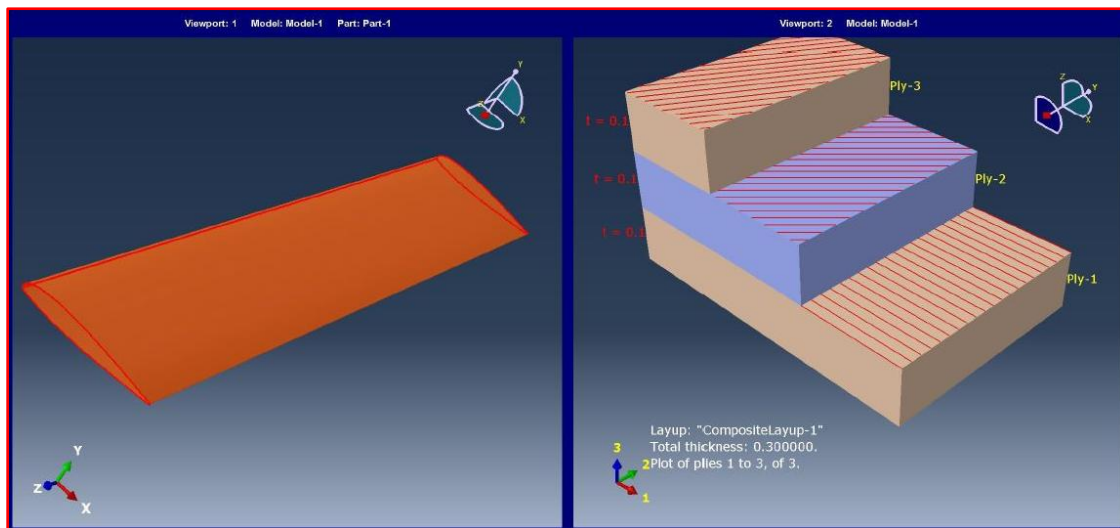


Figure .IV.2: les trois couches des matériaux composites

Pour faire le maillage de notre domaine on utilise le logiciel Abaqus de la manière présentée dans l'image dans l'image suivante :

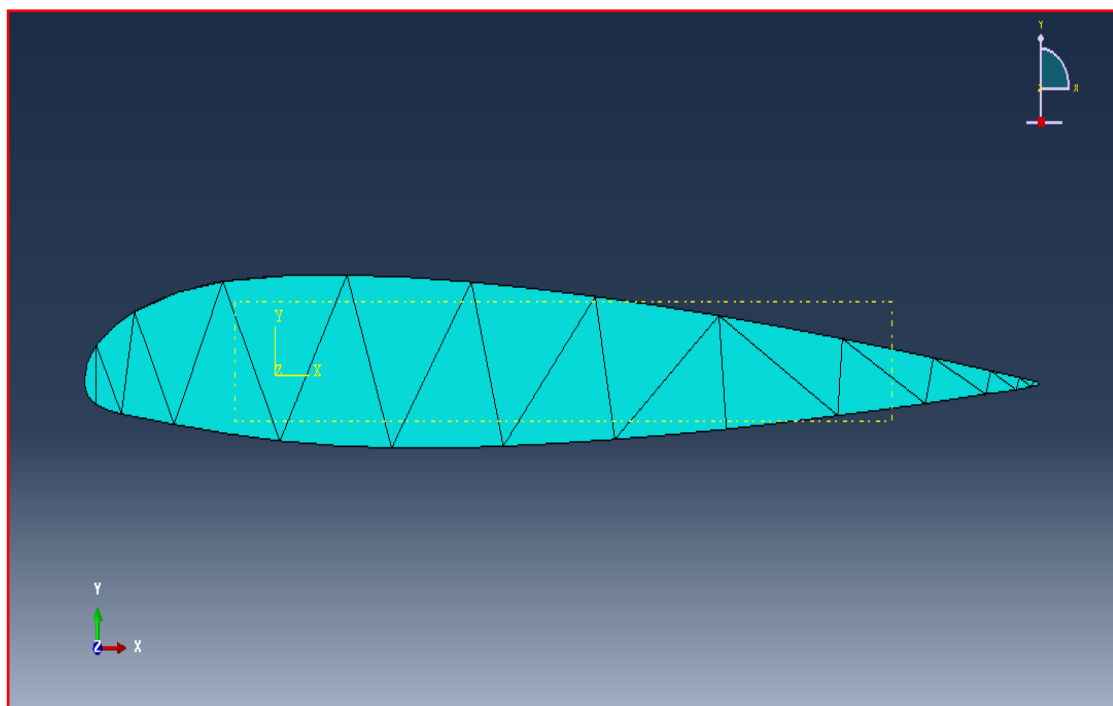


Figure. IV.3: Maillage de la section de la pale. Profil d'aile

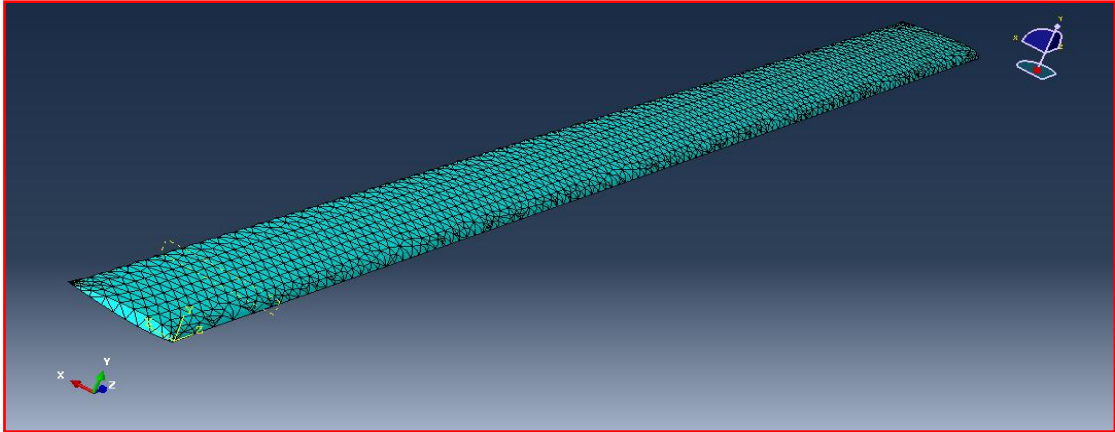


Figure. IV.4: modèle de pale en éléments finis : 18172 nœuds, 9162 éléments

IV.3.Interaction d'une fissure sur la pale:

Pour faire une fissure sur la pale on utilise l'Abaqus de la manière précisée dans l'image suivante :

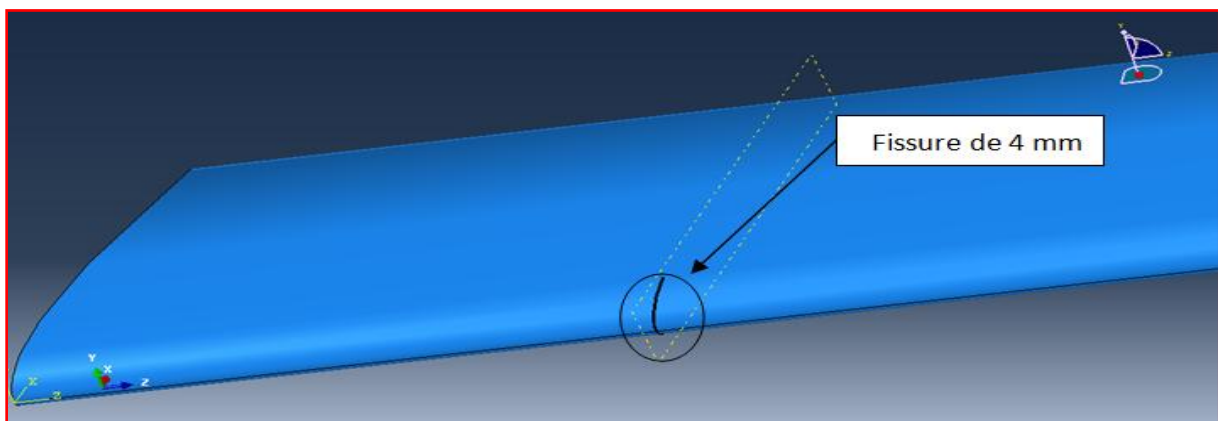


Figure. IV.5:Fissure de 4mm sur la pale

Après l'application des forces sur la pale dans le point de centre de masse avec des valeurs déterminées ($f_x=28.26$; $f_y=475.23$; $f_z=6059$ [N]), le résultat est comme suit :

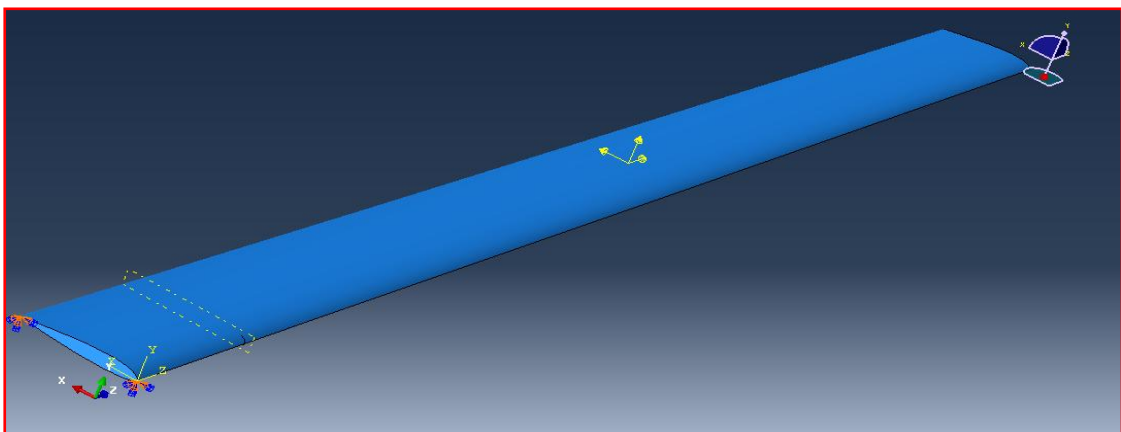


Figure. IV.6:Chargement d'une force

IV.4. Résultats et explications:

L'objectif de cette étude est de déterminer les fréquences propres et les modes propres d'une pale et connaître le facteur d'intensité de contrainte.

IV.4.1. Analyse modale:

IV. 4.1.1 les fréquences naturelles de la pale :

Les fréquences de la pale sont présentées dans le tableau suivant:

Tableau IV.2. Les fréquences naturelles de la pale.

Mode	Type de mode	Fréquence [HZ]		
		Verre époxy	Acier	
			Sans fissure	Avec fissure
1	1er Battement	8.093 e -3	9,7099e -3	9,7399e -3
2	2emeBattement	5.624 e -3	6 ,085e -3	6 ,285e -3
3	1er Traîné	6.980 e -3	7 ,3585e -3	7 ,6585e -3
4	3eme battement	0.14654	0,17029	0,17929
5	4eme battement	0.28328	0,3329	0,3399
6	1er Torsion	0.32328	0,3402	0,3702

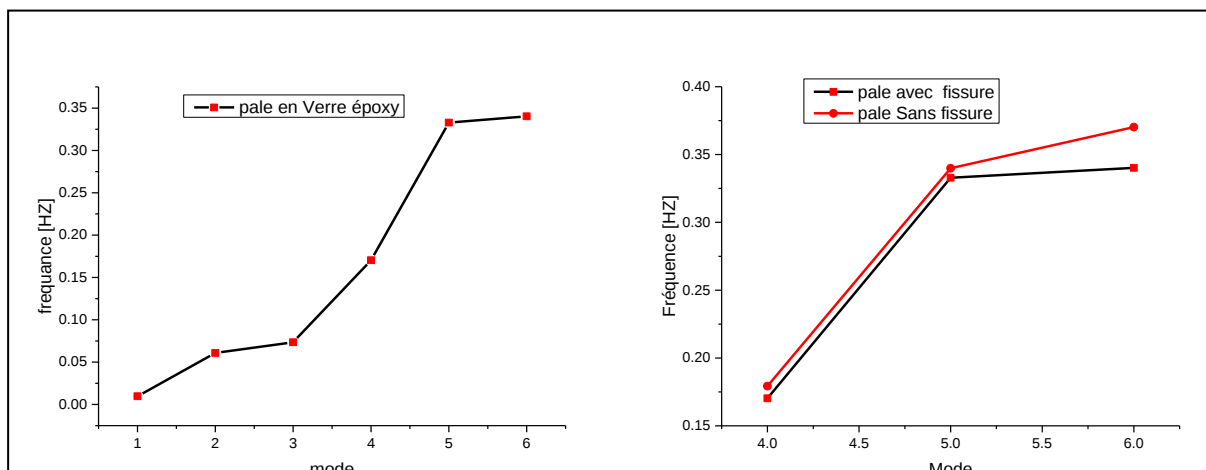


Figure IV.7:fréquence d'une pale en verre époxy

Figure IV.8:fréquence d'une pale sans et avec fissure en Acier

D'après les résultats obtenus, on peut constater que la fréquence en fonction de mode sur la matière en verre époxy est plus lente que la matière en acier, en même temps, quant à la réponse entre la pale fissurée et sainte, on remarque que le fissure diminue la fréquence.

Les figures ci-dessous illustrent les six premiers modes de vibration de la pale, la visualisation de ces modes montrent que l'extrémité de la pale est la zone la plus sollicitée par les déplacements et les contraintes quelque soit la traînée, le battement ou la torsion.

Les valeurs des résultats montrent les différences entre une pale sans fissure et l'autre fissurée en prenant en compte le matériau isotrope, cette différence apparait au niveau de déplacement dans les figures suivantes.

IV. 4.1.2 Les modes propres :

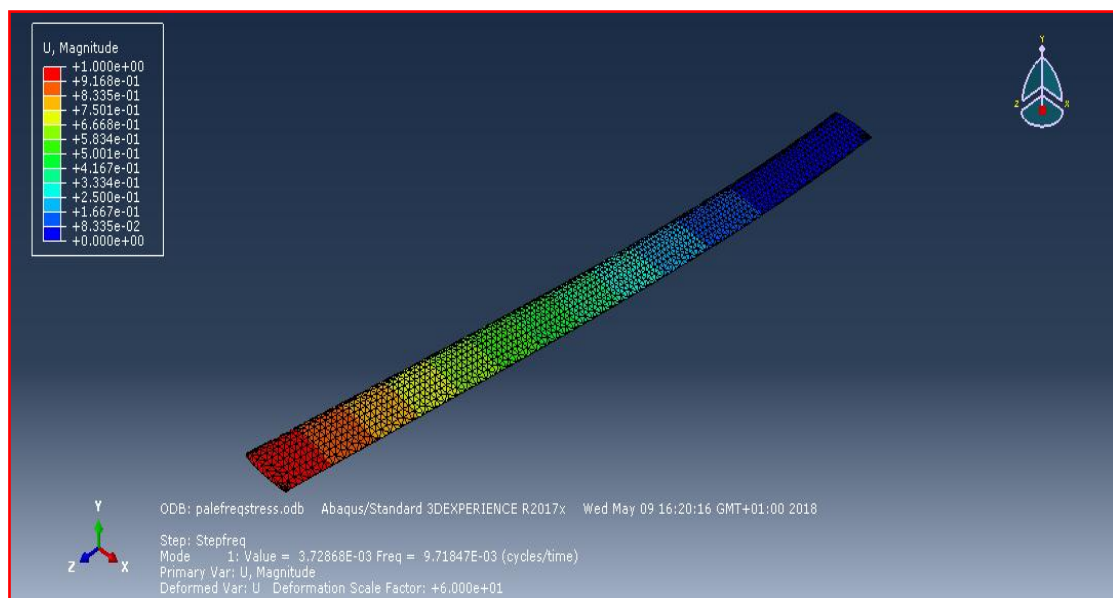


Figure IV.9:Mode de 1^{ère} forme: 1^{ère} mode de battement

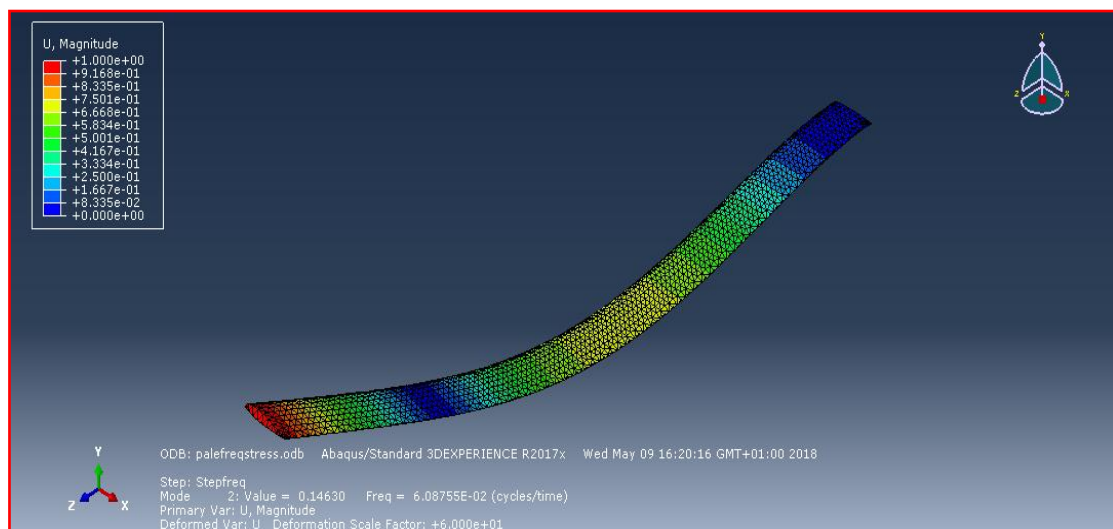


Figure IV.10:Mode de 2^{ème} forme: 2^{ème} mode de battement

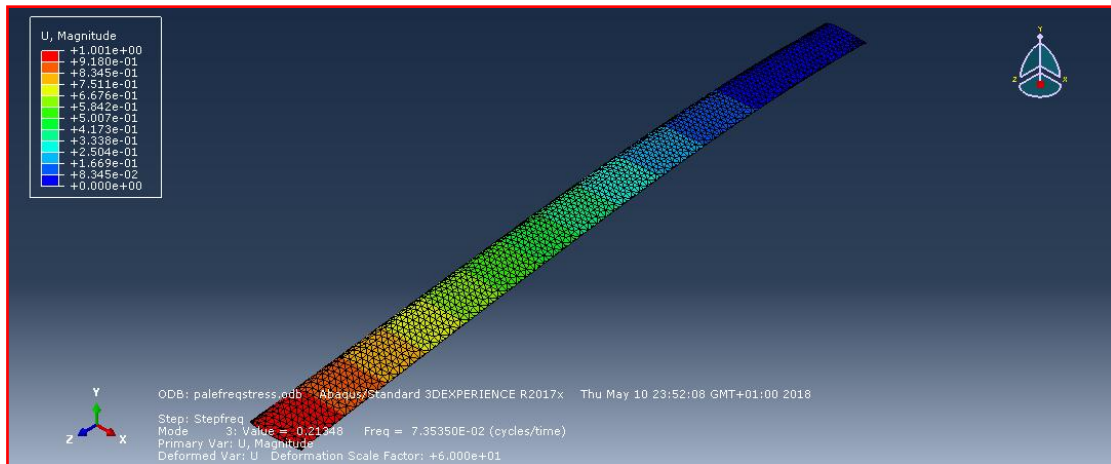


Figure IV.11:Mode de 3^{ème} forme: 1^{er} mode de Trainée

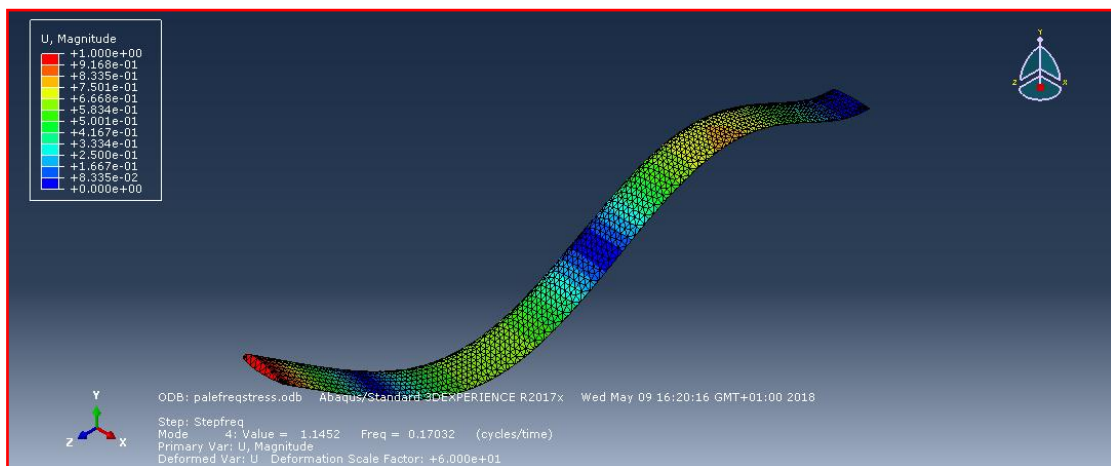


Figure IV.12:Mode de 4^{ème} forme: 3^{ème} mode de battement

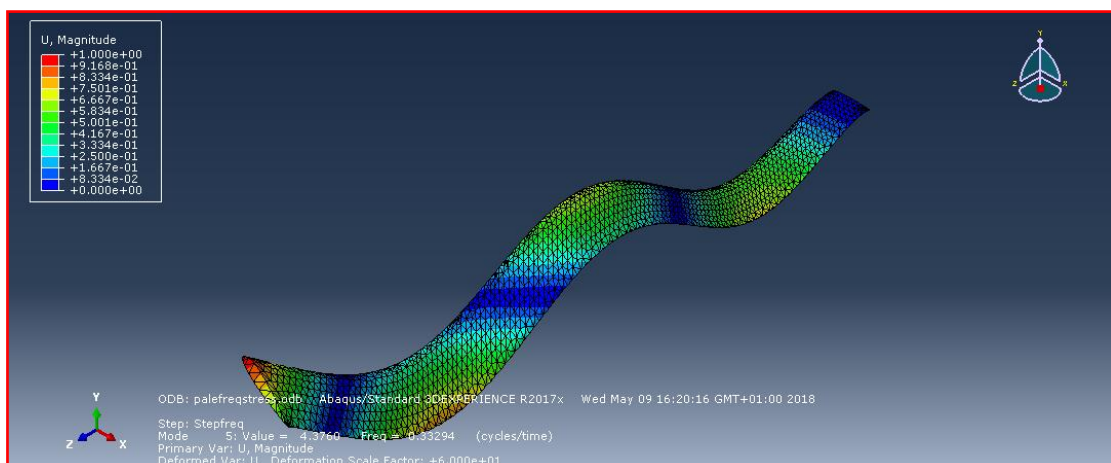


Figure IV.13:Mode de 5^{ème} forme: 4^{ème} mode de battement

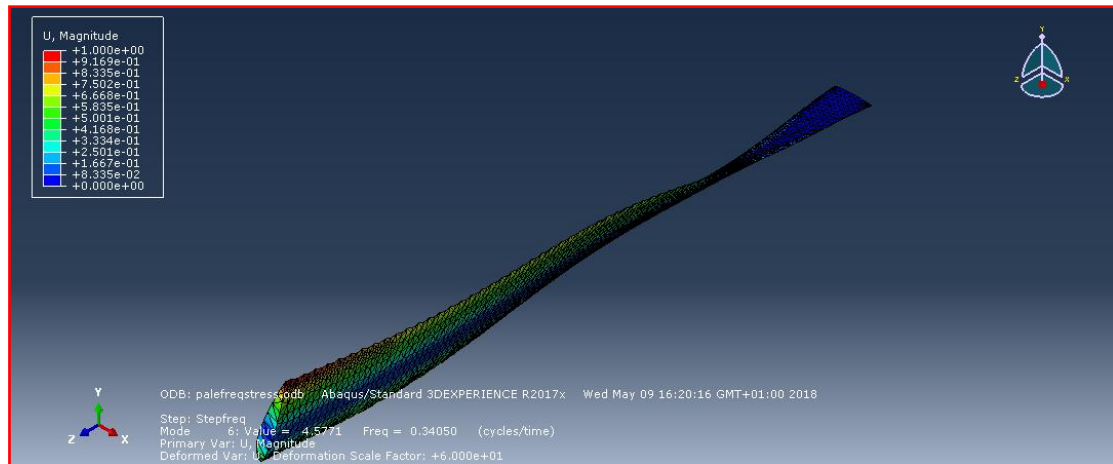


Figure IV.14: Mode de 6^{ème} forme: 1^{er} mode de torsion

IV.4.2 Analyse statique :

D'après le logiciel, on prend les paramètres suivants :

**** La masse totale de model est : En Acier 649.044 KG**

En verre époxy	200.014	KG
----------------	---------	----

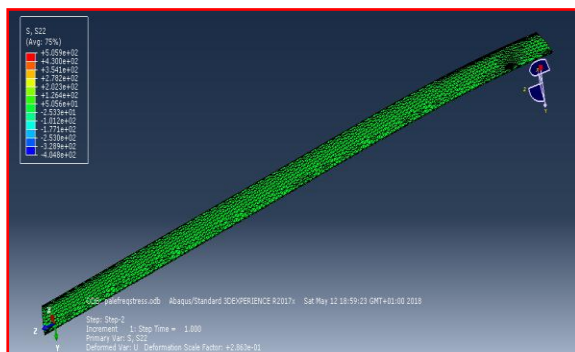
Tableau IV.3:les cordonnées du centre de la masse de la pale.

	Selon l'axe x[mm]	Selon l'axe y[mm]	Selon l'axe z[mm]
En acier	9818.299	5142257.0	77961.16

****** le moment d'inertie selon les axes principaux sont :

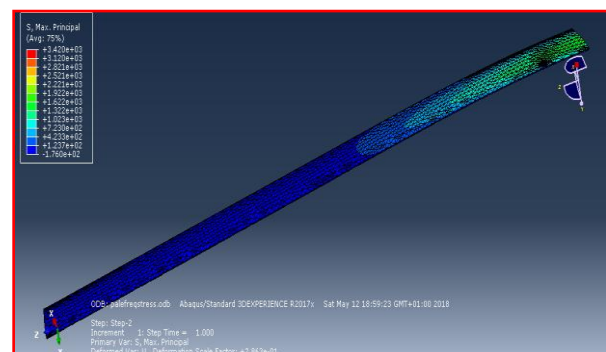
$$I_{xx} = 7.784 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$I_{yy} = 7.812 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$I_{zz} = 240577.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

IV.4.2.1:Les contraintes de la pale :



Figures IV.15: les Contraintes

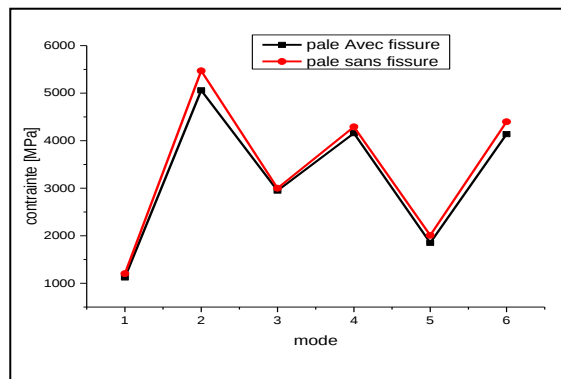
De la pale avec fissure en Acier



Figures IV.16: les Contraintes de

la pale en Verre époxy

Après la comparaison entre les deux cas et d'après le logiciel on a obtenu des valeurs résumées dans le diagramme suivant :



Figures IV.17:contrainte de pale avec et sans fissure.

D'après le graphe, on peut remarquer que les contraintes en différents modes sur le 3^{ème} point ont été démunies, parce que le mode est la trainé, mais puisque sur le dernier point est la torsion, les contraintes dans ce point sont élevées.

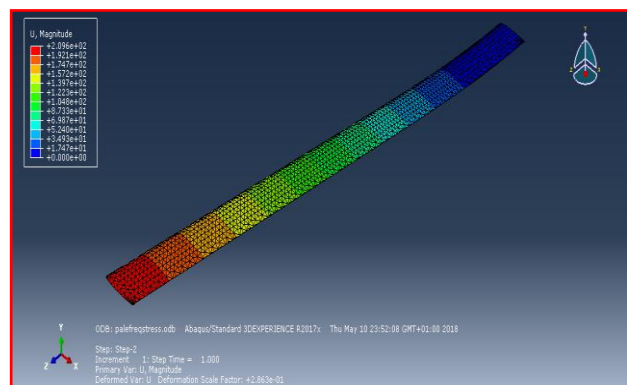
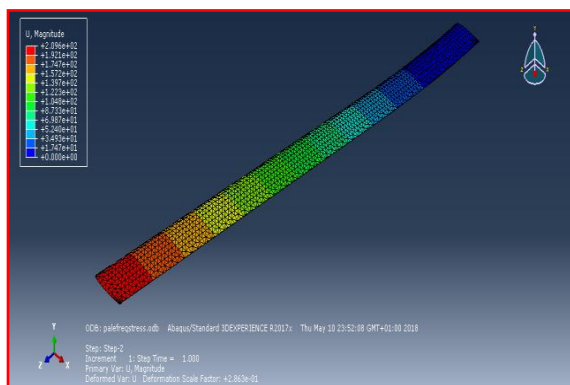
Les valeurs des résultats montrent les différences entre un matériau composite orthotrope et un matériau isotrope, cette différence apparait au niveau de contrainte, donc la rigidité des matériaux isotrope est plus grande par rapport l'orthotrope.

En plus on peut constater clairement que les contraintes de la pale en verre époxy étaient moins légères que celles en acier comme établis dans le tableau ci-dessous.

Tableau IV.4: Valeur max de contrainte de la pale avec deux matériaux.

matériaux	Acier	Verre époxy
σ (MPa)	5,06E+03	37,16

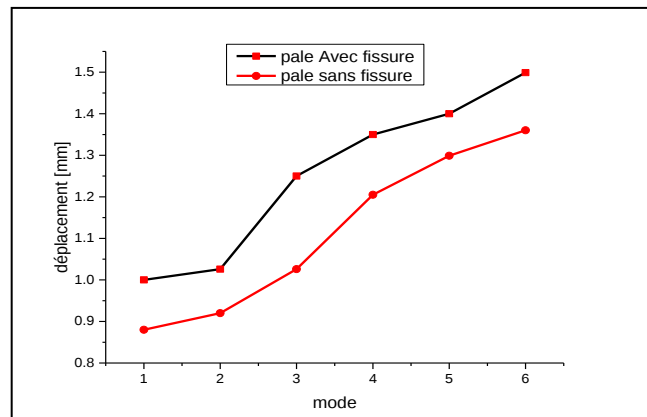
IV.4.2.2: Déplacement de la pale :



Figures IV.18:Déplacement max en Acier

Figures IV.19:Déplacement max en verre époxy

Les valeurs maximales obtenues sont présentées dans la courbe suivante :



Figures IV.20:déplacement de pale avec et sans fissure.

On a constaté que le déplacement de la pale avec fissure est plus grand que la pale sans fissure par ce qu'il y a des nœuds libres autour de fissure proche de l'encastrement (fixation).

On peut constater aussi que : les déplacements entre les deux matériaux sont différents, alors la pale en verre époxy est plus flexible que la pale en acier.

Tableau IV.5: Valeur max de déplacement de la pale avec deux matériaux.

matériaux	Acier	Verre époxy
U max (mm)	44,685	53,0943

Le matériau isotrope subit un déplacement moins par rapport au matériau orthotrope donc il devient plus rigide dans la direction de sollicitation.

IV.5. La propagation de fissure

On intègre une fissure de différentes mesure (2mm ; 3mm ;4mm ;5mm) pour estimer l'évolution de fissure et la propagation .

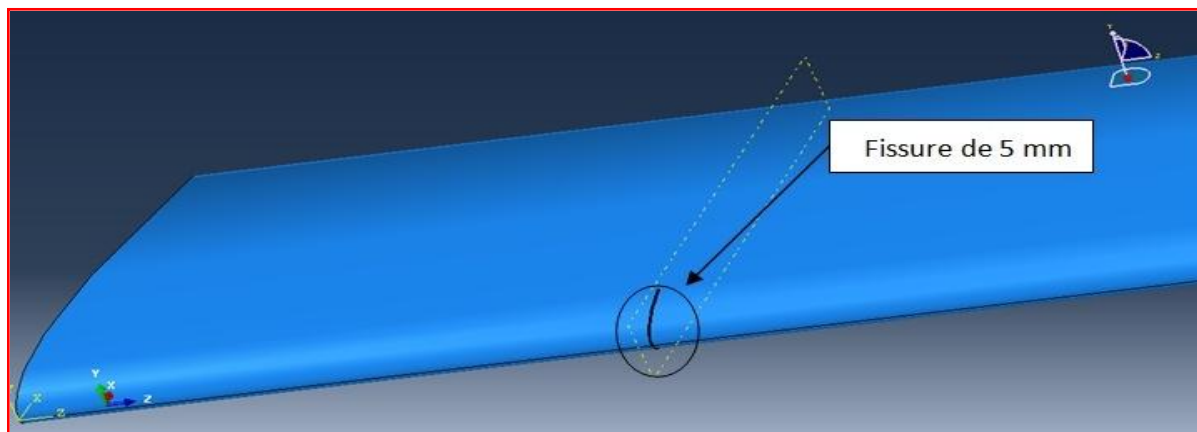


Figure IV.21: Interaction d'une fissure de 5mm sur la pale

Le résultat se présente comme ci :

Premièrement la discrétisation de domaine.

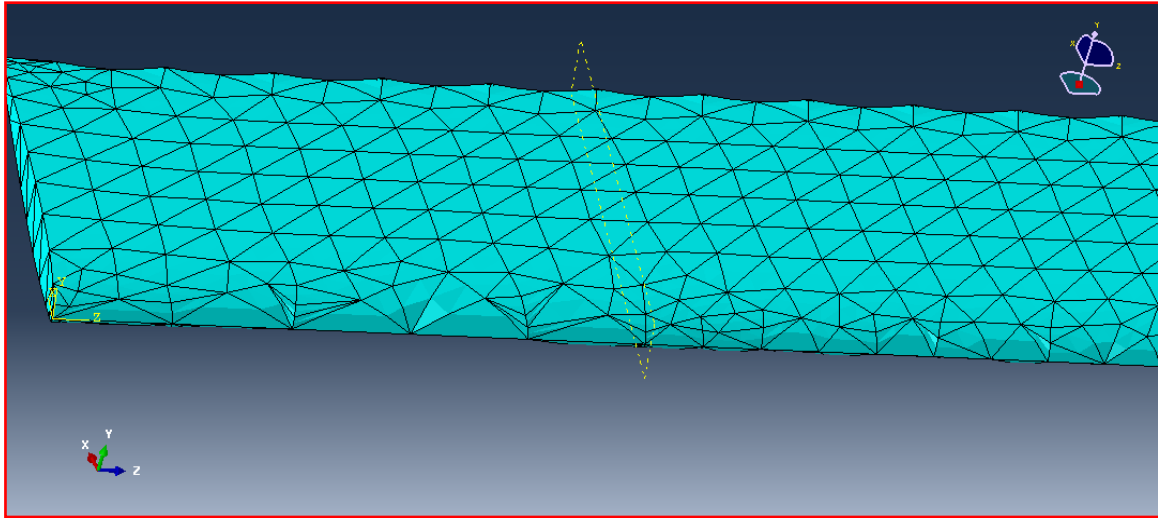


Figure IV.22: pale fissuré

Après l'application des forces sur notre domaine à distance de 50 mm par rapport à l'origine (face de fixation ou bien l'encastrement) dans le centre de masse, on remarque que :

- Le changement de maillage au niveau de fissure.
- L'enrichissement des unités de partition au niveau fissure.

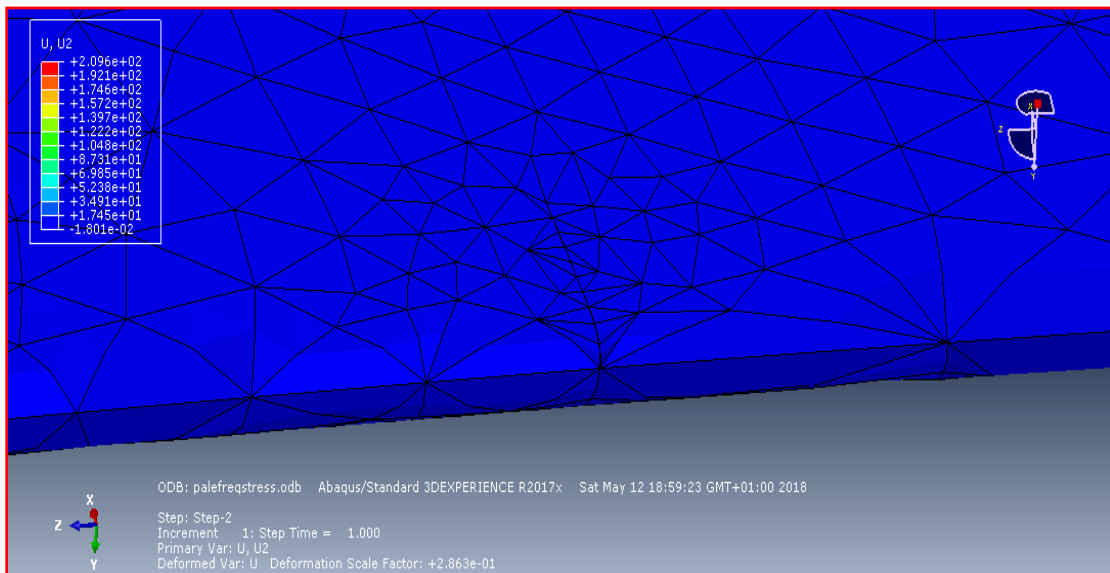


Figure IV.23: pale fissurée après l'application des forces

On peut voir clairement que cette fissure est comme précisé dans la figure suivante, au début de l'évolution, le point en rouge illustre qu'il y a une faiblesse au niveau de ce point et cela va permettre à la fissure de commencer.

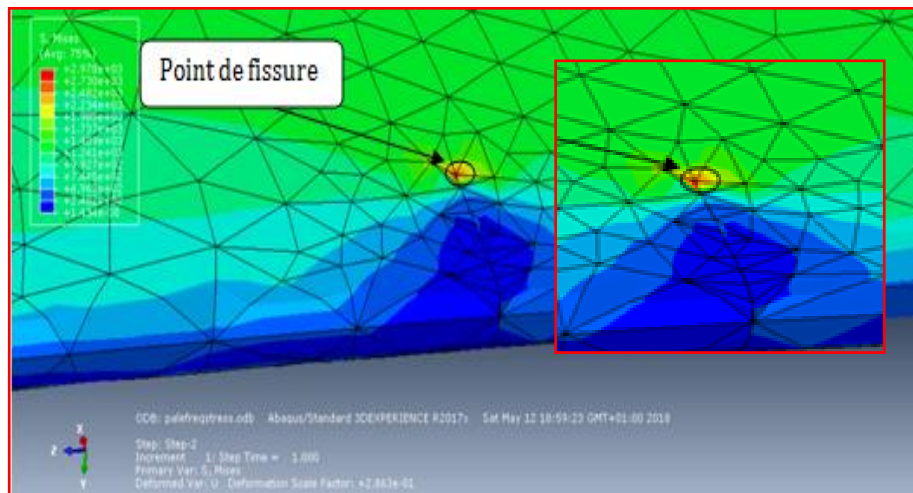


Figure IV.24: point de fissure

IV.5.1 : Facteurs d'intensité de contraintes

Introduits par G.R Irwin en 1957, les facteurs d'intensité de contraintes correspondent à des cinématiques particulières du mouvement des fissures. Dans le cas de la mécanique linéaire de la rupture, les contraintes et les déformations au voisinage d'une fissure admettent un développement asymptotique, dans notre étude on présente l'évolution de FIC dans le diagramme suivant (les distances en cm^2 pour illustration le KI).

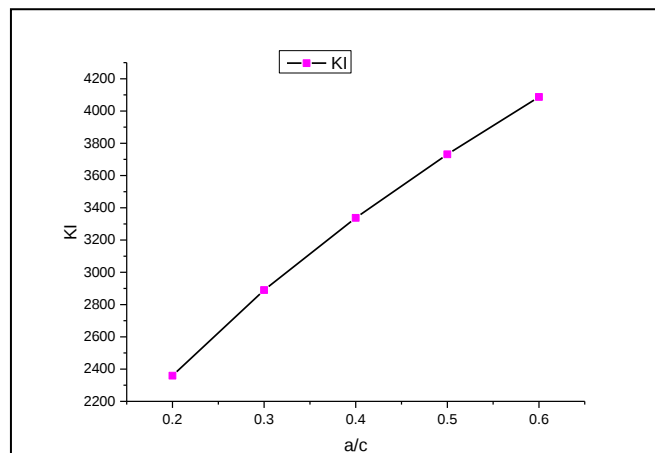


Figure IV.25: Les valeurs Max du facteur d'intensité de contrainte.

Ce facteur s'obtient par consécration des contraintes et des déformations au voisinage du point de la fissure pour les modes de fissuration en mode I,

Les résultats montrent le facteur d'intensité de contrainte KI par rapport à la valeur spécifique de c/a où une solution convergée est obtenue. Figure IV.25 illustre le taux de convergence du facteur d'intensité de contrainte du mode I par rapport à la taille relative du domaine d'intégration. Les FIC restent augmente indépendamment de la réduction du nombre de degrés de liberté.

IV.6 : conclusion

Dans ce chapitre, on obtient les résultats par la simulation d'Abaqus pour l'évaluation de facteur d'intensité de contrainte en mode I, celle-ci sont logiquement acceptable, enfin on conclut qu'il faut utiliser la matière isotrope au niveau de bore d'attaque, et pour la flexibilité on peut utiliser l'orthotrope, car cette dernière est élastique par rapport à l'autre,

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Les calculs des différentes énergies et travaux virtuels des différents éléments d'une pale dont le support est soumis à un mouvement quelconque ont été développés. Cela a permis de définir les équations du mouvement.

On a utilisé deux méthodes pour simuler le comportement des pales en flexion :

La méthode de Rayleigh-Ritz utilisée pour mettre en évidence des phénomènes de base en raison de sa simplicité : seulement deux équations du mouvement. Les résolutions pas-à-pas sont donc efficaces et certains mouvements basiques peuvent être résolus analytiquement. Les inconvénients de ce modèle sont : il ne permet pas d'étudier qu'un mode à la fois, et que l'imprécision est importante lorsque la déformée du mode est mal connue. De plus, il considère l'articulation comme infiniment rigide.

Le modèle obtenu à l'aide de la méthode des éléments finis étendue est plus adapté pour modéliser les systèmes réels car il est plus précis et permet d'étudier l'ensemble des modes de vibration de la pale. Il est également modulaire car chaque élément de la pale possède ses propres caractéristiques. Les comparaisons entre simulations numériques démontrent que le modèle éléments finis étendue proposé permet d'obtenir très bonnes prédictions sur le comportement dynamique d'une pale. Les résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis appliquée à la pale, Les différents modes propres et distributions de contraintes et leurs déplacements dans le corps de la pale sont représentés dans le but de déterminer les zones de fonctionnement critique de la pale.

A ce niveau, les différentes réponses sont ainsi déterminées dans les trois dimensions sachant que le mécanisme étudié travaille cinématiquement en 3D de l'espace. La pale est modélisée afin de visualiser les différents modes en déplacement et vibrations accompagnant son fonctionnement.

La méthode des éléments finis étendue est utilisée pour modéliser les systèmes réels car elle est plus précise et permet d'étudier la propagation de fissure d'une pale, des éléments peuvent donc être ajoutés ou enlevés au gré de l'utilisateur qui peut également ajouter des raideurs, des amortissements ou des forces extérieures en chaque nœud. Les désavantages évidents de cette méthode est que les calculs sont lourds.

Dans notre mémoire, nous avons conclu que la pale en verre époxy soumise à des forces extérieures déterminées était plus flexible que celle en acier, et concernant les fissures que nous avons intégrées au niveau du bord d'attaque, elle nous permet de connaître le facteur d'intensité des contraintes.

Références bibliographique

References:

- [1] **k.n.toosi**, experimental investigation on the ice accretion effects of airplane compressor cascade of stator blades on the aerodynamic coefficients, journal of applied fluid mechanics (jafm) 2013 , volume 6 , number 2; page(s) 167 to 175.
- [2] **Sohrab Gholamhosein Pouryoussefi ***, **Masoud Mirzaei**, **Mohammad-Mahdi Nazemi**, **Mojtaba Fouladi**, **Alireza Doostmahmoudi** , Experimental study of ice accretion effects on aerodynamic performance of an NACA 23012 airfoil ,Chinese Journal of Aeronautics,May 2016,volume 11,pages 01 to 11.
- [3] **J. G. Leishman**, Dynamic stall experiments on the NACA 23012 aerofoil , Experiments in Fluids 9, 49 au 58 (1990)
- [4] **Li Jiang**, Calcul en fatigue des ouvrages métalliques par la mécanique de la rupture, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, thèse doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées en Structures et Matériaux1994. France
- [5] **I.Tawk**, « Modélisation à l'impact de pales d'hélicoptères », Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2009.
- [6] **M. Rohin Kumar**, Effects of blade configuration parameters on helicopter rotor structural dynamics and whirl tower loads, The Aeronautical Journal February 2016 Volume 120 No 1224
- [7] **kazanskiy p**, Active flow control by means of MHD plasma actuator on a NACA 23012 airfoil model ,53rd AIAA aerospace sciences meeting 5-9 January 2015, Kissimmee, Florida.
- [8] **Dokkali Iman** , modélisation de flexibilité de la pale en utilisant la méthodes des éléments finis,12ème congrès de mécanique 21-24 avril 2015 Casablanca (Maroc).
- [9] **M. Idriss**, Analyse de l'amortissement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs endommagés par fissuration, 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.150.
- [10] **D , ryckelynck**. Eléments de mécanique linéaire de la rupture, livre, 23 mars 2015
- [11] **I.ED-DOKKALI, L. EL BAKKALI**, La fatigue et calcul de contraintes de pale de section variable en mode de flexion, 13ème Congrès de Mécanique 11 - 14 Avril 2017, Meknès, MAROC
- [12] **NOOMAN K.W**,Family of Airfoil Shapes for Rotating Blades., US Patent 4,412-664, 1983.
- [13] **Philippe BRUYERE**, La dynamique de vol de l'hélicoptère,1^{er} édition,1984,France.

- [14] **P. Beaumier, M. Costes, D. Petot**, " Couplage dynamique aérodynamique sur le rotor principal d'hélicoptère", Colloque d'Hydrotechnique "Interactions mécaniques entre fluides et structures" Chatou (France), TP 1999-181, 23-24 novembre 1999.
- [15] **Brent Bailey** "Investigation of a Composite Hingeless Helicopter Rotor Blade with Integral Actuators", Department of Mechanical and Aerospace Engineering Carleton University Ottawa, April 17, 2000.
- [16] **Gaffey T. M.**, "The effect of Positive Pitch-flap Coupling (Negative δ_3) on Rotor Blade Motion Stability and Flapping", Journal of American Helicopter Society, April 1969.
- [17] **Johnson Wayne**, "The influence of Pitch-Lag Coupling on the Predicted Aeroelastic Stability of the XV-15 Tilting Proprotor Aircraft", NASA TM X-73, 213, February 1977.
- [18] **Gianni NACCARATO**, "Instabilité du flottement gyroscopique des convertibles", thèse, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Paris, 2003.
- [19] **M. Lacabanne** (AEROSPATIALE – Division Avions), "Aeroelastic Phenomena Control On Civil Aircrafts", Revue Française de Mécanique n°1995-2, 1995.
- [20] **H. Murty, C. Bottasso**, M. Dindar, M. Shephard, and O. Bauchau, "Aeroelastic Analysis of Rotor Blades Using Nonlinear Fluid / Structure Coupling", The American Helicopter Society 53rd Annual Forum, Virginia, April 29-May 1, 1997.
- [21] **Mark W. Nixon**, "Aeroelastic Response and Stability of Tiltrotors with Elastically-Coupled Composite Rotor Blades", Ph.D. Dissertation, University of Maryland, College Park, Maryland, 1993.
- [22] **Lawrence M. Corso, David A. Popelka, and Mark W. Nixon**, "Design, Analysis, and Test of Composite Tailored Tiltrotor Wing", The American Helicopter Society 53th Annual forum, Virginia Beach, Virginia, April 29- May 1, 1997.
- [23] **Venkat Srinivas, Inderjit Chopra, and Mark W. Nixon**, "Aeroelastic Analysis of Advanced Geometry TiltRotor Aircraft", The 36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Adaptive Structures Forum, New Orleans, April 10-13, 1995.
- [24] **JALAL R**, et al, pour que le microcopteur ait un avenir, Thèse, Paris Année 2005-2006
- [25] **DUCHEMIN , M** . Contribution à l'étude du comportement dynamique d'un rotor embarqué, Thèse de doctorat de l'INSA-Lyon, (2003).
- [26] **Tran D. M.** « Etude du comportement dynamique des rotors flexibles », Thèse Université C.Bernard, Lyon, (1981).
- [27] **Dufour R.** Influence d'un couple axial sur le comportement dynamique des rotors flexibles, Thèse LMSt. Lyon: INSA de Lyon, 112 p , (1985).
- [28] **Padfield, G. D.**, Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling, AIAA Education Series, (1996).

- [29]**Bignonnet, A., Carracilli, J., et Jacob, B.** (Mars 1991) : Etude en Fatigue des Fontes métalliques par un Modèle de Mécanique de la Rupture, Conférence ITBTP, N°493, Série Construction Métallique, pp. 58-95.
- [30]**BUI H.** Mécanique de la rupture fragile. Masson, Paris, 1^{ère} édition, 1978. 215 p.
- [31]**Buchalet, C.B., and Bamford, W.H.** (1974) : Stress Intensity Factor for Continuous Surface
- [32]**Flaws I**, Reactor Pressure Vessels, Mech. Crack Growth, ASTM, STP 590.
- [33]**Forman, F.G., Kearney, V.E., and Engte, R.M.** (1967) : Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic Loaded Structures, Trans. ASME, J. Basic Eng. 89, No. 3.
- [34]**Kreta, T., et Jacob, B.** (1991) : Convoi de Fatigue pour les Ponts-Route Mixtes, Revue Construction Métallique, N° 1, pp.41-51.
- [35]**AREIAS P., BELYTSCHKO T.** Analysis of three-dimensional crack initiation and propagation using the extended finite element method. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 63, 2005, p. 760-788.
- [36]**BARSOUM R. S.** On the use of isoparametric finite element in linear fracture mechanics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 10, no 1, 1974, p. 25-37.
- [37]**BATHIAS C., BAILON J.** La fatigue des matériaux et des structures. Hermès, Paris, 2^{ème} édition, 1997. 684 p.
- [38]**BÉCHET E., MINNEBO H., MOËS N., BURGARDT B.** Improved implementation and robustness study of the X-FEM for stress analysis around cracks. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 64, 2005, p. 1033-1056.
- [39]**BLACK T., BELYTSCHKO T.** Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 45, 1999, p. 601-620.

ملخص

يمكن أن تؤثر عدة عيوب هيكلية لشفرة طائرة المروحية على استقرار الرحلة قبل حدوث أي تلف ميكانيكي أحد هذه الأعطاب هو تقشير الطبقات الأمامية المكونة للشفرة، والذي يغطي المواد المركبة للحافة الأمامية المصنوعة من الألياف الزجاجية بحيث تحدث تشققات في الحافة الأمامية للجانب العلوي أو السفلي أثناء حركة الشفرة . الطبقة المعدنية الرقيقة الأمامية تخضع لإجهاد الشد و لإجهاد الضغط ، اعتمدنا في دراستنا على طريقة العناصر المنتهية المعمقة .

هذه الدراسة تسمح بحساب الاهتزازات من خلال حركة الشفرة الممكن حدوثها و كذلك حساب الاجهادات المطبقة على الشفرة .

الكلمات المفتاحية : شفرة ، صدع ، ديناميكي ، عناصر محدودة ممتدة ، رقمي ، هيلكوبتر .

Résumé

Plusieurs défauts de structure de la pale d'hélicoptère peuvent nuire à la stabilité du vol avant l'avarie: c'est-à-dire le décollement de la peau isotrope enveloppant les matériaux orthotropes du bord d'attaque (UD verre-époxy, noyau en nid d'abeille en Acier) et la fissuration du bord d'attaque des parties de la peau inférieure et supérieure. Au cours du battement, la couche mince métallique du bord d'attaque est soumise à des contraintes de traction suivies simultanément de contraintes de compression, capables d'entraîner l'effet de fissure, défini comme une réduction de la limite élastique. Ainsi, le but de ce travail est d'étudier le comportement dynamique d'une pale d'hélicoptère composite basé sur la formulation des problèmes de fissure et une simulation par la méthode des éléments finis étendus (XFEM).

Ce modèle permet d'extraire les fréquences propres et les déformés modales de la pale, et de calculer les contraintes agissant sur la structure pour les différents modes propres. et FIC.

Mots clés : pale, fissure, dynamique, éléments finis étendus (XFEM). numérique, hélicoptère, aérodynamique.

Abstract

Several structural defects of the helicopter blade can affect the stability of the flight before the damage: that is to say the peeling of the isotropic skin enveloping the orthotropic materials of the leading edge (UD glass-epoxy, honeycomb core made of steel) and cracking the leading edge of the lower and upper skin parts. During the beat, the thin metal layer of the leading edge is subjected to tensile stresses simultaneously followed by compressive stresses, capable of causing the cracking effect, defined as a reduction of the elastic limit. Thus, the goal of this work is to study the dynamic behavior of a composite helicopter pallet based on the formulation of cracking problems and a simulation by the extended finite element method (XFEM).

This model makes it possible to extract the frequencies and the modal deformations of the blade, and to calculate the stresses acting on the structure for the different modes and FIC.

Key words: blade, crack, dynamic, extended finite elements (XFEM), Digital, helicopter, aerodynamic.