

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche
Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude
Présenté pour l'obtention du diplôme de
MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies
Filière : Génie mécanique
Spécialité : Energétique

Thème

Contrôle actif de la couche limite laminaire sur une paroi
solide

Devant le jury composé de:

LITYME Fathi

Président

BOULIFA Med ilyace

Examineur

BERKANE Houda

Encadreur

Présenté par :

CHABANI Adel

TEDJANI Abdelbasset

2017-2018

REMERCIEMENTS

En premier, nous remercions le Tout Puissant ALLAH,
notre créateur qui nous ont donné la force d'accomplir ce
travail.

Nous tenons à remercier vivement, notre enseignante
Mme. BERKANE Houda pour ses encouragements, ses
conseils précieux et sa disponibilité.

Nous présentons notre chaleureux remerciement aux
enseignants du département de Génie Mécanique pour leurs
aides et orientations durant notre formation.

Et à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la
réalisation de ce
Travail.

SOMMAIRE

Remerciements
Nomenclature
List des Figures
List des Tableaux

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I: Généralités sur les écoulements et couche limite

I.1 Définition d'un Fluides.....	2
I.1.1 Fluide incompressible	2
I.1.2 Fluide compressible	2
I.1.3 Fluide parfait	2
I.1.4 Fluide réel	2
I.2 Les propriétés physiques des fluides	2
I.2.1 La masse volumique	2
I.2.2 La densité	3
I.2.3 La viscosité	3
I.2.4 Equation de continuité	3
I.3 Types d'écoulements	4
I. 3.1 Ecoulements incompressibles et compressibles	4
I.3.2 Ecoulements laminaires et turbulents	4
I.3.3 Ecoulements stationnaires et in stationnaires	5
I.3.4 Ecoulements unidimensionnels et bidimensionnels	5
I.3.5.La couche limite	5
I.4 Paramètres caractéristiques de couche limite	6
I.4.1 Epaisseurs	6
I.4.1.1 Epaisseur conventionnelle de couche limite dynamique	6
I.4.1.2 Epaisseur de déplacement	6
I.4.1.3 Epaisseur de quantité de mouvement	7
I.4.1.4 Facteur de forme	7
I.4.2 Les catégories de contrôle de la couche limite	8
I.4.2.1 Contrôle actif de la couche limite dynamique	8
I.4.2.2 Définition du soufflage et aspiration	8
I.4.2.3 Contrôle passif de la couche limite dynamique.....	9

Chapitre II: L'équation générale de la couche limite

II.1. Introduction	12
II.2 Etude dimensionnelle de la couche limite	12
II.3.Résolution – Equation de Blasius	14
II.4 Les conditions initiales et les conditions aux limites.....	16
II.4 .1 conditions initiales	16
II.4.2 conditions aux limites	16

Chapitre III: Calcule de couche limite dynamique sous la form bidimensionnel

III.1 Solution de Blasius des équations de couche limite	18
III.1.1 Descriptionde problème d'équation	18
III.1.2 Méthodes de résolution du problème	20
III.1.2.1 Méthode de Runge-Kutta	20
III.1.3 Les conditions aux limites.....	22
III.1.4 Présentation de l'organigramme de calcul.	23

Chapitre IV: Résultats et commentaire

IV.1 Evaluation de la couche limite dynamique	24
IV.1.1Fonction de Blasius	24
IV.1.2. La distribution des vitesses d'écoulement U , V	25
IV.2 Représentation graphique des résultats	27
IV.2.1 Epaisseur conventionnelle de la couche limite	27
IV.2.2 Epaisseur de déplacement.....	27
IV.2.3 Epaisseur de quantité de mouvement.....	28
IV.2.4 Coefficient de frottement	29
IV.3 Commentaires	30

Conclusion générale

Liste des Figures

Chapitre I

Figure I.1	Déférent l'étape de la direction d'un fluide dans un tuyau.	3
Figure I.2	Variation de l'épaisseur et de la vitesse de la couche dynamique sur une paroi plane	5
Figure I.3	Déficit de débit épaisseur de déplacement.	7
Figure I.4	Control actif avec une vitesse uniforme V_0 d'une couche .dynamique sur une plaque plane : aspiration et soufflage	8
Figure I.5	Soufflage avec un profil de vitesse linéaire d'une couche limite dynamique sur une plaque plane.	9
Figure I.6	Mechanism du soufflage tangential	10
Figure I.7	Mécanisme du soufflage normal	10
Figure I.8	Principe de fonctionnement de l'aspiration de couche limite	11

Chapitre II

Figure II.1	Variation de l'épaisseur et de la vitesse de la couche limite dynamique une paroi plane.	13
-------------	--	----

Chapitre III

Figure III.1	Couche limite sur une plaque plane à incidence nulle dans un courant uniforme à l'infini : profils de vitesse et déflexion de lignes de courant.	18
Figure III.2	Organigramme de résolution de l'équation de " blasius " pour une couche limite dynamique le long d'une plaque plane.	23

Chapitre IV

Figure IV.1	Le fonction de blasius f .	24
Figure IV.2	Le fonction de blasius f' .	24
Figure IV.3	Le fonction de blasius f'' .	25
Figure IV.4	Distribution des vitesses dans la couche limite dynamique le long d'une plaque plane	25
Figure IV.5	Influence du contrôle actif sur l'épaissir conventionnelle de la couche limite dynamique δ le long d'une plaque plane à zéro incident.	27
Figure IV.6	Influence du contrôle actif sur l'épaisseur de déplacement δ_1 en couche limite sur une plaque plane à zéro incidence.	28
Figure IV.7	Influence du contrôle actif sur l'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 en couche limite sur une plaque plane à zéro incidence.	29
Figure IV.8	Influence du contrôle actif sur le coefficient de frottement en couche limite sur une plaque plane à zéro incidence.	29

LISTE DES TABLEAUX

Tableau VI.1	Comparaison des caractéristiques de la couche limite	26
Tableau VI.2	Comparaison de la caractéristique de la couche limite dynamique	26

Nomenclature

S	Surface	m^2
Q	Débit	m^3/s
G	Accélération de la pesanteur	m/s^2
f	Fonction de Blasius	
H	Facteur de forme	
L	Longueur de la plaque	M
U, V	Composantes de vitesse	m/s
δ	Epaisseur de la couche limite dynamique	M
δ	Epaisseur de déplacement	M
δ_2	Epaisseur de quantité de mouvement	M
μ	Viscosité dynamique	Kg/ms
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
η	Coordonnée réduite	
ρ	Masse volumique	kg/m^3
ψ	Fonction de courant	m^2/s
C_f	Coefficient de frottement local	$t_p(1/2)\rho U_E^2$
M	nombre de Mach	
Pr	nombre de Prandtl	
Re	nombre de Reynolds	

Introduction générale

Introduction générale

Le contrôle d'un écoulement peut avoir un impact important dans l'industrie. En effet, réduire et/ou supprimer les effets négatifs d'un écoulement (réduction de bruit, diminution de trainée) et améliorer les effets positifs (augmentation du mélange de fluide, de la portance) peuvent augmenter les performances et les possibilités d'utilisation. Le contrôle consiste à amener l'écoulement dans l'état souhaité (léger). Pour cela l'action est menée dans de nombreuses configurations en proche paroi sur ses caractéristiques telles que la transition de l'état laminaire vers l'état turbulent et la séparation.

Notre travail consiste à étudier l'influence du control actif sur les caractéristiques de la couche limite dynamique laminaire sur une paroi solide.

Pour arriver à cet objectif on propose les chapitres suivants :

Dans le premier chapitre on présente une étude théorique sur quelques propriétés du fluide, et des différents types d'écoulements puis un rappel sur les couches limites dynamiques laminares, les différentes caractéristiques de ces couches et les différents types de contrôle actif.

Au cours de deuxième chapitre nous réécrivons les équations de la couche limite dynamique à l'aide de la méthode de "Blasius". Ensuite on détermine les conditions aux limites.

Le troisième chapitre est consacré à la résolution de l'équation de couche limite dynamique sous la forme adimensionnelle à l'aide de la méthode de Runge-Kutta.

Dans le quatrième chapitre on présente les résultats et leurs commentaires. Et en fin on termine par une conclusion générale.

CHAPITRE I

Généralités sur les écoulements et couche limite

I.1. Définition d'un Fluides

Un corps fluide se différencie d'un corps solide par son aptitude à la déformation. Dans un milieu fluide, les interactions entre les molécules sont faibles; ce qui autorise une déformation. Un corps fluide adopte ainsi la forme du réservoir qui le contient.

I.1.1. Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ (kg/m^3) est constante (eau, huile ...).

I.1.2. Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ est variable. Les gaz sont des fluides compressibles [01].

I.1.3. Fluide parfait

Dans un fluide parfait, les forces de contacts sont perpendiculaires aux éléments de surfaces sur lesquelles elles s'exercent.

I.1.4. Fluide réel

Dans un fluide réel, il existe des forces (tangentielles) élémentaires qui s'opposent au mouvement. C'est ce que l'on appelle la viscosité. Nota: Un fluide réel au repos, peut être considéré comme parfait [01].

I.2. Les propriétés physiques des fluides

I.2.1. La masse volumique

La masse volumique, ρ , d'une substance est définie comme étant le rapport :

$$\rho = m/V \text{ en } kg/m^3 \quad (I.1)$$

ρ : Masse volumique en (kg/m^3),

m : masse en (kg),

V : volume en (m^3).

I.2.2. La densité

La densité est définie comme étant le rapport de la masse volumique d'un fluide sur la masse volumique d'un fluide de référence. Elle est donnée par la relation suivante :

$$d = \rho_{\text{fluide}} / \rho_{\text{fluide de référence}} \quad (\text{I.1})$$

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence [02].

I.2.3. La viscosité

La viscosité est définie comme étant la résistance du fluide au mouvement, c'est une mesure de son frottement interne. C'est une relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation et est proportionnelle à une constante dite viscosité dynamique. Les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche de particules fluides en mouvement sur les autres couches adjacentes [03].

I.2.4. Equation de continuité

La conservation de la matière impose que le débit d'un fluide dans un tuyau (ou du sang dans les veines) est constant. Le débit, noté Q est donné par:

$$Q = S.V \quad \text{en } m^3/s \quad (\text{I.2})$$

L'équation de continuité s'écrit:

$$Q = S_1.V_1 = S_2.V_2 \quad (\text{I.3})$$

Ce qui signifie que le fluide circule plus vite dans les parties où le tube est plus étroit [04][05]

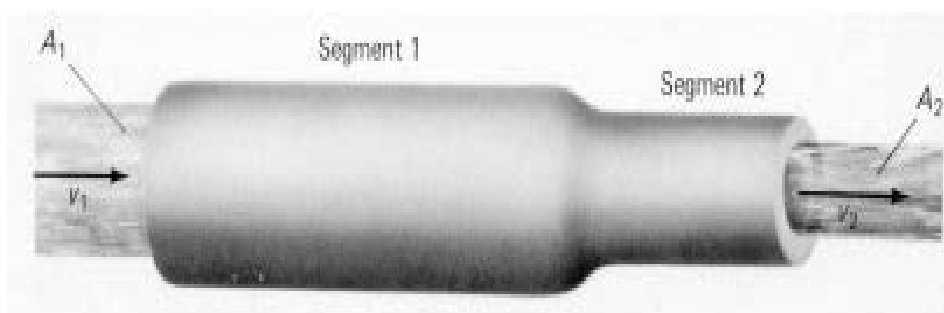


Figure I.1: La direction d'un fluide dans un tuyau.

I.3. Types d'écoulements

I.3.1. Écoulements incompressibles et compressibles

On dit qu'un fluide est incompressible si sa masse spécifique varie faiblement avec la pression ou la température. Pour juger de l'effet de compressibilité dans un fluide en mouvement il faut faire intervenir à la fois la célérité du son et la vitesse de l'écoulement. Le rapport de ces deux grandeurs définit un paramètre adimensionnel appelé nombre de Mach:

$$M = V/C \quad (I. 4)$$

Le nombre de Mach permet de distinguer les régimes subsoniques ($M < 1$), supersonique $1 < M \leq 5$ et hypersonique $M \geq 5$. En outre, pour des écoulements à nombre de Mach inférieur à 0.2 le résultat du calcul de la vitesse fait en considérant le fluide incompressible ne diffère pas de plus de 1% de la valeur trouvée en prenant en compte la compressibilité. C'est la raison pour laquelle on distingue au sein du régime subsonique, la plage des écoulements incompressibles et celle des écoulements où les effets de compressibilité due au mouvement ne peuvent être négligés [06].

I.3.2. Écoulements laminaires et turbulents

On dit qu'un écoulement est laminaire lorsque le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée. L'écoulement est turbulent lorsque le déplacement est irrégulier et que des fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide. Les deux types d'écoulements peuvent être observés par exemple dans le cas d'un filet d'eau s'échappant d'un simple robinet. Lorsque la vitesse est faible, l'écoulement est régulier et laminaire. Au contraire, pour des débits importants et à vitesse plus élevée, on constate que les filets d'eau oscillent autour d'une position moyenne et l'écoulement prend un aspect irrégulier et turbulent.

On établit un critère qui permet de classer a priori les écoulements, c'est la valeur de nombre de Reynolds. Dans un écoulement à faible valeur de "Reynolds" ($Re \ll 1$) les écoulements sont observés aux faibles vitesses. Il s'agit en général d'écoulements très stables, aux profils bien définis, appelés écoulement rampant lorsque l'écoulement qualifié de laminaire quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds (jusqu'à $2000 \div 2300$). Au contraire, dans les écoulements à grand nombre de "Reynolds" ($Re \gg 1$), les écoulements correspondants sont beaucoup moins stables, ils sont observés aux fortes vitesses, sont des écoulements turbulents.

I.3.3. Écoulements stationnaires et instationnaires

On dit qu'un écoulement est stationnaire si toutes les variables décrivant le mouvement sont indépendantes du temps. Ainsi la pression p , la vitesse V , la densité ρ , l'énergie e d'un écoulement stationnaire sont des quantités indépendantes du temps. Un écoulement est dit instationnaire si les variables décrivant le mouvement dépendent du temps.

I.3.4. Écoulements unidimensionnels et bidimensionnels

Dans certains cas particuliers intéressants, le problème physique réel tridimensionnel peut se ramener à l'étude d'un écoulement théorique bidimensionnel ou unidimensionnel. C'est pour ça, on peut considérer l'écoulement de grande étendue suivant l'axe des (z) comme un écoulement bidimensionnel suivant les axes des (x) et (y), et toutes les grandeurs cinématiques ne dépendent alors que de deux variables d'espace.

I.3.5. La couche limite

Considérons l'écoulement d'un fluide avec une vitesse à l'infini amont U_∞ , sur une plaque plane. Au voisinage de la paroi, les valeurs de la vitesse diffèrent de celle de l'écoulement à potentiel et varient en fonction de la distance à la paroi y . Cette zone de gradients de vitesse est appelée couche limite [07].

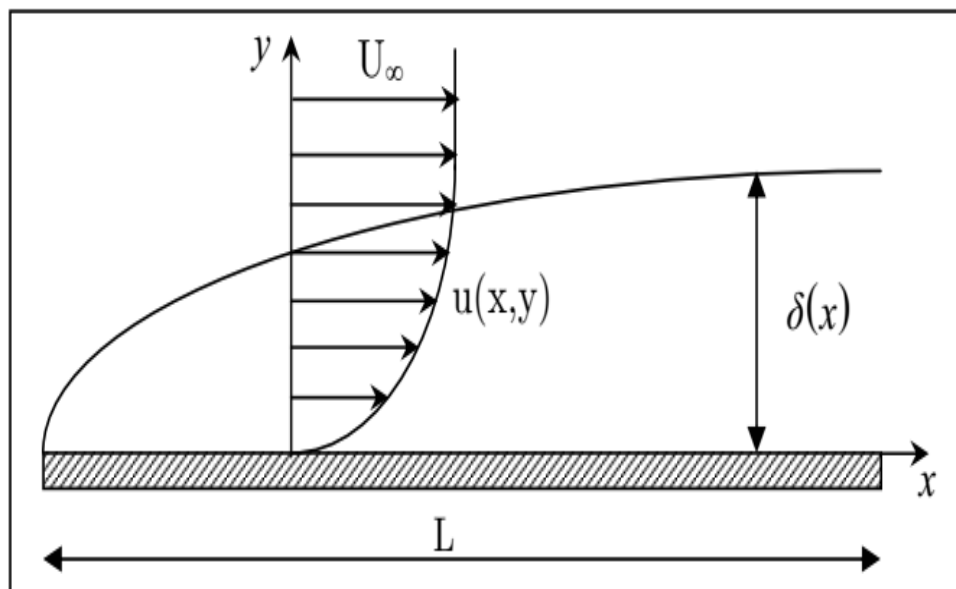


Figure I.2 : Variation de l'épaisseur et de la vitesse de la couche dynamique sur une paroi plane

I.4.Paramètres caractéristiques de couche limite

I.4.1.Epaisseurs

I.4.1.1 Epaisseur conventionnelle de couche limite dynamique

Nous désignerons désormais par $U_E(x)$ la vitesse obtenue en fluide parfait au point d'abscisse x sur l'obstacle. L'épaisseur conventionnelle de couche limite est égale à la distance transversale où la composante longitudinale de la vitesse atteint 99 % de $U_E(x)$. Cette échelle varie en général avec l'abscisse le long de l'obstacle. En la désignant par $\delta(x)$, on a donc :

$$U[x, \delta(x)] = 0.99 \times U_E(x) \quad (I.5)$$

I.4.1.2. Epaisseur de déplacement

En raison du ralentissement du fluide à la paroi, le débit de fluide à travers l'épaisseur de couche limite est inférieur à ce qu'il serait, à distance égale, en fluide parfait, comme l'illustre la figure (I.3). En négligeant la variation des grandeurs en fluide parfait sur une distance transversale de l'ordre de l'épaisseur de couche limite, ce déficit peut être approximativement évalué par :

$$q_p - q_v = \int_0^\delta (\rho_E U_E - \rho U) dy \quad (I.6)$$

Par convention, on l'exprime à partir d'une épaisseur δ_1 telle que :

$$q_p - q_v = \rho_E U_E \delta_1 \quad (I.7)$$

$$\delta_1(X) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho U}{\rho_E U_E}\right) dy \quad (I.8)$$

L'épaisseur δ_1 est appelée Epaisseur de déplacement. Comme l'illustre la figure ci-dessous, ce qualificatif fait référence à l'interprétation physique de cette grandeur qui correspond à la distance dont il conviendrait de déplacer la paroi pour conserver, en fluide parfait sur l'épaisseur $(\delta - \delta_1)$ le même débit qu'en fluide visqueux sur toute la section de couche limite.

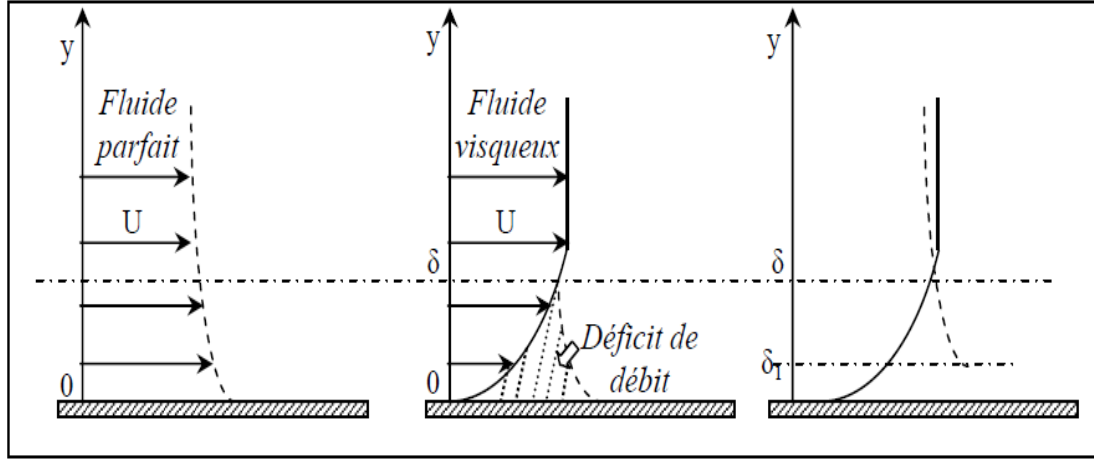


Figure I.3: Déficit de débit et épaisseur de déplacement.

I.4.1.3 Épaisseur de quantité de mouvement

Le ralentissement du fluide à la paroi se traduit également par un déficit de quantité de mouvement. Pour en rendre compte et de façon analogue à l'épaisseur de déplacement, on introduit une deuxième échelle appelée épaisseur de quantité de mouvement notée δ_2 telle que :

$$\delta_2(X) = \int_0^\infty \frac{\rho U}{\rho_E U_E} (1 - U/U_E) dy \quad (I.9)$$

Comme pour δ_1 cette nouvelle épaisseur permet d'exprimer la différence de flux de quantité de mouvement entre écoulements en fluide parfait et visqueux à même débit masse ρU sous la forme :

$$J_p - J_v \approx \int_0^\infty \rho U U_E dy - \int_0^\delta \rho U^2 dy \equiv \rho_E U_E^2 \delta_2 \quad (I.10)$$

I.4.1.4 Facteur de forme

Le rapport entre les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement est désigné sous le nom de facteur de forme :

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (I.11)$$

Cette grandeur prend des valeurs différentes selon la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement dans la couche limite. Pour une couche limite sur plaque plane, elle passe pratiquement du double au simple (d'environ 1,7 à 1,8). Le facteur de forme est également influencé par le gradient adverse, il permet de caractériser l'apparition du décollement qui correspond à une valeur de H [08].

I.4.2. Les catégories de contrôle de la couche limite

I.4.2.1. Contrôle actif de la couche limite dynamique

Dans de tels cas généraux plusieurs techniques, qui ont été développées, pour le contrôle artificiel du comportement de la couche limite le long d'un corps. Parmi ces techniques, le soufflage ou l'aspiration d'un fluide par la surface du corps qui conduit au changement de la structure de la couche limite.

I.4.2.2. Définition du soufflage et aspiration

Le décollement de couche limite étant générateur de perte de portance et d'augmentation de trainée, il faut chercher à le réduire. Différentes solutions ont été apportées à ce problème, en particulier en aéronautique. On a envisagée d'aspirer la couche limite en perçants de petits trous dans la paroi solide et en pompant le fluide. L'efficacité de ce procédé a été prouvé en soufflerie et sur quelques avions prototypes mais il n'a pas encore été mis en œuvre sur des appareils produits série. En revanche, le procédé de soufflage qui consiste à injecter tangentiellement du fluide à grande vitesse dans la couche limite est très efficace et plus simple à mettre en œuvre.

a. Aspiration et soufflage avec une vitesse uniforme

L'écoulement de la couche limite en présence de l'aspiration ou du soufflage peut devenir auto similaire si la vitesse est uniformément distribuée. On se propose d'étudier la couche limite sur une plaque plane avec aspiration ou soufflage du fluide avec une vitesse uniforme V_0 , en l'absence du gradient de pression. Les équations de la couche limite dans ce cas sont : figure (I.4)

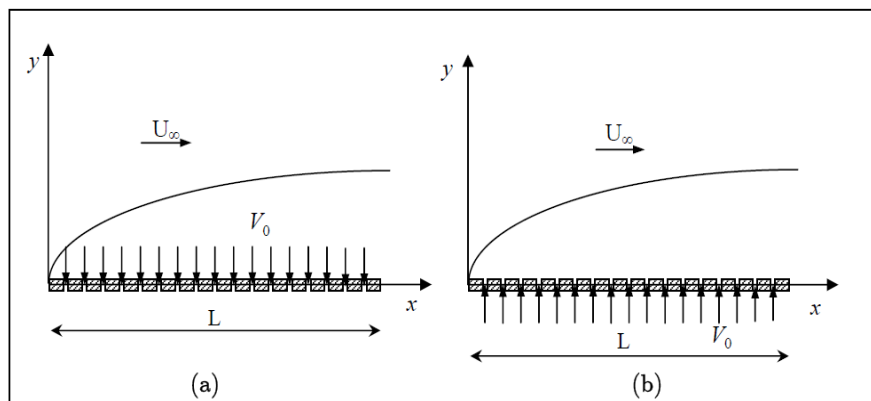


Figure I.4: Contrôle actif avec une vitesse uniforme V_0 d'une couche limite dynamique sur une plaque plane : **(a)** Aspiration, **(b)** Soufflage.

b. Aspiration et soufflage avec un profil linéaire de vitesse

Soit le profil suivant :

$$V = ax + b \quad (I.12)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} V(0) = 0 \\ V(X = L) = V_0 \end{cases} \quad (I.13)$$

$$\quad \quad \quad (I.14)$$

L'introduction de ces conditions dans l'équation $V = ax + b$, donne :

$$V = \frac{V_0}{L} x \quad (I.15)$$

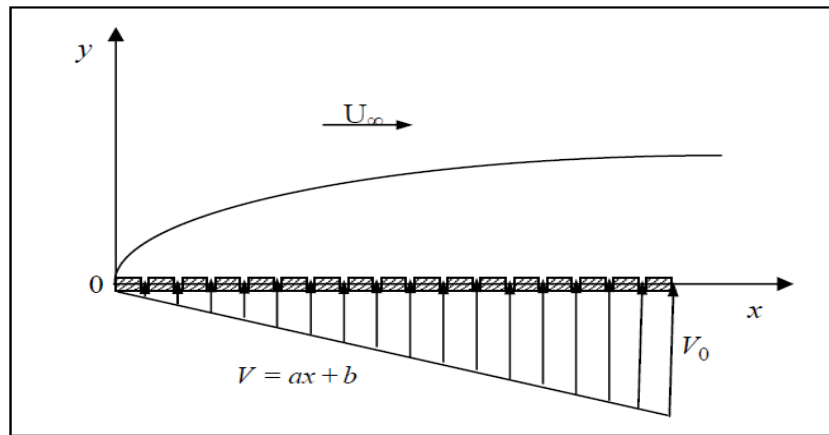


Figure I.5: Soufflage avec un profil de vitesse linéaire d'une couche limite dynamique sur une plaque plane.

I.4.2.3. Contrôle passif de la couche limite dynamique

Les systèmes de contrôle passifs prennent la forme d'appendices plus ou moins discrets, ajoutés au véhicule. Ces solutions peuvent se décliner selon 2 groupes, hiérarchisés par rapport à leur mécanisme de contrôle. L'obstacle peut ainsi être placé au voisinage d'un point de décollement, en amont de celui-ci, pour assurer un transfert d'énergie de l'écoulement principal vers la couche limite de proche paroi afin de repousser le décollement.

a. Contrôle par soufflage

La technique de contrôle par soufflage continu consiste à injecter de la quantité de mouvement, et donc de l'énergie, dans l'écoulement, et plus précisément en proche paroi. Le jet peut être tangentiel, auquel cas la quantité de mouvement longitudinale est directement injectée au voisinage de la paroi (Figure I.6). Il peut également être dirigé normalement à la

paroi (Figure I.7). Dans ce cas, la couche de cisaillement qui se développe au niveau de l'orifice de sortie dégénère en deux vortex contrarotatifs (1 et 2 sur la Figure I.7).

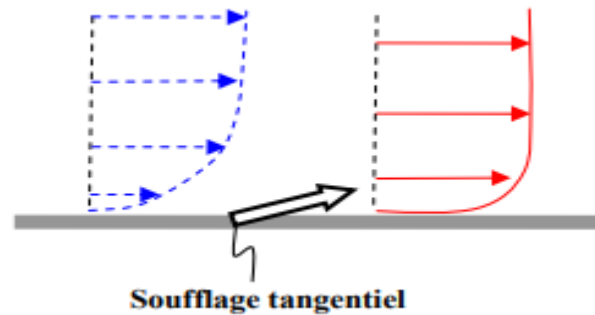


Figure I.6: Mécanisme du soufflage tangentiel

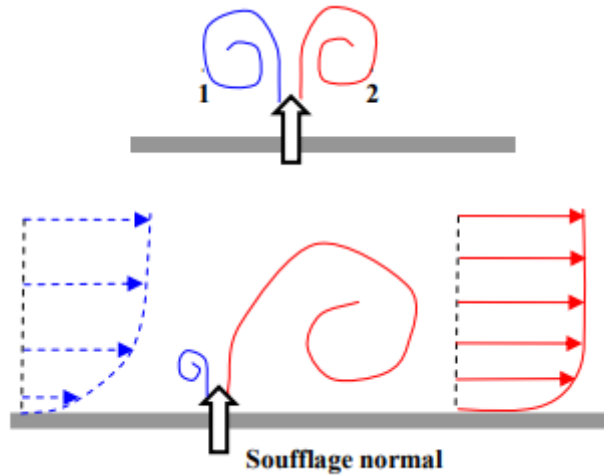


Figure I.7: Mécanisme du soufflage normal

b. Contrôle par aspiration

L'aspiration de couche limite est un phénomène déjà bien connu des expérimentateurs. Elle est en effet utilisée dans les souffleries afin d'éviter la formation d'une couche limite sur le plancher, qui pourrait fausser la validité des résultats. La diffusion de la vorticité transversale, dans la couche limite, implique en effet l'existence d'une composante verticale de vitesse, dirigée vers la couche externe de la couche limite (Figure I.8), qui entraîne l'épaississement de celle-ci. Cet épaississement se traduit par un ralentissement de l'écoulement dans la couche limite, et dans certains cas par un décollement, la quantité de mouvement ne permettant plus de contrer le gradient de pression adverse.

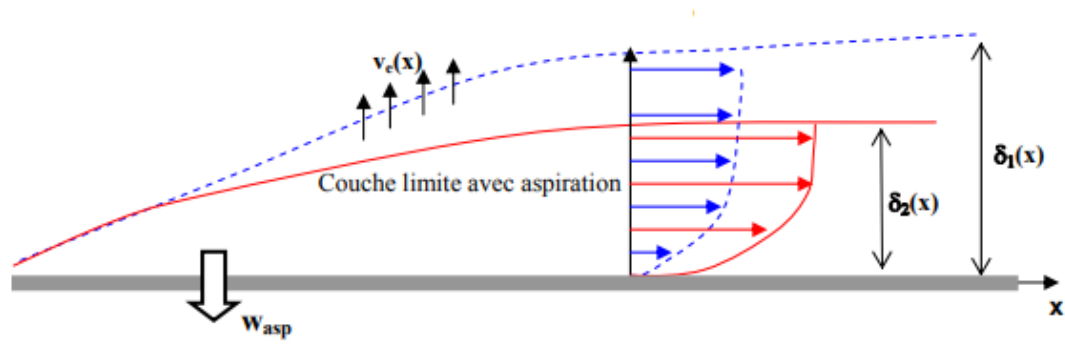


Figure I.8 : Principe de fonctionnement de l'aspiration de couche limite

CHAPITRE II

EQUATION GENERAL DE LA COUCHE LIMITE

II.1. Introduction

la couche limite est une zone particulière d'écoulements cisailés libre ou à paroi où se concentrent les gradients de vitesse, on parle alors de couche limite dynamique.

II.2. Etude dimensionnelle de la couche limite

Au sein de la couche limite ; l'écoulement doit être décrit au moyen de l'équation de Navier-Stokes, la résolution de cette équation s'avère difficile sans poser un certain nombre d'approximations :

Ces approximations doivent être validées sur les bases d'une analyse dimensionnelle.

Considérons alors, au sein de la couche limite, un écoulement :

- stationnaire;
- ou les effets de la pesanteur sont négligeables;
- bidimensionnel (x,y).

Avec ces hypothèses, l'équation de Navier –Stokes se résume à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y}) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \mu(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}) \\ \rho(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y}) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \mu(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.1)} \\ \text{(II.2)} \end{array}$$

Et comme $\nu = \mu / \rho$ on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.3)} \\ \text{(II.4)} \end{array}$$

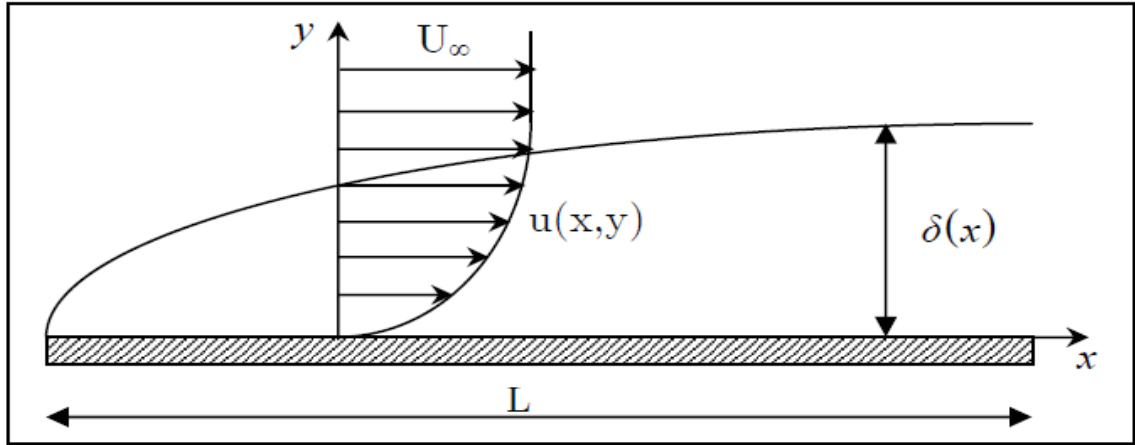


Figure II.1 variation de l'épaisseur et de la vitesse de la couche limite dynamique une paroi plane

On peut ainsi poser que :

$$V \ll U \text{ et } \frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{II.5})$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (\text{II.6})$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} \approx 0 \quad (\text{II.7})$$

Analysons les différents ordres de grandeurs caractéristiques :

$u=U$ ordre de grandeur de la vitesse longitudinale (écoulement uniforme)

$v=V$ ordre de grandeur de la vitesse transversale.

$\frac{\partial}{\partial X} \approx \frac{1}{X}$ Ou x peut représenter la distance au front de l'objet.

$\frac{\partial}{\partial y} \approx \frac{1}{\delta}$ Ou δ peut représenter l'épaisseur de la couche limite. On sait que l'équation de continuité doit être vérifiée:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{Donc} \quad \frac{\partial U}{\partial X} \text{ et } \frac{\partial V}{\partial Y} \text{ sont nécessairement du même ordre de grandeur}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{X} \approx \frac{V}{\delta} \Rightarrow V \approx U \frac{\delta}{X}$$

On peut alors en déduire que :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} \approx \frac{U^2}{X} \quad \text{Et} \quad V \frac{\partial U}{\partial Y} \approx V \frac{U}{\delta} \approx \frac{U^2}{X} \quad (\text{II.9})$$

On sait alors que $U \frac{\partial U}{\partial X}$ et $V \frac{\partial U}{\partial Y}$ sont du même ordre de grandeur $\frac{U^2}{X}$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (\text{II.10})$$

$$\text{Donc: } \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \approx \frac{U^2}{X} \Rightarrow \nu \frac{U}{\delta^2} \approx \frac{U^2}{X} \quad (\text{II.11})$$

On en déduit l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite:

$$\delta \approx \sqrt{\frac{\nu}{U} X} \quad (\text{II.12})$$

$\Rightarrow$ l'épaisseur de la couche limite croît en $\sqrt{X}$

Bilan :

L'analyse dimensionnelle nous a permis de montrer que :

$$\frac{\partial P}{\partial Y} \approx 0, \delta^2 \approx \frac{\nu X}{U} \Rightarrow U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \Rightarrow \text{Equation à résoudre avec}$$

comme conditions limites : $U(X,0) = V(X,0) = U(X,\infty)$

II.3. Résolution – Equation de Blasius

$$\text{Equation à résoudre : } U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (\text{II.13})$$

En dehors de la couche limite, on sait que sur une même ligne de courant, la vitesse reste à peu près constante, par conséquent:

$$\frac{\partial P}{\partial X} \approx 0 \text{ sur une ligne de courant en dehors de la couche limite or, on a vu que dans la couche}$$

$$\text{limite, on a : } \frac{\partial P}{\partial Y} \approx 0 \quad (\text{II.14})$$

Donc, comme il y a continuité des pressions à la frontière de la couche limite, on peut en déduire que : $\frac{\partial P}{\partial X} \approx 0$ dans la couche limite par conséquent, il reste seulement à résoudre :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (\text{II.15})$$

On peut alors raisonner en termes de lignes de courant au sein même de la couche limite :

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial X} dX + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} dY \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Ou} \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{et} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{donc} \quad d\Psi = -V dX + U dY \approx U dY \quad (\text{II.18})$$

On peut alors trouver $\Psi(x,y)$ en intégrant $d\Psi$:

$$\Psi(x,y) = \int_0^y U(x, y') dy' \quad (\text{II.19})$$

Exprimons d'abord la vitesse u en fonction de U :

$$u = U g(\eta) \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{y}{\delta(x)} \rightarrow \text{nombre sans dimension}$$

$$\delta(x) : \text{épaisseur de la couche limite en } x \quad \delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (\text{II.20})$$

$$\Rightarrow \Psi = \int_0^\eta U g(\eta') \delta d\eta' \quad (\text{II.21})$$

$$\Rightarrow \Psi = U \delta \int_0^\eta g(\eta') d\eta' \quad (\text{II.22})$$

$$\Rightarrow f(\eta) = g(\eta') d\eta' \quad (\text{II.23})$$

Donc la fonction $f(\eta)$ est telle que :

$$f'(\eta) = \frac{df}{d\eta} = g(\eta) \quad (\text{II.24})$$

On peut alors écrire :

$$\Psi(x,y) = U \delta(X) f(\eta) \quad (\text{II.25})$$

$$\text{Car} \quad \eta = \frac{y}{\delta(x)} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Donc il faut résoudre :} \quad U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$\text{Sachant que :} \quad u = U g(\eta) = U f'(\eta) \quad (\text{II.27})$$

$$V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} = -U f(\eta) \frac{d\delta}{dX} - U \delta \frac{\partial \eta}{\partial X} f'(\eta) \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = U \frac{\partial \eta}{\partial X} f''(\eta) \quad (\text{II.29})$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = U \frac{\partial \eta}{\partial Y} f''(\eta) = \frac{U}{\delta} f''(\eta) \quad (\text{II.30})$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{U}{\delta} \frac{\partial \eta}{\partial Y} f'''(\eta) = \frac{U}{\delta^2} f'''(\eta) \quad (\text{II.31})$$

On obtient ainsi :

$$Uf'U\frac{\partial\eta}{\partial x}f'' - U\left\{f\frac{\partial\delta}{\partial x} + \delta\frac{\partial\eta}{\partial x}f'\right\} \cdot \frac{U}{\delta}f''v\frac{U}{\delta^2}f''' \quad (\text{II.32})$$

Soit, après simplification : $2f''' + ff'' = 0$ équation de Blasius (II.33)

Résolution numérique $\Rightarrow f(\eta) \Rightarrow f'(\eta) \Rightarrow U = Uf'(\eta)$ (II.34)

II.4. Les conditions initiales et les conditions aux limites

II.4.1 conditions initiales

Hormis le cas du mouvement permanent, la détermination du champ de l'écoulement à un instant quelconque t suppose la connaissance de ce même champ à un instant t_0 . les valeurs des fonctions $U_i(x, y, z, t_0), P(x, y, z, t_0), \rho(x, y, z, t_0), T(x, y, z, t_0)$ sont appelées conditions initiales pour le calcul de l'écoulement sur $[t_0, \infty[$,

II.4.2 conditions aux limites :

L'écoulement s'effectue dans un domaine Ω de R^3 dont la frontière δ_Ω ne peut être constituée, en tout ou partie, que d'une paroi solide. les conditions à faire intervenir sur cette limite, selon que l'on considère le champ de vitesse ou de température sont les suivantes :

- égalité des vitesses aux points coïncidents fluide / solide : la condition d'adhérence macroscopique du fluide visqueux se traduit en effet pour toute particule fluide en contact avec un solide, par l'égalité de la vitesse locale de cette particule et celle du solide au point de contact - valeur de la température ou du flux de chaleur à la paroi : la conduction de la chaleur au sein d'un fluide en contact avec une paroi sous déséquilibre thermique peut s'envisager, contrairement au transfert de quantité de mouvement, soit (i) à température pariétale imposée, soit (ii) à flux de chaleur au contact fluide-solide imposé [09].

On considère l'étude de ce cas bidimensionnel (x, z) et stationnaire et les effets de la pesanteur sont négligeables.

Donc : $\eta = \frac{y}{\delta}$, $u = v = 0$. $y = 0 \Rightarrow \eta = 0$, $f'(0) = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = 0 \Rightarrow f' = 0, \rho = 0 \\ y = 0 \Rightarrow \eta = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.18})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = 0 \Rightarrow f' = 0, \rho = 0 \\ y = 0 \Rightarrow \eta = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.19})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = 0 \quad , f' = f = 0 \\ \eta \rightarrow \infty \quad , f' = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.20)} \\ \text{(II.21)} \end{array}$$

Donc ce cas-là l'équation a la forme :

$$2f''' + ff'' = 0 \quad \text{(II.22)}$$

CHAPITRE III

Calcul de couche limite dynamique sous la forme adimensionnel

III.1 Solution de Blasius des équations de couche limite

III.1.1 Description de problème d'équation

Une plaque plane, infiniment mince, de longueur L et d'envergure b est disposée parallèlement à un écoulement uniforme de vitesse U_∞ d'un fluide visqueux (ν) et non pesant. Le mouvement est supposé permanent et le rapport de forme b/L tel qu'il autorise une approche bidimensionnelle plane. Enfin le nombre de Reynolds global $U_\infty L/\nu$ est pris suffisamment grand pour justifier les approximations de couche limite.

En fluide parfait, l'obstacle se confondant avec une portion de ligne de courant, l'écoulement reste celui d'un champ de vitesse uniforme en tout point, de valeur U_∞ .

Auquel correspond bien évidemment un champ de pression constante. en application du théorème de Bernoulli le long de la plaque, on en déduit que $\frac{dP_E}{dx} = 0$

Comme le schématise la figure suivante, le caractère visqueux du fluide réel provoque une répartition transversale, de vitesse (a) s'accompagnant d'une déflexion des lignes de courant (b). Ce sont ces caractéristiques qu'il s'agit de déterminer ainsi que la loi correspondant de frontière de couche limite.

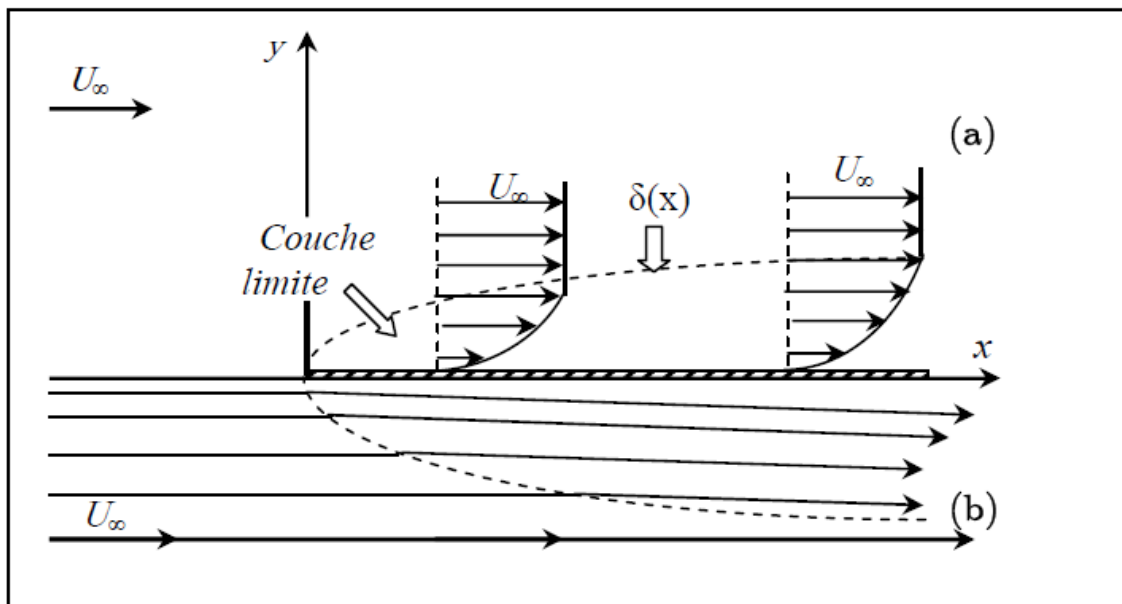


Figure III.1: Couche limite sur une plaque plane à incidence nulle dans un courant à l'infini : (a) Profils de vitesse ; (b) Déflexion des lignes de courant uniforme

En application du modèle de "Prandtl" et puisque le gradient longitudinal de pression est nul, la correction de vitesse au sein de la couche limite est régie par les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

Avec pour conditions aux limites $U(x, 0) = V(0) = 0$ et $U(x, y) = U_\infty (\equiv C^{te})$ nous savons qu'une solution d'affinité existe dans ce cas et qu'elle correspond à une fonction courant de la form :

$$\Psi = U_\infty(x) f(\eta) f'(\eta) \quad (\text{III.3})$$

Où la variable η est définie par $\eta = \frac{y}{g(x)}$. En observant que :

alors faciles à obtenir :

$$d\eta = -y \frac{g'(x)}{g^2(x)} dx + \frac{dy}{g(x)} \quad (\text{III.4})$$

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty f' \quad (\text{III.5})$$

$$-V = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = U_\infty g' (\eta f' - f) \quad (\text{III.6})$$

Ainsi que:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -U_\infty \frac{g'}{g} \eta f'' \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = U_\infty \frac{f''}{g} \quad (\text{III.8})$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_\infty \frac{f'''}{g^2} \quad (\text{III.9})$$

La substitution de ces expressions dans l'équation de la dynamique, conduit après simplifications à la relation :

$$\frac{U_\infty}{\nu} g g' = -\frac{f'''}{f f''} \quad (\text{III.10})$$

qui, en raison de la séparation des variables ne peut être satisfaite que pour :

$$\frac{U_{\infty}}{v} g g' = cte = K \quad (\text{III.11})$$

$$-\frac{f'''}{f f''} = cte = K \quad (\text{III.12})$$

Le choix de la constante $K \neq 0$; reste arbitraire et en suivant la proposition de Blasius, nous prendrons $K = 1/2$. Le changement de variable est alors fixé par

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_{\infty}}{v x}} \quad (\text{III.13})$$

Et l'équation différentielle résolvante du champ de vitesse devient :

$$2f''' + f f'' = 0 \quad (\text{III.14})$$

Les conditions aux limites après transformation, imposent que :

$$U = 0 \Leftrightarrow f' = 0 \quad V = 0 \Leftrightarrow (\eta f' - f) = 0 \Leftrightarrow f = 0 \quad f' = 1 \quad (\text{III.15})$$

III.1.2 Méthodes de résolution du problème

C'est une méthode très utilisée, qui a l'avantage d'être facile à programmer et surtout d'être stable (peu d'erreurs). Dans les détails, elle n'est qu'une application de nombreuses formules toutes aussi compliquées les unes que les autres

III.1.2.1 Méthode de Runge-Kutta

Prenons le cas d'une plaque plane mince dans un écoulement uniforme $u = U_0 = cst$, $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ à l'extérieur de la couche limite, et $\left(\frac{\partial p}{\partial y} = 0\right)$ la couche limite, les équations du mouvement se réduisent en :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (\text{III.16})$$

Avec $(P=cte)$.Poisons

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}(x, y) \quad (\text{III.17})$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}(x, y) \quad (\text{III.18})$$

$$(III.16) \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) = v \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} \quad (III.19)$$

A proposé :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}(x, y) = U_0 f'(\eta) \quad (III.20)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}(x, y) = 0.5 \sqrt{\frac{U_0 V}{X}} (f' \eta - f) \quad (III.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -0.5 U_0 \frac{\eta}{x} f'' , \quad \frac{\partial U}{\partial y} = U_0 \left(\frac{xv}{U_0} \right)^{-0.5} f'' \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_0^2 (xv)^{-0.5} f''$$

Après les simplifications, l'équation (III.14) est équivalente :

$$f''' + 0.5 f f'' = 0 \quad (III.22)$$

Les conditions limites de cette équation sont :

- Près de la paroi solide($u = v = 0$),

Donc :

$$y = 0, f' = 0 \quad \text{et} \quad \eta = 0 \quad (III.23)$$

$$\bullet \begin{cases} u \Rightarrow U_0 \\ Y = \infty \end{cases} \Rightarrow u = U_0 f' \Rightarrow f' = 1 \Rightarrow \eta = \infty \quad (III.24)$$

Pour solution l'équation (III.14), on pose :

$$f' = \frac{df}{d\eta} = p, \quad \frac{dp}{d\eta} = q, \quad \frac{qd}{d\eta} = -0.5 f q \quad (III.25)$$

Appliquons les formules de « Runge-kutta » pour chacune des équations précédentes, on obtient :

$$D_1 f_i = h p_i \quad (III.26)$$

$$D_1 p_i = h q_i$$

$$D_1 q_i = -0.5 h f_i h q_i$$

Avec (h) est un pas choisi sur l'axe (η).

$$D_2 f_i = h (p_i + 0.5 D_1 p_i) , \quad D_2 p_i = h (q_i + 0.5 D_1 q_i)$$

$$D_2 q_i = -0.5 h (f_i + 0.5 D_1 f_i) (q_i + 0.5 D_1 q_i)$$

$$D_3 f_i = h (p_i + 0.5 D_2 p_i)$$

$$D_3 p_i = h (q_i + 0.5 D_2 q_i)$$

$$D_4 f_i = h (p_i + 0.5 D_3 p_i)$$

$$D_4 p_i = h (q_i + 0.5 D_3 q_i)$$

$$D_4 p_i = h (q_i + 0.5 D_3 f_i) (g_i + 0.5 D_3 q_i)$$

Finalement, les valeurs de f , f' et f'' sont calculées pour (η_{i+1}) :

$$f_{i+1} = f_i + \frac{1}{6} (D_1 f_i + 2 D_2 f_i + 2 D_3 f_i + D_4 f_i) \quad (\text{III.27})$$

$$p_{i+1} = p_i + \frac{1}{6} (D_1 p_i + 2 D_2 p_i + 2 D_3 p_i + D_4 p_i) \quad (\text{III.28})$$

$$q_{i+1} = q_i + \frac{1}{6} (D_1 q_i + 2 D_2 q_i + 2 D_3 q_i + D_4 q_i) \quad (\text{III.29})$$

III.1.3 Les conditions aux limites

Avec pour conditions aux limites $f(0) = f'(0)$ et $f''(\infty) = 1$. Il n'existe pas de solution analytique à cette équation, mais comme il s'agit d'une équation différentielle ordinaire, elle est bien plus simple à résoudre numériquement que l'équation originale (III.16) entre autres, une méthode numérique adaptée permet de la résoudre. Une fois f déterminée numériquement, on déduit le profil de vitesse (voir)

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = u_e f'(\eta) \quad (\text{III.30})$$

$$V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{2} u_e \quad (\text{III.31})$$

on peut déduire la valeur de f : $f = \mp 0.2$

f est positive pour le cas de l'aspiration et négative pour le cas du soufflage.

$$U = 0 \Leftrightarrow f'$$

$$V = V_0 \Leftrightarrow \begin{cases} f = +0.2 (\text{pour l'aspiration}) \\ f = -0.2 (\text{pour le soufflage}) \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

$$V = ax + b \quad (\text{III.33})$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} V(0) = 0 \\ V(x = 1) = V_0 \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

III.I.4. Présentation de l'organigramme de calcul

L'organigramme présenté sur la figure (III.2) traduit les étapes de calcul précédentes.

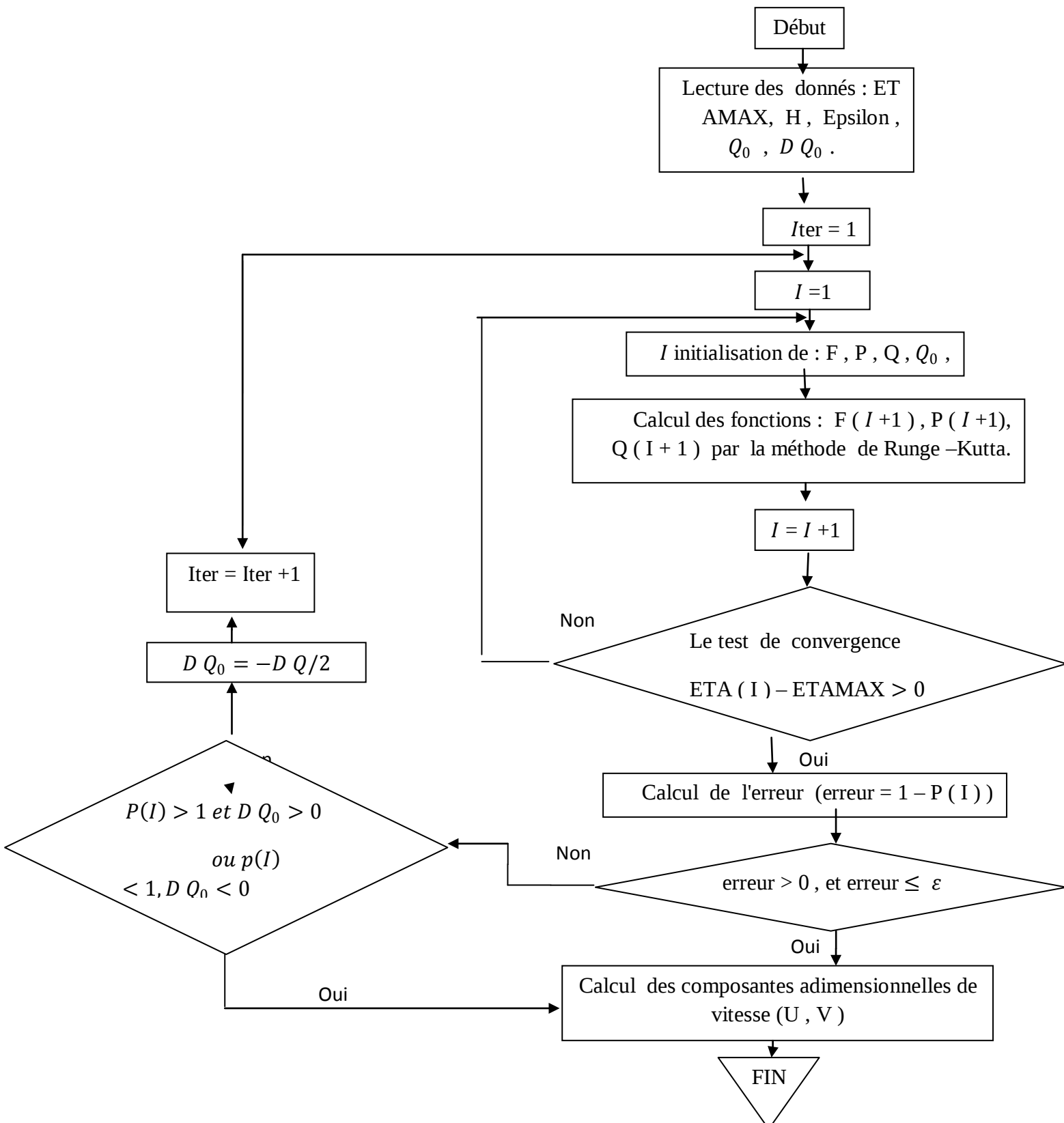


Figure III.2 : Organigramme de résolution de l'équation de "Blasius" pour une couche limite dynamique le long d'une plaque plane.

Chapitre IV

Résultats et commentaires

IV.1 Evaluation de la couche limite dynamique

Après la résolution de l'équation de la couche limite dynamique en variable adimensionnel, on peut déterminer les différentes caractéristiques de la couche limite dynamique.

IV.1.1 Fonction de Blasius

La détermination des fonctions f , f' et f'' permet le calcul de toutes les caractéristiques de la couche limite dynamique. La fonction $f(\eta)$ et sa dérivée seconde $f''(\eta)$ sont représentées ci-dessous.

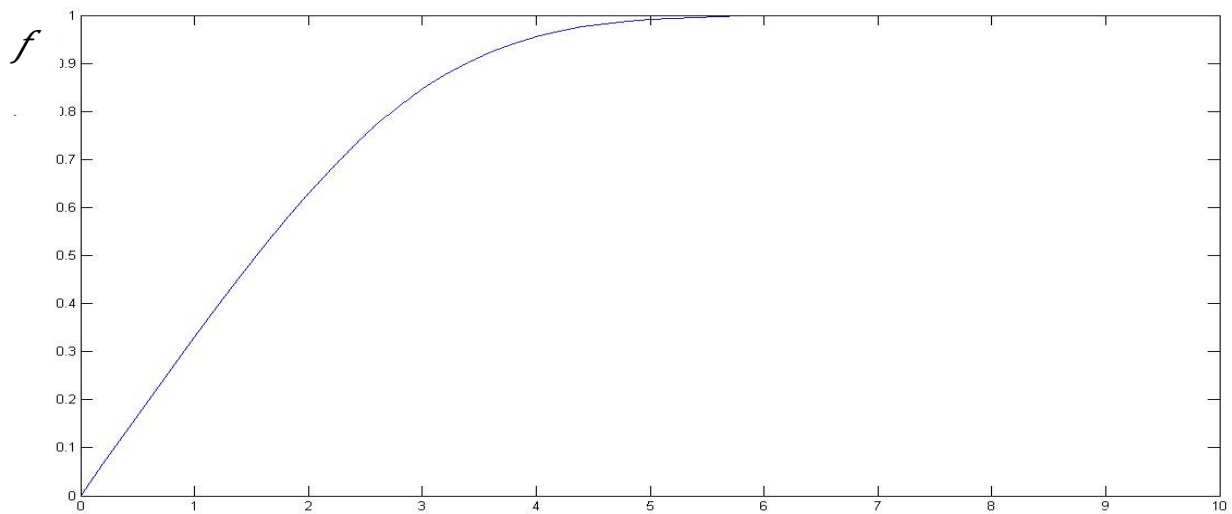


Figure IV.1 : la fonction de Blasius f

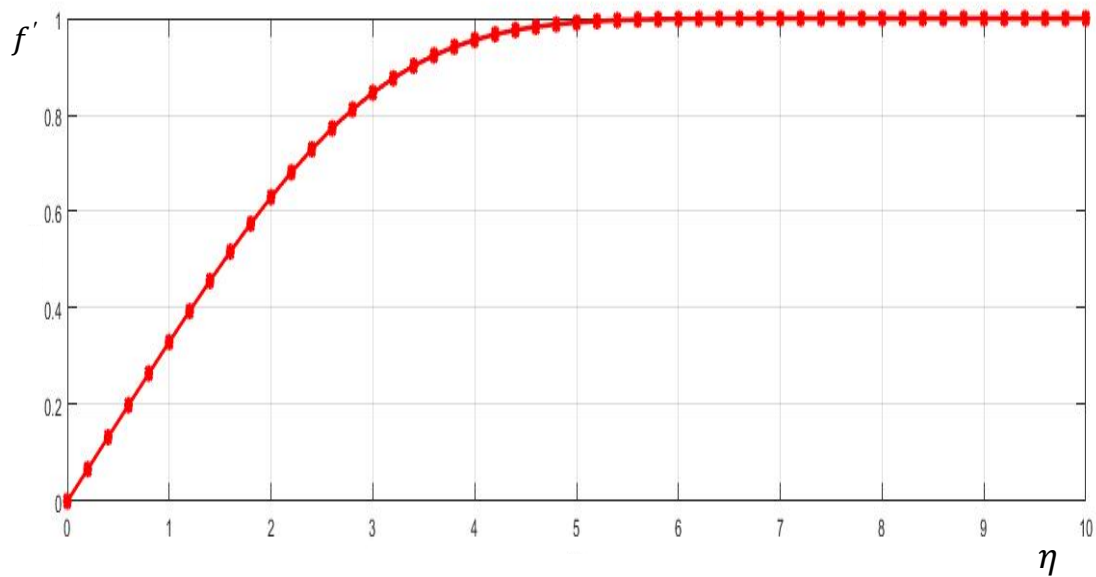


Figure IV.2 : La dérivée de la fonction de Blasius f'

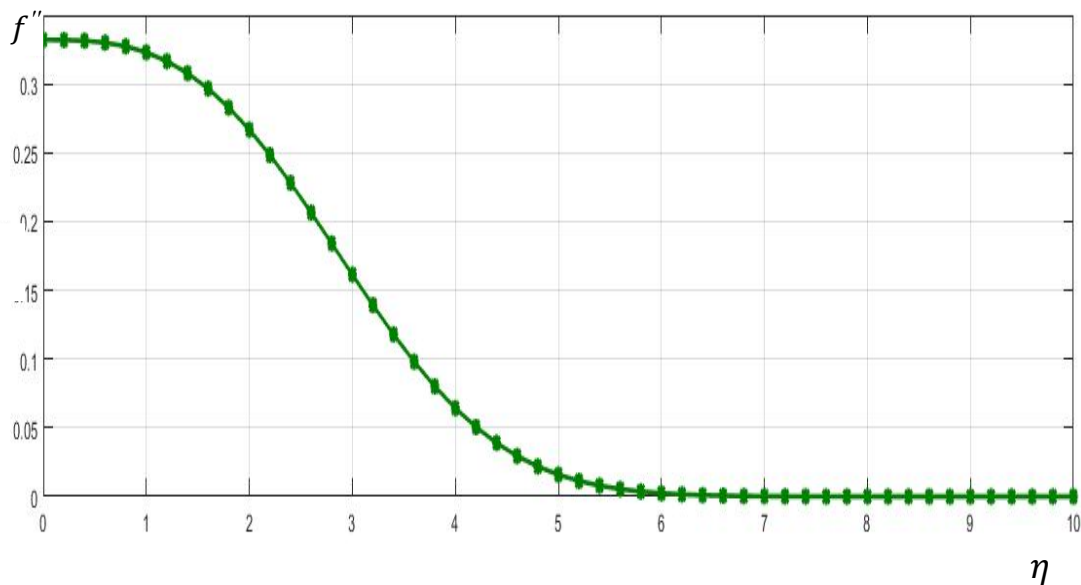


Figure IV.3 : La dérivée seconde de la fonction de Blasius f''

IV.1.2. La distribution des vitesses d'écoulement U, V

Considérons maintenant l'écoulement d'un fluide parallèlement à une plaque plane immobile. L'application des conditions de non-glissement à la paroi de la plaque impose à la vitesse d'écoulement du fluide une valeur nulle ($V=0, U=0$) à la paroi ($y=0$). D'autre part, pour des distances y à la paroi suffisamment grande, la vitesse de l'écoulement ayant des valeurs représentées sur la figure (IV.4):

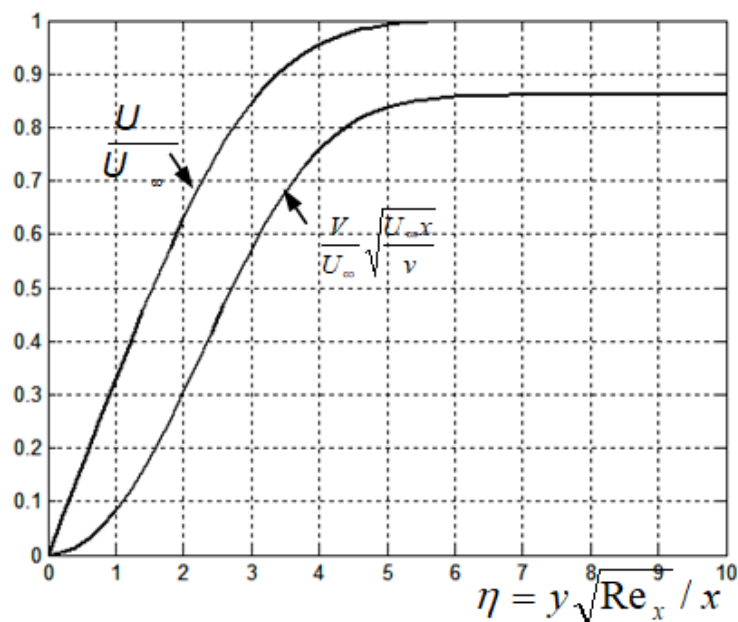


Figure IV.4 : Distribution des vitesses dans la couche limite dynamique le long d'une plaque plane

Tableau VI.1: Comparaison des caractéristiques de la couche limite dynamique en absence et en présence du contrôle avec une vitesse uniforme

Type du contrôle	$\frac{\delta}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{\delta_1}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{\delta_2}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{C_f}{\sqrt{\frac{u_\infty}{v}}}$	H
Aspiration	$4.6\sqrt{x}$	$1.53\sqrt{x}$	$0.812\sqrt{x}$	$0.812\sqrt{x}$	1.885
Sans contrôle	$5\sqrt{x}$	$1.72\sqrt{x}$	$0.664\sqrt{x}$	$0.6641\sqrt{x}$	2.59
Soufflage	$5.4\sqrt{x}$	$1.96\sqrt{x}$	$0.5232\sqrt{x}$	$0.52\sqrt{x}3$	3.74

Tableau VI.2: Comparaison des caractéristiques de la couche limite dynamique en absence et en présence du contrôle avec un profil de vitesse linéaire

Type du contrôle	$\frac{\delta}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{\delta_1}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{\delta_2}{\sqrt{\frac{v}{u_\infty}}}$	$\frac{C_f}{\sqrt{\frac{u_\infty}{v}}}$
Aspiration	$(5.052-0.044x)\sqrt{x}$	$(1.715-0.024x)\sqrt{x}$	$(0.664+0.014x)\sqrt{x}$	$(0.664+0.014x)\sqrt{x}$
Sans contrôle	$5\sqrt{x}$	$1.71672\sqrt{x}$	$0.6641\sqrt{x}$	$0.664\sqrt{x}$
Soufflage	$(4.948+0.044x)\sqrt{x}$	$(1.715+0.024x)\sqrt{x}$	$(0.664-0.014x)\sqrt{x}$	$(0.664-0.014x)\sqrt{x}$

IV.2. Représentation graphique des résultats

IV.2.1.0 Épaisseur conventionnelle de la couche limite

L'épaisseur conventionnelle δ , représentée sur la figure (IV.6), reflète le bon sens d'évolution et délimite clairement la zone où les effets visqueux sont prépondérants.

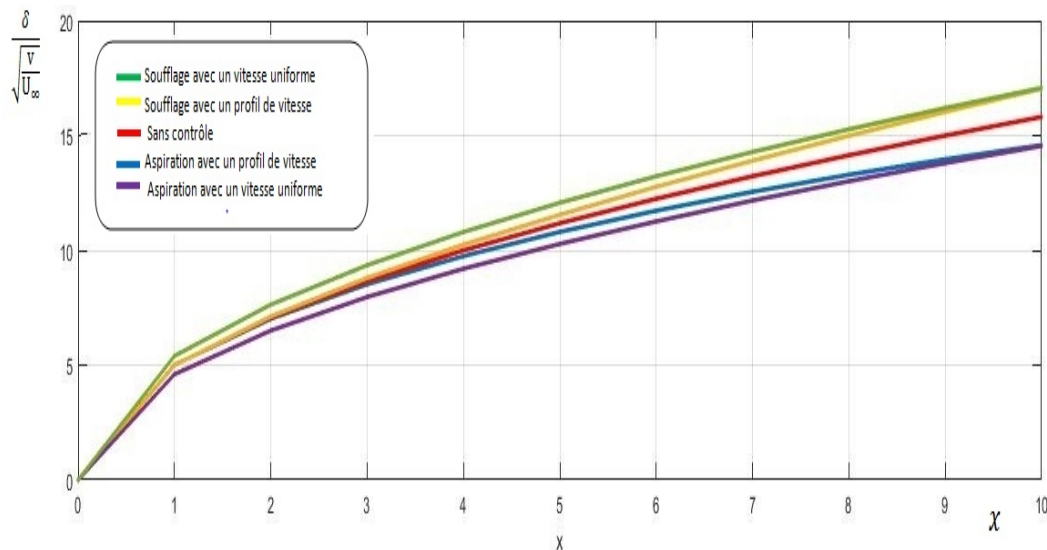


Figure IV.5: Influence du contrôle actif sur l'épaisseur conventionnelle de la couche limite dynamique δ le long d'une plaque plane à zéro incidence

IV.2.2. Épaisseur de déplacement

Les figures (IV.7) et (IV.8) montrent dans leur ensemble, que les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement possèdent la même allure que celle de l'épaisseur de la couche limite.

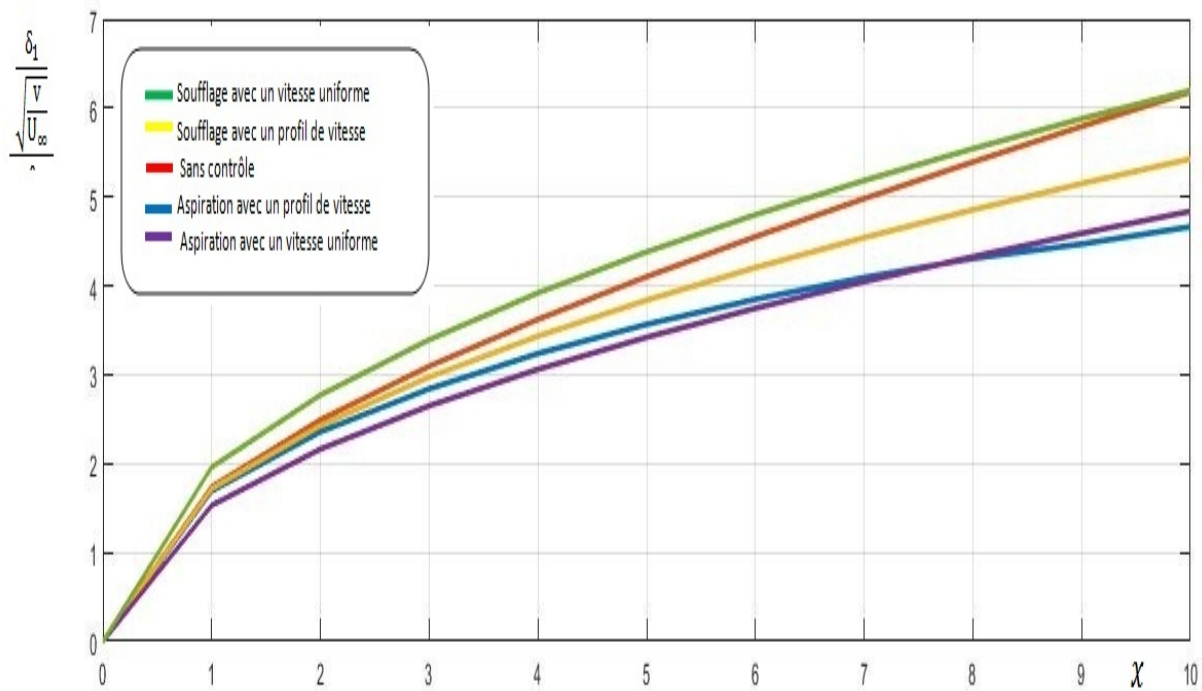


Figure IV.6: Influence du contrôle actif sur l'épaisseur de déplacement δ_1 en couche
Une plaque plane à zéro incidence sur limite

IV. 2.13. Epaisseur de quantité de mouvement

L'épaisseur de déplacement est aussi influencée par le contrôle actif de la même manière que l'épaisseur de la couche limite, par contre, l'épaisseur de quantité de mouvement représentée sur la figure (IV.8) possède un comportement contraire relativement à celui de δ et δ_1

Ce qui traduit la dépendance étroite entre le déficit de quantité de mouvement et de type de contrôle.

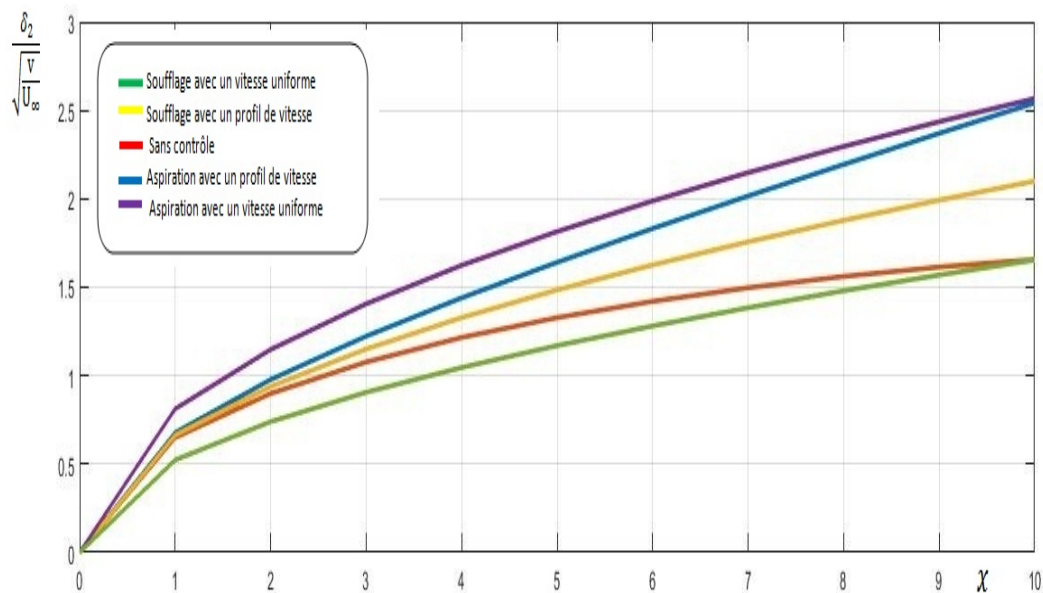


Figure IV.7: Influence du contrôle actif sur l'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 en couche limite sur une plaque plane à zéro incidence

IV.2.4 Coefficient de frottement

Quant à la courbe représentative du coefficient de frottement C_f représentée sur la figure (IV.9), elle montre la dépendance du frottement et de l'abscisse x , autrement dit plus qu'on s'éloigne en aval du bord d'attaque, plus l'effet de frottement s'amortit.

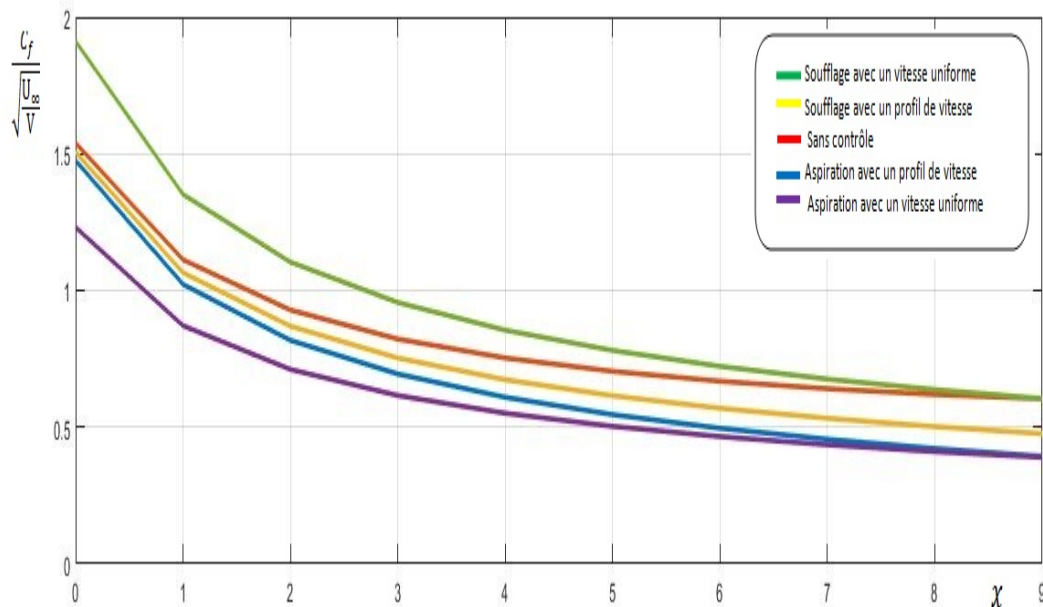


Figure IV.8 : influence du contrôle actif sur le coefficient de frottement en couche limite sur une plaque plane à zéro incidence.

IV.3. Commentaires

Il est important de noter que les différents prédis de contrôle actif ont une grande influence sur les différentes caractéristiques de la couche limite laminaire. Le soufflage (uniforme ou linéaire) a déplacé l'épaisseur δ vers le haut, ce qui provoque une diminution dans la valeur du coefficient de frottement, et induit un déplacement de la courbe de ce dernier vers le bas relativement à celle de la plaque sans contrôle.

L'épaisseur de déplacement est aussi influencée par le contrôle actif de la même manière que l'épaisseur de la couche limite, par contre, l'épaisseur de quantité de mouvement représentée sur la figure (IV.8) possède un comportement contraire relativement à celui de δ et δ_1 . Ce qui traduit la dépendance étroite entre le déficit de quantité de mouvement et de type de contrôle.

Par contre, un comportement tout à fait contraire a été remarqué dans le cas d'une aspiration (uniforme ou linéaire).

On conclut que, les procédés de contrôle actif ont une grande influence sur les différentes caractéristiques de la couche limite dynamique.

Le soufflage fait augmenter l'épaisseur conventionnelle de la couche limite dynamique et l'épaisseur de déplacement, par contre il fait diminuer le coefficient de frottement C_f et l'épaisseur de quantité de mouvement, contrairement au cas de l'aspiration.

Conclusion générale

Conclusion générale

La couche limite est la zone d'interface entre un corps et le fluide environnant lors d'un mouvement relatif entre les deux, conséquence de sa viscosité. Elle est un élément important en mécanique des fluides, (aérodynamique, hydrodynamique).

Lorsqu'un fluide réel s'écoule le long d'une paroi supposée fixe, les vitesses sur la paroi sont nulles alors qu'à l'infini (c'est-à-dire loin de l'obstacle) elles sont égales à la vitesse de l'écoulement non perturbé. Sur une normale à la paroi, la vitesse doit donc dans tous les cas varier entre 0 et un maximum. La loi de variation dépend de la viscosité du fluide qui induit un frottement entre les couches voisines : la couche la plus lente tend à freiner la couche la plus rapide qui, en retour, tend à l'accélérer.

La compréhension et la modélisation des équations de la couche limite sont peut-être une des plus importantes avancées de la dynamique des fluides. En utilisant l'analyse d'échelle, les équations de Navier-Stokes peuvent être écrites sous forme simplifiée.

L'objectif principal de ce travail est l'étude du comportement des fluides au sein d'une couche développée sur un objet, sous l'influence de contrôle actif.

On a étudié la couche limite sur une plaque plane lisse à incidence nulle en écoulement laminaire incompressible.

Après simplification des équations de "*Navier-Stokes*" et de l'équation de continuité selon les hypothèses de "*Prandtl*", on a déduit les équations qui régissent notre problème.

En effet, les équations de Navier-Stokes originales sont elliptiques alors que les équations simplifiées sont paraboliques. Cela simplifie grandement la résolution des équations.

La résolution numérique du problème dynamique à l'aide de la méthode de Runge-Kutta nous a permis de déterminer le champ des vitesses, ainsi que les différentes caractéristiques de la couche limite laminaire.

Les méthodes de type Runge-Kutta permettent d'obtenir une plus grande précision, elles génèrent des solutions numériques plus proches des solutions analytiques.

Les méthodes de Runge-Kutta, sont très couramment utilisées pour la résolution d'équations

différentielles ordinaires. Ce sont des méthodes à pas unique, directement dérivées de la méthode d'Euler. Elles ont l'avantage d'être simples à programmer et d'être assez stables pour les fonctions courantes de la physique. Sur le plan de l'analyse numérique, elles ont surtout l'immense avantage de ne pas nécessiter autre chose que la connaissance des valeurs initiales.

Les résultats obtenus en présence du contrôle actif des couches limites dynamiques, montrent clairement l'influence de ce dernier sur les caractéristiques de ces couches limites.

Pour résoudre un problème d'écoulement, il faut connaître :

- Les conditions initiales initialement à $t = 0$, quelle'était la configuration de l'écoulement ?
- Les conditions aux limites aux frontières du domaine de calcul, qu'impose-t-on à l'écoulement ? Comme il y a deux types de variables dans les équations du mouvement (variables cinématiques et variables dynamiques)
- Les conditions aux limites cinématiques, ce sont les conditions que doivent vérifier le champ de vitesse.
- Les conditions aux limites dynamiques, ce sont les conditions que doivent vérifier les champs de contrainte et de vitesse aux frontières du domaine.

En perspective à ce travail, on propose une étude qui peut étudier le control des couches limites qui se développent sur diverses configurations d'obstacles, en écoulement laminaire ou turbulent.

Bibliographies

BIBLIOGRAPHIE

- [01] Anderson, J.D ,Fundamentals of Aerodynamics, 4th Ed., McGraw–Hill, 2007
- [02] Élie Lévy, Dictionnaire de physique, PUF, Paris, 1988, p. 217
- [03] T. Neal A Boundary Condition for Simulation of Flow Over Porous Surfaces. th Applied Aerodynamics Conference June 11-14, 2001/Anaheim, California
- [04] E. Coustols, «Effet des parois rainurées « riblets » sur la structure d'une couche limite laminaire » Mec .Ind, (2001),2,421-443.
- [05] L .Ryhmin, « Dynamique des fluides »,Presses polytechniques et universitaires Romandes (PPUR) ,1993.
- [06] S. CANDEL. "Mécanique des fluides". Edition Dunod, Paris, 1995.
- [07] P. H. MARTY. "Transferts Thermiques Convectifs". ILP Génie, 2001.
- [08] P. CHASSAING. "Mécanique des fluides, éléments d'un premier parcours". CÉPADÈUS, Paris, 2000.
- [09] J. H. Ferziger, M.Peric« Cumputational methods for fluid dynamics », Springer,2002.

Résumé

Une étude théorique et numérique sur le contrôle actif de la couche limite en présence de l'effet de l'aspiration et soufflage été présentée.

L'écoulement a eu lieu dans un domaine bidimensionnel, avec une vitesse uniforme à l'infini pour une plaque mince

L'approche numérique (programmation en FORTRAN F32 sous Windows) a permis la détermination des caractéristiques de la couche limite en présence du contrôle avec une vitesse uniforme et une vitesse variée linéairement.

Mots clé: couche limite dynamique, caractéristiques de couche limite, contrôle actif.

Abstract

A theoretical and numerical study on the active control of the boundary layer in the presence of the effect of aspiration and blowing was presented

The flow occurred in a two-dimensional domain, with a uniform infinite velocity for the thin plate

Dimensional study of the boundary layer and resolution of "blasius" equation with use of initial conditions and boundary conditions

The numerical approach (programming in FORTRAN F32 under Windows) allowed the determination of the characteristics of the boundary layer in the presence of the control and the effect of uniform speed and linear varied velocity".

Key words: dynamic boundary layer, characteristic of boundary layer, active control.

ملخص

تم عرض دراسة نظرية ورقمية على التحكم الفعال للطبقة الحدودية في وجود تأثير الشفط والنفخ . حدث التدفق في مجال ثنائي الأبعاد، مع سرعة غير محدودة موحدة لصفحة رقيقة.

أتاح النهج العددي (البرمجة في FORTRAN F32 تحت Windows) تحديد خصائص الطبقة الحدودية في وجود التحكم بسرعة منتظمة وسرعة متغيرة خطياً.

الكلمات المفتاحية : الطبقة الحدودية الدينامية، خصائص الطبقة الحدودية ،التحكم النشط.