

مقارنة أداء منهجيتي ARIMA و Facebook prophet في التنبؤ بأسعار الإغلاق لسهم شركة Amazon

Comparing the performance of the ARIMA and Facebook prophet methodologies in predicting closing prices for Amazon stock

رواية محمد¹*

¹ جامعة تيارت (الجزائر) , mohammed.rouaba@univ-tiaret.dz

تاريخ النشر: 2024/12/22

تاريخ القبول: 2024/12/10

تاريخ الاستلام: 2024/07/20

Abstract :

This study aimed to identify the best model for predicting the daily closing prices of Amazon's stock by comparing ARIMA models with the Facebook Prophet methodology during the period from 03/01/2023 to 17/07/2024. An ARIMA model and a Prophet model were built using the Python programming language, relying on its associated libraries, primarily pmdarima and prophet .

The study concluded that the best model in terms of predictive ability is the ARIMA model, based on the error metrics used: MAE, MSE, and RMSE.

Keywords: Predicting; Stock price; ARIMA; Facebook prophet.

JEL Classification: C58; E30.

مستخلص:

هدفت هذه الدراسة إلى تحديد النموذج الأفضل للتنبؤ بأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon من خلال المقارنة بين نماذج ARIMA ومنهجية Facebook prophet خلال الفترة الممتدة من 03/01/2023 - 17/07/2024، تم بناء نموذج ARIMA ونموذج Prophet باستخدام لغة البرمجة Python بالاعتماد على المكتبات التابعة لها وأهمها مكتبة pmdarima و prophet.

وتوصلت الدراسة إلى أن أفضل نموذج من حيث القدرة التنبؤية هو نموذج ARIMA وذلك طبقا لمعايير الخطأ المستخدمة وهي: MAE، MSE، RMSE.

الكلمات المفتاحية: التنبؤ؛ أسعار الأسهم؛ نموذج ARIMA؛ منهجية Facebook prophet.

تصنيفات JEL: C58؛ E30.

مقدمة

يعد موضوع السلاسل الزمنية أحد أهم المجالات في التنبؤ يتم من خلاله جمع وتحليل المشاهدات السابقة للمتغير نفسه من أجل بناء نموذج يصف العلاقة الأساسية، ثم بعدها يتم استخدام النموذج لإجراء عملية التنبؤ للسلسلة الزمنية في المستقبل، وتعد عملية التنبؤ مهمة لأنها تلعب دور بارز في عملية اتخاذ القرار، صياغة القرارات الاقتصادية والتخطيط للمستقبل.

والتنبؤ بالسلاسل الزمنية يتأثر بشكل مباشر بعملية اختيار النموذج المناسب للبيانات حيث تؤثر هذه المرحلة تأثيراً مباشراً في دقة التنبؤات المتحصل عليها، ومن أجل الحصول على نماذج تنبؤ لبيانات السلاسل الزمنية تتميز بقدرة على تصوير الواقع وعلى درجة عالية من الدقة في التنبؤات المستقبلية يجب أن تأخذ هذه النماذج جميع الاعتبارات المتعلقة بالبيانات كنوعية البيانات، خطية وعدم خطية البيانات ومختلف التأثيرات الأخرى المتعلقة بالبيانات.

إشكالية الدراسة: يمكن عرض مشكلة الدراسة من خلال التساؤل التالي:

ما هو النموذج الأمثل من بين نماذج ARIMA و Facebook prophet

للتنبؤ بأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon؟

أهمية الدراسة:

تتمثل الأهمية العلمية لهذا البحث في أنه يتناول بالتفسير والإيضاح نموذجين من النماذج الهامة في التنبؤ وهما نموذج ARIMA و Facebook prophet، كما أنه يقارن بينهما ويوضح الكيفية التي يتم بها اختيار أفضل نموذج للتنبؤ بأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon.

أهداف الدراسة:

يتمثل الهدف من هذا البحث في الوصول إلى نموذج على درجة عالية من الدقة والكفاءة للتنبؤ خلال الفترات الزمنية قصيرة الأجل، وذلك من خلال إجراء مقارنة بن منهجية ARIMA ومنهجية Facebook prophet، وذلك بالتطبيق على بيانات أسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon، خلال الفترة 2023/01/03 – 2024/07/17.

1- الإطار النظري للدراسة:

1-1 نماذج ARIMA:

تم تقديم هذه المنهجية من قبل كل من GEORGE E.P. BOX و GWILYM M. JENKINS من خلال كتابهما الشهير في مجال تحليل السلاسل الزمنية والمعنون بـ "Time Series Analysis Forecasting & control" في عام 1976 (Peter & Silvia, 2012, p. 136)، وبالرغم من مرور سنوات عديدة على تقديمهما إلا أن هذه المنهجية تعتبر من المناهج

الحديثة في تحليل السلاسل الزمنية و من أكثرها شيوعا، حيث تستخدم للتنبؤ في المدى القصير من خلال اعتمادها على دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي بين المشاهدات للمتغير المدروس (Latif et al., 2023, p. 259).

النماذج المستخدمة في ARIMA (Taneja et al., 2016, p. 3):

أ- نموذج الانحدار الذاتي ((Autoregressive Models (AR)):

في هذا النموذج يعتمد المتغير التابع y_t على القيم السابقة حتى الفترة p كما يلي:

$$y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t$$

ϕ_i معاملات الانحدار الذاتي، p رتبة النموذج.

ب- نموذج المتوسطات المتحركة ((Moving Average Model (MA)):

والنموذج يأخذ الصورة التالية:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

θ_j معاملات نموذج المتوسطات المتحركة و q رتبة النموذج.

ت- نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة (Autoregressive moving Average

((ARMA(p,q)):

هذا النموذج هو تركيبية من النموذجين السابقين وتكون من خلاله السلسلة y_t دالة

خطية في كل من المتغيرات $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$ والأخطاء $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ كما يلي:

$$y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

وتتم منهجية بوكس-جنكيز في تقدير نماذج ARIMA من خلال المرور بأربعة مراحل وهي

(Gujarati, 2014, pp. 303-304):

1. التعريف: من خلال هذه المرحلة يتم تحديد الرتب المناسبة p, d, q ، حيث: p تمثل رتبة الانحدار الذاتي و d تمثل رتبة استقرار السلسلة الزمنية و q تمثل رتبة المتوسط المتحرك، ويستخدم في هذه المرحلة دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي واختبار جذر الوحدة.
2. التقدير: بعد القيام بعملية التعرف على الرتب p, d, q نقوم في هذه المرحلة بعملية تقدير معالم النموذج.
3. الفحص التشخيصي: من أجل التأكد من أن النموذج الذي تم تقديره في المرحلة السابقة صالح للتنبؤ وخالي من جميع المشاكل القياسية التي تؤثر على عملية التنبؤ لابد من القيام بتشخيص البواقي.

4. التنبؤ: بعد القيام بتقدير النموذج والتأكد من خلوه من جميع المشاكل القياسية المختلفة يتم التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية المدروسة.

2-1 منهجية Facebook prophet:

نموذج Prophet هو أداة تم تطويرها سنة 2017 بواسطة فريق علم البيانات في فيسبوك بقيادة Sean Taylor و Benjamin Letham للتنبؤ بالسلاسل الزمنية (Rafferty, 2021, p. 24). تم تطوير هذا النموذج في شكل مكتبة مفتوحة المصدر على كل من Python و R. وهذا النموذج مصمم لإجراء التنبؤ بالسلاسل الزمنية الغير خطية ويأخذ في الحسبان تأثير أيام العطل في عملية التنبؤ، وما يميز هذا النموذج هو أنه مصمم لإجراء التنبؤ بفعالية دون الحاجة إلى التعمق في تفاصيل البيانات (Taylor & Letham, 2018, p. 5). والصيغة العامة للسلسلة الزمنية في Prophet هي (Primandari et al., 2022, p. 3):

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$$

حيث $g(t)$ تمثل مركبة الاتجاه العام والتي تنمذج التغيرات غير الدورية في قيم السلسلة الزمنية، $s(t)$ تمثل مركبة الموسمية (على سبيل المثال: فصلية، سنوية ...) و $h(t)$ تمثل مركبة تأثير العطل، و ε_t يمثل حد الخطأ.

3-1 معايير تقييم النموذج:

هناك العديد من مقاييس الخطأ التي يمكن استخدامها لقياس أداء التنبؤ، من أهمها متوسط القيم المطلقة للخطأ (Mean Absolute Error (MAE)، متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error (RMSE)، الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (Root Mean Square Error (RMSE). وهي معرفة كما يلي (Willmott & Matsuura, 2005, p. 80):

$$MAE = n^{-1} \sum_{i=1}^n |e_i|$$

$$MSE = n^{-1} \sum_{i=1}^n |e_i|^2$$

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

حيث: e_i تمثل بواقي النموذج، n عدد المشاهدات.

2- الإطار التطبيقي للدراسة:

1-2 بيانات الدراسة:

لإجراء الدراسة تم الاعتماد على أسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon، والتي تم الحصول عليها باستخدام المكتبة yfinance المتاحة على برنامج Python والتي تغطي الفترة

2024/07/17 – 2023/01/03. والجدول رقم (01) الموالي يعرض جزء من هذه البيانات على برنامج Python.

الجدول رقم (01): بيانات الدراسة

Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
2024-07-11	200.089996	200.270004	192.860001	195.050003	195.050003	44565000
2024-07-12	194.800003	196.470001	193.830002	194.490005	194.490005	30554000
2024-07-15	194.559998	196.190002	190.830002	192.720001	192.720001	40683200
2024-07-16	195.589996	196.619995	192.240005	193.020004	193.020004	33994700
2024-07-17	191.350006	191.580002	185.990005	187.929993	187.929993	48000700

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

والشكل البياني رقم (01) الموالي يوضح التطور التاريخي لأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon خلال الفترة 2024/07/17 – 2023/01/03.

الشكل رقم (01): التطور التاريخي لأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon خلال الفترة 2024/07/17 – 2023/01/03



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

تم تقسيم بيانات الدراسة إلى جزئين: الجزء الأول يتمثل في مجموعة بيانات التدريب بنسبة قدرها 80% من المشاهدات الكلية لفترة الدراسة، بينما الجزء الثاني تمثل في مجموعة بيانات الاختبار بنسبة قدرها 20%. بحيث تم استخدام بيانات التدريب لبناء نموذج الدراسة، فيما تم استخدام بيانات الاختبار لتقييم أداء النموذج ومدى قدرته على تعميم النتائج على البيانات التي لم يتدرب عليها. والجدول رقم (02) الموالي يعرض معلومات تفصيلية حول عملية تقسيم البيانات.

الجدول رقم (02): تقسيم بيانات الدراسة

مجموعة الاختبار	مجموعة التدريب	نسبة التقسيم
20%	80%	
2024/07/17 – 2024/03/27	2024/03/26 – 2023/01/03	الفترة
78	309	المشاهدات

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج Python

الشكل البياني رقم (02) الموالي يعرض كيفية تقسيم السلسلة الزمنية لأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon إلى بيانات التدريب وبيانات الاختبار. الشكل رقم (02): بيانات التدريب وبيانات الاختبار



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

2-2 تقدير نموذج ARIMA:

من أجل تقدير نموذج ARIMA قمنا بإتباع الخطوات التالية:

المرحلة الأولى: مرحلة التحديد

تعتبر هذه المرحلة الأصعب في بناء السلاسل الزمنية، حيث يمكن الحصول على عدد كبير من البدائل للنماذج الممكنة، ويمكن تقسيم هذه المرحلة إلى قسمين هما: استخدام اختبارات جذر الوحدة لمعرفة درجة تكامل السلسلة ثم استخدام دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لمعرفة رتب نموذج ARIMA.

اختبار الإستقرارية (اختبار جذر الوحدة):

لاختبار درجة الإستقرارية للسلسلة الزمنية تم الاعتماد على اختبار ديكي فولر الموسع لجذر الوحدة، ونتائج هذا الاختبار موضحة في الجدولين (03) و(04) المواليين:

الجدول رقم (03): نتائج اختبار ديكي فولر للسلسلة الزمنية عند المستوى

Metric	Value
ADF Statistic	-1.052280
p-value	0.733722
Lags Used	2.000000
Number of Observations Used	383.000000
Critical Values (1%)	-3.447540
Critical Values (5%)	-2.869116
Critical Values (10%)	-2.570806

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python
الجدول رقم (04): نتائج اختبار ديكي فولر للسلسلة الزمنية عند الفرق الأول

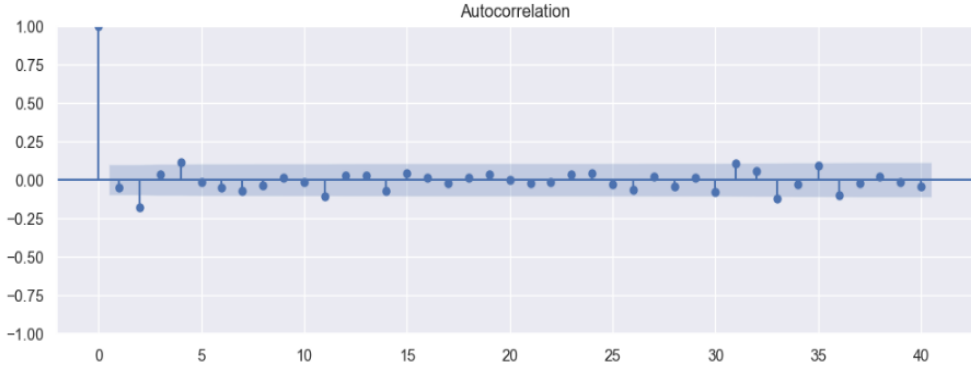
Metric	Value
ADF Statistic	-16.951798
p-value	0.000000
Lags Used	1
Number of Observations Used	383
Critical Values (1%)	-3.447540
Critical Values (5%)	-2.869116
Critical Values (10%)	-2.570806

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python
من خلال نتائج اختبار ديكي فولر الموسع الموضح في الجدولين (03) و(04) السابقين نلاحظ أن السلسلة الزمنية غير مستقرة عند المستوى، في حين أنها مستقرة عند أخذ الفرق الأول وبالتالي السلسلة متكاملة من الدرجة 1.

دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي:

الشكل رقم (03) الموالي يوضح دالة الارتباط الذاتي، ونلاحظ من خلاله أن قيم الارتباط الذاتي تختلف معنويًا عن الصفر عند بعض الرتب.

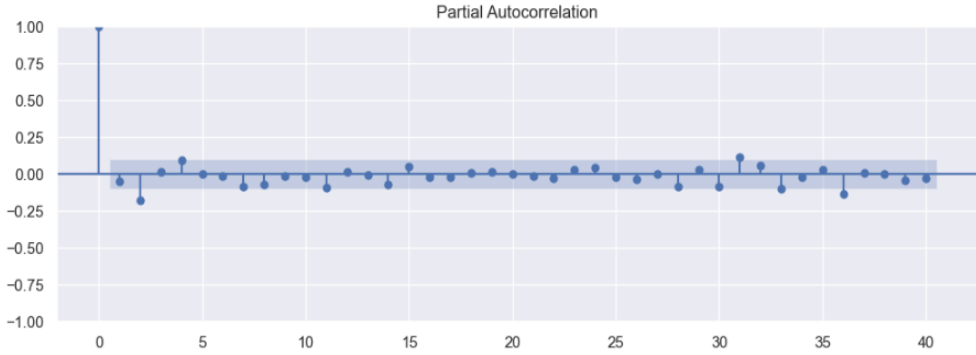
الشكل رقم (03): دالة الارتباط الذاتي



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

ومن خلال الشكل رقم (04) الموالي الذي يوضح دالة الارتباط الذاتي الجزئي نلاحظ أن قيم الارتباط الذاتي الجزئي أيضًا تختلف معنويًا عن الصفر عند بعض الرتب.

الشكل رقم (04): دالة الارتباط الذاتي الجزئي

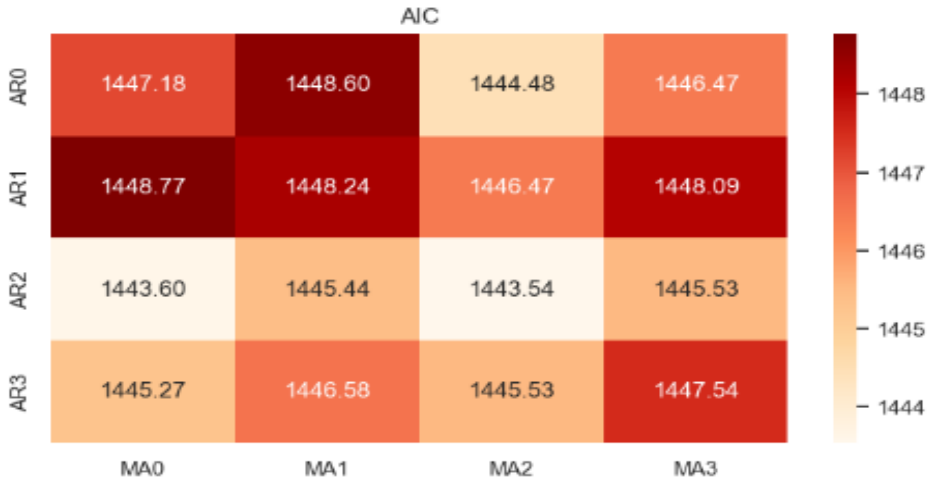


المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

تحديد رتبة نموذج ARIMA:

تم الاعتماد على مكتبة pmdarima المتاحة على برنامج Python لتحديد رتبة الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة لأفضل نموذج تنبؤي وفق معيار AIC حيث أن أفضل نموذج تنبؤي هو النموذج الذي يعطينا أقل قيمة لهذا المعيار. والجدول رقم (05) أدناه يعطي قيمة معيار AIC لمختلف الرتب لنماذج ARIMA.

الجدول رقم (05): قيم معيار AIC لمختلف الرتب لنماذج ARIMA.



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

من خلال الجدول رقم (05) يتضح أن أفضل نموذج للتنبؤ هو النموذج ARIMA (2,1,2) حيث يعطي أقل قيمة لمعيار AIC والتي بلغت (1443.54).

المرحلة الثانية: مرحلة التقدير

بعد التعرف على درجة تكامل السلسلة الزمنية بالإضافة إلى تحديد النموذج الأمثل ARIMA (2,1,2) تأتي مرحلة تقدير معاملات هذا النموذج حيث يبين الجدول رقم (06) الموالي نتائج التقدير.

الجدول رقم (06): نتائج تقدير نموذج

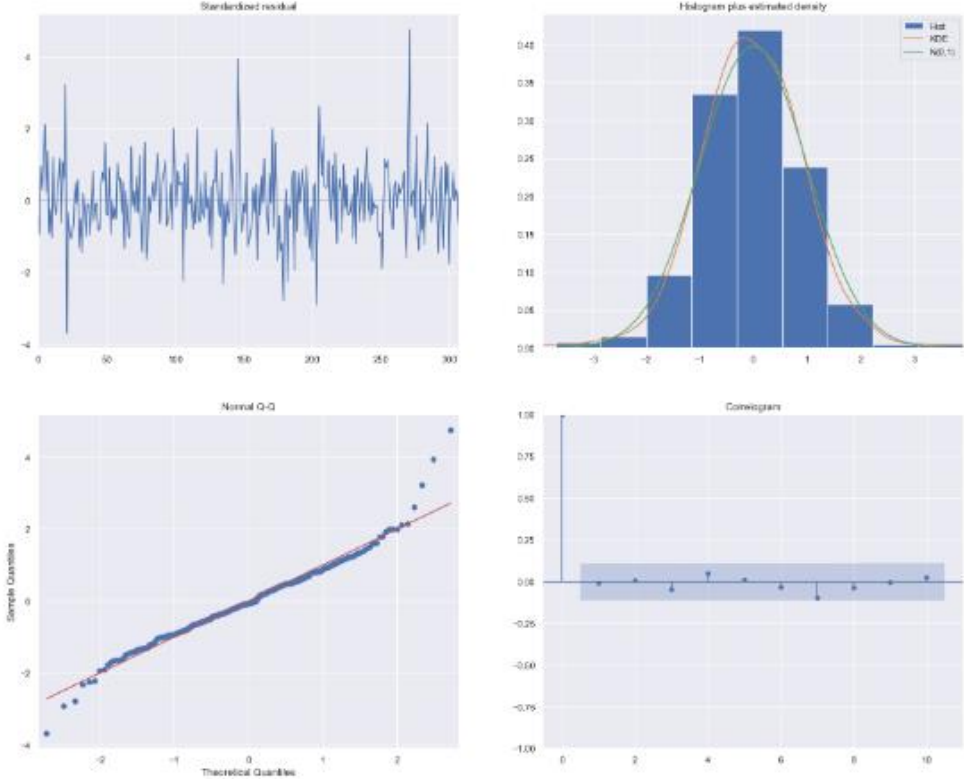
	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]
intercept	0.4037	0.183	2.201	0.028	0.044	0.763
ar.L1	0.3856	0.229	1.685	0.092	-0.063	0.834
ar.L2	-0.7111	0.177	-4.025	0.000	-1.057	-0.365
ma.L1	-0.4468	0.258	-1.731	0.083	-0.953	0.059
ma.L2	0.5950	0.210	2.836	0.005	0.184	1.006
sigma2	6.0144	0.373	16.136	0.000	5.284	6.745

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

المرحلة الثالثة: مرحلة الفحص التشخيصي.

يحتوي الشكل رقم (05) أدناه على أربعة أشكال تشخيصية للبواقي.

الشكل رقم (05): الأشكال التشخيصية للبواقي



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

من خلال الشكل رقم (05) أعلاه نجد الشكل البياني الذي يقع في الجهة العلوية على اليسار والذي يعرض التمثيل البياني للبواقي، أما الشكل الذي يقع على يساره يمثل توزيع البواقي والذي من الملاحظ أنه يقترب من التوزيع الطبيعي وهذا يؤكد أيضاً الشكل البياني الذي يقع على اليسار في الجهة السفلية الذي يعرض مخطط Q-Q.

يعرض الشكل رقم (05) أعلاه أيضاً معاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي، والذي يتضح من خلاله أن هذه المعاملات لا تختلف عن الصفر وهي داخل حدود فترة الثقة (95%)، وهذا يعني أن حد الخطأ العشوائي لبواقي الانحدار مستقلة وغير مرتبطة ذاتياً. وهذا ما يؤكد أيضاً الجدول رقم (07) الذي يعرض نتائج اختبار Durbin-Watson حيث بلغت قيمة إحصائية هذا الاختبار 2 وهي القيمة المثلى التي تدل على عدم وجود ارتباط ذاتي لسلسلة البواقي.

الجدول رقم (07): تقسيم بيانات الدراسة

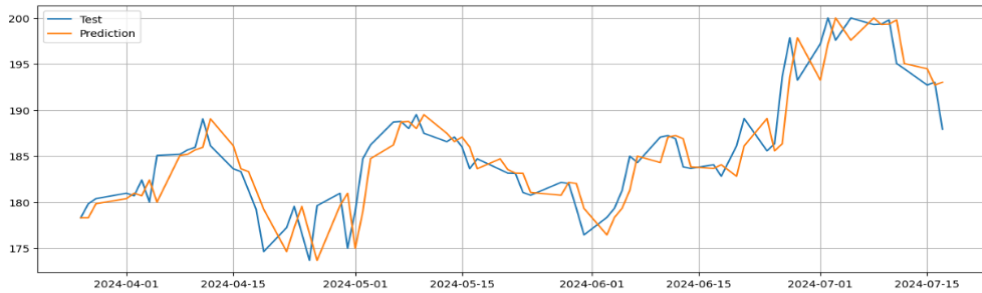
c	
Durbin-Watson test on residuals	2.017021
Test for all AR roots outside unit circle (> 1)	True
Test for all MA roots outside unit circle (> 1)	True

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

المرحلة الرابعة: مرحلة التنبؤ

الشكل رقم (06) الموالي بين درجة ملائمة القيم الحقيقية مع القيم المتنبأ بها خلال فترة الاختبار. وما يمكن ملاحظته هو أن هناك درجة تقارب كبيرة بين قيم منحى السلسلة الأصلية ومنحى السلسلة المقدرة وهذا ما يؤكد لنا الجدول رقم (08) أدناه الذي يعرض قيم معايير تقييم الأداء لهذه المنهجية.

الشكل رقم (06): ملائمة القيم المتوقعة مع القيم الحقيقية لنموذج ARIMA خلال فترة الاختبار



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

الجدول رقم (08): قيم معايير تقييم أداء نموذج ARIMA

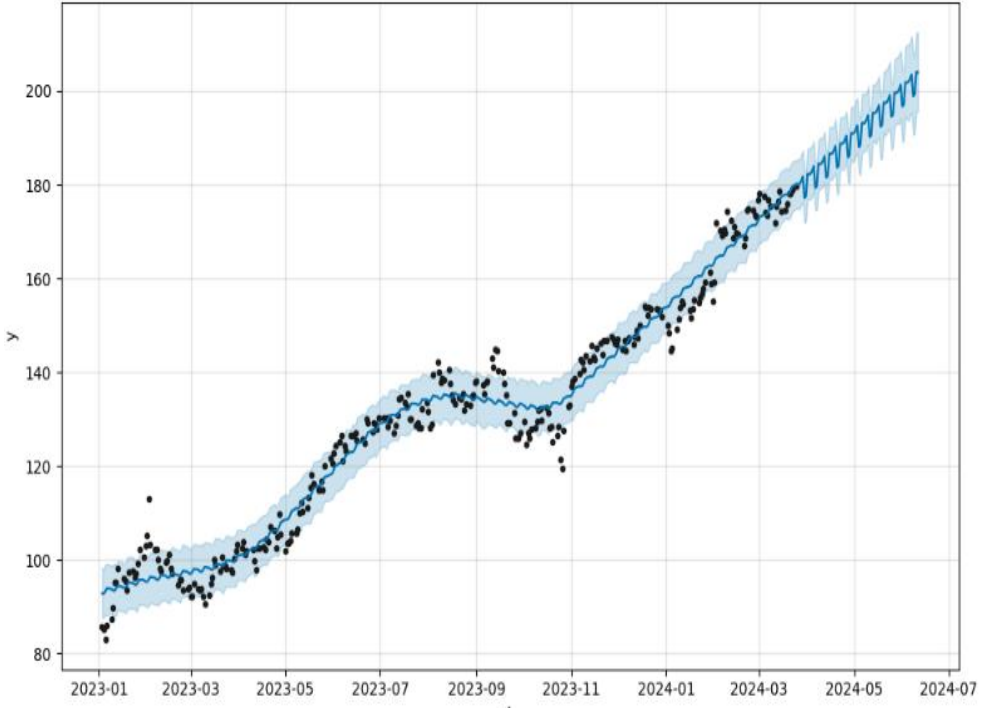
Metric	Value
MAE	2.037307
MSE	6.977710
RMSE	2.641536

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

3-2 التقدير باستخدام منهجية Facebook prophet:

من أجل تقدير النموذج وفق هذه المنهجية تم الاعتماد على مكتبة prophet المتاحة على لغة البرمجة Python. وهذه المكتبة كل ما تحتاجه كمدخلات هو إدخال التاريخ تحت اسم 'ds' وإدخال قيم السلسلة الزمنية المراد التنبؤ بها تحت اسم 'y' ثم القيام بعملية التقدير. والشكل رقم (07) الموالي يعرض لنا نتائج القيام بعملية التقدير الخاصة ببيانات التدريب والقيم المتنبأ بها الخاصة بفترة التدريب والاختبار. حيث تمثل النقاط السوداء على الشكل القيم الحقيقية للسلسلة الزمنية والخط الزرق المتنبأ بها أما بالنسبة للشريط الأزرق الفاتح يمثل مجال ثقة حول القيم المتنبأ بها بدرجة ثقة قدرها 95%.

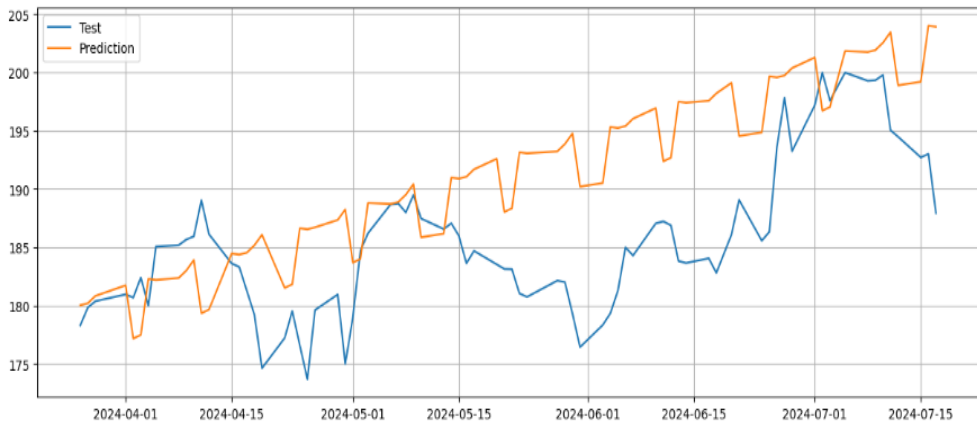
الشكل رقم (07): ملائمة القيم المتوقعة مع القيم الحقيقية لمنهجية Facebook prophet



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

والشكل رقم (08) الموالي بين درجة ملائمة القيم الحقيقية مع القيم المتنبأ بها خلال فترة الاختبار. وما يمكن ملاحظته هو تباعد قيم منحنى السلسلة الأصلية عن منحنى السلسلة المقدره مقارنة بنتائج التنبؤ الخاصة بنموذج ARIMA، وهذا ما يؤكد لنا الجدول رقم (09) أدناه الذي يعرض قيم معايير تقييم الأداء لهذا المنهجية.

الشكل رقم (08): ملائمة القيم المتوقع مع القيم الحقيقية لمنهجية Facebook prophet خلال فترة الاختبار



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

الجدول رقم (09): قيم معايير تقييم أداء منهجية Facebook prophet

Metric	Value
MAE	6.633247
MSE	56.616405
RMSE	7.524387

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات Python

الخلاصة

بناء على هذه الدراسة تم التوصل إلى النتائج التالية:

1. لتحليل سلسلة بيانات أسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon تم الاعتماد على نماذج ARIMA وبعد تقدير النموذج الأمثل $(2,1,2)$ ARIMA وإجراء الاختبارات التشخيصية لبواقي النموذج ثبت ملاءمته للسلسلة تم بعدها إجراء التنبؤ على بيانات الاختبار، وقيم معايير الخطأ التي تم التوصل إليها كانت كما يلي: $MAE=2.04$ ، $MSE=6.98$ ، $RMSE=2.64$.
2. تم أيضا استخدام منهجية Facebook prophet لتحليل سلسلة بيانات الدراسة، وتم التوصل إلى قيم معايير الخطأ التالية: $MAE=6.63$ ، $MSE=56.61$ ، $RMSE=7.52$.
3. بناء على معايير الخطأ المتحصل عليها، تم التوصل إلى أن النموذج الأفضل للتنبؤ بأسعار الإغلاق اليومية لسهم شركة Amazon هو نموذج $(2,1,2)$ ARIMA.

ويمكن استعراض توصيات الدراسة فيما يلي:

1. ضرورة إجراء المزيد من البحوث حول المفاضلة بين منهجيتي ARIMA و Facebook prophet.

2. ضرورة إعطاء أهمية للنماذج الحديثة لنمذجة السلاسل الزمنية ومن أبرز هذه النماذج نجد: Facebook prophet، شبكة LSTM، نموذج XGBoost

قائمة المراجع والمصادر

- Gujarati, D. (2014). *Econometrics by example*. Bloomsbury Publishing .
- Latif, N., Selvam, J. D., Kapse, M., Sharma, V., & Mahajan, V. (2023). Comparative performance of LSTM and ARIMA for the short-term prediction of bitcoin prices. *Australasian Accounting, Business and Finance Journal*, 17(1), 256-276 .
- Peter, D., & Silvia, P. (2012). ARIMA vs. ARIMAX—which approach is better to analyze and forecast macroeconomic time series. *Proceedings of 30th international conference mathematical methods in economics* ,
- Primandari, A. H., Thalib, A. K., & Kesumawati, A. (2022). Analysis of Changes in Atmospheric CO2 Emissions Using Prophet Facebook. *Enthusiastic: International Journal of Applied Statistics and Data Science*, 1-9 .
- Rafferty, G. (2021). *Forecasting Time Series Data with Facebook Prophet: Build, improve, and optimize time series forecasting models using the advanced forecasting tool*. Packt Publishing Ltd .
- Taneja, K., Ahmad, S., Ahmad, K., & Attri, S. (2016). Time series analysis of aerosol optical depth over New Delhi using Box–Jenkins ARIMA modeling approach. *Atmospheric Pollution Research*, 7(4), 585-596 .
- Taylor, S. J., & Letham, B. (2018). Forecasting at scale. *The American Statistician*, 72(1), 37-45 .
- Willmott, C. J., & Matsuura, K. (2005). Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance. *Climate research*, 30(1), 79-82 .