



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE
ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique



Université de Echahid Hamma Lakhdar El Oued

Faculté des Sciences Exactes
Département de Mathématiques

Thèse en vue de l'obtention du diplôme de doctorat Sciences en
mathématiques

Spécialité: Mathématique

Intitulée:

Mesure de non compacité et ses applications à l'étude
des certaines équations différentielles

Préparé par : HAMROUNI AHMED

Soutenu le: 16/12/2020

publiquement devant le jury composé de:

Mr. Mansour Abdelouahab	Prof Université d' El Oued	Président
Mr. Aissaoui Adel	MCA Université d' El Oued	Encadreur
Mr. Beloul Said	MCA Université d' El Oued	Co-Encadreur
Mr. Beggas Mohammed	MCA Université d' El Oued	Examineur
Mr. Menacer Tidjani	MCA Université de Biskra	Examineur
Mr. Guerfi Amara	MCA Université d' Ouargla	Examineur

Année universitaire: 2020/2021

Table des matières

Notations	v
1 Préliminaires	4
1.1 Espaces de Banach	4
1.1.1 Espaces métriques	4
1.1.1.1 Suites dans les espaces métriques	5
1.1.1.2 Continuité dans l'espace métrique	6
1.1.2 Espaces de Banach	6
1.1.3 Compacité et convexité	7
1.2 Mesures de non-compacité	8
1.2.1 Mesure de Kuratowski	9
1.2.2 Mesure de Hausdorff	10
1.2.3 Mesure de Istrătescu	11
1.2.4 k -contraction d'ensemble	11
1.2.4.1 Propriétés des contractions d'ensembles	12
1.3 Théorèmes de point fixe	14
1.3.1 Théorème de Brouwer	14
1.3.2 Théorème de Schauder	14
1.3.3 Théorème de Darbo	14
1.3.4 Théorème de Sadovski	15
1.3.5 Théorème de Mönch	15
1.4 Rappel sur le calcul fractionnaire	16
1.4.1 Fonctions utiles	16
1.4.2 Intégrale fractionnaire	18
1.4.3 Dérivées fractionnaires	18
1.4.3.1 Dérivées fractionnaires au sens Riemann-Liouville	19
1.4.3.2 Dérivées fractionnaires au sens de Caputo	20
1.5 Semi-groupes de classe C_0	22
1.5.1 Solution douce "mild"	23

2	<i>Problème d'équations différentielles ordinaires d'ordre entier</i>	24
2.1	Problème de Cauchy pour une équation différentielle du premier ordre	24
2.2	Problème aux limites pour une équation différentielle du second ordre	29
2.2.1	Existence des solutions	32
2.3	Exemple	36
3	<i>Problème aux limites pour des équations fractionnaires</i>	37
3.1	Position du problème	37
3.2	Existence des solutions	39
3.3	Exemple	48
4	<i>Problèmes de Cauchy d'équation d'évolution fractionnaire</i>	49
4.1	Position du problème	49
4.2	Définition de solution douce "mild"	49
4.3	Existence des Solutions	54
4.4	Exemple	61
5	<i>Problème des équations fractionnaires intégrro-différentielles avec conditions aux limites intégrales</i>	63
5.1	Position du problème	64
5.2	Existence des Solutions	66
5.3	Exemple	72
	Conclusion	74