

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la
Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Electromécanique

Spécialité : Electromécanique

Thème

**Etude de l'espace de travail d'un robot parallèle
contraint reconfigurable**

Devant le jury composé de :

Présenté par :

Guerfi Youcef Président
Mansouri Khaled Examineur
Mem Meziane Assia Encadreur

- Bekkar Bachir
- Guesseir Riad

2017-2018

Remerciement

Nos premiers remerciements remontent à notre superviseur:

Mme. Meziane Assia, qui, dans son domaine de la robotique, a réussi à diriger ce travail et a été une excellente source d'idées. Nos qualités scientifiques et humaines nous ont permis de faire ce travail.

Nous remercions également:

Mr. Mansouri Khaled et tous les professeurs du Département de génie mécanique, ainsi que Nasri Mohammed Riadh et Habita Khaled ainsi que Jaber Mohammed Saïd pour leurs efforts visant à atteindre ce stade avancé du travail.

Je voudrais également remercier tous les membres de l'équipe de robot dirigée par Mme Meziane Assia, ainsi que tous ceux qui nous ont soutenus et ont participé à la réalisation des modèles de test.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- * Ma très chère mère.*
- * Mon très cher père.*
- * Mes sœurs et mes frères*
- * toute ma famille*
- * Mon binôme*
- * Tous mes amis.*
- * Toute la promotion 2017/2018*

Sommaire

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I:Généralité de Robot parallèle

1.1 Historique	4
1.2 Définitions	6
1.3 Constituants d'un robot.....	7
1.4 Caractéristiques d'un robot.....	8
1.5 Architecture des robots parallèles.....	9
1.5.1 Les robots parallèles planaires.....	9
1.5.2 Les robots parallèles spatiaux.....	10
1.6 Robots parallèles existants.....	10
1.6.1 Robots parallèles à deux degrés de liberté.....	10
1.6.2 Robots parallèles à trois degrés de liberté.....	10
1.6.3 Robots parallèles à quatre degrés de liberté.....	12
1.6.4 Robots parallèles à six degrés de liberté.....	12
1.6.5 Robots hybrides.....	13
1.6.5.1 Porteur parallèle – poignet série.....	13
1.6.5.2 Porteur série – poignet parallèle.....	14
1.6.5.3 Autres mécanismes hybrides.....	15

Chapitre II: Description générale du mécanisme du ROPAC

2.1. Description générale du mécanisme du ROPAC.....	18
2.2 Construction du manipulateur	19
2.2.1. Conception assistée par ordinateur du segment passif.....	20

Chapitre III:Modèles géométriques du Robot ROPAC à translation pure PPP

3.1 Modèles géométriques.....	28
3.1.1. Modèles géométriques du Robot ROPAC à translation pure PPP.....	28
3.1.2. Modèle géométrique inverse.....	28

3.1.3. Modèle géométrique direct.....	30
3.2. Prototype expérimental et résultats numériques	31

Chapitre IV: Espace de travail du robot ROPAC à translation pure

4.1. Espace de travail du robot à translation pure.....	35
4.1.1. Approche géométrique.....	35
4.1.2. Approche par calcul numérique.....	36

Chapitre V: Cinématique et positions singulières

5.1. Cinématique et positions singulières.....	48
5.2. Robot à translation pure	48
5.2.1. Modèle cinématique inverse.....	48
5.2.2. Modèle cinématique direct	48
5.2.3. Singularités.....	50

Conclusion et perspectives.....	53
--	-----------

Bibliographie	56
----------------------------	-----------

Annexe

Liste des Figures

Liste des Figures

Figure 1.1 : Premier robot parallèle sphérique, breveté en 1931 (Brevet US No1,789,680).....	4
Figure 1.2 : Premier robot parallèle spatial industriel, breveté en 1942 (Brevet US No.2,286,571)..	5
Figure. 1.3 : La plate-forme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien [Ste 65].....	5
Figure. 1.4 : Types des robots parallèles.....	5
Figure. 1.5 : La plate-forme de Gough-Stewart [Gou 57], [Ste 65].....	7
Figure 1.6 : Architectures de robot d'après [Kha 99].....	8
Figure 1.7 : Exemples d'architectures de robots planaires [Mer 97]	9
Figure 1.8: Robots parallèles de type SSM, TSSM et MSSM.....	10
Figure 1.9 : Manipulateurs à deux degrés de liberté.....	11
Figure 1.10 : Robot Delta à trois degrés de liberté.....	11
Figure 1.11 : Architecture d'Orthoglide.....	11
Figure 1.12 : Robot Delta à 4 degrés de liberté.....	12
Figure 1.13 : Le robot H4 à 4 degrés de liberté.....	12
Figure 1.14: Plate-forme de Gough.....	13
Figure 1.15 : Simulateur de vol.....	13
Figure 1.16 : Hexapode M850-11.....	13
Figure 1.17 : Tricept 845 (Neos Robotics).....	14
Figure 1.18 : Robot hybride.....	14
Figure 1.19 : Le robot Tricept.....	14
Figure 1.20 : Sprint Z3.....	14
Figure 1.21 : Dumbo (IFW).....	15
Figure 1.22: Le SCARA/Poignet actif.....	15
Figure 1.23: Le SCARA/DELTA.....	15
Figure 1.24 : Un robot hybride découplé parallèles / série.....	16
Figure 1.25 : Robot hybride à 6 dl.....	16
Figure 1.26: Robot Logabex- modèle LX.....	16
Figure 2.1. Robot parallèle à quatre segments.....	18
Figure 2.2. Schéma du prototype.....	20

Liste des Figures

Figure 2.3. Graphe d'agencement.....	20
Figure 2.4. Chaîne cinématique du segment à multi-configuration.....	21
Figure.2.5. Mécanisme de translation suivant l'axe X.....	22
Figure 2.6. Mécanisme de translation suivant l'axe Y.....	22
Figure 2.7. Mécanisme de translation suivant l'axe Z.....	22
Figure 2.8. Mécanisme de rotation autour de l'axe X.....	23
Figure 2.9. Mécanisme de rotation autour de l'axe Y.....	23
Figure 2.10. Mécanisme de rotation autour de Z.....	23
Figure 2.11. Vue d'ensemble du segment passif à multi-configuration.....	24
Figure 2.12. Photo du segment passif réalisé.....	24
Figure 2.13. Robot parallèle ROPAC.....	25
Figure 3.1. Structure de type RPP du segment central passif.....	28
Figure3.2 : Prototype de robot ROPAC.....	33
Figure 4.1. Représentation de l'espace de travail en 3D.....	36
Figure 4.2. Espace de travail dans le plan XOY.....	36
Figure 4.3. Espace de travail dans le plan XOZ.....	37
Figure 4.4. Espace de travail dans le plan YOZ.....	37
Figure 4.5. Espace de travail dans le cas de q_1 mini.....	38
Figure 4.6. Espace de travail dans le cas de q_1 maxi.....	38
Figure 4.7. Espace de travail dans le cas de q_2 mini.....	39
Figure 4.8. Espace de travail dans le cas de q_2 maxi.....	39
Figure 4.9. Espace de travail dans le cas de q_3 mini.....	40
Figure 4.10. Espace de travail dans le cas de q_3 maxi.....	40
Figure 4.11. Espace de travail dans le cas de q_1 mini et q_2 mini.....	41
Figure 4.12. Espace de travail dans le cas de q_1 mini et q_2 maxi.....	41
Figure 4.13. Espace de travail dans le cas de q_1 maxi et q_2 mini.....	42
Figure 4.14. Espace de travail dans le cas de q_1 maxi et q_2 maxi.....	42

Liste des Figures

Figure 4.15. Espace de travail dans le cas de q1 mini et q3 mini.....	43
Figure 4.16. Espace de travail dans le cas de q1 mini et q3 maxi.....	43
Figure 4.17. Espace de travail dans le cas de q1 maxi et q3 mini.....	44
Figure 4.18. Espace de travail dans le cas de q1 maxi et q3 maxi.....	44
Figure 4.19. Espace de travail dans le cas de q2 mini et q3 mini.....	45
Figure 4.20. Espace de travail dans le cas de q2 mini et q3 maxi.....	45
Figure 4.21. Espace de travail dans le cas de q2 maxi et q3 mini.....	46
Figure 4.22. Espace de travail dans le cas de q2 maxi et q3 maxi.....	46

Tableau

Tableau 3.1. Résultats numériques pour la géométrie directe et la géométrie inverse.....	32
---	----

Introduction Générale

Introduction Générale

Les architectures parallèles sont apparues il y a environ 50 ans avec la plate-forme Stewart-Gough et les premiers simulateurs de vol. Elles sont utilisées depuis dans d'autres applications nécessitant plus de précision, de robustesse, de rigidité et de capacité de manipuler des objets lourds avec de grandes accélérations ou l'assemblage dans les applications qui requièrent une grande précision et la maîtrise des efforts de contact. Le concept a été repris récemment dans le domaine de la machine-outil pour des applications d'usinage à grande vitesse [And].

Les robots reconfigurables sont des systèmes intelligents qui peuvent changer de façon autonome leur configuration pour s'adapter aux changements d'environnement et de tâche. La notion de reconfiguration est utilisée dans des domaines aussi différents que l'automatique, l'électronique, l'informatique, les communications ou les systèmes de production manufacturiers [C.Ngu89].

L'idée principale de développer des systèmes reconfigurables est basée sur l'utilisation de composants modulaires [M_J 00].

La détermination de l'espace de travail est plus complexe que pour les manipulateurs séries, en raison de couplage entre les translations et les orientations.

Nous proposons une méthode permettant d'obtenir une représentation 3D de l'espace de travail pour une orientation donnée.

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

- ✓ Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art mais avant de présenter quelques références importantes relatives aux robots parallèles à trois degrés de liberté, nous commençons par rappeler quelques définitions de base.
- ✓ Dans le deuxième chapitre, nous donnons une description détaillées du robot parallèle contraint réalisé en explicitant la construction du segment central passif.
- ✓ Le troisième chapitre est dédiée à la modélisation géométriques direct et inverse du robot ROPAC à translation pure PPP .
- ✓ Dans le quatrième chapitre nous représentons espace de travail du robot à translation pure PPP.

Introduction Générale

- ✓ Dans le cinquième chapitre nous étudions la cinématique et les positions singulières
- ✓ Ce mémoire se termine par une conclusion générale sur les travaux menés dans cette étude .A la fin nous ajoutons une annexe qui donne les détails de certains éléments de calcul.

Chapitre I
Généralités de
Robot
parallèle

1.1 Historique

Les mécanismes à structure parallèle sont connus depuis très longtemps, Léonard de Vinci en ayant déjà proposé au XVIème siècle. De même, les premiers travaux scientifiques sur les mécanismes parallèles sont proposés en 1645 par Wren puis en 1813 par Cauchy [Mer 00] et enfin en 1890 par Maxwell. Cependant, grâce aux travaux de Merlet et de Bonev, il existe une chronologie assez précise de l'apparition des robots parallèles. Tout d'abord, Merlet indique que la théorie sur les mécanismes parallèles a été explorée bien avant l'apparition du terme robot. Certains problèmes théoriques concernant les robots parallèles ont donc été résolus bien avant leur apparition. Ensuite, Bonev rappelle que le premier brevet déposé pour un mécanisme parallèle porte sur un mécanisme sphérique destiné à être utilisé comme plate-forme de cinéma dynamique en 1928 (Figure 1.1). Trop en avance sur son temps, cette machine n'a jamais été construite. Quelques dizaines d'années plus tard, Williard L.V. Pollard conçoit ce qui est considéré comme le premier robot parallèle industriel. Son fils fait breveter cette invention qui n'a, elle non plus, jamais été produite (Figure 1.2). Finalement, le premier robot parallèle industriel a vu le jour est l'hexapode en forme d'octaèdre inventé par Eric Gough, également appelé plate-forme de Gough [Gou 57].

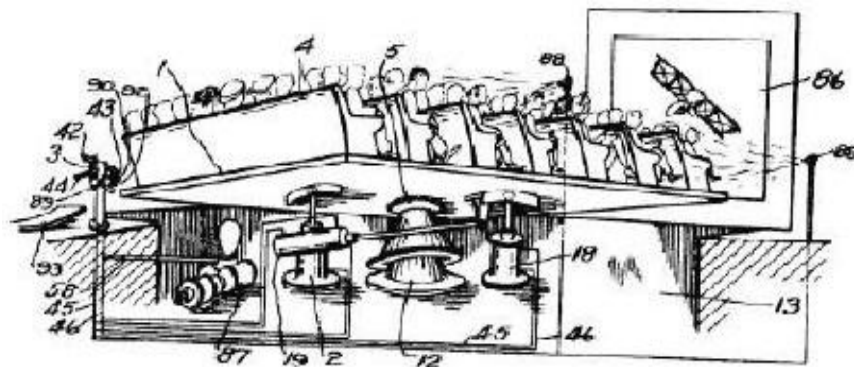


Figure 1.1 : Premier robot parallèle sphérique

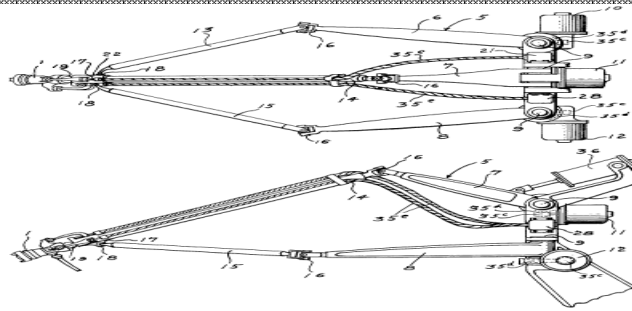


Figure 1.2 : Premier robot parallèle spatial industriel

Cet hexapode a été construit afin de tester des pneus pour la société Dunlop et le premier exemplaire a été produit en 1954 (Figure 1.3).

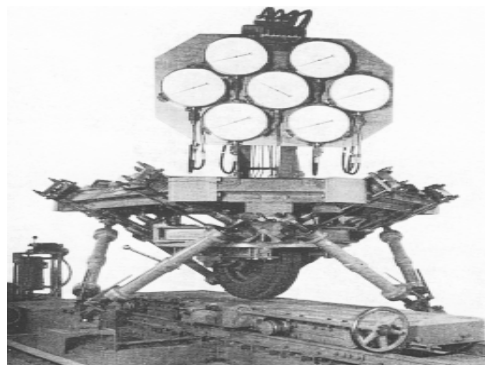


Figure. 1.3 : La plate-forme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien

L'autre événement majeur de la robotique parallèle est l'invention du premier robot parallèle léger, le robot Delta, par le professeur Clavel dans les années 80. Ce robot, qui est à ce jour le robot parallèle le plus vendu dans le monde, marque l'arrivée des robots parallèles rapides destinés, entre autres, à des tâches de conditionnement. Le robot Par4, est un parfait exemple de l'engouement de l'industrie pour les robots parallèles rapides. En effet, une version commerciale du robot Par4, le robot Quattro développé par Adept, a récemment vu le jour et est actuellement le robot le plus rapide du marché (240 cycles par minute).



a) Robot Delta



b) Le Quattro

Figure.1.4 : Types des robots parallèles

Il existe un grand nombre de cinématiques différentes de robots parallèles et leurs applications possibles sont nombreuses : simulateur de vol, machine-outil, robot de prise et dépose, positionneur de haute précision, robot médical, capteurs d'effort, etc. Les avantages apportés par une structure parallèle sont principalement :

- la rigidité structurelle (qui augmente de beaucoup le rapport charge utile sur masse propre du robot).
- les propriétés dynamiques .
- la possibilité de déporter les actionneurs vers la base du robot.

Cette dernière propriété nous permet d'envisager des actionneurs plus puissants puisque ceux-ci n'ont plus à être déplacés par le robot lui-même mais sont fixés à la base ou à une membrure très proche de celle-ci.

1.2 Définitions

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs, bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente dumatériel.

Dans cette définition, on retrouve les différentes composantes d'une cellule robotisée:

- le mécanisme : ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain, il permet de remplacer ou de prolonger son action (le terme ' manipulateur ' exclut implicitement les robots mobiles). Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés.
- La perception : qui permet de gérer les relations entre le robot et son environnement (les organes de perception sont des capteurs).
- La commande : qui synthétise les consignes des asservissements pilotant les actionneurs. A partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur, elle permet d'engendrer les

actions du robot.

- L'interface homme-machine : à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter.

Un robot à architecture parallèle contient en général deux plates-formes: l'une appartient au repère fixe et l'autre peut effectuer des mouvements arbitraires dans son espace de travail. Étant lié à la plate-forme mobile, l'effecteur du robot est mis en connexion avec la plate-forme fixe par l'intermédiaire des jambes mobiles d'architecture sérielle [Mer 00]. Les liaisons des éléments du robot seront des couples sphériques, couples cylindriques ou bien couples prismatiques. Le nombre des éléments actifs est en général égal au nombre de degrés de liberté du manipulateur. Les robots parallèles en comparaison avec les robots sériels ont des caractéristiques spéciales: rigidité et capacité dynamique de charge plus élevée, actionneurs immobiles, bonne précision d'orientation et un fonctionnement stable. La possibilité de choisir l'articulation que l'on veut motoriser permet de ramener les systèmes moteurs vers la base, donc de minimiser le nombre des masses mobiles. Équipés d'actionneurs hydrauliques ou pneumatiques, les manipulateurs parallèles disposent d'une construction robuste et peuvent déplacer rapidement des charges assez importantes.

Un exemple classique de robot parallèle est la célèbre plateforme de Gough- Stewart [Gou 57], [Ste 6] (Figure 1.5).

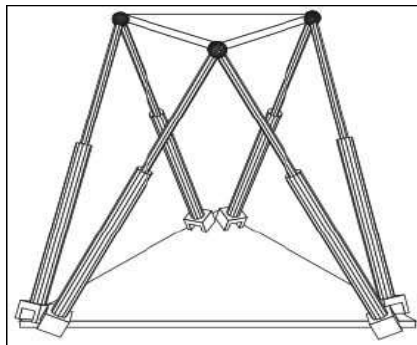


Figure. 1.5 : La plateforme de Gough-Stewart

1.3 Constituants d'un robot

Un robot manipulateur est constitué par deux sous-ensembles distincts, un organe terminal (dispositif destiné à manipuler des objets) et une structure mécanique articulée (SMA) (architecture composée de plusieurs chaînes de corps rigides assemblés par des liaisons appelées articulations). Les chaînes peuvent être soit ouvertes ou en série (tous les corps ont au plus deux liaisons), arborescentes (au moins l'un des corps a plus de deux liaisons) ou fermées (l'organe

terminal est relié à la base du mécanisme par plusieurs chaînes). Ces différentes structures sont montrées dans la Figure 1.6.

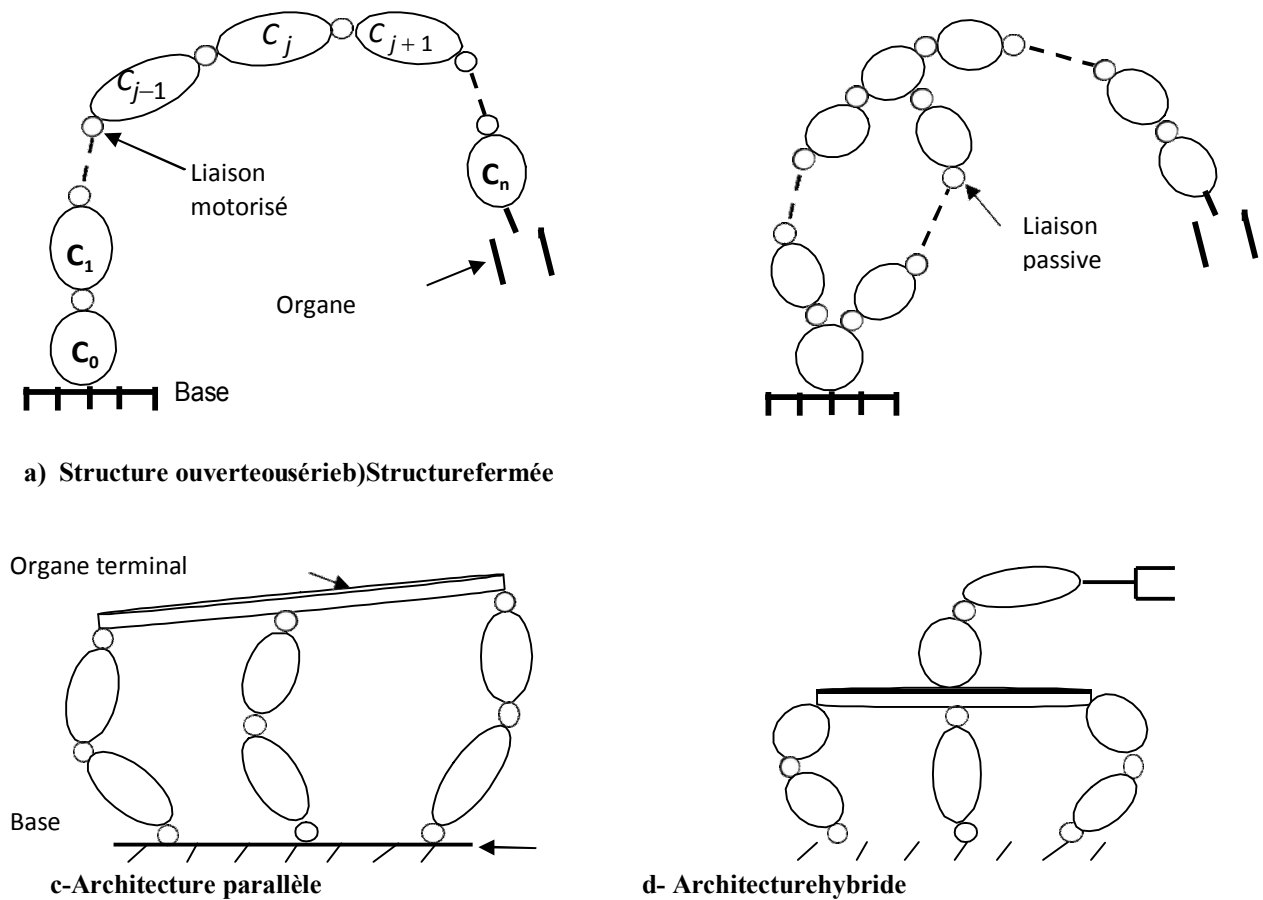


Figure 1.6 : Architectures de robot d'après [Kha99]

1.4 Caractéristiques d'un robot

Un robot doit être choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre, éventuellement, en compte :

- La charge maximum transportable (de quelques kilos à quelques tonnes), à déterminer dans les conditions les plus défavorables (en élongation maximum).
- L'architecture du SMA, le choix est guidé par la tâche à réaliser.
- Le volume de travail, défini comme l'ensemble des points atteignables par l'organe terminal. Tous les mouvements ne sont pas possibles en tout point du volume de travail. L'espace de travail, est le volume de l'espace que le robot peut atteindre via au moins une orientation. L'espace de travail dextre est le volume de l'espace que le robot peut atteindre avec toutes les orientations possibles de l'effecteur (organe terminal). Cet espace de travail est un sous-ensemble de l'espace de travail maximal.

- Le positionnement absolu, correspondant à l'erreur entre un point souhaité (réel) – défini par une position et une orientation dans l'espace cartésien – et le point atteint et calculé via le modèle géométrique inverse du robot. Cette erreur est due au modèle utilisé, à la quantification de la mesure de position, à la flexibilité du système mécanique. En général, l'erreur de positionnement absolu, également appelée précision, est de l'ordre de 1 mm.
- La répétabilité, ce paramètre caractérise la capacité que le robot a à retourner vers un point (position, orientation) donné. La répétabilité correspond à l'erreur maximum de positionnement sur un point prédéfini dans le cas de trajectoires répétitives. En général, la répétabilité est de l'ordre de 0,1 mm.
- La vitesse de déplacement (vitesse maximum en élongation maximum), accélération.
- La masse du robot.
- Le coût du robot.

1.5 Architecture des robots parallèles

Pratiquement, on distingue deux classes des robots parallèles, les robots planaires et les robots spatiaux.

1.5.1 Robots parallèles planaires

Un robot planaire est constitué généralement d'une plate-forme, comportant trois degrés de liberté : deux translations et une rotation autour de la normale au plan de la plate-forme. Nous recherchons une structure de robot pleinement parallèle, donc possédant trois chaînes cinématiques indépendantes motorisées par trois actionneurs. Chacune de ces chaînes devant être liées à la fois au sol et à la plate-forme mobile, nous aurons donc trois points d'attache au sol et sur la plate-forme mobile. On peut donc considérer sans perte de généralités une plateforme triangulaire.

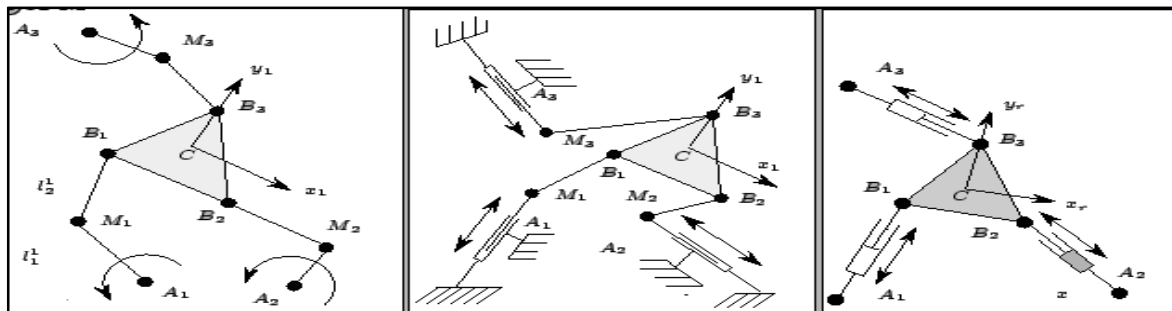


Figure 1.7 : Exemples d'architectures de robots planaires [Mer 97]

1.5.2 Robots parallèles spatiaux

Dans les robots parallèles spatiaux, la plate-forme et la base sont reliées entre elles par des chaînes cinématiques assurant trois ou six degrés de liberté à la plate-forme. Le plus connu des robots à trois degrés de liberté en translation est le Delta développé initialement à l'Ecole Polytechnique de Lausanne par l'équipe du Pr Clavel [Cla 88] (Figure 1.4-a). Et le plus connu pour les robots parallèles à six degrés de liberté est la plate-forme de Gough- Stewart [Gou 57], [Ste 65] (Figure 1.5), appartient à la famille des hexapodes. Elle est aujourd'hui connue sous le nom de plate-forme de Stewart. Merlet [Mer 97] décrit trois concepts de structures à six degrés de liberté avec base et une plate-forme reliée entre elles par six actionneurs linéaires (Figure 1.8) :

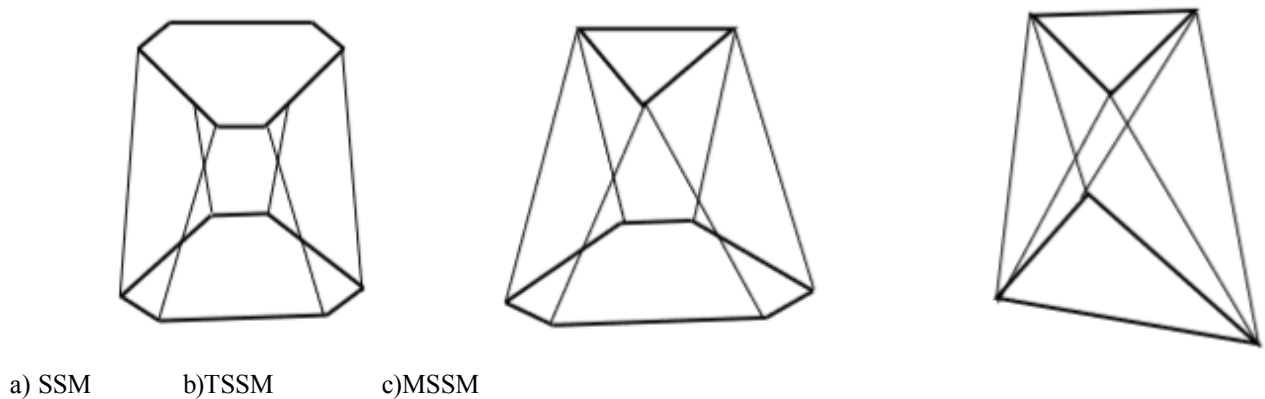


Figure 1.8: Robots parallèles de type SSM, TSSM et MSSM

1.6 Robots parallèles existants

1.6.1 Robots parallèles à deux degrés de liberté

Les robots parallèles à deux degrés de liberté sont utilisés pour le pick-and-place (prise et pose d'un objet) et sont des mécanismes capables de réaliser deux translations (Figure 1.9).

1.6.2 Robots parallèles à trois degrés de liberté

o Robot Delta

Les robots parallèles à trois degrés de liberté en translation présentent un intérêt important pour les opérations de transfert. En conséquence différents prototypes ont été proposés. Le plus utilisé a été développé initialement à l'Ecole Polytechnique de Lausanne et est commercialisé sous le nom " Delta " par la société Demarex (Figure 1.10).

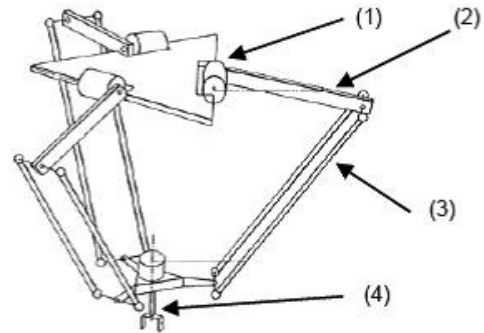
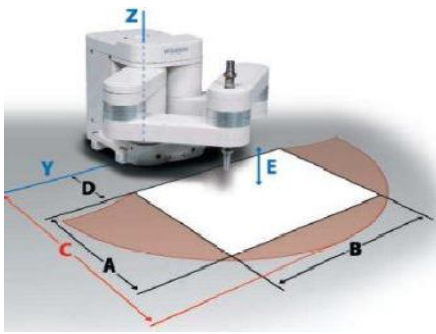


Figure 1.9 : Manipulateurs à deux degrés de liberté **Figure 1.10 :** Robot Delta à trois degrés de liberté

Ce robot était muni de trois moteurs rotatifs (1) reliant une nacelle (4) par l'intermédiaire de trois chaînes cinématiques identiques. Ces dernières sont composées d'un bras (2) et d'un système à quatre barres en chaîne fermée (3). Ce système est communément nommé "parallélogramme spatial" car sa fonction est de garantir le parallélisme entre deux solides dans l'espace, à condition que les barres restent coplanaires deux à deux (ce qui est vérifié sur un Delta quand toutes les chaînes cinématiques sont assemblées). Ces robots parallèles présentent de nombreux avantages pour les tâches de pick-and-place.

o Robot Orthoglide

L'Orthoglide est une machine de type parallèle possédant 3 articulations prismatiques orthogonales reliées au bâti (Figure 1.11). La plate-forme mobile est connectée aux articulations prismatiques par 3 parallélogrammes articulés et bouge dans l'espace cartésien x - y - z avec une orientation fixe.

L'Orthoglide est dédié à l'usinage à grande vitesse, car son architecture se rapproche des machines standards d'architecture série PPP (espace de travail Cartésien régulier et performances uniformes) et avec, en plus, les propriétés des structures parallèles (inerties moins importantes et meilleures performances dynamiques). Son espace de travail est proche d'un cube et ne possède aucune singularité.

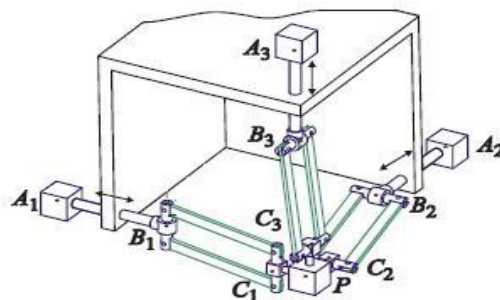


Figure 1.11 : Architecture d'Orthoglide

1.6.3 Robots parallèles à quatre degrés de liberté

Afin de répondre aux besoins des applications de manipulation d'objets, l'architecture Delta, originalement pourvue de trois degrés de liberté, fut modifiée afin d'y ajouter une quatrième mobilité. Ainsi, la rotation est obtenue en ajoutant une liaison rotoïde à la plateforme dont la rotation est commandée à l'aide d'une chaîne cinématique de type RUPU (Figure 1.12). Cette "patte télescopique" permet de réaliser une rotation illimitée, mais a l'inconvénient majeur de limiter les performances dynamiques du Delta ainsi modifié, et ce, d'autant plus pour des robots de grande taille. En effet, la fiabilité et la durée de vie de cette patte passive se trouvent réduites lorsque le robot réalise des mouvements dont les accélérations sont importantes.

o Robot H4 symétrique

Ce robot développé par Company [Com 99b] fut le premier mécanisme à introduire le concept de nacelle articulée. Cette notion peut être définie comme étant un dispositif composé d'au moins deux corps solides placés à l'extrémité des chaînes cinématiques du robot, et dont une mobilité interne est utilisée pour produire un degré de liberté au niveau de l'organe terminal.



Figure 1.12 : Robot Delta à 4 degrés



Figure 1.13 : Robot H4 à 4 degrés

de liberté de liberté

Le H4 est réalisé à l'aide de quatre chaînes de type Delta actionnées à l'aide de moteurs rotatifs ou linéaires (figure 1.13). Sa nacelle comporte trois corps et deux liaisons; elle est ainsi composée de deux pièces liées par une barre transversale à l'aide de deux liaisons rotoïdes et dont la forme représente un "H". L'amplitude de la rotation ainsi produite est de $\pm 45^\circ$. Un système d'amplification peut y être ajouté afin de réaliser une amplitude de rotation suffisamment importante pour les applications de pick-and-place ($\pm 180^\circ$).

1.6.4 Robots parallèles à six degrés de liberté

Plusieurs formes d'architectures parallèles à six degrés de liberté sont possibles et la plus répandue est la plate-forme de Gough-Stewart (Figure 1.14). Il s'agit d'un manipulateur à six

degrés de liberté, dont la plate-forme est déplacée par l'élongation de six actionneurs linéaires. Son application la plus connue est le simulateur de vol (Figure 1.15) en raison, entre autres, de la masse élevée de la cabine (jusqu'à 15 000 kg) à laquelle on doit faire subir des mouvements. Les simulateurs de vol sont utilisés pour l'entraînement des pilotes ausol.



Figure 1.14: Plate-forme de Gough **Figure 1.15 :** Simulateur de vol **Figure 1.16 :** Hexapode

Les hexapodes sont aussi utilisés afin de positionner et orienter précisément des objets de masse importante. Dans ce type d'applications, la dynamique de la structure n'est pas un critère de première importance, ce qui importe, c'est de donner une position précise à un objet pouvant être massif. Dans l'exemple de la Figure 1.16, l'hexapode présenté permet de positionner une charge de 200 kg suivant l'axe z avec une répétabilité de $\pm 1\mu\text{m}$ dans un volume de travail de $100 \times 100 \times 50 \text{ mm}^3$.

1.6.5. Robotshybrides

La définition exacte d'un mécanisme hybride est évasive. Dans cette classification nous considérerons comme hybride un mécanisme qui comporte plusieurs chaînes cinématiques reliant le bâti à l'organe terminal et dont une des chaînes au moins comporte plus d'un actionneur. Parmi les machines hybrides que l'on a cataloguées, on peut distinguer trois catégories:

- les mécanismes à porteur parallèle et poignet série,
- les mécanismes à porteur série et poignet parallèle,
- les autres mécanismeshybrides.

1.6.5.1 Porteur parallèle – poignet série

Le robot Tricept de Neos (Figure 1.18) est une machine hybride : un mécanisme porteur d'architecture parallèle porte un poignet série. Une particularité de ce robot est la présence d'une patte passive (non-actionnée) qui contraint la cinématique du robot.

Ce robot a connu un réel succès commercial mais il semble que dans le domaine de la machine-outil les performances obtenues soient en deçà de celles espérées.



Figure 1.17 : Tricept 845

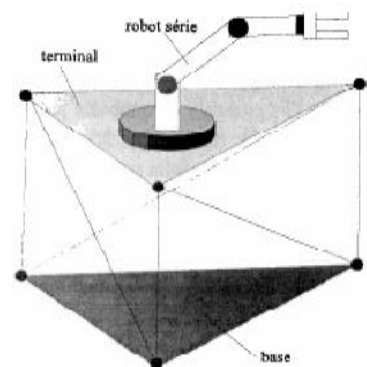


Figure 1.18 : RoboHybride

Un autre exemple de ce type est le robot de chen[che 94] (Figure 1.19), l'avantage de ce type de robot est l'augmentation de l'espace de travail grâce à la partie série et l'augmentation de la précision grâce à la structure parallèle.

Une autre architecture intéressante est celle de la famille de machines Tricept proposée par Neos, ce robot à 3 ddl est composé d'une partie parallèle comportant trois jambes de type RRPS, une 4^{ème} jambe passive de type RRP (qui contraint l'organe terminal à un mouvement selon une sphère à rayon variable), et d'une partie série qui est un poignet de type RRR (Figure 1.20).

1.6.5.2 Porteur série – poignet parallèle

La machine-outil Sprint Z3 de DS Technologies possède un mécanisme porteur x - y et un poignet d'architecture parallèle z - A - B . Destinée à l'industrie de l'aéronautique, cette machine comprend un portique d'architecture classique d'une course de 60 mètre, et une tête d'architecture parallèle (Figure 1.21).



Figure 1.19 : RobotTricept



Figure 1.20 : SprintZ3

oRobot hybride Dumbo

La machine-outil Dumbo de l'IFW à l'université de Hanovre est un mécanisme hybride 3T-2R (Figure 1.22). Le porteur constitue un mécanisme hybride à lui tout seul puisqu'une colonne d'axe z supporte un mécanisme parallèle constitué de deux vérins et d'une patte passive. Le poignet d'architecture série confère à la machine des débattements angulaires importants.



Figure 1.21 : Dumbo

1.6.5.3 Autres mécanismeshybrides

Un exemple des robots série-parallèles, est le robot de l'INRIA [Mer 91] constitué d'un robot parallèle à six degrés de liberté appelé le poignet actif monté sur un robot SCARA (Figure 1.23). Un autre robot utilisant le même concept à été décrit dans [Pas 95] (Figure 1.24), ce robot constitue un macro/mini manipulateur où le robot DELTA est utilisé comme poignet d'un robot

SCARA, l'avantage de cette configuration est de dépasser la limitation de l'espace de travail. Ce concept de combinaison série-parallèle a aussi été utilisé dans le robot ARTISAN [Wal 89] avec une structure parallèle type 3RPS.



Figure 1.22: LeSCARA/Poignetactif

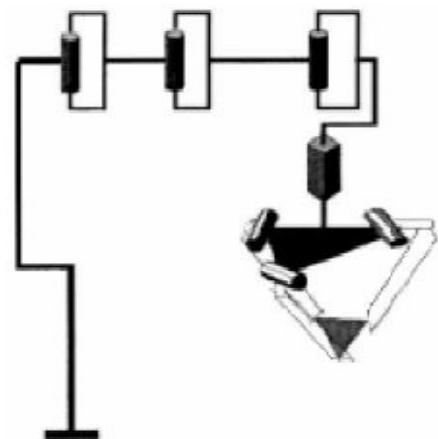


Figure 1.23: LeSCARA/DELTA

Parmi les réalisations de ce genre de structures, on trouve le robot hybride de Zhang [Zha 94] qui est constitué de deux manipulateurs parallèles mis en série (Figure 1.25), chaque manipulateur a 3 degrés de liberté, la plate-forme inférieure et supérieure contrôlent respectivement la position et l'orientation de l'effecteur. Ce type de manipulateur permet de découpler la position et l'orientation de l'organe terminal. On trouve une autre structure similaire dans [Tan 00] (Figure 1.26).

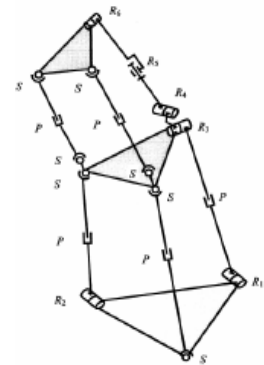
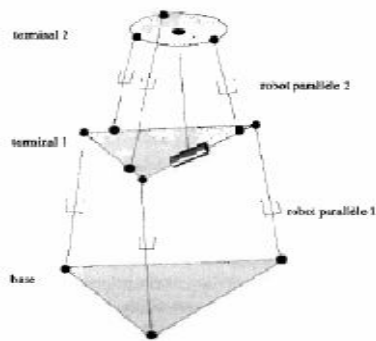


Figure 1.24 : Robot hybride découplé parallèles/ série **Figure 1.25 :** Robot hybride à 6dl

Il existe d'autre robot hybride: comme celui de la société de Lagabex (Figure 1.27) [Char 89], qui se compose de quatre modules identiques (quatre plate-forme de Stewart), chaque module possède six vérins électriques identiques. Ces derniers sont actionnés par des moteurs à courant continu. La vitesse de sortie de la tige de vérin étant de 6 mm/s.

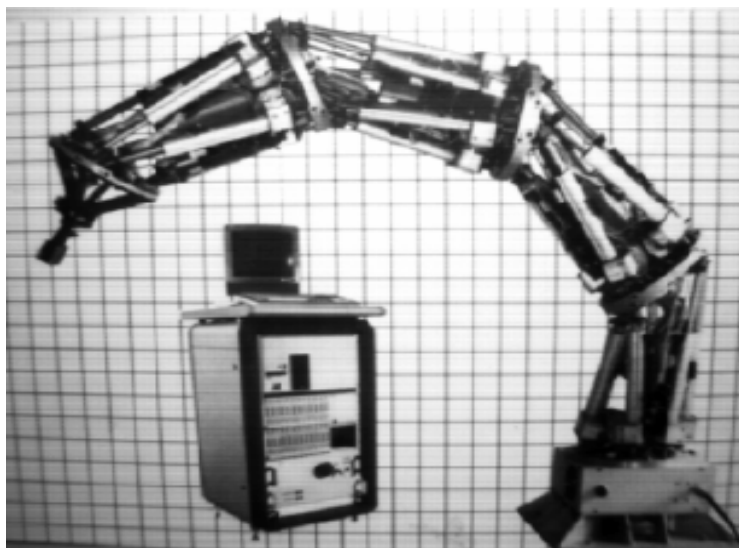


Figure 1.26 : Robot Logabex- modèle LX

Chapitre II
Description
générale du
mécanisme du
ROPAC

2.1. Description générale du mécanisme du ROPAC

Le manipulateur réalisé est à trois degrés de liberté. Il est constitué d'une plate-forme mobile reliée à une plate-forme fixe par l'intermédiaire de trois segments actifs et un segment central passif. On appelle segment chaque chaîne ouverte qui relie la base à la nacelle.

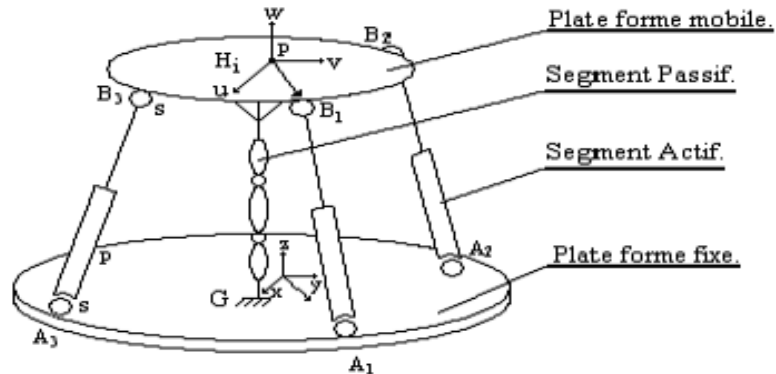


Figure 2.1. Robot parallèle à quatre segments

Nous devons, en premier lieu, déterminer le type des articulations que l'on doit placer à chaque extrémité des segments. Pour cela il est nécessaire que la mobilité du mécanisme soit nulle lorsque les actionneurs sont bloqués dans une configuration donnée pour que le système soit en équilibre et puisse être commandé.

La mobilité du robot est la mobilité du mécanisme constitué par la structure mécanique articulée du robot. C'est donc le nombre de variables indépendantes qui définissent la position du robot à un instant donné.

Un robot est une machine dont tous les mouvements indépendants doivent être contrôlés, la mobilité est donc également le nombre d'actionneurs du robot.

La mobilité 'm' d'un mécanisme spatial isostatique est donnée par la formule de Grùbler[Merl 97].

$$m=6(s-n-1)+ \sum_{i=1}^n d_i$$

Avec :

s : le nombre total de solides y compris la base

n : le nombre total d'articulations

d_i : le nombre de degrés de liberté de l'articulation i.

Dans le cas d'une structure parallèle, si on note

P : le nombre de segments

et

C_k : le nombre de degrés de liberté associés à un segment

On a:

$$\sum_{i=1}^p C_k = m + 6(p-1)$$

Ayant un système à trois degrés de liberté on aura donc une mobilité $m = 3$ et d'autre part nous avons un mécanisme à quatre segments.

En développant la relation (2.2) on aura comme expression :

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 21$$

Conformément à cette expression, plusieurs choix peuvent être obtenus par la combinaison des C_k . Dans notre cas on peut choisir $C_1=3$ et $C_2=C_3=C_4=6$. Cela correspond à trois degrés de liberté pour le segment passif et une rotule, une glissière et deux pivots orthogonaux pour les autres segments. La glissière étant un axe actif, les autres sont passifs. Techniquement on peut rajouter des degrés de libertés supplémentaires qui ne modifient pas le mouvement de la nacelle.

Pour la configuration choisie pour notre robot, les trois barres actives sont reliées à la base fixe par des liaisons universelles et à la base mobile par des liaisons rotules à 3 d.d.l (degrés de liberté). la barre centrale passive a 3 d.d.l peut avoir plusieurs configurations ou type de structures mécaniques qui sont des combinaisons de rotations et de translations.

On a donc $C_1=3$, $C_2=C_3=C_4=2+1+3$ et $m=3$

2.2 Construction du manipulateur

La structure de ce manipulateur est composée d'une plate-forme fixe et d'une plateforme mobile, reliées entre elles par trois segments actifs du type SPU: Sphérique + Prismatique + Universel, les deux liaisons Sphérique et Universel sont passives mais la liaison Prismatique est une liaison motorisée commandée. Le segment passif permet d'avoir plusieurs combinaisons de mouvements de translation et de rotation. Pour orienter et positionner la plate-forme mobile, il a été utilisé des actionneurs électriques à mouvement linéaire. Le moteur électrique donne un mouvement rotatif qui sera transformé en un mouvement de translation par un mécanisme de roue dentée et vis sans fin. Le segment à multi-configurations que nous avons réalisé donne au manipulateur parallèle un large champ d'application nécessitant une combinaison de mouvement

de rotation et de translation en ayant toujours trois degrés de liberté. Les configurations de ce segment sont : PPP, PPR, PRR, RPR, RPP, RRP, PRP, RRR. Les translations notées P et les rotations symbolisées par R sont représentées sur la chaîne cinématique ci-après (Figure 2.4).

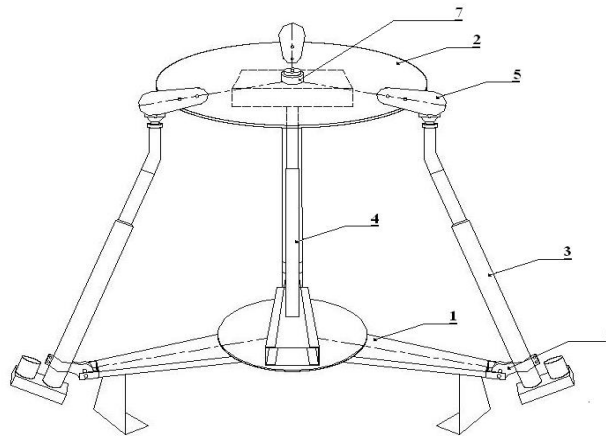


Figure 2.2. Schéma du prototype

- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| 1. plate-forme fixe. | 5. Rotule. |
| 2. Plate-forme mobile. | 6. Joint de cardan. |
| 3. Actionneur. | 7. Emplacement de l'organe terminal |
| 4. Segment passif. | |

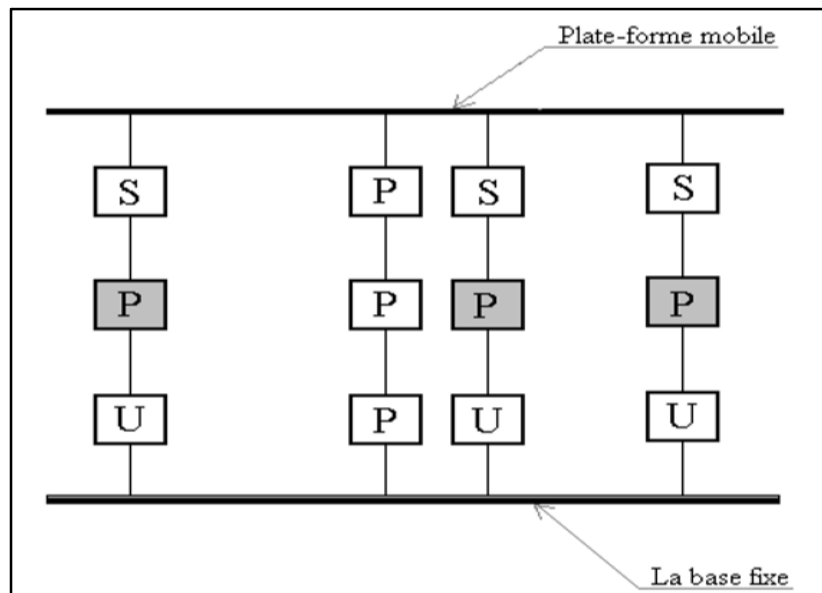


Figure 2.3. Graphe d'agencement

2.2.1. Conception assistée par ordinateur du segment passif

La conception virtuelle permet l'appréciation globale du comportement de l'objet créé avant même que celui-ci n'existe. En CAO, on ne dessine pas, on construit virtuellement un objet

capable de réagir dans son espace non réel selon des lois régies par le logiciel. Le résultat, appelé maquette numérique constitue alors un véritable prototype évolutif. En mécanique, on peut concevoir une pièce où chaque forme répond à un besoin de fonctionnement ainsi qu'un mécanisme regroupant plusieurs pièces. Au bout du compte, le gain de fiabilité de l'information se révéla constituer un argument supplémentaire important décidant à généraliser la CAO. Pendant la phase de conception du système robotique, nous avons utilisé un logiciel de CAO très connu dans l'industrie mécanique. Ce qui nous a permis de prendre en compte un grand nombre de contraintes de résistance des matériaux, de capacité d'assemblage et de fabrication. Par ce logiciel de CAO nous n'avons pas seulement créé les pièces mécaniques entrant dans notre mécanisme, mais nous avons aussi simulé leur comportement donc validé les solutions retenues.

Le segment passif a été conçu et réalisé de telle manière à avoir six degrés de liberté, trois translations et trois rotations.

Le robot parallèle contraint est à trois degrés de liberté, donc il faut à chaque fois éliminer trois degrés de liberté du segment passif pour ne laisser que trois et ainsi donc réaliser la configuration voulue. Ce qui revient à verrouiller mécaniquement trois mécanismes. Le verrouillage d'un mécanisme se traduit par le blocage de son mouvement.

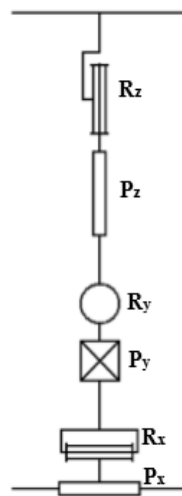


Figure 2.4. Chaîne cinématique du segment à multi-configurations

Le segment passif est constitué par un ensemble de mécanismes de translation et de rotation qui sont détaillés ci-après :

Pour assurer le mouvement de translation suivant l'axe horizontal X tout en respectant une certaine précision du système avec un jeu fonctionnel normalisé, nous avons conçu et réalisé un système de guidage constitué de deux tiges cylindriques fixées sur deux supports et sur lesquels glisse un coulisseau (Figure. 2.5)

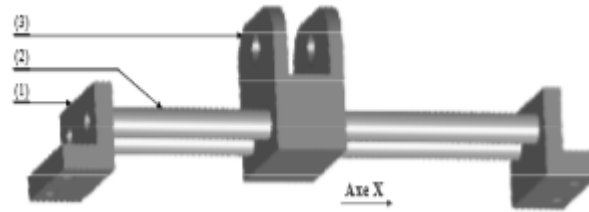


Figure.2.5. Mécanisme de translation suivant l'axe X

- (1) : supports ;
- (2) : tiges ;
- (3) : Coulisseau.

Pour avoir un mouvement de translation suivant l'axe Y on a adopté la même solution technologique que pour la translation suivant l'axe X. Cette solution fait intervenir un coulisseau (8) guidé en translation par deux tiges (7) qui sont montées et fixées sur deux supports (6). (Figure 2.6)

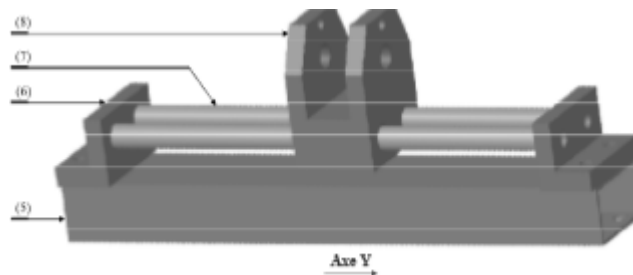


Figure 2.6. Mécanisme de translation suivant l'axe Y

Le guidage en translation suivant l'axe Z est assuré par trois tiges placées perpendiculairement à la plate-forme fixe pour donner plus de rigidité au système. (Figure2.7)

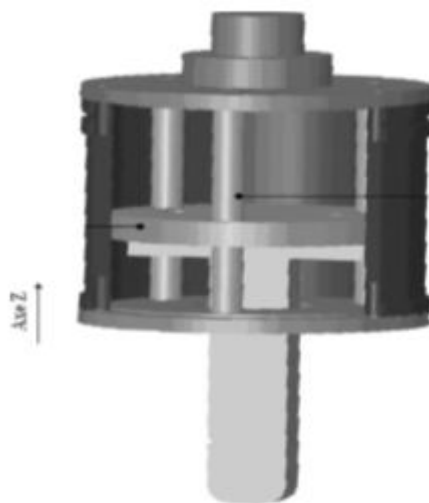


Figure 2.7. Mécanisme de translation suivant l'axe Z

Pour avoir un mouvement de rotation autour des trois axes X, Y et Z, nous avons conçu et réalisé des mécanisme qui son représenté ci-après



Figure 2.8. Mécanisme de rotation autour de l'axe X

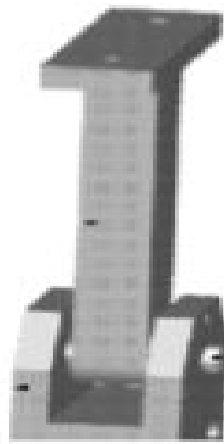


Figure 2.9. Mécanisme de rotation autour de l'axe Y

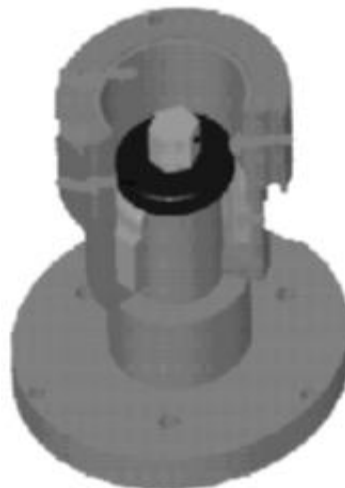


Figure 2.10. Mécanisme de rotation autour de Z

Le segment passif est constitué par un ensemble de mécanismes de translation et de rotation qui sont représentés sur la figure 2.11

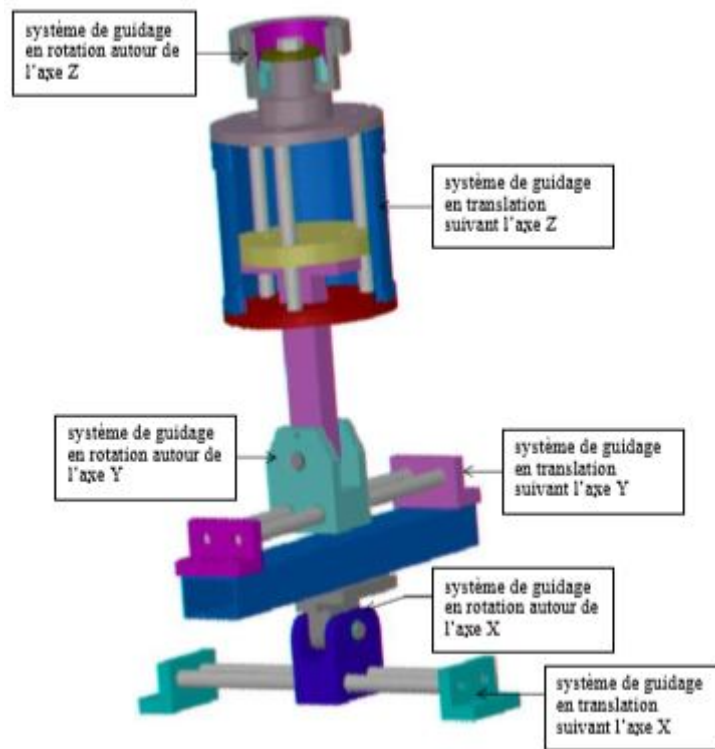


Figure 2.11. Vue d'ensemble du segment passif à multi-configurations

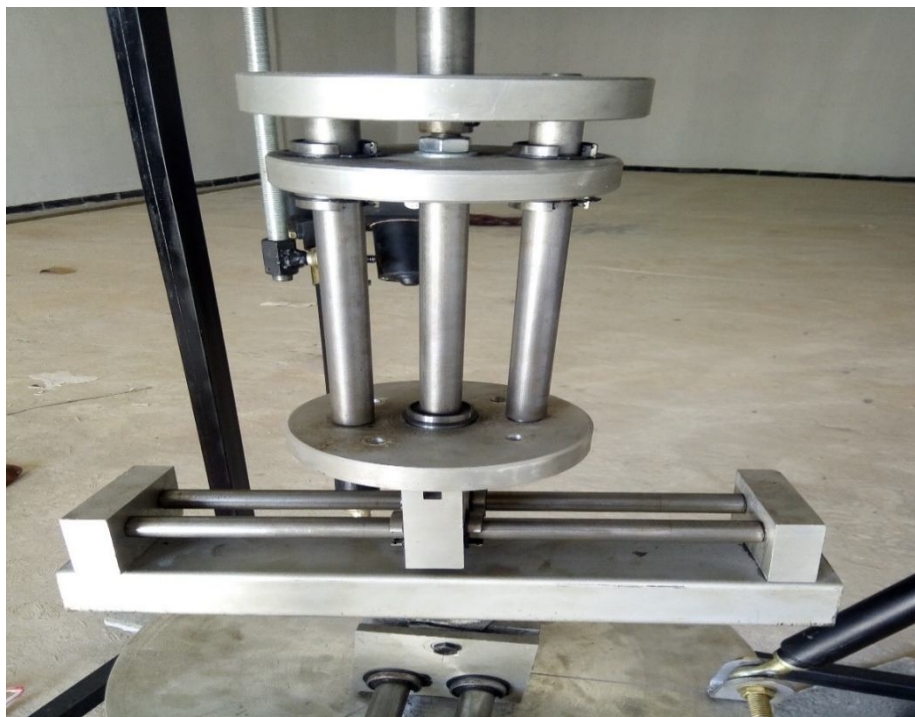


Figure 2.12. Photo du segment passif réalisé



Figure 2.13. Robot parallèle ROPAC

Chapitre III
Modèles
géométriques
du Robot
ROPAC à
translation pure

3.1 Modèles géométriques

3.1.1 Modèles géométriques du Robot ROPAC à translation pure PPP

La constitution du segment passif par trois liaisons prismatiques confère au robot manipulateur un mouvement de translation suivant les trois axes ce qui nous amène à dire que le robot est à translation pure

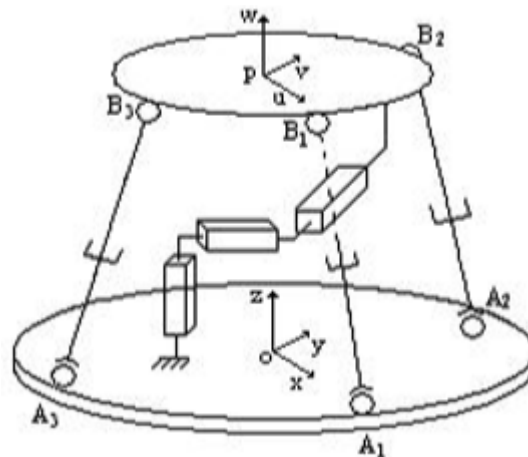


Figure 3.1. Structure de type PPP du segment central passif

3.1.2. Modèle géométrique inverse

Pour calculer le modèle géométrique inverse, on écrit un système d'équations non linéaires dont chaque équation est associée à une jambe du manipulateur. Chaque jambe est caractérisée par une origine A_i et une extrémité B_i . La configuration X de la plate-forme mobile permet de définir la position des points extrêmes de chaque jambe. On peut ainsi écrire le modèle géométrique inverse pour chaque jambe $A_i B_i = H(X)$. Ce modèle peut devenir ardu dans le cas de manipulateurs spatiaux si la structure des jambes est complexe. Cependant, la résolution de ce problème est simplifiée par le fait que généralement, toutes les jambes d'un manipulateur pleinement parallèle sont identiques.

Chaque segment est formé de deux corps en liaison glissière liés par des rotules à la base et à la nacelle

On définit les paramètres suivants :

A_i : articulation de la barre i attachée à la base.

B_i : articulation de la barre i attachée à la nacelle.

En écrivant l'équation de fermeture, on peut avoir l'expression des coordonnées articulaires q_i , qui représentent les longueurs des segments actifs, en fonction des coordonnées opérationnelles.

$$\begin{aligned} \overline{OP} &= \overline{OA_i} + \overline{A_iB_i} + \overline{B_iP} \\ {}^A P - {}^A a_i - q_i + \overline{PB_i} &= 0 \\ q_i &= {}^A P + {}^A b_i - {}^A a_i \\ q_i &= {}^A P + {}^A R_B^B b_i - {}^A a_i \\ q_i^2 &= \left[{}^A P + {}^A R_B^B b_i - {}^A a_i \right]^T * \left[{}^A P + {}^A R_B^B b_i - {}^A a_i \right] \end{aligned} \quad (3.1)$$

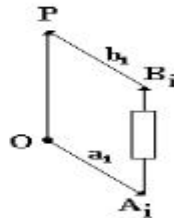
$${}^A T_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

pour une translation pure, la matrice de transformation peut s'écrire :

Avec : L_i : la longueur des segments passifs pour $i = 1, 2, 3$.

La résolution de l'équation (3.1) par identification est évidente dans notre cas:

$$\begin{cases} P_x = L_1 \\ P_y = L_2 \\ P_z = L_3 \end{cases}$$



En développant l'équation (3.1) on aura :

$$\begin{aligned} q_i^2 &= \left[\begin{matrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{matrix} - \begin{matrix} raC\beta_i \\ raS\beta_i \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} rbC\beta_i \\ rbS\beta_i \\ 0 \end{matrix} \right]^T * \left[\begin{matrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{matrix} - \begin{matrix} raC\beta_i \\ raS\beta_i \\ 0 \end{matrix} - \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} rbC\beta_i \\ rbS\beta_i \\ 0 \end{matrix} \right] \\ q_i^2 &= P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 + r_a^2 + r_b^2 - 2r_a r_b - 2P_x r_a C\beta_i + 2P_x r_b C\beta_i - 2P_y r_a S\beta_i + 2P_y r_b S\beta_i \end{aligned} \quad (3.2)$$

$i = 1, 2, 3$

$$\begin{cases} q_1^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + r_a^2 + r_b^2 - 2r_a r_b - 2P_X r_a + 2P_X r_b \\ q_2^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + r_a^2 + r_b^2 - 2r_a r_b - 2P_X r_a C\beta_2 + 2P_X r_b S\beta_2 - 2P_Y r_b S\beta_2 + 2P_Y r_b S\beta_3 \\ q_3^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + r_a^2 + r_b^2 - 2r_a r_b - 2P_X r_a C\beta_3 + 2P_X r_b C\beta_3 - 2P_Y r_a S\beta_3 + 2P_Y r_b S\beta_3 \end{cases}$$

où alors:

$$q_i = \pm \sqrt{\left[{}^A P + {}^A R_B {}^B b_i - {}^A a_i \right]^T * \left[{}^A P + {}^A R_B {}^B b_i - {}^A a_i \right]}$$

Pour simplifier l'écriture des équations, on pos

$$\begin{aligned} e_1 &= q_1^2 - q_2^2 \\ e_2 &= q_1^2 - q_3^2 \\ e_3 &= q_2^2 - q_3^2 \\ e_4 &= 2r_a S\beta_2 - 2r_b S\beta_2 \\ e_5 &= 2r_a S\beta_3 - 2r_b S\beta_3 \\ e_6 &= -2r_a + 2r_b \\ e_7 &= 2r_a S\beta_2 - 2r_b S\beta_2 \\ e_8 &= 2r_a S\beta_3 - 2r_b S\beta_3 \\ e_9 &= r_a^2 + r_b^2 - 2r_a r_b \end{aligned}$$

On aura alors l'expression simplifiée des longueurs des segments extensibles:

$$\begin{cases} q_1^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + e_9 + P_X \cdot e_6 & (3.3) \\ q_2^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + e_9 - P_X \cdot e_7 - P_Y \cdot e_4 & (3.4) \\ q_3^2 = P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + e_9 - P_X \cdot e_8 - P_Y \cdot e_5 & (3.5) \end{cases}$$

Ainsi, étant données les dimensions géométriques du robot parallèle, on peut déterminer les longueurs des segments actifs pour emmener la plate-forme mobile en un point de l'espace situé aux coordonnées (Px , Py , Pz)T.

Cependant il y a deux solutions, mais la longueur négative du segment ne serait pas prise en considération.

Ces expressions (3. 3), (3.4) et (3.5) nous permettent d'implémenter la commande du robot basée sur le modèle géométrique inverse.

3.1.3. Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct est utilisé pour passer des coordonnées articulaires aux positions de l'organe terminal exprimées dans le repère de la base. Les points de consigne de trajectoire doivent utiliser le chemin inverse pour être exprimés en coordonnées articulaires utilisables par les actionneurs.

La résolution du modèle géométrique direct des manipulateurs parallèles est un problème complexe. Sa difficulté est comparable à celle du modèle géométrique inverse pour les manipulateurs sériels.

Ainsi, de nombreuses recherches ont été réalisées pour résoudre les problèmes suivants :

- la recherche du nombre maximal de solutions réelles ;
- la recherche rapide d'une solution à partir d'une configuration connue ; - la simplification du modèle par l'ajout de capteurs additionnels.

En combinant l'équation (3.3) avec l'équation (3.4) et avec l'équation (3.5), nous obtiendrons le système d'équations suivants :

$$q_1^2 - q_2^2 = P_x(e_6 + e_7) + P_y \cdot e_4 \quad (3.6)$$

$$q_1^2 - q_3^2 = P_x(e_6 + e_8) + P_y \cdot e_5 \quad (3.7)$$

La résolution de ce système d'équation permet de calculer les coordonnées opérationnelles P_x , P_y , P_z du point P, centre de la plate-forme mobile

$$P_x = \frac{e_2 \cdot e_4 - e_3 \cdot e_1}{e_4(e_6 + e_8) - (e_6 + e_7)} \quad (3.8)$$

$$P_y = \frac{e_1 - P_x(e_6 + e_7)}{e_4} \quad (3.9)$$

$$P_z = \pm \sqrt{q_1^2 - P_x^2 - P_y^2 - e_9 - P_x e_6} \quad (3.10)$$

Ces expressions (3.8), (3.9) et (3.10) nous permettent le passage des coordonnées articulaires aux configurations de l'organe terminal ainsi que l'implémentation de la commande du robot basée sur le modèle géométrique direct. Nous tenons à préciser que la solution du problème géométrique direct est unique et est déterminée analytiquement.

3.2. Prototype expérimental et résultats numériques

Le prototype expérimental du robot parallèle à été réalisé en structure mécano soudée avec des actionneurs de type vérins actionnés par des moteurs à courant continu. Une commande basée sur le modèle géométrique direct ainsi qu'une commande basée sur le modèle géométrique inverse ont été implémentées. Pour commander effectivement le robot, nous avons développé une interface graphique utilisateur qui permet à l'utilisateur de préciser les coordonnées articulaires ou cartésiennes.

Chapitre III Modèles géométriques du Robot ROPAC à translation pure

La commande géométrique inverse a été testée sur site et elle a permis de diriger le robot au voisinage de la position spécifiée en coordonnées opérationnelles. Les résultats expérimentaux révèlent que le centre de la plate-forme mobile se dirige vers le point P avec une certaine erreur qui dépend de la configuration initiale.

Le prototype réalisé dans notre laboratoire correspond aux données géométriques suivantes : $r_a = 690$ mm, $r_b = 350$ mm, $\beta_1 = 0^\circ$, $\beta_2 = 120^\circ$ et $\beta_3 = 240^\circ$ Les points de liaisons des segments avec la plate-forme fixe sont donnés par : $A_1 = [690, 0, 0]$, $A_2 = [-345, 597.55, 0]$ et $A_3 = [-345, -597.55, 0]$ Les points de liaisons des segments avec la plate-forme mobile sont donnés par : $B_1 = [350, 0, 0]$, $B_2 = [-175, 303.1, 0]$ et $B_3 = [-175, -303.1, 0]$ Dans le but de vérifier les modèles géométriques direct et inverse que nous avons implémentés, nous avons choisi quelques points de l'espace atteignable vers lesquels le robot doit se diriger.

Nous présentons les résultats numériques pour la géométrie inverse et la géométrie directe dans le tableau suivant :

Tableau 3.1. Résultats numériques pour la géométrie directe et la géométrie inverse

Géométrie inverse		Géométrie directe	
$P_x = 100$	$q_1 = 648.1512$	$q_1 = 648.1512$	$P_x = 100$
$P_y = 50$	$q_2 = 642.6468$	$q_2 = 642.64868$	$P_y = 50$
$P_z = 600$	$q_3 = 658.6363$	$q_3 = 658.6363$	$P_z = 600$
$P_x = 120$	$q_1 = 743.3707$	$q_1 = 743.3707$	$P_x = 120$
$P_y = 10$	$q_2 = 750.8759$	$q_2 = 750.8759$	$P_y = 10$
$P_z = 710$	$q_3 = 775.6326$	$q_3 = 775.3626$	$P_z = 710$
$P_x = 15$	$q_1 = 682.6602$	$q_1 = 682.6602$	$P_x = 15$
$P_y = 20$	$q_2 = 678.2507$	$q_2 = 678.2507$	$P_y = 20$
$P_z = 600$	$q_3 = 678.2654$	$q_3 = 678.2654$	$P_z = 600$
$P_x = 50$	$q_1 = 742.5631$	$q_1 = 742.5631$	$P_x = 50$
$P_y = 70$	$q_2 = 728.0664$	$q_2 = 728.0664$	$P_y = 70$
$P_z = 680$	$q_3 = 727.5440$	$q_3 = 727.5440$	$P_z = 680$
$P_x = 0$	$q_1 = 633.0408$	$q_1 = 633.0408$	$P_x = 0$
$P_y = 0$	$q_2 = 633.0408$	$q_2 = 633.0408$	$P_y = 0$
$P_z = 533.9856$	$q_3 = 633.0408$	$q_3 = 633.0408$	$P_z = 533.9856$

On constate que les deux modèles concordent puisque le passage de l'un à l'autre donne les mêmes résultats.



Figure3.2 : Prototype de robot ROPAC

Chapitre IV
Espace de
travail du robot
à translation
pure

4.1. Espace de travail du robot à translation pure:

L'espace de travail des robots parallèles est limité par trois types de contraintes :

- La longueur des segments actifs
- Les contraintes mécaniques sur les joints passifs
- L'interférence des segments

4.1.1. Approche géométrique:

Pour effectuer l'analyse géométrique, réécrivons les équations (3.3), (3.4) et (3.5) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} (P_X - e_6 / 2)^2 + (P_Y - 0)^2 + (P_Z - 0)^2 = q_1^2 & (4.1) \\ (P_X - e_7 / 2)^2 + (P_Y - e_4 / 2)^2 + (P_Z - 0)^2 = q_2^2 & (4.2) \\ (P_X - e_8 / 2)^2 + (P_Y - e_5 / 2)^2 + (P_Z - 0)^2 = q_3^2 & (4.3) \end{cases}$$

Chacune des expressions (4.1), (4.2) et (4.3) représente une sphère dans l'espace xyz de rayon q_i . Pour une configuration (q_1, q_2, q_3) donnée, le centre de la plate-forme mobile se situe à l'intersection des trois sphères.

Comme les vérins ont une longueur minimum $q_{i\min}$ et une longueur maximum $q_{i\max}$, en conséquence, l'espace à analyser est l'ensemble des intersections des trois zones annulaires délimitées par les frontières des sphères de rayons $q_{i\min}$ et $q_{i\max}$.

Si on considère la première équation (4.1), on constate qu'elle délimite une zone annulaire dont la frontière extérieure est une sphère de centre $((rb-ra), 0, 0)$ et de rayon $q_{1\max}$, et la frontière intérieure une sphère de même centre et de rayon $q_{1\min}$. De même, si on considère la seconde équation (4.2), on constate qu'elle délimite une zone annulaire dont la frontière extérieure est une sphère de centre $((ra-rb)\cos\beta_2, (ra-rb)\sin\beta_2, 0)$ et de rayon $q_{2\max}$, et la frontière intérieure une sphère de même centre et de rayon $q_{2\min}$.

De même si on considère la troisième équation (4.3), on constate qu'elle délimite une zone annulaire dont la frontière extérieure est une sphère de centre $((ra-rb)\cos\beta_3, (ra-rb)\sin\beta_3, 0)$ et de rayon $q_{3\max}$, et la frontière intérieure une sphère de même centre et de rayon $q_{3\min}$.

Lorsque les points B_i , points de liaison des actionneurs avec la plate-forme mobile, se déplacent dans leurs zones respectifs, le point P, centre de la plate-forme mobile, se déplace dans une zone analogue dont les frontières sont des sphères S_i de même rayon mais dont le centre s'obtient par une translation de A_i du vecteur B_iP . L'espace de travail est obtenu lorsque les

contraintes sur tous les segments sont satisfaites et sera donc l'ensemble des intersections des trois sphères.

4.1.2. Approche par calcul numérique:

L'algorithme permettant le calcul de l'espace de travail numériquement est basé sur la détermination de l'ensemble des points qui peuvent être atteints par le centre de la plate-forme mobile en faisant varier systématiquement les longueurs des segments actifs entre une valeur minimale notée q_{imin} et une valeur maximale q_{imax} .

Les figures ci-après visualisent l'espace de travail dans différents plans.

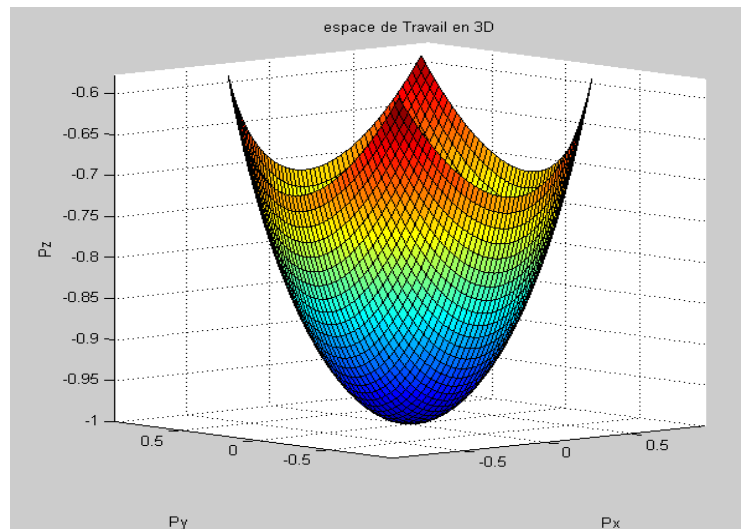


Figure 4.1. Représentation de l'espace de travail en 3D

La figure 4.1 représente l'ensemble des points atteints par le centre de la plate-forme mobile dans un espace trois dimensions.

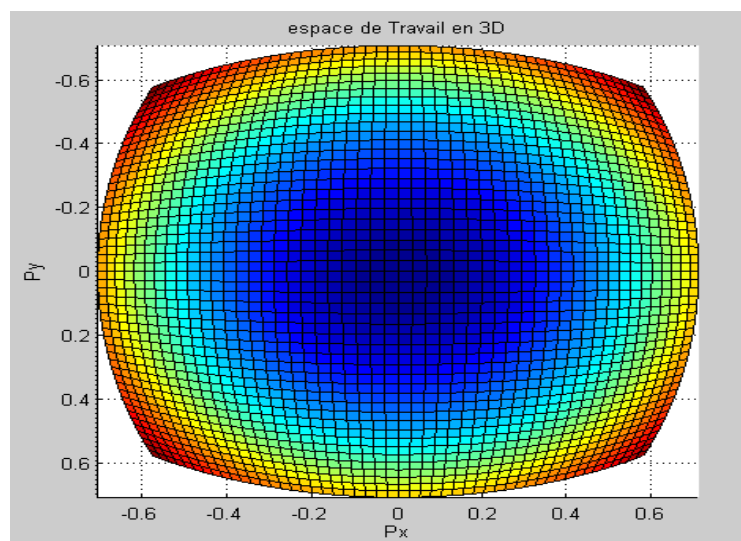


Figure 4.2. Espace de travail dans le plan XOY

La figure 4.2 représente une projection des points atteignables par le centre de la plate-

forme mobile dans un plan horizontal XOY. Nous remarquons une certaine symétrie des points du fait du placement des actionneurs sur la plate-forme fixe.

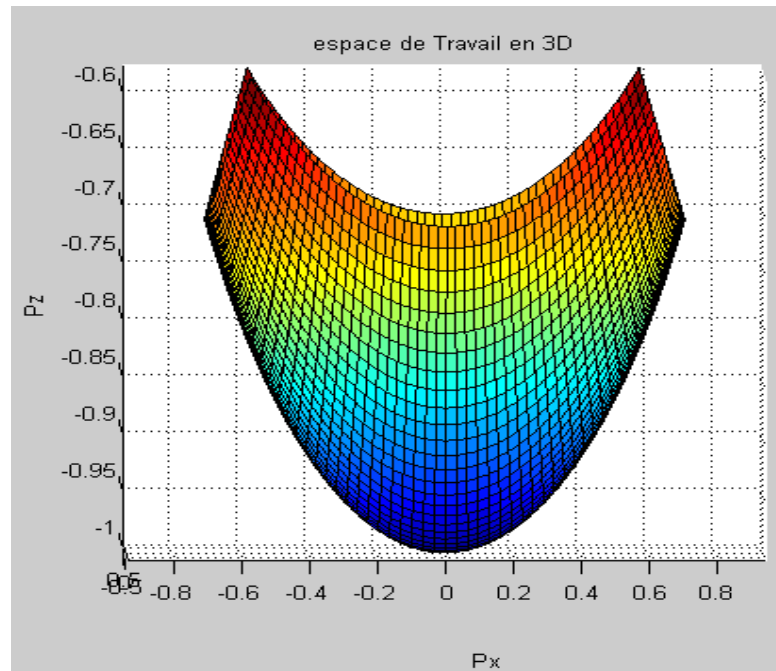


Figure 4.3. Espace de travail dans le plan XOZ

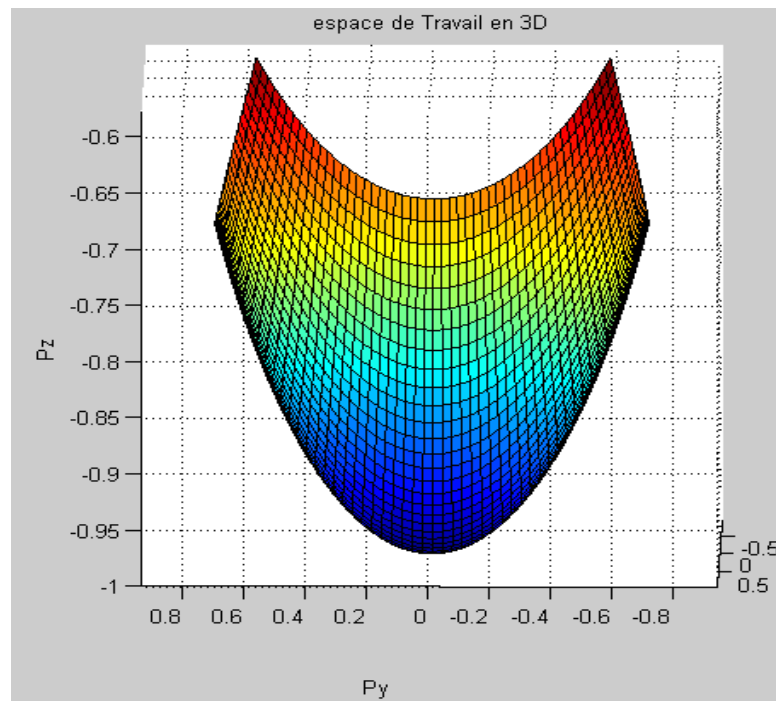


Figure 4.4. Espace de travail dans le plan YOZ

Nous fixons l'actionneur 1 dans une position minimale et nous faisons varier les

longueurs des deux autres actionneurs à partir de leurs positions initiales jusqu'à leurs limites maximales, ensuite nous traçons l'ensemble des points parcourus par le centre de la plate- forme mobile figure 4.5.

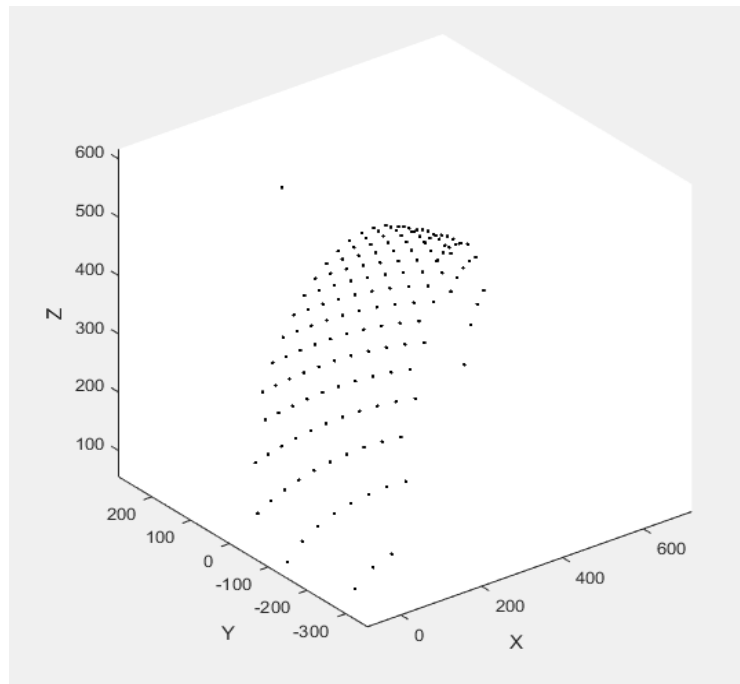


Figure 4.5. Espace de travail dans le cas de q_1 mini

Nous répétons la même opération pour les combinaisons des positions des autres actionneurs et nous représentons les résultats sur les courbes qui suivent

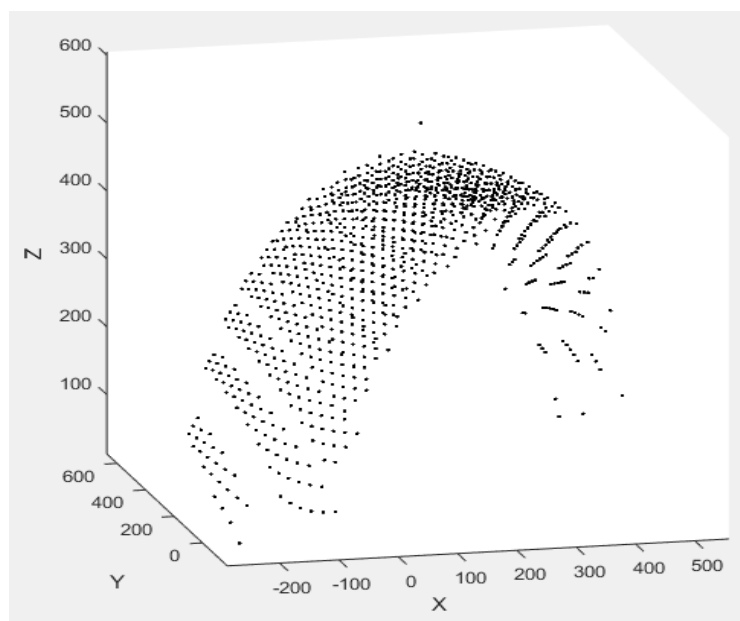


Figure 4.6. Espace de travail dans le cas de q_1 maxi

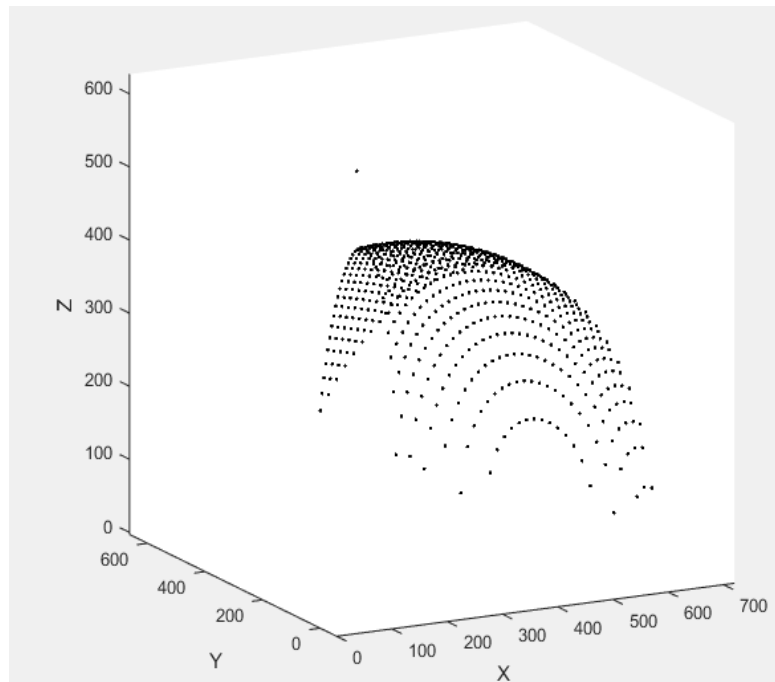


Figure 4.7. Espace de travail dans le cas de q_2 mini

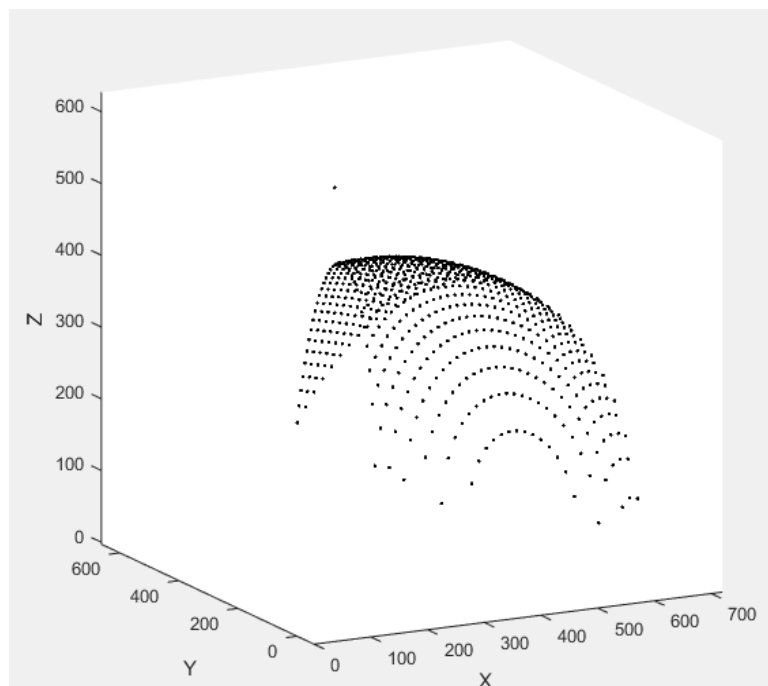


Figure 4.8. Espace de travail dans le cas de q_2 maxi

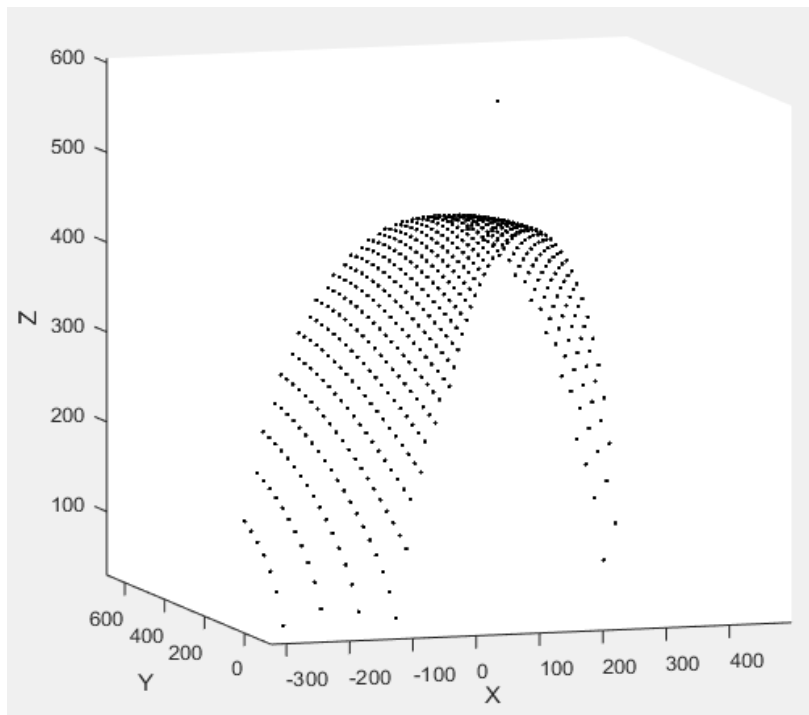


Figure 4.9. Espace de travail dans le cas de q_3 mini

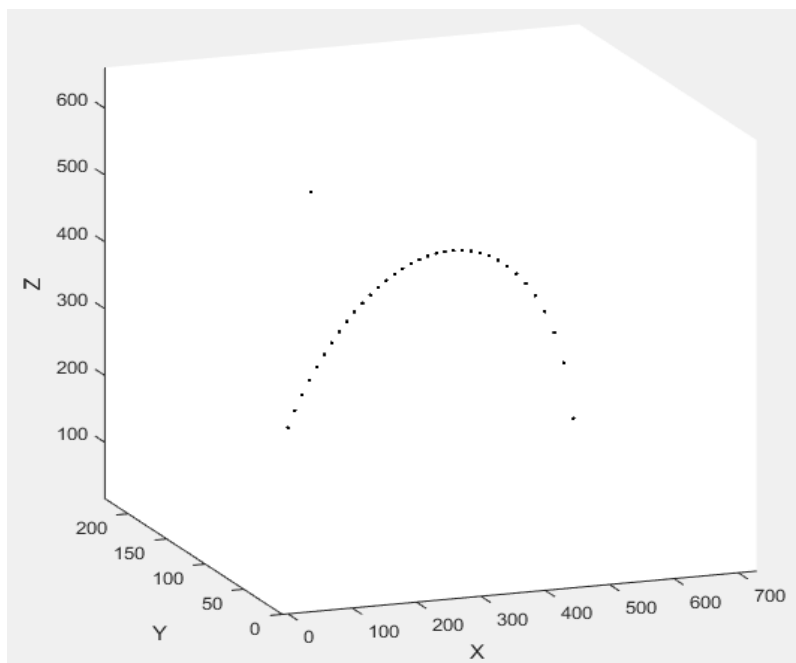


Figure 4.10. Espace de travail dans le cas de q_3 maxi

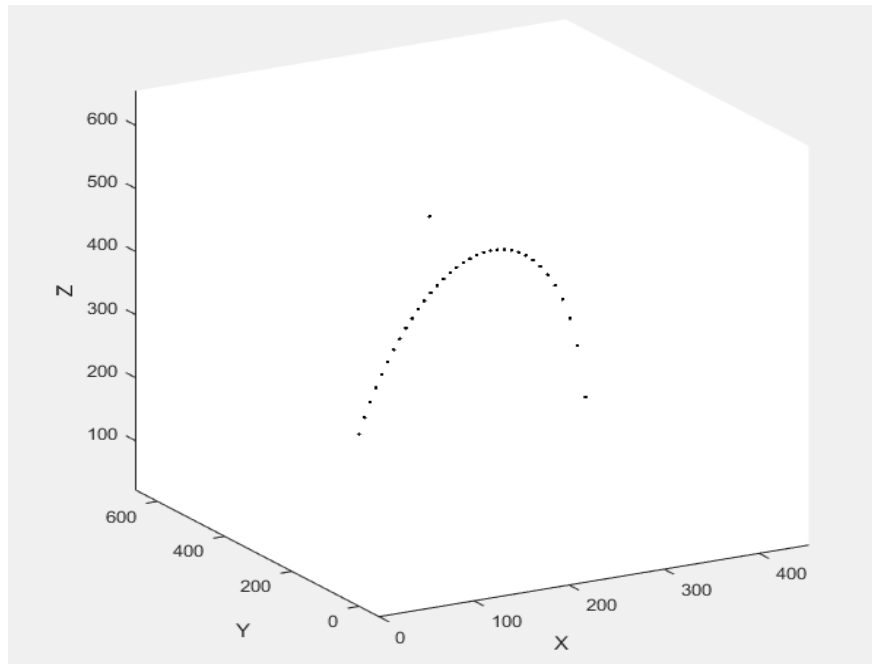


Figure 4.13. Espace de travail dans le cas de q_1 maxi et q_2 mini

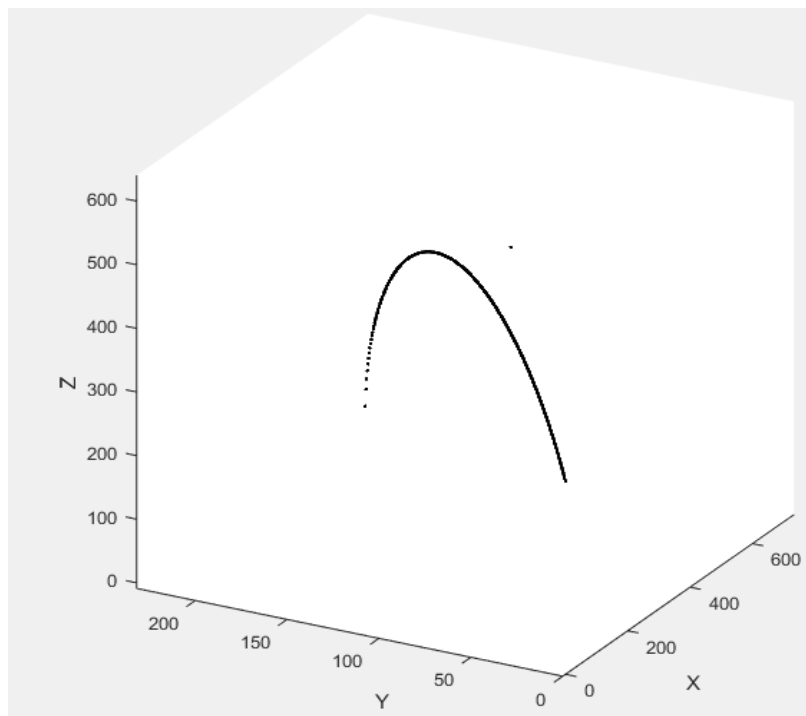


Figure 4.16. Espace de travail dans le cas de q_1 mini et q_3 maxi

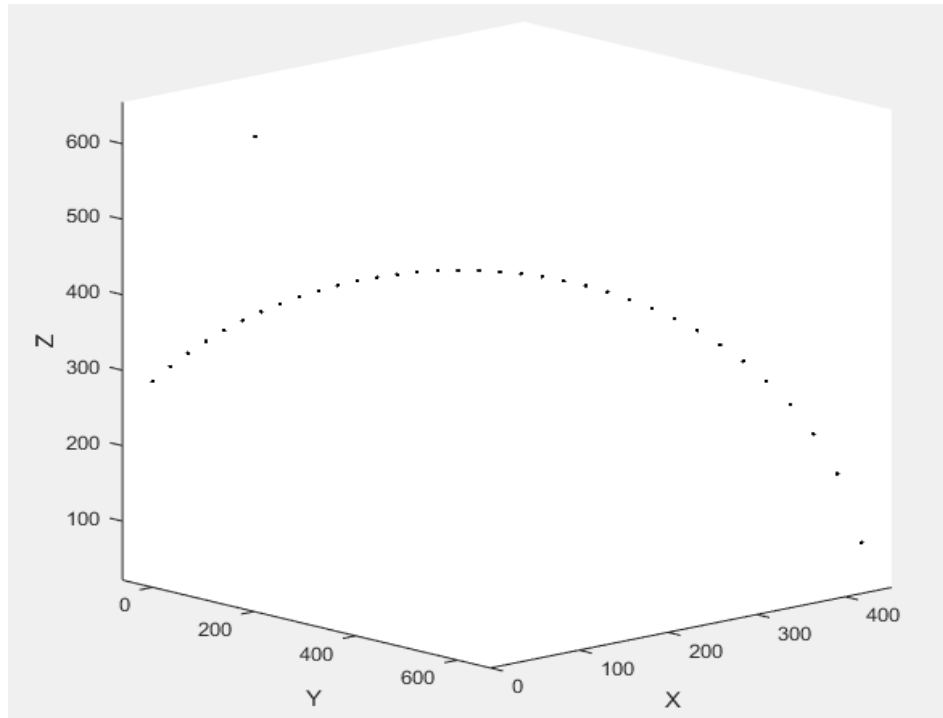


Figure 4.19. Espace de travail dans le cas de q_2 mini et q_3 mini

En fixant la positions de deux actionneurs en positions minimales ou maximales ou en combinant la position maximale pour l'un et la position minimale pour l'autre, le centre de la plate-forme mobile ne parcourt pas une surface ou un volume, mais il est contraint de décrire une trajectoire unidirectionnelle.

Chapitre V

Cinématique et positions singulières

5.1. Cinématique et positions singulières

nous déterminons le modèle cinématique qui exprime les relations réciproques entre le torseur cinématique de la plate-forme mobile et les vitesses articulaires pour le cas du robot parallèle à translation pure ainsi que pour les autres combinaisons de configurations . Nous établissons les modèles cinématiques inverses et directs pour la structure à multi configurations du robot en mettant en évidence les matrices jacobéennes directes et inverses qui y interviennent. Nous analysons par la suite, pour chaque cas de configuration, les positions singulières du robot.

5.2. Robot à translation pure

5.2.1. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse établit une relation liant le vecteur des vitesses articulaires au vecteur des vitesses opérationnelles. La matrice jacobéenne inverse établit la relation entre les vitesses cartésiennes et angulaires et les vitesses articulaires. Les équations fondamentales de la cinématique inverse expriment directement les variables articulaires en fonction des paramètres de position et d'orientation du plateau mobile. Par simple dérivation on peut en déduire la matrice jacobéenne inverse pour toute représentation de l'orientation. La matrice jacobéenne inverse est déterminée analytiquement est donnée par la relation :

$$\frac{dq}{dt} = J^{-1} \frac{dx}{dt} \quad (5.1)$$

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial x} & \frac{\partial q_1}{\partial y} & \frac{\partial q_1}{\partial z} \\ \frac{\partial q_2}{\partial x} & \frac{\partial q_2}{\partial y} & \frac{\partial q_2}{\partial z} \\ \frac{\partial q_3}{\partial x} & \frac{\partial q_3}{\partial y} & \frac{\partial q_3}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2P_x + e_6}{2q_1} & \frac{2P_y}{2q_1} & \frac{2P_z}{2q_1} \\ \frac{2P_x - e_7}{2q_2} & \frac{2P_y - e_4}{2q_2} & \frac{2P_x}{2q_2} \\ \frac{2P_x - e_8}{2q_3} & \frac{2P_y - e_5}{2q_3} & \frac{2P_z}{2q_3} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

La matrice jacobéenne inverse ainsi obtenue est utilisée pour l'étude des positions singulières du manipulateur parallèle, pour l'évaluation de sa manœuvrabilité et aussi pour l'optimisation de son architecture.

5.2.2. Modèle cinématique direct:

Le modèle cinématique direct qui se traduit par la détermination de la matrice jacobéenne nous permet le passage des vitesses articulaires aux vitesses cartésiennes et angulaires de

l'organe terminal. Le calcul des matrices jacobéennes inverses est généralement aisé, les expressions obtenues sont pourtant complexes et l'obtention des jacobéennes directes par inversion [Sto03] est une tâche très difficile. Pour notre manipulateur UPS, à translation pure, par simple dérivation des expressions (3.8) (3.9) et (3.10) nous obtenons la matrice jacobéenne directe qui s'écrit :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{2q_1}{e_6+e_7} & \frac{-q_2}{e_6+e_7} & \frac{-q_3}{e_6+e_7} \\ 0 & \frac{-q_2}{e_4} & \frac{q_3}{e_4} \\ \frac{q_1}{P_z} \left[1 + \frac{2P_x - e_6}{e_6+e_7} \right] & \frac{-q_2}{2P_z} \left[\frac{2P_x - e_6}{e_6+e_7} - \frac{2P_y}{e_4} \right] & \frac{-q_3}{2P_z} \left[\frac{2P_x - e_6}{e_6+e_7} + \frac{2P_y}{e_4} \right] \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

5.2.3. Singularités

Pour tous les manipulateurs, de type sériel ou parallèle, on trouve des configurations dites singulières où le nombre de degrés de liberté de la plate-forme mobile est différent de la dimension de l'espace opérationnel dans lequel il évolue. Ainsi, un manipulateur à structure parallèle peut gagner ou perdre un ou plusieurs degrés de liberté. De plus, ces configurations peuvent se situer sur la frontière de l'espace de travail, comme pour les manipulateurs sériels ainsi qu'à l'intérieur. Ce sont ces singularités qui seront les plus perturbatrices pour la génération de trajectoires.

Ainsi, au voisinage de ces singularités, on rencontre les problèmes suivants : _ Une augmentation importante des efforts dans les articulations pouvant endommager la structure du manipulateur ; _ Une perte de rigidité du manipulateur qui peut se traduire par une instabilité de la plateforme mobile, c'est-à-dire des mouvements incontrôlés de celle-ci alors que les articulations motorisées sont bloquées. Pour rechercher ces configurations singulières, il existe deux approches.

La première méthode est une méthode analytique fondée sur l'étude des matrices jacobéennes du manipulateur. La seconde méthode est une méthode géométrique utilisant la géométrie de Grassmann.

De nombreuses études utilisent les matrices jacobéennes pour déterminer les configurations singulières des manipulateurs parallèles. Parmi celles-ci, on peut citer [Goss 90b], [Goss95], [Sef 93], [Moh95] pour les manipulateurs plans et [Mar 91], [Dhe 97] et [Kha 96], [Mer 89] et [Mer01] pour les manipulateurs spatiaux

On définit comme singularités de type 1 ou singularités parallèles celles qui correspondent à la condition $\det(J^{-1}) = 0$. Pour ce type de singularités, on trouve des variations infinitésimales des coordonnées opérationnelles sans une variation des coordonnées articulaires, ce qui revient à dire qu'il y a une infinité de solutions pour le modèle géométrique direct au voisinage de ces points. Autrement dit la plate-forme mobile va bouger sans qu'il y ait mouvement aux actionneurs, et de ce fait le manipulateur gagne des degrés de liberté additionnels. Des singularités parallèles existent à l'intérieur de l'espace de travail ce qui est particulièrement gênant lorsque l'on souhaite planifier des trajectoires.

L'analyse cinématique de notre manipulateur a segment passif de type PPP révèle qu'on a des singularités correspondant à $P_z = 0$, ce qui correspond à une configuration théorique où les actionneurs sont coplanaires. Cette configuration n'est pas réalisable par notre robot puisqu'il elle est située à l'extérieur de l'espace de travail.

Le déterminant de la matrice jacobéenne inverse (5.3) a comme expression :

$$\det(J^{-1}) = - \frac{P_z(e_6 \cdot e_4 - e_6 \cdot e_5 - e_5 \cdot e_7 + e_4 \cdot e_8)}{4 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3} \quad (5.4)$$

Les singularités de type 2 ou singularités séries sont associées à chaque chaîne composant la structure parallèle et sont similaires aux singularités caractérisant les robots sériels. Elles correspondent à la condition $\det(J) = 0$. Si cette situation se présente, cela signifie que la matrice J est dégénérée et on peut trouver des variations infinitésimales des coordonnées articulaires sans produire aucune variation des coordonnées opérationnelles.

Ce qui revient à dire qu'il y a une infinité de solutions pour le modèle géométrique inverse au voisinage de ces points. Dans ces positions, en présence des mouvements articulaires, la plate-forme mobile restera fixe et le manipulateur va bénéficier d'une grande rigidité.

Dans notre cas, la solution analytique obtenue par les expressions (3.3) (3.4) et (3.5) montre l'unicité de la solution du modèle géométrique inverse. Ce résultat confirme la non existence des singularités de type 2 pour le robot étudié.

Le déterminant de la matrice jacobéenne (5.4) a comme expression:

$$\det(J) = - \frac{4 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3}{P_z(e_6 \cdot e_4 - e_6 \cdot e_5 - e_5 \cdot e_7 + e_4 \cdot e_8)} \quad (5.5)$$

Si $q_1 = 0$

Ou $q_2 = 0$

Ou $q_3 = 0$

Ou encore :

$$q_1 = q_2 = 0$$

$$q_1 = q_3 = 0$$

$$q_3 = q_2 = 0$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = 0$$

Les longueurs des actionneurs seraient différents de zéro dans tous les cas, c'est à dire, on ne peut en aucun cas avoir cette configuration géométrique ce qui confirme la non existence de singularités pour le cas du manipulateur à translation pure.

Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire a été consacré à la modélisation géométrique et cinématique ainsi qu'à la détermination de l'espace de travail et des singularités d'un robot parallèle contraint à 3 d.d.l. Pour pouvoir valider les résultats obtenus, nous avons conçu et réalisé un prototype de robot parallèle contraint, que nous avons appelé ROPAC. Ce robot est doté d'un segment central passif lui permettant d'avoir plusieurs configurations géométriques et lui confère une certaine flexibilité pour pouvoir exécuter une multitude de tâches.

Le prototype ROPAC dispose d'une architecture particulière et appartient à la famille des manipulateurs contraints. La contrainte rajouté nous a permis, entre autres, de contourner la complexité du problème géométrique et ainsi donc, pour positionner en orientation la plate-forme mobile nous utilisons la matrice de passage du segment passif qui est considérée comme un système à chaîne ouverte, ce qui nous facilite énormément les calculs.

Nous avons commencé notre étude en imposant au segment passif un mouvement de translation selon les trois axes . Le robot est contraint de suivre le mouvement du segment passif et de cela nous aurons un robot à translation pure qui peut être utilisé dans le domaine du pick and place. Les solutions des modèles géométriques inverses et directs, dans ce cas, sont déterminées analytiquement ce qui confère au robot à translation pure une rapidité de réaction aux instructions vu que le temps de calcul des coordonnées est très court.

Nous avons montré que cette structure ne présente pas de singularités et que les matrices jacobiennes direct et inverse peuvent être obtenues par dérivation direct des modèles géométriques direct et inverse.

Une méthode numérique a été utilisée afin de déterminer l'espace de travail des positions à orientation constante et en orientation pour le centre du plateau mobile .

- ✓ Comme perspectives à ce mémoire, nous envisageons les thèmes suivants :
- L'implémentation du modèle dynamique.

Conclusion et perspectives

- Le développement d'un outil de simulation automatique. En effet, les travaux présentés dans ce mémoire constituent une première étape pour l'élaboration d'un outil de simulation automatique pour toutes les configurations du robot ROPAC.
- Sur le plan construction, le passage à l'automatisation de la multi configuration du segment passif pour pouvoir passer au self configuration du robot.

Bibliographie

Bibliographie

Bibliographie

[And]ANDRES VIVAS Laboratoire d'Informatique, Robotique et Microélectronique de Montpellier LIRMM 161 rue Ada, 34394 Montpellier, France.

[Cla 88]Clavel R., "DELTA, fast robot with parallel geometry", PRO. Int. Symposium on industrial robots, avril 1988, p. 91-100.

[C.Ngu89] C.C. Nguyen, F.J Pooran., "Dynamic analysis of a 6d.o.f. CKCM robot end-effector for dual-arm telerobot systems", Robotics and Autonomous Systems, 1989, Vol.5, p.377-394 .

Char 89] Charentus S., Renaud M., "Modeling and controle of a modular redundant robot manipulator". First International Symposium on Experimental Robotics, Monreal,Canada, juin 1989

[Che 94]Chen S.-t. "Dynamic model of a hybrid robot manipulator based on Stewart platform", DE-Vol. 72, Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls, ASME, 1994, p. 249-253.

[Com 99b] Company O.,Pierrot F., "A new 3T-1R parallel robot ", in Proc. of IEEE ICAR'99: 9th International Conference on Advanced Robotics, Tokyo, Japan, pp. 557-562, October 25-27,1999

[Cra 86] Craig J.J.: Introduction to robotics: mechanics and control, Addison Wesley Publishing Company, Reading, USA, 1986.

[Den 55] Denavit J., Hartenberg R.S., "A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices", Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 22, juin 1955, p.215-221.

[Dhe97] B.Dheeman and G.Ashitava, "Singularity Analysis of Platform-Type Multi-Loop Spatial Mechanisms", Mechanism and Machine Theory, Vol. 33, pp. 375-389, 1997.

[Goss 90b] C. M Gosselin and Angeles J., "Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains", IEEE, Transaction on Robotics and Automation, Vol. 6, pp. 281-290, June 1990

[Goss 95]C. M. Gosselin and J. Wang , "Singularity Loci of Planar Parallel Manipulators", 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Vol. 3, Milano, Italy, August/September 1995.

[Gou 57] Gough V. E., "Contribution to discussion of papers on research in automotive stability, control and tyre performance", in Proc. Auto. Div., Institute of mechanical engineering, 1956-1957.

[Kha 86] Khalil W., Kleinfinger J.-F., "A new geometric notation for open and closed-loop

Bibliographie

robots", Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, avril 1986, p. 1174-1180.

[Kha 99] Khalil W., Besnard S., "Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 15(6), 1999, p.1116-1121.

[Kha96] W. Khalil and D. Murareci , « Kinematic Analysis and Singular Configurations of a Class of Parallel Robots », Mathematics and Computers in Simulation, pp. 377-390, 1996.

[Ma 91] O . Ma and J. Angeles , “Architecture Singularities of Platform Manipulators” Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1542-1547, Sacramento, California, April 1991.

[Mer89] J.P. Merlet., [“ Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry”. Int. J. of Robotics Research, vol. 8 pp:45-56, July 1989.

[Mer01] J.P. Merlet and D. Daney . “A formal-numerical approach to determine the presence of singularity within the workspace of a parallel robot”. In F.C. Park C.C. Iurascu, editor, Computational Kinematics, pp.167-176, 2001..

[Mer 01] J.P. Merlet and D. Daney . “A formal-numerical approach to determine the presence of singularity within the workspace of a parallel robot”. In F.C. Park C.C. Iurascu, editor, Computational Kinematics, pp.167-176, 2001..

[Mer 91] Merlet J.-P., Gosselin C., "Nouvelle architecture pour un manipulateur parallèle à 6 degrés de liberté", J. Mechanism and Machine Theory 26(1), 1991, p.77-90

[Mer 97] Merlet J.-P., Les robots parallèles, Hermès, Paris, 1997

[Mer 00] Merlet J.-P., Parallel robots, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, The Netherland,2000.

[M_J 00]M-J. Liu, C-X. Li, C-N Li, "Dynamics analysis of theGough-Stewart platform manipulator", IEEE Transaction on Robotics and Automation, February 2000, Vol. 16(1),p.94-98.

[Moha 95] H. R. MohammadiDaniali, P.J. Zsombor-Murray, J. Angeles “Singularity Analysis of a General Class of Planar Parallel Manipulators”, Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, Vol. 2, pp. 1547-1552, May 1995.

[Pas 95] Pasqui V., Bidaud P., Ben ouezdou F., "Analyse des performances Cinématiques des Macro/Mini-Manipulateurs", Acte du 12ième congrès Français de mécanique, Strasbourg, 4-8 septembre, p. 401-404, 1995.

[Ste 65] Stewart D., A platform with six degrees of freedom. Proc. Inst. Mech. Engr, Vol.180, Pt 1(No 15): 371-386, 1965.

[Stock 2003] M. Stock et K. Miller, “ Optimal Kinematic design of spatial parallel manipulators : application of linear Delta- Robot”, transactions of the ASME.Vol 125, pp292 – 300, 2003

Bibliographie

[Sef 93] **J. Sefrioui, C. M. Gosselin**, "Singularity Analysis and Representation of Planar Parallel Manipulators", *Robotic and Autonomous Systems*, pp. 209-224, 1993.

[Tan 00] **Tanio K. Tanev**, "Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator", *J. Mechanism and Machine Theory* 35, 2000, p.1183-1196.

[Tsa 00] **Tsai L-W.**, "Solving the inverse dynamics of a Stewart-Gough manipulator by the principle of virtual work", *J. of Mechanical design*, Vol. 122, mars 2000, p.3-9.

[Wal 89] **Waldron K. J., Raghavan M., Roth B.**, "Kinematics of a Hybrid Serial-Parallel Manipulation System", *Trans. of the ASME, J. of. Mechanisms, Trans and Auto. In design*, Vol 111, 1989, p.211-221.

[Zha 94] **Zhang C. de, Song s. m.**, "Geometry and position analysis of a novel class of hybrid manipulators", *DE-Vol. 72, Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls*, ASME, 1994, p. 1-9

$$\left[\right],$$

$$\left[-\left(q_1 \left(-2 q_2^2 e_8 e_6 + 2 e_4 q_3^2 e_5 + 2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 + 2 q_2^2 e_8 e_7 - 2 e_8^2 \right. \right. \right.$$

$$q_2^2 - e_4^2 e_8^2 + 2 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_4 e_8 e_5 e_6 + e_4 e_6 e_5 e_7 - e_5^2 e_6 e_7 - e_4^2 e_6 e_8 + 2 e_5 q_2^2 e_4 - 2 e_4^2 q_3^2$$

$$- 4 e_4 e_5 q_1^2 - 4 q_1^2 e_8 e_7 - 2 e_6 q_3^2 e_7 + 2 e_4^2 q_1^2 + 2 e_7^2 q_1^2 - 2 e_7^2 q_3^2 - 2 e_5^2 q_2^2 - e_5^2 e_7^2 + 2 e_5^2 q_1^2$$

$$\left. + 2 q_1^2 e_8^2 \right) /$$

$$\left(\left(-\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} \left(-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 \right. \right. \right.$$

$$q_2^4 e_6 e_8 + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4$$

$$q_3^2 e_5 q_2^2 - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2$$

$$q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2$$

$$- 2 e_4 q_1^4 e_5 - 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2$$

$$q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2$$

$$q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2$$

$$+ e_5 q_2^2 e_4 e_6^2 - e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7$$

$$+ e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8) \left(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7 \right)^{1/2} \Big), - (q_2 (2 e_4 e_5 q_1^2$$

$$- 2 e_4 q_3^2 e_5 - 2 e_5^2 q_1^2 + 2 e_5^2 q_2^2 - 2 q_1^2 e_8 e_6 - 2 q_1^2 e_8^2 + 2 q_2^2 e_6^2 + 4 q_2^2 e_8 e_6 + 2 e_8^2 q_2^2 - 2 e_6^2$$

$$q_3^2 - 2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 e_7 q_1^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_7 - 2 e_6 q_3^2 e_7 - 2 e_8 e_7 q_3^2 + e_4 e_6^2 e_5 + e_4 e_8 e_5 e_6 - e_5^2 e_6^2$$

$$-e_5^2 e_6 e_7)) /$$

$$\left(\left(-\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} (-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2$$

$$q_2^4 e_6 e_8 + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4$$

$$q_3^2 e_5 q_2^2 - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2$$

$$q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2$$

$$- 2 e_4 q_1^4 e_5 - 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2$$

$$q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2$$

$$q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2$$

Modèle Cinématique Inverse
Matrice Jacobiéenne Inverse

Le Modèle Cinématique Inverse, Expriment directement les variables articulaires en fonction des paramètres de position et d'orientation du plateau mobile.

> **j:=inverse(J);**

$$j := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{(e_6^2 e_4 - e_6^2 e_5 + e_6 e_4 e_8 - e_6 e_5 e_7 - 2 e_4 q_3^2 + 2 e_4 q_1^2 + 2 e_5 q_2^2 - 2 e_5 q_1^2)}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_1}, \\ - \frac{(-q_1^2 e_8 + q_2^2 e_6 + q_2^2 e_8 - q_3^2 e_6 + e_7 q_1^2 - q_3^2 e_7)}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_1}, \end{bmatrix}$$

1/

$$q_1 \left(\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} \left(- \left(-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 q_2^4 e_6 e_8 \right. \right. \right. \\ + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 e_5 q_2^2 \\ - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 \\ + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 - 2 e_4 q_1^4 e_5 \\ - 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + \\ q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 \\ - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2 \\ - e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 \\ \left. \left. \left. + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8 \right) \right) \right)^{1/2} \right],$$

$$\left[\frac{1}{2} \frac{(-e_4 e_7 e_6 + e_6 e_5 e_7 - 2 e_4 q_3^2 + 2 e_4 q_1^2 - e_4 e_8 e_7 + e_5 e_7^2 + 2 e_5 q_2^2 - 2 e_5 q_1^2)}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_2}, \right.$$

$$- \frac{1}{2} \frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_2} (e_4^2 e_6 - e_4 e_5 e_6 - 2 q_3^2 e_6 + 2 q_2^2 e_6 + e_4^2 e_8$$

$$- e_4 e_5 e_7 - 2 q_1^2 e_8 + 2 e_7 q_1^2 + 2 q_2^2 e_8 - 2 q_3^2 e_7),$$

1/

$$q_2 \left(\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} (- (-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 q_2^4 e_6 e_8$$

$$+ e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 e_5 q_2^2$$

$$- 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 q_2^2 e_8 e_6 q_3^2$$

$$+ 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 - 2 e_4 q_1^4 e_5$$

$$- 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 q_1^4 + e_7^2 q_3^4 +$$

$$q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2$$

$$- e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2$$

$$- e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7$$

$$+ e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8) \Big)^{1/2} \Big],$$

$$\left[\frac{1}{2} \frac{(-e_6 e_4 e_8 + e_5 e_8 e_6 - e_4 e_8^2 + 2 e_4 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 + 2 e_5 q_2^2 - 2 e_5 q_1^2 + e_5 e_8 e_7)}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_3}, \right.$$

$$- \frac{1}{2} \frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) q_3} (-2 q_3^2 e_6 + e_4 e_5 e_6 - e_5^2 e_6 + 2 q_2^2 e_6 + e_4 e_8 e_5$$

$$+ 2 e_7 q_1^2 - e_5^2 e_7 - 2 q_1^2 e_8 - 2 q_3^2 e_7 + 2 q_2^2 e_8),$$

1/

$$q_3 \left(\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} (- (-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 q_2^4 e_6 e_8$$

$$+ e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 e_5 q_2^2$$

$$- 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 q_2^2 e_8 e_6 q_3^2$$

$$+ 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 - 2 e_4 q_1^4 e_5$$

$$- 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 q_1^4 + e_7^2 q_3^4 +$$

$$q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2$$

$$- e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2$$

$$- e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7$$

$$+ e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8))) \left. \right]^{1/2}$$

> det(J);

$$\begin{aligned}
& - (4 q_1 q_2 q_3) / \\
& \left(\left(- \frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} \left(-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 \right. \right. \right. \\
& q_2^4 e_6 e_8 + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 \\
& q_3^2 e_5 q_2^2 - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 \\
& q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 \\
& - 2 e_4 q_1^4 e_5 - 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 \\
& q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 \\
& q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 \\
& + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2 - e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 \\
& \left. \left. \left. + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8 \right) \right)^{1/2} (e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) \right)
\end{aligned}$$

> **det(j);**

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{4} \frac{1}{q_1 q_2 q_3} \left(\left(- \frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} \left(-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 q_2^4 e_6 e_8 \right. \right. \right. \\
& + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 e_5 q_2^2 \\
& - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 \\
& \left. \left. + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 - 2 e_4 q_1^4 e_5 \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8 \right) \right)^{1/2} (e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + \\
& q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 \\
& - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2 \\
& - e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 \\
& + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8) \left. \right)^{1/2} (e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)
\end{aligned}$$

> p[z]:=simplify((q[1]^2-Px^2-Py^2-e[9]-Px*e[6])^(1/2));

p_z :=

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{(e_4 e_6 + e_4 e_8 - e_5 e_6 - e_5 e_7)^2} \left(-2 q_1^2 e_8^2 q_2^2 + e_9 e_5^2 e_7^2 + e_9 e_5^2 e_6^2 + 2 q_2^4 e_6 e_8 \right. \right. \\
& + e_9 e_4^2 e_8^2 - 2 q_1^4 e_8 e_7 - q_1^2 e_4^2 e_6 e_8 - q_1^2 e_5^2 e_6 e_7 + 2 e_4 q_1^2 e_5 q_2^2 + 2 e_4 q_3^2 e_5 q_1^2 - 2 e_4 q_3^2 e_5 q_2^2 \\
& - 2 q_1^2 e_8 q_2^2 e_6 + 2 q_1^2 e_8 e_6 q_3^2 + 2 q_1^2 e_8 e_7 q_3^2 + 2 q_2^2 e_6 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_6 e_7 q_3^2 - 2 q_2^2 e_8 e_6 q_3^2 \\
& + 2 q_2^2 e_8 e_7 q_1^2 - 2 q_2^2 e_8 e_7 q_3^2 - 2 e_6 q_3^2 e_7 q_1^2 - q_1^2 e_4^2 e_8^2 - q_1^2 e_5^2 e_7^2 - 2 e_4^2 q_1^2 q_3^2 - 2 e_4 q_1^4 e_5 \\
& - 2 e_5^2 q_1^2 q_2^2 + e_4^2 q_1^4 + e_4^2 q_3^4 + e_5^2 q_1^4 + e_5^2 q_2^4 + q_1^4 e_8^2 + q_2^4 e_6^2 + q_2^4 e_8^2 + e_6^2 q_3^4 + e_7^2 q_1^4 + e_7^2 q_3^4 + \\
& q_1^2 e_4 e_6 e_5 e_7 + q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_6 + 2 q_1^2 e_4 e_8 e_5 e_7 - 2 q_2^2 e_6^2 q_3^2 + 2 e_6 q_3^4 e_7 - 2 e_7^2 q_1^2 q_3^2 + e_9 e_4^2 e_6^2 \\
& - e_4^2 q_3^2 e_6^2 - e_5^2 q_2^2 e_6^2 + 2 e_9 e_4^2 e_6 e_8 - 2 e_9 e_4 e_6^2 e_5 + 2 e_9 e_5^2 e_6 e_7 + e_4 q_3^2 e_5 e_6^2 + e_5 q_2^2 e_4 e_6^2 \\
& - e_6 e_4^2 q_3^2 e_8 - e_6 e_5^2 q_2^2 e_7 - 2 e_9 e_4 e_6 e_5 e_7 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_6 - 2 e_9 e_4 e_8 e_5 e_7 + e_6 e_4 q_3^2 e_5 e_7 \\
& \left. \left. + e_6 e_5 q_2^2 e_4 e_8 \right) \right)^{1/2}
\end{aligned}$$

ملخص

يعتبر تحديد مساحة العمل لخبًا مهمًا جدًا من تصميم روبوت لتحديد مجاله للمناورة وتحديد جميع النقاط التي يمكن تحقيقها أثناء التشغيل.

في هذه الأطروحة نقدم النموذج الهندسي العكسي للروبوت المتوازي المضبوط القابل لإعادة التشكيل، والذي يقودنا إلى رسم مساحات عمل الروبوت للقيام بذلك ، نقترح طريقة للحصول على تمثيل ثلاثي الأبعاد لمساحة العمل. هذه الطريقة دقيقة من حيث أنها تحدد الطبيعة الهندسية لحدود مساحة العمل

Résumé

La détermination de l'espace de travail est un aspect très important dès la conception d'un robot afin de préciser ses marges de manœuvre et de définir l'ensemble des points atteignables pendant son fonctionnement.

Dans ce mémoire, nous présentons le modèles géométrique inverse du robot parallèle contraint reconfigurable, nous amène à tracer les espaces de travail du robot. Pour ce faire, nous proposons une méthode permettant d'obtenir une représentation 3D de l'espace de travail. Cette méthode est exacte dans le sens où elle permet de déterminer la nature géométrique de la frontière de l'espace de travail.

Mots clés: Robot parallèle –segment passif – modèle cinématique .

Abstract

The determination of the workspace is a very important aspect from the design of a robot to specify its room for maneuver and define all the points achievable during operation.

In this thesis, we present the inverse geometrical model of the reconfigurable constrained parallel robot, which leads us to draw the robot's workspaces. To do this, we propose a method to obtain a 3D representation of the workspace.

This method is accurate in that it determines the geometric nature of the workspace boundary.

Key word : Parallele robot – passif segment- kinematic model .