



République algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche
scientifique

Université d'eloued

Faculté de sciences technologiques

classe 3 hydraulique urbaine

Département d'hydraulique

dirigé par : Mr Riguet Ferhat

Intitulé du mémoire

RESSAUT HYDRAULIQUE CANAL TRAPEZOIDAL

Préparer par :

-TALBI ZOHRA

-TITA WARDE

Promotion: 2013-2014

PRINCIPALES NOTATIONS

A_1	L'aire de la section mouillée initiale	$[m^2]$
A_2	L'aire de la section mouillée finale	$[m^2]$
$A(x)$	L'aire de la section mouillée correspondant à x	$[m^2]$
b	Base du canal trapézoïdal	[m]
F_1, IF_1	Nombre de Froude incident	[-]
P_1	Force de pression s'exerçant sur la section mouillée à l'amont du ressaut	[N]
P_2	Force de pression s'exerçant sur la section mouillée à l'aval du ressaut	[N]
g	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$
h_1	Hauteur initiale du ressaut	[m]
h_2	Hauteur finale du ressaut	[m]
h_2^*	Hauteur finale du ressaut classique rectangulaire	[m]
$h(x)$	Profondeur de l'eau à la distance x du pied du ressaut	[m]
\bar{h}, h_c	Profondeur du centre de gravité de la section mouillée par rapport à la surface libre de l'écoulement	[m]
h_b	hauteur maximal du rouleau de fond	[m]
L_r	Longueur du rouleau	[m]
L_j	Longueur du ressaut	[m]
L_r^*	Longueur du rouleau classique rectangulaire	[m]
L_j^*	Longueur du ressaut classique rectangulaire	[m]
L_u	la distance du pied du ressaut au début du rouleau de fond	[m]
L_b	longueur du rouleau de fond	[m]
m	cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du canal par rapport à l'horizontale	[-]
M	coefficient de forme	[-]
Q	Débit volume	$[m^3.s^{-1}]$
R_e	Nombre de Reynolds	[-]
R_h	Rayon hydraulique correspondant au profil triangulaire	[-]
s	Hauteur du seuil	[m]
S	Hauteur relative du seuil	[-]
S_f	Gradient de perte de charge	[-]
W_x	Force de frottement agissant sur le volume de liquide	[N]
V	Volume d'eau inscrit entre les deux sections initiale et finale	$[m^3]$
v_1	Vitesse moyenne dans la section mouillée initiale	$[m.s^{-1}]$
v_2	Vitesse moyenne dans la section mouillée finale	$[m.s^{-1}]$
x	Position de seuil	[m]
Y^*	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique	[-]
Y_s	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut contrôlé par seuil	[-]
	Viscosité cinématique	$[m^2.s^{-1}]$
j	longueur relative du ressaut	[-]
r	longueur relative du rouleau	[-]

b	longueur relative du rouleau de fond	[-]
u	longueur relative du distance d'approche	[-]
—	Poids spécifique du liquide	[N.m ⁻³]
	Masse volumique du liquide	[kg.m ⁻³]
	Rendement du ressaut	[-]
α	Angle d'inclinaison du fond du canal par rapport à l'horizontal	[rd]
	Angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontal	[rd]

INTRODUCTION GENERALE

Les ouvrages de stockage, tel qu'un barrage hydraulique, peuvent avoir, dans leur partie aval, un écoulement torrentiel à forte énergie cinétique, celle-ci engendre des forces tractrices nuisibles par leur effet érosif. Afin d'éviter cela, il est préférable de provoquer un ressaut hydraulique, et dissiper par la suite cette énergie.

Le ressaut hydraulique est obtenu à la suite de la transition de l'écoulement torrentiel à l'écoulement fluvial, par la surélévation du plan d'eau à l'aval. Celui-ci s'accompagne d'une dissipation d'énergie. En effet, une partie de l'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle. Si l'exhaussement de la ligne d'eau est suffisamment important, on observe un ou plusieurs rouleaux plus ou moins instables avec déferlement et turbulence importante qui entraînent une dissipation d'énergie non négligeable (Achour, 1982 ; Hager, 1992 et Debabeche, 2003).

La modification des conditions à l'amont (débit, hauteurs, ...etc.) et à l'aval (type d'obstacle, sa position, sa hauteur, la pente du canal,...etc.) peut conduire à différentes configurations du ressaut. Le ressaut est dit classique lorsqu'il se forme dans un canal rectangulaire de pente nulle ou faible, sans obstacle à l'aval (Hager, Bremen et Kawagoshi ; 1990). Il est dit contrôlé lorsque sa formation est conditionnée par la mise en place d'un obstacle (Hager et Bretz, 1988). Il est dit forcé lorsqu'il se forme de part et d'autre de l'obstacle (Rand, 1957 ; Bretz, 1988).

Les recherches expérimentales ont d'abord confirmé que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. C'est en d'autres termes la seconde loi de Newton qui est appliquée, qui montre que la variation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale du ressaut est égale à la résultante des forces extérieures agissant sur la masse liquide en mouvement (Achour, 1997; Debabeche, 2003). L'application de la quantité de mouvement a eu pour but d'évaluer le rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 incident caractérisant l'écoulement à l'amont. La relation la plus simple est celle obtenue par Bélanger pour le cas du ressaut classique en canal de section droite rectangulaire de pente nulle ou faible et dont la validité a été vérifiée par plusieurs auteurs.

La longueur minimale du bassin amortisseur correspond en règle générale à la longueur L_j du ressaut défini comme étant la longueur au-delà de laquelle aucune protection du bassin n'est nécessaire. Jusqu'à ce jour aucun développement théorique n'a pu mener à l'établissement d'une relation analytique permettant d'évaluer la longueur L_j ; seuls les essais

au laboratoire ont permis de la quantifier. C'est ainsi que Bradley et Peterka (1957) ont élaboré une courbe moyenne expérimentale, représentant la variation de la longueur relative L_j^*/h_2^* en fonction du nombre de Froude F_1 à l'amont du ressaut. Les auteurs concluent que pour la gamme pratique des nombres de Froude tels que $4 < F_1 < 12$, la longueur relative L_j^*/h_2^* prend la valeur moyenne de 6 ; ce résultat est encore admis de nos jours.

Une autre caractéristique géométrique du ressaut est la longueur L_r^* sur laquelle s'étend son rouleau de surface. Comme pour la longueur L_j^* , L_r^* n'a pu être évaluée que par la voie expérimentale. Plusieurs auteurs ont quantifié cette longueur (Bradley et Peterka, 1957 ; Safranez, 1929 ; Bakhmeteff, 1936 ; Moore, 1943), mais nous citerons surtout les travaux relativement récents de Hager (1990) qui montrent que la longueur relative L_r^*/h_1 dépend à la fois du nombre de Froude F_1 et du rapport d'aspect $w=h_1/b$; h_1 et b sont respectivement la hauteur initiale du ressaut et la largeur du canal rectangulaire.

Récemment plusieurs chercheurs ont abordé la question du ressaut hydraulique d'un point de vue théorique et appliqué, les plus importants et les plus récents d'entre eux sont certainement Hager et Sinniger (1990), Hager et Bretz (1987) et Rajaratnam (2002) qui ont étudié le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal, Hager et Wanoschek (1987), Achour et Debabeche (2003) et Debabeche et Achour (2007) dont les travaux sont relatifs au ressaut triangulaire horizontal. Par ailleurs, (Rajaratnam, 1966; Mc Corcodal, 1994; Pagliara. S. et Peruginelli, 2000 ; Beiram et Chamani, 2006...) ont étudié le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire. La première étude approfondie du ressaut hydraulique incliné fut celle de Bakhmeteff et Matzké (1938), qui ont évoqué dans leur étude, le profil de surface, la longueur du ressaut et la distribution des vitesses. Kindsvater (1944) classifiât les ressauts à pente positive en quatre principaux types : le type A, type B, type C et type D. Les études récentes concernant le ressaut dans les canaux inclinés ont été dirigées par Hager (1988) et Ohtsu et Yasuda (1991) mais toujours dans un canal rectangulaire. Debabeche et al (2009) ont étudié théoriquement le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° incliné d'une pente positive. En 2010, Cherhabil a abordé dans sa thèse de doctorat le ressaut hydraulique dans deux profils de canaux inclinés : le canal triangulaire et le canal profilé en "U". Cette dernière étude a approché le sujet d'un point de vue théorique et expérimental. Par ailleurs, pour ce qui concerne le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal, la première étude devrait être attribuée à Posey et Hsing (1938). Par la suite Sandover et Holmes (1962) ont étudié le ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux pour des inclinaisons de parois latérales de 30° , 45° , 60° . Hager et Wanoschek ont étudié en 1989 le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal symétrique à angle d'ouverture de 45° .

Ce présent mémoire a pour objectif d'étudier, d'un point de vue expérimental, le ressaut hydraulique, dans un canal trapézoïdal symétrique, incliné d'une pente positive. Des relations fonctionnelles, en terme adimensionnel, liant les différentes caractéristiques du ressaut, faisant apparaître l'influence de la pente du fond du canal sur les caractéristiques du ressaut, seront proposées. Il est nécessaire de noter que le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à fond incliné n'a jamais fait l'objet d'études antérieures, et c'est d'ailleurs ce qui nous a motivés à entreprendre ce sujet.

Notre mémoire est divisé en quatre chapitres :

- ✓ Le premier chapitre concernera les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite trapézoïdal.
- ✓ à travers Le second chapitre nous passerons en revue les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite rectangulaire à fond horizontal et incliné.
- ✓ Le troisième chapitre intéressera les principaux travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique, en canal de section droite triangulaire à fond horizontal et incliné.
- ✓ le dernier chapitre concernera notre propre contribution dans l'étude du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal symétrique incliné d'une pente positive, d'un point de vue expérimentale.

I.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous allons donner un bref aperçu sur le ressaut hydraulique classique, ensuite nous passerons en revue les travaux de Hager et Wanoschek (1989) relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdal de pente géométrique horizontale, à parois latérales inclinées d'un angle de 45° .

I.2. RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE

Le ressaut hydraulique désigne le passage de l'écoulement torrentiel (ou supercritique) à l'écoulement fluvial (sub-critique). Ce passage s'accompagne d'une perturbation de la surface libre de l'écoulement qui s'étend sur une longueur L_r appelée longueur du rouleau. Le ressaut hydraulique est dit classique lorsqu'il se forme dans un canal de section droite rectangulaire de pente nulle ou faible.

Les caractéristiques du ressaut sont essentiellement les longueurs L_r et L_j , qui désignent respectivement la longueur du rouleau et la longueur du ressaut, et les hauteurs h_1 et h_2 , appelées également hauteurs conjuguées.

La capacité de dissipation du ressaut est généralement évaluée par le rapport de la perte de charge qu'il occasionne entre ses sections initiale et finale. L'écoulement torrentiel à l'amont du ressaut est caractérisé par un nombre de Froude $F_1 > 1$ étroitement lié au débit volumique, à la hauteur initiale h_1 ainsi qu'à la forme géométrique du canal.

On s'accorde à dire que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement dont l'application a pour objectif de définir la relation $Y = h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées et le nombre de Froude F_1 (Debabeche, 2003).

Le ressaut hydraulique peut être contrôlé par un seuil à paroi mince ou épaisse, continu ou discontinu ainsi que par une marche positive ou négative. Tous ces obstacles ont pour fonction d'assurer la formation du ressaut par l'élévation du plan d'eau à l'aval, de contrôler sa position lors de changement des paramètres de l'écoulement tels que les débits et de contribuer enfin à une meilleure compacité du bassin.

I.2.1. Forme du ressaut classique

Bradley et Peterka (1957) ont classifié le ressaut classique sous quatre formes différentes :

- LE PRE-RESSAUT avec $1,7 < F_1 < 2,5$ (figure 1.1,a) : La surface du ressaut est composée d'une série de petits rouleaux pour $F_1 = 1,7$; ces rouleaux s'intensifient au fur et à mesure que le nombre de Froude F_1 augmente. La répartition des vitesses dans la section amont du ressaut est pratiquement uniforme mais le rendement obtenu est très faible.

- LE RESSAUT DE TRANSITION avec $2,5 < F_1 < 4,5$ (figure 1.1,b) : Ce type de ressaut se manifeste sous forme de battements de larges vagues à des périodes très irrégulières, pouvant occasionner un effet érosif sur les parois latérales du canal.

- LE RESSAUT STABLE obtenu pour la gamme $4,5 < F_1 < 9$ (figure 1.1,c) : C'est ce type de ressaut que l'on utilise souvent dans les bassin de dissipation d'énergie en raison notamment de son bon rendement (entre 45 et 70%), de sa compacité ainsi que de sa stabilité.

- LE RESSAUT AGITE OU CLAPOTEUX obtenu pour $F_1 > 9$ (figure 1.1,d) : Le jet entrant dans la section initiale du ressaut est caractérisé par une faible profondeur et une vitesse très élevée. Il présente une instabilité verticale et ne peut adhérer constamment au fond du canal. La surface libre du ressaut est irrégulière et très écumeuse.

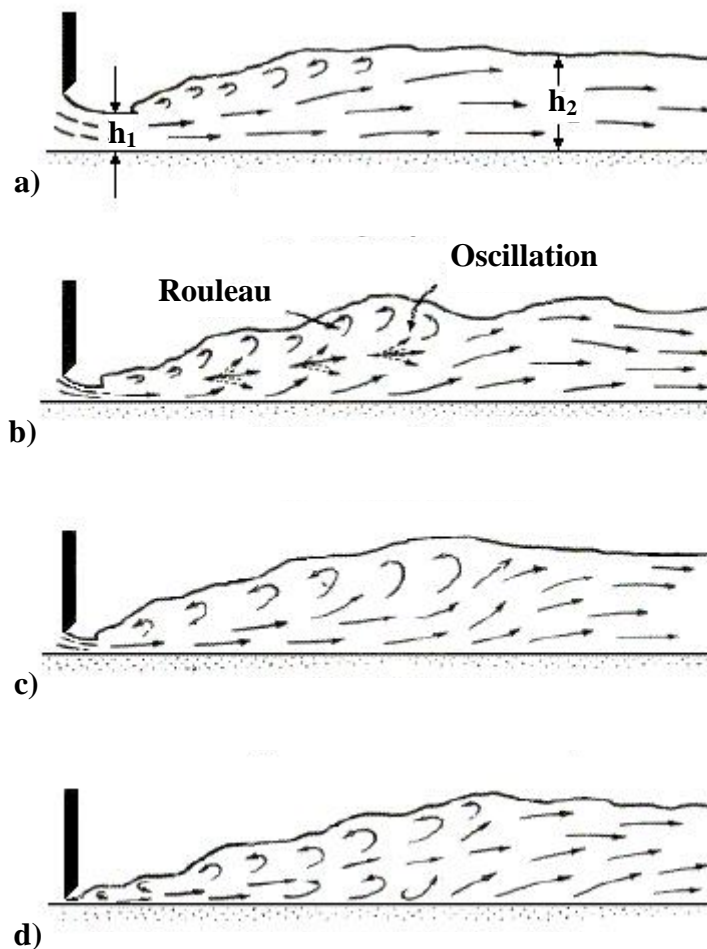


Figure 1.1 : Forme du ressaut classique selon la classification de Bradley et Peterka (1957). a) Pré-ressaut, b) Ressaut de transition, c) Ressaut stable, d) Ressaut agité.

I.2.2. Approche de Hager et Wanoschek (1989)

I.2.2.1. Généralités

La première étude concernant le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal est probablement celle de Posey et Hsing (1938). Ils ont constaté que le rapport des hauteurs

conjuguées observées s'ajuste bien avec les prédictions basées sur l'approche dynamique classique. Toutefois, les caractéristiques d'écoulement ont été jugées tout à fait différentes de celles rencontrées dans des canaux rectangulaires. La longueur L_j du ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux mesurée le long de l'axe du canal a été jugée moins définie que dans le canal rectangulaire. Sandover et Holmes (1962), ont étudié le ressaut hydraulique dans des canaux trapézoïdaux pour des pentes des parois latérales de 30° , 45° , 60° , ils ont signalé des difficultés dans la corrélation des hauteurs conjugées prévus par l'approche dynamique avec leurs données, les caractéristiques des longueur ont été impossible à établir. Silvester (1964) s'est référé aux épreuves présentées par Hsing. Ses observations ne couvraient pourtant que les nombres de Froude $F_1 < 4$.

I.2.2.2. Description des essais

Les essais ont été menés dans un canal trapézoïdal symétrique, la pente des parois latérales est de 45° ($m=1$), de largeur de fond 0,2 m, de largeur de la grande base 1,6 m, de profondeur 0,7 m et une longueur de 8m. Les valeurs de $h_1=20\text{mm}$, 40mm, 60mm et 80mm ont été examinés, pour lesquels $M=0,1$; 0,2; 0,3 et 0,4 respectivement.

I.2.2.3. Rapport des hauteurs conjugées du ressaut

La figure 1.2 montre un ressaut classique évoluant entre ses sections initiale et finale 1 et 2.

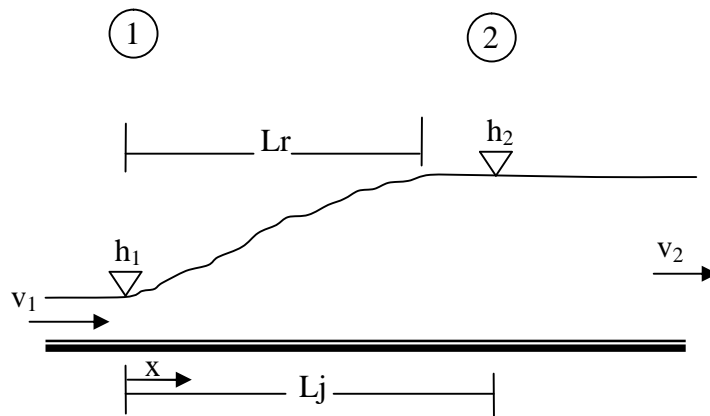


Figure 1.2 : Ressaut hydraulique classique.

L'écoulement à l'amont du ressaut (à l'origine) est caractérisé par une profondeur h_1 et une vitesse moyenne V_1 . L'équation de continuité permet d'écrire :

$$V_1 = Q / A_1 \quad (1.1)$$

Q est le débit volume et A_1 l'aire de la section mouillée initiale qui s'exprime par :

$$A = bh_1 + mh_1^2 \quad (1.2)$$

tel que:

b : la largeur du canal trapézoïdal.

m : la cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du canal à section droite trapézoïdal symétrique par rapport à l'horizontal.

Le ressaut est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. En effet, la variation de la quantité de mouvement entre les sections 1 et 2 est égale à la somme des forces extérieures agissant sur l'écoulement. L'application de cette loi nécessite quatre hypothèses simplificatrices:

1. la répartition des pressions dans la section finale et initiale est hydrostatique;
2. la distribution des vitesses est uniforme;
3. la perte de charge par frottement est négligeable;
4. la résistance de l'air est négligeable.

En outre, en raison du fait que le ressaut évolue dans un canal de pente nulle, la composante tangentielle du poids propre de la masse liquide considérée n'est également nulle. Ainsi, les forces extérieures appliquées à la masse liquide en mouvement se résument aux forces de pressions hydrostatiques P_1 et P_2 s'exerçant sur les sections 1 et 2. Ces forces s'écrivent :

$$P_1 = \gamma \bar{h}_1 A_1 \quad (1.3)$$

$$P_2 = \gamma \bar{h}_2 A_2 \quad (1.4)$$

$\gamma = \rho.g$ désigne le poids spécifique du liquide, ρ est la masse volumique du liquide, \bar{h}_1 et \bar{h}_2 sont respectivement la position du centre de gravité des sections A_1 et A_2 par rapport à la surface libre de l'écoulement dans ces sections.

On peut donc écrire que :

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1^2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_1}{A_1} \quad (1.5)$$

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2^2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_2}{A_2} \quad (1.6)$$

L'application de la loi de Newton mène à écrire :

$$\frac{b.h_1^2}{2} + \frac{m.h_1^3}{3} + \frac{Q^2}{g(b.h_1 + m.h_1^2)} = \frac{b.h_2^2}{2} + \frac{m.h_2^3}{3} + \frac{Q^2}{g(b.h_2 + m.h_2^2)} \quad (1.7)$$

h_1 et h_2 sont respectivement les hauteurs initiale et finale du ressaut, et g est l'accélération de la pesanteur.

En tenant compte des relations précédentes et sachant que le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

$$F_1^2 = \frac{Q^2(b + 2mh_1)}{g(bh_1 + mh_1^2)^3}, \quad Y = \frac{h_2}{h_1}, \quad M = \frac{mh_1}{b} \quad (1.8)$$

L'équation (1.7) peut s'écrire en termes adimensionnels sous la forme :

$$F_1^2 \left[1 - \frac{1+M}{Y(1+MY)} \right] = \frac{(1+2M)}{2(1+M)} \left[Y^2 \left(1 + \frac{2MY}{3} \right) - \left(1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \quad (1.9)$$

La relation (1.9) exprime la variation du nombre de Froude à l'amont du ressaut en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées et du coefficient de forme M . Les équations régissant les ressauts en canal de section rectangulaire constante et en canal triangulaire peuvent être déduites de la relation (1.9).

Sur la Figure 1.3 est représentée graphiquement, dans un système d'axes de coordonnées cartésiennes, la relation (1.9) :

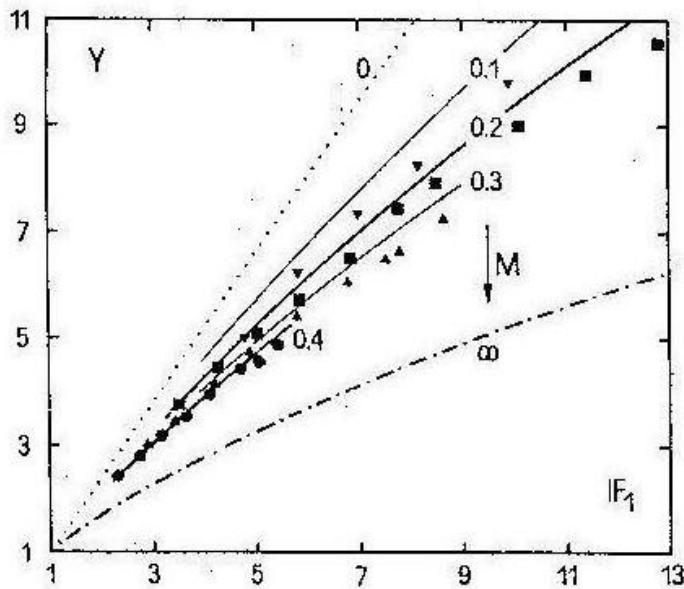


Figure 1.3 : Variation du nombre de Froude F_1 en fonction du rapport Y des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme M .

$0 < M < \infty$: profil trapézoïdaux.

$M=0$: profil rectangulaire.

$M \rightarrow \infty$: profil triangulaire.

La Figure 1.3 montre clairement que la plus faible valeur de rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut est obtenue dans le cas du profil triangulaire, pour une même valeur du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

I.2.3. Longueurs caractéristiques du ressaut

I.2.3.1. longueur du rouleau de fond

Une caractéristique particulière de ressaut trapézoïdal pour $F_1 > 4$ est l'apparition d'un rouleau de fond, la figure 1.4 montre un esquisse de définition. Les dimensions du rouleau de fond peut être proposée par L_u (la distance du pied du ressaut au début du rouleau de fond), L_b longueur du rouleau de fond et h_b la hauteur maximal du rouleau de fond.

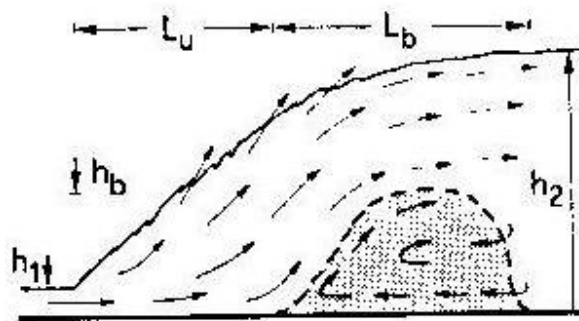
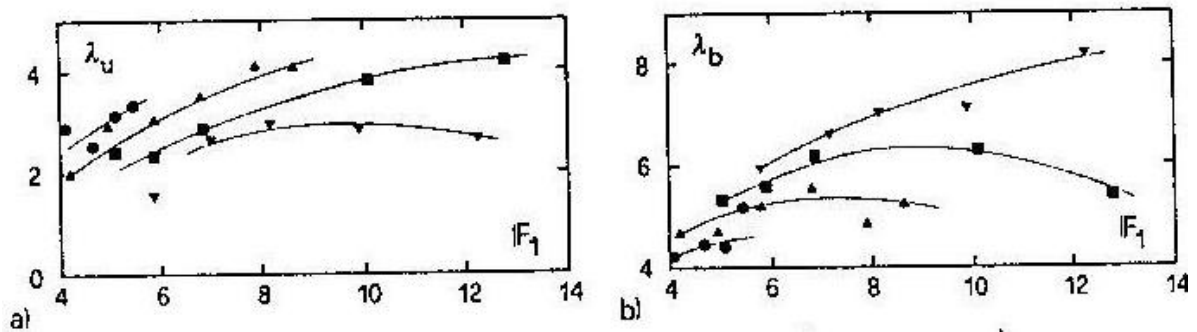


Figure 1.4 : schéma de définition

Les figures 1.5.a à c montre les rapports $\lambda_u = L_u/h_2$, $\lambda_b = L_b/h_2$, et h_b/h_2 en fonction du nombre de Froude F_1 pour diverses M . où h_2 correspond à la profondeur de l'écoulement en aval du ressaut.



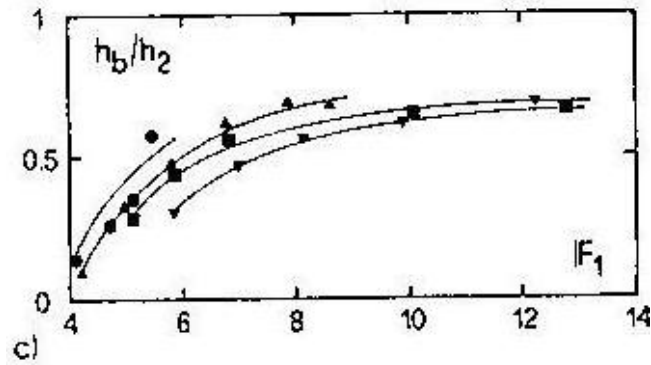


Figure 1.5 : caractéristique principale du rouleau de fond: a) distance d'approche, b) longueur maximale, c) hauteur maximale.

La figure 1.5 montre que:

- _ $2 < u < 4$, tout à fait près au pied du ressaut.
- _ pour une valeur bien déterminé de F_1 , u augmente avec l'augmentation de M .
- _ $b \gg u$ et peut atteindre des valeur aussi supérieures que la valeur 8.
- _ b diminue avec l'augmentation de M .
- _ la fin du rouleau de fond ($u + b$) est pratiquement indépendante de M , et augmente avec l'augmentation de F_1 arrivant à 10,5.
- _ h_b/h_2 augmente avec l'augmentation de M et de F_1 .

I.2.3.2. Longueur du ressaut

Une autre longueur importante est la longueur du ressaut L_j , bien que de nombreuses définitions de mesure de cette longueur ont été avancées; Il a été conseillé de laisser la position de la fin du ressaut où l'ébullition de surface disparaît. A ce stade, les poches de bulles d'air remontent à la surface indiquant la fin de la zone de dégazage, de tout évidence, le niveau de turbulence diminue ensuite de manière significative et indique la fin du ressaut.

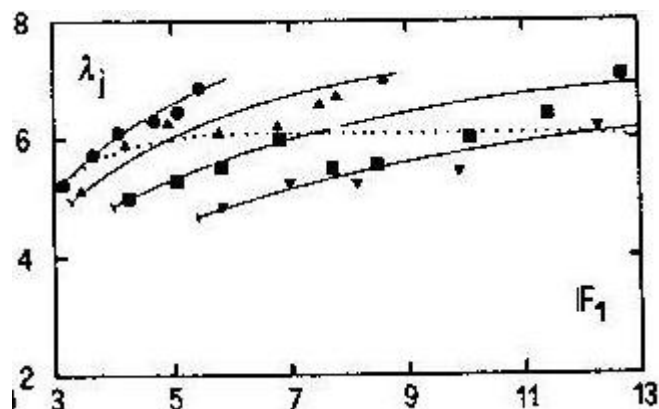


Figure 1.6 : longueur relative j du ressaut en fonction de F_1 et de M

La figure 1.6 représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1989) ($m=1$) concernant la longueur relative L_j/h_2 en fonction du nombre de Froude F_1 et de M , il apparaît par conséquent que la longueur relative L_j/h_2 dépend uniquement de M et de F_1 .

I.2.4. Rendement du ressaut

La figure 1.7 montre la ligne de charge totale le long de la longueur L_j sur laquelle s'étend le ressaut classique.

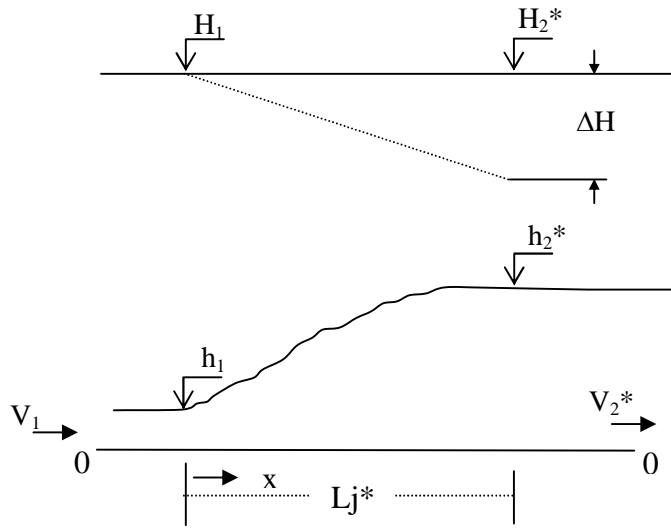


Figure 1.7 : (---) Ligne de charge totale le long du ressaut classique

En se référant au plan 0-0, la charge totale dans la section initiale du ressaut s'écrit :

$$H_1 = h_1 + \alpha_1 \cdot v_1^2 / (2 \cdot g) \quad (1.10)$$

Tandis que la charge totale dans la section finale est :

$$H_2^* = h_2^* + \alpha_2 \cdot v_2^{*2} / (2 \cdot g) \quad (1.11)$$

désigne le facteur de correction de l'énergie cinétique dont on admet que la valeur est égale à l'unité.

La perte de charge H^* due au ressaut est la différence des charges totales initiale et finale:

$$H^* = H_1 - H_2^* \quad (1.12)$$

En raison du caractère permanent de l'écoulement, l'équation de continuité reste en vigueur et l'on peut écrire :

$$Q = v_1 \cdot A_1 = v_2^* \cdot A_2 \quad (1.13)$$

$$\text{où } A_1 = bh_1 + mh_1^2 \text{ et } A_2 = bh_2^* + mh_2^{*2}.$$

Le nombre de Froude de l'écoulement incident dans un canal de section droite trapézoïdal est défini par la relation :

$$F_1^2 = \frac{Q^2(1+2M)}{g b^2 h_1^3 (1+M)^3}$$

En tenant compte des relations précédentes, le rendement du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal horizontal, s'écrit comme suit :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2(1+M)^3}{2Y^2(1+2M)(1+YM)^2}}{1 + \frac{F_1^2(1+M)}{2(1+2M)}} \quad (1.14)$$

$Y = h_2^*/h_1$ étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.

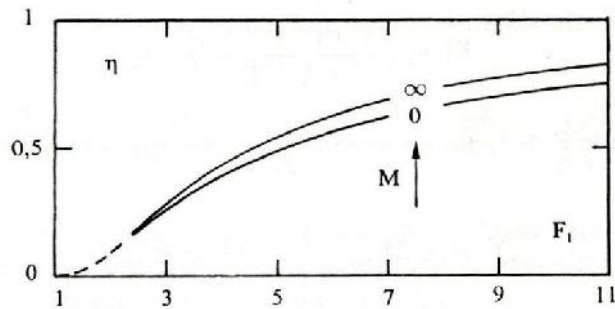


Figure 1.8 : Rendement η du ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude.
 $M = \infty$: Cas du canal triangulaire. $M = 0$: Cas du canal rectangulaire.

La figure 1.8 montre que le rendement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est compris entre les courbes de rendement du ressaut dans le canal triangulaire et du canal rectangulaire. Par ailleurs, pour le même nombre de Froude F_1 le rendement est important pour le canal triangulaire.

1.2.5. Description du ressaut

Selon Hager, par rapport au ressaut hydraulique bien connu dans des canaux rectangulaires, la configuration d'écoulement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est tout à fait différente. Le ressaut classique est caractérisé par un écoulement de fond à grande vitesse et un rouleau de surface qui les recouvre.

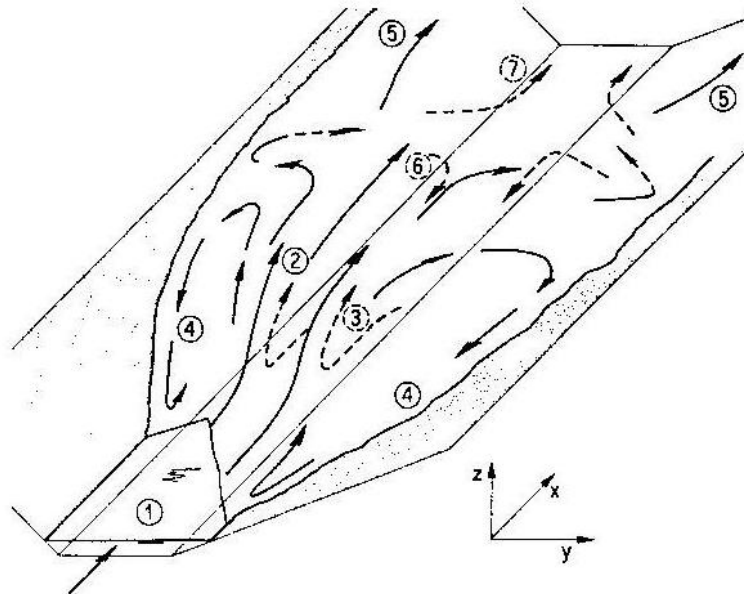


Figure 1.9 : Illustration schématique des directions principales de l'écoulement pour un ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal. (—) courants de surface, (- -) courant de fond.

La figure 1.9 illustre un tracé schématique des caractéristiques de l'écoulement principal dans un ressaut trapézoïdal. La grande vitesse de l'écoulement (1) est soulevée en l'air et forme une zone éclaboussures (2) en raison de la présence d'une zone de séparation de fond (3), dénommée rouleau de fond. Le courant principal circule donc près de la surface et diverge lentement vers les parois latérales. Cela est dû à la concentration des débits (1) à la partie centrale de la section transversale, et la dépression résultant le long des parois latérales. Une première partie de l'écoulement latéral revient en amont et forme les zones de retour latérales de l'écoulement (4) sur les deux cotés du canal. Une seconde partie reste à la surface et poursuit vers l'aval, (5). Une troisième partie plonge le long des parois latérales en pente et alimente le rouleau de fond, (6). Plus en aval, ce courant n'est plus entraîné par le rouleau de fond, mais continue directement vers l'aval, (7).

Un ressaut hydraulique trapézoïdal est donc régi par des phénomènes d'écoulement très spatial. La présence du rouleau de fond comporte plusieurs différences au ressaut classique:

- Les vitesses sur le fond sont considérablement réduites;
- Le flux principal est remonté à la surface, mais diverge des deux côtés du canal;
- Par conséquent, les vitesses maximales se produisent le long des parois latérales près de la surface libre.

I.3. CONCLUSION

Ce premier chapitre a abordé en premier lieu la classification du ressaut classique selon Bradley et Peterka (1957), relative à la forme du ressaut classique.

En second lieu ce chapitre a traité les travaux de Hager et Wanoschec (1989) concernant les caractéristiques du ressaut trapézoïdal. Ces caractéristiques sont : ses hauteurs initiale et finale, sa longueur ainsi que la longueur de rouleau de fond. Ils ont montré que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale en négligeant les pertes de charges autres que celle dues au ressaut.

L'étude expérimentale a eu pour objectif d'estimer la variation de la longueur relative L_r/h_2 en fonction du nombre de Froude F_1 . En effet une caractéristique particulière de ressaut trapézoïdal pour $F_1 > 4$ est l'apparition d'un rouleau de fond, et des zones d'écoulement de retour latérale, l'expérimentation montre ainsi qu'aucun rouleau de surface existe dans ce type de ressaut.

II.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous allons traiter les travaux relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire. Trois types de ressaut seront alors étudiés:

- Le ressaut hydraulique classique, où nous parlerons des travaux de Hager et al (1990) qui concernent le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal.
- Le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire incliné à pente positive, où on va citer les travaux de Kindsvater (1944) relatifs au ressaut hydraulique en canal rectangulaire à pente positive.

II.2. RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE

Le ressaut hydraulique dans le canal rectangulaire a attiré l'attention de nombreux chercheurs, en raison sans doute de sa simplicité géométrique et de la facilité de sa mise en œuvre, leurs recherches concernent essentiellement la détermination de ses caractéristiques, de son profil de surface et de sa capacité de dissipation.

II.2.1. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut

Le canal de section droite rectangulaire constante est un cas particulier du canal trapézoïdal pour lequel l'angle d'inclinaison du talus par rapport à l'horizontal est de 90° ; ceci correspond donc à $m = \cotg 90^\circ = 0$, ou bien à $M = 0$.

En tenant compte de la relation (1.9) du premier chapitre, et sachant que le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

$$F_1^2 = Q^2 / (gb^2h_1^3) \quad (2.1)$$

La relation (1.9) mène à écrire:

$$Y^* = h_2^*/h_1 = 0,5 [\sqrt{1+ 8 F_1^2} - 1] \quad (2.2)$$

La relation (2.2) est connue sous le nom d'équation de Bélanger et permet d'évaluer le rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 . Hager et Sinniger (1985) proposent une relation approchée applicable pour le nombre de Froude $F_1 > 2$:

$$Y^* = h_2^*/h_1 = \sqrt{2} \cdot F_1 - 1/2 \quad (2.3)$$

II.2.2. Longueurs caractéristiques du ressaut

Le ressaut hydraulique est caractérisé par la longueur L_r^* du rouleau ainsi que par la longueur L_j^* sur laquelle il s'étend. Ces caractéristiques n'ont pu être évaluées que par la voie de l'expérimentation.

II.2.2.1. Longueur du ressaut

La première caractéristique du ressaut est la longueur L_j^* sur laquelle il s'étend, ceci n'a pas pu être quantifiée que par voie expérimentale et sa définition varie d'un auteur à un

autre. En effet, on estime que la longueur L_j^* doit être mesurée toujours entre le pied du ressaut et la section aval de sorte que :

1. la surface libre est pratiquement horizontale.
2. la surface de turbulence du rouleau est faible.
3. les grosses bulles d'air dues à la présence du rouleau de surface sont inexistantes.
4. l'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau.

Toutes ces définitions ont pour but d'indiquer la limite aval du ressaut au-delà de laquelle la protection ou le rendement du bassin d'amortissement n'est pas nécessaire.

Les essais de Bradley et Peterka (1957) ont permis à Hager et al. (1990) de déterminer une relation permettant d'évaluer la longueur L_j^* du ressaut. Celle-ci, rapportée à la hauteur initiale h_1 du ressaut, peut s'écrire:

$$L_j^* / h_1 = 220. Tgh [(F_1-1)/22] \quad (2.4)$$

D'après Hager et al. (1990), la variation de la longueur relative L_j^*/h_2^* en fonction du nombre de Froude F_1 indique que ce dernier rapport prend une valeur moyenne égale à 6 pour la gamme pratique $4 < F_1 < 12$.

$$L_j^*/h_2^* = 6 \quad (2.5)$$

II.2.2.2. Longueur du rouleau

La deuxième caractéristique du ressaut est la longueur L_r^* .

En 1990 Hager et al (1990) définissent en fait deux longueurs de rouleau suivant le type de ressaut étudié et introduisant ainsi la notion de longueur de rouleau développé et non développé. La figure 2.1 montre ces deux type de ressaut et les longueurs L_r^* qui leur correspondent.

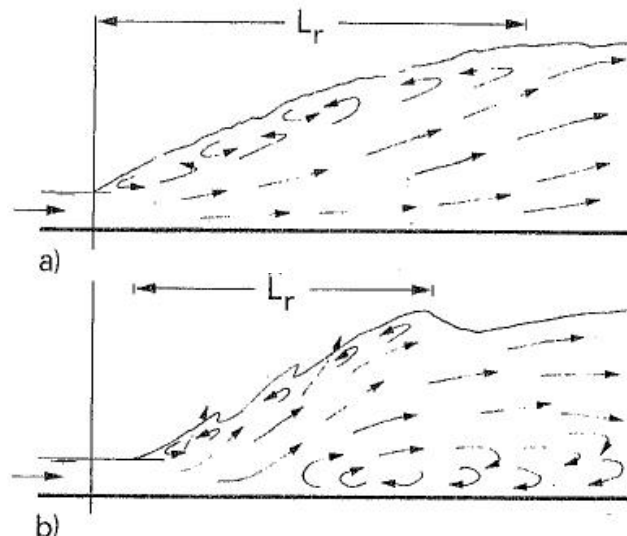


Figure 2.1 : Aspect du ressaut classique.

a) rouleau développé. b) rouleau non développé.

Le rouleau développé présente une surface relativement lisse et est caractérisée par une quasi-stabilité. Le jet entrant dans la section initiale du ressaut adhère sur une certaine distance au fond du canal puis diverge en s'orientant vers l'aval.

Le rouleau non-développé se caractérise par une longueur plus courte que celle du rouleau développé et sa surface à l'aval se présente sous l'aspect de vagues. Au fond de la masse liquide en mouvement, on peut distinguer une zone de rouleau dite de séparation formant un tourbillon de fond. En raison de la présence de cette zone, le jet entrant dans la section initiale du ressaut est dévié vers la surface libre.

Les essais effectués par Hager et al. (1990) indiquent que, pour le cas du ressaut classique, le rapport $r^* = Lr^* / h_1$ dépend du nombre de Froude F_1 et du rapport d'aspect $w = h_1/b$. Les auteurs proposent les relations suivantes :

$$r^* = -12 + 160 \operatorname{Tgh}(F_1/20) \quad \text{pour } w = h_1/b < 0,1 \quad (2.6)$$

$$r^* = -12 + 100 \operatorname{Tgh}(F_1/12,5) \quad \text{pour } 0,1 < w < 0,7 \quad (2.7)$$

« Tgh » désigne la tangente hyperbolique.

Les auteurs notent que pour $F_1 < 8$, les relations (2.6) et (2.7) peuvent être remplacées par une droite de pente 8, d'équation :

$$r^* = Lr^* / h_1 = 8 \cdot (F_1 - 1,5) ; \quad 2,5 < F_1 < 8 \quad (2.8)$$

II.2.3. Rendement du ressaut

Pour le cas du canal rectangulaire, $M=0$. La relation 1.14 mène à écrire :

$$y^* = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{2Y^2}}{1 + \frac{F_1^2}{2}} \quad (2.9)$$

Bien que la relation (2.9) permet le calcul explicite du rendement y^* , Hager et Sinniger (1986) proposent une expression approchée, applicable pour $F_1 > 2$:

$$y^* = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{F_1} \right]^2 \quad (2.10)$$

Les relations (2.9) et (2.10) sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées cartésiennes de la figure (2.2).

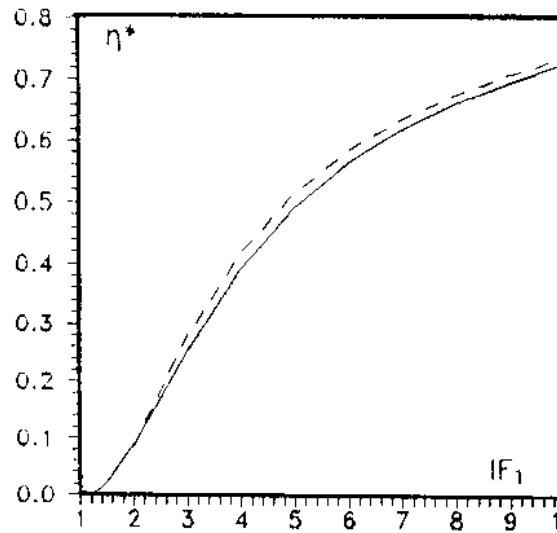


Figure 2.2 : Rendement η^* du ressaut classique en fonction du nombre de Froude F_1 . (—) Courbe tracée selon la relation (2.9). (---) Courbe tracée selon la relation (2.10).

La figure 2.2 montre d'une part que le rendement η^* du ressaut classique est supérieur à 50% pour $F_1 > 5,1$ et que les rendements calculés en application de la relation approchée (2.10) sont légèrement supérieurs à ceux obtenus par la relation exacte (2.9) d'autre part; l'écart maximum observé peut atteindre les 2%.

II.3. RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL INCLINE À PENTE POSITIVE

A l'aval des ouvrages d'évacuation ou de vidange, un ressaut hydraulique se forme souvent à l'extrémité d'un canal à pente $n > 0$. Si la submersion avale est faible, le ressaut apparaît entièrement sur la partie horizontale (ressaut A), mais il se déplace vers l'amont pour des submersions aval plus importantes.

II.3.1. Classification des ressauts inclinés

D'après Rajaratnam (1966), les études de ce type de ressaut ont été déjà élaborées préalablement par Darcy et Bazin (1865), ainsi que par Riejel et Beebe (1917) qui sont toujours d'actualité. Selon Hager (1987), la première approche théorique a été effectuée par Ellms (1928, 1932). Safranez (1933) a repris les résultats de Ellms. La première étude approfondie du ressaut hydraulique incliné a été celle de Bakhmeteff et Matzké (1938), qui ont évoqué dans leur étude, le profile de surface, la longueur du ressaut et la distribution des vitesses. Kindsvater (1944) classifie les ressauts inclinés selon la position du pied du ressaut par rapport à l'extrémité aval de la pente (figure 2.3):

Type A pour lequel le pied du ressaut coïncide à l'extrémité aval de la pente,

Type B pour lequel le pied du ressaut se trouve entre le type A et le type C,

Type C pour lequel la fin du rouleau coïncide avec l'extrémité aval de la pente et

Type D pour lequel le rouleau se présente entièrement dans la portion inclinée.

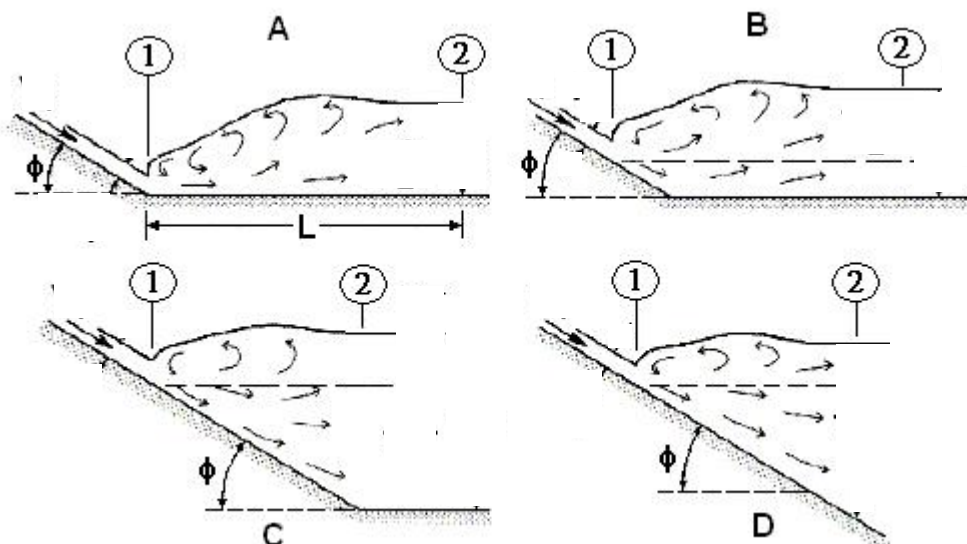


Figure 2.3 : Classification des ressauts inclinés selon Kindsvater (1944).

Le ressaut type C a été analysé expérimentalement par Kindsvater (1944), qui a proposé une approche pour le rapport des hauteurs conjuguées. D'autres chercheurs tels que Bradley et Peterka (1957), Ariemma (1958) et Van Besteen (1962) se sont également intéressés à ce type de ressaut.

Le ressaut de type D a été étudié par Bunyan (1958), Smith (1959), Rajaratnam (1963), Wilogorski et Wilson (1970), MuraHari (1973), Ohashi et al. (1973), Rajaratnam et Murahari (1974) et Mikhalev et Hoang (1976)

Hager (1988), Kawagoshi et Hager (1990) se sont également intéressés au ressaut de type B.

Mahmood (1964) a étudié le ressaut incliné pour différentes inclinaisons. Il a été montré que le ressaut de type A et le ressaut classique sont quasi semblable. Cette constatation a été confirmée également par Bradley et Peterka. Cependant, très peu d'études ont été faites sur le ressaut de type B.

II.3.2. Ressaut hydraulique de type C et de type D

La plupart des recherches ont été orientées vers le ressaut de type C, pour lequel la fin du rouleau coïncide avec l'extrémité aval de la pente. Kindsvater (1944) a proposée pour le rapport des hauteurs conjuguées la formule suivante:

$$Y = h_2 / h_1 = \frac{1}{2} \left[(1 + 8F_{1s}^2) \right]^{1/2} - 1 \quad (2.11)$$

Avec $h_1 = N_1 \cos \theta$ la profondeur initial, N_1 la longueur de la normal et θ l'angle d'inclinaison du canal (Figure 2.4), et le nombre de Froude modifié pour le canal inclinée ($F_1 = v_1 / g N_1^{1/2}$). Pour le canal horizontal ($\theta=0$) F_{1s} tend vers F_1 .

$$F_{1s} = \frac{(\cos \theta)^{3/2}}{(1 - 2K \tan \theta)^{1/2}} F_1 \quad (2.12)$$

En se basant sur les résultats expérimentaux de Bradley et Peterka (1957), et de Peterka (1958). Rajaratnam (1966) a obtenu la relation empirique suivante :

$$F_{1s} = \Gamma F_1 \quad (2.13)$$

où $\log_{10} \Gamma = 0,027 \theta$. La relation (2.11) peut être approximée alors comme suit :

$$Y = \sqrt{2} \cdot 10^{0,027 \theta} F_1 - \frac{1}{2} \quad (2.14)$$

La longueur du ressaut a été établie expérimentalement par Bradley et Peterka (1957) comme suit:

$$\frac{L_j}{L_j^*} = \exp\left(-\frac{4}{3} \theta\right) \quad (2.15)$$

Avec L_j^* étant la longueur du ressaut classique selon l'équation (2.4). Les équations (2.14) et (2.15) sont appliquées pour la pente : $\text{tg}(\theta)=0,3(\theta<17^\circ)$.

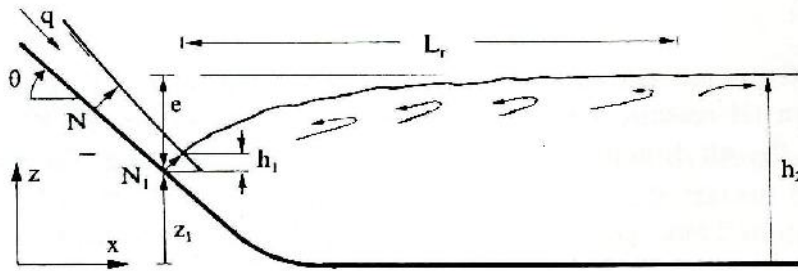


Figure 2.4 : Notation du ressaut incliné.

L'équation (2.14) peut également être appliquée au ressaut type D où h_2 représente la profondeur de l'écoulement à la fin du ressaut, mesurée verticalement du fond incliné jusqu'à la surface libre. Les longueurs de rouleau du type C et type D sont quasi identiques.

Rajaratnam et Muhrahari (1974), ont considéré la distribution des vitesses pour le cas du ressaut de type D pour $\theta < 0,25$. Les auteurs ont trouvé que la répartition des vitesses en amont du ressaut est comparable à celle du ressaut classique.

II.5. CONCLUSION

ainsi que la longueur de son rouleau. Il a été montré par la suite que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. A travers ce chapitre nous avons examiné, en premier temps, les travaux de Hager (1990) relatifs aux caractéristiques du ressaut classique. Ces caractéristiques sont : ses hauteurs initiale et finale, sa longueur finale en négligeant les pertes de charges autres que celle dues au ressaut, cette équation mène à la relation de Bélanger qui exprime le rapport Y^* des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude F_1 à l'amont du ressaut.

Dans un second temps, on a abordé les travaux entrepris dans le domaine du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente positive. Il a été montré que la première étude approfondie du ressaut hydraulique incliné était celle de Bakhmeteff et Matzké (1938), qui ont évoqué dans leur étude, le profil de surface, la longueur du ressaut et la distribution des vitesses. En outre Kindsvater (1944) a classifié les ressauts dans un canal à pente positive en quatre principaux types: type A, type B, type C et type D selon la position du pied du ressaut par rapport à l'extrémité aval de la pente.

En outre Kindsvater (1944) a recommandé une relation explicite, liant le rapport des hauteurs conjuguées au nombre de Froude F_1 , par la suite une relation simple a été proposée par Rajaratnam (1966), la longueur du ressaut a été estimée expérimentalement par Bradley et Peterka (1957).

III.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous examinerons les travaux les plus importants relatifs au ressaut hydraulique évoluant dans un canal triangulaire. Deux types de ressaut seront étudiés :

- Le ressaut hydraulique classique, où nous parlerons dans un premier temps des travaux de Hager et Wanoschek (1987) concernant le ressaut évoluant dans un canal triangulaire de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de 90° . Dans un second temps nous aborderons le ressaut hydraulique contrôlé par seuil, concernant l'étude de Achour et Debabeche (2003), qui a pour objectif d'expérimenter le ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince, dans un canal triangulaire à angle d'ouverture de 90° . L'étude se proposera de trouver des relations fonctionnelles liant les caractéristiques du ressaut hydraulique.

- Le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incliné à pente positive, où on va aborder les travaux de Debabeche et al (2009) et de Cherhabil (2010), qui ont trait au ressaut hydraulique dans un canal triangulaire incliné à pente positive à angle d'ouverture de 90° .

III.2. RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE

III.2.1. Etude de Hager et Wanoschek (1987)

Hager et Wanoschek (1987) ont réalisé leurs travaux concernant le ressaut hydraulique classique dans un canal triangulaire de largeur $b=30$ cm dans lequel a été insérée une paroi en PVC inclinée d'un angle de 45° par rapport à l'horizontale. Le profil obtenu est alors de forme semi triangulaire. La paroi verticale du canal est en verre, ce qui permet la visualisation de l'écoulement. L'angle d'ouverture du canal triangulaire est d'environ 45° (44.7°). Comme l'indique la figure 3.1.b.

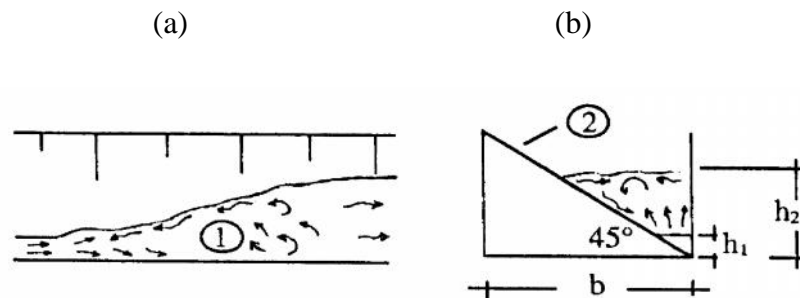


Figure 3.1 : Ressaut en canal semi triangulaire selon Hager et Wanoschek (1987). (a) vue en plan, (b) coupe transversale.
1. vue en plan du ressaut. 2. paroi en PVC inclinée de 45° .
 h_1 et h_2 : hauteurs conjuguées du ressaut.

Les essais ont été effectués sous des débits volumes Q variés entre 4 et 20 l/s suivant des pas de $\Delta Q = 2$ l/s. Les vitesses de l'écoulement incident variant entre 1,7 et 8,6 m/s et des profondeurs initiales h_1 entre 70 et 76 cm correspondant à des nombres de Froude $2 \leq F_1 \leq 14$ approximativement. En raison du caractère fortement torrentiel de l'écoulement incident, la mesure limnimétrique des profondeurs h_1 a été très délicate.

Selon les auteurs, la mesure limnimétrique des profondeurs de l'écoulement à l'aval du ressaut a été effectuée avec une incertitude de plus ou moins 2 à 3 cm, en raison des grandes perturbations de la surface libre observées surtout à des nombres de Froude $F_1 > 10$.

Les vitesses axiales ont été mesurées au moyen d'un tube de Pitot à environ 3 cm de la paroi verticale du canal.

III.2.1.1. Rapport des hauteurs conjuguées

Le profil triangulaire correspond à un profil trapézoïdal de base $b=0$, soit $M \rightarrow \infty$. En tenant compte de la relation (1.9) du premier chapitre, et sachant que le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

$$F_1^2 = 2Q^2 / (m^2 gh_1^5) \quad (3.1)$$

La relation (1.9) conduit à écrire:

$$F_1^2 = \frac{2Y^2(Y^2 + Y + 1)}{3(Y + 1)} \quad (3.2)$$

L'équation (3.2) montre que Y s'exprime de manière fortement implicite en fonction de F_1 ;

Hager et Wanoschek (1987) proposent alors la relation approchée :

$$Y = \left[\frac{3}{2} F_1^2 - 1 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.3)$$

La relation approchée (3.3) montre ainsi que $Y \propto F_1^{2/3}$

III.2.1.2. Équation de quantité de mouvement

Les essais effectués par Hager et Wanoschek (1987) dans un canal semi- triangulaire d'un angle d'ouverture de 45° , extrapolés ensuite au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° , ont montré que les rapports Y expérimentaux sont légèrement inférieurs aux rapports Y théoriques obtenus par application de la relation (3.2) ; cet écart est attribué à l'effet des frottements sur les parois du canal et les auteurs proposent alors de modifier l'équation de la quantité de mouvement en tenant compte des pertes de charges le long des parois du canal. Le gradient de perte de charge S_f est évalué par la formule de Blasius :

$$S_f = \frac{0,3164}{R_e^{0,35}} \frac{V_2}{8gR_h} \quad (3.4)$$

Avec:

$$R_e = \frac{4.R_h.V}{\nu} : \text{Le nombre de Reynolds,}$$

$$R_h = \frac{mh}{2(1 + \sqrt{1 + m^2})} : \text{Le rayon hydraulique correspondant au profil semi triangulaire et } \nu \text{ la}$$

viscosité cinématique.

Le profil de surface du ressaut suit approximativement la loi $h(x) = h_1 + (h_2 - h_1).X^2$, dans laquelle x représente la coordonnée longitudinale comptée à partir du début du ressaut et X la coordonnée x rapportée à la longueur L_j du ressaut, soit $X = x/L_j$. La coordonnée x est telle que $0 \leq x \leq L_j$ et par suite $0 \leq X \leq 1$.

La force de frottement agissant sur le volume de contrôle correspondant à $0 \leq x \leq L_j$ est par définition :

$$W_x = \gamma_0 A(x) S_f \quad (3.5)$$

$\gamma_0 = \dots g$ est le poids volumique du liquide, $A(x)$ l'aire de la section mouillée correspondant à x . Pour le cas du profil semi triangulaire d'angle d'ouverture de 45° ($m=1$), la relation (3.4) devient :

$$S_f = \left[\frac{2Q}{mh_1^2} \right]^{7/4} \frac{v^{1/4}}{5gh_1^{5/4}} \left[\frac{h(x)}{h_1} \right] \quad (3.6)$$

La relation (3.5) s'écrit alors :

$$W_x = (\gamma_0 m h_1^2 / 2) L_j S_{f1} I(Y) \quad (3.7)$$

$$I(Y) = \int \frac{dx}{[1 + (Y-1)X^2]^{1/4}} \quad (3.8)$$

$$Y = \frac{h_2}{h_1} ; \quad X = \frac{x}{L_j}$$

$$S_f = S_f \left[\frac{h(x)}{h_1} = 1 \right] \quad (3.9)$$

L'intégration numérique de $I(Y)$ donne approximativement :

$$I(Y) = \frac{1}{7} \left(1 + \frac{6}{Y} \right) \quad (3.10)$$

Pour les nombres de Froude $F_1 < 15$, correspondant à des rapports $Y < 7$, l'application de la relation approchée (3.10) occasionne une erreur relative inférieure à 5% par rapport à la valeur exacte calculée par l'équation (3.8).

En tenant compte de la force W_x , l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections initiale et finale du ressaut évoluant dans un canal de section droite semi triangulaire s'écrit:

$$\frac{mh_1^3}{6} + \frac{2Q^2}{gmh_1^2} = \frac{mh_2^3}{6} + \frac{2Q^2}{gmh_2^2} + W_x \quad (3.11)$$

En désignant par :

$$F_1^2 = \frac{2Q^2}{gmh_1^5} \quad , \quad A = \left[\frac{\epsilon mh_1}{2Q^2} \right]^{1/4} \quad , \quad S_{f1} = \Lambda \left(\frac{F_1^2}{10} \right) ,$$

la relation (3.11) s'écrit en termes adimensionnels :

$$1 + \frac{3}{2} F_1^2 = Y^3 + \frac{3 F_1^2}{2 Y^2} + \frac{3 \Lambda L_j}{70 h_1} \left(1 + \frac{6}{Y} \right) F_1^2 \quad (3.12)$$

La longueur relative L_j/h_1 figure dans la relation (3.12) peut s'écrire : $L_j/h_1 = Y \cdot (L_j/h_2)$ et Hager et Wanoschek (1987) estiment que pour un canal triangulaire correspondant à $m=1$, $L_j/h_2 \approx 6$. Par suite, la relation (3.12) s'écrit en définitive :

$$F_1^2 = \frac{2 Y^2 (Y^3 - 1)}{3 \left[Y^2 - 1 - \frac{\Lambda Y^2}{6} (6 + Y) \right]} \quad (3.13)$$

Cette dernière relation traduit ainsi la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut dans un canal de section droite triangulaire ($m=1$) en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, en tenant compte de l'effet des frottements sur les parois du canal. Cet effet est traduit par le paramètre adimensionnel Λ . Lorsque $\Lambda \rightarrow 0$, l'effet des frottements est négligeable et la relation (3.2) est reproduite. Hager et Wanoschek (1987) notent que l'écart maximum observé entre les valeurs expérimentales des rapports Y des hauteurs conjuguées du ressaut et celles issues de l'application de la relation (3.13) ne dépasse guère 3%.

La figure 3.2 montre les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) comparées à la fois aux valeurs théoriques obtenues par l'application de la relation (3.2) ($\Lambda \rightarrow 0$) et à celles issues de l'équation (3.13) pour $\Lambda > 0$.

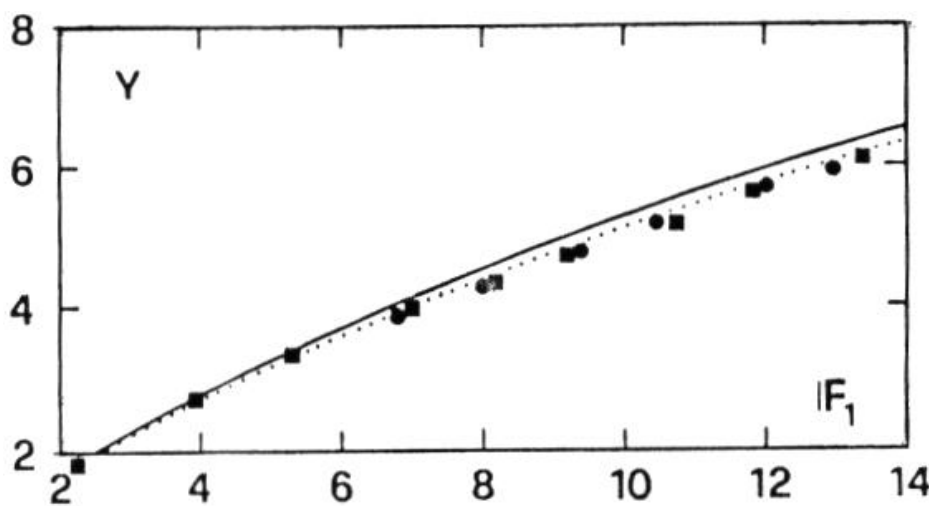


Figure 3.2 : Variation des rapports Y des hauteurs conjuguées du ressaut triangulaire ($m=1$) en fonction du nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987).

(\square) courbe tracée selon la relation (3.2).] = 0.

(---) courbe tracée selon la relation (3.13).] > 0.

III.2.1.3. Longueurs caractéristiques du ressaut

La longueur L_j du ressaut est définie comme étant la distance entre le pied du ressaut et la section à l'aval où la surface libre de l'écoulement est maximale et tend à devenir parallèle au fond du canal. Par contre, la longueur L_r , est la longueur sur laquelle s'étend le rouleau de surface.

La figure 3.3 représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$) ainsi que celles d'Argyropoulos (1962) concernant la longueur relative L_j/h_2 du ressaut dans un canal triangulaire, en fonction du nombre de Froude F_1 . Il apparaît ainsi que la longueur relative L_j/h_2 dépend uniquement de m et de F_1 . La figure 3.3 montre également que la longueur relative L_j/h_2 varie dans le même sens que F_1 et en sens inverse de m . En incluant les mesures d'Argyropoulos (1962), Hager et Wanoschek (1987) proposent de calculer L_j/h_2 par application de la relation :

$$\frac{L_j}{h_2} = 2,4(m)^{0,5} F_1^{0,4/m} \quad (3.14)$$

$$0,4 < m \leq 1$$

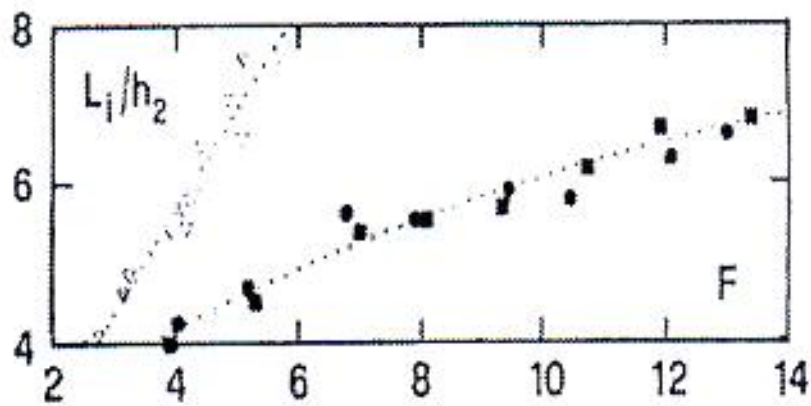


Figure 3.3 : Longueur relative L_j/h_2 du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$).
(◐): $m=0,44$ selon Argyropoulos (1962).

En ce qui concerne la longueur relative L_r/h_2 du rouleau en fonction du nombre de Froude F_1 dans un canal triangulaire, les mesures expérimentales de Rajaratnam (1964) ($m=0,58$) et celles de Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$) sont représentées Sur la figure 3.4. Il apparaît ainsi que la longueur relative L_r/h_2 dépend uniquement de m et de F_1 . La figure 3.4 montre également que la longueur relative L_r/h_2 croît au fur et à mesure que F_1 augmente et

qu'elle décroît avec l'augmentation de m . Nous pouvons alors remarquer, comme pour L_j/h_2 , que la longueur relative L_r/h_2 dépend à la fois du nombre de Froude F_1 et du paramètre m .

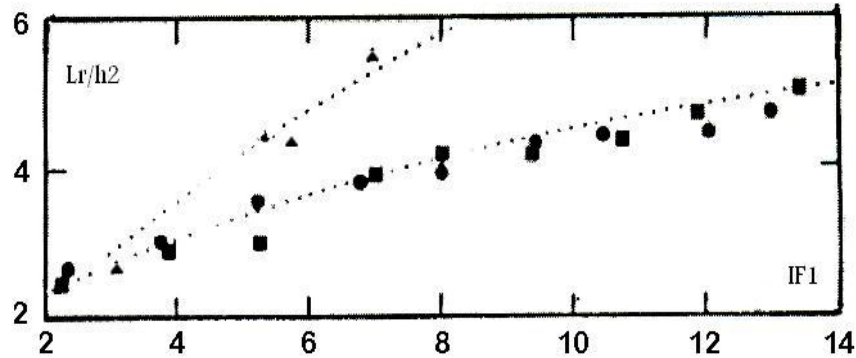


Figure 3.4 : Longueur relative L_r/h_2 du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$).
(U) : $m=0,58$ selon Rajaratnam (1964).

En tenant compte des mesures de Rajaratnam (1964) ($m=0,58$), Hager et Wanoschek (1987) proposent une relation générale permettant d'évaluer la longueur relative L_r/h_2 en fonction de F_1 et de m :

$$\frac{L_r}{h_2} = 1,8(m)^{0,5} F_1^{0,4/m}, \quad 0,4 < m \leq 1 \quad (3.15)$$

Ainsi, dans la gamme pratique des nombres de Froude de l'écoulement incident tels que $6 \leq F_1 \leq 9$, la longueur relative L_r/h_2 du rouleau, pour le cas d'un canal triangulaire à angle d'ouverture de 90° ($m=1$), est telle que $3,7 < L_r/h_2 < 4,35$.

III.2.1.4. Profil de surface généralisé du ressaut

L'introduction des variables $X=x/L_j$ et $y(x) = [h(x) - h_1] / (h_2 - h_1)$ permet de tracer le long de l'axe longitudinal du canal, le profil de surface du ressaut sous la forme adimensionnelle ; $h(x)$ désigne la hauteur du ressaut à la distance x comptée à partir du pied du ressaut.

Pour $x=0$, correspondant à $X=0$, nous pouvons écrire que $h(x)=h_1$ et par suite $y=0$. Par contre, pour $x=L_j$, correspondant à $X=1$, nous pouvons écrire que $h(x)=h_2$ et $y=1$. Les variables adimensionnelles X et $y(x)$ définissant le profil de surface du ressaut le long de l'axe longitudinal du canal sont telles que $0 \leq X \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$.

La figure 3.5 représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) concernant le profil de surface généralisé du ressaut "triangulaire" le long de l'axe longitudinal du canal.

Les points de mesures, obtenus pour $6,8 \leq F_1 \leq 11,8$ se situent ainsi sur une même courbe d'équation approchée :

$$y(X) = (1 + \alpha X) \cdot \tanh(\beta X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (3.16)$$

Où " tanh " désigne la tangente hyperbolique.

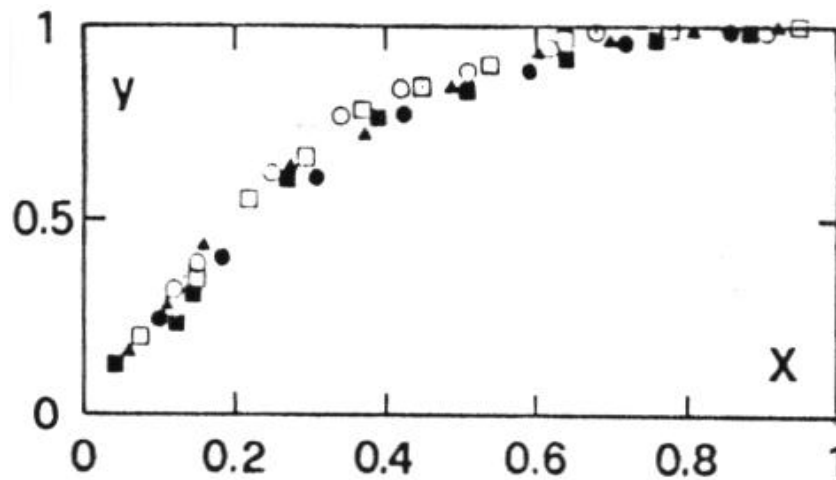


Figure 3.5 : Profil de surface généralisé $y(X)$ le long de l'axe longitudinal du canal triangulaire ($m=1$), selon Hager et Wanoschek (1987).

La figure 3.5 montre que le profil de surface généralisé est pratiquement linéaire pour la gamme $0 \leq X \leq 0,2$. La droite, représentant la partie linéaire du profil passe par le point de coordonnées $(0,0)$ et coupe approximativement l'axe parallèle à X au point de coordonnées $(0,4, 1)$; le paramètre β figurant dans la relation (3.16) a donc pour valeur : $\beta = (1 - 0) / (0,4 - 0) = 1/0,4$; soit $\beta = 2,5$. Ainsi, le paramètre α peut être déterminé en écrivant que $y(X=1)=1$, soit $1 = (1 + \alpha) \cdot \tanh(2,5)$; par suite $\alpha = 0,014$. Le profil de surface généralisé admet donc pour équation :

$$y(X) = (1 + 0,014 \cdot X) \cdot \tanh(2,5 \cdot X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (3.17)$$

Hager et Wanoschek (1987) notent que le profil de surface le long de la paroi inclinée du canal triangulaire (profil latéral) se situe légèrement au-dessous du profil axial précédemment défini, voire même équivalent.

III.2.2. Ressaut hydraulique contrôlé par seuil

III.2.2.1. Etude de Achour et Debabeche (2003)

III.2.2.1.1. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut

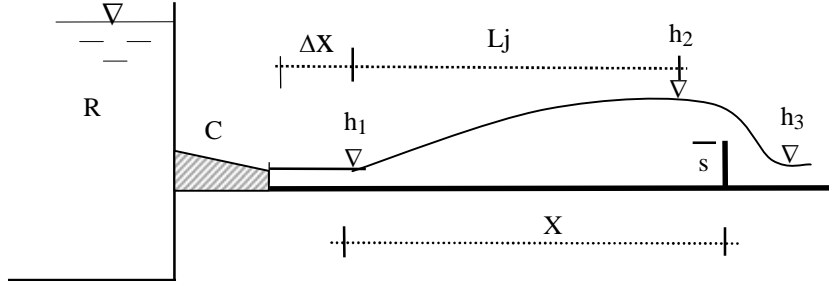


Figure 3.6 : Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince.

Lors du contrôle du ressaut, la mise en place du seuil à l'aval n'a théoriquement aucun effet réducteur sur le rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut classique. Sous les mêmes conditions de l'écoulement amont, c'est à dire sous la condition de l'identité des débits volumes et des hauteurs initiales du ressaut, la hauteur finale h_2^* du ressaut classique est théoriquement égale à celle du ressaut contrôlé par un seuil.

La figure 3.7 montre à la fois la variation de Y^* et de Y_s en fonction du nombre de Froude F_1 caractérisant l'écoulement incident.

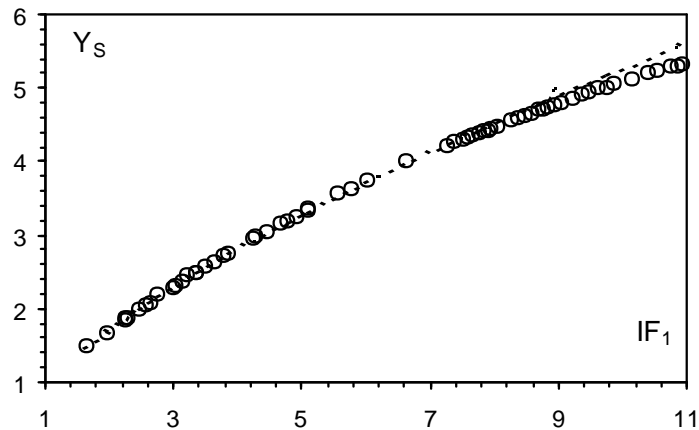


Figure 3.7 : Variation du rapport $Y_s = f(F_1)$ dans un canal triangulaire.
(---) Ressaut classique. (o) Ressaut contrôlé par seuil à paroi mince.

La figure 3.7 montre la variation de Y^* et de Y_s en fonction du nombre de Froude F_1 caractérisant l'écoulement incident. Il ressort que l'égalité $Y^* = Y_s$ n'est vérifiée que pour une certaine gamme de valeurs du nombre de Froude F_1 . L'influence du seuil à paroi mince se manifeste à des valeurs du nombre de Froude F_1 supérieures à 7,5.

Cette influence s'accroît au fur et à mesure que F_1 augmente, mais ne semble pas être significative.

La représentation graphique des points expérimentaux des rapports Y_s en fonction de la hauteur relative $S=s/h_1$ du seuil a abouti à une courbe unique, comme l'indique la figure 3.8. Celle-ci montre clairement que les points expérimentaux obtenus s'alignent suivant une droite passant par le point (0,1). Suite à un ajustement linéaire Achour et Debabeche (2003) ont déterminé la relation suivante :

$$Y_s = 1 + 0,96. S \quad (3.18)$$

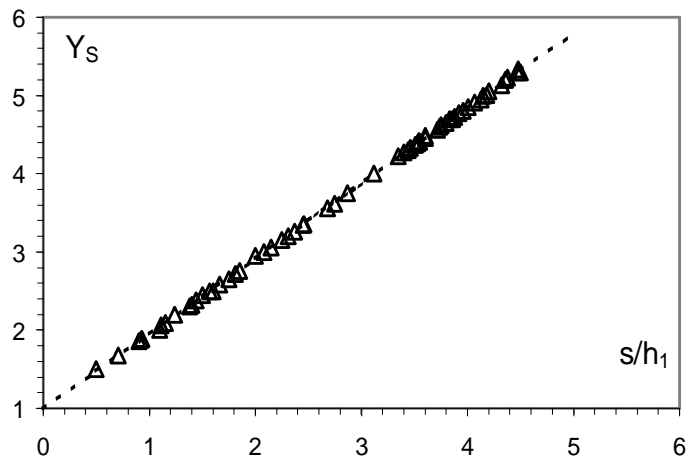


Figure 3.8 : Variation expérimentale de $Y_s = f(S)$ lors du contrôle d'un ressaut triangulaire. (U) Points expérimentaux. (---) Courbe tracée selon la relation : $Y_s = 1 + 0,96.S$.

III.2.2.1.2. Hauteur relative du seuil en fonction du nombre de Froude

Achour et Debabeche (2003) ont montré précédemment que l'influence du seuil sur la hauteur finale du ressaut, et de même pour le rapport Y , n'était pas significative. Ils ont trouvé également qu'une relation unique existe entre la hauteur relative $S=s/h_1$ du seuil et le rapport Y_s des hauteurs conjuguées du ressaut. Ces considérations laissent les auteurs penser qu'une relation unique peut être obtenue entre la hauteur relative $S=s/h_1$ du seuil et le nombre de Froude F_1 .

La figure 3.9 montre en conséquence que les points de mesures expérimentaux obtenus suivent, dans leur totalité, la variation d'une courbe unique de type logarithmique. L'ajustement des couples de valeurs (F_1, S) , suivant la méthode des moindres carrés non linéaires, à donner la relation :

$$S=s/h_1 = 4,125.Ln [(F_1 + 4)/5] \quad (3.19)$$

« Ln » désigne le logarithme népérien.

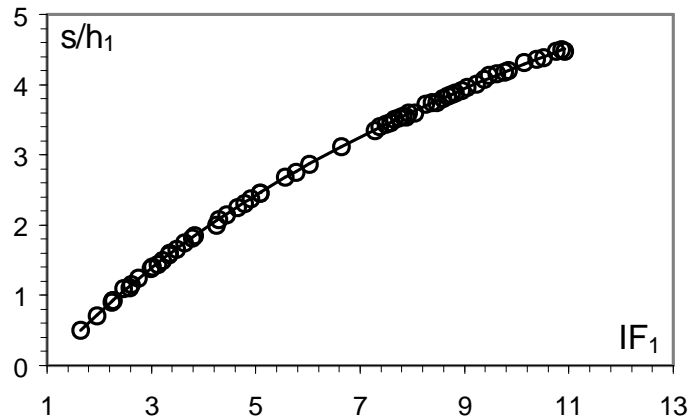


Figure 3.9 : Variation expérimentale de la hauteur relative S du seuil, en fonction du nombre de Froude F_1 . (o) Points expérimentaux

La relation (3.19), ainsi que la tendance des points expérimentaux représentés par la figure 3.9, montrent que pour $F_1 = 1$ la hauteur relative S du seuil est nulle.

Comparée à la courbe expérimentale du ressaut contrôlé par un seuil mince dans un canal rectangulaire, la figure 3.9 indique que pour le cas du ressaut triangulaire la hauteur relative s/h_1 ne dépend pas de la position X/h_2 du seuil.

En outre, le contrôle du ressaut rectangulaire nécessite des hauteurs relatives s/h_1 beaucoup plus importantes, pour un même nombre de Froude F_1 .

III.2.2.1.3. Relation générale régissant le contrôle du ressaut

Achour et Debabeche (2003) ont montré, d'après l'analyse de leurs mesures expérimentales, qu'une relation générale peut exprimer les paramètres F_1 , s/h_1 et X/h_1 . Cette relation peut s'écrire sous la forme $f(s/h_1, F_1, X/h_1) = 0$.

L'analyse des mesures expérimentales obtenues a montré que la meilleure représentation graphique adimensionnelle de la fonction f est celle indiquée par la figure 3.10. Les points expérimentaux se situent en fait, pour $X/h_1 \geq 4$ (condition largement réalisée dans la pratique), sur une droite d'équation : $(S+F_1^{0,4}) = a.(X/h_1)+b$. Les valeurs des constantes a et b ont été obtenues par un ajustement linéaire.

Ainsi, la relation générale régissant le contrôle du ressaut triangulaire en présence d'un seuil à paroi mince s'écrit :

$$S + F_1^{0,4} = 0,127.(X/h_1) + 1,269 \quad , X/h_1 \geq 4 \tag{3.20}$$

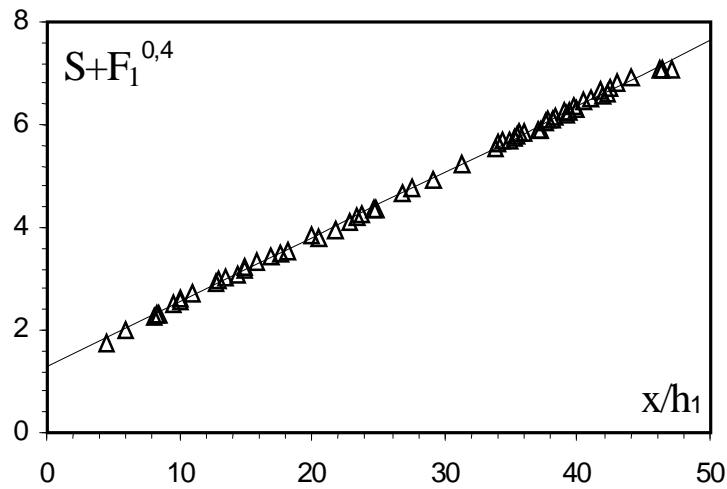


Figure 3.10 : Variation de $(S+F_1^{0,4})$ en fonction de la position relative x/h_1 du seuil (U) Points expérimentaux (O) courbe d'ajustement

III.3. RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL INCLINE À PENTE POSITIVE

III.3.1. Etude de Debabeche et al (2009) et Cherhabil (2010)

III.3.1.1. Analyse théorique

L'équation dynamique appliquée entre les sections 1 et 2 est rédigée comme suit:

$$\dots Qv_1 + P_1 + G \sin r = \dots Qv_2 + P_2 \tag{3.21}$$

où γ est la masse volumique, et Q le débit volume.

La figure 3.11 montre un ressaut hydraulique évoluent dans un canal triangulaire avec une pente positive.

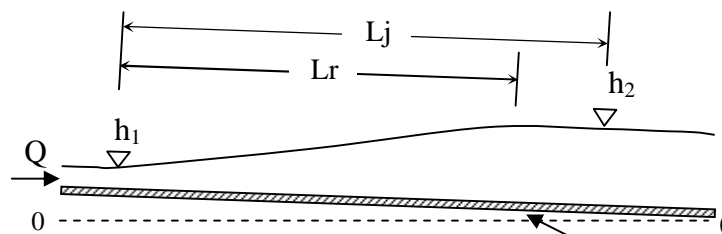


Figure 3.11 : ressaut hydraulique sur une pente positive

Le poids de l'eau G ainsi que les forces de pressions P_1 et P_2 peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique:

$$P_1 = m\%_0 \frac{h_1^3 \cos(\gamma)}{3}; \quad P_2 = m\%_0 \frac{h_2^3 \cos(\gamma)}{3}; \quad G = \check{S}V \quad (3.22)$$

Où h_1 et h_2 représente les profondeurs de l'écoulement respectivement en amont et en aval du ressaut, v_1 et v_2 sont les vitesses moyennes, γ est l'angle d'inclinaison du canal, V est le volume d'eau compris entre les sections 1 et 2, m est la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois latérale du canal par rapport à l'horizontal, et \check{S} le poids spécifique du liquide en écoulement. Géométriquement, le volume V du ressaut dans un canal triangulaire représente le quart du volume d'une pyramide.

La forme géométrique du volume équivalent V représentative du ressaut hydraulique étudié, n'étant pas en réalité parfaitement prismatique, comme il a été supposé, à cause de la perturbation de la surface libre du ressaut due au rouleau de surface. Pour cela, il a été nécessaire de corriger ce volume en le multipliant par un coefficient k , qui exprime le rapport du volume réel et du volume calculé du ressaut. Ce coefficient a été déterminé en utilisant les données expérimentales.

$$V = \frac{1}{3} mkL_j h_1^2 (1 + Y + Y^2) \quad (3.23)$$

En tenant compte des relations (3.22) et (3.23) la relation (3.21) devient:

$$\frac{Q^2}{gmh_1^2} + \frac{mh_1^3 \cos \gamma}{3} + \frac{1}{3} kmL_j h_1^2 (1 + Y + Y^2) \sin \gamma = \frac{Q^2}{gmh_2^2} + \frac{mh_2^3 \cos \gamma}{3} \quad (3.24)$$

Le nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident pour une section triangulaire s'écrit alors comme suit:

$$F_1^2 = \frac{2Q^2}{gm^2 h_1^5} \quad (3.25)$$

Avec $m = \text{ctang}(\gamma)$ (pour $\gamma = 45^\circ$, $m=1$), g et \check{S} sont, respectivement, l'accélération de la pesanteur et l'angle d'inclinaison des parois latérale du canal par rapport a l'horizontal.

En incluant la relation (3.25) dans la relation (3.24) on obtient:

$$F_1^2 + \frac{2}{3} \cos \gamma + \frac{2}{3} k \left(Y^2 + Y + 1 \right) \sin \gamma = \frac{F_1^2}{Y^2} + \frac{2}{3} Y^3 \cos \gamma \quad (3.26)$$

L'équation (3.26) peut être exprimée telle que :

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \frac{(Y^2 + Y + 1)}{(Y + 1)} \left[\cos(\gamma) - \frac{k}{Y - 1} \sin(\gamma) \right] \quad (3.27)$$

La relation (3.27) exprime le nombre de Froude F_1 en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative $\lambda = Lj/h_1$ d'un ressaut hydraulique à pente positive, évoluant dans un canal de section droite triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° .

Le remplacement de $\lambda = 0$ dans la relation (3.27), donne la relation (3.28) de Hager et Wanoscheck (1987) concernant le ressaut hydraulique classique dans le canal triangulaire.

$$F_1^2 = \frac{2}{3} Y^2 \frac{(Y^2 + Y + 1)}{(Y + 1)} \quad (3.28)$$

Pour déterminer le coefficient k de l'équation (3.27), l'approche proposée sera analysée à l'aide des données expérimentales.

La relation (3.28) a permis aussi d'obtenir l'expression de la longueur relative du ressaut tel que:

$$\lambda = \frac{(Y^3 - 1)\cos(\gamma) - \frac{3F_1^2(Y^2 - 1)}{2Y^2}}{k(Y^2 + Y + 1)\sin(\gamma)} \quad (3.29)$$

III.3.1.2 Analyse expérimentale

III.3.1.2.1. Détermination du coefficient k

D'après la relation (3.27) l'expression du coefficient k est tel que:

$$k = \frac{(Y^3 - 1)\cos(\gamma) - \frac{3F_1^2(Y^2 - 1)}{2Y^2}}{\lambda(Y^2 + Y + 1)\sin(\gamma)} \quad (3.30)$$

Les données expérimentales ont permis aux auteurs de trouver une valeur constante du coefficient $k = 1.12$, ce dernier ne dépend pas de la pente du canal. Cette observation a été également vérifiée par Mc Corcodale et Mohammed (1994) ainsi par Pagliara et Peruginelli (2000) pour le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire en contre pente.

III.3.1.2.2. Relation explicite du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 et de l'angle d'inclinaison τ du canal

L'équation (3.27) apparaît sous une forme implicite et son application par conséquent se fait par itération.

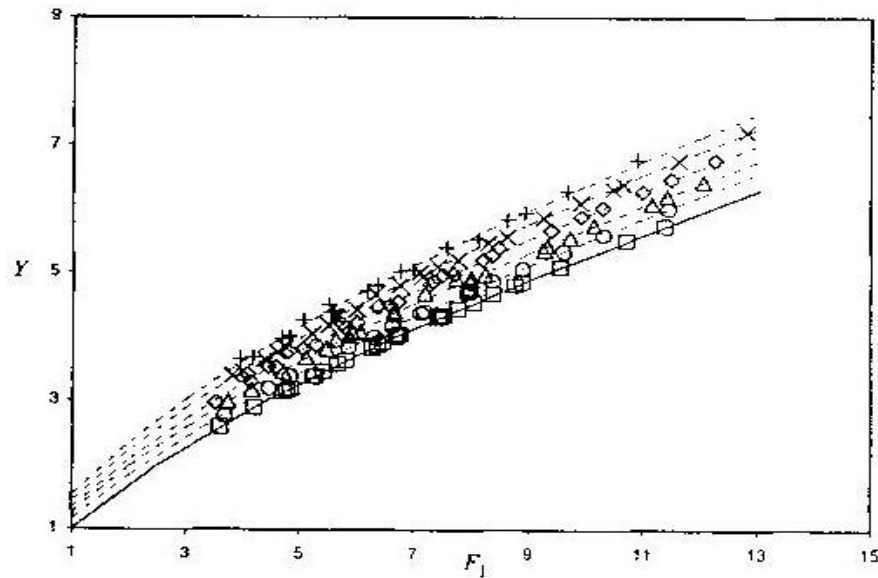


Figure. 3.12 : Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude semi théorique F_1 selon la relation (3.27), pour six valeurs de la tangente de l'angle d'inclinaison du canal, tels que: $\tan(\tau) = (\square)0.00$ (selon Debabeche et Achour (2007)), $(\circ) 0.01$, $(\Delta) 0.02$, $(\diamond) 0.03$, $(x) 0.04$ et $(*) 0.05$. (\emptyset) Courbe selon relation (3.28), $(---)$ courbe selon la relation (3.31).

Par ailleurs la figure 3.12 montre que pour F_1 donné la profondeur de l'écoulement h_2 augmente avec l'augmentation de la pente du canal $\tan(\tau)$. En utilisant les mesures expérimentales, l'analyse de la relation (3.27) mène à la relation suivante (3.31):

$$Y = (9,15 \tan \tau + 1,07) F_1^{(0,7-1,4 \tan \tau)} \quad (3.31)$$

Pour $0 < \tan(\tau) < 0,05$

$$3 < F_1 < 13$$

L'expression (3.31) est explicite d'où en déduit le rapport Y , sachant F_1 et $\tan(\tau)$.

III.3.1.2.3. Longueurs caractéristiques du ressaut

III.3.1.2.3.1. Variation de la longueur relative L_j/h_1 du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1

La longueur L_j a été considérée comme étant la distance séparant la section initiale du ressaut et la section finale. L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la

longueur relative L_j/h_1 dans la gamme de valeurs testées de la pente du canal. La représentation de la relation $L_j/h_1 = f(F_1)$, montre que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative L_j/h_1 du ressaut.

La figure 3.13 montre la variation de la longueur relative L_j/h_1 du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

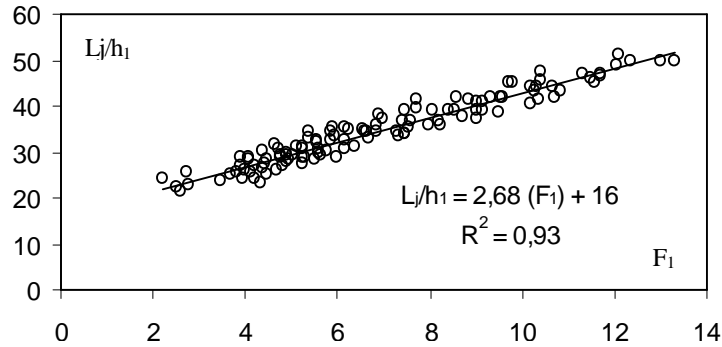


Figure.3.13 : Variation de la longueur relative L_j/h_1 du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, pour $0,5 < \tan(\alpha) < 0,05$.

Bien que le nuage de points soit assez dense, dû essentiellement à la difficulté de l'estimation de la longueur L_j , l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$L_j/h_1 = 2,68 F_1 + 16 \quad (3.32)$$

$$\text{Pour } 2 < F_1 < 14$$

III.3.1.2.3.2. Variation de la longueur relative L_r/h_1 du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude F_1

La longueur L_r est considérée comme étant la distance séparant la section initiale et la section finale du rouleau de surface. L'analyse de la relation $L_r/h_1 = f(F_1)$, a permis également aux auteurs de montrer, que l'inclinaison du canal n'a pas d'influence sur la hauteur relative du rouleau.

La figure (3.14) montre la variation de la longueur relative L_r/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

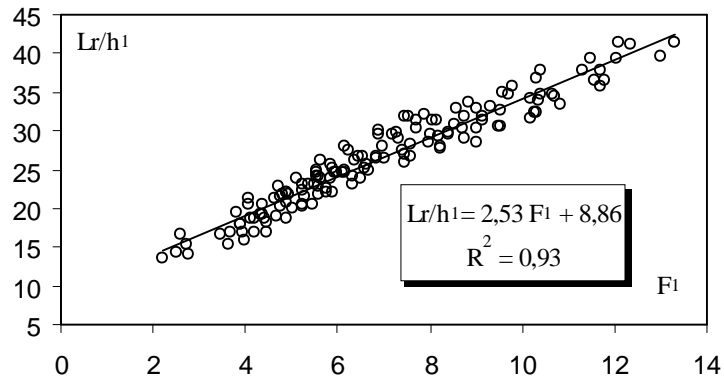


Figure.3.14 : Variation de la longueur relative Lr/h_1 du rouleau en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, pour $0 \leq \tan(\tau) \leq 0,05$.

La figure 3.14 montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident, engendre celle de la longueur relative du rouleau. Par ailleurs, l'ajustement des points expérimentaux a permis aux auteurs d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$Lr/h_1 = 2,53 F_1 + 8,86 \quad (3.33)$$

Pour $2 < F_1 < 14$

III.4. CONCLUSION

A travers ce troisième chapitre, nous avons examiné en premier lieu, les travaux de Hager et Wanoschek (1987) ; ces études ont concerné le ressaut triangulaire classique évoluant dans un canal de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de 90°.

Nous avons mis l'accent sur la démarche expérimentale assez particulière de Hager et Wanoschek (1987) qui extrapole les résultats issus d'un profil semi triangulaire à angle d'ouverture de 45° au canal triangulaire symétrique. L'étude (1987) montre que les rapports Y expérimentaux des hauteurs conjuguées du ressaut sont légèrement inférieurs à ceux calculés par l'équation de la quantité de mouvement. Cette différence est attribuée à l'effet des frottements sur les parois du canal et l'équation de la quantité de mouvement est alors modifiée en tenant compte de ceux-ci. L'effet des frottements est traduit par le paramètre adimensionnel $\Lambda = [\nu m h_1 / (2Q)]^{1/4}$, où ν est la viscosité cinématique du liquide, m la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontale, h_1 la hauteur initiale du ressaut et Q le débit volume.

Nous avons abordé en second lieu le travail de Achour et Debabeche (2003) qui a été consacré à l'étude expérimentale du ressaut, contrôlé par un seuil dénoyé à paroi mince, dans un canal de section droite triangulaire à angle d'ouverture de 90°. Le ressaut est contrôlé de telle sorte que sa longueur L_j soit approximativement égale à la longueur du bassin, délimité à l'amont par le pied du ressaut et à l'aval par le seuil. L'expérimentation a eu pour objectif de corrélérer les différents paramètres régissant le contrôle du ressaut. L'étude de Achour et Debabeche (2003) montre que ces paramètres sont en nombre de cinq, et pouvant former trois produits adimensionnels $S=s/h_1$, F_1 et X/h_1 ; S est la hauteur relative du seuil et X/h_1 sa position relative. L'analyse des résultats expérimentaux obtenus a pu mener à l'établissement de relations simples à l'emploi, liant les trois variables adimensionnelles ci-dessus citées, pour le type de seuil considéré.

Ce chapitre a été consacré en dernier lieu à l'étude de Debabeche et al (2009) et Cherhabil (2010), relative à l'analyse de l'influence de la pente positive sur le ressaut hydraulique en canal triangulaire symétrique. Une relation générale sous une forme implicite est obtenue liant le rapport des profondeurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude F_1 et de l'angle d'inclinaison du canal . L'expérimentation a eu pour objectif d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydraulique à savoir la longueur du ressaut et la longueur du rouleau de surface. Il a été montré que l'inclinaison du canal, n'a pas d'influence sur les relations $\lambda(F_1)$ et $\lambda_r(F_1)$. En outre, l'analyse statistique des mesures expérimentales a montré que les deux relations suivent une loi de type linéaire.

V.1 INTRODUCTION

L'étude du ressaut hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdal symétrique à un angle d'ouverture de $72,68^\circ$ à pente positive, a nécessité l'utilisation d'un protocole expérimental, afin d'estimer d'une part le coefficient de correction k évoqué dans l'étude théorique, et d'autre part de trouver des relations empiriques liant les caractéristiques que l'on ne peut évaluer théoriquement.

Dans ce présent chapitre nous allons aborder d'abord la description des essais effectués pour cette étude. Nous décrirons en premier lieu le protocole expérimental, constitué du canal trapézoïdal, des appareils et instruments utilisés pour la mesure des caractéristiques du ressaut hydraulique. En second lieu, nous passerons à la procédure expérimentale suivie durant les essais. Nous exposerons enfin les résultats obtenus.

V.2. DESCRIPTION DU MODELE

V.2.1. Description du canal

Le canal de mesures (figures 5.1 et photo 5.1) qui nous a servi de banc d'essai est de section trapézoïdale, il est constitué essentiellement par une structure métallique rigide, sur laquelle est fixé latéralement, des deux cotés une série de 6 panneaux transparents en plexiglas permettant les prises de vue et observations. Ces panneaux sont reliés entre eux par collage au silicone. L'étanchéité est assurée par des joints en caoutchouc et par le silicone. Un vérin manuel est utilisé pour varier la pente du canal (photo 5.5).

Le banc d'essais est constitué d'un grand canal rectangulaire dans lequel est inséré un canal de mesure de section trapézoïdale, caractérisé par une largeur de base 20cm, de longueur 6m et un angle d'inclinaison des parois latérales de $72,68^\circ$; relié à un bassin d'accumulation par le moyen d'une conduite circulaire de 115 mm de diamètre. Celle-ci est reliée à une boîte métallique fermée (photo 5.2), sur laquelle est insérée une ouverture en tôle de section trapézoïdale (photo 5.3) débouchant dans le canal. Le rôle de ce dernier est de générer un écoulement incident à grande vitesse. La section de sortie de celle-ci est variable et sa hauteur correspondra à la hauteur initiale h_1 du ressaut. L'ensemble fonctionne en circuit fermé dans lequel est insérée une pompe axiale (photo 5.4) débitant jusqu'à 44 l/s.

Le réglage des débits volumes s'effectue par manipulation de la vanne et sont mesurés à l'aide d'un débitmètre à affichage numérique (photo 5.7 et 5.8).

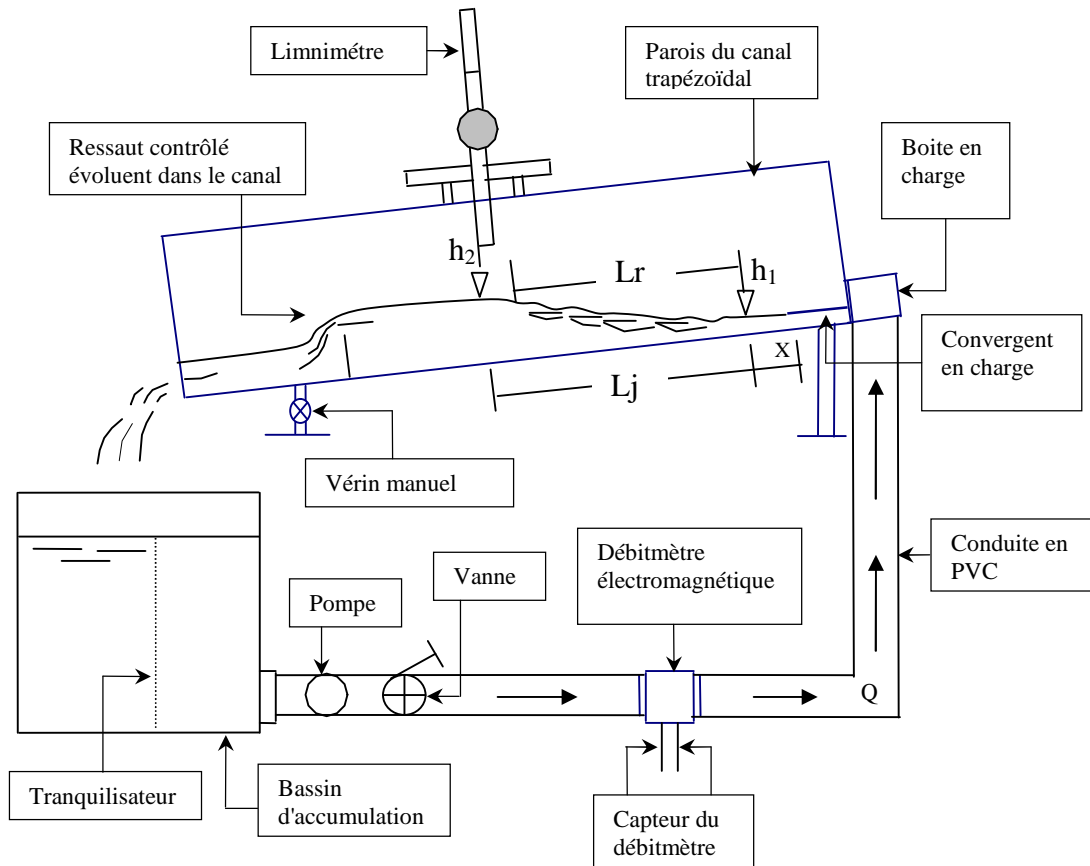


Figure 5.1 : Schéma simplifié du canal de mesure de section trapézoïdale, ayant servi à l'expérimentation.



Photo 5.1 : Photographie du canal de mesure utilisé.



Photo 5.2 : Photographie de la boîte en charge.



Photo 5.3 : Photographie d'une série de convergent



Photo 5.4 : Photographie d'une Pompe centrifuge.



Photo 5.5 : Photographie d'un vérin manuel.

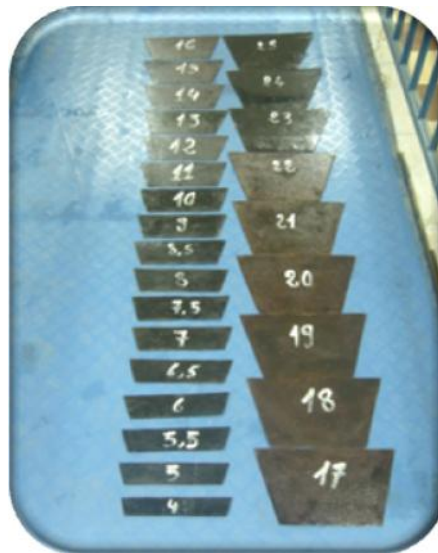


Photo 5.6 : Photographie de la série de seuil.

V.2.2. Appareillages de mesure

V.2.2.1. Débitmètre électromagnétique

Le débitmètre électromagnétique est un dispositif destiné à la mesure des débits. il est composé d'un capteur de mesures (photo 5.7) placé au travers de l'écoulement, raccorder par un câble électrique à un convertisseur de mesures à affichage digital (photo 5.8.a,b). Selon le diamètre de la conduite, cet appareil admet un débit minimal et un débit maximal. Pour notre cas le capteur de mesures présente un diamètre nominal $D=115\text{mm}$, pour cela le débit volume peut atteindre jusqu'à 30 l/s.

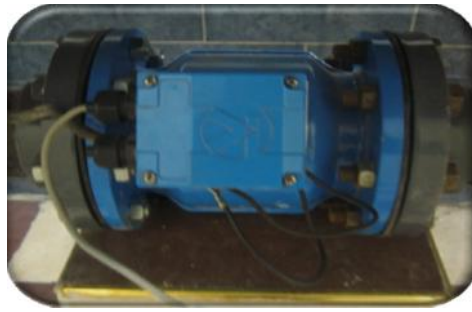
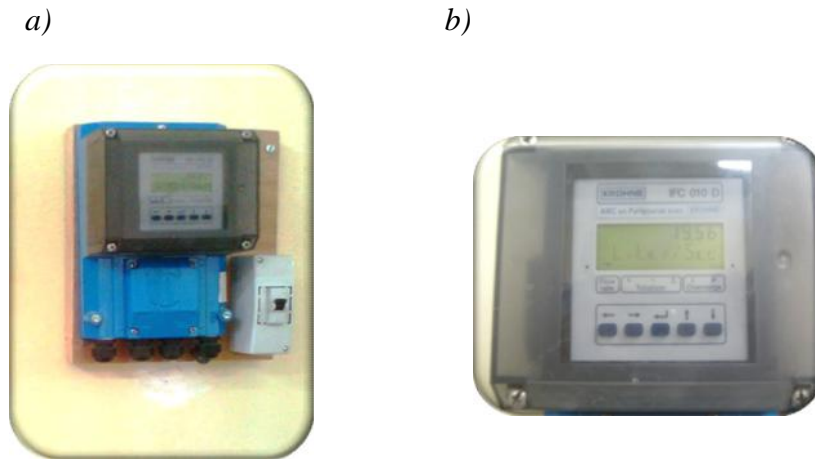


Photo 5.7 : photographie du capteur de mesure du débitmètre électromagnétique



*Photo 5.8 : a) Photographie du convertisseur du débitmètre électromagnétique
b) Photographie de l'écran d'affichage des débits*

Le principe de fonctionnement de cet appareil est fondé sur la loi d'induction de Faraday. Le liquide qui traverse le débitmètre constitue un élément conducteur qui génère une tension induite par le champ magnétique créé par les bobines d'induction de cet appareil électromagnétique (figure 5.2). Cette tension est linéairement proportionnelle à la vitesse de passage du liquide.

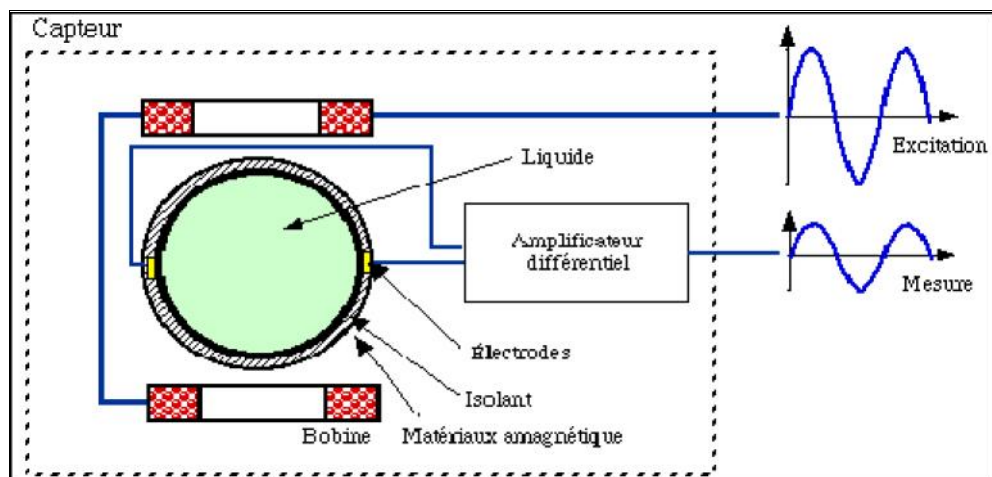


Figure 5.2: Schéma électrique du capteur du débitmètre électromagnétique

L'induction magnétique, est produite par deux bobines placées de part et d'autre de la conduite de mesure. La conduite est en matériaux amagnétique et est revêtue sur sa surface intérieure d'une couche isolant. Deux électrodes de mesure sont placées aux extrémités du diamètre perpendiculaire au champ. Les bobines sont alimentées par une tension alternative afin d'éviter une polarisation des électrodes.

V.2.2.2. limnimètre

A l'exception de la hauteur initiale du ressaut, dont la valeur est assimilée à la hauteur due à la section de la sorte du convergent en charge, les profondeurs d'eau dans le canal de mesure ont été évaluées par un limnimètre (figure 5.3).

La lecture sur le limnimètre s'effectue en deux étapes : on procède d'abord à la lecture de la graduation sur la règle, située immédiatement en haut du zéro du vernier, puis on effectue la lecture du nombre de cinquantième en face de la division qui coïncide ou qui est la plus rapprochée d'une division de la règle.

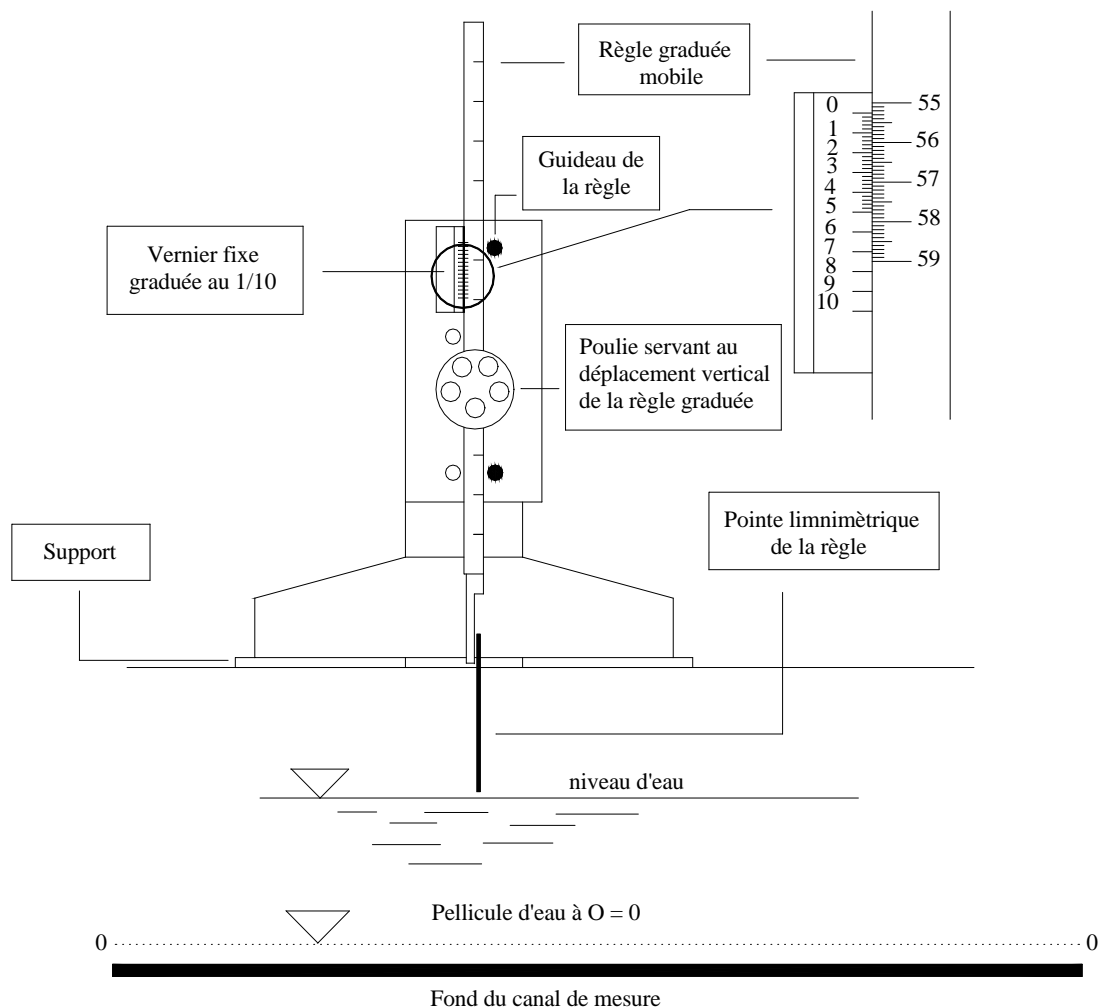


Figure 5.3 : Mesure de la profondeur d'eau par pointe limnimétrique.

V.3. DESCRIPTION DES ESSAIS

V.3.1. Procédure expérimentale

L'étude expérimentale s'est intéressée au ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince dans un canal trapézoïdal à pente positive. Les caractéristiques étudiées sont: le débit volume Q , la hauteur initiale h_1 , mesurée au pied de ressaut, la hauteur finale h_2 , mesurée au droit de la longueur du rouleau, la hauteur s du seuil, l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale, la longueur L_r du rouleau, mesurée à la fin de la formation du ressaut et la longueur L_j du ressaut, mesurée dans le même endroit de la hauteur finale h_2 .

Celles-ci sont formulées sous forme adimensionnelle pour composer les rapports suivants : le nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, le rapport $Y = h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées du ressaut, la hauteur relative $S = s/h_1$ du seuil, la longueur relative $j = L_j/h_1$ du ressaut, et le coefficient de forme du canal $M = mh_1/b$.

L'expérimentation a été menée sous cinq hauteurs initiales : h_1 (mm) = 20 ; 30 ; 40 ; 50 et 60mm. Pour chaque hauteur h_1 choisie, on donne au canal cinq positions d'inclinaison d'angle α correspondant chacune à une valeur bien déterminée de la pente positive, de sorte que la tangente de l'angle d'inclinaison α par rapport à l'horizontale, prend les valeurs suivantes (en %) : 0 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 et 2. Une gamme assez pratique de nombres de Froude incident a été ainsi obtenue: $1 < F_1 < 14$.

Des seuils de différentes hauteurs 's' ont été testés (photo 5.6), afin d'observer leur influence sur le contrôle du ressaut ; vingt-sept seuils ont ainsi été confectionnés, dont la hauteur s varie entre 3 cm et 26 cm.

Pour une hauteur h_1 et pour une hauteur s et une position x du seuil de l'écoulement incident, l'augmentation du débit volume Q , provoque l'apparition d'un ressaut. Le couple de valeur (Q, h_1) permet en outre le calcul du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident. L'accroissement de F_1 entraîne à la fois le déplacement du ressaut vers l'aval ainsi l'augmentation de sa longueur du rouleau L_r et du ressaut L_j . La distance Δx sur laquelle le ressaut s'étend augmente également et pour ramener le pied de celui-ci dans sa position initiale, c'est à dire à environ 5 cm de la sortie du convergent, la hauteur s du seuil situé à l'extrémité aval du canal doit être augmenté. Ainsi à chaque valeur du nombre de Froude F_1 correspondent une valeur de la longueur L_j du ressaut et une valeur de la hauteur s du seuil.

Les photos 5.9 et 5.10 illustrent deux configurations typiques de ressaut contrôlé par seuil mince en canal trapézoïdale symétrique, respectivement à pente nulle et incliné d'un

angle α par rapport à l'horizontal, pour la même hauteur initiale $h_1 = 30\text{mm}$ et à débit volume croissant.

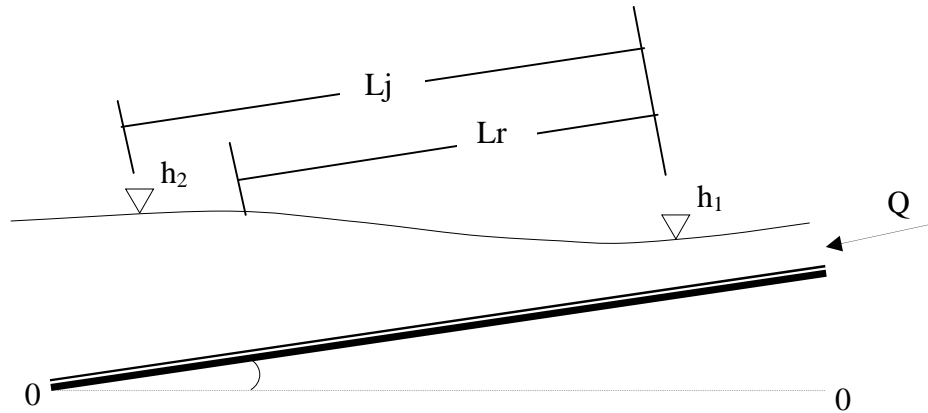


Figure 5.4 : Schéma simplifier d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal à pente positive.



Photo 5.9 : Photographie d'un ressaut hydraulique contrôlé à pente nulle
 $F_1 = 6,63$; $s = 7$ cm; $L_j = 110$ cm; $h_2 = 13,7$ cm ; $\tan(\alpha) = 0$



Photo 5.10 : Photographie d'un ressaut hydraulique contrôlé à pente positive
 $F_1 = 8,96$; $s = 17$ cm; $L_j = 164$ cm; $h_2 = 20,8$ cm ; $\tan(\alpha) = 0,01$

Pour obtenir les résultats expérimentaux, nous avons suivis les étapes suivantes :

1. Mesure de l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontal ;
2. Mesure de la longueur L_r du rouleau ;
3. Mesure de la longueur L_j du ressaut ;

4. Mesure de la hauteur géométrique s du seuil ;
5. Mesure de la hauteur conjuguée aval h_2 du ressaut ;
6. Mesure du débit volume ;
7. Calcule du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, par application de la

$$\text{relation : } F_1 = \sqrt{\frac{Q^2 [b(1+2M)]}{g [bh_1(1+M)]^3}};$$

V.4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

V.4.1. Variation de la hauteur relative du seuil s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1

Les figures (5.5) à (5.9) montrent la variation de la hauteur relative s/h_1 du seuil en fonction du nombre de Froude F_1 , pour cinq angles d'inclinaison distincts, tels que : $\tan(\alpha) = 0.00, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02$.

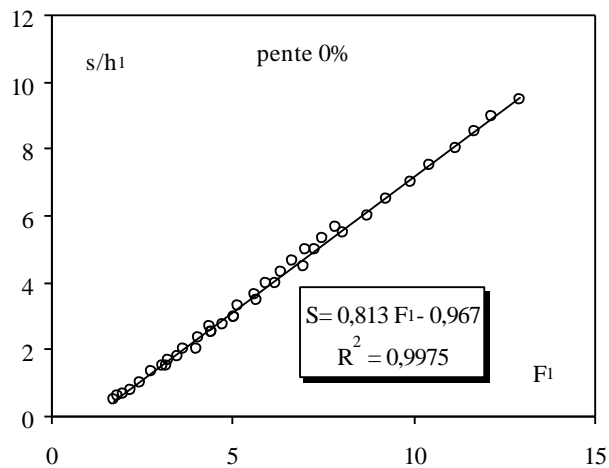


Figure 5.5 : Variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 , pour $\tan(\alpha) = 0$. () points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

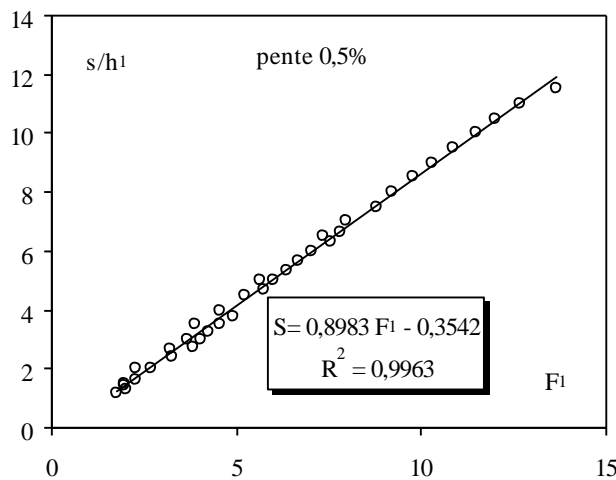


Figure 5.6 : Variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 , pour $\tan(\alpha) = 0,005$. () points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

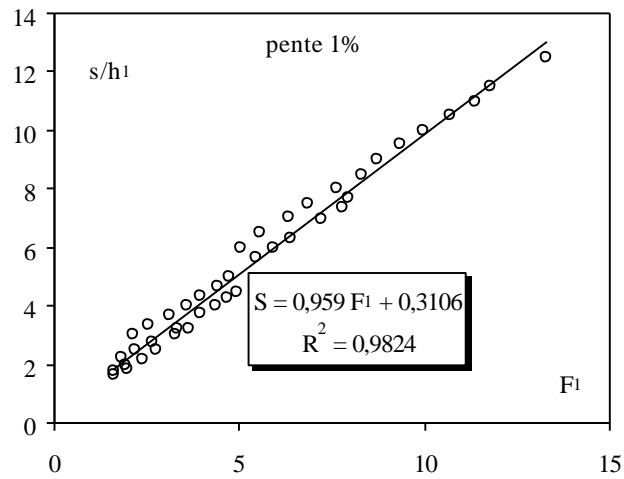


Figure 5.7 : Variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 , pour $\tan(\alpha) = 0,01$. () points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

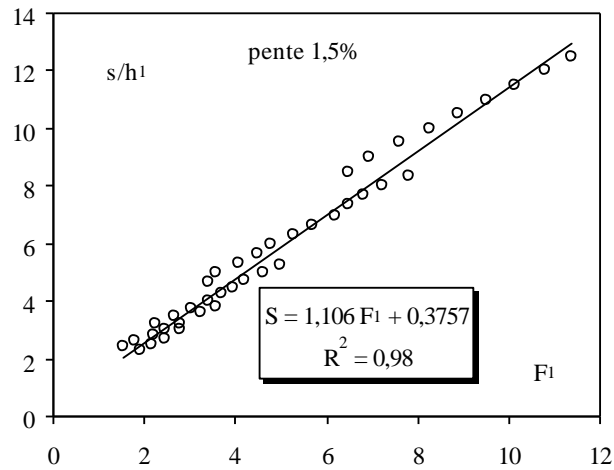


Figure 5.8 : Variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 , pour $\tan(\alpha) = 0,015$. () points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

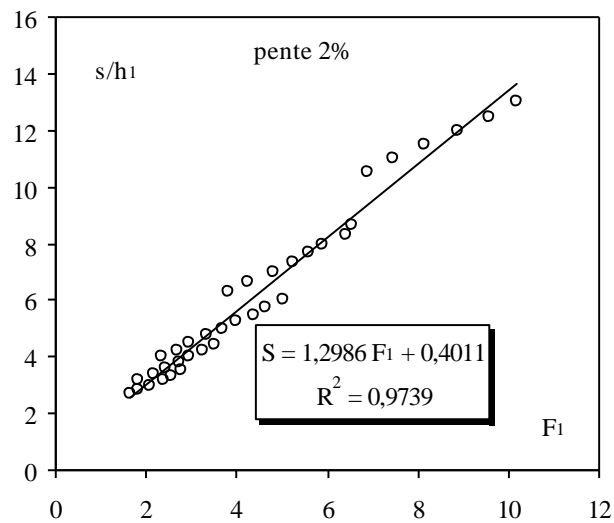


Figure 5.9 : Variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 , pour $\tan(\alpha) = 0,02$. () points expérimentaux ; (—) Courbes d'ajustement.

Les données ayant servi au traçage des figures 5.5 à 5.9 sont groupées au tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Mesures expérimentales ayant servi au traçage des courbes de S en fonction de F_1

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
F_1	S	F_1	S	F_1	S	F_1	S	F_1	S
1,74	0,5	1,74	1,17	1,6	1,8	1,52	2,4	1,66	2,67
1,84	0,6	1,96	1,5	1,63	1,67	1,8	2,6	1,82	3,2
1,95	0,67	1,98	1,4	1,81	2,25	1,92	2,33	1,83	2,83
2,2	0,8	2,02	1,33	1,93	2	2,16	2,5	2,06	3
2,43	1	2,26	1,6	1,97	1,83	2,2	2,8	2,16	3,4
2,74	1,33	2,28	2	2,14	3	2,23	3,25	2,34	4
3,05	1,5	2,71	2	2,15	2,5	2,46	3	2,38	3,17
3,15	1,5	3,21	2,67	2,4	2,17	2,47	2,67	2,41	3,6
3,23	1,7	3,24	2,4	2,56	3,33	2,67	3,5	2,57	3,33
3,47	1,8	3,67	3	2,66	2,75	2,77	3	2,69	4,25
3,61	2	3,81	2,75	2,76	2,5	2,79	3,2	2,72	3,8
3,98	2	3,87	3,5	3,12	3,67	3,02	3,75	2,76	3,5
4,03	2,33	4,02	3	3,29	3	3,24	3,6	2,94	4,5
4,39	2,67	4,25	3,25	3,3	3,25	3,39	4,67	2,96	4
4,39	2,5	4,54	4	3,59	4	3,4	4	3,24	4,2
4,43	2,5	4,57	3,5	3,61	3,2	3,55	5	3,34	4,75
4,74	2,75	4,91	3,75	3,96	4,33	3,56	3,8	3,51	4,4
5,02	3	5,25	4,5	3,96	3,75	3,69	4,25	3,69	5
5,04	3	5,66	5	4,37	4	3,96	4,5	3,81	6,33
5,15	3,33	5,75	4,67	4,43	4,67	4,06	5,33	3,98	5,25
5,59	3,67	6,02	5	4,7	4,25	4,21	4,75	4,27	6,67
5,68	3,5	6,39	5,33	4,73	5	4,5	5,67	4,38	5,5
5,94	4	6,65	5,67	4,91	4,5	4,62	5	4,62	5,75
6,17	4	7,01	6	5,06	6	4,78	6	4,81	7
6,32	4,33	7,33	6,5	5,47	5,67	4,99	5,25	5,01	6
6,65	4,67	7,55	6,33	5,58	6,5	5,29	6,33	5,26	7,33
6,94	4,5	7,84	6,67	5,89	6	5,69	6,67	5,59	7,67
7,02	5	7,96	7	6,35	7	6,18	7	5,9	8
7,28	5	8,78	7,5	6,37	6,33	6,47	8,5	6,4	8,33
7,48	5,33	9,22	8	6,85	7,5	6,49	7,33	6,54	8,67
7,85	5,67	9,79	8,5	7,23	7	6,81	7,67	6,87	10,5
8,07	5,5	10,28	9	7,61	8	6,94	9	7,44	11
8,73	6	10,85	9,5	7,77	7,33	7,23	8	8,16	11,5
9,23	6,5	11,49	10	7,95	7,67	7,62	9,5	8,87	12
9,93	7	11,98	10,5	8,3	8,5	7,79	8,33	9,59	12,5
10,46	7,5	12,69	11	8,72	9	8,26	10	10,19	13
11,13	8	13,64	11,5	9,35	9,5	8,91	10,5		
11,67	8,5			9,95	10	9,51	11		
12,17	9			10,69	10,5	10,11	11,5		
12,93	9,5			11,35	11	10,81	12		
				11,79	11,5	11,39	12,5		
				13,27	12,5				

Selon les figures 5.5 à 5.9, l'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport s/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident suit une loi de type linéaire de la forme $s/h_1 = a (F_1) + b$.

Le tableau 5.2 représente les paramètres a et b pour les cinq valeurs de pente considérées.

Tableau 5.2 : Valeurs des paramètres a et b

tang ()	a	b
0,000	0,81	-0,97
0,005	0,89	-0,35
0,010	0,96	-
0,015	1,11	0,38
0,020	1,30	0,40

Le tableau 5.2 montre clairement que les paramètres a et b sont fonction de la pente du canal et augmente progressivement avec l'augmentation de tang (α).

Les figures 5.10 et 5.11 montre l'ajustement statistique des couples de valeurs (a , tang ()) et (b , tang ()) par la méthode des moindre carrés.

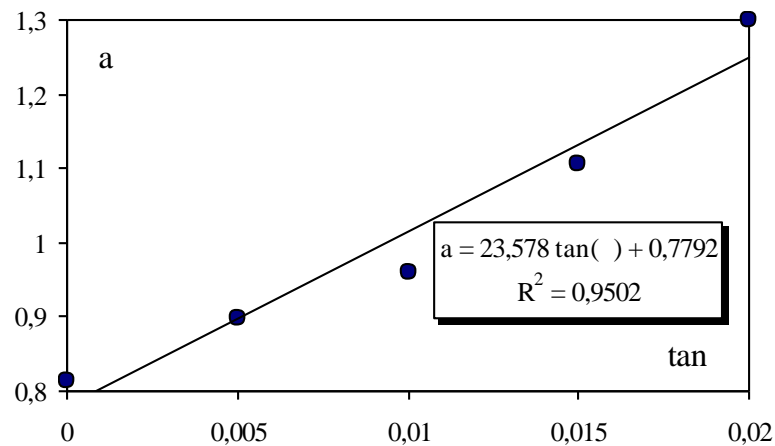


Figure 5.10 : Variation du paramètre 'a' en fonction de tang(α).

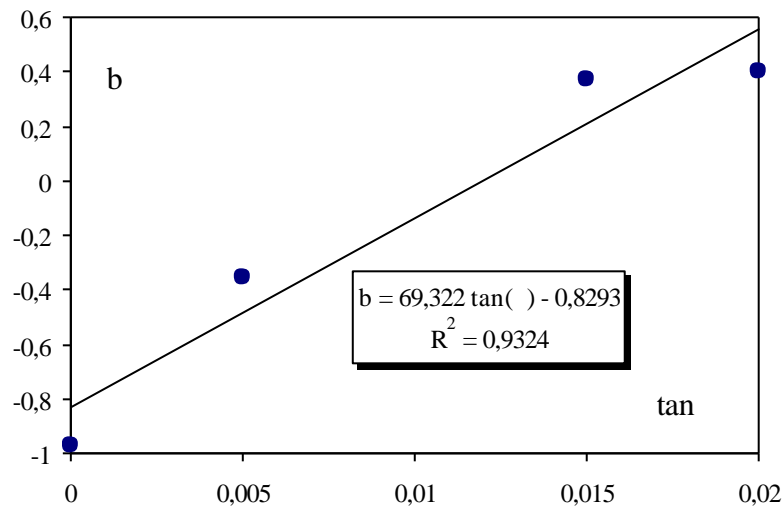


Figure 5.11 : Variation du paramètre 'b' en fonction de $\tan(\alpha)$.

Les figures 5.10 et 5.11 montrent clairement que la variation de a et de b en fonction de la pente ($\tan(\alpha)$) du canal suit une loi linéaire pour les deux paramètres, selon les relations suivantes:

$$a = 23,578 \tan(\alpha) + 0,7792 ; \quad R^2 = 0,9502 \quad (5.1)$$

$$b = 69,322 \tan(\alpha) - 0,8293 ; \quad R^2 = 0,9324 \quad (5.2)$$

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives dans la relation $s/h_1 = a(F_1) + b$ on obtient la relation générale suivante :

$$s/h_1 = (23,578 \tan(\alpha) + 0,7792) F_1 + 69,322 \tan(\alpha) - 0,8293 \quad (5.3)$$

$$\text{avec } 1,52 < F_1 < 13,64 ; \quad 0 \leq \tan(\alpha) \leq 0,02$$

La figure 5.12 confirme que la relation (5.3) représente un assez bon ajustement pour la détermination de la hauteur relative s/h_1 du seuil, connaissant le nombre de Froude incident F_1 , et l'inclinaison (α) du canal.

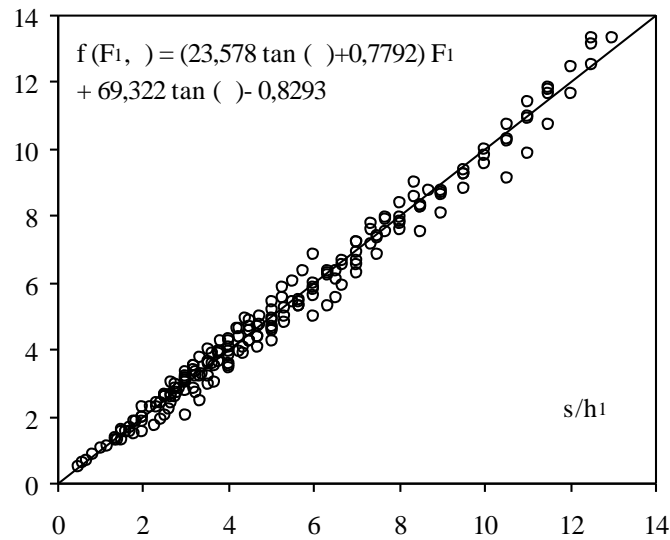


Figure 5.12 : Variation de la relation $f(F_1, \gamma)$ en fonction de la hauteur relative s/h_1 du seuil. (o) Points expérimentaux. (Ø) Première bissectrice d'équation : $f(F_1, \gamma) = s/h_1$.

La figure 5.12 montre que les points issus de l'équation (5.3) se répartissent de manière quasi uniforme autour de la première bissectrice.

V.4.2. Longueurs caractéristiques du ressaut

V.4.2.1. Variation de la longueur relative L_j/h_1 du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1

La longueur L_j a été considérée comme étant la distance séparant la section initiale du ressaut et la section finale (où s'effectue la mesure de h_2). L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative L_j/h_1 dans la gamme de valeurs testées de la pente du canal.

La figure 5.13 montre la variation de la longueur relative L_j/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

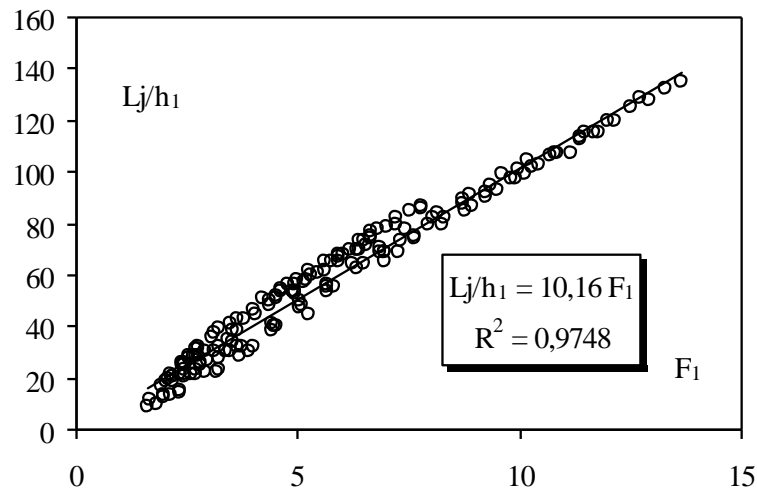


Figure 5.13 : Variation de la longueur relative L_j/h_1 du ressaut en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, pour $0,5 < \text{tang}(\alpha) < 0,02$.

Bien que le nuage de points soit assez dense, dû essentiellement à la difficulté de l'estimation de la longueur L_j , l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir à une relation linéaire d'équation :

$$L_j/h_1 = 10,16 F_1 ; \quad R^2 = 0,9748 \quad (5.4)$$

Pour $1,6 < F_1 < 13,64$

Tableau 5.3 : Mesures expérimentales ayant servi au traçage de la figure 5.13

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
F_1	L_j/h_1	F_1	L_j/h_1	F_1	L_j/h_1	F_1	L_j/h_1	F_1	L_j/h_1
2,2	20,6	1,96	12,5	1,6	9	1,8	9,75	1,66	11,67
2,56	28	2,02	18,33	1,97	13,3	2,16	20,5	1,92	16,67
2,67	29	3,24	23	2,15	21,7	2,33	14	2,06	20
2,74	28,8	2,33	21,5	2,4	25,7	2,46	21,6	2,11	13,5
3,05	36	2,46	20,2	2,69	28,3	2,47	26	2,16	19
3,13	37,6	2,71	31	2,92	22	2,58	21,67	2,34	14,75
3,15	22	2,71	22,8	3,12	30	2,77	31,67	2,38	25
3,23	39,2	2,78	25	3,61	38	2,79	26	2,41	24,8
3,23	32,5	3,24	27,8	3,76	32	3,39	30	2,42	23,33
3,41	35	3,48	30,4	4,42	41,5	3,56	34	2,57	28,33
3,47	41	3,87	30	4,91	53,3	3,69	28,5	2,69	21,5
3,61	43	4,51	51,67	5,06	50	4,21	50,75	2,76	32,5
3,98	32	4,54	40,5	5,21	57,7	4,48	40	2,92	30
4,03	45	4,91	52,5	5,47	61	4,5	51	2,94	26,75
4,39	48,3	4,91	56,67	5,89	65	4,62	54,25	3,51	38
4,43	38	5,25	45	6,35	63	4,78	56	3,64	32,5
4,87	53,3	5,66	54	6,37	70	4,99	58,5	3,81	43,33
5,02	47,5	5,75	65	6,63	75	5,09	48	3,98	46,5
5,15	57,3	6,02	68,33	6,85	71	5,29	60	4,38	50
5,59	61,7	6,39	73,33	7,23	80	5,82	55,5	4,62	54
5,68	55	6,65	76,67	7,61	75	6,18	69,33	5,26	61,67

Tableau 5.4 (suite et fin) : Mesures expérimentales ayant servi au traçage de la figure 5.13

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
F ₁	Lj/h ₁	F ₁	Lj/h ₁	F ₁	Lj/h ₁	F ₁	Lj/h ₁	F ₁	Lj/h ₁
5,94	66,7	6,96	68,5	7,77	85,7	6,47	64	5,59	65
6,32	70	7,33	73,5	8,3	82	6,49	73,33	5,67	56,5
6,65	74,3	7,55	85	8,72	89,5	6,81	77,67	5,9	68,33
6,94	65	7,96	80	9,35	94,5	6,94	69	6,24	64
7,02	78,3	8,78	85	9,95	101	7,23	82,67	6,54	71,67
7,28	69	9,22	90,5	10,69	106	7,62	74	6,87	68,5
8,07	82,5	9,79	97	11,35	113	7,79	86,67	7,44	77,5
8,73	87,5	10,28	102	11,79	115	8,26	80	8,16	84
9,23	92	10,85	107,5	12,5	125	8,91	87	8,87	91
9,93	97	11,49	115	13,27	133	9,51	93	9,59	99
10,46	103	11,98	120			10,11	99	10,19	105
11,13	107	12,69	129			10,81	107,5		
11,67	115	13,64	135			11,39	113,5		
12,17	120								
12,93	128								

V.4.2.2. Variation de la longueur relative L_r/h_1 du rouleau de surface en fonction du nombre de Froude F_1

La longueur L_r est considérée comme étant la distance séparant la section initiale et la section finale du rouleau de surface.

La figure 5.14 montre la variation de la longueur relative L_r/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

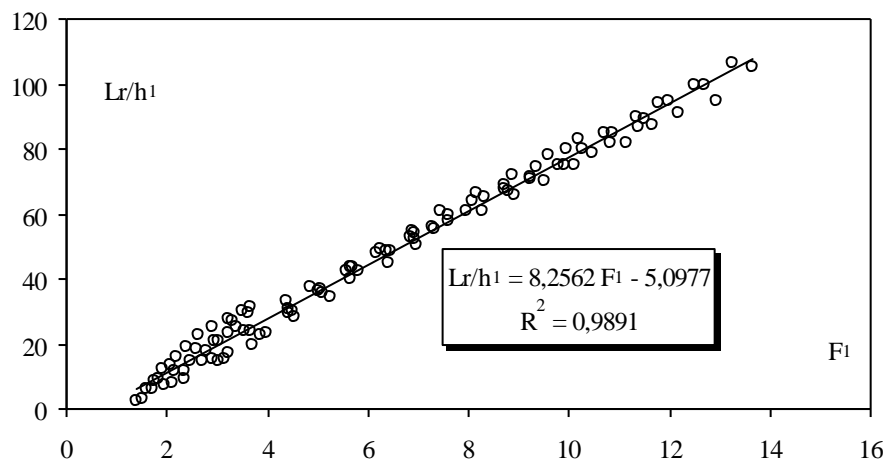


Figure 5.14 : Variation de la longueur relative L_r/h_1 du rouleau en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, pour $0 \leq \text{tang}(\alpha) \leq 0,02$.

La figure 5.14 montre que l'augmentation du nombre de Froude de l'écoulement incident, engendre celle de la longueur relative du rouleau. Par ailleurs, l'ajustement des points expérimentaux a permis d'aboutir également à une relation linéaire d'équation :

$$Lr/h_1 = 8,2562F_1 - 5,0977 \quad (5.5)$$

Pour $1,37 < F_1 < 13,64$

Tableau 5.5 : Mesures expérimentales ayant servi au traçage de la figure 5.14

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
F ₁	Lr/h ₁	F ₁	Lr/h ₁	F ₁	Lr/h ₁	F ₁	Lr/h ₁	F ₁	Lr/h ₁
1,95	7,67	1,37	2,33	1,52	3,33	2,33	9	1,83	9,5
2,2	16	1,7	6	1,6	6	2,46	14,8	1,92	12,3
3,15	15,5	1,74	8,33	2,4	18,8	2,58	18,33	2,06	13,3
3,98	23,5	3,24	17	2,92	15,5	2,64	22,5	2,11	8
4,43	29,5	3,24	23,2	3,29	27,2	2,79	18	2,16	12
5,02	36,5	3,67	31,7	3,61	29,6	3,02	20,8	2,34	12
5,68	44	3,87	23	4,42	30,5	3,03	15	2,71	15
6,17	48	4,54	28	5,06	37	3,39	25	2,92	25
6,94	52,5	5,25	34,5	5,58	42,5	3,56	24	2,94	21
7,28	56	5,66	40	6,35	48,5	3,69	20	3,24	28
8,07	64	6,39	45	6,85	53	4,48	30	3,51	30
8,73	67,5	6,96	50,5	7,61	59,5	5,09	36	3,64	24
9,23	70,5	7,33	55,5	8,3	65	5,82	42,5	4,37	33,5
9,93	75	7,96	61	8,72	69	6,47	48,5	4,87	37,5
10,46	79	8,78	67	9,35	74,5	6,94	54	5,67	43,5
11,13	82	9,22	71,5	9,95	80	7,62	58	6,24	49
11,67	87,5	9,79	75	10,69	85	8,26	61	6,87	55
12,17	91	10,28	80	11,35	90	8,91	66	7,44	61
12,93	95	10,85	85	11,79	94	9,51	70	8,16	66,5
		11,49	89	12,27	100	10,11	75	8,87	72
		11,98	95	13,3	107	10,81	82	9,59	78
		12,69	100			11,39	87	10,19	83
		13,64	105						

V.4.3. Rendement du ressaut hydraulique

Le rendement du ressaut est défini par le rapport de la perte de charge H qu'il occasionne à la charge totale dans sa section initiale :

$$= H/H_1 \quad (5.6)$$

avec : $H = H_1 - H_2$

H_1 et H_2 désignent respectivement, la charge totale dans les sections initiale et finale du ressaut. Celles-ci sont définies par les relations :

$$H_1 = h_1 \cos + \frac{V_1^2}{2g} \quad (5.7)$$

$$H_2 = h_2 \cos + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.8)$$

En tenant compte de l'équation de continuité ($Q=V.A$), ces deux dernières relations s'écrivent :

$$H_1 = h_1 \cos \gamma + \frac{Q^2}{2gA_1^2} \quad (5.9)$$

$$H_2 = h_2 \cos \gamma + \frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad (5.10)$$

Avec $A_1 = bh_1 + mh_1^2$ et $A_2 = bh_2 + mh_2^2$

Le nombre de Froude de l'écoulement incident dans un canal de section droite trapézoïdal est défini par la relation :

$$F_1^2 = \frac{Q^2(1+2M)}{gb^2h_1^3(1+M)^3} \quad (5.11)$$

En tenant compte des relations précédentes, le rendement du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive, s'écrit comme suit :

$$Y = 1 - \frac{F_1^2(1+M)^3}{2Y^2(1+2M)(1+YM)^2 \cos \gamma} \quad (5.12)$$

$$1 + \frac{F_1^2(1+M)}{2(1+2M) \cos \gamma}$$

$Y = h_2/h_1$ étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.

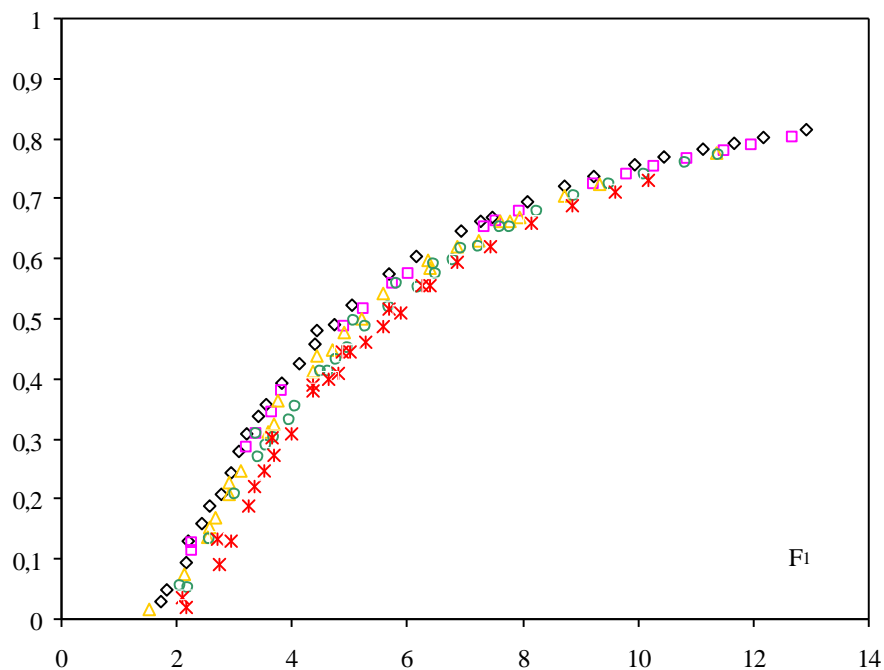


Figure 5.15 : Variation du rendement en fonction du nombre de Froude F_1 .
() $\tan = 0,00$; () $\tan = 0,005$; () $\tan = 0,01$; () $\tan = 0,015$; (*) $\tan = 0,02$.

La figure 5.15 montre la variation du rendement en fonction du nombre de Froude, pour différentes inclinaisons du canal.

On remarque que pour le même nombre de Froude F_1 , le rendement augmente lorsque la pente diminue.

On peut donc conclure que l'inclinaison positive du canal n'avantage pas la dissipation d'énergie.

Tableau 5.6 : Mesures expérimentales ayant servi au traçage de la figure 5.15.

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
F_1	η	F_1	η	F_1	η	F_1	η	F_1	η
1,74	0,0296	2,26	0,1146	1,52	0,0148	2,08	0,0558	2,11	0,0364
1,84	0,0496	2,28	0,1267	2,14	0,0753	2,2	0,0533	2,16	0,0196
2,17	0,0952	3,21	0,2862	2,53	0,1363	2,58	0,134	2,71	0,1317
2,2	0,1293	3,39	0,3098	2,56	0,154	3,02	0,2085	2,72	0,0902
2,43	0,1578	3,67	0,3427	2,66	0,1695	3,39	0,3082	2,96	0,1292
2,56	0,1867	3,81	0,38	2,9	0,2076	3,4	0,2683	3,24	0,1871
2,77	0,2085	4,91	0,4855	2,92	0,2283	3,55	0,2875	3,34	0,2224
2,93	0,2429	5,25	0,5169	3,12	0,248	3,69	0,3006	3,51	0,2453
3,07	0,2779	5,75	0,5569	3,59	0,3127	3,96	0,3309	3,64	0,3011
3,23	0,3085	6,02	0,5739	3,69	0,3233	4,06	0,3529	3,69	0,2739
3,41	0,3361	7,33	0,6515	3,76	0,3634	4,5	0,4133	3,98	0,309
3,54	0,3562	7,55	0,6628	4,37	0,4136	4,62	0,4137	4,37	0,3884
3,83	0,3935	7,96	0,6792	4,42	0,4397	4,78	0,432	4,38	0,3788
4,14	0,4259	9,22	0,7237	4,7	0,4492	4,99	0,4516	4,62	0,3988
4,39	0,4588	9,79	0,7398	4,91	0,4758	5,09	0,4981	4,81	0,4104
4,43	0,4791	10,28	0,753	5,21	0,501	5,29	0,4864	4,87	0,4463
4,74	0,4909	10,85	0,7666	5,58	0,5429	5,69	0,5206	5,01	0,4444
5,04	0,522	11,49	0,78	6,35	0,5964	5,82	0,5586	5,26	0,4594
5,68	0,574	11,98	0,7898	6,37	0,5832	6,18	0,5518	5,59	0,4875
6,17	0,6051	12,69	0,8023	6,85	0,6217	6,47	0,5921	5,67	0,5163
6,94	0,6467			7,23	0,6305	6,49	0,5749	5,9	0,5111
7,28	0,6611			7,61	0,662	6,81	0,5959	6,24	0,5552
7,48	0,6958			7,77	0,6627	6,94	0,6177	6,4	0,5544
8,07	0,7222			7,95	0,6679	7,23	0,6207	6,87	0,5956
8,73	0,7368			8,72	0,7052	7,62	0,6527	7,44	0,6213
9,23	0,7563			9,35	0,7254	7,79	0,6514	8,16	0,6576
9,93	0,768			11,35	0,7755	8,26	0,68	8,87	0,6873
10,46	0,7835					8,91	0,7046	9,59	0,712
11,13	0,7931					9,51	0,7236	10,19	0,7307
11,67	0,8019					10,11	0,7401		
12,17	0,8152					10,81	0,76		
12,93	0,6685					11,39	0,7724		

V.4.4. Profil de surface généralisé du ressaut

L'expérimentation nous a permis de définir le profil de la surface libre du ressaut depuis son origine jusqu'à sa section finale dans un canal trapézoïdale inclinée à pente positive.

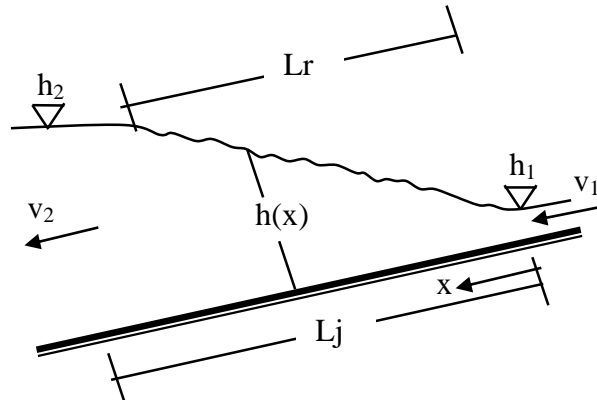


Figure 5.16 : Profil de surface du ressaut

Comme le montre le schéma simplifié de la Figure (5.16), la coordonnée longitudinale x est telle que $0 \leq x \leq L_j$, tandis que la profondeur $h(x)$ est telle que $h_1 \leq h(x) \leq h_2$; h_1 et h_2 sont les hauteurs conjuguées du ressaut.

Les paramètres x et $h(x)$ peuvent servir à composer les variables adimensionnelles y et X , en écrivant que $y = (h(x) - h_1) / (h_2 - h_1)$ et $X = x / L_j$ variables adimensionnelles y et X sont limitées telles que : $0 \leq X \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$.

La variation du rapport y en fonction du rapport X est représentée à la Figure (5.17), cette figure montre les points de mesures expérimentales pour différentes pentes.

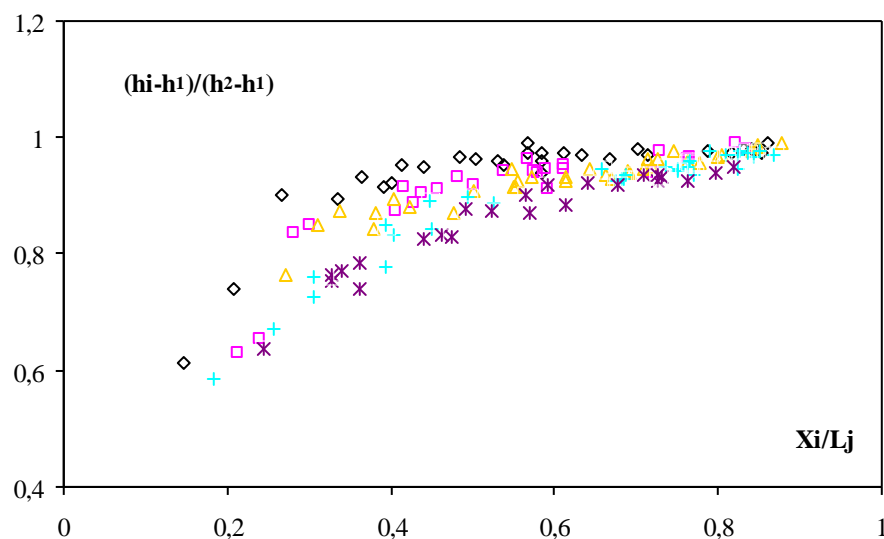


Figure 5.17 : Profil du surface généralisé du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale pour cinq pentes différentes $\tan \theta = 0,00$ () ; $0,005$ () ; $0,01$ () ; $0,015$ (×) et $0,02$ (*).

D'après la Figure (5.17) on constate un nuage de points distinct pour les cinq pentes étudiées. Ainsi, pour le même rapport x/L_j , la valeur de y augmente avec la diminution de la pente, ce qui montre clairement l'influence de la pente sur l'augmentation de la profondeur h_2 .

Tableau 5.7 : Mesures expérimentales ayant servi au traçage de la figure 5.17.

tang (α) = 0,00		tang (α) = 0,005		tang (α) = 0,01		tang (α) = 0,015		tang (α) = 0,02	
y	X	y	X	y	X	y	X	y	X
0,92	0,39	0,65	0,24	0,87	0,48	0,78	0,39	0,64	0,24
0,99	0,57	0,92	0,42	0,95	0,55	0,93	0,68	0,88	0,52
0,96	0,58	0,93	0,48	0,92	0,55	0,89	0,53	0,9	0,57
0,97	0,58	0,96	0,57	0,92	0,55	0,93	0,68	0,92	0,64
0,96	0,67	0,94	0,54	0,93	0,61	0,95	0,75	0,93	0,73
0,98	0,79	0,97	0,77	0,94	0,69	0,95	0,66	0,75	0,33
0,97	0,82	0,95	0,61	0,94	0,66	0,97	0,84	0,92	0,59
0,98	0,83	0,91	0,46	0,95	0,72	0,98	0,83	0,94	0,71
0,98	0,85	0,98	0,73	0,96	0,73	0,96	0,76	0,93	0,76
0,97	0,85	0,96	0,76	0,97	0,8	0,97	0,83	0,93	0,73
0,98	0,84	0,98	0,83	0,98	0,75	0,97	0,81	0,94	0,8
0,92	0,4	0,85	0,3	0,98	0,84	0,98	0,79	0,95	0,82
0,74	0,21	0,63	0,21	0,99	0,85	0,97	0,87	0,74	0,36
0,96	0,48	0,9	0,44	0,98	0,85	0,97	0,84	0,76	0,33
0,89	0,34	0,83	0,28	0,99	0,88	0,98	0,85	0,77	0,34
0,61	0,15	0,94	0,58	0,87	0,34	0,83	0,4	0,88	0,49
0,95	0,44	0,89	0,43	0,76	0,27	0,58	0,18	0,83	0,44
0,96	0,5	0,95	0,61	0,84	0,38	0,67	0,26	0,87	0,57
0,94	0,58	0,94	0,57	0,88	0,42	0,76	0,3	0,83	0,46
0,93	0,36	0,88	0,41	0,93	0,57	0,72	0,31	0,79	0,36
0,9	0,27	0,91	0,59	0,93	0,61	0,9	0,49	0,88	0,61
0,95	0,54	0,95	0,59	0,95	0,64	0,85	0,39	0,92	0,68
0,97	0,63	0,94	0,72	0,85	0,31	0,94	0,69	0,94	0,73
0,98	0,7	0,99	0,82	0,92	0,55	0,93	0,69	0,83	0,48
0,97	0,61			0,96	0,78	0,94	0,77		
0,95	0,41			0,94	0,69	0,95	0,76		
0,98	0,57			0,9	0,4	0,94	0,75		
0,96	0,53			0,93	0,67	0,96	0,76		
0,97	0,71			0,95	0,71	0,89	0,45		
0,99	0,86			0,96	0,76	0,84	0,45		
				0,91	0,5	0,94	0,82		
				0,96	0,71	0,95	0,74		
				0,87	0,38				
				0,97	0,8				

V.5. CONCLUSION

Ce présent chapitre a été consacré à l'étude expérimentale du ressaut hydraulique dans un canal de section droite trapézoïdal à pente positive variable.

Nous avons décrit dans un premier temps, le modèle physique qui nous a servi de banc d'essai, ainsi que les instruments et l'appareillage utilisé pour la mesure des caractéristiques du ressaut hydraulique, moyennant quelques schémas et des photographies.

Dans un second temps, nous avons expliqué la procédure expérimentale suivie pendant les essais.

Passant en troisième temps aux résultats expérimentaux, cinq (05) hauteurs initiales h_1 ont été testées vingt (20) seuils s de hauteurs différentes et cinq (05) inclinaisons du canal par rapport à l'horizontale. Une large gamme des nombres de Froude incidents a été ainsi obtenue.

L'étude expérimentale s'est intéressée, dans un premier temps, à la variation de la hauteur relative $S = s/h_1$ du seuil en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, pour cinq valeurs distinctes de la pente du canal. Cinq nuages de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la pente du canal. L'ajustement des mesures expérimentales a montré que la variation du rapport S en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident suit une loi de type linéaire de la forme $s/h_1 = a(F_1) + b$.

Dans un second temps l'expérimentation a eu pour objectif d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydraulique à savoir la longueur du ressaut et la longueur du rouleau de surface. Il a été montré que l'inclinaison du canal, n'a pas d'influence sur les relations $\lambda_j(F_1)$ et $\lambda_r(F_1)$. En outre, l'analyse statistique des mesures expérimentales a montré que les deux relations suivent une loi de type linéaire.

Aussi, l'étude expérimentale s'est intéressée à la dissipation d'énergie cinétique. Celle-ci étant représentée par le rendement. En effet, la variation du rendement du ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude incident montre que le ressaut dans un canal trapézoïdal à pente positive n'avantage pas la dissipation d'énergie.

Le dernier point de cette étude expérimentale a abordé le profil généralisé du ressaut. En effet, pour cinq pentes du canal, la variation du rapport adimensionnel vertical y en fonction du rapport adimensionnel horizontal X montre que, pour le même X , la valeur de y augmente avec la diminution de la pente du canal.

CONCLUSION GENERALE

Notre étude a été dédiée à l'analyse expérimentale du ressaut hydraulique, contrôlé par seuil à paroi mince, évoluant dans un canal trapézoïdal symétrique, à fond incliné, formant une pente positive avec l'horizontale. quatre chapitres ont été nécessaires : le premier, le deuxième et le troisième chapitre bibliographique à travers lesquelles nous avons passé en revue les travaux actuels entrepris dans ce domaine, et une quatrième chapitre qui a concerné notre propre contribution.

✓ Le premier chapitre a été consacré à l'approche de Hager et Wanoschek (1989), relative au ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal de pente nulle.

✓ Le second chapitre, a permis d'examiner les principaux travaux concernant le ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire horizontal et incliné.

✓ le troisième chapitre, s'est intéressé au ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire horizontale et incliné.

✓ le dernier chapitre a traité expérimentalement le ressaut hydraulique en canal trapézoïdal à pente positive.

A travers le premier chapitre nous avons abordé en premier temps la classification proposée par Bradley et Peterka (1957), concernant la forme du ressaut. Dans un second temps nous avons passé en revue l'étude de Hager (1989) relative aux caractéristiques du ressaut classique. Ces caractéristiques sont : ses hauteurs initiale et finale, sa longueur ainsi que la longueur de son rouleau de fond. Il a été montré par la suite que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. L'étude expérimentale a eu pour objectif d'évaluer la variation de la longueur relative Lr/h_2 en fonction de F_1 . En effet, une caractéristique particulière de ressaut trapézoïdal pour $F_1 > 4$ est l'apparition d'un rouleau de fond, et des zones d'écoulement de retour latérale. L'expérimentation montre aussi qu'aucun rouleau de surface n'existe dans ce type de ressaut.

Pour le deuxième chapitre nous avons abordé pour le cas du ressaut hydraulique évoluant dans un canal rectangulaire : la pente nulle et la pente positive.

Pour le ressaut hydraulique classique, nous avons mis l'accent sur les travaux de Hager (1990), relatifs aux caractéristiques du ressaut classique. Nous avons montré que l'application de l'équation de la quantité de mouvement entre ses sections initiale et finale, en négligeant les pertes de charge autres que celle due au ressaut, mène à la relation de Bélanger qui exprime le rapport Y^* des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude F_1 de

l'écoulement incident. Pour le ressaut hydraulique dans un canal incliné à pente positive, nous avons montré que la première étude approfondie du ressaut hydraulique incliné était celle de Bakhmeteff et Matzké (1938), qui ont évoqué dans leurs études, le profil de surface, la longueur du ressaut et la distribution des vitesses. En outre Kindsvater (1944), a classifié les ressauts inclinés à pente positive en quatre principaux types; type A, type B, type C et type D. En outre il a proposé une approche pour le rapport des hauteurs conjuguées pour le ressaut de type C. Par ailleurs, la littérature montre que le ressaut en contre pente est classé en quatre configurations principales : type F, type FI, type FII et type F-S. Il a été montré également que plusieurs auteurs ont abordé la question du ressaut en contre pente, mais uniquement pour le canal rectangulaire, nous avons présenté les travaux de Mc Corcodal et Mohamed (1994), qui ont étudié le cas limite d'existence des ressauts en contre pente, une relation théorique a été proposée pour le type D. Les auteurs confirment que ce type de ressaut est très sensible à la variation des profondeurs conjuguées pour des nombres de Froude $F_1 < 4$. Cependant, pour les nombres de Froude $F_1 < 9$, le ressaut limite en contre pente (type D) est difficile à établir.

Le troisième chapitre a traité deux types de ressauts hydrauliques : le ressaut évoluant dans un canal triangulaire à pente nulle et son homologue à pente positive. Pour le ressaut hydraulique classique, nous avons exposé en premier lieu la démarche expérimentale de Hager et Wanoschek (1987) qui extrapolent les résultats issus d'un profil semi triangulaire à angle d'ouverture de 45° au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° . L'étude montre que les rapports Y expérimentaux des hauteurs conjuguées du ressaut sont légèrement inférieurs à ceux calculés par l'équation de la quantité de mouvement. Cette différence est attribuer, selon les auteurs à l'effet des frottements sur les parois du canal, et l'équation de la quantité de mouvement est alors modifiée en conséquence. Hager et Wanoschek (1987) proposent une relation générale au calcul des longueurs caractéristiques du ressaut L_r/h_2 et L_j/h_2 , en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident et de la cotangente m . Une équation représentative du profil de surface généralisé le long de l'axe du canal est aussi proposée. Toujours pour cette configuration de ressaut, l'approche de Achour et Debabeche (2003) a été consacrée à l'étude expérimentale du ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince dans un canal triangulaire d'angle d'ouverture de 90° . Le ressaut est contrôlé de telle sorte que sa longueur L_j soit approximativement égale à la longueur du bassin, délimité à l'amont par le pied du ressaut et à l'aval par le seuil. L'expérimentation a eu pour objectif de corrélérer les différents paramètres régissant le contrôle du ressaut. L'analyse des résultats expérimentaux obtenus a pu mener à l'établissement de relations simples à l'emploi, liant les variables adimensionnelles $S=s/h_1$, F_1 et x/h_1 , pour le type de seuil considéré. Par ailleurs,

l'étude bibliographique a abordé le ressaut hydraulique dans un canal incliné à pente positive, où il a été exposé les études de Debabeche et al (2009), et de Cherhabil (2010), qui ont eu trait à l'analyse, théorique et expérimentale, du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire. Une relation générale liant le rapport des profondeurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude F_1 et de l'angle d'inclinaison du canal a été trouvée. L'expérimentation a eu pour objectif, en outre d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydraulique à savoir la longueur du ressaut et la longueur du rouleau de surface, où il a été montré que l'inclinaison du canal, n'a pas d'influence sur les relations $\lambda(F_1)$ et $\lambda_r(F_1)$.

Le dernier chapitre de notre travail a concerné notre contribution à l'étude du ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale symétrique à pente positive variable.

Ce chapitre a été à été montré l'effet de la pente du canal sur les caractéristiques du ressaut hydraulique à savoir le rapport des hauteur conjugué Y en fonction du nombre de Froude F_1 et de l'angle d'inclinaison α du canal, la hauteur s du seuil, la longueur L_j du ressaut, la longueur L_r du rouleau.

En effet, une relation approchée explicite en Y a été proposée, permettant la détermination du rapport des hauteurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude F_1 et de l'angle d'inclinaison α du canal, l'étude expérimentale a montré aussi que la variation du rapport S en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident suit une loi de type linéaire. Dans un troisième temps l'expérimentation a eu pour objectif d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydraulique. Il a été montré que l'inclinaison du canal, n'a pas d'influence sur les relations $\lambda(F_1)$ et $\lambda_r(F_1)$. En outre, l'analyse statistique des mesures expérimentales a montré que les deux relations suivent une loi de type linéaire. Aussi, l'étude expérimentale s'est intéressée à la dissipation d'énergie cinétique. En effet, la variation du rendement du ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude incident montre que la pente du canal ne favorise pas la dissipation de l'énergie.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Achour, B., Debabeche, M., (2003), Ressaut contrôlé par seuil dans un canal profilé en U, J. Hydraulic Research, vol. 41, N0.3, pp.319-325.
- Achour, B., Debabeche, M., (2003), Control of Hydraulic jump by sill in a triangular channel, J. Hydraulic Research, Vol. 41, No. 3, pp. 97-103
- Argyropoulos, P., A., (1962), General solution of the hydraulic jump in sloping channels, Proc. ASCE, J. Hydraulic Division, Vol. 88, HY4, pp. 61-75.
- Bradley, J.N., Peterka, A.J., (1957), The hydraulic design of stilling basins: Hydraulic jumps on a horizontal apron, paper 1401, proc. Amer. Soc. Civ. Engrs., J. Hydraulic. Division, Vol.83, HY5.
- Cherhabil, S., (2010), Le ressaut hydraulique dans les canaux prismatiques à pente variable, Doctorat en sciences, Département de Génie Civil et Hydraulique, Université de Biskra.
- Chow, V. T., (1958), Open channel hydraulics, McGraw-Hill, New York.
- Chow, V.T., (1959), Open channel Hydraulics, McGraw Hill, New York, NY.
- Debabeche, M., (2003), Le ressaut hydraulique dans les canaux prismatiques, Doctorat d'état, Département d'Hydraulique, Université de Biskra.
- Debabeche, M., (2008), Les écoulements brusquement variés, cours de 1ère année magister, polycopié, Université de Biskra.
- Debabeche, M., Cherhabil, S., Hafnaoui, A. et Achour, B. (2009), Hydraulic jump in a sloped triangular channel, Can. J. Civ; Eng. 36: 655-658 (2009).
- Hager, W.H., Wanoschek, R (1989), Hydraulic jump in trapezoidal channel, J. hydraulic research, Vol. 27, 1989, N.3.
- Hager, W.H., Bretz, N.V., (1988), Sill-controlled stiling basin, the international symposium on hydraulics for higt dams, 273-280.
- Hager, W.H., Sinniger, R., (1985,1986), Flow Characteristics of the hydraulic Jump in a stilling basin with an abrupt bottom rise, J. Hydraulic Research, Vol. 23, pp. 101-113, 1985, Vol. 24, pp. 207-215, 1986.
- Hager, W.H., Sinniger, R., (1987), Construction hydraulique, Ecoulement stationnaire, Edition suisse romande.
- Hager, W.H., Wanoschek, R., (1987), Hydraulic Jump in Triangular Channel, J. Hydraulic Research, Vol. 25, Nr. 5, pp. 549-564.
- Mc Corcodal, 1994, Journal of Hydraulic Research, VOL. 32, 1994, NO.1; 119-130.
- Pagliara, S. et peruginelli, A. 2000, Journal of Hydraulic Engineering/ November 2000/ 847-850.
- Rajartnam, N. (1963): Discussion to "General Solution of the Hydraulic Jump in sloping Channels" gy P.A. Argyropoulos. Proc. ASCE, J. Hydraulics Division 89(HY1) : 258-261.

Rajaratnam, N., (1965), Hydraulic Jump in horizontal conduit, *Water Power*, 17, pp. 80-83.

Rajaratnam, N., (1966), Hydraulic jump in sloping channel, *J. irrigation and Power (India)*, 23(Apr): pp.137-149, Discussion, 1967, 24(Jump): pp.285-293.

Rajaratnam, N., (1967), Hydraulic jumps, *Advances in Hydro science*, Vol. 4, ed. V.T. Chow, Academic Press, New York.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1968, 1969, 1970), Profil of the hydraulic jump, *Proc. ASCE, J. Hydraulic Division*, vol. 94, 1968, HY3 663-673; vol. 95, 1969, HY1 546-557, HY2 725-727; vol. 96, 1970, HY2 579-581.

Rajaratnam, N., (2002), Hydraulic jump on corrugated beds, *J. Hydraulic Engrg.*, Volume 128, Issue 7, 656-663.

Rand, W., (1957), An approach to generalised design of stilling basin, *Trans. New-York, Academy of Sciences*, Vol. 20(2), 173-191.

Rand, W., (1965), Flow over a vertical sill in an open channel, *Proc. ASCE, J. Hydraulic Division*, vol. 91, HY4 97-122.