الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الوادي

كليـــة العلـــــــوم و التكنـولوجيا

قسم علوم المادة

رقم الترتيب:
رقم التسلسل:

مذكرة تخرج لنيل شهادة

ماستر أكاديمي

شعبة: الفيزياء

تخصص: فيزياء تطبيقية إشعاع و طاقة

من إعداد: منصور جميلة

الموضوع

النظرية الحركية للبلازما

نوقشت يوم: 2014/06/24

أمام لجنة المناقشة المكونة من:

بوراس فتحي	أستاذ محاضر صنف أ	جامعة الوادي	رئيس.
ضو جمال	أستاذ تعليم عالي	جامعة الوادي	مناقش.
قدة الحبيب	أستاذ تعليم عالي	جامعة الوادي	مناقش.
ضيف الله مصباح	أستاذ محاضر صنف أ	جامعة الوادي	مؤطر.

الموسم الجامعي: 2014/2013

شكر وعرفان

الثناء والشكر لله أولا الذي وفقني لإنجاز هذا العمل المتواضع

ولا يفوتني أن أتقدم بأسمى عبارات الشكر والتقدير إلى أستاذي الفاضل :

الأستاذ: **ضيف الله مصباح**

على توجيهاته القيمة ونصائحه التي لم يبخل بها علي طوال فترة إنجاز هذا البحث

إلى اللجنة التي قبلت الإشراف على مناقشة هذا البحث

بداية برئيس اللجنة الدكتور بوراس فتحي، وكذلك المناقشين البروفيسور

ضو جمال و البروفيسور قدة الحبيب.

إلى كل أساتذتي بجامعة الوادي

كما أشكر كل زملائي اللذين يشجعنني دائما و أشكرهم على

إعانتهم لي معنويا.

منصور جميلة

الفهـــرس

قائمة الأشكال..... I
الترميزات..... II
مقدمة عامة 6

الفصل الأول : عموميات حول البلازما

I.1- تعريف البلازما..... 9
I.2- البلازما في الطبيعة..... 10
I.3- البلازما و درجة التأين..... 10
I.4- استخدامات البلازما..... 11
I.5- خواص البلازما..... 11
I.6- السرعة، والطاقة، ودرجة الحرارة 13
I.7- شبه الاعتدال و تذبذبات البلازما 15
I.8- حجب ديباي 17
I.9- خلاصة..... 20

الفصل الثاني: النظرية الحركية لبلازما

II.1- مقارنة بين خصائص الغازات والبلازما..... 22
II.2- دالة توزيع السرع..... 24
II.3- معادلة بولتزمان..... 26
II.4- توزيع ماكسويل-بولتزمان..... 29
II.4.1 - الكثافة العددية..... 30
II.4.2-درجة الحرارة..... 31
II.4.3-شعاع السرعة وشدتها في بعد واحد..... 33
II.4.4- درجة التأين :معادلة ساها..... 35
II.4.5- إنزياح توزيع ماكسويل 36
II.5- خلاصة 36

الفصل الثالث: عزوم معادلة بولتزمان

III.1- معادلة فلأسوف 38
III.1.1 - التفاضل التام بالنسبة للزمن في الفضاء الفيزيائي وفي فضاء الطور 40
III.2- تكافؤ معادلات حركة الجسيم ومعادلة فلاسوف..... 41

III.3- معادلة بولتزمان وتطبيقاتهاعلى الموائع المتصادمة وغير المتصادمة..... 43
III.4- معادلات العزوم..... 45
III.4.1- معادلة العزم ذات الرتبة صفر (معادلة الاستمرار)..... 46
III.4.2- معادلات العزم ذات الرتبة الأولى..... 47
III.5- خلاصة 49

خلاصة عامة 51
قائمة المراجع..... 53
الملخص

قائـمـة الأشـكـال

الشكل 1.I: صفيحة البلازما البسيطة. المنطقة الموجبة تتكون من الذرات التي فقدت إلكترون واحد، في حين أن المنطقة السالبة الشحنة لها إلكترونات زائدة..... 19

الشكل2.I : مجال درجة الحرارة، وكثافة الإلكترونات، وطول دييباي لنماذج بلازما في الطبيعة وفي التطبيقات التكنولوجية. فقط الظواهر إلى يسار خط التوالد الكمي تعتبر بلازما ويمكن دراستها بصيغ الفيزياء الكلاسيكية..... 24

الشكل1.II: غاز في التوازن الحراري .(أ) توزيع ماكسويل لسرعات الجسيم في غاز عند التوازن الحراري. (ب) حركة عشوائية لجزيء غاز متعادل تحت تأثير التصادمات المرنة.(جـ) مسار جسيم مشحون في البلازما تحت تأثير تصادمات كولوم..... 27

الشكل2.II : فضاء الطور لدالة توزيع السرعة في بعد واحد .الجسيمات الظاهرة في الشكل مشحونة سلبا (الإلكترونات..... 30

الشكل 3.II : توزيع السرعة في اتجاه واحد. دالة توزيع سرعة جسيم في اتجاه واحد في توزيع ماكسويل بولتزمان هو المعروفة بتوزيع غوص..... 37

الشكل 4.II : منظر ثنائي الأبعاد الفضاء السرعة في الإحداثيات الكارتيزية والكروية .المنطقة المظللة تمثل قشرة كروية تحتوي على جسيمات شدة سرعاتها بين v و v + dv.... 38

قائمة الرمــوز

الحروف اللاتينية

A : سعة السرعة

a_i : التسارع في الإتجاه i

B : الحقل المغناطيسي

B_i : الحقل المغناطيسي في الإتجاه i

c : سرعة الضوء

E : الحقل الكهربائي

E_{av} : الطاقة المتوسطة

E_i : الحقل الكهربائي وفق المحور i

f_{ce} : تواتر الدوران

F_i : القوة في الاتجاه i

$\hat{\imath}$: شعاع الوحدة في الاتجاه i

H : المغنطة

J : كثافة التيار

m : الكتلة

m_0 : كتلة السكون

m_e : كتلة الإلكترون

N_D : عدد الجسيمات في مجال ديباي

N_e : كثافة الإلكترونات

N_i : كثافة الأيونات

N_n : كثافة الجسيمات المعتدلة

P : الدفع الخطي

p : الضغط

q_e : الشحنة الكهربائية للإلكترون

r : البعد عن شحنة الاختبار

s_r : مساحة السطح في فضاء الهيئات

s_v : مساحة السطح في فضاء السرع

T : درجة الحرارة

t : الزمن

T_e : درجة حرارة الإلكترون

T_i : درجة حرارة الأيون

U : طاقة التأين

u : سرعة الجريان

V : الحجم

v : السرعة

v_i السرعة في الاتجاه i

الحروف اليونانية

ε :الطاقة الداخلية

λ : متوسط المسار الحر

λ_D طول ديباي

μ : العزم المغناطيسي

ρ : كثافة الشحن

σ : مقطع التصادم

σ_{ij} : موتر الإجهاد

τ : متوسط الزمن الحر

τ_{ij} : موتر إجهاد اللزوجة

υ : اللزوجة الحركية

Φ : الجهد الكهربائي

ω: تردد البلازما

Ω : زاوية التشتت

المؤشرات (الدلالات)

av: متوسط قيمة

e: الكترون

i: أيون

n: متعادلة

⊥: التعامد

‖: الموازاة

مقدمة عامة

مقدمـة عـامـة

يعتبر علم فيزياء البلازما مفتاح تكنولوجيا هذا العصر سواء في علوم طاقة الإندماج النووي أو بلازما المواد أو بلازما الإلكترونيات و غيرها ...، ومما لا شك فيه أنه عندما يحظى هذا العلم بالإهتمام الكافي فسوف يكون له أثر على الصناعة و الإقتصاد ، ومما لا شك فيه أيضا أن التقدم العلمي الهائل في الأبحاث الجارية للحصول على الطاقة من خلال تفاعلات الإندماج النووي الحراري في البلازما مما يدفع جميع بلدان العالم إلى التطلع و الإهتمام من أجل اللحاق بالركب العالمي في هذا المجال.

ولا ينحصر دور وأهمية فيزياء البلازما في كونها العلم الذي يدرس الوسط اللازم والضروري لتحقيق الإندماج النووي الحراري، بل هناك الكثير من التطبيقات والإستخدمات الصناعية لها مثل الحصول على غاز الأزون، بعض الصناعات الطبية، فصل النظائر، طلاء وتنظيف الأسطح المعدنية، صناعة المولدات التي تعتمد على مرور تيار البلازما متعامد على الحقل المغناطيسي، فعلى سبيل المثال تتحول النفايات المنزلية إلى كربون نقي وأكسجين وهيدروجين.

خلال سنة 1920، اكتشف لانجمير وزملاؤه أول سمة كهربائية من التذبذبات ذات الترددات جد العالية التي يمكن أن توجد في الغاز المؤين المتعادل أو شبه المتعادل، وأدخل مصطلح البلازما وتذبذباتها، والتسليم بحقيقة أن هذه التذبذبات تشبه تذبذبات المواد الهلامية[2,1]. عندما تتعرض الشحنات لحقل كهربائي منتظم، فإنها تتسارع إلى تنظيم بعضها البعض بطريقة تحجبها عن الحقل كما يحدث داخل ناقل معدني خاضع لحقل كهربائي. أعطى لانجمير اسم " البلازما " على وجه التحديد على المناطق الخالية من الحقول والتي لا تتأثر بالقرب من الحدود، والشبيهة بالأسطح المعدنية التي تعوق فرض الكمون، توجد حقول في فضاء الشحن قوية في منطقة الانتقال اسماها لانجمير غمد البلازما. منطقة الغمد لها خصائص تختلف عن البلازما، لأن حركات الجسيمات المشحونة داخل الغمد تتأثر في الغالب بكمون الحدود، وتشكل حاجز كهربائي بين البلازما والحدود، وسوف نجد في وقت لاحق أن المسافة الفاصلة بينهما تتعلق بكثافة الجسيمات المشحونة ودرجة حرارتها.

إن معرفة سلوك البلازما يتوقف على حل كافة معادلات حركة أجسامها وبالتالي معرفة وضع وسرعة كل جسيم منها في كل لحظة، و بالتالي رسم مسارتها. بقليل من التأمل نكتشف أن المنوطة همة المنوطة بنا لا طائل منها بها، حتى بالوسائل الحسابية الحديثة. فهل نستطيع أن نتتبع حالة حوالي 10^{23} جسيما في كل لحظة؟ ثم نعين تياراتها و كثافة شحناتها و...، فهذا مجرد ضرب من الخيال. فلا أمل في هذا النموذج للحصول على معلومات دقيقة عن سلوك البلازما، لذلك لا يمكننا الاعتماد عليه لفهم ما يجري بالبلازما. إن المقادير القليلة القابلة للمشاهدة هي عبارة على متوسطات لمعاني فيزيائية مجهرية، وهي دوال للموضع والسرعات والزمن. وعليه ننشد نموذجا رياضيا يمكننا من حساب القيم المتوسطة مباشرة ونتائجه منسجمة مع نتائج تحريك الجسيم المنفرد ويتمثل هذا النموذج في النظرية الحركية للبلازما.

توصف البلازما من خلال معادلات الجسم المنفرد بإستعمال قانون نيوتن الثاني للحركة وذلك بالنسبة للبلازما ذات الكثافة الضعيفة مما يمكننا من إعتبار الجسيمات مستقلة عن بعضها حيث يمكننا إهمال التفاعلات بين الجسيمات، كما يتم وصف البلازما بالمائع بالنسبة للبلازما العالية الكثافة التي لا يمكننا فيها تقريب الجسيم المنفرد ولكن باعتبار دالة التوزيع التي تحقق معادلة بولتزمان وفلاسوف.

وهدفنا من هذه الدراسة هو معرفة النظرية الحركية للبلازما وتحديد بعض الخصائص الفيزيائية لها، ولقد اشتملت هذه الدراسة على ثلاثة فصول:

الفصل الأول: تطرقنا فيه لعموميات حول البلازما انطلاقا من مفهوم البلازما وتواجدها في الطبيعة، ثم دراسة مختلف عناصر البلازما وميزاتها وكذا بعض مجالات استعمالها.

الفصل الثاني: يتضمن دراسة النظرية الحركية للبلازما من خلال إشتقاق معادلة بولتزمان التي تصف التغير الزمني لدالة التوزيع وهذه الأخيرة تسمى عند التوازن الحراري بتوزيع مكسويل-بولتزمان.

الفصل الثالث: اشتمل على دراسة معادلة فلاسوف وهي تمثل معادلة بولتزمان بدون حد التصادم ثم تطرقنا لمعادلات العزوم لمعادلة بولتزمان والتي تأخذ الشكل لكلا المعادلتين.

ويكمن الإشكال المطروح في هذه البحث هو إيجاد نموذج لحل المعادلات التي تتحكم في حركية البلازما.

الفصل الأول:

عموميات حول البلازما

I-عموميات حول البلازما

تختلف البلازما عن الغازات بتفاعلات كولوم بين مكوناتها المشحونة وهي مهمة في حركية البلازما ولا يمكن تجاهلها. عندما يتم رفع درجة حرارة غاز متعادل، أو عند تعريضه لحقول كهربائية ذات شدة كافية فان ذرات وجزيئات الغاز ستتأين، حيث يتم اقتلاع الإلكترونات نتيجة التصادمات. لما يتأين الغاز، حتى بدرجة ضعيفة، فان سلوكه التحريكي يتمثل في القوة الكهرومغناطيسية التي تؤثر على الأيونات والإلكترونات الحرة، مما يؤدي إلى توصيل الكهرباء. تتفاعل الجسيمات المشحونة في مثل هذا الغاز المتأين مع الحقول الكهرومغناطيسية، وتنشأ حركة الشحنات هذه (على سبيل المثال، التيارات الكهربائية، والتأرجحات في كثافة الشحنة) والتي بدورها تنشأ حقولا كهرومغناطيسية. يمكن للغاز المتأين أن ينتج تيارا كهربائيا خاصة في وجود حقل مغناطيسي. تخضع الجسيمات المشحونة في حقل مغناطيسي لقوة لورنتز $qv \times B$. وعندما يطبق هذا الحقل على مجموعة من الجسيمات فإن هذه القوة تصبح $J \times B$ والتي يمكن أن تهيمن على حركية الغاز. ونتيجة لذلك، فإن السلوك المعروف للبلازما يكون في حالة تفاعلها مع الحقول المغناطيسي.

1.I-تعريف البلازما

تمثل البلازما الحالة الرابعة للمادة، لأنها لديها خصائص مختلفة عن الحالة الغازية والسائلة والصلبة، وتختلف جميع حالات المادة باختلاف قيم طاقة الربط. في الحالة الصلبة، تكون طاقة الربط من الجزيئات في البلورة ذات قيمة معتبرة، وإذا كان متوسط الطاقة الحركية للجزيء يتجاوز طاقة الربط (عادة جزء من الإلكترون فولت)، فإن هذا التركيب البلوري ينكسر، ويتحول إما إلى سائل أو مباشرة إلى غاز (على سبيل المثال، اليود). وعلى نفس المنوال تحتاج إلى طاقة حركية من أجل كسر قوة ربط فان دير فالس من أجل تغيير السائل إلى غاز حتى تنتقل مادة إلى حالتها الرابعة (البلازما)، يجب أن تتجاوز الطاقة الحركية لكل جسيم كمون التأين للذرات (عادة بعض من الإلكترون فولت)، وبالتالي يتم تحديد حالة المادة من خلال متوسط الطاقة الحركية لكل جسيم. نأخذ كمثال الماء H_2O، نلاحظ أن في درجات الحرارة المنخفضة تكون الرابطة بين جزيئات H_2O قوية بالمقابل الطاقة الحركية للجزيء منخفضة، ذلك أن المادة في الحالة الصلبة (الثلج) .عند درجة حرارة الغرفة تسمح زيادة الطاقة الجزيئية بانتشار حركي واسع وتيارات داخل الجزيء ، وهي الحالة السائلة (الماء). تكون حركة الجسيمات بشكل عشوائي، وليس كل الجزيئات لها نفس الطاقة، و الأكثر نشاطا تصعد نحو سطح السائل لتشكيل بخار. لما تزداد درجة حرارة المياه تزداد، فان الجزء الأكبر من الجزيئات يصعد، ويتحول الماء عندها إلى الطور الغازي (بخار). إذا تعرض البخار لمزيد من الحرارة، من خلال تطبيق الأشعة فوق البنفسجية أو الأشعة السينية، أو قذف بجسيمات طاقوية، فيتأين الغاز مشكلا البلازما.

على الرغم من أن في كثير من الأحيان تعتبر البلازما أنها الحالة الرابعة للمادة، إلا أن لديها العديد من الخصائص المشتركة مع الحالة الغازية. البلازما هي غاز متأين حيث المدى البعيد لقوى كولوم يؤدي إلى آثار الفعل الجماعي، وتشبه المائع مع كثافة أعلى من الغاز. إن البلازما هي أحد حالات المادة التي تحتوي

على عدد كبير من الجسيمات المشحونة الحرة المتحركة بفعل القوى الكهرومغناطيسية. تشمل فيزياء البلازما الحالة الصلبة، حيث أن الإلكترونات في المعادن وأشباه النواقل تندرج ضمن هذه الفئة[3]. ومع ذلك، فإن إعادة توزيع الشحنة وحجب المناطق الداخلية من المعدن يحدث بسرعة فائقة ($\sim 10^{-19}$ s) نتيجة للكثافة العالية جدا للشحنات الحرة[4].

2.I- البلازما في الطبيعة

بالرغم من أن الجزء الغالب من الكون متأين وبالتالي هو في حالة بلازما، والبلازما على كوكبنا يمكن أن تولد من خلال عمليات خاصة وتحت شروط خاصة، وتعد النار والبرق أمثلة عن الغازات المتأينة أو البلازما. في هذا الصدد، إن أوائل فلاسفة الطبيعية اعتقدوا أن الكون المادي هو مبني من أربعة " أسس "، الأرض والماء والهواء والنار، والتي توافق المصطلحات الحديثة لدينا من حالات المادة الصلبة والسائلة والغازية والبلازما. تولد بلازما عابرة في الغلاف الجوي للأرض في كل مرة يحدث البرق[5].

إن الشمس والنجوم ساخنة بما يكفي لتكون تقريبا متأينة بالكامل، مع كثافة هائلة ($N_e \simeq 10^{33} m^{-3}$) . ابتداء من علو حوالي 60 Km من الشمس، تغمر الغلاف الجوي مجموعة متنوعة من الاشعاع والطاقة من الإشعاع فوق البنفسجي الذي يمتصه الغاز الموجود في الغلاف الجوي، وخلال هذه العملية، تستقبل أعدادا كبيرة من جزيئات الهواء والذرات ما يكفي من الطاقة لتصبح متأينة، وينشأ عن الإلكترونات الحرة والأيونات الموجبة تشكل طبقة الإيونوسفير. إن الحد الأقصى لكثافة التأين يحدث في المنطقة F من الأيونوسفير على علو حوالي 350Km ، حيث$N_e \simeq 10^{12}\, m^{-3}$ و $N_n \simeq 3.3 \times 10^{14}\, m^{-3}$، و بالتالي تكون درجة التأين في حدود 10^{-2} . عند ارتفاعات أعلى من ذلك، يكاد يكون الهواء متأينا تماما، ويهيمن على حركة الجسيمات المشحونة الحقل المغناطيسي للأرض ، في المنطقة المعروفة باسم المغنيتوسفير [6].

3.I-البلازما و درجة التأين

إن معظم تطبيقات فيزياء البلازما تخص الغازات المتأينة، حيث اتضح أن درجة جد منخفضة من تأين الغاز تؤدي لإظهار نفس الخصائص الكهرومغناطيسية ويتصرف الغاز كبلازما، وتعرف درجة التأين بالنسبة $N_e/(N_e + N_n)$ حيث N_e هو كثافة الإلكترونات وN_n هو كثافة الجسيمات المتعادلة[7].

إن سلوك البلازما ضعيفة التأين يختلف كثيرا عن البلازما قوية التأين، ففي بلازما منخفضة كثافة الجسيمات المشحونة (أي قيمة صغيرة لـ N_e)، فإن وجود جسيمات متعادلة يعيق تفاعلات كولوم بين الجسيمات المشحونة التي تتصادم في كثير من الأحيان مع المتعادلة ثم تتفاعل (عبر قوة تنافر كولوم) مع الجسيمات المشحونة الأخرى، مما يلغي الفعل الجماعي للبلازما، وعندما تتزايد درجة التأين ، يقل التصادم مع الجزيئات المتعادلة وتصبح تفاعلات كولوم أكثر أهمية . أما في حالة البلازما المتأينة بالكامل، فجميع الجسيمات تخضع لتصادم كولوم [7].

4.I-استخدامات البلازما

ان للبلازما استخدامات مختلفة في التكنولوجيا نظرا لخصائصها الكهربائية ولقدرتها على التأثير في التفاعلات الكيميائية حيث يتم توليد البلازما الصناعية عن طريق تطبيق الحرارة أو الحقول الكهربائية الشديدة وتستخدم الأشعة فوق البنفسجية المنبثقة من البلازما في الإضاءة وشاشات العرض. تلعب البلازما دورا رئيسيا في معالجة المواد، بما في ذلك التي لها علاقة بإنتاج الدائرات المتكاملة. يمكن استخدام البلازما أيضا لمعالجة النفايات، وذلك بالتخلص من البكتيريا والفيروسات، وكذلك في تلحيم المواد. من أهم تطبيقات فيزياء البلازما في الوقت الحالي هو مفاعل الاندماج النووي المراقب الذي يهدف لإنتاج طاقة هائلة، وبالتالي تلعب فيزياء البلازما دورا مهما في فهم الظواهر الطبيعية التي تحدث في كوكبنا وكذلك في النهوض بالتكنولوجيا[7].

5.I-خواص البلازما

إن أحد أهم خواص البلازما هو ميولها أن تظل متعادلة كهربائيا، وذلك لتحقيق التوازن بين الشحنات الموجبة والسالبة ($N_e \simeq N_i$) في أي حجم عنصري ماكروسكوبي، و أي اختلال طفيف في كثافة الشحنات المحلية تنشأ عنه قوة كهروستاتيكية قوية تعمل على استعادة التعادل، و تنشأ هذه الخاصية من النسبة الكبيرة لشحنة الإلكترون الى كتلته (q_e/m_e) ، بحيث أن أي اختلال كبير من الشحنة يؤدي إلى انشاء حقل كهربائي كاف لسحب سحابة من الإلكترونات إلى المنطقة الموجبة لتحقيق التعادل[8].

إذا تعرضت البلازما إلى حقل كهربائي، فإن الشحنات الحرة سوف تساهم في حجب معظم مكونات البلازما عن الحقل الكهربائي، ويميزها بعد الشحنة عن حاجبها عن الحقل الكهربائي والذي يسمى طول ديباي و يتناسب مع $N_e^{-1/2}$، ويمكن إجراء مقارنة بسيطة عند دخول شخص غابة، فإنه بعد مسافة معينة داخل الغابات تحجب الأشجار الكثيفة عن رؤية ما ورائها، أما إذا كانت هذه الأشجار غير كثيفة أي متباعدة جدا فالشخص يمكنه رؤية ما ورائها في هذه الحالة ، فإن مجموعة الأشجار لا تشكل غابة[8].

يظهر للوهلة الأولى أن دراسة الحالة الرابعة للمادة بسيطة لأنها تعتمد على كل من القوانين الأساسية لحركة الجسيمات المشحونة أي النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية (معادلات ماكسويل) ومعادلة قوة لورنتز، غير أن التحليلات لآثار البلازما معقدة للأسباب التالية[8]:

أ- إن جميع الجسيمات تخضع لحقول كهرومغناطيسية وهذه الحقول كثيرة التغير في وجود وحركة الشحنات.

ب- إن مختلف العمليات الذرية مثل التأين والإثارة وإعادة التشكيل وتبادل الشحنة تصبح معقدة لأنها تتعلق بالطاقة والكثافة.

ت- في الواقع هناك مجموعة متنوعة من ظواهر النقل، التي تنشأ نتيجة تفاعلات كولوم بين مختلف الجسيمات المشحونة سواء قصيرة أو طويلة المدى، وهي المسؤولة عن حركة الجسيمات المشحونة.

ث- تؤدي قوة كولوم طويلة المدى إلى عدد من الظواهر الجماعية، بما في ذلك التذبذبات وعدم الاستقرار.

ج- إن معظم البلازما، وخاصة البلازما الساخنة، عادة ما تكون محصورة بواسطة حقل مغناطيسي مما يجعل ترابطها ترابطا قويا.

قد نتصور أنه من الممكن حل معادلة الحركة لكل جسيم أو مجموعة من الجسيمات بالرغم من كل هذه الصعوبات، وعليه يمكننا بعد ذلك إيجاد الحقول الكهربائية والمغناطيسية كدوال في الفضاء والزمن من خلال حل معادلات ماكسويل في وجود شحنات وتيارات حرة (كثافة الشحن ρ و كثافة التيار J) وبالتالي نستطيع تحديد مواضع و اتجاهات السرعة لجميع جسيمات البلازما. هذا النوع من التقريب يعرف بالمحاكاة الحاسوبية للبلازما.

يمكن تلخيص المعادلات الأساسية التي تحكم سلوك بلازما جسيمات حرة وغير نسبوية على النحو التالي :[8]

$$\begin{bmatrix}\text{الشروط}\\ \text{الحدية}\\ \text{والإبتدائية}\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}\vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{H}}=\vec{\mathrm{J}}+\dfrac{\partial\vec{\mathrm{D}}}{\partial\mathrm{t}}\\ \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \vec{\nabla}.\vec{D}=\rho\\ \vec{\nabla}.\vec{B}=0\\ \vec{B}=\mu\vec{H}\\ \vec{D}=\epsilon\vec{E}\end{bmatrix}\overset{\vec{J},\rho}{\underset{E,B}{\leftrightarrows}}\begin{bmatrix}\dfrac{d\vec{v_i}}{dt}=\dfrac{q_i}{m_i}\left(\vec{E}+\vec{v_i}\times\vec{B}\right)\\ \rho=\dfrac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}q_i\\ \vec{J}=\dfrac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta v}q_i\vec{v_i}\end{bmatrix}\leftarrow\begin{bmatrix}\text{الشروط}\\ \text{الإبتدائية}\end{bmatrix}$$

في حالة البلازما الغازية، يكون الوسط شبيها بالفراغ وبالتالي $\mu = \mu_0$ و $\epsilon = \epsilon_0$. تعين معادلة الحركة مثل تلك المذكورة أعلاه تسارع الجسيمات dv/dt بدلالة الحقول **E** و **B** وذلك لكل الجسيمات المشحونة سلبا أو إيجابا في البلازما. إذا كانت الحقول معروفة ***E*(r, *t*)** و ***B*(r, *t*)** والشروط الابتدائية محددة، فإن معادلات الحركة هذه يمكن حلها بشكل منفرد لتحديد مواضع وسرعات كل الجسيمات، ويتم الحصول على كثافة الشحنة والتيار عن طريق حساب المتوسط في حجم صغير ماكروسكوبي ΔV، والذي يحوي العديد من الجسيمات المنفردة، لذلك فمن المنطقي الحديث عن توزيع مستمر من "كثافة" التيار و الشحنة، غير أن الأنسب هو أخذ المتوسط على كل من الفضاء والزمان لأن الحقول الكهربائية والمغناطيسية في معادلات ماكسويل هي أيضا في حقول ماكروسكوبية

نظرا لتعقيد سلوك البلازما، فإنه من الأفضل أن نصفها بمجموعة من النماذج، بناء على مجموعة من الافتراضات والتقريبات التي تحدد هذا السلوك تحليليا ويوافق الطرق الحسابية.

حيث يتم وصف البلازما من قبل دالة التوزيع في فضاء السرع. في كثير من الأحيان، النظرية الحركية تقرب مزيد من المعلومات عن البلازما وتقريب المائع هو الأكثر ملاءمة الذي يحتفظ ببعض المتغيرات الماكروسكوبية فقط كالكثافة ودرجة الحرارة والضغط.

6.I-السرعة والطاقة ودرجة الحرارة

الطاقة الحركية لجسيم ذو كتلة m يتحرك بسرعة $\boldsymbol{v}$ هي $E = \frac{1}{2}mv^2$. لأجل N جسيم بطاقات حركية مختلفة، يعطى متوسط الطاقة E_{av} للجسيمات كما يلي [9]:

$$E_{\text{av}} = \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{N} m_i v_i^2. \tag{1.I}$$

ولكن هناك طرق أخرى لقياس متوسط الطاقة لمجموعة من الجسيمات. سنرى لاحقا أن أي غاز في توازن حراري في درجة حرارة T، يكون متوسط الطاقة لكل جسيم هو $3k_BT/2$ حيث$k_{\text{B}} = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{JK}^{-1}$ هو ثابت بولتزمان وT هي درجة الحرارة المطلقة. تكون جميع جسيمات الغاز في التوازن الحراري مختلفة، والتوزيع الأكثر احتمالا لها هو ما يسمى بتوزيع ماكسويل (أو ماكسويل-بولتزمان)، الذي يعطى في نظام أحادي البعد[9]:

$$f(v) = Ae^{-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{K_BT}} \tag{2.I}$$

حيث $f(v)dv$ هو عدد الجسيمات في وحدة الحجم التي سرعها في المجال v إلى $v+dv$. ويمكن تحديد A من خلال الكثافة الكلية N :

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} f(v)dv \ \rightarrow \ A = N\sqrt{\frac{m}{2\pi K_B T}} \tag{3.I}$$

حيث استخدمنا نتيجة التكامل $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a^2\xi^2}\ d\xi = \sqrt{\pi}/a$. يتميز عرض توزيع السرعة بثابت درجة الحرارة T. ومتوسط الطاقة الحركية للجسيمات يمكن أن يحسب من خلال $f(v)$ على النحو التالي:

$$E_{\text{av}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}mv^2 f(v)dv}{\int_{-\infty}^{\infty} f(v)dv} \tag{4.I}$$

عند مكاملة الكسر بالتجزئة نجد $E_{\text{av}} = \frac{1}{2}K_BT$. عندما تعمم هذه النتيجة إلى ثلاثة أبعاد، نجد أن $E_{\text{av}} = \frac{3}{2}k_B$ أو $\frac{1}{2}k_BT$ لكل درجة حرية. يكون للغاز عند الدرجة 1K متوسط الطاقة قدره 2.07×10^{-23} J لكل جسيم. يعبر غالبا عن الطاقة المقاسة للجسيم بالإلكترون فولت (eV)، فإذا كان جسيم شحنة كهربائية من رتبة الشحنة الإلكترون $q_e=1.602\times10^{19}$ C وتسارع بسبب فرق جهد قدره 1V،فطاقته هي 1.602×10^{-19} J

. هذه الوحدة من الطاقة تعرف بالإلكترون فولت وتختصر عادة ب 1eV وبالتالي، للتعبير عن الطاقة بوحدة eV، يجب علينا قسمة الطاقة الحركية بـ J على 1.602×10^{-19} C $=|q_e|$. وبالتالي نجد[9]:

$$E = \frac{mv^2}{2|q_e|} \quad eV \tag{5.I}$$

وحدة eV مفيدة بشكل خاص في التعامل مع الجسيمات المشحونة ، لأنه يشير مباشرة ما يلزم من جهد لإنتاج جسيم مشحون بطاقة ما.

غالبا ما يكون نعبر عن درجة حرارة الغاز في التوازن الحراري بدلالة وحدة الطاقة (eV) . عادة ، الطاقة k_BT تدل على درجة الحرارة. باستخدام $K_BT=1eV = 1.6\times10^{-19}J$ ، معامل التحويل هو $1eV=11600K$. وهكذا، عندما تشير البلازما إلى 0.5 eV يعني أن $K_BT=0.5$ eV، أي درجة حرارة البلازما هي T = 5800 K، أو متوسط الطاقة (في ثلاثة أبعاد) $E_{av} = \frac{3}{2}K_BT = 0.75\ eV$. وبالتالي البلازما عند درجة حرارة 300 K يبلغ متوسط الطاقة 0.388 eV، و متوسط طاقة البلازما 10 KeV عند درجة حرارة $T = 7.75 \times 10^7$ K.

تجدر الإشارة إلى أن درجة الحرارة أحد أسس التوازن وقد لا نتطرق دوما لحالات التوازن. في مثل هذه الحالات، درجة الحرارة الحقيقية لا يمكن دائما تعيينها، على الرغم من أننا لا نزال نستخدم مصطلح متوسط الطاقة (لاحظ أنه يمكن دائما أن نحسب متوسط الطاقة لأي توزيع معين باستخدام نفس الطريقة الموضحة في (1.I))، وينبغي أيضا الإشارة أن درجة حرارة تسمى أحيانا " درجة الحرارة الحركية" بسبب إرتباطها بطاقة الجسيمات، ولا يعني ارتفاع قيمة T بالضرورة أن الحرارة كبيرة، لأن الحرارة تتعلق بالسعة الحرارية والتي تحدد عن طريق عدد الجسيمات.

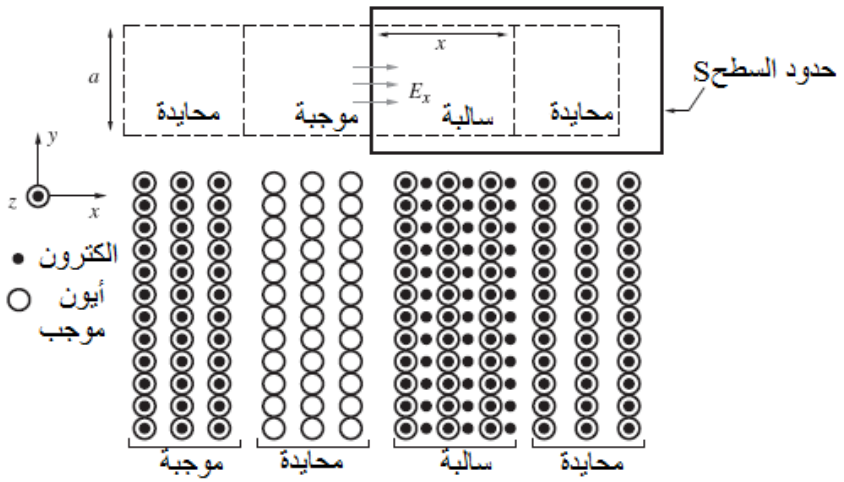
على سبيل المثال، درجة الحرارة الحركية لإلكترونات داخل مصباح الفلورسنت هو 11000 K ~ لكننا لا نشعر بهذا الإرتفاع الهائل لدرجة الحرارة عندما يضيء الأنبوب . والسبب هو أن كثافة الإلكترونات الحرة داخل الأنبوب أقل بكثير من عدد الجسيمات في الغاز تحت الضغط الجوي، وبالتالي فأن المقدار الكلي للحرارة الذي ينتقل إلى الجدران بسبب تأثير الإلكترونات يكون منخفضا.

يمكن أن يكون للبلازما درجات حرارة مختلفة في نفس الوقت، لأن الأيونات والإلكترونات لها توزيعات ماكسويلية (مختلفة العرض) توافق درجتي الحرارة T_i , T_e على التوالي. يمكن لكل من هذين التوازنين الحراريين أن يتغير لأن معدل تصادم الأيونات أو الإلكترونات فيما بينها أكبر من معدل تصادم الأيونات مع الإلكترونات. على الرغم من أن كلا الفئتين (الأيونات والإلكترونات) يمكن أن يكون لها توازن حراري خاص، غير أن درجات الحرارة تميل للتوازن. في البلازما الممغنطة (البلازما الخاضعة لتأثير حقل مغناطيسي قوي)، يمكن أن تحتوي الفئة الواحدة على درجتي حرارة مختلفة، لأن قوى لورنتز الموازية للحقل المغناطيسي تختلف عن تلك العمودية على الحقل. نرمز لدرجتي الحرارة المختلفة هذه $T_{e\parallel}$ و $T_{e\perp}$، والتي تتوافق التوزيعات الماكسويلية لسرعات الإلكترونات الموازية والعمودية للحقل المغناطيسي[9].

I.7- شبه التعادل وإهتزازات البلازما

ذكرنا سابقا أن الخاصية الأساسية للبلازما هي ميلها إلى البقاء متعادلة كهربائيا، وأن أي تغيير طفيف في الاعتدال المحلي الناتج عن فصل الشحنات يؤدي إلى حقول كهربائية كبيرة التي تجذب الإلكترونات مرة أخرى إلى مواضعها. تهتز الإلكترونات بسبب عطالتها في منطقة الشحنة الابتدائية. ومع ذلك، فإن هذا التذبذب يكون عادة بتردد عالي ويبقى شبه التعادل محفوظا خلال متوسط الزمن[9].

في هذا الجزء، سنصف بإيجاز حركيات السلوك الإهتزازي للبلازما. نعتبر حالة ابتدائية التي تكون بها كثافة متجانسة للإلكترونات$N_e=N_0$ ، والتي تتعادل بعدد الأيونات أي: $N_i=N_e=N_0$.



الشكل(1.I):صفيحة البلازما البسيطة. المنطقة الموجبة تتكون من الذرات التي فقدت إلكترون واحد، في حين أن المنطقة السالبة الشحنة لها إلكترونات زائدة[9].

و نفترض كذلك أن البلازما " باردة "، أي أن الحركة الحرارية للإلكترونات والأيونات يمكن إهمالها .نقوم الآن بإجراء اضطراب على هذا النظام عن طريق نقل مجموعة من الإلكترونات (يفترض أن تكون ببساطة في صفيحة ذات بعد واحد) من منطقة معينة من الفضاء إلى منطقة مجاورة، مخلفة وراءها شحنات موجبة (أيونات) ، كما هو مبين في(الشكل1.I) هذا الفصل المحلي للشحنة ينتج عنه حقل كهربائي E، الذي يطبق قوة على الإلكترونات والأيونات. بما أن الإلكترونات هي أخف بكثير من الأيونات، فيمكننا فرض أن الإلكترونات تتحرك بشكل أسرع بكثير، وبالتالي حركة الأيونات يمكن إهمالها. يعمل الحقل الكهربائي E للحد من فصل الشحنة عن طريق جذب الإلكترونات مرة أخرى إلى مواقعها الأصلية، وبالتالي تتسارع الإلكترونات إلى مواضعها الابتدائية مكتسبة طاقة حركية خلال هذه العملية، وتصبح البلازما مرة أخرى غير محايدة، مما ينتج حقل كهربائي مرة أخرى (الآن يوجه الحقل في الاتجاه المعاكس لما هو مبين في الشكل 1.I) يعيق حركتهم، وبالتالي تتسارع الالكترونات وتعود إلى مواضع توازنها نتيجة لعطالتها، و مرة أخرى يتم نزوح الشحنات كما هو مبين في (الشكل1.I). في غياب أي تخامد (على سبيل المثال ، بسبب اصطدام الإلكترونات مع الأيونات أو الإلكترونات الأخرى)، فإن هذه الحركة المتذبذبة سوف تستمر إلى الأبد[9].

في حالة البلازما الضعيفة نسبيا (منخفضة الكثافة)، يمكن إهمال تخامد التصادم، لذلك أي اضطراب طفيف للنظام يؤدي إلى عملية اهتزاز التي وصفناها منذ قليل.
نريد الآن أن نحسب تواتر هذا الإهتزاز، نتوقع أن قوة الإرجاع الكهربائية تعتمد على مقدار الشحنة النازحة، أي الشحنة q_e مضروبة في الكثافة أو عدد الإلكترونات في وحدة الحجم. بما أن عطالة للجسيمات تعتمد على كتلتها، فإن تردد الإهتزاز أيضا يعتمد على كتلة الإلكترونm_e، وتعطى معادلة الحركة لإلكترون واحد في وجود حقل كهربائي فقط E_x :

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = q_e \boldsymbol{E_x} \qquad (6.I)$$

حيث x هو اتجاه مواز للحقل الكهربائي، كما هو مبين في (الشكل1.I). باعتبار قانون غوص، وتطبيقه على سطح مغلق ومستطيل، كما هو مبين في (الشكل 1.I) يضفي إلى:

$$\oint_S E.ds = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad (7.I)$$

حيث Q هي الشحنة الكلية المحصورة في السطح المغلق S. إذا كانت كثافة التوازن للإلكترونات هي N_e، يجب أن يكون لدينا $Q = AxN_eq_e$، حيث A هي المقطع الفعال وx يمثل مقدار نزوح الإلكترونات. على افتراض أن a هو بعد سطح المستطيل في الاتجاه y و أن عمق العلبة هوΔz، لدينا:

$$\oint_S E.ds = -a\Delta z E_x = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{ax\Delta zN_eq_e}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad E_x = -\frac{xN_eq_e}{\epsilon_0} \qquad (8.I)$$

بالتعويض في المعادلة (2.1)، نجد:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{N_eq_e^2}{\epsilon_0 m_e}x = 0 \quad \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_p^2 x = 0 \qquad (9.I)$$

حل هذه المعادلة هو حل توافقي بتردد $\omega_P = \sqrt{N_eq_e^2/(\epsilon_0 m_e)}$، أي:

$$x = C_1\, cos(\omega_P t) + C_2\, sin(\omega_P t) \qquad (10.I)$$

حيث C_1 و C_2 هي ثوابت تحددها الشروط الابتدائية. المعادلة (3.I) تصف إنزياح عن التذبذبات الحرة من صفيحة البلازما البسيطة الموضحة في الشكل (1.I). ومع ذلك، يشير تحليلنا المبسط إلى أن أي اضطرابات عن التوازن تنتج إهتزازات بتردد زاوي ω_P، وهو ما يسمى تردد البلازما أو على وجه التحديد تردد إلكترونات البلازما[9]:

$$\omega_P = \sqrt{\frac{N_eq_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \qquad \text{تردد البلازما} \qquad (11.I)$$

ومن المهم أن نلاحظ أن إهتزازات البلازما أعلاه تبدو محلية بالكامل، وبالتالي هذا الاضطراب لا ينتشر بعيدا. في الواقع، يتحكم في إنتشار تذبذبات البلازما مجموعة من التأثيرات الحرارية، ويكمن ذلك في النظر في حقيقة أن تحريك الالكترونات حراريا في الطبقات المجاورة من البلازما تحمل معلومات عن الاضطراب (وليس بالضرورة من خلال تصادمات مثل الأمواج الصوتية في غاز متعادل ولكن في الواقع بواسطة الحقل الكهربائي). يمكن أن تفسر التأثيرات الحرارية من قبل إضافة حد تدرج الضغط في الجهة اليمنى في (6.I).

في غاز مؤين جزئيا حيث التصادمات (الإلكترونات والأيونات مع الذرات أو الجزيئات) هي المهيمنة، فإن إهتزازات البلازما تحدث إذا كان متوسط الزمن الحر τ_n بين التصادمات أكبر من دور الإهتزازات، أو $\omega_p\tau_n > 1$. يستعمل هذا الشرط في بعض الأحيان كمعيار لمعرفة ما إذا كان الغاز المتأين يعتبر كبلازما[9].

في بعض التطبيقات، على سبيل المثال في المناطق الأقل ارتفاعا من طبقة أيونوسفير الأرض، هذه هي بالضبط التصادمات التي تؤدي إلى بعض الآثار الفيزيائية المهمة. أيضا، هناك الكثير من أنماط الأمواج الكهرومغناطيسية والكهروستاتيكية التي يمكن أن تتواجد في البلازما على نطاق واسع جدا من الترددات. عموما، لمعرفة ما إذا كانت البلازما تسلك سلوكا جماعيا فالأمر يتوقف على المقارنة بين التواتر ω والزمن τ_n[9].

8.I - حجب ديباي

لقد ناقشنا سابقا إهتزازات إلكترونات البلازما والتي ظهرت أنها نتيجة لميول البلازما للتعادل إستجابة للاضطراب الماكروسكوبي بسبب حالة توازنها المتعادل أساسا. يكون هذا الاعتدال الكهربائي الماكروسكوبي للبلازما محفوظا خلال متوسط الفترة الزمنية القصيرة للإهتزازات. في غياب شحنات الفصل، لا يمكن للبلازما أن تنشأ حقولا كهربائية ماكروسكوبية. من ناحية أخرى، إذا طبق على البلازما حقلا كهربائيا خارجيا، فإن الشحن الحرة تعيد توزيعها بحيث تحجب الجزء الأكبر من البلازما عن الحقل. لنفترض أن حالة التوازن للبلازما يتم إضطرابها بسبب حقل كهربائي ناتج عن جسيم مشحون خارجي+ Q. نود الآن أن ندرس الآلية التي تسعى من خلالها البلازما لإعادة تأسيس اعتدالها الكهربائي الماكروسكوبي في وجود هذا الحقل الكهربائي[9].

لنفترض أننا نزج بجسيم إختبار + Q في البداية داخل بلازما متجانسة عند اللحظة t =0، بحيث $N_i=N_e=N_0$ ، والكمون الكهربائي الناتج عن شحنة اختبار واحدة هو[9]:

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \qquad (12.I)$$

حيث قمنا بفرض شحنة الاختبار تتموضع عند المبدأ في نظام ذو تناظر كروي. تنفر أيونات البلازما من شحنة الاختبار أما الإلكترونات فتنجذب نحوها، وبالتالي تقوم الشحنات الحرة (إلكترونات وأيونات) في البلازما بإعادة ترتيب نفسها في توزيع جديد للتوازن الذي يأخذ في الحسبان وجود شحنة الاختبار. ومع ذلك، تتحرك الأيونات ببطء كبير مقارنة بالإلكترونات، لذلك يمكننا أن نفترض أن حركتها يمكن إهمالها في السلم الزمني لتجربتنا. إذن كثافة الأيون تظل نفسها $N_i=N_0$. بينما تزداد كثافة الإلكترونات بالقرب من شحنة الاختبار ($N_0 < N_i$)، بحيث يصبح التوزيع الجديد للجهد Φ (r) حسب معادلة بواسون [9]:

$$\nabla^2\Phi(r) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{q_e(N_e - N_i)}{\epsilon_0} \qquad (13.I)$$

حيث لاحظنا أن هناك زيادة في كثافة الشحن الحرة ($\rho = q_e(N_e - N_i)$. سنرى لاحقا أنه في ظل شروط التوازن في وجود جهد كهروستاتيكي $\Phi(r)$ (بسبب الحقل الكهربائي الخارجي E المطبق)، ينشأ توزيع غير متجانس للجسيمات في البلازما حيث تعطى كثافة الجسيمات بـ[9]:

$$N(r) = N_0 e^{-q\Phi(r)/K_B T} \qquad (14.I)$$

وفقا لهذا، نكتب كثافة توزيع الإلكترونات في نظام كروي متناظر كالتالي[9]:

$$N_e(r) = N_0 e^{-q\Phi(r)/K_B T_e} \qquad (15.I)$$

نتيجة لذلك تكون كثافة الإلكترونات في التوازن الحراري أكبر في الأماكن التي يكون فيها الجهد الكهربائي $\Phi(r)$ عاليا. إذن T_e هي درجة حرارة الإلكترون، نلاحظ أن تغير الكثافة هو أكبر عندما يكون غاز الإلكترونات باردا. نعوض (15.I) في عبارة الإحداثيات الكروية لـ (13.I)، يكون لدينا[9]:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\Phi}{dr}\right) = -\frac{q_e N_0}{\epsilon_0}\left[exp\left(\frac{-q_e\Phi(r)}{K_B T}\right) - 1\right], \quad r > 0. \qquad (16.I)$$

هذه المعادلة غير خطية، ويجب أن تكامل عدديا. ومع ذلك، فهناك حل تقريبي يمكن الحصول عليه بفرض أن الكمون الكهروستاتيكي ضعيف $|q_e\Phi| \ll K_B T$ ، في هذه الحالة يمكننا التعبير عن الأس في (16.I) بسلسلة ونحتفظ فقط بأول حدين، فنتحصل على:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\Phi}{dr}\right) \simeq \left[\frac{N_0 q_e^2}{\epsilon_0 K_B T_e}\right]\Phi(r) = \frac{1}{\lambda_D^2}\Phi(r) \qquad (17.I)$$

حيث λ_D، والمعروفة باسم طول ديباي، يعرف بأنه

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 K_B T_e}{N_0 q_e^2}} \qquad \text{طول ديباي} \qquad (18.I)$$

من المهم أن نلاحظ أن $\lambda_D = \omega_P^{-1}\sqrt{K_B T_e/m_e}$.

الحل المبسط لـ (16.I) يمكن أن يكون:

$$\Phi(r) = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}\right] e^{-r/\lambda_D} \qquad (19.I)$$

كما نلاحظ أنه عندما $r \to 0$ يكون هذا الكمون متطابق مع الكمون الناتج عن شحنة حرة في الفضاء ، في حين أنه عندما يكون $r \gg \lambda_D$ يؤول الكمون للصفر $\Phi(r) \to 0$ أسرع بكثير من الكمون الناتج عن شحنة نقطية في الفضاء. في حين أن قوة كولوم في الفراغ نسبيا بعيدة المدى، هذه القوة في البلازما لا تؤثر إلا داخل طول ديباي من المصدر، كنتيجة لسحابة حجب ديباي[9].

من أجل شحنة إختبار موجبة، تحتوي سحابة الحجب فائض من الإلكترونات. باستخدام قانون غوص، يمكن إثبات أن الشحنة الإجمالية داخل سحابة الحجب مساوية ومعاكسة لشحنة الاختبار. يزيد حجم سحابة الحجب بزيادة درجة حرارة الإلكترون، وذلك لأن الإلكترونات التي تزيد طاقة حركتها لها قدرة على التغلب على جذب كولومب. أيضا، λ_D هو أصغر في حالة كثافة بلازما أكبر كثافة لأن مزيد من الإلكترونات (في وحدة الحجم) تتواجد لملء سحابة الحجب[9].

يمكننا أن نلاحظ من (19.I) أن الكمون بالقرب من شحنة الاختبار كبير جدا (نظر للحد r^{-1}) وعليه فالشرط $|q_e\Phi| \ll K_BT$ ليس صحيحا ، ومع ذلك، فهذا ليس قيدا لأن الهدف المنشود من كل هذا هو العثور على رتبة البعد عن جسيمات الاختبار حيث يتلاشى الكمون و يصبح صغير. هناك تعبير عددي لـ λ_D وهو $\lambda_D \simeq 69\sqrt{T_e/N_0}$ ،حيث T_e وحدتها K و N_0 وحدتها m^{-3}. في الطبقة العلوية لأيونوسفير الأرض لدينا $T_e \simeq 1000$ K و $N_0 \simeq 10^{11}\ m^{-3}$ إذن $\lambda_D \simeq 0.007\ m$. وبالتالي، فإن طول ديباي هو أصغر بكثير من مقاييس الأبعاد ذات الصلة بالأيونوسفير التي هي من رتبة مئات الكيلومترات[9].

عموما قيم طول ديباي دوما صغيرة جدا. إذا كان البعد L لنظام فيزيائي أكبر بكثير من λ_D ، فإن التركيز المحلي للشحنات الذي ينشأ لسبب أو لآخر، أوعن طريق كمونات خارجية مطبقة على النظام، فيحدث حجب على مسافة قصيرة مقارنة بـ L، تاركا الجزء الأكبر من البلازما خالية من الكمونات الكهربائية الكبيرة أو الحقول. يكون المقدار $\nabla^2\Phi$ خارج الغمد صغيرا ولدينا أيضا $N_e \simeq N_i$، وهكذا يقال أن البلازما تكون شبه متعادلة، بحيث $N_0 \simeq N_e \simeq N_i$ وN_0 هي الكثافة الشائعة التي يمكن أن يشار إليها باسم كثافة البلازما.

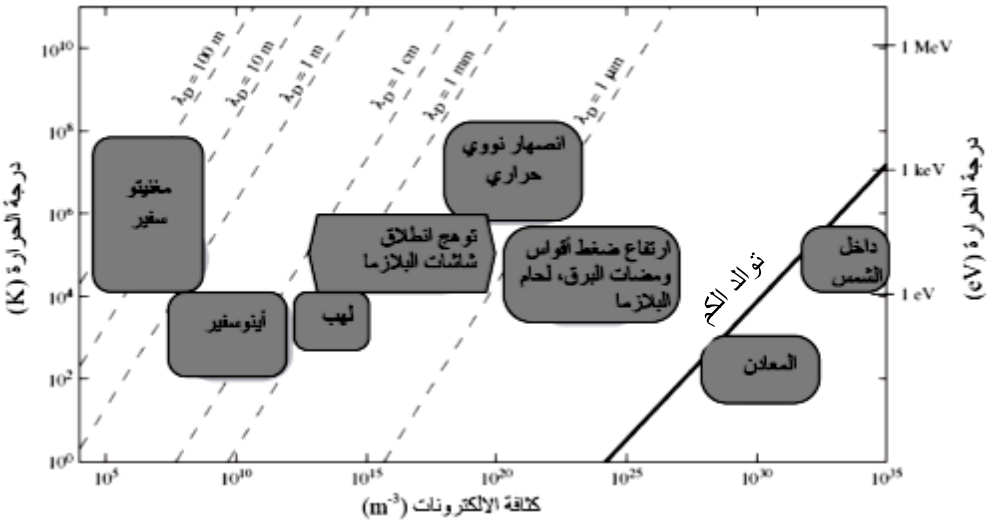
هناك معيار هام ليكون غاز متأين بلازما أي يصبح كثيف بما فيه الكفاية وهو أن يكون $L \gg \lambda_D$.

كل الجسيمات في البلازما يمكن أن تعتبر بمثابة شحنة اختبار وتحدث سحابة حجب .إن مفهوم حجب ديباي المقدم أعلاه يتطلب وجود عدد كبير من الجسيمات، لذلك يمكن تعريف الكثافة إحصائيا. نعرف معامل مهم في هذا الصدد وهو عدد الجسيمات في كرة ديباي على النحو[9]:

$$N_D = N_0\left[\frac{4\pi\lambda_D^3}{3}\right] = \frac{1.38\times10^6 T_e^{3/2}}{N_0^{1/2}} \qquad (20.I)$$

حيث T_e بـ K. وهكذا نتحصل على معيار ثاني ليكون غاز متأين بلازما هي أن$N_D \gg 1$.

ويبين الشكل (2.I) نطاقات درجة الحرارة، وكثافة الإلكترونات، وطول ديباي عن بلازما نموذجية موجودة في الطبيعة والتطبيقات التكنولوجية. يظهر أيضا في الشكل (2.I) الفصل بين الأنظمة الكلاسيكية والكمية. آثار الكم تأخذ في الاعتبار الشك في موضع الإلكترون وهي مماثلة لمتوسط المسافة إلى أقرب الكترون كما هو الحال بالنسبة للعديد من الموصلات الكهربائية الصلبة مثل المعادن، حيث كثافة الإلكترون مرتفعة جدا.



الشكل (2.I): مجال درجة الحرارة، وكثافة الإلكترونات، وطول ديباي لنماذج بلازما في الطبيعة وفي التطبيقات التكنولوجية. فقط الظواهر إلى يسار خط التوالد الكمي تعتبر بلازما ويمكن دراستها بصيغ الفيزياء الكلاسيكية[9].

9.I- خلاصة

تضمن هذا الفصل دراسة الحالة الرابعة للمادة وهي البلازما التي تشكل 99% من مادة الكون، وبالرغم من اختلافها عن حالات المادة الأخرى إلا أنها تشترك في بعض الخصائص مع الحالة الغازية للمادة، وتختلف البلازما من حيث درجة التأين إلى ضعيفة التأين وقوية التأين. إن أهم ميزة للبلازما هي ميولها نحو الإعتدال الكهربائي، حيث أنه كل شحنة إختبار من البلازما تجلب بحقلها شحنات مخالفة فيتشكل حولها غيما كرويا مشحونا يعمل على تقليل شدة حقل شحنة الإختبار.

الفصل الثاني:

النظرية الحركية للبلازما

II- النظرية الحركية للبلازما

إن أغلب مسائل فيزياء البلازما يتم دراستها بطريقة إحصائية تعتمد على أخذ متوسطات على عدد كبير من الجسيمات المنفردة، وتسمى هذه الطريقة بوصف المائع. يستعمل هذا الوصف في دراسة السلوك الماكروسكوبي، حيث توصف البلازما بدلالة معادلات المائع عوضا عن القوى الكهرومغناطيسية. إن وصف المائع لا يهتم بحركات الجسيمات المنفردة بل يعتمد على الخصائص الجماعية كالكثافة ومتوسط السرعة عند نقاط ثابتة من الفضاء.

تستند النظرية الحركية للبلازما على نفس المبادئ التي تصف السلوك التحريكي للغازات المتعادلة وهي: دالة توزيع السرعة التي تصف عدد من الجسيمات في أي نقطة في الفضاء، ومجموعة من مركبات السرعات، ومعادلة بولتزمان التي تصف التغير الزمني لدالة التوزيع، وهذا هو الوصف الأساسي للبلازما غير المتزنة.

إن الغالبية العظمى من التطبيقات التي تهتم بدراسة البلازما غير المتزنة، تستعمل معادلات مبسطة (أي معادلات المائع) مشتقة من معادلة بولتزمان، وكميات مقاسة (مثل الكثافة، والسرعة، درجة الحرارة) نتحصل عليها بواسطة متوسطات مناسبة لدالة توزيع السرعة.

نبدأ هذا الفصل بعرض موجز لخصائص الغازات، ونواصل من خلال إدخال مفهوم دالة توزيع السرعة كوسيلة للوصف الإحصائي لحركية البلازما، ثم نناقش الطرق التي من خلالها نحسب القيم المتوسطة لخصائص الجسيمات إنطلاقا من دالة التوزيع. بعد اشتقاق معادلة بولتزمان من المبادئ الأساسية، نقدم دالة خاصة للتوزيع المعروفة باسم توزيع ماكسويل-بولتزمان التي يبلغها كل غاز عند التوازن الحراري.

1.II-مقارنة بين خصائص الغازات والبلازما

قبل الخوض في النظرية الحركية للبلازما، نريد أن نجعل مقارنة بين البلازما والغاز المتعادل. إن العاملين المميزين للحالة الفيزيائية لغازهما كثافة الجسيمات N_0 ودرجة الحرارة T، حيث يتعلق متوسط الطاقة الحركية للجسيمات بدرجة الحرارة فقط ، في حين أن الضغط يتناسب مع كل من الكثافة ودرجة الحرارة. من أجل الغازات عند التوازن الحراري، يتعلق الضغط p بـ N_0 و T من خلال العلاقة المعروفة[3]:

$$p = N_0 K_B T \qquad (1.II)$$

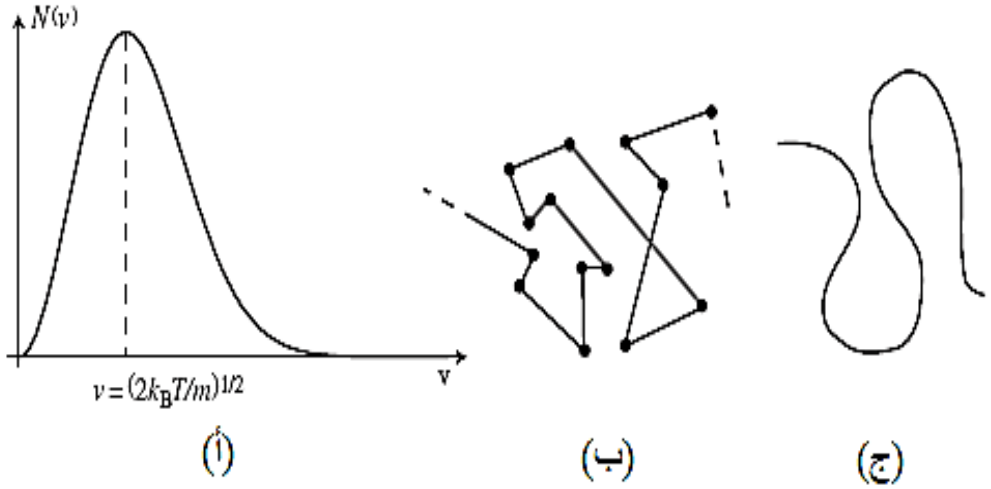
حيث k_B هو ثابت بولتزمان.

عندما يكون الغاز في توازن حراري في درجة حرارة معينة T، فإن جزيئاته ليس لها نفس الطاقة .على العكس من ذلك، قد تبدو نظريا وتقاس تجريبيا أن الجزيئات لها سرعات مختلفة تتراوح من الصفر إلى قيم كبيرة جدا. في سنة 1890، أظهر ماكسويل أن عدد من جزيئات الغاز التي لها سرعات في المجال v و v+dv و يعطى بواسطة[3]:

$$N(v) = Av^2 e^{-mv^2/(2K_B T)} \Delta v \qquad (2.II)$$

حيث المعامل A يمكن تحديده على أساس عدد الجزيئات في وحدة الحجم التي تساوي الكثافة N_0 ، نكامل على كل سرعات الجزيئات الممكنة، نجد[3]:

$$N_0 = \int_0^\infty Av^2 e^{-mv^2/(2K_BT)}\, dv \quad \rightarrow \quad A = N_0 \left[\frac{2}{\pi}\left(\frac{m}{k_BT}\right)^3\right]^{1/2} \qquad (3.II)$$



الشكل (1.II): غاز في التوازن الحراري .(أ) توزيع ماكسويل لسرعات الجسيم في غاز عند التوازن الحراري . (ب) حركة عشوائية لجزيء غاز متعادل تحت تأثير التصادمات المرنة.(جـ) مسار جسيم مشحون في البلازما تحت تأثير تصادمات كولوم[3].

توضح دالة التوزيع للسرعة التي تظهر في الشكل (1.II.أ) حيث تكون القيمة العظمى لهذه الدالة عند $v = \sqrt{k_BT/m}$ ، تشير إلى أن هذه هي السرعة الأكثر احتمالا لأي جزيء. هناك ميزة أخرى هي انخفاض سريع جدا في عدد الجزيئات عند السرعات المنخفضة والسرعات العالية جدا. يظهر الشكل (1.II .ب) الحركة العشوائية الحرارية لجزيئات الغاز. إن كل تغير في هذا المنحنى هو نتيجة لاصطدام مرن للجزيء مع بعض الجزيئات الأخرى من الغاز، ومدة كل تصادم صغيرة جدا بالمقارنة مع الزمن بين التصادمات[3].

تستند النظرية الحركية للغازات على فرضية أنه بعد تصادم الجزيء يمكن له أن يستمر في حركته في أي اتجاه باحتمال متساوي وبغض النظر عن دفعه الابتدائي. إن متوسط الطول للمقاطع المستقيمة المشكلة من تعرجات مسارات جزيئات الغاز يعرف بمتوسط المسار الحر، ويرمز له عموما بـ λ، ومتوسط الزمن الذي يستغرقه يسمى بمتوسط الزمن بين التصادمات ويرمز له بـτ ، ومتوسط تواتر التصادم أو متوسط عدد التصادمات التي يجريها الجزيء في الثانية ومن ثم [3] $\upsilon = \tau^{-1}$.

بمأن البلازما هي أساسا غازات متأينة، يمكننا أن نتوقع تطبيق الكثير من المفاهيم التي نوقشت سابقا لما نعتبر مجموعة من الجسيمات المشحونة. هناك فوارق مهمة بين البلازما والغازات المتعادلة تحددها طبيعة "التصادم "بين الجسيمات . في الغازات، تكون أبعاد النظام في الغالب أكبر بكثير من متوسط المسار الحر وسلم قياس الزمن أطول بكثير من الزمن بين التصادمات. خلال شروط معينة، يبلغ الغاز التوازن الحراري

خلال سلم للطول والزمن أصغر بكثير من التغيرات المكانية والزمانية للمعاملات الماكروسكوبية كالضغط ودرجة الحرارة، لذلك يمكن وصف هذه المتغيرات بدقة بإستعمال وصف المائع، ويرجع ذلك للتأثير الصغير جدا للقوى التي تنشأ بين الجزيئات المتعادلة (يعني أن الجسيمات يمكنها لمس بعضها البعض في رتبة الأبعاد الذرية $\sim 10^{-8}$ سم) . إن المسارات الإنسيابية للجسيمات المشحونة في البلازما مختلفة تماما عن المسارات المتعرجة لجزيئات الغاز المعتدل كما هو مبين في الشكل (1.II.ب)، ولا يمكن أن تقسم المسارات الإنسيابية بسهولة إلى قطع مستقيمة تبدأ وتنتهي عند المواضع التي تحدث عندها التصادمات، لأن كل جسيم يتحرك تحت تأثير متوسط الحقول الكهربائية الناشئة عن الجسيمات الأخرى، وحركته تخضع لتغيرات مستمرة في المقدار والاتجاه . هذا الحقل المتوسط ضعيف عموما، حتى أن حركة الجسيم تشبه المشي العشوائي لشخص في الصحراء ليلا، كما يبينه الشكل(1.II .جـ)[3].

طريقة أخرى للنظر إلى الفرق بين الحركات الموصوفة في الشكلين (1.II.ب) و(1.II .جـ) وهي أن التفاعلات بين الجسيمات المشحونة في البلازما تحت تأثير قوى كولوم بعيدة المدى التي تسمح لها بتجنب التصادمات، بينما تحدث تصادمات مباشرة بين جزيئات الغاز. نتيجة لانخفاض عدد التصادمات، فإن بلوغ التوازن الحراري يكون أبطأ في البلازما مقارنة بالغازات المعتدلة، والعديد من العمليات الفيزيائية يمكن أن تحدث على مدى فترات زمنية أسرع من زمن الاسترخاء لبلوغ التوازن، نتيجة لذلك فإن التوزيعات الخاصة بحالة عدم التوازن غالبا ما نصادفها في البلازما، ويجب أن تدرس البلازما عندها دراسة حركية[3].

2.II- دالة توزيع السرع

نبدأ بافتراض أن موضع كل جسيم تم تحديده من خلال الشعاع **r** المرسوم من المركز نحو النقطة التي يتواجد عندها الجسيم .وبعبارة أخرى، لدينا[3]:

$$\mathbf{r} = \hat{\mathbf{x}}x + \hat{\mathbf{y}}y + \hat{\mathbf{z}}z \qquad (4.II)$$

نعتبر حجم عنصري $d\mathbf{r} = dxdydz$ ، ويرمز له أيضا $d^3\mathrm{r}$.حيث $d\mathrm{r}$ ليس بشعاع ، ولكن ببساطة يمثل حجم عنصري ثلاثي الأبعاد .لاحظ أن الحجم العنصري $d\mathbf{r}$ يجب أن يكون كبير بما يكفي لاحتواء عدد كبير من الجسيمات، وصغير بما فيه الكفاية بحيث أن الكميات الماكروسكوبية مثل الضغط ودرجة الحرارة تتغير ببطء داخل الحجم العنصري . على سبيل المثال: مكعب طول أحد أضلاعه 0.01mm من غاز في الشروط النظامية من درجة حرارة وضغط يحتوي $\sim 10^{10}$ من الجسيمات ، ومعرفة بكميات الماكروسكوبية في حجم 0.01mm مكعب طول أحد أضلاعه 0.01mm هو بالتأكيد كافي في معظم التطبيقات ، ونكتب السرعة الخطية للجسيمات تكون[4]:

$$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{x}}v_x + \hat{\mathbf{y}}v_y + \hat{\mathbf{z}}v_z \qquad (5.II)$$

ذلك أن سرعة الجسيم هي $|\mathbf{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. في فضاء الهيئات، المركبات v_x و v_y و v_z هي الإحداثيات في فضاء السرعة .وبالتالي فإن شعاع السرعة v يحدد موضع الجسيم في فضاء السرعة . غالبا ما يكون ملاءمة تقديم مفهوم فضاء الطور، والذي تحدده ستة إحداثيات x، y ، z، وv_x, v_y, v_z بالتالي الموضع **r** والسرعة v للجسيم في أي زمن معين يمكن أن تكون ممثلة بنقطة في هذه الأبعاد الستة للفضاء .الآن نعتبر المجال الزمني dt الذي يتمركز حول زمن الملاحظة t، ويكون dt كبير مقارنة متوسط الزمن اللازم لخروج الجسيم من الحجم العنصري $d\mathbf{r}$ وصغير بما فيه الكفاية مقارنة مع سلم القياسات الزمنية لتغير الثوابت المايكروسكوبية . إن عدد الجسيمات التي تكون في الحجم العنصري $d\mathbf{r}$ خلال متوسط المجال الزمني dt هي ببساطة تعطى من خلال $N(\mathbf{r}, t)d\mathbf{r}$ ،حيث N(r, t) هي كثافة الجسيمات ، بغض النظر عن شكل الحجم العنصري $d\mathbf{r}$. يمثل المقدار $N(\mathbf{r}, t)d\mathbf{r}$ كل الجسيمات المحتواة في الحجم $d\mathbf{r}$ توافق نقطة في فضاء السرعة، ويرمز له بسرعة نقطية **v** والذي يمثل سرعة هذه الجسيمات في الحجم $d\mathbf{r}$ في المجال الزمني dt. يتعلق توزيع هذه السرعة النقطية بالزمن وبالتصادمات وتدفق الجسيمات من وإلى الحجم العنصري $d\mathbf{r}$ (أي دخول الجسيمات أو مغادرتها الحجم العنصري $d\mathbf{r}$) [4].

بنفس الطريقة التي عرفنا بها كثافة الجسيمات في فضاء الهيئات، يمكننا تعريف كثافة النقاط Ndr إحصائيا في فضاء السرعات. تتناسب هذه الكثافة مع $d\mathbf{r}$ وهي دالة لـ r و t وكذلك v، و يرمز لها $f(\mathrm{r}, \mathrm{v}, t)\, d\mathbf{r}$ بهذا التعريف، يكون العدد المحتمل من الجسيمات الموجودة في الزمن t في الحجم العنصري $d\mathbf{r}$ ، ومجال سرعاتها بين v و v +dv هو $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{r}d\mathbf{v}$ [4].

تدعى الدالة $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ دالة توزيع السرعة وتمثل الكثافة المحتملة للنقاط الممثلة في فضاء الطور ذو الستة أبعاد. نلاحظ أنه إذا جمعنا على كل السرعات الممكنة لعدد نقاط السرعات $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{r}d\mathbf{v}$ المحتواة في الحجم العنصري $d\mathbf{v}$ هو الجمع على كل السرعات الممكنة نتحصل على العدد الكلي $N(\mathbf{r}, t)d\mathbf{r}$ لنقاط السرعات في فضاء السرعات الكلي ومنه [4] :

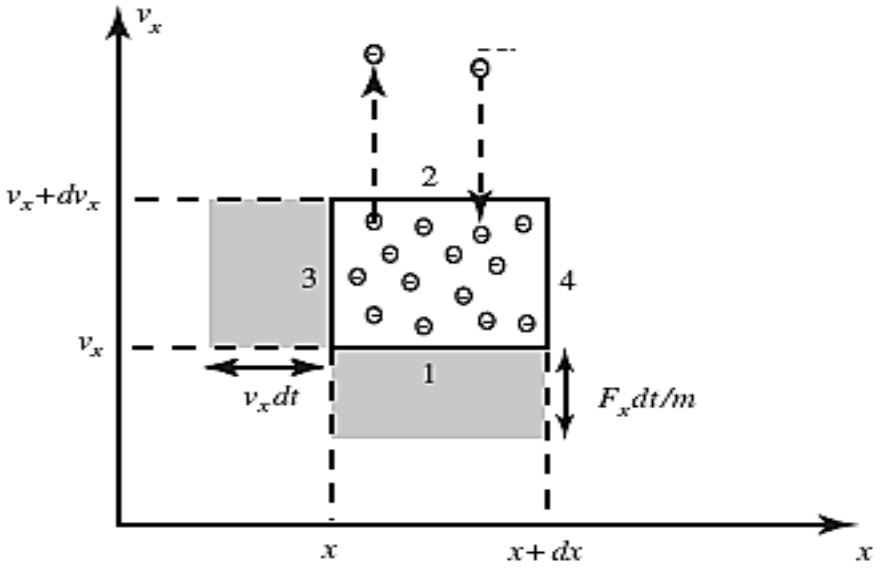
$$N(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, d\mathbf{v} = \iiint_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, dv_x dv_y dv_z \qquad (6.\mathrm{II})$$

فمن الواضح أن دالة التوزيع $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ يجب أن تكون منتهية ومستمرة وموجبة من أجل كل قيم t وتقترب من الصفر عندما تؤول السرعة v إلى اللانهاية. إن دالة توزيع السرع في البلازما لها شكل عام، حيث في حالة بلازما غير متجانسة، تتعلق الكميات الفيزيائية بالموضع، وتوصف بواسطة دالة التوزيع $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ التي تتعلق صراحة بـ **r**، في حين دوال التوزيع للبلازما المتجانسة لا تتعلق بـ **r** و هي دوال لـ v و t فقط. في البلازما اللامتناظرة، تتعلق دالة التوزيع $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ بإ تجاه شعاع السرعة **v**، بينما في البلازما المتناظرة بالنسبة للسرعة $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ لا تتعلق بإتجاه **v**. تقدم دالة توزيع السرعة للبلازما معلومات إحصائية على كل الجسيمات ، وبالتالي فهي وصف مجهري .ومع ذلك، في كثير من الأحيان تستخدم دالة توزيع السرعة $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ في إيجاد القيم الماكروسكوبية لمعاملات البلازما (على سبيل المثال ، والكثافة والتدفق والتيار). من أجل أي خاصية $g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ للجسيمات ،فإن متوسطها يعطى بالعبارة[4]:

$$\mathrm{g_{av}}(\mathbf{r}, t) \equiv \langle \mathrm{g}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \rangle = \frac{1}{\mathrm{N}(\mathbf{r}, \mathrm{t})} \int \mathrm{g}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\ f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \qquad (7.\mathrm{II})$$

3.II- معادلة بولتزمان

إن تطور دالة توزيع السرعة $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ في الزمن تصفه معادلة بولتزمان . تتغير مواضع الجسيمات خلال الزمن لأن سرعاتها غير معدومة والسرعات بدورها ستتغير في وجود التسارع الذي هو نتيجة القوى المؤثرة على الجسيمات، وبالتالي تتحرك النقاط الممثلة في فضاء الطور بدالة للزمن. نبدأ باستنتاج معادلة بولتزمان من أجل دالة توزيع السرعة في بعد واحد ، والذي يتعلق بإحداثية الموضع x ، واحداثية السرعة v_x، والزمن t والموافق لبعدين في فضاء الطور المبين في الشكل التالي[6]:



الشكل (2.II) : فضاء الطور لدالة توزيع السرعة في بعد واحد .الجسيمات الظاهرة في الشكل مشحونة سلبا (الإلكترونات)[6].

نعتبر المجال الزمني dt طويل مقارنة بمتوسط المجال الزمني للتفاعل بين أي جسيمين، وبالتالي فإن بحيث أن معظم التفاعلات التي تبدأ في المجال dt تنهي في غضونه. من ناحية أخرى، يجب أن يكون dt قصيرا بما فيه الكفاية مقارنة بمتوسط المجال الزمني بين التفاعلات بحيث كل جسيم يتفاعل مرة واحدة على الأكثر مع جسيم أخر خلال المجال الزمني dt . تحت هذه الشروط، يكون مسار الجسيم مركب من عدة أجزاء تخضع لفعل القوى الخارجية فقط. في ظل هذه الظروف فقط، تصلح معادلة بولتزمان[6].

إذا كانت القوة الخارجية المؤثرة على الجسيم هي $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{x}}F_x$، وتسارعها هو $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{x}}\mathbf{F}/m$.أيضا تنجرف الجسيمات في فضاء الطور تحت تأثير قوة ماكروسكوبية F_x ، وبالتالي سوف تغدو الجسيمات دخولا وخروجا من وإلى الحجم الثنائي الأبعاد الثابت $dxdv_x$ كما هو مبين في الشكل (2.II)، يمكن اشتقاق دالة التوزيع على أساس حفظ عدد الجسيمات، باعتبار تدفق الجسيمات داخل وخارج الحجم من خلال أوجهه الأربعة خلال المجال الزمني dt [6]:

- $f(x, v_x, t)dx\ a_x(x, v_x, t)\ dt$: تدفق دخول الجسيمات خلال الوجه1 (من المنطقة المظللة في الأسفل).

هذه الجسيمات تمتلك تسارع إذن لديها سرعات داخل العلبة.

- $f(x, v_x+dv_x, t)dx\ a_x(x, v_x+dv_x, t)dt$: تدفق خروج الجسيمات من خلال الوجه 2.

هذه الجسيمات لها تسارع وسرعتها أكبر من تلك التي داخل العلبة.

- $f(x, v_x, t)\ dv_x\ v_x\ dt$ **:** تدفق دخول الجسيمات خلال الوجه3.(من المنطقة المظلمة على اليسار)

هذه الجسيمات تحركت إلى داخل العلبة من مواضع يسرى.

- $f(x+dx, v_x, t)\ dv_x\ v_x\ dt$ **:** تدفق خروج الجسيمات من الوجه 4.

هذه الجسيمات تحركت خارج العلبة من مواضع يمنى.

حتى الآن تمثل التغيرات في دالة التوزيع ناشئة عن حركة الجسيمات أو من قوى خارجية بالإضافة إلى ذلك، خلال المجال الزمني dt ، تتفاعل أو تتصادم الجسيمات المتموضعة عند x في المجال dx في الأغلب مرة واحدة مع الجسيمات الأخرى وتغير سرعتها. سرعة بعض الجسيمات التي كانت في المجال dv_x عند v_x تغير قيمها الأخرى وبالتالي تغادر الحجم العنصري ثنائي الأبعاد، في حين تكون سرعات بعض الجسيمات الأخرى خارج المجال dv_x حول v_x . لاحظ أن هذه التصادمات يمكنها تغيير سرعة الجسيم وليس بالضرورة موضعه، لذلك ندخل حد التصادم المعرف بـ[6]:

$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} dxdv_x dt$ تدفق الجسيمات نتيجة للتصادمات

يعطى العدد الكلي للجسيمات في الحجم العنصري في فضاء السرعة $dxdv_x$ بالعبارة$f(x, v_x, t)\ dxdv_x$.
نكتب معدل تغير عدد الجسيمات خلال الزمن بالفرق بين عدد الجسيمات التي تتدفق داخل وخارج الحجم العنصري الثنائي الأبعاد[6]:

$$\frac{\partial}{\partial t}[f(x,v_x,t)dxdv_x] = [f(x,v_x,t)a_x(x,v_x,t) - f(x,v_x+dv_x,t)a_x(x,v_x+dv_x,t)]dx + [f(x,v_x,t)v_x - f(x+dx,v_x,t)v_x]dv_x + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} dxdv_x \quad (8.II)$$

بالقسمة على $dxdv_x$ نجد:

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,v_x,t) = -\frac{\partial}{\partial x}(fv_x) - \frac{\partial}{\partial v_x}(fa_x) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \quad (9.II)$$

لاحظ أن v_x و x هي متغيرات مستقلة، وبافتراض أن القوة F_x و مستقلة عن السرعة v_x ، وبالتالي التسارع a_x لا يتعلق أيضا بالسرعة v_x ، ومنه نكتب[6]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{F_x}{m}\frac{\partial f}{\partial v_x} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \qquad (10.II)$$

حيث قمنا بوضع $a_x = F_x$ /m. لاحظ أن افتراض F_x مستقلة عن v_x ليس دوما طالما أن القوة الخارجية في حالة البلازما هي قوة لورنتز $F = q[E + v \times B]$ بحيث F_x تتعلق بـ v_x (انظر المعادلة 14b.II) يتضح أن معادلة بولتزمان تترجم حفظ عدد من النقاط الممثلة في فضاء الطور. باتباع نفس الطريقة المعتمدة أعلاه على حجم عنصري من فضاء الطور ذو الستة أبعاد في $\mathbf{dr}\mathbf{dv} = dx\, dy\, dz\, dv_x dv_y dv_z$ ، نستطيع اشتقاق معادلة بولتزمان ثلاثية الأبعاد[6]:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) + (\mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{r}}) f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) + \left[\left(\frac{F}{m}\right).\nabla_{\mathbf{v}}\right] f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \qquad (11.II)$$

حيث:

$$\nabla_{\mathbf{r}} \equiv \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z} \qquad (12a.II)$$

$$\nabla_{\mathbf{v}} \equiv \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial v_x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial v_y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial v_z} \qquad (12b.II)$$

الحدين الثاني والثالث في (11.II)هما:

$$(\mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{r}}) f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial x} + v_z \frac{\partial f}{\partial x} \qquad (13a.II)$$

$$\left[\left(\frac{F}{m}\right).\nabla_{\mathbf{v}}\right] f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = \frac{F_x}{m}\frac{\partial f}{\partial v_x} + \frac{F_y}{m}\frac{\partial f}{\partial v_y} + \frac{F_z}{m}\frac{\partial f}{\partial v_z} \qquad (13b.II)$$

نلاحظ أنه في سياق البلازما، القوة المؤثرة على الجسيمات هي قوة لورنتز، التي تعطى بالعبارة[6]:

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}] \qquad (14a.II)$$

$$F_x = qE_x + qv_yB_z - qv_zB_y \qquad (14b.II)$$

$$F_y = qE_y + qv_zB_x - qv_xB_z \qquad (14c.II)$$

$$F_z = qE_z + qv_xB_y - qv_yB_x \qquad (14d.II)$$

حيث الحقل الكهربائيE والحقل المغناطيسيB هما حقلين ماكروسكوبين مستمرين نتحصل عليهما عن طريق حساب متوسط على حجم عنصري أبعاده كبيرة بما يكفي لاحتواء عدد كبير من الجسيمات ولكن صغيرة مقارنة مع سلم القياس المكاني لتغير الكميات الفيزيائية. نلاحظ إذن أن كل مركبة من F مركبات مستقلة عن المركبة المماثلة لها من سرعة الجسيم **v**. على الرغم من أننا لا نزال بعيدين كل البعد عن إيجاد تعبير صريح للتصادم على الجانب الأيمن، يمكننا عموما التعبير عن $(\partial f/\partial t)_{coll}$ بإجراء تكاملات متعددة على دالة التوزيع$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. في البلازما هناك على الأقل ثلاثة فئات مختلفة من الجسيمات: الإلكترونات والأيونات والذرات المتعادلة. معادلة بولتزمان الموضحة في العلاقة (11.II) صحيحة لكل فئة، لأن كل فئة تتميز بدالة توزيع مختلفة $f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$، وكل هذه الفئات الثلاثة ترتبط ببعضها البعض في حد التصادم[6].

4.II- توزيع ماكسويل-بولتزمان

تطرقنا فيما سبق لمفاهيم عديدة كفضاء السرعات وفضاء الطور سداسي الأبعاد ودالة التوزيع كألية لتحديد المواضع المحتملة ومركبات السرعة لمجموعة من الجسيمات. قمنا أيضا بإشتقاق معادلة بولتزمان كتعبير رياضي لحفظ عدد الجسيمات وهي أساس النظرية الحركية، وهذه المعادلة لا تخص البلازما فقط ولكنها صالحة لأي غاز في ظروف التوازن أو في عدمه. فيما يلي سوف نسعى لإيجاد الحلول الممكنة لمعادلة بولتزمان[6].

بعد مضي وقت معتبر، تبلغ مجموعة الشحنات الحرة أو الجسيمات المتعادلة حالة التوازن. نعتبر الان جسيمات غاز تم إدخالها فجأة إلى حجم محدود (على سبيل المثال، وعاء)، فإعتمادا على كيفية دخول الجسيمات، في البداية قد تكون موجودة في مواضع معينة ويمكن أن تكون أغلب السرعات في اتجاه واحد، وبالتالي احتمال وجود الجسيمات في مواضع أخرى وبسرعات في اتجاهات أخرى ضعيف . وبعبارة أخرى، فإن دالة التوزيع f في البداية غير متجانسة (دالة في **r**) لامتناظرة.(دالة لاتجاه السرعة v). مع مرور الزمن، ونتيجة للتفاعلات التصادمية بين الجسيمات وبين وجدران الوعاء، تتجه دالة توزيع الجسيمات نحو التجانس، بحيث يكون احتمال وجود الجسيمات في أي مكان في الوعاء متساو. علاوة على ذلك، فإن سرعة الجسيمات المارة عبر أي نقطة في الحجم تصبح موزعة بشكل متجانس في كل الاتجاهات، وهكذا تصبح دالة التوزيع متجانسة. إذا وضع الوعاء في درجة حرارة ثابتة، في نهاية المطاف يبلغ الغاز التوازن الحراري بدرجة حرارة مساوية للوعاء. في ظل ظروف التوازن الحراري، يخضع الغاز متجانس في غياب قوى خارجية لتوزيع متجانس ومتناظر يعرف بتوزيع ماكسويل بولتزمان. مثال على دالة توزيع متجانسة ولامتناظرة التي تمثل غاز مكون منN_0 من الإلكترونات كلها تتحرك في اتجاه معين بسرعة v_0 هو ما يسمى بتوزيع مثل الحزمة المتشابهة يعطى[6]:

$$f_{beam}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_{beam}(\mathbf{v}) = N_0 \delta(v_x - v_0)\delta(v_y)\delta(v_z) \qquad (15.II)$$

حيث $\delta(x)$ هي دالة دلتا ديراك .يمكن بسهولة أن تظهر من خلال التعويض أن المعادلة (15.II) هي حل لمعادلة بولتزمان. أيضا دالة التوزيع $f_{beam}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_{beam}(\mathbf{v})$ تحقق شروط معادلة بولتزمان عند

أي زمن، التوزيع f لا ينبغي أن تكون ثابتة ولكن يتطور نحو توزيع ماكسويل-بولتزمان .مثال على دالة توزيع متجانسة ومتناظرة تمثل غاز متماثل لجسيمات تتحرك في كل الاتجاهات بإحتمال متساو لكن بنفس سرعة v_0:

$$f_{shell}(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = f_{shell}(\mathbf{v}) = A\delta(v - v_0) \qquad (16.II)$$

حيث $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.المعادلة (16.II) هي حل لمعادلة بولتزمان في زمن معين، ولكن إذا كانت دالة التوزيع لغاز $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ مساوية لـ $f_{\text{shell}}(\mathbf{v})$ عند أي زمن ، لا يمكن أن تبقى مساوية لها ويجب أن تتطور في الزمن نحو توزيع ماكسويل بولتزمان .لقد بينا سابقا أن الغاز المتجانس في غياب القوى الخارجية تحقق توزيع ماكسويل بولتزمان تحت ظروف التوازن الحراري (أو حالة مستقرة). رياضيا، هذه الشروط يمكن أن تمثل $\mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{r}} = 0$ (التجانس)، $(F/m).\nabla_{\mathbf{v}} = 0$ (لا وجود لقوى خارجية)، و $\partial f / \partial t = 0$ (الحالة مستقرة)، تختصر معادلة بولتزمان (10.II) إلى[6]:

$$0 + 0 + 0 = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = 0 \qquad (17.II)$$

نفهم من العبارة (17.II) أنه في ظروف التوازن، خلال أي فاصل زمني dt، الجسيمات التي تدخل للحجم العنصري من فضاء الطور نتيجة التصادم سرعان ما تغادره. من خلال النظر في اليات تصادم جسيمين تكون الطاقة الكلية محفوظة تحت الشروط المذكورة في (17.II). فإنه يمكن أن تظهر أن دالة توزيع الجسيمات يجب أن تكون بالضرورة توزيع ماكسويل بولتزمان. يعطى توزيع ماكسويل-بولتزمان في شكله العام كالتالي[3-6]:

$$f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = f(v) = Ce^{-av^2} \qquad (18.II)$$

حيث C و a ثابتين موجبين (مستقلة عن $\mathbf{r}$ و $\mathbf{v}$) و $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ هي سرعة الجسيم .يمكن اشتقاق الثوابت الفيزيائية للغاز، مثل كثافة عدد الجسيمات N_0 ودرجة الحرارة T، من المعادلة (18.II) نلاحظ أن كلا من N_0 و Tهي ثوابت في كل نقطة من نقاط الفضاء (أي كليهما عن $\mathbf{r}$).

1.4.II- الكثافة العددية

نتحصل على العدد الكلي للجسيمات من خلال تكامل (18.II) على كامل فضاء الطور. اذن f لا تتعلق بـ $\mathbf{r}$، وهذا يعني ببساطة أن نكامل (18.II)على فضاء السرعات. باستخدام الإحداثيات الكروية نكتب الحجم عنصري $d\mathbf{v}$ في فضاء السرعة $d\mathbf{v} = v^2 \sin\theta \, dv d\theta d\phi$، ولدينا أيضا[6]:

$$N_0 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty} Ce^{-av^2}v^2 dv \sin\theta d\theta d\phi \qquad (19.II)$$

$$= \int_0^{\infty} 4\pi C e^{-av^2} dv$$

$$\mathrm{N}_0 = C\left(\frac{\pi}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \rightarrow \quad C = N_0\left(\frac{a}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (20.II)$$

حيث استخدمنا نتيجة التكامل المعروف:

$$\int_0^{\infty} \xi^2 e^{-a\xi^2} d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{16a^3}} \qquad (21.II)$$

بعد تحدد C، يمكننا إعادة كتابة المعادلة (18.II) كالتالي:

$$f(v) = N_0\left(\frac{a}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \mathrm{e}^{-av^2} \qquad (22.II)$$

لاحظ أن الثابت a لم يحدد بعد، وهو يمثل لأنه يمثل سعة دالة التوزيع، ويتعلق بمتوسط الطاقة الحركية للجسيمات، أو بدرجة الحرارة.

2.4.II- درجة الحرارة

تعرف درجة حرارة الغاز في التوازن الحراري بدلالة متوسط الطاقة الحركية للجسيمات. تسمح دالة التوزيع للبلازما بحساب متوسط كل الخصائص الفيزيائية المميزة للجسيمات المنفردة[6] .

نعتبر أولا القيمة المتوسطة لمركبة الطاقة الحركية $\frac{1}{2}mv_x^2$ لجسيم في يتحرك في اتجاه x ، عدد نقاط السرعات في الحجم العنصري $d\mathbf{v}$ حول موضع $\mathbf{v}$ في فضاء السرعات هو $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathrm{t})d\mathbf{r}d\mathbf{v}$ ، وبالتالي، فالمقدار $\frac{1}{2}mv_x^2$ سوف يجمع على كل نقاط السرعة في الحجم العنصري $d\mathbf{v}$ أي $\frac{1}{2}mv_x^2 f(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathrm{t})d\mathbf{r}d\mathbf{v}$.

نتحصل على القيمة الكلية لهذا المقدار من خلال التكامل[6]:

$$d\mathbf{r}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}mv_x^2 f(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathrm{t})d\mathbf{v} \qquad (23.II)$$

لإيجاد متوسط القيمة للكمية $\frac{1}{2}mv_x^2$، ببساطة نقسم على العدد الإجمالي لنقاط السرعة $N(\mathbf{r},t)\,d\mathbf{r}$ على $N(\mathbf{r},t)$ المتعلق بـ $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathrm{t})$ وبالتالي نجد[6]:

$$\left\langle\frac{1}{2}mv_x^2\right\rangle = \frac{1}{\mathrm{N}(\mathbf{r},\mathrm{t})}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}mv_x^2 f(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathrm{t})d\mathbf{v} \qquad (24.II)$$

من أجل دالة التوزيع الخاصة المعبر عنها في المعادلة (18.II) نكتب:

$$\langle\frac{1}{2}mv_x^2\rangle = \frac{1}{\mathrm{N}_0}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}mv_x^2 N_0\left(\frac{a}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} v_x^2 e^{-a\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}dv_x dv_y dv_z$$

$$= \frac{m}{2}\left(\frac{a}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2\, e^{-av_x^2}dv_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-av_y^2}dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-av_z^2}dv_z \qquad (25.II)$$

حيث استخدمنا في (21.II) العلاقة:

$$\int_0^{\infty} e^{-a\xi^2}d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{4a}} \qquad (26.II)$$

بمأن التوزيع المعبر عنه في (18.II) متناظر، فإن:

$$\frac{1}{2}m\langle v_x^2\rangle = \frac{1}{2}m\langle v_y^2\rangle = \frac{1}{2}m\langle v_z^2\rangle = \frac{m}{4a} \qquad (27.II)$$

ومتوسط الطاقة الحركية الكلية للجسيمات يعطى بـ:

$$\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{1}{2}m\langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\rangle = \frac{3m}{4a} \qquad (28.II)$$

إن درجة الحرارة T لغاز في التوازن الحراري يتم تعريفها عن طريق العلاقة:

$$\text{متوسط الطاقة} = \frac{3}{2}k_B T \;\rightarrow\; \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_B T \;\rightarrow\; a = \frac{m}{2k_B T} \qquad (29.II)$$

بالتعويض في العلاقة (18.II) نجد توزيع ماكسويل بولتزمان بدلالة الثوابت الفيزيائية N_0 و T

$$f(v) = N_0\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-mv^2/(2k_B T)} \qquad (30.II)$$

تصف دالة التوزيع (30.II) حالة إستقرار (كثافة ثابتة N_0 في كل مكان) لغاز في توازن حراري (درجة الحرارة ثابتة T) في غياب القوى الخارجية .

3.4.II-شعاع السرعة وشدتها في بعد واحد

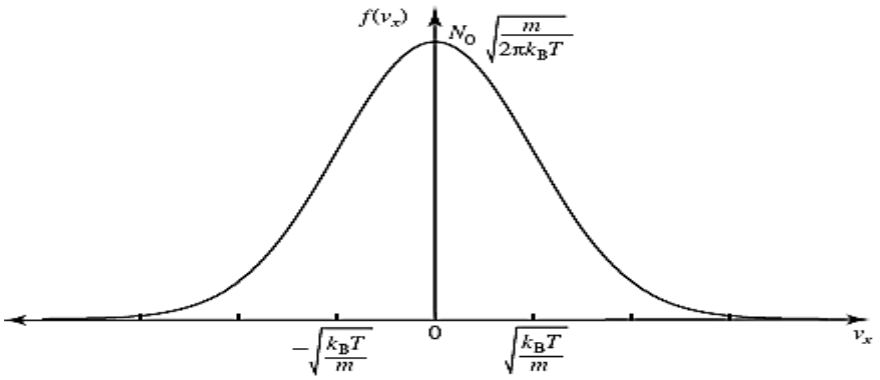
بعد تعريف توزيع ماكسويل في المعادلة (30.II)، يمكننا ايجاد التوزيع لمركبة واحد من السرعة من خلال المكاملة على المركبات المتبقية. على سبيل المثال، يعطى توزيع للسرعات في اتجاهx بـ [4]:

$$f(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(v)dv_y dv_z$$

$$= N_0\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \mathrm{e}^{-\mathrm{m}v_x^2/(2k_BT)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_y^2/(2k_BT)}dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_z^2/(2k_BT)}dv_z$$

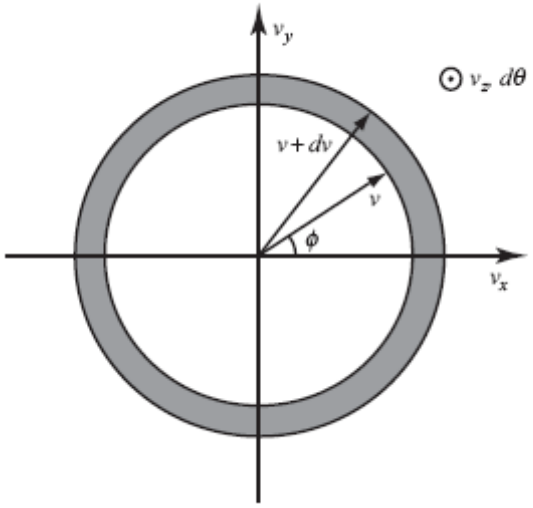
$$= N_0\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \mathrm{e}^{-\mathrm{m}v_x^2/(2k_BT)} \qquad (31.II)$$

حيث وضعنا كل تكامل مساو لـ $(2\pi k_B T/m)^{1/2}$. بواسطة خصائص التناظر، تنطبق في المعادلة (31.II) على أي مركبة للسرعة والتي تظهر أنها توزيع غوصي. يمثل الشكل (3.II) رسم المعادلة (31.II) في وحدة $\sqrt{k_B T/m}$. الجدير بالذكر أن توزيع غوص هو أهم التوزيعات في الإحصاء؛ وفقا لنظرية النهاية المركزية يكون توزيع عدد كبير من الأحداث العشوائية دائما يقترب من توزيع غوص. على ضوء هذا التقريب، من المتوقع أن يكون كل مركبة من مركبات السرعة في توزيع ماكسويل-بولتزمان سيكون لها توزيع غوصي لأن متوسط سرعة الجسيمات في الغاز أوفي البلازما هو مجموعة حركات عشوائية وتفاعلات. هذا هو التقارب الإحصائي الذي يدعم حقيقة أن توزيع ماكسويل بولتزمان هو التوزيع الأكثر احتمالا للغاز في حالة التوازن[6].



الشكل (3.II): توزيع السرعة في اتجاه واحد. دالة توزيع سرعة جسيم في اتجاه واحد في توزيع ماكسويل بولتزمان هو المعروفة بتوزيع غوص[6].

يمكننا أيضا أن نجد تعبيرات شائعة الإستعمال لتوزيع شدات سرعات الجسيمات $v = |\mathbf{v}|$ لهذا الغرض نعرف مرة أخرى فضاء السرعة في الإحداثيات القطبية(v, θ, ϕ) بدلا من الإحداثيات الكارتيزية (v_x, v_y, v_z)



الشكل (4.II): منظر ثنائي الأبعاد الفضاء السرعة في الإحداثيات الكارتيزية والكروية .المنطقة المظللة تمثل قشرة كروية تحتوي على جسيمات شدة سرعاتها بين v و v + dv [6].

يتطلب التحويل تغيير الحجم العنصري $d\mathrm{v} = dv_x dv_y dv_z = v^2 \sin\theta d\theta d\phi dv$ وحدود التكامل للوصول إلى قيمة شدة السرعة نكامل فقط على كل θ وφ[6]:

$$N_{sp}(v) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(v) v^2 \sin\theta \, d\theta d\phi$$

$$= N_0 4\pi \left(\frac{m}{2k_B T\pi}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-mv^2/(2k_B T)} \qquad (32.II)$$

وهي مطابقة لـ (2.II) والمرسوم في الشكل(1.II.أ). إن أكبر سرعة محتملة للجسيمات تعطى $v_{max} = \sqrt{2k_B T/m}$، وهي توافق قيمتها المستنبطة من عبارة الطاقة الحركية $\frac{1}{2}mv_x^2$ ، تبين المعادلة (24.II)أيضا كيف يمكن أن نجد قيمة المتوسط لأي كمية فيزيائية أخرى .على سبيل المثال، يمكن أن نجد متوسط السرعة $\langle \mathbf{v} \rangle$ للجسيمات ببساطة عن طريق تعويض $\frac{1}{2}mv_x^2$ بـ $\mathbf{v}$ في التكامل في (24.II) ونجد:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{\mathbf{x}} v_x + \hat{\mathbf{y}} v_y + \hat{\mathbf{z}} v_z\right) e^{-mv^2/(2k_B T)} dv_x dv_y dv_z = 0 \quad (32.II)$$

نفهم من خلال إنعدام متوسط قيمة السرعة في توزيع ماكسويل أنه لا توجد اتجاهات مفضلة لحركة الجسيمات. يمكن إيجاد متوسط سرعة الجسيمات باستخدام توزيع شدة السرعات (32.II) وهو مماثل لـ (24.II):

$$\langle|\mathbf{v}|\rangle = \frac{1}{N_0}\int_{-\infty}^{\infty} vN_{sp}(v)dv \qquad (33.II)$$

$$= 4\pi\left(\frac{m}{2k_BT\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\int_{-\infty}^{\infty} vv^2e^{-mv^2/(2k_BT)}dv = \left(\frac{8k_BT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

حيث استخدمنا التكامل :

$$\int_0^{\infty}\xi^2e^{-a\xi^2}d\xi = \frac{1}{2a^2} \qquad (34.II)$$

4.4.II- درجة التأين :معادلة ساها

تحت شروط التوازن لتوزيع ماكسويل-بولتزمان من الممكن أيضا إيجاد درجة التأين لغاز عند متوسط درجة حرارة معينة .عندما يكون الغاز في توازن حراري يمكن أن تحدث درجات كبيرة للتأين، حتى لو كان متوسط درجة الحرارة للغاز أقل بكثير من طاقة التأين، وذلك لأن الغاز في درجات الحرارة المنخفضة عند التوازن يحتوي عدد صغير ومحدود من الجسيمات مع سرعات عالية عند قمة توزيع ماكسويل. يتم تحديد درجة التأين عن طريق المقارنة بين التأين بواسطة التصادم مع الجسيمات عالية الطاقة وإعادة التشكيل. يعطى الحل الدقيق لهذه المسألة، والتي تأخذ في الاعتبار مبادئ ميكانيك الكم ، بما يسمى بمعادلة ساها[6]:

$$\frac{N_i}{N_n} = 2.405\times10^{21}\frac{T^{3/2}}{N_i}e^{-U/(k_BT)} \qquad (35.II)$$

حيث N_i هي كثافة الذرات المتأينة، N_n هي كثافة الذرات المتعادلة، و Uهي طاقة التأين. تتضح الية إعادة التشكيل يتجلى في وجودN_i في الطرف الأيمن. يعاد توحيد زوج ايون-إلكترون عندما يكونان على مقربة من بعضها البعض، وبسبب شبه الإعتدال يمكن أن تكون كثافتيها تقريبا متساوية ($N_e = N_i$)وبالتالي فإن ارتفاع كثافة الأيونات، يعني نقصان درجة توازن التأين، مما يجعل الحفاظ على حالة البلازما في الغازات منخفضة الكثافة أسهل بكثير[6].

5.4.II- إنزياح توزيع ماكسويل

إن تعميم بسيط لدالة التوزيع يسمح لنا لتمثيل بلازما في التوازن الحراري تتدفق بسرعة $\mathbf{v}_0 = \hat{\mathbf{x}}v_{x0} + \hat{\mathbf{y}}v_{y0} + \hat{\mathbf{z}}v_{z0}$. من أجل غاز متوسط سرعات جسيماته غير معدوم، وتسمى دالة التوزيع بتوزيع ماكسويل المزاح، التي تعطى بـ [4]:

$$f(v_x, v_y, v_z) = N_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-(m/(2k_B T))\left[(v_x - v_{x0})^2 + (v_y - v_{y0})^2 + (v_z - v_{z0})^2\right]} \qquad (36.II)$$

يمكن أن يظهر بسهولة أن القيم المتوسطة لمركبات السرعات تعطى بدلالة مركبات $\mathbf{v}_0$ السرعة وبعبارة أخرى:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{v}_0 \qquad \text{أو عموما} \qquad \langle v_x \rangle = v_{x0}$$

6.II- خلاصة

في هذا الفصل قدمنا مدخلا للنظرية الحركية التي تصف البلازما باستخدام دالة التوزيع الاحتمالي $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ التي تعبر عن احتمال العثور على جسيمات في موضع وسرعة معينين عند زمن محدد. في النظرية الحركية، توصف البلازما في جملة إحداثيات فضاء الطور سداسي الأبعاد والمؤلف من ثلاثة أبعاد للفضاء (x, y, z) وثلاثة أبعاد للسرعة (v_x, v_y, v_z) .

إن التغير في توزيع الجسيمات الناتج عن تأثير القوى الخارجية يوصف من خلال معادلة بولتزمان.

تشتق معادلة بولتزمان تأتي من حقيقة أن تغيرات السرعة تنشأ من قوة لورنتز و تغييرات الموضع التي يتم إشتقاقها من السرعات .

في النصف الثاني من هذا الفصل ناقشنا دالة التوزيع الأكثر احتمالا الذي تبلغه البلازما والغازات تحت التوازن وهو توزيع ماكسويل-بولتزمان خلال زمن كاف، وذلك إذا لم يكن هناك طاقة متدفقة داخل أو خارج النظام. إن توزيع ماكسويل بولتزمان هو السائد في العديد من التطبيقات من فيزياء البلازما. من المهم التأكيد على أن النظرية الحركية ، بما في ذلك معادلة بولتزمان هي معادلة عامة ، ويمكن تطبيقها على جميع توزيعات البلازما .

الفصل الثالث:

عزوم معادلة بولتزمان

III- عزوم معادلة بولتزمان

بعد التطرق في الفصل السابق إلى معادلة بولتزمان العامة ، سوف ندرس الآن معادلة بولتزمان بإهمال حد التصادم في الموائع غير المتصادمة و التي تختصر إلى معادلة فلاسوف، و ثم نحدد تكافؤ معادلة فلاسوف بمعادلة حركة الجسيم ونظرا لصعوبة حل معادلتي بولتزمان و فلاسوف والتي تكمن في إيجاد دالة التوزيع والتي بطبيعة الحال مختلفة لكلا المعادلتين توجد هناك مقاربة لهاتين المعادلتين تعتمد على إيجاد معادلات العزوم والتي بدورها تمكننا من الحصول على دالة التوزيع والتي من خلالها نحصل على جميع الكميات الفيزيائية للبلازما.

1.III-معادلة فلاسوف

لقد تعودنا الان اكثرعن فضاء الطور سداسي الأبعاد، ونحاول في هذه الفقرة إعادة النظر في اشتقاق معادلة بولتزمان، وفي هذا الصدد، ينبغي أن نشير أن متغيرات الموضع والسرعة هي مستقلة تماما، مما يعني أن السرعة اللحظية للجسيم ليست دالة لمواضعه، وبالتالي، المتغيرات الستة v_x, v_y, v_z, x, y, z، هي مجرد تمثيل لإحداثيات فضاء سداسي الأبعاد. نعتبر أن مجموعة جسيمات غير متفاعلة (لا وجود لتصادمات). نعتبر حجم عنصري صغير في فضاء الطور $d\mathbf{r}d\mathbf{v}$، ونفترض أن مساحة سطح هذا الحجم في فضاء الهيئات $d\mathbf{s}_r$، في حين أنه في فضاء السرع هو $d\mathbf{s}_v$. نفرض أن عدد الجسيمات محفوظ: معدل تغير عدد الجسيمات في الحجم العنصري يساوي تدفق الجسيمات إلى الحجم . في فضاء الهيئات نعبر عن التدفق بـ [9]:

$$f\frac{d\mathbf{r}}{dt}\cdot d\boldsymbol{s}_r = f\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s}_r \qquad (1.III)$$

وفي فضاء السرع التدفق هو[9]:

$$f\frac{d\mathbf{v}}{dt}\cdot d\boldsymbol{s}_v = f\mathbf{a}\cdot d\mathbf{s}_v \qquad (2.III)$$

وبالتالي نجد أن [9]:

$$\frac{\partial}{\partial t} f d\mathbf{r}d\mathbf{v} = -f\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s}_r d\mathbf{v} - f\mathbf{a}\cdot d\mathbf{s}_v d\mathbf{r} \qquad (3.III)$$

باستخدام نظرية التفرق: $(\nabla \cdot \mathrm{G})\, dv = \mathrm{G}\cdot ds$، يمكن أن نكتب:

$$\frac{\partial}{\partial t} f d\mathbf{r}d\mathbf{v} = -\nabla_{\mathbf{r}}\cdot(f\mathbf{v})d\mathbf{r}d\mathbf{v} - \nabla_v\cdot(f\mathbf{a})d\mathbf{v}d\mathbf{r} \qquad (4.III)$$

على افتراض أيضا أن التسارع a (وبالتالي القوة F =ma)هي ليست دالة لـ v ، ومنه نجد معادلة بولتزمان بدون حد التصادم :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) f + \left(\frac{\mathrm{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathrm{v}}\right) f = 0 \qquad (5.\mathrm{III})$$

كما هو مكتوب أعلاه، حسب طبيعة القوة F تأخذ معادلة بولتزمان شكلا عاما صالحا لكل من الغازات المتعادلة والبلازما. من أجل البلازما، تكون القوة المؤثرة هي قوة لورنتز، والتي عند تعويضها نجد:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) f + \frac{\mathrm{q}}{m} [(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathrm{v}}] f = 0 \qquad (6.\mathrm{III})$$

معادلة فلاسوف

المعادلة (6.III) هي معادلة بولتزمان بدون حد التصادم، وعند استبدال القوة F بقوة لورنتز تسمى ذات المعادلة بمعادلة فلاسوف، وهي من أهم معادلات فيزياء البلازما[9].

من جهة أخرى، يمكن أن نعبر عن التيار وكثافة الشحنة في معادلات ماكسويل بدلالة سرعة الجسيم على النحو التالي [9]:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_i q_i N_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{u}_i(\mathbf{r}, t) \qquad (7\mathrm{a.III})$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_i q_i N_i(\mathbf{r}, t) \qquad (7\mathrm{b.III})$$

حيث $\mathbf{u}_i = \langle \mathbf{v}_i \rangle$ هي سرعة جريان المائع والجمع يكون على جميع أنواع الجسيمات .في بعض الحالات الخاصة، على سبيل المثال، في البلازما ذات درجة حرارة جد عالية ، قد تكون سرعة الجسيم عالية بما يكفي لإعتبار الفعل النسبوي. في مثل هذه الحالات (7.III) صالحة إذا استبدلنا السرعة v بالدفع الخطي للجسيم p [10]، ونكتب :

$$\mathrm{p} = \mathrm{mv} \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - |\mathbf{v}|^2 / c^2}} \qquad (8.\mathrm{III})$$

حيث m_0هي كتلة السكون و c هي سرعة الضوء.

نكتب معادلة فلاسوف في هذه الحالة كالتالي:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left(\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}\right) f + \frac{q}{m} \left[\left(\mathbf{E} + \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{m}} \times \mathbf{B}\right) \cdot \nabla_{\mathbf{p}}\right] f = 0 \qquad (9.\mathrm{III})$$

1.1.III - التفاضل التام بالنسبة للزمن في الفضاء الفيزيائي وفي فضاء الطور

إن المفهوم الذي يسهل الطريق لوصف البلازما كمائع ، ويوفر أيضا زاوية أخرى لتحليل معادلة فلاسوف هو التفاضل التام بالنسبة للزمن. ونكتب معادلة الحركة لجسيم واحد بإستعمال قانون نيوتن الثاني للحركة[10]:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \boldsymbol{F} \qquad (10.III)$$

تأخذ المعادلة (10.III) المشتق عند موضع الجسيم، وتقاس كل التغيرات بالنسبة لمعلم ثابت. عندما نعتبر مجموعة من الجسيمات تخضع لنفس التصادمات، وبالتالي يمكننا ببساطة ضرب طرفي المعادلة (10.III) في كثافة الجسيمات نتحصل على:

$$Nm\frac{d\mathbf{u}}{dt} = N\boldsymbol{F} \qquad (11.III)$$

حيث u هو متوسط سرعة الجسيمات التي تشكل عنصر المائع حيث المعادلة (11.III) تطبق بالنسبة لمعلم ثابت وتُحسب في موضع الجسيمات المتحركة (أو عناصر المائع)، مما يجعل هذا الوصف غير مناسب للاستخدام . إن الوصف البديل عن ذلك هو إعتبار المشتقات فيه بالنسبة لموضع ثابت والتي يمكن أن تُطبق مباشرة على كل الجسيمات الموجودة داخل حجم أكبر، ويمكن بلوغ هذا الوصف من خلال التحول إلى المعلم الذي يتحرك مع عناصر المائع، لأن مثل هذا المشتق يجسد التغييرات التجريبية ضمن نظام إحداثيات متحركة، ويسمى هذا الوصف المشتق الكلي للزمن ويُمثل بواسطة دالة مستمرة في مجموعة من الإحداثيات.
ليكن A خاصية ما تميز عنصر المائع، يمكن أن نكتب التغير الكلي لـ A لعنصر المائع كما يلي[10]:

$$\frac{d\mathbf{A}(x,t)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + v_x\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \qquad (12.III)$$

حيث الحد الأخير على الطرف الأيمن يمثل التغييرات فيA التي تُجرى على عنصر المائع نتيجة للحركة في المناطق المكانية حيث A يكون مختلف. نعمم العبارة إلى ثلاثة أبعاد كما يلي:

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{A} \qquad (13.III)$$

أي أن المشتق الكلي للزمن لأي خاصية فيزيائية لمائع يمكن أن تتحلل إلى هاتين المركبتين .

على سيل المثال، نكتب المشتق الزمني للكثافة العددية $N\,(x,\,t)$ في المائع المتدفق بسرعةv كالتالي:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} \qquad (14.III)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla_{\mathbf{r}})N \qquad (15.III)$$

يعبر الحد الأول $\partial N/\partial t$ عن التغير الصريح للكثافة بدلالة الزمن، في حين أن الحد الثاني $(\mathbf{v}\cdot\nabla_{\mathbf{r}})N$ يمثل التغير بسبب حركة المائع . عند نقطة متحركة مع المائع، يمكن أن تكون الكثافة متغيرة بسبب التغير الموضعي للكثافة عندما تنتقل عناصر المائع إلى مناطق جديدة من الفضاء الفيزيائي. بطريقة مماثلة، يمكننا تفسير معادلة بولتزمان بدون حد التصادم الموضحة في المعادلة (5.III) كمشتق كلي لدالة التوزيع في فضاء الطور، حيث نلاحظ أن فضاء الطور هو مجرد نظام إحداثيات سداسي الأبعاد لمتغيرات مستقلة، وبالتالي يمكننا كتابة[10]:

$$\begin{aligned}\frac{df}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_x}\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_y}\frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_z}\frac{\partial v_z}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t}f + (\mathbf{v}\cdot\nabla_{\mathbf{r}})f + \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt}\cdot\nabla_{\mathbf{v}}\right)f \qquad (16.III)\end{aligned}$$

وبالتالي فإن معادلة بولتزمان بدون حد التصادم (5.III)يمكن أن تبسط كما يلي:

$$\frac{df}{dt} = 0 \qquad (17.III)$$

أي أن المشتق الكلي لدالة التوزيع f هو دائما معدوم في حالة مجموعة من الجسيمات غير المتصادمة.

2.III- تكافؤ معادلات حركة الجسيم ومعادلة فلاسوف

لاحظنا فيما سبق أن معادلة حركة الجسيم ومعادلة فلاسوف متكافئتين. لذلك فإن أي دالة لأي كمية فيزيائية تبقى ثابتة أثناء حركة الجسيم هي حل لمعادلة فلاسوف، وتُعرف هذه النتيجة أيضا بنظرية جينز[11].
نستطيع ان نثبت هذه النتيجة العامة باعتبار معادلة فلاسوف (6.III) وشكلها المبسط المعطى بـ (17.III).
لنفترض أن الحقول الكهرومغناطيسية E و B معروفة كموضع وسرعة كل جسيم من النظام يتم بإعطاء الموضع الابتدائي للجسيم $\mathbf{r_0} = \hat{\mathbf{x}}\zeta_1 + \hat{\mathbf{y}}\zeta_2 + \hat{\mathbf{z}}\zeta_3$ والسرعة الابتدائية $\mathbf{v_0} = \hat{\mathbf{x}}\zeta_4 + \hat{\mathbf{y}}\zeta_5 + \hat{\mathbf{z}}\zeta_6$ ،

حيث ζ_i هي ثوابت. وبالتالي، فإن الموضع $\mathbf{r}(t)$ و السرعة $\mathbf{v}(t)$ للجسيم يمكن كتابة دوالها من هذه الثوابت الستة ζ_i:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\zeta_1, \dots, \zeta_6, t) \qquad (18a.III)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\zeta_1, \dots, \zeta_6, t) \qquad (18b.III)$$

لاحظ أن التوابع $\mathbf{r}$ و $\mathbf{v}$ تتعلق ب $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ و $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$والتي بدورها تحدد من خلال معادلات ماكسويل ومعادلة فلاسوف. المعادلة (18.III) يمثل العلاقة بين الثوابت الستة ζ_i والمركبات الستة للشعاعين $\mathbf{r}$ و$\mathbf{v}$ عند أي زمن t، و يمكن كتابتها على النحو التالي :

$$\zeta_1 = \zeta_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \qquad (19a.III)$$

$$\zeta_2 = \zeta_2(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \qquad (19b.III)$$

$$\dots \qquad (\dots)$$

$$\zeta_6 = \zeta_6(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \qquad (19f.III)$$

لاحظ أيضا أن قيم $\mathbf{r}$ و $\mathbf{v}$ تتغير مع الزمن أثناء حركة الجسيم بينما قيم ζ_i تظل ثابتة . نعتبر الآن دالة توزيع كيفية تتعلق فقط بـ $\mathbf{r}$ و$\mathbf{v}$ و t بدلالة مجموعة من مزج خطي للتوابع (19.III) وبعبارة أخرى، نعتبر دالة التوزيع من الشكل[11]:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \mathrm{g}(\zeta_1, \dots, \zeta_6) \qquad (20.III)$$

حيث gهي دالة كيفية .

نعوض (20.III) في (17.III) و باستخدام قاعدة السلسلة في الإشتقاق، نجد:

$$\frac{d\mathrm{g}}{dt} = \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial \mathrm{g}}{\partial \zeta_i} \frac{d\zeta_i}{dt} = 0 \qquad (21.III)$$

وبالتالي يتبين أن معادلة فلاسوف محققة من g كيفية، بمأن ζ_i هي ثوابت ومشتقاتها الكلية معدومة من خلال التعريف، وبالتالي (20.III) هي حل لمعادلة فلاسوف بغض النظر عن طبيعة الحدود $\partial \mathrm{g}/\partial \zeta_i$.

بعبارة أخرى ، أي دالة لثوابت الحركة للجسيم هي حل لمعادلة فلاسوف، وهو ما يُعرف بنظرية جينز.
يمكن أن نجد دالة التوزيع لغاز عند التوازن في وجود قوة خارجية محافظة. القوة المحافظة هي التي يمكن كتابتها كتدرج لكمون سلمي $U(r)$ أي أن[11]:

$$\boldsymbol{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}) \qquad (22.III)$$

ودالة التوزيع للغاز عند التوازن في وجود هذه القوة تعطى[11]:

$$f(v) = N_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\left(-\frac{1}{2}mv^2 - U\right)/(k_B T)} \qquad (23.III)$$

وهو يمثل توزيع ماكسويل-بولتزمان غير المضطرب للمعادلة (30.II) ، مضروبا في حد التصحيح $e^{-U(r)/(k_B T)}$ والمعروف بمعامل بولتزمان .في حالة بلازما في وجود مجال كهربائي، إذا كان هناك حقل كهربائي E(r) يمكن أن يعين كمون كهروستاتيكي Φ(r) ومعامل بولتزمان في هذه الحالة هو ببساطة $e^{-q\Phi(\mathrm{r})/(k_B T)}$ يجعل دالة التوزيع تكتب كالتالي [11]:

$$f(v) = N_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\left(-\frac{1}{2}mv^2 - q\Phi\right)/(k_B T)} \qquad (24.III)$$

الكثافة العددية لهذه الحالة، تم الحصول عليها من خلال المكاملة على كل فضاء السرعات وهي:

$$N(\mathbf{r}) = N_0 e^{(-q\Phi(\mathbf{r}))/(k_B T)} \qquad (25.III)$$

وهي العبارة التي إستعملناها في الفصل الأول لإيجاد طول دوباي.

3.III- معادلة بولتزمان وتطبيقاتهاعلى الموائع المتصادمة وغير المتصادمة

توصف الموائع بدلالة توزيع تحقق معادلة بولتزمان $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ بإعتبار حد التصادم أو بإهماله. تعبر دالة توزيع بولتزمان عن الكثافة العددية للجسيمات في فضاء الطور، أي الكمية[12]:

$$dN = f(x, v, t) d^3x d^3v \qquad (26.III)$$

هو عدد الجزيئات في عنصر فضاء الطور ذو ستة أبعاد $d^3x d^3v$، حيث أن v هي سرعة جسيم مفرد.
الموائع التصادمية يمكن ايضا أن تعرف مفهوم عناصر الموائع[12]:

تكون الحجوم العنصرية للموائع التي تحتوي على العديد من الجسيمات أكبر بكثير من متوسط المسار الحر للجسيمات. وبالتالي يمكن أن نصف أي عنصر مائع بكميات ماكروسكوبية مثل الكثافةρ ، الضغط P، ودرجة الحرارة T، و سرعة الجريان $u_i = \langle v_i \rangle$ وهذا يؤدي إلى التقريب المستمر لحركية الموائع و المعروف بميكانيك الأنظمة المستمرة، و هو التقريب الذي اعتمدناه سابقا. غير أنه في حالة الموائع غير المتصادمة لا يمكننا استخدام هذا التقريب المستمر؛ لأن متوسط المسار الحر للجسيمات يكون كبير يعني أن الموائع غير المتصادمة لا يمكن أن توصف من خلال عناصر الموائع، بمعنى أننا نستعمل تقريب الجسيم ونحل معادلة بولتزمان. في الواقع، تقريب الجسيم يمكن أن يستخدم أيضا في الموائع المتصادمة و يعطينا نفس النتائج المتحصل عليها في حالة التقريب المستمر[12].

تكتب معادلة بولتزمان كالتالي:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathrm{coll}} \equiv I[f] \qquad (27.III)$$

حيث $I[f]$ يسمى أحيانا تكامل التصادم. وتصف حال الجسيمات تندفع داخل و خارج عناصر فضاء الطور بسبب التصادمات. من أجل الموائع غير المتصادمة لدينا أن $I[f] = 0$ ومعادلة بولتزمان تختصر إلى ما يسمى معادلة بولتزمان غير المتصادمة:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{dt}} = 0 \qquad (28.III)$$

كما تسمى أحيانا معادلة فلاسوف. تعبر معادلة فلاسوف عن عدم انضغاط كثافة فضاء الطور ذو ستة أبعاد للمائع غير المتصادم. أي أن كثافة فضاء الطور حول أي جسيم محفوظة في غياب التصادمات[12].

بما أن $f = f(x, v, t)$ نجد:

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x_i}dx_i + \frac{\partial y}{\partial v_i}dv_i \qquad (29.III)$$

والتي تسمح لنا بكتابة معادلة بولتزمان على الشكل التالي[12]:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathrm{t}} + v_i.\frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}x_i}.\frac{\partial f}{\partial v_i} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{coll} \qquad (30.III)$$

أو على الشكل الشعاعي[12]:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathrm{t}} + v.\nabla f - \nabla\Phi.\frac{\partial f}{\partial v} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{coll} \qquad (31.III)$$

تكامل التصادم: قبل أن نركز على أنظمة غير المتصادمة، نأخذ نظر عن قرب لهذا التكامل$I[f]$.
نعتبرتصادم بين جسيمين بسرعات v_1وv_2 على التوالي؛ بعد التصادم تصبح سرعتي الجسمين v_1'وv_2' ، على التوالي. في ما يلي نفترض أن[12]:

- التصادمات التي تحدث داخل المائع عبارة عن تصادمات ثنائية.
- التصادمات مرنة؛ هذا يعني أن $|v_1 - v_2| = |v_1' - v_2'| \equiv v$ و أن التصادم لا يتغير عند قلب الزمن.
- قوة التفاعل قصيرة المدى.

في ظل هذه الشروط يكون لدينا[12]:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{4\pi}[f(v_2')f(v_1') - f(v_2)f(v_1)]\ \sigma(v,\Omega)d\Omega d^3v_2 \qquad (32.III)$$

الحد الأول داخل القوس يصف عدد التصادمات $v_1 + v_2 \leftarrow v_1' + v_2'$ للجسيمات المتشتت في عنصر فضاء الطور $\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3v$ تتمركز حول الجسيم 1، و الحد الثاني داخل القوس يصف عدد التصادمات $v_1' + v_2' \leftarrow v_1 + v_2$ للجسيمات متشتت خارج عنصر فضاء الطور $\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3v$ متمركزة حول الجسيم1.
والمعامل $\sigma(v,\Omega)$ مقطع التصادم التفاضلي، والذي هو دالة لزاوية التشتت Ω والسرعة النسبية $v = |v_1 - v_2|$ ، و ويحسب $\sigma(v,\Omega)$ في إطار ميكانيكا الكم فقط [12].

4.III- معادلات العزوم

حل معادلة بولتزمان، يعني وصف تطورfفي فضاء الطور، هو صعب لذلك يلجأ عادة إلى حل معادلات العزوم.

يعرف رياضيا العزم ذو الرتبة n لدالة حقيقية ومستمر $f(x)$ كالتالي[13]:

$$\mu_n = \int x^n f(x)dx \qquad (33.III)$$

إذا كانت f تعبر عن دالة توزيع فهناك العديد من العزوم الموافقة لها معاني فيزيائية خاصة و منها:

$$\rho(x,t) = \int mf(x,v,t)d^3v \quad (34.III)$$

$$\rho(x,t)u(x,t) = \int mvf(x,v,t)d^3v \quad (35.III)$$

$$\rho(x,t)\varepsilon(x,t) = \int \frac{m}{2}(v-u)^2 f(x,v,t)d^3v \quad (36.III)$$

وبالتالي، فهذه الكميات تخص حركية المائع، مثل الكثافة ρ، و سرعة الجريان u ، والطاقة الداخلية ε، هي عزوم بسيطة لدالة التوزيعf. اذن معادلات العزوم لمعادلة بولتزمان سوف تعطي علاقات بين هذه الكميات.

في ما يلي سوف نعتبر عزوم معادلة بولتزمان تأخذ الشكل التالي[13]:

$$\int \chi(v)\left[\frac{\partial f}{\partial t} + v.\nabla f - \nabla\Phi.\frac{\partial f}{\partial t}\right]d^3v = \int \chi(v)\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} d^3v \quad (37.III)$$

حيث$\chi(v)$ يمثل أي ثابت أو أس للسرعة v (أي $\chi = m, mv, \frac{1}{2}mv^2, \cdots$). في حالة العزم ذو الرتبة n لمعادلة بولتزمان يعرف بـ $\chi(v) = mv^n$. إذا كان $\chi(v)$ هي كمية محفوظة خلال التصادم و بالتالي فإن[13]:

$$\int \chi(v)\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} d^3v = 0 \quad (38.III)$$

وتعني أن التصادم لا يمكن أن يساهم في معدل تغير أي كمية بالنسبة للزمن أي بمعنى أن هذه الكمية محفوظة في عمليات التصادم. بمأن الكتلة، الدفع الخطي والطاقة كلها محفوظة في التصادمات المرنة قصيرة المدى، لدينا أن الطرف الأيمن من المعادلة (37.III) سوف يكون معدوما نظرا لانعدام الدرجة الأولى والثانية لمعادلات العزوم، وبعبارة أخرى، على الرغم من الأنظمة المتصادمة وغير المتصادمة تصفها معادلات بولتزمان مختلفة ،إلا أن عزومها ذو الرتبة الأولى والثانية متماثلة[13].

1.4.III- معادلة العزم ذات الرتبة صفر (معادلة الاستمرار)

نعتبر انعدام المعادلة العزم ذات الرتبة صفر لمعادلة بولتزمان. نضع $\chi = m$ نجد أن:

$$m\int \frac{\partial f}{\partial t}d^3v + m\int v_i \frac{\partial f}{\partial x_i}d^3v - m\int \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v = 0 \quad (39.III)$$

والتي يمكن إعادة كتابتها على النحو التالي:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int mf d^3v + \frac{\partial}{\partial x_i}\int mv_i f d^3v - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\int m\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v = 0 \qquad (40.III)$$

من خلال الحد الأول تبين أن مجال التكامل لا يتعلق بـ t؛ أما الحد الثاني يبرز أن $\partial / \partial x_i$ لا تتعلق بـ v_i؛ وفي الحد الثالث $\partial\Phi/\partial x_i$ لا يتعلق بـ v_i. المعادلة أعلاه يمكن اختصارها أكثر إلى:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial(\rho\langle \mathrm{v}_i\rangle)}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\int m\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v = 0 \qquad (41.III)$$

حيث إعتمدنا على:

$$\int mv^n f(x,v,t)\, d^3v = \rho\langle v^n\rangle \qquad (42.III)$$

باستخدام نظرية التفرق لغاوس لدينا أيضا:

$$\int \frac{df}{dv}d^3v = \int f\, d^2S = 0 \qquad (43.III)$$

المساواة الأخير تأتي من حقيقة أنه عندما $|v| \leftarrow \infty$ فإن $f \leftarrow 0$. وبالتالي، العزم ذو الرتبة صفر لمعادلة بولتزمان يختصر إلى:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial(\rho\langle v_i\rangle)}{\partial x_i} = 0 \qquad (44.III)$$

وهي بالضبط معادلة الاستمرارية للموائع[14].

2.4.III- معادلات العزم ذات الرتبة الأولى

في ما يلي نعتبر معادلة العزم ذات الرتبة الأولى لمعادلة بولتزمان:

نضع $\chi = mv_j$ نحصل على:

$$\int mv_j\frac{\partial f}{\partial t}d^3v + \int mv_j v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}d^3v - \int mv_j\frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v = 0 \qquad (45.III)$$

والتي يمكن كتابتها كما يلي:

$$\frac{\partial(\rho\langle v_j\rangle)}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial(\rho\langle v_i v_j\rangle)}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathrm{x}_i}\int m v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v = 0 \qquad (46.\mathrm{III})$$

باستخدام التكامل بالتجزئة ونظرية التفرق لغاوس نجد:

$$\begin{aligned}\int mv\frac{\partial f}{\partial v} d^3v &= \int \frac{\partial(m\, v\, f)}{\partial v} d^3v - \int m\frac{\partial v}{\partial v}\, f\, d^3v \\ &= \int m\, v\, f\, d^2\, S - \int \frac{\partial v_i}{\partial v_j} m\, f\, d^3v \\ &= 0 - \delta_{ij}\rho \qquad (47.\mathrm{III})\end{aligned}$$

حيث δ_{ij} هي دالة دلتا كرونيكير. وبالتالي، الرتبة الأولى من معادلة العزم لمعادلة بولتزمان تختصر إلى:

$$\frac{\partial(\rho\langle v_j\rangle)}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial(\rho\langle v_i v_j\rangle)}{\partial x_i} + \rho\frac{\partial \Phi}{\partial \mathrm{x}_j} = 0 \qquad (48.\mathrm{III})$$

الذي يصف ثلاثة معادلات (من أجل j=1,2,3)، والتي تسمى معادلات العزم .

كخطوة تالية نضرب معادلة الاستمرارية في $\langle v_j\rangle$ ثم نطرحها من معادلات العزم، نتحصل على:

$$\frac{\partial(\rho\langle v_i v_j\rangle)}{\partial x_i} + \rho\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \rho\frac{\partial\langle v_j\rangle}{\partial t} - \frac{\partial(\rho\langle v_i\rangle\langle v_j\rangle)}{\partial x_i} + \rho\langle v_i\rangle\frac{\partial\langle v_j\rangle}{\partial x_i} = 0 \qquad (49.\mathrm{III})$$

نعرف الآن :

$$\sigma_{ij} \equiv -\rho\langle v_i v_j\rangle + \rho\langle v_i\rangle\langle v_j\rangle \qquad (50.\mathrm{III})$$

وبعد ذلك يمكننا إعادة كتابة المعادلة (49.III)

$$\frac{\partial\langle v_j\rangle}{\partial t} + \langle v_i\rangle\frac{\partial\langle v_j\rangle}{\partial x_i} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} \qquad (51.\mathrm{III})$$

وهي تمثل معادلة نافيير ستوكس[14].

- من أجل مائع متصادم[13]:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \qquad (52.III)$$

حيث τ_{ij} هو موتر إجهاد اللزوجة . في غياب اللزوجة $\tau_{ij} = 0$ بحيث $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij}$ ومعادلات العزم تختصر إلى معادلات أولر[13].

في حالة اللزوجة غير المنعدمة حيث أن فرضية مائع نيوتوني تضفي إلى أن موتر إجهاد اللزوجة يمكن اختصاره الى كميتين: معامل اللزوجة العرضي μ، و معامل اللزوجة الحجمي η. حيث انه غالبا ما يهمل معامل اللزوجة الحجمي، وتعتبر التغيرات المكانية في اللزوجة العرضية صغيرة (أو في اللزوجة الحركية $\upsilon = \mu / \rho$) صغيرة .وبالتالي، فإن σ_{ij} موتر الإجهاد يختصر إلى كميتين P، وهي دالة للمكان والزمان، υ ، و الذي يعتبر خاصية عامة للموائع[13].

في حالة نظام غير متصادم، لدينا معادلات العزم نفسها كما في النظام المتصادم. غير أنه في هذه الحالة ليست لدينا قيود على σ_{ij} التي تتضح أنها مصفوفة متناظرة وبالتالي من أجل مائع غير متصادم يحتوي موتر الإجهاد $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x, t)$ على 6 مجاهيل، وتسمى معادلات العزم في هذه الحالة بمعادلات جينز، وتشكل معادلات العزم أساس لبناء النماذج الحركية للمجرات، غير أنه، نظرا لإحتوائها على مجاهيل أكثر من عدد المعادلات، فإنه لا يمكن حلها بشكل عام ما لم يقدم عددا كبير من الفرضيات لغاية تبسيطها (على سبيل المثال نعتبر النظام متناظر كرويا، السرعة متناظرة، ... الخ)، وهذا هو موضوع واسع يسمى بحركية المجرات. لاحظ أن إضافة رتبة أعلى لمعادلات العزوم لا يساعد في الحل لأن المعادلات الجديدة تضيف مجاهيل جديدة ، مثل $\langle v_i v_j v_k \rangle$، ... الخ وعلاوة على ذلك، الأنظمة غير المتصادمة ليس لديها معادلة حالة [13].

5.III- خلاصة

في هذا الفصل تم التوصل إلى أنه في حالة البلازما غير المتصادمة يمكننا إعتبار معادلة حركة الجسيم المنفرد و ذلك لأن الكثافة تكون ضعيفة، كما أن معادلات العزوم تبقى نفسها في الأنظمة المتصادمة و غير المتصادمة رغم إختلاف المعادلات. و معادلة العزم ذات الرتبة صفر تختصر إلى معادلة الإستمرار، أما معادلة العزم ذات الرتبة الأولى تختصر إلى معادلة نافيير ستوكس.

خلاصة عامة

خلاصة عامة

تعتبر البلازما الحالة الرابع للمادة لأنها تختلف في خصائصها عن الحالات الثلاث للمادة الصلبة والسائلة و الغازية ، ومع ذلك فهي تشترك في عدة خصائص للحالة الغازية، وتتميز البلازما بمعاملات خاصة مثل مسافة الحجب التي تعرف بطول ديباي وتواتر البلازما كما يمكن أن يكون للبلازما درجات حرارة مختلفة في نفس الوقت، لأن الأيونات والإلكترونات لها توزيعات ماكسويلية مختلفة العرض، وتعتبر أهم ميزة للبلازما ميولها للتعادل الكهربائي. ويعتبر علم فيزياء البلازما من أهم العلوم الحديثة وذلك لما لها من استخدامات واسعة أخرى لازالت قيد الإكتشاف، وبالتالي معرفة سلوك البلازما يمكننا من التعرف أكثر والتحكم الجيد في هذا العلم .

إن معظم المسائل الفيزيائية للبلازما تتم دراستها بطريقة إحصائية تعتمد على أخذ متوسطات للكميات الفيزيائية للبلازما لعدد كبير من الجسيمات، وتسمى هذه الطريقة بوصف المائع. يستخدم هذا الوصف في دراسة السلوك الماكروسكوبي، حيث يتم وصف البلازما من خلال معادلات المائع بدلا من القوى الكهرومغناطيسية. إن وصف المائع لا يهتم بحركات الجسيمات المنفردة بل يعتمد على الخصائص الجماعية كالكثافة ومتوسط السرعة عند نقاط ثابتة من الفضاء.

لتحديد بعض الخصائص الفيزيائية للبلازما عالية الكثافة لابد من معرفة النظرية الحركية للبلازما، ولقد عملنا في هذه المذكرة على وصف النظرية الحركية للبلازما والتي تصف البلازما باستخدام دالة التوزيع الاحتمالي التي تعبر عن احتمال العثور على جسيمات في موضع وسرعة معينين عند زمن محدد. تبنىالنظرية الحركية للبلازما على معادلة بولتزمان في حالة الكثافة العالية ومعادلة فلاسوف في الكثافة المتوسطة حيث يهمل حد التصادم من معادلة بولتزمان.

حل معادلة بولتزمان أو فلاسوف في حالة عدم التوازن يعني وصف تطور دالة التوزيع في فضاء الطور، و إيجاده تحليليا صعب المنال وذلك لعدم استطاعتنا ايجاد دالة التوزيع في هذه الحالة، إذا لابد من ايجاد طريقة بديلة تمكننا من التعرف على الخصائص الفيزيائية للبلازما. وقد استخدامنا في هذه المذكرة طريقة الحل التي تعتمد على معادلات العزوم لمعادلة بولتزمان وهذه المعادلات لها علاقة بالكميات المحفوظة أثناء التصادم ومعادلات العزوم من الرتبة الصفر تؤول لمعادلة الإستمرارية للموائع، أما معادلة العزم من الرتبة الأولى فهي تؤول إلى معادلة نافيير ستوكس. لا يمكننا حل معادلات العزم في الرتب الأعلى تحليلا وذلك أن عدد المجاهيل يكون أكثر من عدد المعادلات و هنا يلجأ إلى الطرق الحاسوبية.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

[1] I . Langmuir, The interaction of electron and positive ion space charges in cathode sheaths . Phys . Rev . 33 (1929), 954-89.

[2] L. Tronks and I . Langmuir, Oscillations in ionized gases. Phys . Rev . 33 (1929), 195-210.

[3] E. H. Holt and R. E. Haskel, Foundations of Plasma Dynamics. (New York: Macmillan, 1965), Section 5.4.

[4] J. A. Bittencourt, Fundamentals of Plasma Physics, 3rd edn (New York: Springer-Verlag, 2004), 589-607.

[5] T. E. Cravens, Physics of Solar System Plasmas (Cambridge University Press, 1997).

[6] S. Chandrasekhar, Principles of Stellar Dynamics (Chicago: University of Chicago Press, 1942).

[7] M A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, Principles of Plasma Discharges and Materials Processing (New York: John Wiley & Sons, 1994), 1-22.

[8] F.Chen, Plasma Physics and Controlled Fusion (Plenum Press, New York 1984).

[9] U. Inan and M. Golkowski, Principles of Plasma Physics for Engineers and Scientists (New York: Cambridge University Press 2011)

[10] Frank H. Shu,The Physics of Astrophysics: Gas dynamics (University Science Books, 1991).

[11] W. Baumjohann and Redolf A. Treumann, Basic Space Plasma Physics (Imperial College Press 1996)

[12] J. Owedyk, Some moments method of solving the Boltzmann equation. Zeitschrift für Physik B Condanced Matter 1984, Volume 56, Issue 3, pp 267-272.

[13] X. Lu and C. Mouchot, On measure solutions of the Boltzmann equation. Journal of Differential Equation 2012, Volume 52, Issue 4, pp 3305-3363.

[14] C. Toepffer and C. Cercignani, Analytical Results for the Boltzmann equation. Contributions to Plasmas Physics 1997, Volume 37, Issue 3, pp 279-291.

ملخص:

تصف النظرية الحركية للبلازما حركية الجسيمات، ويعتمد هذا الوصف على دالة التوزيع التي تتعلق بالسرعة وموضع الجسيم والزمن، وتحقق دالة التوزيع معادلة بولتزمان. عند التوازن الحراري وفي غياب القوى الخارجية يسمى هذا التوزيع بتوزيع ماكسويل-بولتزمان. معادلة بولتزمان هي معادلة عامة وتؤول لمعادلة فلاسوف عند إهمال حد التصادم، غير أن حلهما صعب لذلك نستعمل معادلات العزوم التي تتعلق بقوانين الحفظ في البلازما.

الكلمات المفتاحية: النظرية الحركية للبلازما - معادلة بولتزمان - توزيع ماكسويل-بولتزمان – معادلة فلاسوف – معادلات العزم.

Abstract:

The kinetic theory of plasmas describe the movement of particles. This description depends on a distribution function which is function of velocity and position and time. This distribution function satisfies the Boltzmann equation . At equilibrium thermodynamics and in the absence of all external forces, the latter named Maxwell-Boltzmann distribution. Neglecting the collision term, the modified Boltzmann equation called Vlasov equation. The solution of Boltzmann-Vlasov equations is very difficult, so, we use the equations of moment which depend on the conservation laws in plasmas.

Key words: The kinetic theory of plasmas - Boltzmann equation - Maxwell-Boltzmann distribution - Vlasov equation - the equations of moment.

Résumé:

La théorie cinétique des plasmas décrit le mouvement des particules. Cette description est basée sur la vitesse et la position des particules et du temps. A l'équilibre thermodynamique et à l'absence des forces extérieures, cette description dite distribution de Maxwell Boltzmann. En négligeant le terme de collision, l'équation de Boltzmann modifiée est appelée équation de Vlasov. La solution des équations de Boltzmann-Vlasov est très difficile à résoudre, donc, il est commode d'utiliser les équations du moment qui dépendent des lois des conservations dans les plasmas.

Mots Clés : La théorie cinétique des plasmas - l'équation de Boltzmann - distribution de Maxwell Boltzmann - l'équation de Vlasov - les équations du moment.