



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT Supérieur ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE ECHAHID HAMMA LAKHDAR D'EL-OUED
FACULTE DE TECHNOLOGIE

Mémoire de fin d'étude présenté
Pour l'obtention du diplôme de
MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Technologie
Filière : Génie Electrique
Spécialité : Télécommunications

Réalisé par:

BEN AROUBA Aicha, MESGHOUNI Fatma Zahra

Thème

**Représentation des images par Bandelettes
et Application à la Compression**

Mr. A. Hima	MAA	Président
Mr. S. GHENDIR	MAA	Examineur
Mr. M. HETTIRI	MAA	Directeur du mémoire

Académique Année: 2016/2017

Remerciement

A travers ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement notre encadreur , M.HETTIRI MESSAOUD, pour la documentation intéressante qu'il a mise à notre disposition, pour ses conseils précieux , pour toutes les commodités ainsi, qu'il nous a apportées durant notre étude de ce projet.

Nos remerciements les plus vifs, s'adressent aussi au président et aux membres de jury, d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Nous exprimons également notre gratitude à tous les enseignants qui ont collaboré à notre formation depuis notre premier cycle d'étude, jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

Sans omettre bien sur, de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation du présent travail.

Dédicace

Je dédie ce travail à mes très chers parents, pour leurs soutien et tous les efforts qu'on ma donnée le long de mon parcours, et je leurs souhaite bonne santé et longue vie.

À tous les membres de la famille : mon époux 'G.Ademe', mes enfants 'Balkis' et Nabil '.

Je dédie ce travail aussi à tous mes chers frères et sœurs.

À tous mes cousins et cousines.

À mes très chers amis Surtout Mesghouni Fatma Zahra, laouni Donia.

À tous mes enseignants qui ont fait leurs possibles pour nous donner le maximum d'informations concernant notre étude.

Sans oublier la promotion 2016/2017.

BEN AROUBA.A

Dédicaces

*C'est avec un grand honneur que je dédie ce travail ;
A mon père qui m'a toujours soutenu à affronter les
difficultés.*

*A ma très chère mère, pour ses sacrifices tout au long de
ma vie.*

"Je t'aime Mama et papa "

*A mes frères: Abdelazize et sa femme Nawal ses enfants
mohammed abdefateh et mohammed saleh, Abdelhafidh
et sa femme Hiba arrahmane sa enfant zaid.*

*A mes sœurs que j'aime beaucoup : Asma son mari
Hassen et ses enfants lakhdher et nour el yakine, Imane
son mari lokman, Manar.*

A tous mes cousins et cousines.

À mes très chers amis Surtout A ma cher binôme

Ben Arouba Aïcha,

*A tous mes enseignants qui ont fait leurs possibles pour
nous donner le maximum d'informations concernant notre
étude.*

Sans oublier la promotion 2016/2017.

MESGHOUNI.F.Z.

Résumé

Les représentations actuellement utilisées en traitement des images sont basées sur des transformées séparables. Celles-ci ne capturent pas la régularité géométrique des images le long des contours, bien que ceci soit un aspect essentiel des images. nous étudions ici la construction d'une nouvelle représentation permettant de capturer à la fois cette régularité le long des contours et la régularité de zones. Elle est basée sur une nouvelle famille de bases, les Bandelettes, vivant le long de contours et permettant de capturer les singularités le long de ceux-ci.

Mots clés:

Transformées séparables, Régularité géométrique, Contours , Bandelettes .

Abstract

The image representation currently used in image processing are based on separable transformations. They do not capture the geometrical regularity of images along contours, although this is an essential aspect of images. The construction of a new representation allowing the capture of both the regularity along the contours and the regularity of zone is proposed. It is based on a new family of bases, the Bandelets, that live along contours and allow to capture the regularity along them.

Keywords:

Separable transformations, Geometrical regularity, Contours, Bandelets.

ملخص

التمثيلات الحالية المستخدمة في معالجة الصور تركز على التحويلات المنفصلة، هذه الأخيرة لا تقوم بالتقاط الخصائص الهندسية للصور على امتداد الحواف رغم أنها تمثل الجانب الأساسي للصور. ولذلك قمنا بدراسة إنشاء تمثيل جديد يسمح بالتقاط هذا الانتظام على امتداد الحواف وانتظام المناطق مرة واحدة. وهذا يركز على عائلة جديدة تسمى : الشرائط هذه الأخيرة تنشط على امتداد الحواف وتسمح بالتقاط الانفراديات على امتدادها.

الكلمات المفتاحية:

التحويلات المنفصلة, الانتظام الهندسي, الحواف, الشرائط.

Remerciements	<i>i</i>
Dédicace	<i>ii</i>
Résumé	<i>iv</i>
Table de matière	<i>vii</i>
Liste des figures	<i>ix</i>
Listes des tableaux	<i>xi</i>
Liste des abréviations	<i>xii</i>
Liste des symboles	<i>xiii</i>

Introduction générale

Introduction générale	2
------------------------------------	----------

Chapitre I: Généralités sur la compression d'image

I.1. Introduction	5
I.2. Généralités sur les images numériques	5
I.3. Caractéristiques d'une image numérique	5
I.3.1. Pixel.....	5
I.3.2. Dimension.....	6
I.3.3. Histogramme de l'image.....	6
I.3.4. Images aux Niveaux de Gris.....	7
I.4. Compression d'images	8
I.4.1. La compressions sans pertes (réversible).....	8
I.4.2. La compression avec pertes (irréversible).....	9
I.5. Mesures de performance	9
I.5.1. Taux de compression.....	9
I.5.2. Mesure de distorsion.....	9
I.6. Principe général de la Compression des images	10
I.6.1. Transformation.....	10
I.6.2. Quantification.....	11
I.6.3. Codage entropique.....	11
I.7. Conclusion	11

Chapitre II: Transformée en bandelettes

II.1. Introduction	13
II.2. Représentation par Ondelettes	13
II.2.1. Transformée en Ondelette continue.....	13
II.2.2. Analyse des singularités ponctuelles par la transformée en Ondelettes...	14
II.2.3. Transformée en Ondelettes discrètes.....	15
II.2.4. Extension de transformée en Ondelettes pour les images.....	16
II.3. Transformée en Bandelettes	18
II.3.1. Définition de la géométrie.....	18
II.3.2. Les Bandelettes de la première génération (Bandelette 1G).....	19
II.3.3. Les Bandelettes de la seconde génération (Bandelette 2G).....	21
II.4. Conclusion	23

Chapitre III: Résultats et Discussions

III.1. Introduction	25
III.2. Etapes compression d'image par bandelettes	25
III.3. Etapes détaillées de l'algorithme transformée en bandelettes	25
III.4. Codage imbriqué	28
III.5. Images de test	29
III.6. Présentation des résultats et discussion	30
III.7. Conclusion	37

Conclusion générale

Conclusion générale	40
Références	41
Annexes	43

Chapitre I

Figure I.1	Représentation de pixel.....	06
Figure I.2	Tracé de l'histogramme.....	07
Figure I.3	Synthèse Additive.....	07
Figure I.4	Schéma d'un système de compression par transformation.....	10

Chapitre II

Figure II.1	Exemple d'un triplet de fonctions Ondelettes.....	16
Figure II.2	Représentation en Ondelette discrète d'une image d'empreinte palmaire.....	17
Figure II.3	Exemple d'un contour C et son flot τ définie par sa tangente.....	18
Figure II.4	Exemple de modèle d'horizon et déformation du domaine selon un flot géométrique.....	20
Figure II.5	Flots géométriques en utilisant différente segmentations dyadiques....	21
Figure II.6	Exemple de segmentation en carrées dyadiques d'une image avec le quadtree correspondant.....	22
Figure II.7	Algorithme de la transformée en Bandelettes seconde génération.....	23

Chapitre III

Figure III.1	Schéma générale de la compression/décompression.....	25
Figure III.2	Algorithme globale de transformée en Bandelettes	26
Figure III.3	(a) Image reconstruite "Penny" par transformée Ondelettes PSNR=39.62 , (b) Image reconstruite "Penny" avec transformée Bandelettes PSNR=39.81, avec $T=7$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$	34
Figure III.4	(a) Image reconstruite "Goldhill" par transformée en Ondelettes PSNR=30.82, (b) Image reconstruite "Goldhill" avec transformée en Bandelettes PSNR=31.12, avec $T=18$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$	34
Figure III.5	(a) Image reconstruite "Peppers" par transformée en Ondelettes PSNR=36.80, (b) Image reconstruite "Peppers" avec transformée en Bandelettes PSNR=37.03,avec $T=10$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$	35
Figure III.6	Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Penny" ($T=7$, $J_{\min}=2$).....	36

Figure III.7	Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Goldhill" (T=18, J_min=2).....	36
Figure III.8	Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Peppers" (T=10, J_min=2).....	37

Chapitre I

Tableaux I.1	Table Histogramme.....	07
Tableaux I.2	Profondeur d'analyse nombre de teintes et de nuances.....	08

Chapitre III

Tableaux III.1	Images de test.....	29
Tableaux III.2	Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T.....	30
Tableaux III.3	Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Goldhill" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T....	31
Tableaux III.4	Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Peppers" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T.....	31
Tableaux III.5	Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_min pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.....	32
Tableaux III.6	Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_min pour l'image "Goldhill " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.....	32
Tableaux III.7	Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_min pour l'image "Peppers " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.....	32
Tableaux III.8	Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.	33
Tableaux III.9	Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Goldhill " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.....	33
Tableaux III.10	Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Peppers" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.....	33

Bpp	: Bits par pixel.
DWT	: Discret Wavelet Transform en française Transformée en Ondelettes Discrètes.
EZW	: Embedded Zerotree Wavelet Algorithm.
GIF	: Graphics interchange format.
JPEG	: Joint Photographique Expert Group.
EQM	: Erreur quadratique moyenne.
PNG	: Portable network graphic.
PSNR	: Rapport Signal sur bruit crête.
PPSNR	: Peak to Rapport signal sur bruit crête.
RVB	: Rouge, Vert, Bleu.
SPECK	: Set Partitioning Embedded block.
SPIHT	: Set partitioning in Hierarchical trees.
SNR	: Rapport signal sur bruit.
TIFF	: Tagged Image File Format.
TC	: Taux de compression.

- $\psi(x)$: Fonction Ondelette mère.
- $\phi_{J,k}(x)$: Fonction échelle.
- L^2 : Espace des fonctions à énergie finie.
- f : Image original.
- f_M : Image approximé
- $\mathbf{B}(\Gamma)$: Base de Bandelettes.
- \mathcal{L} : Lagrangien.
- \mathbf{T} : Seuil.
- τ^{\rightarrow} : Vecteur de flot géométrique.
- $\mathbf{B}^*(\Gamma)$: La base de Bandelette discrète.
- \mathbf{D}_T : Le dictionnaire des bases Bandelettes.
- \mathbf{b}_k : Les coefficients de Bandelettes.
- C^α : Une régularité géométrique.

Introduction générale

Récemment, on a remarqué une croissance en terme de besoins de stockage et/ou de transmission des informations visuelles. Les diverses applications telles que la télécopie, la vidéo-conférence, l'imagerie médicale et satellitaires, la télévision haute définition, la télésurveillance et les services d'informations sur l'internet sont basées sur la fiabilité de sauvegarder et transmettre les images. Le stockage des images sur les disques durs des ordinateurs grand public ainsi que l'utilisation des technologies numériques pour le traitement et la retouche des images nécessitent d'acquérir les images sous format numérique (encore appelé format électronique). Le format numérique des images est extrêmement coûteux en taille mémoire, bien qu'il soit le plus adapté aux applications citées plus haut. Pour résoudre ce problème de coût qui peut limiter la faisabilité de stockage et de transmission des images, des techniques de compression d'images ont été élaborées pour compacter leur représentation numérique. A l'aide de ces techniques de compression, le stockage et la transmission des images seront plus efficaces et plus rapides.

Les techniques de compression se divisent en deux catégories principales "Compression sans perte" et "Compression avec perte". La "Compression sans perte" consiste à enlever la redondance dans les données juste nécessaire pour représenter l'image. Cette redondance est directement liée à la prédictibilité des éléments constituant de l'image. Par exemple, une image de couleur unie est totalement redondante du fait que la couleur fournit suffisamment d'informations pour représenter toute l'image. La "Compression sans perte" identifie les éléments constituant de l'image et exploite leur structure pour réduire la quantité des données. Une élimination simple de la redondance par la "Compression sans perte" ne fournit pas une représentation suffisamment compacte pour plusieurs applications. Ainsi, pour obtenir une compression plus élevée, quelques informations seront négligées par la "Compression avec perte". Les améliorations apportées par la "Compression avec perte" ne sont pas tout simplement dûtes à l'élimination des données redondantes, mais plutôt l'abandon des informations estimées non pertinentes, comme par exemple les informations sur des détails non perceptibles facilement à l'œil nu. Ainsi la "Compression avec perte" fournit une représentation compacte a priori indiscernable visuellement de l'image originale, bien qu'en général l'image compressé est tout à fait différente de l'originale.

Les méthodes de compression d'images les plus performantes a l'heure actuelle, sont basées sur la transformée en ondelettes qui permet de decorréler spatialement les images. Les méthodes utilisées jusqu'a présent sont en effet des méthodes génériques, c'est-a-dire qu'elles ne tiennent pas compte du contenu des images étudiées. Or, pour pouvoir être plus performant et dépasser les taux de compression limites atteints avec les transformations (de corrélations

spatiaux) actuelles (DCT, Ondelettes, ...), il est nécessaire de mettre au point des compresseurs(intelligents) qui s'intéressent au contenu de l'image avant compression.

L'objectif de ce travail est de mettre en place une nouvelle méthode de compression applicable aux images 2D appelée la transformée en Bandelettes de façon à exploiter la géométrie de l'image (le contenu de l'image) afin d'améliorer le rapport qualité compression et le taux de compression.

Ce mémoire se compose de trois chapitres distincts :

Le premier chapitre est basé sur les généralités de la compression d'images numériques fixes

Le deuxième chapitre est consacré aux concepts théoriques de la transformée en bandelettes.

Le troisième chapitre comporte les simulations effectuées et la discussion des résultats obtenus.

*Généralités sur
la compression d'image*

I.1. Introduction

Aujourd'hui nous vivons une évolution technologique de grande ampleur. Elle a touché pratiquement tous les domaines et à tous les niveaux. Parmi les points forts de cette évolution les systèmes de transmission numériques sous leurs diverses formes. En effet, cette révolution numérique à inonder, entre autres, notre quotidien par des images digitales de toutes sortes et pour diverses applications. Cependant, toutes ces données numériques, plus particulièrement les images et la vidéo, présentent un inconvénient majeur lié essentiellement au volume d'informations numériques qu'il est nécessaire de traiter, transmettre et/ou stocker. La transmission d'une telle quantité de données nécessite des débits très élevés directement en contradiction avec les bandes passantes des canaux généralement limitées. De même, le stockage de toutes ces données numériques exigent des supports de tailles importantes.

L'une des solutions indispensables dans ce cas est la compression. Cependant, cette compression s'accompagne souvent d'une sorte de dégradation. D'autant plus que cette altération des données et des images compressées augmente lorsque nous désirons atteindre des taux de compression plus élevés. La problématique de la compression en imagerie numérique est bien entendu trouver le meilleur compromis Débit/distorsion[1,2,3].

I.2. Généralités sur les images numériques

Une image numérique est une matrice composée d'échantillons élémentaires appelés pixels. Nous appellerons M le nombre de lignes de l'image, et N le nombre de colonnes.

Pour une image monochrome la position d'un pixel sur la matrice image sera indiquée par son indice de ligne $m \in [0, M[$, et son indice de colonne $n \in [0, N[$. A chaque pixel est associé une valeur numérique à laquelle correspond un niveau de gris, est codée sur 8 bits par pixel (bpp). En général, le nombre de niveaux de gris est une puissance de deux[4].

I.3. Caractéristiques d'une image numérique

L'image est un ensemble structuré d'informations caractérisé par les paramètres suivants:

I.3.1. Pixel

Le pixel est la contraction de l'expression anglaise "Picture éléments". Le pixel, étant le plus petit point de l'image, c'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et

une quantification. Dans une image couleur (R.V.B.), un pixel peut être représenté sur trois octets : un octet pour chacune des couleurs : rouge (R), vert (V) et bleu (B)[4].

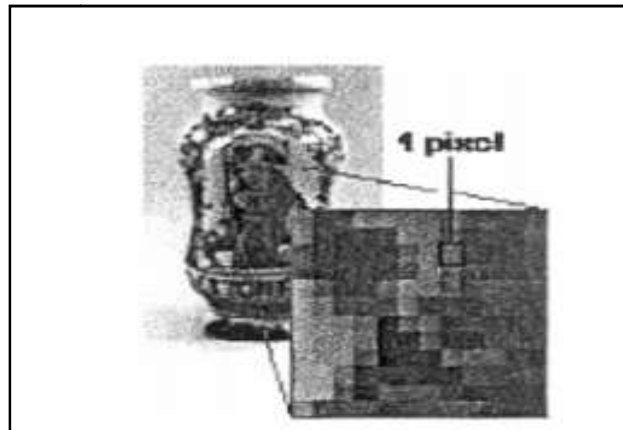


Figure (I.1): représentation de pixel[4].

I.3.2. Dimension

C'est la taille de l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image[5].

I.3.3. Histogramme de l'image

On veut souvent avoir une information sur la distribution des valeurs des pixels (niveaux) dans une image, pour cela on utilise souvent une table qui donne le nombre de pixels de chaque niveau dans l'image. Cette table, souvent représentée graphiquement, est appelée Histogramme de l'image, est notée $h(v)$ [4].

Exemple

Dans cet exemple, on veut représenter l'image de taille 4×4 pixels par son Histogramme de l'image et pour cela, on commence par calculer la Table Histogramme de l'image (voir tableau(I-1)) , ensuite on trace l'Histogramme de l'image comme montré dans la figure (I.2).

V : présente la valeur du pixel dans l'image.

$h(v)$: présente le nombre de fois répété de cette valeur du pixel dans l'image .

3	4	5	6
1	1	2	4
3	2	2	7
1	6	1	6

V	1	2	3	4	5	6	7
h(V)	4	3	2	2	1	3	1

Image

Tableau (I.1): Table Histogramme[4].

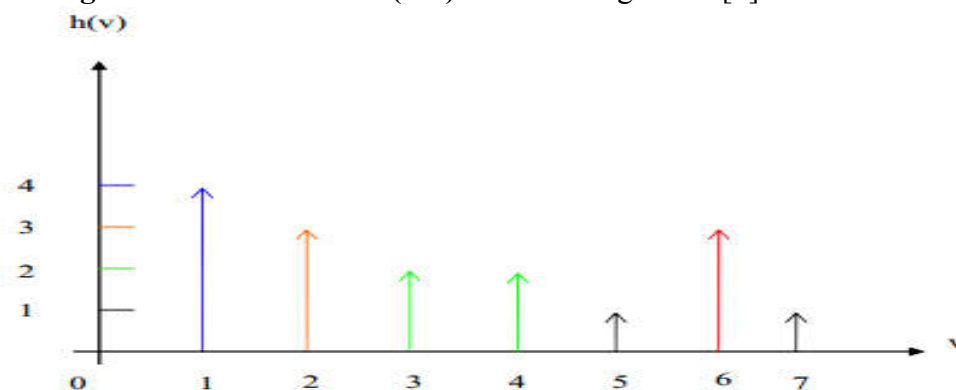


Figure (I.2): Tracé de l'histogramme.

I.3.4. Images aux Niveaux de Gris

Le niveau de gris est la valeur de l'intensité lumineuse en un point. La couleur du pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires. Donc pour représenter les images à niveaux de gris, on peut attribuer à chaque pixel de l'image une valeur correspondant à la quantité de lumière renvoyée. Cette valeur peut être comprise entre 0 et 255. Par convention, la valeur zéro représente le noir (intensité lumineuse nulle) et la valeur 255 le blanc (intensité lumineuse maximale). Le nombre de niveaux de gris dépend du nombre de bits utilisés pour décrire la "couleur" de chaque pixel de l'image. Plus ce nombre est important, plus les niveaux possibles sont nombreux[4].

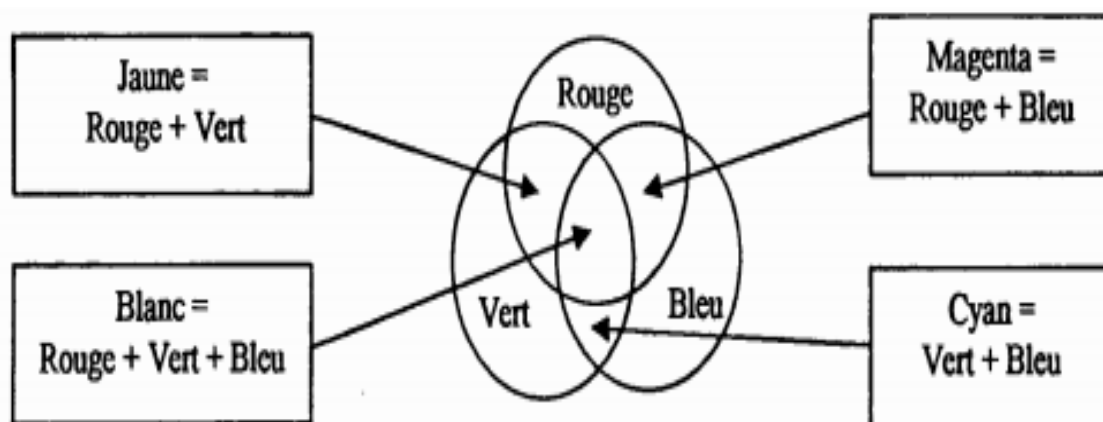


Figure (I.3): Synthèse Additive[5].

Nombre de bits	Nombre de couleurs
1bits/pixel	2 (Noir et Blanc)
2bits/pixel	4 Niveaux de Gris
4bits/pixel	16 Niveaux de Gris
8bits/pixel	256 Niveaux de Gris

Tableau (I.2): Profondeur d'analyse nombre de teintes et de nuances[5].

I.4. Compression d'images

Avec le développement de l'outil informatique, on effectue des échanges de volumes importants d'information. Or la gestion d'une telle masse pose des problèmes de stockage et de transfert. Pour cela, des études ont été menées afin de mettre en évidence des algorithmes de compression et de décompression de données. Leur but est de changer le format des informations de telle sorte qu'elles occupent moins de volume. Une fois compressées, les données ne sont plus accessibles en tant que données cohérentes; pour les récupérer, il suffit de les décompresser.

Vu les variétés des données (variétés des domaines d'utilisations des informations), il n'existe pas un seul compresseur de données, mais plusieurs types de compresseurs qui correspondent à autant d'algorithmes différents, L'efficacité de l'algorithme dépend du domaine d'application.

La compression d'images permet de réduire énormément la taille des images et le nombre de bits par pixel à stocker ou à transmettre facilement[4].

Les principaux critères d'évaluation de toute méthode de compression sont[4] :

- La qualité de reconstitution de l'image.
- Le taux de compression.
- La rapidité du codeur et décodeur (codec).

Les méthodes de compression d'images sont classées en deux catégories[5]:

I.4.1. La compressions sans pertes (réversible)

Restituent l'image originale après un cycle de compression/décompression. La compression sans pertes est très efficace avec les images 1 à 8 bits/pixel du type cartes,

dessins et plans. Cette compression a une efficacité réduite pour les photographies 24 bits/pixel ou plus. Elle est utilisée pour les formats GIF, TIFF, PNG.

Généralement, la compression réversible regroupe les techniques pour générer une copie exacte des données après un cycle de compression /décompression. Le stockage des enregistrements d'une base de données, des tableurs ou des fichiers de traitement de texte utilisent ce type de compression. Dans ces applications, la perte d'un seul bit peut être catastrophique.

I.4.2. La compression avec pertes (irréversible)

Elimine certaines informations qui ne sont pas indispensables ; pour l'appréciation visuelle des images par un œil humain, ainsi qu'avoir le meilleur taux de compression possible. Les pertes dues à la compression se traduisent par des artefacts tels que du flou sur les transitions ou des distorsions géométriques ou des réductions des couleurs. La compression irréversible montre toute son efficacité lorsqu'elle est appliquée aux images numérisées. Elle est utilisée pour les formats JPEG.

I.5. Mesures de performance

I.5.1. Taux de compression

Le taux de compression est défini comme le rapport entre le nombre total de bits du fichier binaire à stocker qui résulte de la méthode de compression et le nombre total de bits nécessaires pour représenter l'information originale [6] :

$$RC(\%) = \left(1 - \frac{\text{nombre de bits codés}}{\text{nombre de bits l'image originale}}\right) \times 100 \quad (\text{I.1})$$

Dans la pratique, on utilise plutôt le débit pour mesurer le pouvoir de compactage d'une méthode. Le débit est exprimé en bits par pixel :

$$RC(bpp) = \frac{\text{nombre de bits codés}}{\text{taille de l'image(nombre de pixel)}} \quad (\text{I.2})$$

I.5.2. Mesure de distorsion

La distorsion (D) est l'erreur introduite par l'opération de compression, due au fait qu'éventuellement l'image reconstruite n'est pas exactement identique à l'image originale.

La mesure de distorsion utilisée généralement en compression d'image est l'erreur quadratique moyenne EQM. Cette grandeur est définie par la moyenne des écarts au carré e_{mn}^2 entre le pixel (m,n) de l'image originale $I(m,n)$, et le pixel (m,n) de l'image reconstruite $\hat{I}(m,n)$.

Alors l'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$EQM = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [I(m, n) - \hat{I}(m, n)]^2 \quad (I.3)$$

M,N: longueur et largeur de l'image, respectivement.

$I(m, n)$; $\hat{I}(m, n)$: valeur (niveau de gris) d'un pixel de l'image originale et d'un pixel de l'image reconstituée respectivement, à la même position spatiale.

On référence cette erreur par rapport à la dynamique de l'image en décibels.

On obtient un rapport signal sur bruit crête pour une image dont le maximum est 2^b-1 dénoté PSNR (peak SNR). Si le minimum de l'image est nul (image bien cadrée) on obtient le rapport signal sur bruit crête à crête noté PPSNR (peak to peak SNR).

Lorsque la reconstruction est parfaite, la EQM est nulle et le PPSNR tend vers l'infini[7]:

$$\text{PSNR ou PPSNR} = 10 \log_{10} \frac{(2^b - 1)^2}{EQM} \text{ dB} \quad (I.4)$$

I.6. Principe général de la Compression des images

La compression d'une image se fait en général selon le schéma synoptique suivant [8] :

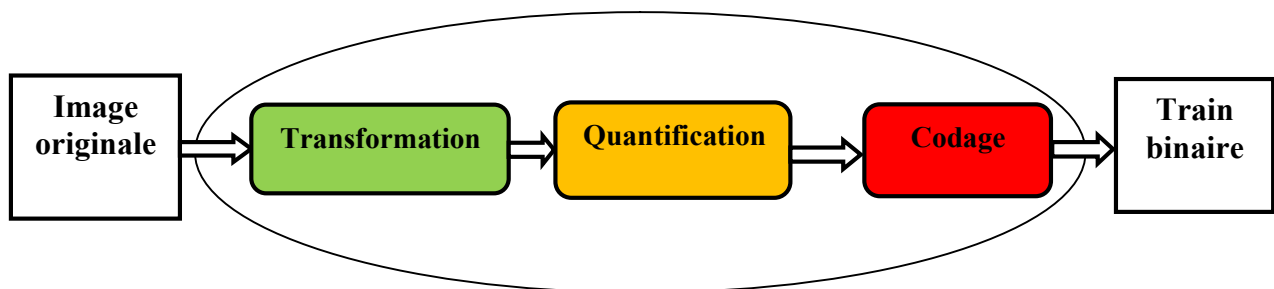


Figure (I.4): Schéma d'un système de compression par transformation[5].

I.6.1. Transformation

La dépendance existante entre chacun des pixels et ses voisins (la luminosité varie très peu d'un pixel à un pixel voisin) traduit une corrélation très forte sur l'image. On essaie donc de tirer partie de cette corrélation, pour réduire le volume d'information en effectuant une opération de décorrélation des pixels[9].

Les transformations utilisées en compression d'image sont des transformations orthogonales. Ce sont des opérations séparables, c'est à dire que l'opération en deux dimensions est équivalente à deux opérations successives à une dimension, l'une horizontalement puis l'autre verticalement. Elles sont totalement réversibles[7].

I.6.2. Quantification

La quantification des coefficients a pour but de réduire le nombre de bits nécessaires pour leurs représentations. Elle représente une étape clé de la compression. Elle approxime chaque valeur d'un signal par un multiple entier d'une quantité q , appelée quantum élémentaire ou pas de quantification. Elle peut être scalaire ou vectorielle[4].

La quantification vectorielle permet de quantifier simultanément plusieurs coefficients. Elle est coûteuse en termes de complexité calculatoire et n'est utile que si les données ne sont pas dé-corrélés.

La quantification scalaire est moins complexe et plus efficace si elle est précédée par une transformation, bien adaptée aux caractéristiques de l'image, qui génère des coefficients quasi indépendants[8].

I.6.3. Codage entropique

Le codage entropique est utilisé dans une chaîne de compression sans perte, directement sur l'image. Il est également employé à la dernière étape de la chaîne de compression avec pertes Figure (I.4) afin d'exploiter les redondances présentes à la sortie du quantificateur[3].

Après l'étape de quantification, on obtient un ensemble d'indices, caractérisé par une forte redondance statistique causée par les larges intervalles de quantification utilisés avec les coefficients de faible amplitude. L'intervalle de quantification autour de zéro est le plus large, ce qui implique l'élimination d'un grand nombre des coefficients.

Le codage entropique permet de réduire la taille de données obtenues sans introduire des distorsions en exploitant cette redondance statistique[8].

I.7. Conclusion

La compression des images est désignée à prendre un rôle encore plus important en raison de l'évolution des réseaux et du multimédia. Son importance est surtout due au décalage qui existe entre les possibilités matérielles des dispositifs que nous utilisons (capacité des mémoires de masse, débits sur Internet, ...) et les besoins qu'expriment les utilisateurs (visiophonie, vidéo plein écran.....), transfert de quantités d'informations toujours plus importantes dans des délais toujours plus brefs.

Notre travail, est consacré au compression des images fixes par transformée en Bandelettes(qui est bien détaillé en chapitre II).

Transformée en Bandelettes

II.1. Introduction

La transformée en Ondelette est l'une des premières représentations temps-fréquence, multi résolution à support compact qui devient une alternative à la transformée de Fourier [10,11,12]. Cependant, l'inconvénient majeur de la transformée en Ondelette est qu'elle ne parvient pas à saisir la régularité géométrique le long des singularités de bord ou contour dans les signaux bidimensionnels qui définissent l'image [10,13].

Des nouvelles transformées ont été proposées par de nombreux chercheurs. il s'agit des Bandelettes de seconde génération qui utilisent avantageusement les structures géométriques contenues dans les images. Le but de ces transformées est d'améliorer la concentration de l'énergie dans un minimum de coefficients de la transformée pour aller dans le sens d'une représentation creuse.

II.2. Représentation par Ondelettes

II.2.1. Transformée en Ondelette continue

La transformée en Ondelettes continues permet la représentation des signaux monodimensionnels réguliers par morceaux (de classe C^N avec $n \in \mathbb{N}$) et $\in L^2(\mathbb{R})$ dans une base bien localisée dans les domaines spatial et fréquentiel [10,14,11,15]. Cette base est construite à partir d'une unique fonction $\psi(x)$ appelée Ondelette mère qui doit être localisée (c'est à dire à support compact ou à une décroissance rapide à l'infini) et oscillante. Un facteur d'échelle a et translatée par des facteurs b , forme une base de $L^2(\mathbb{R})$, définie par

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right) \right)_{b \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}_+^*} \quad (\text{II.1})$$

Ainsi, une transformée en Ondelettes continue Wf de la fonction f , peut-être définie de l'espace $L^2(\mathbb{R})$ vers $L^2(\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R})$, par l'expression suivante:

$$wf(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(\tau) \tilde{\psi}_{a,b}(x) d\tau \quad (\text{II.2})$$

avec $\tilde{\psi}_{a,b}$: l'Ondelette duale de l'Ondelette analysante, $Wf(a,b)$: le coefficient d'Ondelettes de la fonction et $\langle ., . \rangle$: désigne le produit scalaire.

Pour une construction du signal sans perte d'information i.e. conservation d'énergie du signal, il faut que l'Ondelette soit réversible, c'est à dire qu'elle doit vérifier la condition

d'admissibilité $C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(w)|^2}{\omega} d\omega < +\infty$; avec $\hat{\psi}(\omega)$: étant la transformée de Fourier de l'Ondelette mère. Cette condition implique que son moment d'ordre 1 (moyenne) soit nul:

$$\int_{\mathbb{R}} \psi(x) dx = 0 \quad (\text{II.3})$$

ce qui justifie que l'Ondelette soit oscillante et localisée en temps. D'une façon général, l'Ondelette mère est caractérisée par son nombre de moments nuls M , défini par :

$$\int_{\mathbb{R}} x^m \psi(x) dx = 0, \quad \text{pour } m = 0: M - 1 \quad (\text{II.4})$$

ce qui constitue une caractéristique importante pour l'estimation de la régularité locale. Etant donné que la fonction Ondelette est réversible, sa fonction original $f \in L^2(\mathbb{R})$ peut être reconstruite à partir de ces coefficients d'Ondelettes à l'aide de l'équation ci-après:

$$f(x) = \frac{1}{c_\psi} \int_{\mathbb{R}} \int_2 wf(a,b) \psi_{a,b}(x) db \frac{da}{a^2} \quad (\text{II.5})$$

II.2.2. Analyse des singularités ponctuelles par la transformée en Ondelettes

En pratique, le calcul d'une transformation en Ondelette sous la condition du choix du nombre de moments nuls permet de détecter les points singuliers d'une fonction f , et d'évaluer l'exposant de Lipschitz qui peut mesurer le degré de régularité locale, et éventuellement indiquer le type de la singularité [10,14]. Formellement, une fonction $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ admet une régularité Lipschitzienne localisée en x_0 ; s'il existe une constante $k > 0$ telle que :

$$\forall x \rightarrow x_0 \text{ alors } |f(x) - f(x_0)| < k \|x - x_0\|^a \quad (\text{II.6})$$

avec $0 < a < 1$, si $a \neq 1$ alors, on dit alors que la fonction est singulière en x_0 .

Il est intéressant de remarquer que cette notion de régularité ne privilégie pas de direction particulière. Par conséquent, ceci justifie l'emploi dans les sections suivantes d'autres transformations dont la propriété est d'abord de chercher certaines directions particulières pour enfin estimer la régularité le long de cette direction. La transformée en Ondelettes permet la détection, la localisation des singularités et l'accès à l'exposant de Lipschitz des point singuliers. Les singularités de la fonction analysée se traduisent par des points d'amplitude maximale dans sa transformée en Ondelettes sur une large gamme d'échelles. En ne retenant que les points qui sont des maximaux locaux de la transformée en Ondelette, on obtient des chaînes de maximal pointant vers les points singuliers de la fonction. Par conséquent, il existe une constante S telle que, lorsque l'échelle a tend vers 0, on a :

$$|wf(x,a)| < s \cdot a^a \quad (\text{II.7})$$

II.2.3. Transformée en Ondelettes discrètes

L'Ondelette continue est en théorie infiniment redondante du fait que l'Ondelette est translatée de manière continue, cependant, il existe des méthodes pour diminuer cette redondance, parmi ces méthodes il en existe une qui consiste en l'emploi de la transformée en Ondelettes discrète. J. Morlet [16] a proposé de construire des bases ou des frames de fonctions construits par une discrétisation dyadique des deux paramètres (a et b) sur le modèle suivant :

$$\psi_{j,k}(x) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{x-k \cdot b_0 \cdot a_0^{-j}}{a_0^j}\right) \quad j=1,2,\dots,j-1 \text{ et } k=1,2,\dots,2^{-j}-1 \quad (\text{II.8})$$

où j et k sont des entiers. Généralement, $b_0 = 1$ et $a_0 = 2$, ces valeurs sont normalisées dans le but d'avoir des bases orthonormées d'Ondelettes, et les coefficients seront alors décorrélés. Ceci permettra de réduire le volume d'information redondante. La base orthonormée sera reformulée par :

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) = \frac{1}{2^{j/2}} \psi\left(\frac{x-2^j k}{2^j}\right) = \psi_{j,k}(x)\right)_{j \in \mathbb{Z}; k \in \mathbb{Z}} \quad (\text{II.9})$$

La transformée en Ondelette discrète (DWT: Discret Wavelet Transform) d'une fonction $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$, en genre un ensemble de coefficients d'Ondelettes dits détails; définis par:

$$d_{DWT}(j, k) = \langle f(x), \psi_{j,k}(x) \rangle = 2^{-j/2} \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi\left(\frac{x-2^j k}{2^j}\right) dx \quad (\text{II.10})$$

L'analyse multi résolution introduite par Mallat [10] et Meyer [17] a la capacité de reconstruire le signal. Quand le signal $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$, est représenté dans différentes résolutions, le signal résolution de $f(x)$ reconstruit contient différentes bandes de fréquences du signal original. La représentation basse résolution de $f(x)$ est construite par la fonction échelle $\phi_{j,k}(x)$ en projetant successivement le signal sur un sous-espace V_j (plus j augmente plus V_j contient des fonctions dont la composante spectrale est de fréquence élevée), ce qui est similaire à un filtrage passe-bas de $f(x)$. Par ailleurs, la différence entre deux approximations successives représente le détail perdu qui se trouve dans un sous-espace W_j construit par la base d'Ondelette et qui est complémentaire à V_j ; telle que $V_{j-1} = V_j \oplus W_j$. L'ensemble des coefficients d'approximation est définie formellement par :

$$c_{j,k} = \langle f(x), \phi_{j,k}(x) \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) \cdot \phi_{j,k}(x) dx \quad (\text{II.11})$$

A chaque échelle j fixée, les Ondelettes $\psi_{j,k}(x)$ forment une base d'un espace détail W_j alors que l'espace V_j d'approximation est engendré par les fonctions échelles $\phi_{j,k}(y)$.

II.2.4. Extension de transformée en Ondelettes pour les images

La représentation d'image nécessite l'utilisation des Ondelettes de manière séparable sur les axes horizontal et vertical pour des raisons de simplicité et d'efficacité. Les bases d'Ondelettes de $L^2([0,1]^2)$ sont obtenues par translations et dilatations de trois Ondelettes élémentaire, $\{\psi_{j,k}^H(x,y), \psi_{j,k}^V(x,y), \psi_{j,k}^D(x,y)\}$ qui oscillent dans les directions horizontale, verticale et diagonale. Ces Ondelettes bidimensionnelles séparables ont prouvé leurs capacités à détecter les singularités horizontales, verticales, ou ponctuelles (assimilées à des singularités diagonales). Elles s'obtiennent par un produit séparable d'Ondelettes monodimensionnelles comme suit:

$$\begin{cases} \psi_{j,k}^1(x,y) = \psi_{j,k}^H(x,y) = \psi_{j,k}(x) \cdot \phi_{j,k}(y) \\ \psi_{j,k}^2(x,y) = \psi_{j,k}^V(x,y) = \phi_{j,k}(x) \cdot \psi_{j,k}(y) \\ \psi_{j,k}^3(x,y) = \psi_{j,k}^D(x,y) = \psi_{j,k}(x) \cdot \psi_{j,k}(y) \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

avec $\psi_{j,k}(\cdot)$ et $\phi_{j,k}(\cdot)$ représentant respectivement, l'Ondelette et la fonction échelle monodimensionnelle associée. La Figure (II.1) illustre un exemple d'Ondelettes.

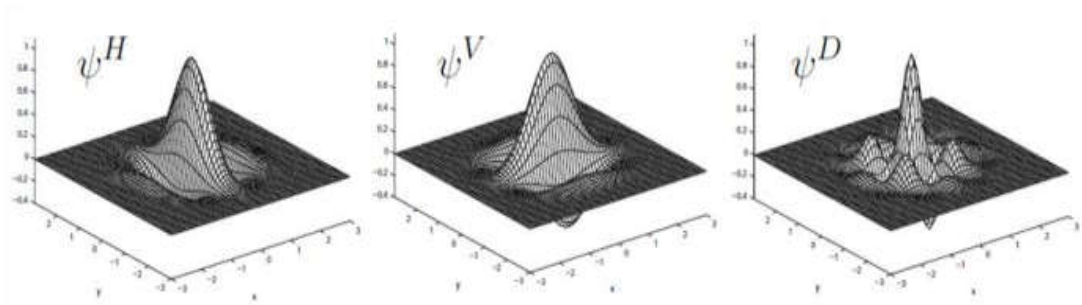


Figure (II.1) :Exemple d'un triplet de fonctions Ondelettes [18].

Par ailleurs, à un niveau de résolution J donné, toute fonction $f(x,y)$ peut être décomposée comme suit :

$$f(x,y) = \sum_k c_{J,k} \phi_{J,k}(x,y) + \sum_{j=1}^J \sum_n \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}^n(x,y) \quad (\text{II.13})$$

où $\phi_{J,k}(x,y)$ est la fonction échelle définie par $\phi_{J,k}(x,y) = \phi_{J,k}(x) \cdot \phi_{J,k}(y)$; $n = 1,2,3$ $c_{J,k}$: les coefficients d'approximation et $d_{j,k}$: les coefficients d'Ondelettes.

La figure (II.2) ci-après illustre un exemple de décomposition à un niveau de résolution image palmaire de la base d'image d'empreintes palmaires CASIA.

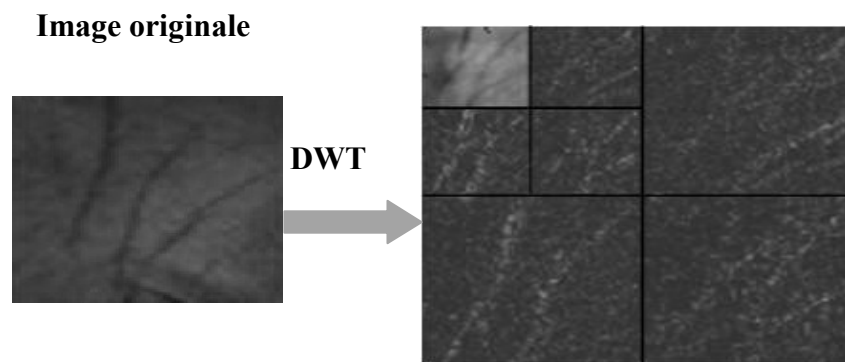


Figure (II.2): Représentation en Ondelette discrète d'une image d'empreinte palmaire.

En dépit de son succès, la transformée en Ondelettes standard n'est pas complètement adaptée pour représenter des contours ou des textures orientées d'une image. La transformée en Ondelettes bidimensionnelle séparable a prouvé son efficacité optimale pour la représentation des singularités horizontales, verticales ou ponctuelles. Cependant, elle fait montre de difficultés à capturer la régularité géométrique le long des singularités de bords ou les contours en raison de leur soutien isotrope. Ainsi, les coefficients d'Ondelettes de tels contours vont se retrouver de façon redondante dans les différentes sous-bandes d'une même résolution.

Cette information redondante contenue dans l'image, dont la régularité géométrique est un exemple, permet de caractériser les structures géométriques existantes dans les différentes images. Aussi, le nombre d'orientations qui est une caractéristique très importante pour les signaux multidimensionnels est limité et fixe.

La représentation de l'image dans des bases orthonormées séparables telles que Fourier, cosinus local ou Ondelettes ne peuvent pas tirer profit de la régularité géométrique des structures d'image. Par conséquent, l'enjeu majeur est de trouver des représentations géométriques efficaces pour l'amélioration de l'efficacité des algorithmes de traitement d'images. Afin de représenter ces contours avec plus de parcimonie, de nouvelles transformées dérivées des Ondelettes ont été proposées pour exploiter la régularité géométrique le long des bords. Dans ce contexte les chercheurs Do et Vetterli[19,20] ont listé les propriétés recherchées suivantes :

- 1- la multi résolution.
- 2- la localisation spatiale et fréquentielle des éléments de base.
- 3- l'échantillonnage critique pour garantir la compacité en un nombre minimal d'échantillons de représentation.

4- la multi directionnalité : les éléments de base doivent être orientés dans de multiples directions; plus que les trois directions offertes par les Ondelettes séparables.

5- l'anisotropie : Pour capturer les contours lisses dans les images, la représentation doit inclure des fonctions de formes plus ou moins allongées qui sont pratiquement parallèles aux bords.

II.3. Transformée en Bandelettes

La transformée en Bandelettes exploite avantageusement les structures géométriques directionnelles où la fonction a une régularité maximale. Ces Bandelettes sont obtenues à partir de la déformation d'Ondelettes anisotropes. La base Bandelettes décompose l'image le long de vecteurs multi-échelles qui sont allongés dans la direction d'un flux géométrique. Ce flux géométrique indique les directions où les niveaux de gris des images ont des variations régulières.

II.3.1. Définition de la géométrie

La géométrie de l'image est représentée par ses contours et ces courbures. Sachant que la tangente à un contour est une direction de la régularité maximale, il en résulte que la régularité peut être mesurée tandis que la position ne peut être déterminée que dans le cas de contours nets [21,22].

On peut définir chaque courbe (contour) C paramétrée par son abscisse curviligne s par :

$$C = \{c(s) = (c_1(s), c_2(s)), s \in \mathbb{R}, c_1: \mathbb{R} \mapsto [0,1] \text{ et } c_2: \mathbb{R} \mapsto [0,1]\} \quad (\text{II.14})$$

Le flot τ le long du contour (voir figure II.3), désigne le vecteur unitaire de cette direction de régularité maximale le long du contour [21]. Il est défini par :

$$\tau(c(s)) = c'(s) = \begin{pmatrix} c'_1 \\ c'_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

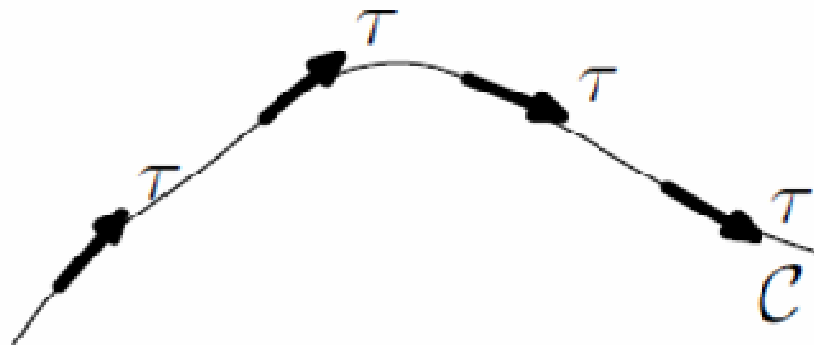


Figure (II.3): Exemple d'un contour C et son flot τ définie par sa tangente [21].

La direction de la régulation maximale d'une fonction dérivable et régulière, est égale à la direction orthogonale au gradient; qui est définie par :

$$\tau(x) = \frac{\nabla f(x)^\perp}{|\nabla f(x)|} \quad (\text{II.16})$$

L'idée centrale dans la construction des Bandelettes est de définir la géométrie comme un champ vectoriel ou un flux géométrique pour effectuer une analyse orientée le long des contours. Ce flux indique la direction du déplacement des valeurs de niveau de gris, non pas dans le temps, mais dans l'espace.

Il existe deux versions de construction de la transformée en Bandelettes à savoir : les Bandelettes de la première et la deuxième génération.

II.3.2. Les Bandelettes de la première génération (Bandelette 1G)

La première génération de transformées en Bandelettes[21] permet de représenter la géométrie des images en utilisant des flots géométriques au lieu des contours. Ces Bandelettes sont construites à partir d'Ondelettes bidimensionnelles en effectuant un partitionnement du support de l'image en des régions, à l'intérieur des régions ces flots géométriques restent parallèles ou non définis. Pour chaque région, les bases orthonormées de Bandelettes sont définies en déformant la base d'Ondelettes localement sur des carrés dyadiques pour aligner la singularité avec la direction horizontale ou verticale. Il existe trois types de régions :

- ✓ Régions où l'image est uniformément régulière, et où il n'y a donc pas de flot, la représentation se fait alors avec une base d'Ondelettes bidimensionnelles classiques.
- ✓ Régions où le flot géométrique est parallèle verticalement $\vec{\tau}(x_1)$

$$\vec{\tau}(x_1, x_2) = \vec{\tau}_i(x_1) = (1, c_i(x_1))$$

- ✓ Régions où le flot géométrique est parallèle horizontalement

$$\vec{\tau}(x_1, x_2) = \vec{\tau}_i(x_2) = (c_i(x_2), 1)$$

La première étape de la représentation en Bandelettes consiste à isoler ces régions de flots géométriques parallèles, cette segmentation est réalisée à l'aide d'une décomposition en arbre quaternaire en carrés dyadiques. Par ailleurs, la construction d'une base de Bandelettes s'effectue sur un domaine Ω_i où la fonction $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$. On suppose que cette région contienne une seule singularité, soit horizontale ou verticale, que l'on peut approcher par une courbe paramétrée (par exemple horizontalement voir figure(II.4)), l'opérateur de déformation est définie comme suit:

$$\forall x \in \Omega_i, w(x) = (x_1, x_2 - c(x_1)) \quad (\text{II.17})$$

Cet opérateur permet de définir le domaine déformé $W\Omega_i = w(\Omega_i)$ ainsi que la fonction warpée: $Wf(x) = f(w^{-1}(x))$

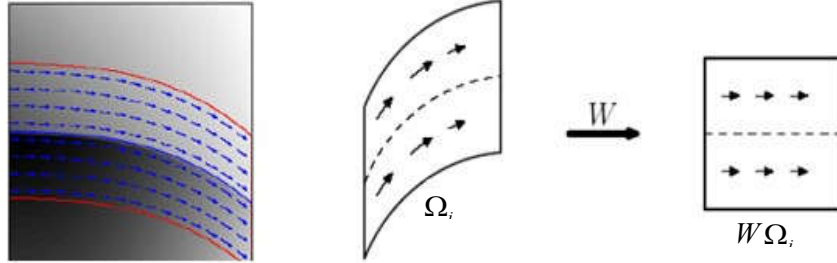


Figure (II.4): Exemple de modèle d'horizon et déformation du domaine selon un flot géométrique [21].

Par conséquent, pour construire la première génération de Bandelettes, il faut tout d'abord diviser l'image f en régions Ω_i où le flot géométrique donne le sens de la variation régulière de l'image, ensuite effectuer les tâches énumérées ci-dessous:

- a- un ré-échantillonnage qui calcule les valeurs de l'image le long du flot géométrique.
- b- une transformation on Ondelettes effectuée par un filtrage en sous-bandes le long du flot, si la région est régulière (sans flot géométrique) alors, la décomposition est effectuée en utilisant une base d'Ondelettes bidimensionnelles classique à l'aide d'un banc de filtres de Daubechies bi-orthogonales 9/7. Une transformation en Ondelettes discrètes séparables est définie par son ondelette mère ψ et sa fonction d'échelle associée φ , exprimée par:

$$\begin{cases} \varphi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2) \\ \varphi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2) \end{cases} ; j \in \mathbb{Z}, (m_1, m_2) \in \mathbb{Z}^2 \quad (\text{II.18})$$

Autrement, si la région a un flot géométrique, la décomposition est effectuée sur une $W(\vec{\tau})$. La base orthonormée déformée pour un flot horizontal parallèle est formellement donnée par :

$$\begin{cases} \psi_{j,m_1}(x_1 - c_i(x_2))\varphi_{j,m_2}(x_2) \\ \varphi_{j,m_1}(x_1 - c_i(x_2))\psi_{j,m_2}(x_2) \\ \psi_{j,m_1}(x_1 - c_i(x_2))\psi_{j,m_2}(x_2) \end{cases} ; (j, m_1, m_2) \in I_{w\Omega_i} \quad (\text{II.19})$$

Par conséquent, pour un flux horizontal l'image déformée est alors :

$$Wf(x_1, x_2) = f(x_1, x_2 + c(x_1)) \quad (\text{II.20})$$

c- une "Bandeletisation" qui transforme les coefficients des Ondelettes déformées en coefficients Bandelettes en exploitant la régularité de la fonction le long du flot.

Il est important de préciser que la segmentation en carrées dyadiques est obtenue par une subdivision successive du support de l'image. La dimension maximale et minimale du carrée affecte les directions des flots géométriques. La figure (II.5) ci-après illustre les flots géométriques dans différentes partitions de l'image.

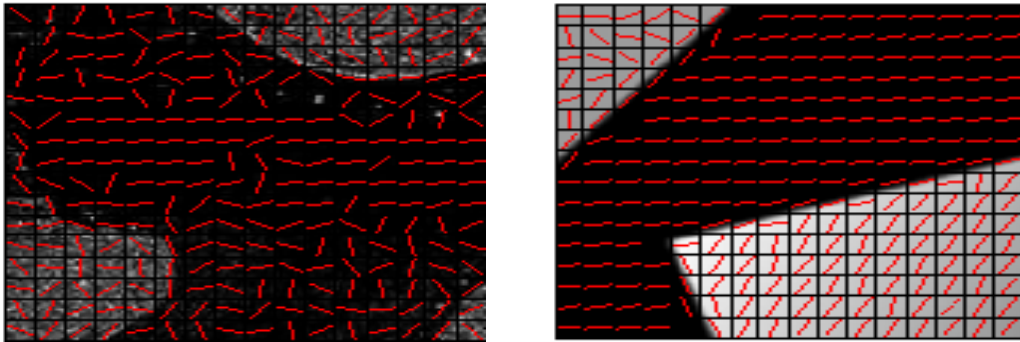


Figure (II.5): Flots géométriques en utilisant différentes segmentations dyadiques.

Les Bandelettes de la première génération utilisent avantageusement les structures géométriques des images. Cependant, elles ne sont pas directement définies dans le cas discret et elles n'offrent pas une représentation multi résolution de la géométrie. A cet effet, Peyré et al.[14,20] ont défini la seconde génération de Bandelettes.

II.3.3. Les Bandelettes de la seconde génération (Bandelette 2G)

Cette nouvelle version est basée sur la transformée en Ondelettes, elle permet une représentation multi résolution de la géométrie. L'objectif de ces Bandelettes est d'exploiter les régularités géométriques le long des contours dans les sous-bandes de la transformée en Ondelettes.

Sa construction consiste à appliquer les étapes ci-après :

- a. une transformation en Ondelettes orthogonales ou biorthogonales discrètes à l'image f .
- b. une segmentation hiérarchique en carrées dyadiques est réalisée dans chaque sous-bande dans le sens de la meilleure représentation de la géométrie, la figure suivante présente la construction d'une segmentation en quartée [18,23,24]:

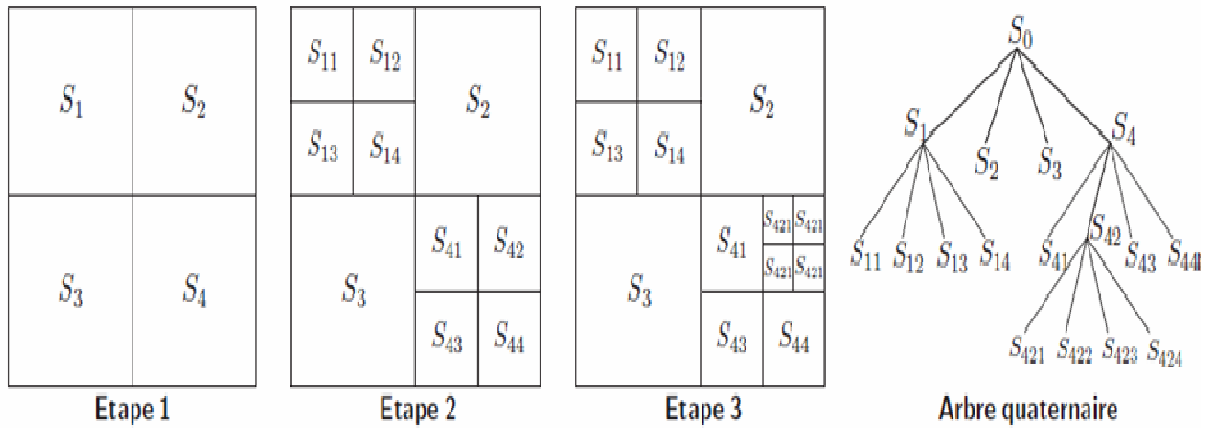


Figure (II.6): Exemple de segmentation en carrées dyadiques d'une image avec le quadtree correspondant[18].

c. Dans chaque carré dyadique, déterminer la meilleure géométrie qui définit la direction de la régularité géométrique. Une base de bandelettes $B(\Gamma)$ dépend de la géométrie des flots géométriques locaux définis par une segmentation dyadique des coefficients d'Ondelettes, et par le choix d'un flot polynômial à l'intérieur de chaque carré. Le but étant d'optimiser f_M de f , la meilleure géométrie est celle qui optimise l'erreur d'approximation $\|f - f_M\|^2$ pour un nombre M de paramètres décrivant f_M .

Soit $T > 0$ et soit f une image de $N \times N$ pixels discrétisée, ayant une régularité géométrique C^α . Soit $B^*(\Gamma)$ la base de Bandelette discrète définie par :

$$B^*(\Gamma) = \underset{B^*(\Gamma) \in D_{T^2}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{L}(f, B(\Gamma), T)); \text{ avec } \mathcal{L} : \text{le lagrangien, } D_T : \text{le dictionnaire des bases}$$

Bandelettes. La meilleure géométrie est celle qui minimise le lagrangien pour un seuil T .

d. Une projection orthogonale 1D est effectuée à la géométrie spécifiée pour définir un signal discret 1D f_d .

e. Une transformée en Ondelettes discrète de Haar 1D est appliquée au signal 1D f_d donnant les coefficients de Bandelettes b_k .

L'algorithme de la représentation en Bandelettes de seconde génération d'une image est illustré par la figure (II.7).

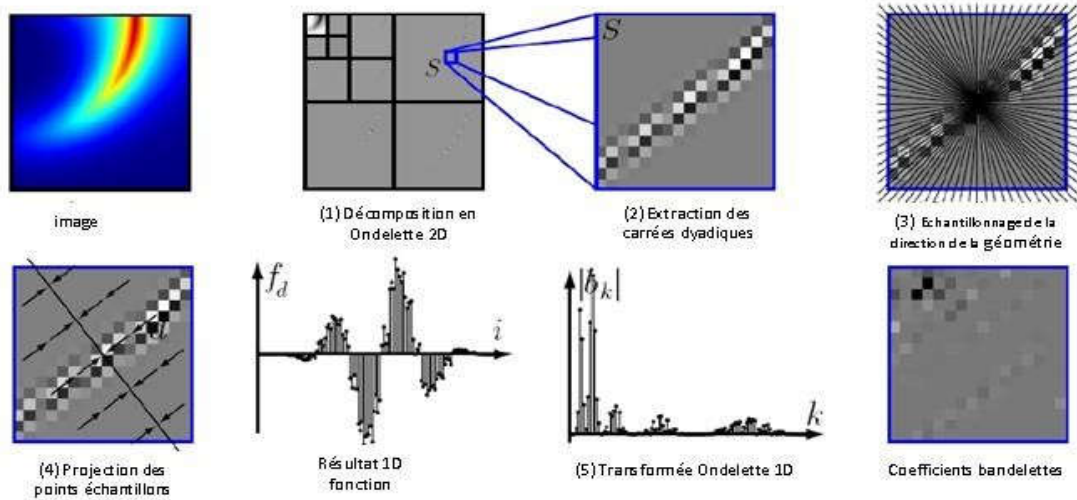


Figure (II.7): Algorithme de la transformée en Bandelettes seconde génération[18].

II.4. Conclusion

De nouvelles représentations d'images ont été développées de façon à pallier à ces défauts de la transformée en Ondelettes tout en conservant ses avantages, les bases d'Ondelettes orthogonales très efficaces pour les zones régulières, les textures homogènes et les singularités ponctuelles, Cependant elles ne sont pas optimales pour les images car elles ne peuvent exploiter la régularité de nature géométrique des contours.

La représentation en Bandelettes représente efficacement les contours des images grâce aux bases orthogonales de Bandelettes ainsi que les zones de régularité homogène sous la forme d'un résidu décomposé en Ondelettes.

Le cadre orthonormé permet d'obtenir des résultats théoriques sur les capacités d'approximation de cette représentation montrant leur intérêt par rapport aux bases d'Ondelettes bidimensionnelles séparables. Il reste cependant encore à confirmer ces éléments par des résultats numériques de compression.

Résultats et discussions

III.1. Introduction

La deuxième génération des Bandelettes est une transformée orthogonale multi échelles qui est capable de capturer le contenu géométrique des images. Dans ce chapitre, nous présentons l'algorithme générale de compression d'image par transformée en Bandelettes sur lequel se base notre application.

III.2. Etapes compression d'image par Bandelettes

Dans ce travail, la compression des images par Bandelettes se passe par deux étapes successives afin d'obtenir l'image compressée:

1- Transformée en Bandelettes.

2- le codage imbriqué: en utilisant le codeur SPECK, ce type de codage contient deux étapes à la fois qui sont quantification et codage.

A la décompression, l'image compressée subi à deux étapes inverses aux étapes de compression qui sont le décodage imbriqué et la transformée inverse en bandelettes afin d'obtenir l'image reconstruite.

Ici nous sommes consacré à l'étape de la transformation par Bandelettes.

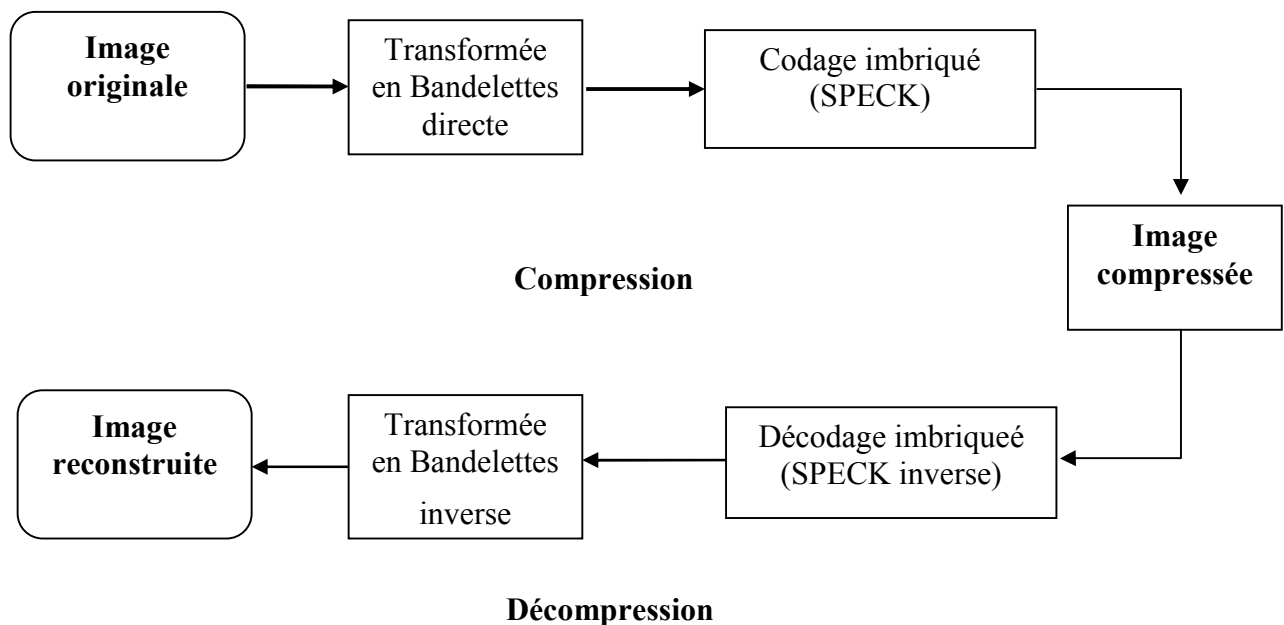


Figure (III.1): Schéma générale de la compression/décompression.

III.3. Etapes détaillées de l'algorithme transformée en Bandelettes

La transformée en Bandelettes est une transformée adaptative de l'image M , qui s'effectue en cinq étapes principales (voir figure III.2) :

- a- Transformation en Ondelettes TO_M de l'image M.
- b- Segmentation de chaque sous-bande en carrés dyadiques.
- c- Détermination la meilleure géométrie qui définit la direction de la régularité géométrique dans chaque carré dyadique. La meilleure géométrie est celle qui minimise le lagrangien L comme suit :

$$L = \|TO_M - A_M\|^2 + mT^2 \quad (III.1)$$

Tel que:

T : le seuil.

A_M : l'approximation de TO_M avec une base orthogonale (Ondelettes de Haar).

m: le nombre des coefficients de l'approximation de TO_M

supérieurs au seuil T.

- d- Une projection orthogonale 1D est effectuée à la géométrie spécifiée pour définir un signal discret $1DS_d$.
- e- Une transformation en Ondelettes discrète de Haar 1D est appliquée au signal $1DS_d$ donnant les coefficients de Bandelettes b_k .

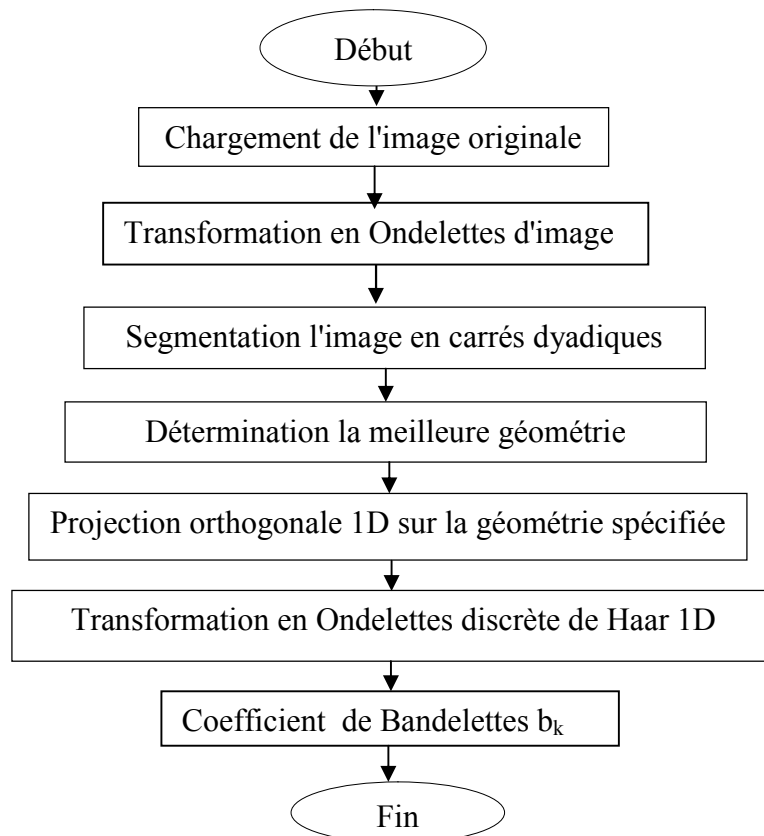


Figure (III.2): Algorithme globale de transformée en Bandelettes.

a-Transformation en Ondelettes de l'image

Nous avons chargé l'image originale parmi des différentes images de tailles: 128x128, 256x256 et 512x512. Ensuite Nous avons appliqué sur cette image la transformée en Ondelettes afin d'obtenir des sous-bandes corrélées entre elles.

b-Segmentation de chaque sous-bande en carrés dyadiques

On segmente l'image transformée en Ondelettes TO_M en carrés dyadiques de taille $(2^{J_min} * 2^{J_min})$ tel que J_min représente le rang du carré selon l'algorithme qui contient les étapes suivantes:

- ✓ Calcul le size n de l'image originale transformée en Ondelettes.
- ✓ Initialisation de la géométrie par 0.
- ✓ Initialisation de la fonction de lagrangien par 0.
- ✓ Segmentation de TO_M en $(n/2^{J_min})$ carrés.
- ✓ On cherche la direction optimale pour chaque carré par rapport au seuil T .

c- Détermination de la meilleure géométrie dans chaque carré dyadique

On cherche la valeur de Θ l'angle optimal pour chaque carré (on met inf pour aucune géométrie dans le carré). La direction optimale (Θ) est celui qui minimise le Lagrangien L :

$$L(\theta) = |TO_{Carr} - A_{Carr}|^2 + m * T^2 \quad (III.2)$$

L'algorithme contient les étapes suivantes:

- ✓ Calcul la largeur " l " du carré dyadique qui égale 2^{J_min} .
- ✓ Choix le facteur de super résolution pour la géométrie par défaut 2 ($s=2$).
- ✓ Le nombre de directions testés est : $t=2 * l * s$.
- ✓ Calcul les angles de direction qui prend les valeurs de l'intervalle $[t/2 \pi-t/2]$ avec un pas de t et en ajoutant plus la valeur d'aucune géométrie (inf).
- ✓ Initialement le vecteur pour stocker les valeurs de lagrangien est vide.
- ✓ Calcul de la transformée de Haar gauchis des coefficients de transformée d'Ondelettes du chaque carré dyadique A_{Carr} .
- ✓ Calcul l'erreur entre la transformée de Haar gauchis A_{Carr} et les coefficients de la transformée d'Ondelettes de chaque carré dyadique TO_{Carr} .
- ✓ Calcul la valeur de m qui représente le nombre de coefficients de l'approximation A_{Carr} supérieurs à T .
- ✓ Calcul le nouveau lagrangien L comme suit :

$$L = \sum_{x=1}^{2^{\wedge}j_{min}} \sum_{y=1}^{2^{\wedge}j_{min}} |A_{Carr} - TO_{Carr}|^2 + m * T^2 \quad (III.3)$$

- ✓ Mettre la valeur du nouveau lagrangien au vecteur des lagrangiens.
- ✓ Recherche la valeur minimale de Lagrangien parmi le vecteur des lagrangiens.
- ✓ l'angle optimal theta pour chaque carré est l'angle qui correspond à la valeur minimale de Lagrangien.

d- projection orthogonale 1D sur la géométrie optimale dans chaque carré dyadique

La projection orthogonale sur la géométrie optimale du carré dyadique se déroule comme suit:

- ✓ Aucune projection orthogonale sur la géométrie spécifiées la valeur de theta est inf.
- ✓ La largeur du carré est toujours $2^{\wedge} J_{min}$.
- ✓ Echantillonnage en deux dimensions d'ordre $2^{\wedge} J_{min}$ résultant deux matrices $X(2^{\wedge} J_{min}, 2^{\wedge} J_{min})$ et $Y(2^{\wedge} J_{min}, 2^{\wedge} J_{min})$.
- ✓ Projection sur la direction orthogonale sur le repère (-sin et cos) selon la relation suivante :

$$g = -\sin(\theta) * X(:) + \cos(\theta) * Y(:) \quad (III.4)$$

- ✓ Mettre les valeurs de g selon l'ordre croissant.

e-Transformation en Ondelettes discrète de Haar 1D

Faire la transformée de Haar des coefficients selon l'ordre croissant, on obtient les coefficient de Bandelettes b_k :

III.4. Codage imbriqué

Pour voir la différence entre la compression par transformée en Ondelettes et Bandelettes, on utilise la quantification pour codage imbriqué car il permet d'une transmission progressif de l'image compressée et il donne aussi un taux de compression plus élevé[25].



Les codeurs imbriqués peuvent être classés en deux principaux groupes: les codeurs basés sur d'arbre de zéro (zerotree-based coders) comme l'EZW et le SPIHT, et codeurs basées sur les blocs de zéros (zeroblock-based coders) comme le SPECK. Le codage d'arbre de zéros considère un groupe de coefficients coordonnés dans les différentes sous-bandes de l'image transformée par Ondelettes comme un ensemble nommé arbre, pendant que le codage de blocs de zéros réunit toujours tous les coefficients de la sous-bande dans

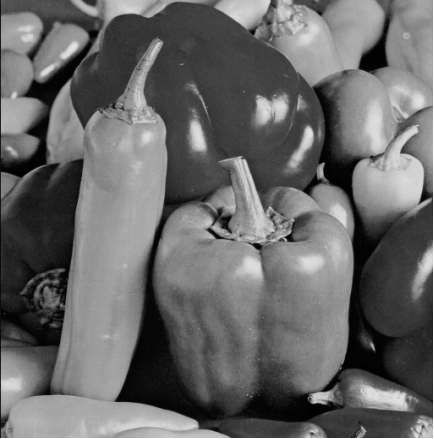
un ensemble appelé bloc. Lorsque tous les coefficients de l'arbre ou de bloc ont des valeurs inférieures à un seuil donné, on obtient un arbre des zéros ou bloc de zéros.

On choisit le codeur SPECK car il ressemble plus des coefficients dans les blocs que les nombre de coefficients dans les arbres de zéros

III.5. Images de test

On appliqué nos programme sur trois images de différentes tailles :

Image de test	Nom	Dimensions	Remarques
	Penny	128 × 128	Image d'un homme
	Goldhill	256 × 256	Image d'un paysage

	Peppers	512 × 512	Image des légumes
---	---------	-----------	-------------------

Tableaux (III.1): Images de test.

III.6. Présentation des résultats et discussion

Nous avons étudié l'effet de variation de T , J_{\min} et TC en fonction de PSNR, en testant la compression de trois images:

1. on fixe TC et J_{\min} et on varie T
2. on fixe T et TC et on varie J_{\min}
3. on fixe T et J_{\min} et on varie TC

a. Variation de T

$TC=90\%$

$J_{\min}=2$

		Image Penny									
		T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PSNR (dB)	Ondelettes	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62	39.62
	Bandelettes	39.62	39.68	39.72	39.76	39.78	39.80	39.81	39.77	39.77	

Tableau(III.2): Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T .

		Image Goldhill									
		T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PSNR (dB)	Ondelettes	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82
	Bandelettes	30.67	30.76	30.82	30.85	30.87	30.92	30.95	30.97	31.00	

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82	30.82
31.01	31.03	31.04	31.06	31.07	31.08	31.09	31.11	31.12	31.11	31.10

Tableau(III.3): Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Goldhill" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T.

		Image Peppers									
		T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PSNR (dB)	Ondelettes	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80
	Bandelettes	36.76	36.81	36.87	36.89	36.93	36.95	36.96	36.96	37.02	

10	11	12
36.80	36.80	36.80
37.03	37.00	36.96

Tableau(III.4): Valeurs de PSNR en dB pour l'image "Peppers" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes pour différents T.

D'après les résultats de simulations obtenues de trois tableaux ci-dessus, on peut dire que:

- a- Le PSNR est stable dans les compressions en utilisant la transformée par Ondelettes car cette dernière ne dépend pas de seuillage T (indépendance de caractéristiques géométriques d'image). Par contre, il est varié dans la transformée en Bandelettes qui dépend de T (dépendance de contenu géométrique d'image).
- b- la meilleure valeur de seuil pour les tableaux: III.4, III.5 et III.6 sont respectivement 7, 18, 10 puisque le PSNR prend des valeurs maximales.

- c- la différence de meilleur T entre les trois tableaux dépend du contenu de chaque image.

b. Variation de J_{\min}

TC=90%

		T=7	Image Penny			
		J_min	1	2	3	4
PSNR (dB)	Ondelettes	39.62	39.62	39.62	39.62	
	Bandelettes	39.68	39.81	39.74	34.69	

Tableau(III.5): Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_{\min} pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

		T=18	Image Goldhill			
		J_min	1	2	3	4
PSNR (dB)	Ondelettes	30.82	30.82	30.82	30.82	
	Bandelettes	30.93	31.12	30.99	30.81	

Tableau(III.6): Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_{\min} pour l'image "Goldhill " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

		T=10	Image Peppers			
		J_min	1	2	3	4
PSNR (dB)	Ondelettes	36.80	36.80	36.80	36.80	
	Bandelettes	36.94	37.03	36.93	36.86	

Tableau(III.7): Valeurs de PSNR en dB pour différents valeur J_{\min} pour l'image "Peppers " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

Les résultats des trois tableaux exprime que la meilleur valeur de J_{\min} est 2, parce que la valeur de PSNR est la meilleure ; c'est-à-dire la segmentation de l'image en carrée dyadique de taille 4*4 est le plus performant pour obtenir la meilleure géométrie(Theta).

c. Variation de TC

J_min= 2

		T=7	image Penny					
		TC	90	91	92	93	94	95
PSNR (dB)	Ondelettes	39.62	38.79	37.98	37.08	35.73	34.77	
	Bandelettes	39.81	39.00	38.16	37.29	35.91	34.84	

Tableau (III.8): Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Penny" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

		T= 18	image Goldhill					
		TC	90	91	92	93	94	95
PSNR (dB)	Ondelettes	30.82	30.25	29.77	29.36	28.83	28.12	
	Bandelettes	31.12	30.63	30.22	29.74	29.23	28.34	

Tableau (III.9): Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Goldhill " reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

		T= 10	image Peppers					
		TC	90	91	92	93	94	95
PSNR (dB)	Ondelettes	36.80	36.38	36.01	35.64	35.21	34.46	
	Bandelettes	37.03	36.62	36.25	35.89	35.44	34.57	

Tableau (III.10): Valeurs de PSNR en dB pour différentes valeurs de TC pour l'image "Peppers" reconstruite en utilisant la transformée Ondelettes et Bandelettes.

D'après les résultats obtenus, on remarque que le PSNR varie en fonction de TC dans les deux types de transformations Ondelettes et Bandelettes, la croissance de taux de compression en raison d'une diminution de PSNR, Nous concluons que l'augmentation du taux de compression prévu pour maintenir la qualité d'image.

Par comparaison entre les transformées en Ondelettes et en Bandelettes, la transformation en Bandelettes est plus adaptée pour la compression des images fixes

puisque l'exploitation de géométrie de l'image améliorer la qualité de l'image reconstruite (PSNR).



(a)



(b)

Figure(III.3): (a) Image reconstruite "Penny" par transformée Ondelettes PSNR=39.62 , (b) Image reconstruite "Penny" avec transformée Bandelettes PSNR=39.81, avec $T=7$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$.

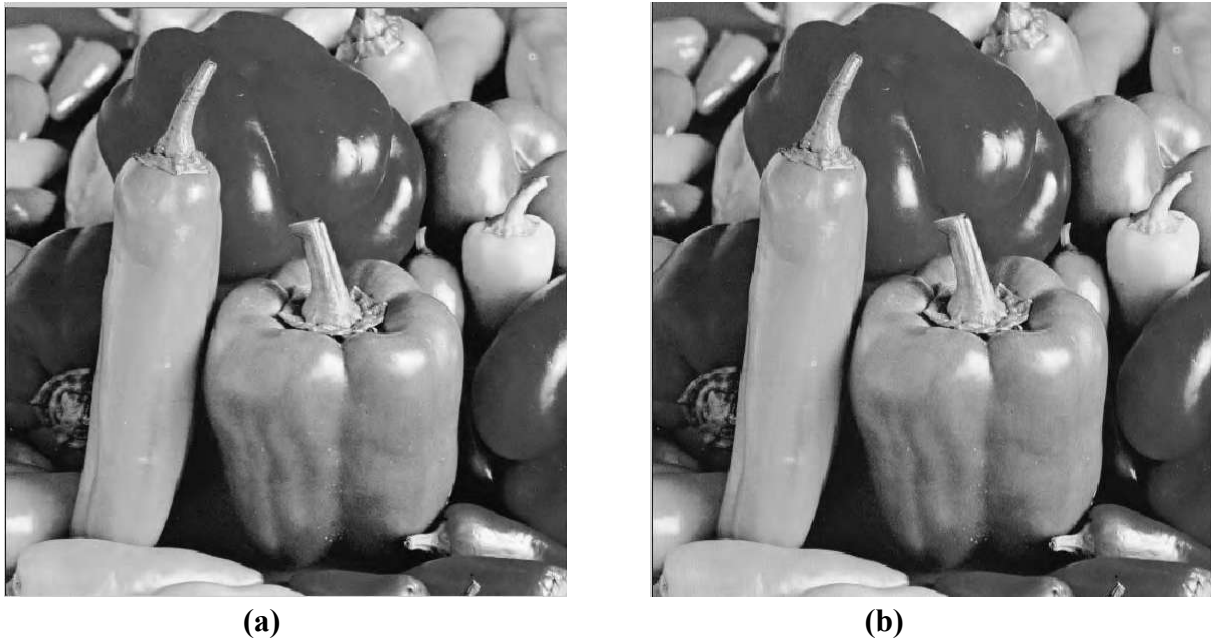


(a)



(b)

Figure(III.4): (a) Image reconstruite "Goldhill" par transformée en Ondelettes PSNR=30.82, (b) Image reconstruite "Goldhill" avec transformée en Bandelettes PSNR=31.12, avec $T=18$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$.



Figure(III.5): (a) Image reconstruite "Peppers" par transformée en Ondelettes PSNR=36.80, (b) Image reconstruite "Peppers" avec transformée en Bandelettes PSNR=37.03, avec $T=10$, $J_{\min}=2$ et $TC=90\%$.

Les images reconstruites pour les trois images de test avec les deux transformées montre que la transformée en Bandelettes est performante par rapport à la transformée en Ondelettes.

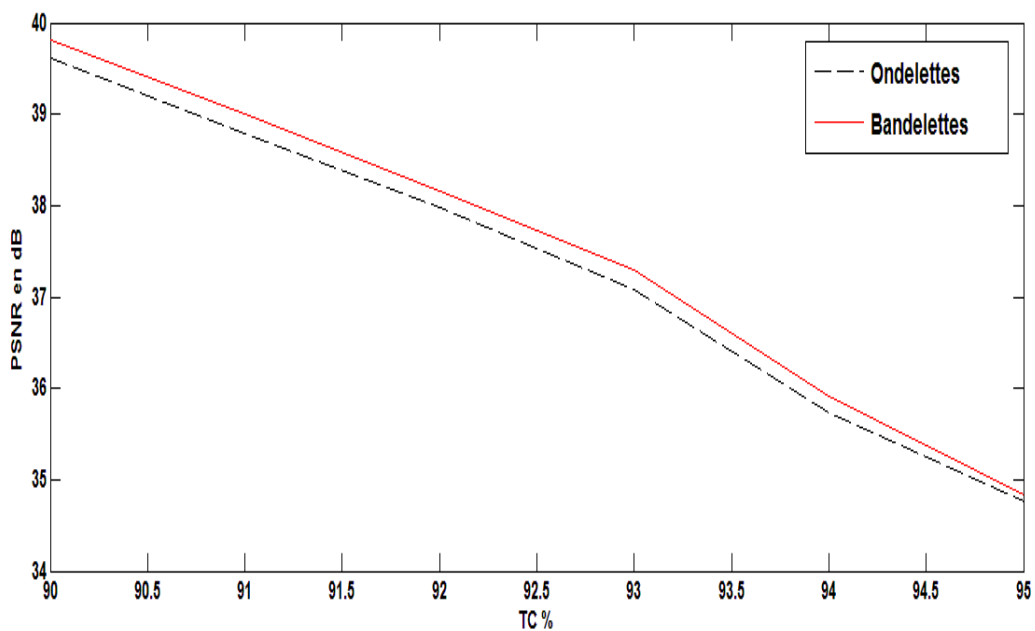


Figure (III.6): Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Penny" ($T=7$, $J_{\min}=2$).

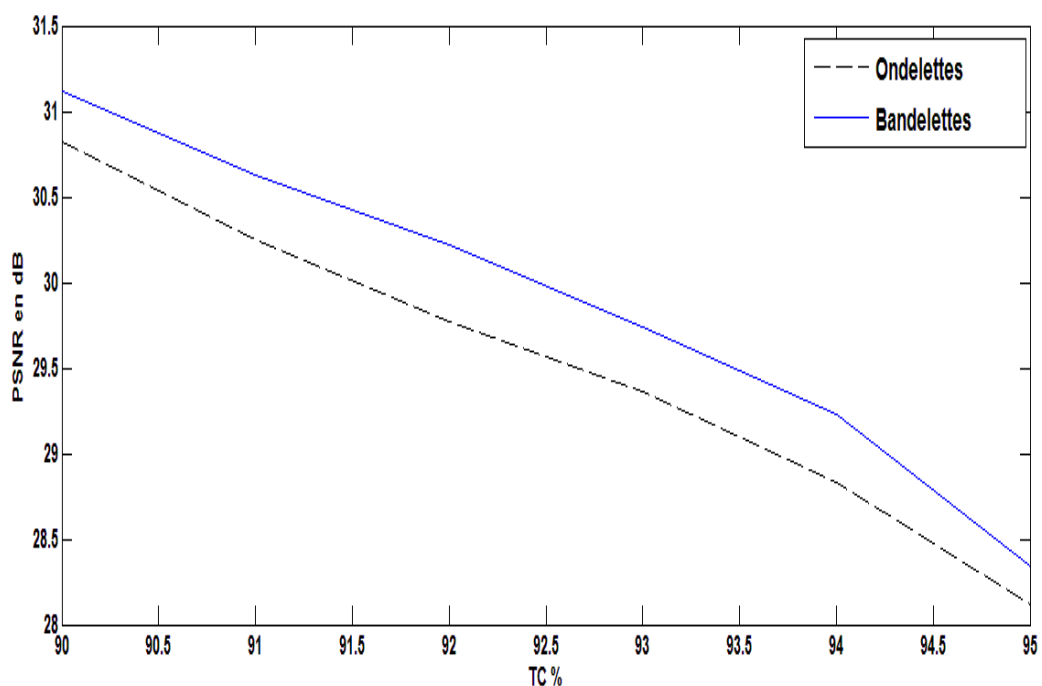
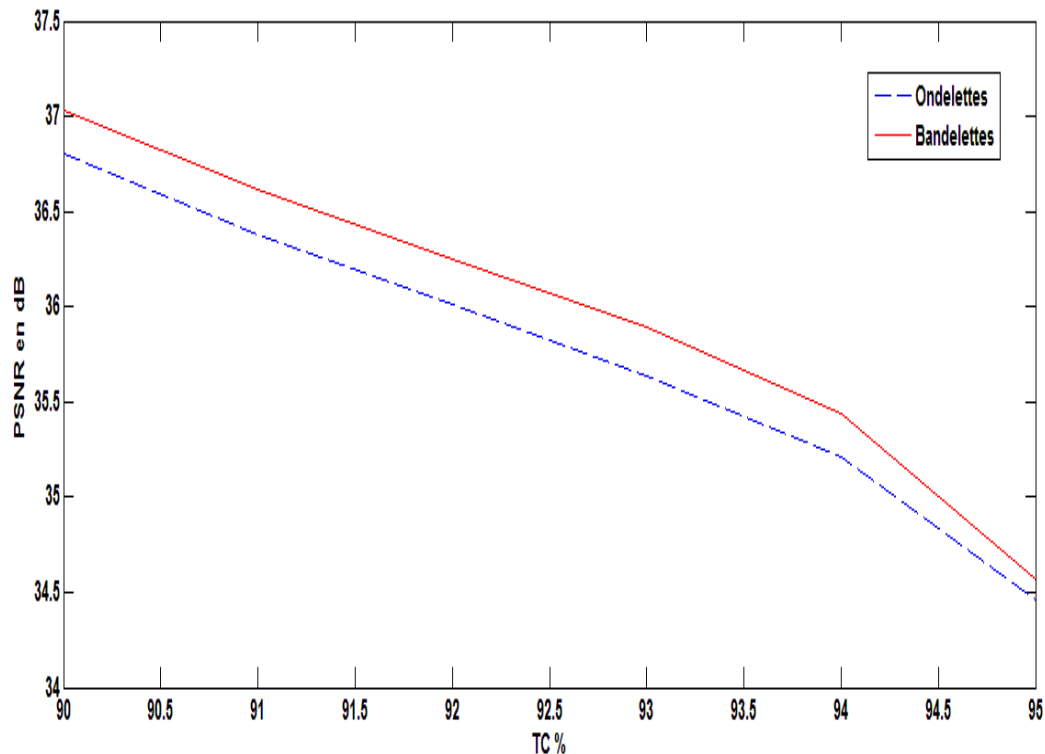


Figure (III.7): Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Goldhill" ($T=18$, $J_{\min}=2$).



Figure(III.8): Courbe de PSNR en dB en fonction de TC en transformée Ondelettes et Bandelettes pour image "Peppers" (T=10, J_min=2).

D'après les courbes des figures (III.6),(III.7), (III.8), on peut remarquer la dégradation de PSNR en fonction de taux de compressions dans les trois images de test.

La comparaison entre les deux courbes obtenues dans chaque figure montre que la transformée en Bandelettes est plus performante pour la compression des images par rapport à la transformée en Ondelettes.

III.7. Conclusion

Les Bandelettes possèdent deux avantages sur les Ondelettes : d'une part, la représentation en Bandelettes permet une meilleure approximation de l'image originale que la représentation en Ondelettes et d'autre part la partie géométrique des Bandelettes permet d'un codage plus efficace de la position des coefficients conservés le long des contours, or le codage de la position des coefficients conservés occupe une grande partie du budget de bits dans la compression.

Les résultats de l'application de l'algorithme aux images de test montrent les capacités d'approximation de la représentation en bandelettes par rapport à celle de la représentation en ondelettes. Ces résultats montrent la supériorité de la représentation en

Bandelettes sur la représentation en ondelettes puisque la géométrie de l'image est un élément très important pour la représentations des images.

Conclusion générale

La transmission et le stockage des données volumineuses est difficile sans compression, pour cela, plusieurs méthodes sont proposées pour comprimer ces données. Les performances d'un système de compression sont évaluées par sa complexité calculatoire, son coût de stockage, le débit (ou le taux de compression) qu'il permet d'atteindre et la dégradation qu'il engendre sur les données compressées. Les techniques de compression ont fait l'objet de nombreuses recherches pour tenter d'optimiser ces différents aspects. Il demeure, cependant, difficile, d'optimiser tous ces critères en même temps.

Nous nous sommes intéressés dans ce travail à la compression d'images fixes par bandelettes, cette technique proposée permet d'augmenter les nombres de coefficients nuls, et au même temps d'améliorer le codage des coefficients afin d'améliorer les performances de la compression (PSNR et TC) par rapport aux performances des ondelettes classiques.

La géométrie utilisée dans la construction des bandelettes est basée non pas sur la notion de contours mais sur celle d'un champ de vecteur indiquant une direction de régularité locale des images. Ce flot géométrique est simplifié par une segmentation adaptative en carrés et des conditions de parallélisme. L'optimisation de cette géométrie pour une application donnée s'obtient par un algorithme rapide de recherche de meilleure base et conduit à une amélioration dans le cadre du codage par rapport aux ondelettes.

Dans la quantification des coefficients des bandelettes, a choisi le codeur SPECK qui possède une propriété importante représentée par le choix du taux de compression selon les besoins d'utilisation de compression.

Les résultats de simulation obtenus montrent que cette méthode de compression proposée est généralement satisfaisante pour la plupart des images de test, le rapport de dégradation PSNR prend des valeurs mieux que dans la transformation par ondelettes.

- [1] V. Chappelier "Codage progressif d'images par ondelettes orientées" Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1, 2005.
- [2] A. Boukaache, "Compression d'images hautes définitions en utilisant une transformation hybride", Thèse de doctorat 2012 Guelma Algérie.
- [3] Benyahia Mohamed, " Compression des Images en Couleurs Fixes en Utilisant la DWT", Mémoire de Magister, Université badji mokhtar–Annaba, 2013.
- [4] Sahir Mourad, " Compression des images numériques par la technique des ondelettes", Mémoire de Magister, Université Ferhat Abbas-Sétif , 19 / 06 / 2011.
- [5] Chérif taouche, "Implémentation d'un Environnement Parallèle pour la Compression d'Images à l'aide des Fractales", Mémoire de Magister , Université Mentouri Constantine ,2005.
- [6] Ouafi Abdelkrim, " Compression d'images avec pertes par codages imbriqués, Proposition d'une optimisation de l'algorithme EZW", Diplôme de Doctorat , université Mohamed khider biskra, 2008/2009.
- [7] Patricia Beaurepaire et Epouse Beretta, " Compression d'images Appliquée aux angiographies cardiaques: aspects algorithmiques, Evaluation de la qualité diagnostique ", 21 novembre 1997.
- [8] Kadri Oussama, "Compression d'images fixes par Ondelettes géométriques par utilisation des Curvelets et différents types d'interpolation dans la quantification scalaire", Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider – Biskra, 5 Mars 2014.
- [9] Zitouni Athmane, " Ondelettes et techniques de compression d'images numérique", Mémoire de Doctorat, Université Mohamed khider biskra, 2012/2013.
- [10] S.G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11 (7), pp. 674-693, 1989.
- [11] P. C. Lemarie and Y. Meyer, "Ondelettes et bases hilbertiennes, " Rev. Mat. Ibéro-Amer, Vol. 2 (1), pp. 1–18, 1986.
- [12] Y. Meyer, "Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algèbres d'opérateurs," Séminaire N. Bourbaki, n° 662, pp. 209-223, 1985.
- [13] M. N. Do et M. Vetterli, "The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image représentation", IEEE Transactions on Image Processing, 14(12), pp. 2091–2106, 2005.

- [14] S. Mallat et S. Zhong, "Characterization of Signals from Multiscale Edges", IEEE. Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14 (07), pp. 710-732, 1992.
- [15] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1992.
- [16] A. Grossman et J. Morlet, "Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape," SIAM Journal on Mathematical Analysis, vol. 15 (4), pp. 723–736, 1984.
- [17] Y. Meyer, "Ondelettes, fonctions splines et analyses graduées," Rend. Sem. Mat., Université de Torino, Vol. 45(1), 1987.
- [18] G. Peyré, "Géométrie multi-échelles pour les images et les textures", Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique, 2005.
- [19] M.N. Do, "Directionnal Multiresolution Image Representation," Ph.D. thesis, Department of Communication Systems, Swiss Federal Institute of Technology (EPFL), Lausanne, Switzerland, 2001.
- [20] M.N. Do and M. Vetterli, "Contourlets: A directional multiresolution image representation," in Proceedings of ICIP'02, Vol.1, pp. 357–360, 2002.
- [21] E. Le Pennec, "Bandelettes et représentation géométrique des images," thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, 2002.
- [22] E. Le Pennec and S. Mallat, "Sparse geometric image representation with bandelets," IEEE Trans. Image Proc., vol. 14 (4), pp. 423–438, 2004.
- [23] G. Peyré, "A Review of Adaptive Image Representations," IEEE journal of selected topics in signal processing, Vol. 5 (5), pp. 896-911, 2011.
- [24] S. Yang, Y. Lu, M. Wang et L. Jia, "Low bit rate SAR image coding based on adaptive multiscale Bandelets and cooperative decision," Signal Processing, Vol.89, pp. 1910-1920, 2009.
- [25] Hettiri messaoud, "etude d'algorithmes de codage imriqué applicatiqués à la compression de séquence d'image", diplôme MAGESTER, université de biskra,2006.

Programme principale de compression

```

clc
clear all
global Pointeur
% load Penny;
% x=P;
x=imread('Goldhill.bmp');
x=double(x);
scan=scan(256);
mat =ANALW2D(x,1,4);
T=14;
j_min=2;
Theta = compute_quadtree(mat,T,j_min);
% figure,imshow(mat2gray((x)));

mat =perform_bandelet_transform(mat,j_min,Theta,1);
% figure,imshow(mat2gray((QT)),title('QT'));
% figure,imshow(mat2gray((Theta)),title('Theta'));
% figure,imshow(mat2gray((mat)),title('mat'));

band(scan)=mat;
output=[];

%-----Initialisation-----
Pointeur(1)=8;
mn=0;
var=[];
%-----
n=fix(log2(max(abs(band))))
output=[output dec2bin(n)]
n1=n;

while n>0

    i=1;

    while i<=256*256 & size(output,2)<52428
%-----codage des blocs plus de quatre coefficients-----
        if Pointeur(i)>=1 & Pointeur(i)<=10

            arr=band(i:i+2^(2*Pointeur(i))-1);
            arr=sum([2^n<=abs(arr) & abs(arr)<2^(n+1)]);
            if arr==0
                output=[output '0'];
                i=i+2^(2*Pointeur(i));
            end
        end
    end
end

```

```

        else
            output=[output '1'];
            partition(i)
        end
        arr=0;
%-----codage des blocs quatre coefficients-----

elseif Pointeur(i)==0 % i.e., if MIP
    arr=sum([2^n<=abs(band(i)) & abs(band(i))<2^(n+1)]);
    if arr~=0
        output=[output '1'];
        Pointeur(i)=inf; % Ci est significiant
        if band(i)<0
            output=[output '1']; % -Ci
        else
            output=[output '0']; % +Ci
        end
    else
        output=[output '0'];
    end
    arr=0;
    i=i+1;

%-----

        else
            i=i+1;
        end
    end
end
%-----

% REFINEMENT PASS

i=1;
while i<=256*256 & size(output,2)<52428
    if Pointeur(i)==15
        a=dec2bin(abs(band(i)),n1+1);
        output=[output a(n1-n+1)];
        i=i+1;
    elseif Pointeur(i)==inf
        Pointeur(i)=15;
        i=i+1;
    else
        i=i+2^(2*Pointeur(i));
    end
end
end

% GOTO STEP 2

```

```

    n=n-1;
end

Nombre_bits=size(output,2)
Nombre_pixels_signifiant=length(find(Pointeur==15))
% [ mn length(find(abs(band)>=2^(n+1)))
length(find(Pointeur==15))]
Taux_compression=100-(100*(Nombre_bits))/(256*256*8)
bit_per_pixel=((Nombre_bits))/(256*256)
save filename output
disp(' Fin de programme')

```

Programme principale de décompression

```

clc
clear all
global Pointeur
load filename output

scan=scan(256);
% Initialisation
band(1:256*256)=0;
Pointeur(1)=8;

%-----
n=bin2dec(output(1:4)) % Received from bitstream
kj=5;
n1=n;

while n>0
    i=1;

    % INSIGNIFICANT SET PASS

    while i<=256*256 & kj<52428
%-----
if Pointeur(i)>=1 & Pointeur(i)<=10

        if output(kj)=='0'
            i=i+2^(2*Pointeur(i));
        elseif output(kj)=='1'
            partition(i);
        end
        kj=kj+1;

```

```

%-----
elseif Pointeur(i)==0
    if output(kj)=='1'
        Pointeur(i)=inf;
        kj=kj+1;
    if output(kj)=='1'
        band(i)=-mean([2^n 2^(n+1)]); % -Ci
        kj=kj+1;
    elseif output(kj)=='0'
        band(i)=mean([2^n 2^(n+1)]); % -Ci
        kj=kj+1;
    end
    i=i+1;
elseif output(kj)=='0'
    kj=kj+1;
    i=i+1;
end

%-----
else
    i=i+1;
end
end

%----- Etape de raffinement-----

i=1;
while i<=256*256 & kj<52428
    if Pointeur(i)==15
        bit=output(kj);
        if (band(i) >0),s=0;
        else s=1;
        end

        if bit=='1'
            band(i)=abs(band(i))+2^(n-1); % ??? % T/4 if
refinement added first pass
        elseif bit=='0'
            band(i)=abs(band(i))-2^(n-1); % ??? % T/4 if
refinement added first pass
        end
        if s==1,band(i)=-band(i);end
        kj=kj+1;
        i=i+1;
    elseif Pointeur(i)==inf

```

```

        Pointeur(i)=15;
        i=i+1;
    else
        i=i+2^(2*Pointeur(i));
    end
end
end

% GOTO STEP 2

n=n-1;
end

rec=round(reshape(band(scan(:)),256,256));
% load Penny;
% x=P;
x=imread('Goldhill.bmp');
x=double(x);

T=14;
j_min=2;
    xx =ANALW2D(x,1,4);
    Theta = compute_quadtrees(xx,T,j_min);
    rec =perform_bandelet_transform(rec,j_min,Theta,-1);
    xr=SYNTW2D(rec,1,4);
% figure,imshow(mat2gray((xr))),title('image ondelettes
93')
figure,imshow(mat2gray((xr))),title('image bandelettes 93')
PSNR =psnr(x,(xr))
% disp(' D O N E ')

```

Sous programme de "scan"

```

function A = scan(n)
% To create a Morton Scan order matrix
if n == 2
    A = [1 2; 3 4];
%       A = [3 1; 4 2];
else
    B = scan(n/2);
    A = [B B+(n/2)^2; B+(n/2)^2*2 B+(n/2)^2*3];
end

```

Sous programme de "ANALW2D"

```

function [an,pr,pc] = ANALW2D(img,al,ah,levs)

```

```

%Routine to compute 2-D separable biorthogonal DWT using an odd
length or
%whole sample symmetric (WSS) biorthogonal filter bank.
Symmetric
%extensions are used to extend the data to perform the DWT.
%
%an = analw2d(array,lpf,hpf,L) effects an L level separable DWT
%of the 2-D input array. The analysis filter bank is defined by
%lpf and hpf. The result is returned as a 2-D array, 'an'. The
arrays
%'pr' and 'pc' contain the end indices of the rows and columns
%of the subbands.
%
%an = analw2d(array, fopt,L) effects an L level separable DWT
%of the 2-D input array. The analysis filter bank is chosen
using fopt
%to be one of the prestored filter banks. The result is
returned as a
%2-D array, 'an'. The arrays 'pr' and 'pc' contain the end
indices
%of the rows and columns of the subbands.
%
%Input variables are
%array      : 2-D input array
%lpf, hpf: Lowpass and highpass filters constituting the
biorthogonal
%           WSS filter bank.
%OR
%fopt       : Choose fopt to be 1 or 2. They correspond to the 9/7
and 7/9
%           tap filters used by FBI for their fingerprint image
%           compression scheme.
%L          : Number of levels of decomposition.
%
%One can separate the subbands using the lists 'pr' and
%'pc'that
%contains the end coordinates of the row and column
decomposition.
%
%It is required that the input image at each level of
decomposition
%satisfy the following criteria:
%The number of rows, r, of the input image at that level be
such that
% $2*r-2 \geq lm$ , where 'lm' is the length of the larger of the
filters in
%the filter bank.

```

```

%The number of columns, c, of the input image at that level be
such that
%2*c-2 >= lm.
%
%The routine checks to see if these conditions are met at each
level.
%If not, then the routine calculates the maximum number of
levels for
%which the above criteria are met and returns this value. The
input
%image is then decomposed down to this new number of levels.
%
%The DWT is stored in the 2-D array, 'an' and can be displayed
using
%using the 'image' or the 'imagesc' command. Use the
'colormap(gray)'
%command to specify the colormap used. Please refer to online
help
%on these commands for more information.
%
%The DWT of the image is displayed at the end of the
computations anyway.
%
%See also the complementary synthesis routine 'syntw2d'.
%
%Refer to Chapter 4 for information on biorthogonal wavelet
%decompositions and 2-D separable wavelet transform.
%
%Author: Ajit S. Bopardikar
%Copyright (c) 1998 by Addison Wesley Longman, Inc.
%

num = nargin; %number of input arguments

    if (num ==3) %filter option specified instead of filters
        levs = ah;
        if(al == 1)
            al =[0.03782845550700 -0.02384946501938 -0.11062440441842
0.37740285561265 0.85269867900940 0.37740285561265 -
0.11062440441842 -0.02384946501938 0.03782845550700];
            ah =[0.06453888262894 -0.04068941760956 -0.41809227322221
0.78848561640566 -0.41809227322221 -0.04068941760956
0.06453888262894];
        elseif (al >=2)
            if (al > 2)
                fprintf('fopt chosen to be greater than 2. Using fopt=2
instead\n');

```

```

        end;
        al =[-0.06453888262894 -0.04068941760956 0.41809227322221
0.78848561640566 0.41809227322221 -0.04068941760956 -
0.06453888262894];
        ah =[0.03782845550700 0.02384946501938 -0.11062440441840 -
0.37740285561265 0.85269867900940 -0.37740285561265 -
0.11062440441840 0.02384946501938 0.03782845550700];
        end %end inner if
    end %enf if

```

%Algorithm to check if the number of levels input is valid.

```

[m,n]=size(img);

levr=0;           %initialize
lr = m;          %initialize
levc=0;          %initialize
lc = n;          %initialize
lo = length(al); %initialize
hi = length(ah); %initialize
lm = max(lo,hi); %determine the larger of the filter lengths
pr = [m];        %initialize the row coordinate vector
pc = [n];        %initialize the column coordinate vector

while ((2*lr-2) >= lm)
    if (lr/2 == round(lr/2)) %even length sequence
        lr=lr/2;
    else
        if (lo>hi) %if low pass filter has larger length...
            lr=ceil(lr/2);
        else %if low pass filter has smaller length...
            lr=floor(lr/2);
        end %endif
    end %endif
    pr = [pr lr];
    levr=levr+1;
end %endwhile

while ((2*lc-2) >= lm)
    if (lc/2 == round(lc/2)) %even length sequence
        lc=lc/2;
    else
        if (lo>hi) %if low pass filter has larger length...
            lc=ceil(lc/2);
        else %if low pass filter has smaller length...
            lc=floor(lc/2);
        end %endif
    end %endif
end %endwhile

```

```

        end %endif
        pc = [pc lc];
        levc=levc+1;
    end %endwhile

    lev1 = min(levr,levc); %find the smaller of the calculated
    levels

    if (lev1<levs)
        fprintf('Cant decompose to %d levels. Decomposing to %d
    levels instead.\n',levs,lev1);
        levs=lev1;
    end %endif

    pc = pc(1:(levs+1));
    pr = pr(1:(levs+1));

    an =img;

    for i=1:levs
        an1 = WSSA1(an(1:pr(i),1:pc(i)),al,ah);
        an(1:pr(i),1:pc(i))=an1;
    end %end for

    pr = pr((levs+1):-1:1);
    pc = pc((levs+1):-1:1);

%display the DWT of the input 2-D array
    %figure;colormap(gray);imagesc(an);title('DWT of Input
    Array');
    % figure,imshow(mat2gray(an)),title('DWT of Input Array')

```

Sous programme de "compute quadtree"

```

function Theta =compute_quadtree(M,T,j_min)
n = size(M);
Theta = zeros(n);
L = zeros(n/2^j_min); % L est Le lagrangien actuel
% Calculer l'approximation du bandelet pour chaque carré
for kx=0:n/2^j_min-1
for ky=0:n/2^j_min-1
selx = kx*2^j_min+1:(kx+1)*2^j_min;
sely = ky*2^j_min+1:(ky+1)*2^j_min;
% Calculer la direction optimale sur ce carré

```

```
[Theta(selx, sely), L(kx+1, ky+1)] =
compute_best_direction(M(selx, sely), T);
end
end
```

Sous programme de "compute_best_direction"

```
function [theta, L] = compute_best_direction(M, T)
n = size(M, 1);
s=2;
t = pi/(2*n*s);
Theta = [t/2:t:pi-t/2, Inf];
% Calculer le lagrangien
L = []; % Pour stocker
for theta = Theta
M_theta = perform_warped_haar(M, theta, 1);
% Calculer l'erreur
M_theta_residuel = M_theta .* (abs(M_theta) < T); % résiduel
m = sum(abs(M_theta(:)) > T); % Nombre de coefficients
supérieurs à T
% Calculer le lagrangien
l = sum((M_theta_residuel(:)).^2) + m*T^2;
L = [L; l];
end
% Trouver le minimum de lagrangien
[L, I] = min(L);
theta = Theta(I(end));
```

Sous programme de "perform_warped_haar"

```
function M = perform_warped_haar(M, theta, dir)
if theta==Inf % indice spécial: pas de géométrie
return; % rien à faire
end
n = size(M, 1);
% Lieu d'échantillonnage
[Y, X] = meshgrid(1:n, 1:n);
% Projection sur direction orthogonale
t = -sin(theta)*X(:) + cos(theta)*Y(:);
% Points d'ordre en ordre croissant
[tmp, I] = sort(t);
M(I) = perform_haar_transform(M(I), dir);
```

Sous programme de "performe_haar_transform"

```

function x = perform_haar_transform(x, dir)
x = x(:); % to be sure we have a column vector
J = floor( log2(length(x)) ); % number of scales
if dir==1 % forward transform
for j=1:J
c = x(1:2^(j-1):end); % previous coarse signal
x(1:2^j:end) = ... % new coarse signal
( c(1:2:end) + c(2:2:end) )/sqrt(2);
x(1+2^(j-1):2^j:end) = ... % new details
( c(1:2:end)-c(2:2:end) )/sqrt(2);
end
else % backward transform
for j=J:-1:1
y = x(1:2^(j-1):end);
x(1:2^j:end) = ...
( y(1:2:end) + y(2:2:end) )/sqrt(2);
x(1+2^(j-1):2^j:end) = ...
( y(1:2:end) - y(2:2:end) )/sqrt(2);
end
end
end

```

sous programme de " perform_bandelet_transform"

```

function MB =perform_bandelet_transform(M,j_min,Theta,dir)
n = size(M,1); MB = zeros(n);
% Afficher la subdivision
j=j_min;
for kx=0:n/2^j-1
for ky=0:n/2^j-1
selx = kx*2^j+1:(kx+1)*2^j;
sely = ky*2^j+1:(ky+1)*2^j;
theta = Theta(kx*2^j+1, ky*2^j+1);
MB(selx,sely) = perform_warped_haar(M(selx,sely),theta,dir);
end
end
end

```

sous programme de " SYNTW2D "

```

function sy = SYNTW2D(an,sl,sh,levs)
%Routine to reconstruct the 2-D signal from its multilevel DWT,
using
%an odd length or whole sample symmetric (WSS) separable
biorthogonal
%filter bank. Symmetric extension used to extend the subbands.
This is
%complementary function to the analysis routine 'analw2d'.

```

```
%
%sy = syntw2d(an,lpf,hpf,L) reconstructs a 2-D image from its
DWT, 'an',
%which could be the output of the routine 'analw2d'.
%The image is assumed to be decomposed to L levels. The WSS
filter
%bank used comprises of sl and sh. If this corresponds to the
%analysis filter bank used for decomposition then you get
perfect
%reconstruction. The reconstructed image is returned as a 2-D
array,
%sy.
%
%sy = syntw2d(an,fopt,L) reconstructs a 2-D array from its DWT,
'an',
%which could be the output of the routine 'analw2d'.
%The image is assumed to be decomposed to L levels. fopt
chooses a
%WSS synthesis filter bank provided in the routine. If this
corresponds
%to the analysis filter bank used for the decomposition then
you get
%perfect reconstruction. The reconstructed image is returned as
a 2-D
%array, 'sy'.
%
%The input variables are
%an      : L-level DWT of a 2-D array
%lpf, hpf: these two filters define the synthesis filter bank
%OR
%fopt    :Takes the values of 1 and 2 and correspond to the 7/9
and
%          9/7 filter banks used by FBI for their fingerprint
compression
%          scheme. They correspond to options 1 and 2 in the
analysis
%          routine respectively.
%L       : Number of levels of decomposition and hence
synthesis.
%
%The output 'sy' can be plotted using the commands 'image' or
'imagec'
%and the command 'colormap(gray)' to specify the color map.
Please refer
%to online help for more information.
%
```

```

%The final result of the synthesis procedure is plotted at the
end
%of the routine anyway.
%
%Refer to Chapter 4 for information on biorthogonal wavelet
%decomposition and reconstruction and 2-D separable wavelet
transform.
%
%Author: Ajit S. Bopardikar
%Copyright (c) 1998 by Addison Wesley Longman, Inc.
%

num = nargin; %number of input arguments

    if (num ==3)
        levs = sh;
        if(sl == 1)
            sl =[-0.06453888262894 -0.04068941760956 0.41809227322221
0.78848561640566 0.41809227322221 -0.04068941760956 -
0.06453888262894];
            sh =[0.03782845550700 0.02384946501938 -0.11062440441840 -
0.37740285561265 0.85269867900940 -0.37740285561265 -
0.11062440441840 0.02384946501938 0.03782845550700];
            elseif (sl >=2)
                if (sl > 2)
                    fprintf('fopt chosen to be greater than 2. Using fopt=2
instead\n');
                end;
                sl =[0.03782845550700 -0.02384946501938 -0.11062440441842
0.37740285561265 0.85269867900940 0.37740285561265 -
0.11062440441842 -0.02384946501938 0.03782845550700];
                sh =[0.06453888262894 -0.04068941760956 -0.41809227322221
0.78848561640566 -0.41809227322221 -0.04068941760956
0.06453888262894];
            end %end inner if
        end %end if

        [m,n] = size(an);

%Determine the dimension of each low-low subband
    ms = [m]; %initialize the arrays
    ns = [n]; %initialize the arrays

    %for rows
    for i=1:(levs-1)
        if (m/2 == round(m/2)) %even number of rows
            m = m/2;

```

```

else %odd number of rows
    if (length(sl) > length(sh))
        m = floor(m/2);
    else
        m = ceil(m/2);
    end %end inner if
end %end if - this finishes the rows

if(n/2 == round(n/2)) %even number of columns
    n = n/2;
else
    if (length(sl) > length(sh))
        n = floor(n/2);
    else
        n = ceil(n/2);
    end %end inner if
end %end if - this finishes the columns

    ms = [m ms];
    ns = [n ns];
end %end for

%here we begin the synthesis process
for i=1:levs
    sy = an(1:ms(i),1:ns(i)); %choose the appropriate part

    sy = wss1(sy,sl,sh); %one level of synthesis

    an(1:ms(i),1:ns(i)) = sy; %put back the reconstruction
end %endfor

%plot the reconsructed array
% figure;colormap(gray);imagesc(sy);title('IDWT of the Input
DWT Array')

```

sous programme de " wssa1 "

```

function an = WSSA1(img,al,ah)
%an = wss1(array,lpf,hpf) effects a 1 level 2-D separable DWT
of the
%input array using the biorthogonal filter bank defined by the
filters
%lpf and hpf. Symmetric extension used to extend array.
%
%This routine is used by analw2d.
%
```

```

%Author: Ajit S. Bopardikar
%Copyright (c) 1998 by Addison Wesley Longman, Inc.
%

[m,n] = size(img);

l1 = length(al);
lh = length(ah);

le = (l1-1)/2;
he = (lh-1)/2;

%determine the appropriate delays depending on the length of
the filters
if l1>lh
    d0 = 0;
    d1 = 1;
else
    d0 = 1;
    d1 = 0;
end %end if

%this chooses appropriate delays for the subbands

%first process the rows

if (n/2 == round(n/2)) %if the number of elements in each row
is even
    extl = [img(:,le+1:-1:2) img img(:,n-1:-1:n-le-1)]; %ext for
LPF
    exth = [img(:,he+1:-1:2) img img(:,n-1:-1:n-he-1)]; %ext for
HPF
    s = conv2(extl,al);
    anr = s(:,l1+d0:2:l1+n+d0-1); %downsample the columns for
LP subband
    s = conv2(exth,ah);
    anr = [anr s(:,lh+d1:2:lh+n+d1-1)]'; %downsample and
append the HP subband
else %...if the number of columns is odd
    extl = [img(:,le+1:-1:2) img img(:,n-1:-1:n-le-1)]; %ext for
LPF
    exth = [img(:,he+1:-1:2) img img(:,n-1:-1:n-he-1)]; %ext for
HPF
    s = conv2(extl,al);
    anr = s(:,l1+d0:2:l1+n-1); %downsample the columns for the
LP subband
    s = conv2(exth,ah);

```

```

    anr = [anr s(:,lh+d1:2:lh+n-1)']; %downsample and append
the HP subband
    end %end if and this completes the rows.

%now process the columns
%if the number of rows is even then

    if (m/2 == round(m/2))
        extl =[anr(:,le+1:-1:2) anr anr(:,m-1:-1:m-le-1)]; %ext for
LPF
        exth =[anr(:,he+1:-1:2) anr anr(:,m-1:-1:m-he-1)]; %ext for
HPF
        s = conv2(extl,a1);
        an = s(:,ll+d0:2:ll+m+d0-1);%downsamle rows for LP subband
        s = conv2(exth,ah);
        an = [an s(:,lh+d1:2:lh+m+d1-1)'];%downsample and append
HP subband
    else %...if the number of columns is odd
        extl =[anr(:,le+1:-1:2) anr anr(:,m-1:-1:m-le-1)]; %ext for
LPF
        exth =[anr(:,he+1:-1:2) anr anr(:,m-1:-1:m-he-1)]; %ext for
HPF
        s = conv2(extl,a1);
        an = s(:,ll+d0:2:ll+m-1); %downsample rows for LP subband
        s = conv2(exth,ah);
        an = [an s(:,lh+d1:2:lh+m-1)'];%downsample and append HP
subband
    end %end if and this completes the columns.

```

sous programme de " psnr "

```

function [snr,mse] = psnr (A,B)

diff = A - B;
diff_sq = diff .^ 2;           % difference squared
mse_clmn = mean(diff_sq);     % means square diff. of the
columns;
mse = mean(mse_clmn);

if (mse == 0)
    snr=Inf;
else
    snr = 10*log10(255^2/mse); % PSNR
end

```
