

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur
et de la Recherche scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued
Faculté de Technologie

Mémoire de Fin d'Étude
En vue de l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Hydraulique

Spécialité : Conception et diagnostic des systèmes d'AEP et d'assainissement

Thème

**CONTRIBUTION AU CALCULE DES COEFFICIENTS DE
CHEZY ET DE MANINGE DANS UNE CONDUITE
FERMEE EN FORME ELLIPTIQUE PAR LA MMR**

Réalisé par :

 **BENABDALLAH Oussama**

 **GHENDOUBA NEDJOUE Saname**

Encadré par :

Dr. BEBOUKHA Yacine

Année Universitaire 2019/2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ نَسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ عَلَيْنَا إصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ
عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا رَبَّنَا وَلَا تُحَمِّلْنَا مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ وَاعْفُ عَنَّا وَاعْفِرْ لَنَا
وَارْحَمْنَا أَنْتَ مَوْلَانَا فَانصُرْنَا عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ ﴾ سورة البقرة : الآية 286 .

" صدق الله العظيم "




Remerciements

Merci a notre bon dieu dapaur

Nous remercions particulièrement notre promoteur Mr Yacine beboukha
pour son devouement exceptionnel sa precieuse directive et son suivi
constant

Nous remercions egalement Machanna bachir pour son aide

Que tous les professeurs ayant contribue a notre formation trouvent ici
notre profonde reconnaissance.






Dédicaces

Nous consacrons ce travail à
Les parents Beribeche zakiya .et lame du père Soufi
bachir
Et le père et le père hamza
Et notre encadreur Yacine baboukha
Nos sœurs et nos frères
Fares et Salime Sabrine et la petite Doua
A toute la famille Benabadallah et Ghendoufa
A tous nos amis
A tous mes camarades
Tous les enseignants que j'ai aidés de près ou de loin.

Benabdallah oussama et ghendoufa nedjoud saname



RESUME

Les objectifs de notre mémoire consistent à examiner d'une part la variation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy* et de *Manning* pour une conduite de forme Elliptique sous l'hypothèse d'un écoulement uniforme et à déterminer d'autre part les expressions qui les régissent. Ces relations devront être mentionnées sous forme adimensionnelle afin de leur donner un caractère de validité générale.

En outre, on doit rechercher les expressions de *Chézy* et de *Manning* en tenant compte de caractéristiques géométriques de la conduite et hydraulique de l'écoulement.

On propose une méthode de calcul de ces coefficients en ayant recours à la méthode du modèle rugueux de référence.

Mots clés : Méthode de Modèle Rugueux, Chézy, Manning, Ecoulement uniforme,

ABSTRACT

The objectives of this memory is to describe in first time knows variations resistance coefficients flow of chizy and mening resistance coefficient is elliptical livers under, uniformed flow to check difference between then these points relations for determined or gets a general tendency

Its s necessary id make expressions of chezy and mening to witch take and remember yours liner ellipticals we proposed these methods to calculated these coefficients by rouge model method RMM

Key words : Méthode de Modèle Rugueux, Chézy, Manning, Ecoulement uniforme, ...

ملخص:

الهدف من هذه الدراسة هو إختبار تغير معاملات مقاومة جريان الماء لـ: شيزي و مانينغ. بالنسبة للشكل البيضاوي للقناة، تحت فرضية الجريان المنتظم لشكل المغلق، وتحديد العلاقات التي تحسب هذه المعاملات من جهة أخرى. تكون بدون وحدة من أجل ان يكون لها قابلية عامة.

يتم التعبير عن معاملات شيزي ومانينغ مع الأخذ بعين الاعتبار خصائص أبعاد القناة و الخصائص الهيدروليكية لجريان الماء.

نقترح في هذه الدراسة طريقة لحساب هذه المعاملات بالاستعانة بطريقة النموذج الخشن المرجعي.

الكلمات المفتاحية: النموذج الخشن المرجعي، شيزي، مانينغ، الجريان المنتظم،...

LISTE DES FIGURES

Figure		Page
CHAPITRE I: ECOULEMENT UNIFORME		
I.1	<i>Établissement de l'écoulement uniforme dans un canal de grande longueur</i>	16
I.2	<i>Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de la formule de Chézy</i>	19
I.3	<i>Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de l'équation de keulegan</i>	28
I.4	<i>Facteur de section relatif en fonction de la profondeur normale relative</i>	37
I.5	<i>Caractéristique de l'écoulement dans une conduite circulaire selon camp (1946)</i>	37
CHAPITRE II : caractéristique géométrique et hydraulique de la conduite en forme elliptique		
II.1	<i>schéma de définition de l'état de l'écoulement dans la conduite de forme elliptique</i>	42
CHAPITRE III: coefficient de Chézy en écoulement uniforme dans une conduite Elliptique		
III.1	<i>Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 0$</i>	57
III.2	<i>Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$</i>	58
III.3	<i>Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$</i>	59
III.4	<i>Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$</i>	61
III.5	<i>Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$</i>	62
CHAPITRE IV: coefficient de Manning en écoulement uniforme dans une en conduite en forme elliptique		
IV.1	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 0$</i>	75
IV.2	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$</i>	76
IV.3	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$</i>	77
IV.4	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$</i>	78
IV.5	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$</i>	79
IV.6	<i>Variation de N en fonction de η, pour $\varepsilon/D = 10^{-2}$</i>	80

LISTE DES TABLEAUX

Tableaux		Page
CHAPITRE I: ECOULEMENT UNIFORME		
I.1	<i>Valeurs du facteur de section relatif en fonction de la profondeur relative pour le cas de la conduite de forme circulaire (1973)</i>	36_35
CHAPITRE III: coefficient de Chézy en écoulement uniforme dans une conduite Elliptique		
III.1	<i>Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 0$</i>	57
III.2	<i>Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$</i>	58
III.3	<i>Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$</i>	59
III.4	<i>Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$</i>	60
III.5	<i>Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$</i>	61
CHAPITRE IV: coefficient de Manning en écoulement uniforme dans une en conduite en forme elliptique		
IV.1	<i>Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 0$</i>	75
IV.2	<i>Valeurs de N en pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$</i>	76
IV.3	<i>Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$</i>	77
IV.4	<i>Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$</i>	78
IV.5	<i>Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$</i>	79
IV.6	<i>Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 10^{-2}$</i>	80

Liste des notations

Acronymes

MMR la méthode du modèle rugueux de référence.

Symboles

g	Accélération de la pesanteur	m/s^2
\bar{A}	Aire de la section mouillée du modèle rugueux	m^2
A	Aire de la section mouillée	m^2
e	Largeur du plan deau	m
\bar{C}	Coefficient de <i>Chézy</i> du modèle rugueux	$m^{1/2}/s$
C	Coefficient de <i>Chézy</i>	$m^{1/2}/s$
\bar{f}	Coefficient de frottement du modèle rugueux	-
f	Coefficient de frottement	-
\bar{n}	Coefficient de Manning du modèle rugueux	$m^{1/3}s$
n	Coefficient de Manning	$m^{1/3}s$
Q^*	Conductivité relative	-
\bar{Q}	Débit volume du modèle rugueux	m^3/s
Q	Débit volume	m^3/s
\bar{D}_h	Diamètre hydraulique du modèle rugueux	m
D_h	Diamètre hydraulique	m
β	Exposant	-
γ	Exposant	-
ψ	Facteur de correction des dimensions linéaires	-
F_r	Force de résistance	N
ρ	Masse volumique du liquide	Kg/m^3
\bar{R}	Nombre de <i>Reynolds</i> dans le modèle rugueux	-
R	Nombre de <i>Reynolds</i>	-
R^*	Nombre de <i>Reynolds</i> modifié	-
J	Pente de ligne de charge	-
i	Pente longitudinal	-
\bar{i}	Pente longitudinale du modèle rugueux	-
P	Périmètre mouillé	m
\bar{P}	Périmètre mouillé du modèle rugueux	m

W	Poids du liquide	N
ϖ	Poids spécifique du liquide	N/m^3
\bar{y}_n	Profondeur normale de l'écoulement du MMR	m
y_n	Profondeur normale de l'écoulement	m
$\bar{\eta}$	Paramètre de forme du modèle rugueux de forme Elliptique	-
η	Paramètre de forme de forme Elliptique	-
R_h	Rayon hydraulique	m
$\bar{\varepsilon}$	Rugosité absolue du modèle rugueux	m
ε	Rugosité absolue	m
T	Température	$^{\circ}C$
$\bar{\nu}$	Viscosité cinématique dans le modèle rugueux	m^2/s
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
V	Vitesse moyenne de l'écoulement	m/s
K	Le facteur de proportionnalité	
m	Le coefficient de rugosité	
$\frac{\varepsilon}{D}$	Rugosité relative	
C/\sqrt{g}	La relation générale du coefficient de Chézy	
C_{max}	Le coefficient de résistance a l'écoulement maximal	$m^{1/2}/s$
L	La longueur caractéristique dite longueur de mélange	m
C_p	Le coefficient de résistance a l'écoulement de Chézy a l'Etat plein	$m^{1/2}/s$
τ_0	La force tractrice	
V_f	La vitesse de frottement	m/s
H	La profondeur	m
B	La longueur	m
Y	La profondeur vertical	m
c_i	La pente critique	
τ	La relation de prandi (1926)	
m_0	est une constante égale 1/9	
δ_0	Laminaire d'épaisseur	

Sommaire

Remerciement.....	iii
Dédicace	iv
Résumé.....	v
Liste des figures.....	vi
Liste des tableaux	vii
Notations.....	viii
Introduction Générale.....	xii

CHAPITRE I: écoulement uniforme

I.1 Introduction.....	14
I.2 Formule de Chézy.....	18
I.3 Formule de Maning strickler	21
I.4 Formule de darcy weisbach et évaluation du coefficient de frottement	24
I.5 Equations théoriques de l'écoulement uniforme	26
I.6 Interprétation théorique du coefficient de rugosité de Manning	30
I.7 Méthode de détermination du coefficient de Manning	31
I.8 Calcule de l'écoulement uniforme	32
I.9 Conclusion	39

CHAPITRE II: caractéristique géométrique et hydraulique de la conduite en forme Elliptique

II.1. Introduction.....	42
II.2 Caractéristique de l'écoulement	42
II.3. Conclusion	53

CHAPITRE III: coefficient de Chézy en écoulement uniforme dans une conduite Elliptique

III.1. Introduction	55
III.2 Expression du coefficient de Chézy dans une conduite de forme Elliptique.....	55
III.3 Variation du coefficient de Chézy	57
III.4 conductivité relative	63
III..5Calcule du coefficient de résistance a l'écoulement C de Chézy par la MMR.....	65
III.6 Exemple d'applications	69
III.7. Conclusion	71

CHAPITRE IV: coefficient de Manning en écoulement uniforme dans une en conduite en forme elliptique

IV.1 Introduction	73
-------------------------	----

IV.2 Expression du coefficient de Manning dans une conduite de forme Elliptique.....	73
IV.3 Variation du coefficient de Manning	74
IV.4 Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement C de Manning par la MMR.....	82
IV.5 Exemple d'applications	83
IV.6 Conclusion.....	85
Conclusion générale	86
Bibliographie	87

INTRODUCTION GENERALE

Les écoulements uniformes dans la conduite Elliptique par les relations de *Chézy* et de *Manning*, dites « relations de l'écoulement uniforme ». Ces relations expriment le débit volume écoulé par la conduite en fonction des paramètres géométriques et hydrauliques de l'écoulement. Dans ces relations, nous pouvons relever la présence des coefficients de résistance à l'écoulement, dits de *Chézy* et de *Manning* que l'on note souvent par les lettres C et n respectivement.

Pour mener à bien notre étude, le mémoire a été subdivisé en deux parties.

La première partie est entièrement consacrée à une étude bibliographique sur l'écoulement uniforme, englobant ses propriétés, ses définitions ainsi que la théorie qui la gouverne et qui mène à l'établissement de la relation de *Chézy* et de *Manning*.

La deuxième partie du mémoire concerne d'une part la définition de la MMR et l'étude des coefficients " C " de *Chézy* et " n " de *Manning* dans la conduite elliptique

Dans la pratique, il existe deux tableaux et deux graphiques qui donnent les valeurs des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy* et de *Manning* en fonction de la rugosité relative ε / D , du taux de remplissage η et d'un nombre de *Reynolds* R , lui-même fonction de la pente longitudinale i , du diamètre D , de η et de la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement. ν du liquide en écoulement et donnent le paramètre adimensionnel N en fonction de la rugosité relative ε / D , du taux de remplissage η et d'un nombre de *Reynolds* R , lui-même fonction de la pente longitudinale i , du diamètre D , de η et de la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement. ν du liquide en écoulement. D'autre part, l'application de la relation de *Manning* dans la conduite de forme Elliptique ne permet d'évaluer le coefficient n de *Manning*. Dans le cas où D n'est pas connu, il est tout de même possible de calculer la valeur de n , à condition d'avoir recours à la méthode du modèle rugueux (MMR). C'est l'un des avantages de cette méthode.

La Méthode du Modèle Rugueux est caractérisée par une rugosité relative arbitrairement choisie et dont l'écoulement est considéré comme étant en régime turbulent rugueux.

Des exemples d'applications sont proposés pour mieux apprécier la facilité d'exécution de la méthode ainsi que sa fiabilité. La Méthode du Modèle Rugueux est caractérisée par une rugosité relative arbitrairement choisie et dont l'écoulement est considéré comme étant en régime turbulent rugueux.

Chapitre I:

Ecoulement uniforme

I.1. INTRODUCTION

Un écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace. Ces caractéristiques sont la profondeur h ou y_n de l'écoulement appelée aussi profondeur normale, l'aire de la section mouillée A , la vitesse V de l'écoulement et le débit Q . La ligne de charge totale est à la fois parallèle à la ligne piézométrique et à la pente géométrique du canal.

D'un point de vue pratique, la constance de la vitesse V est généralement associée à la constance de la vitesse moyenne de l'écoulement ; mais de façon plus rigoureuse, cela signifie que l'écoulement est caractérisé par une vitesse constante en tout point de son domaine. En d'autres termes, la distribution des vitesses dans chacune des sections transversales de l'écoulement est uniforme, correspondant à une couche limite pleinement développée..

Bien que la condition d'un écoulement uniforme, dans le sens strict du terme, ne soit pratiquement jamais satisfaite, elle est cependant fréquemment admise lors du calcul des caractéristiques d'un écoulement en canaux et rivières. Cette approche, bien que simplifiée, donne des résultats assez satisfaisants dans bon nombre de cas pratiques.

L'écoulement uniforme peut être soit en régime laminaire soit en régime turbulent, mais il se produit sous de grandes vitesses. A vitesse élevée, l'écoulement uniforme est instable et il est le siège d'un fort entraînement d'air.

Dans les canaux ouverts, l'écoulement uniforme se développe lorsque les forces de résistance s'opposant à l'écoulement sont équilibrées par les forces de gravité. Les forces de résistances sont proportionnelles à V^2 .

Lorsqu'un écoulement entrant dans un canal s'effectue de façon lente, la vitesse et par conséquent la résistance à l'écoulement sont faibles. Les forces de gravité sont alors prédominantes et l'écoulement subit alors une accélération depuis l'amont. La vitesse ainsi que la résistance augmentent au fur et à mesure que l'on se déplace vers l'aval, jusqu'à ce que les forces de gravité soient équilibrées. A cet instant, l'écoulement uniforme apparaît. La zone sur laquelle s'étend l'écoulement accéléré, et au-delà de laquelle l'écoulement uniforme apparaît, est dite zone de transition. Si la longueur du canal est inférieure à la longueur de la zone transitoire, l'écoulement uniforme ne peut être atteint.

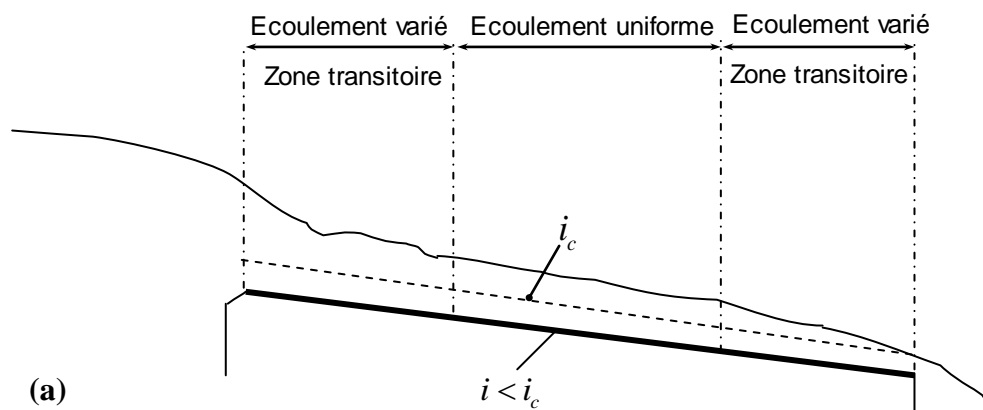
Plus à l'aval de l'écoulement uniforme, les forces de gravité deviennent de plus en plus prédominantes en raison de l'accélération que subit l'écoulement. L'écoulement uniforme disparaît alors en laissant place à un écoulement varié. La figure I.1 montre l'état d'un écoulement à l'entrée et à l'intérieur d'un canal rectangulaire de grande longueur et de différentes pentes géométriques i . La pente i est comparée à la pente critique i_c .

Lorsque la pente i est suave (figure I.1.a), la zone transitoire se présente sous l'aspect d'ondulations. L'écoulement est uniforme au milieu du canal mais varie aux extrémités de celui-ci. D'un point de vue théorique, l'écoulement varié tend vers l'écoulement uniforme de manière graduelle et asymptotique. On considère généralement dans la pratique que la profondeur de l'écoulement reste constante si la variation qu'elle subit n'excède pas 1% de la valeur moyenne de la profondeur normale.

Lorsque la pente i correspond à la pente critique i_c (figure I.1.b), la surface libre de l'écoulement critique est instable. Des ondulations peuvent se produire au milieu du canal, mais la profondeur oscille autour d'une valeur moyenne et l'écoulement est alors considéré comme étant uniforme.

Lorsque la pente i est supercritique ou prononcée (figure I.1.c), la surface libre dans la zone transitoire chute de manière graduelle d'un niveau subcritique ou suave à un niveau supercritique ou prononcé. Au-delà de la zone transitoire, l'écoulement devient uniforme

La longueur sur laquelle s'étend la zone transitoire dépend essentiellement du débit volume de celui-ci, telles que la rugosité absolue, la pente et la géométrie d'entrée. D'un point de vue hydrodynamique, la longueur de la zone transitoire ne doit pas être inférieure à la longueur pour laquelle, sous des conditions données de l'écoulement, la couche limite est pleinement développée.



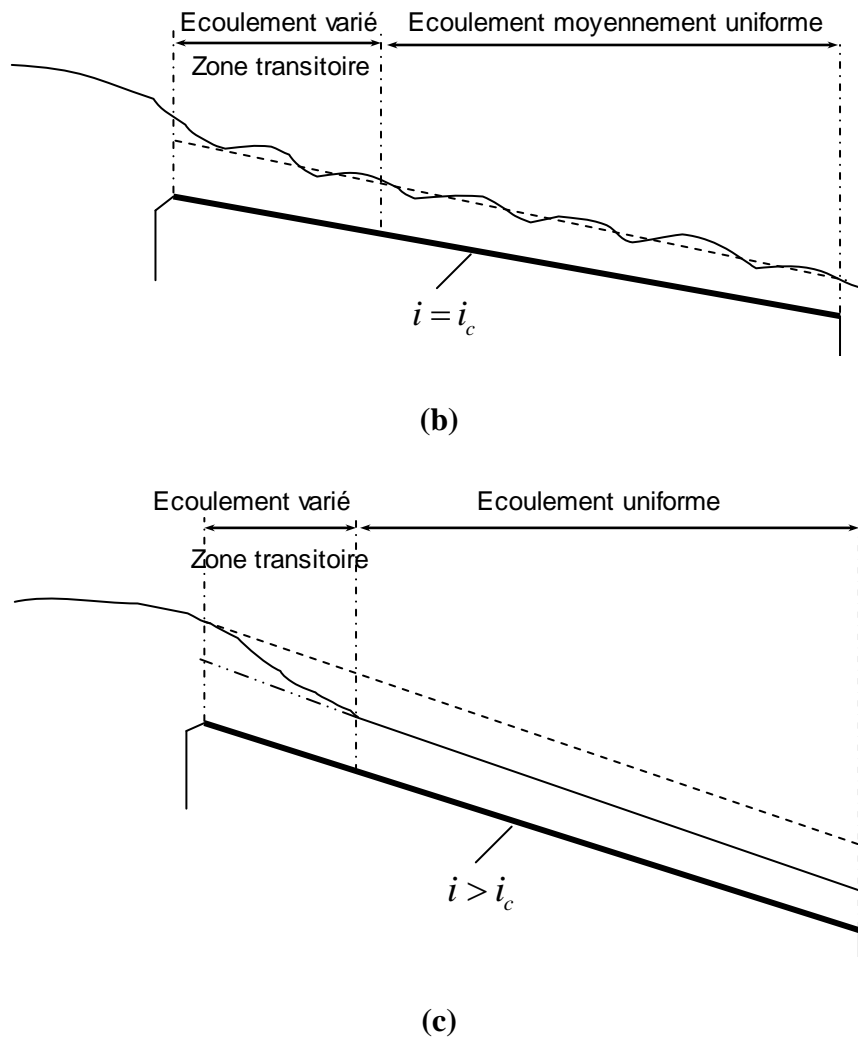


Figure I.1 : Établissement de l'écoulement uniforme dans un canal de grande longueur.

(- - -) : profondeur critique. (—) : Profondeur normale de l'écoulement uniforme.

Le calcul de la profondeur d'un écoulement uniforme, appelée profondeur normale de l'écoulement est très

importante. Le classement des profils géométriques par exemple est tributaire de la valeur de la profondeur normale. Comme le montre la figure I.1.c, la profondeur normale est inférieure à la profondeur critique et c'est cette inégalité qui permet de conclure sur le caractère prononcé ou supercritique de la pente géométrique du canal.

Le calcul de la profondeur normale dans les canaux se base sur les relations dites " relations de l'écoulement normal ". Celles-ci expriment, de manière approximative, la vitesse moyenne V de l'écoulement sous l'hypothèse d'un régime turbulent. Les formules pratiques de l'écoulement uniforme s'expriment généralement sous la forme $V = C R_h^\beta J^\gamma$ où R_h est le rayon hydraulique et J est la pente de la ligne de charge. Comme nous l'avons déjà indiqué, J correspond également à la pente i . Le

paramètre C traduit la résistance de l'écoulement et dépend de V , de R_h , de la rugosité absolue ε caractérisant les parois du canal, de la viscosité du liquide et de beaucoup d'autres facteurs.

La distinction doit être faite entre l'écoulement uniforme se produisant d'une part dans les canaux artificiels et dans les canaux naturels d'autre part. Dans la pratique, l'écoulement dans les canaux naturels est considéré comme étant uniforme à condition que la profondeur de l'écoulement ne subisse pas de variation brusque pouvant être causée par les irrégularités des parois du canal. L'application des relations de l'écoulement uniforme aux canaux naturels mène à des résultats plutôt approximatifs en raison du fait que l'écoulement dépend en réalité d'un plus grand nombre de facteurs que ceux qui influencent l'écoulement dans les canaux artificiels. Selon *Schnackenberg* (1951), une bonne relation de l'écoulement uniforme dans un canal naturel sans transport de sédiments est celle qui devrait tenir compte d'au moins 10 paramètres qui sont A , V , V_{ms} qui correspond à la vitesse maximale à la surface, le périmètre mouillé P , R_h , la profondeur maximale y de l'écoulement, la pente S_w de la surface libre, le coefficient n qui caractérise la rugosité du canal, la viscosité dynamique μ du liquide et la température T .

Lorsque l'on se réfère à la bibliographie (*Houk*, 1918; *Forchheimer*, 1930 ; *Lindquist*, 1933; *Vladislavljevitch*, 1951), on peut s'apercevoir que de très nombreuses relations ont été proposées au calcul de l'écoulement uniforme. Cependant, aucune d'entre elles ne répond au qualificatif de " bonne relation " selon la conception de *Schnackenberg*.

Différentes approches ont été également présentées au calcul de la vitesse de l'écoulement dans les canaux naturels, telle que celle de *Toebes* (1955). Dans cette approche, une analyse par corrélation multiple est appliquée aux différents facteurs influençant la vitesse de l'écoulement dans un canal naturel. Ces facteurs, selon *Toebes* (1955) sont A , V_{ms} , S_w , n et T . Par cette approche, il est possible d'estimer l'influence de chacun des dits facteurs sur la vitesse V et la valeur de celle-ci est égale à la somme algébrique des diverses contributions de chacun des paramètres en question. Cependant, la méthode de *Toebes* (1955) ne peut être appliquée que dans la région géographique pour laquelle a été faite l'analyse de l'influence des facteurs ci-dessus cités, ce qui malheureusement exclut toute généralisation de cette méthode.

A travers de nombreux exemples pratiques concernant l'écoulement uniforme, on peut s'apercevoir que les formules dites de *Chézy* et de *Manning* (ou de *Manning – Strickler*) sont les plus largement utilisées. La forme de leur expression est telle que nous l'avons déjà indiqué $V = C R_h^\beta J^\gamma$ où les exposants β et γ ont des valeurs bien déterminées. En raison de leur utilisation fiable et très répandue, ces relations seront développées aussi clairement que possible, en tentant d'éclaircir leur

limite et leur domaine d'applicabilité. D'autres relations seront également exposées, telle que la formule de *Darcy – Weisbach* dont l'application est universelle. Cette relation joue un rôle important dans le calcul des écoulements évoluant dans les conduites, et sa généralisation aux canaux ouverts connaît un grand succès.

Notre travail se présente en deux grandes parties. La première partie est consacrée à un état de connaissances sur l'écoulement uniforme. Elle se propose de passer en revue les principales formules de l'écoulement uniforme, en mettant l'accent sur les relations de *Chézy*, *Manning – Strickler* et de *Darcy – Weisbach*.

Dans la deuxième partie de notre étude, nous avons tenté d'exposer notre contribution au calcul de l'écoulement uniforme. Notre recherche a pour principal objectif de proposer des relations approchées fiables au calcul de la profondeur normale ainsi que celles destinées au dimensionnement de la conduite considérée. Ces relations sont applicables dans tout le domaine de l'écoulement turbulent, comprenant l'écoulement lisse, de transition et turbulent rugueux.

I.2. Formule de *Chézy*

La formule de *Chézy* est probablement la première formule destinée au calcul de l'écoulement uniforme. La vitesse moyenne V s'exprime par :

$$V = C \sqrt{R_h J} \quad (1.1)$$

Rappelons que R_h est le rayon hydraulique, J est la pente de la ligne de charge totale ou gradient de perte de charge (J étant également la pente i du canal) et C est le facteur caractérisant la résistance de l'écoulement. Le facteur C est habituellement appelé coefficient de *Chézy*.

Chézy stipule que la force de résistance s'opposant à l'écoulement et par unité de surface de canal est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne V . Cette force peut donc s'écrire : F_r (1m^2) = $K V^2$, où K est le facteur de proportionnalité. Comme le montre la figure I.2, la surface du canal en contact avec le liquide est égale au produit du périmètre mouillé P par la longueur L du canal. La force totale F_r mise en jeu s'écrit ainsi :

$$F_r = K V^2 P L \quad (1.2)$$

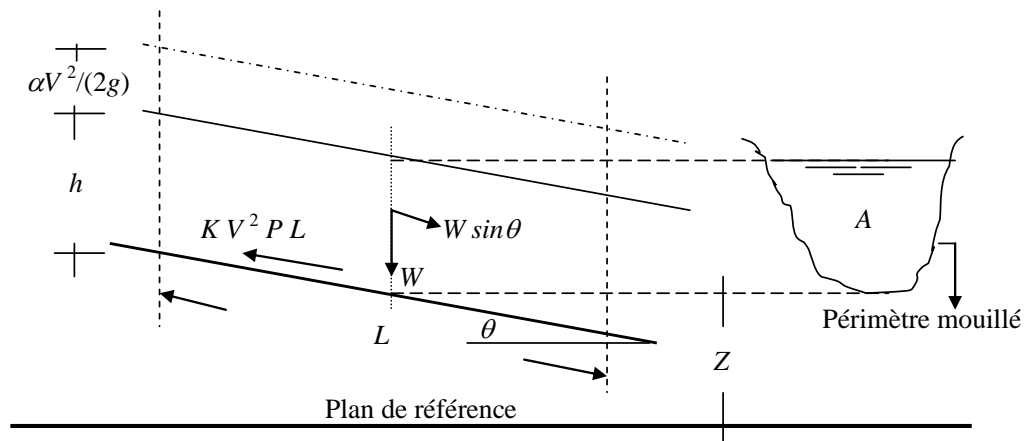


Figure I.2: Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de la formule de *Chézy*.

Nous avons déjà indiqué que l'écoulement uniforme s'établit lorsque les forces de gravité sont équilibrées par les forces de résistance F_r . La quantité $(W \sin \theta)$, représentée sur la figure 1.2, correspond à la composante tangentielle du poids propre W du liquide. C'est cette composante qui intervient dans l'écoulement et qui doit être équilibrée par la force F_r . Le poids propre W peut s'écrire $W = \rho g A L$ où ρ est la masse volumique du liquide, g est l'accélération de la pesanteur. Le produit $(A L)$ désigne le volume de liquide sur toute la longueur L considérée. Ainsi, nous pouvons écrire $\rho g A L \sin \theta = K V^2 P L$, soit $V^2 = (\rho g / K) (A / P) \sin \theta$. La quantité A / P : représente par définition le rayon hydraulique R_h .

En désignant par $C^2 = (\rho g / K)$ et par $J = \sin \theta$, il vient que :

$$V = C R_h^{1/2} J^{1/2} \quad (1.3)$$

Comme l'exige la relation (1.3), le coefficient C de *Chézy* doit avoir pour unité $[L^{1/2} T^{-1}]$. Plusieurs relations ont été proposées au calcul du coefficient C et nous verrons dans ce qui suit les plus importantes d'entre elles.

I.2.1. Détermination du coefficient C de *Chézy* par la formule de *Ganguillet – Kutter*.

La formule de *Ganguillet – Kutter* (1869) exprime le coefficient C de *Chézy* en fonction de la pente J ou i du canal, du rayon hydraulique R_h et du coefficient de rugosité n . Elle a été élaborée à partir de mesures expérimentales effectuées sur divers types de canaux et rivières naturelles :

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{J} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{J}\right) \frac{n}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.4)$$

Le coefficient n de la relation (I.4) est connu sous le nom de " coefficient n de Kutter ". Bien que la relation (I.4) apparaisse quelque peu encombrante, elle donne néanmoins des résultats assez satisfaisants. De nombreux auteurs proposent d'éliminer le terme contenant la pente J , afin de simplifier la forme de l'équation. On peut en effet s'apercevoir que le terme $0,00155/J$ n'a pas d'effet significatif sur la valeur du coefficient C , pour une même valeur du coefficient de rugosité n et du rayon hydraulique R_h . A titre indicatif, pour $n = 0,01$ et $R_h = 1,20$ m, C ne subit pratiquement aucun changement dans une large gamme de valeurs de J : $102 \leq C \leq 103$ lorsque $0,00005 \leq J \leq 0,01$.

I.2.2. Détermination du coefficient C de Chézy par la formule de Bazin

Bazin (1897) considère que la valeur du coefficient C de Chézy dépend du rayon hydraulique R_h mais ne dépend pas de la pente J du canal. Le coefficient C peut alors être déterminé par la relation :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.5)$$

m est le coefficient de rugosité dépendant de la nature du matériau constituant le canal considéré et dont la valeur est tabulée. Les valeurs de m sont sans commune mesure avec celles qui correspondent au coefficient de rugosité n figurant dans la relation (1.4) de Ganguillet – Kutter et ceci pour le même matériau. A titre indicatif, pour le cas d'un canal fabriqué en ciment lisse, les tables de valeurs indiquent que $n = 0,01$ et $m = 0,11$.

La formule de Bazin a été développée à l'origine pour de petits canaux, si bien que sa généralisation ne donne pas d'aussi bons résultats que ceux obtenus par la formule de Ganguillet – Kutter.

I.2.3. Détermination du coefficient C de Chézy par la formule de Powell

Powell (1950) propose une relation de type logarithmique au calcul du coefficient C de Chézy, mais elle se présente sous une forme implicite :

$$C = -23,2 \log \left(\frac{1,811C}{R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.6)$$

" log " désigne le logarithme décimal, R est le nombre de *Reynolds*, ε est la rugosité absolue des parois du canal. A l'origine, la formule de *Powell* a été présentée en unité anglaise et les constantes figurant dans la relation (I.6) sont alors différentes et beaucoup plus simples :

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.7)$$

Pour le cas des canaux rugueux, l'écoulement est en général turbulent correspondant aux valeurs élevées du nombre de Reynolds. Le terme $C/(4R) \rightarrow 0$ et la relation (1.7) devient :

$$C = -42 \log \left(\frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.8)$$

Par contre, pour les canaux lisses, l'effet de la rugosité est tellement faible que la relation 1.7) peut s'écrire :

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R} \right) \quad (1.9)$$

I.3. Formule de *Manning-Strickler*

La vitesse moyenne V de l'écoulement uniforme peut être également évaluée par la formule dite de *Manning* (1891). La vitesse V est liée au coefficient C de résistance de l'écoulement, au rayon hydraulique R_h et à la pente J du canal. A l'origine, la formule de *Manning – Strickler* se présentait sous une forme compliquée, puis elle a été simplifiée pour s'écrire, avec $C = k$:

$$V = k R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.10)$$

La relation (1.10) a été ensuite modifiée par plusieurs auteurs pour s'écrire, en unité métrique :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.11)$$

(n selon *Manning* et $1/n = k$ selon *Strickler*).

La conversion en unité anglaise de la relation (1.10) donne :

$$V = \frac{1,486}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.12)$$

Dans cette conversion, la valeur numérique du coefficient de rugosité n reste inchangée et la même valeur est utilisée dans les deux systèmes d'unité. Comme l'exige la forme de la relation (1.10), le coefficient n doit avoir pour dimension $[TL^{-1/3}]$. Cependant, il paraît physiquement injustifié que la dimension de temps T puisse intervenir dans l'unité d'une rugosité puisqu'elle celle-ci ne devrait dépendre que de la nature du matériau constituant les parois du canal considéré. Pour cette raison, certains auteurs énoncent que le numérateur de la relation (1.10) devrait contenir le terme \sqrt{g} , où g est l'accélération de la pesanteur, ce qui conduirait à donner à n la dimension $[L^{1/6}]$. En outre, il a été démontré que le coefficient de rugosité n pouvait s'écrire :

$$n = [\phi(R_h / \varepsilon)] \varepsilon^{1/6} \quad (1.13)$$

où ε est la rugosité absolue. Si la fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ doit être considérée comme étant adimensionnelle, le coefficient de rugosité n doit alors avoir la même dimension que $\varepsilon^{1/6}$, c'est à dire $[L^{1/6}]$. Hager (1989) a pu montrer que la rugosité absolue ε et le coefficient k de Strickler sont liés par la relation :

$$\frac{k \varepsilon^{1/6}}{8,2 \sqrt{g}} = 1 \quad (1.14)$$

D'autre part, il est également possible d'admettre que le terme $1,486/n$ figurant dans la relation (1.12) puisse contenir de manière implicite la dimension $[L^{1/3} T^{-1}]$, ou que $\phi(R_h / \varepsilon)$ contienne un facteur ayant une dimension. Ceci rendrait alors le coefficient n adimensionnel. Sous cette dernière condition, la conversion en unité anglaise conduit à la constante $(3,2808)^{1/3} = 1,486$, puisque $1\text{m} = 3,2808\text{ft}$.

Si l'on considère que la dimension de n est $[L^{1/6}]$, sa valeur numérique en unité anglaise doit être différente de sa valeur en unité métrique, à moins de tenir compte d'un facteur de correction ou de compensation.

Si n est la valeur du coefficient de rugosité en unité métrique et n' en unité anglaise, on peut écrire alors $n' = (3,2808)^{1/6} n = 1,219 n$. Lorsque la formule de Manning subit la conversion de l'unité métrique vers l'unité anglaise, la constante figurant dans l'expression qui en résulte est égale à $(3,2808)^{1/3 + 1/6} = \sqrt{3,2808} = 1,811$ et la dimension de n est alors $[L^{1/6}]$.

En raison de sa forme simplifiée et aux résultats satisfaisants auxquels elle aboutit, la formule de *Manning – Strickler* est celle qui est largement utilisée pour les écoulements uniformes dans les canaux ouverts.

De nombreuses applications ont montré que les valeurs de n de *Manning* et n de *Kutter* sont pratiquement identiques lorsque la pente du canal est supérieure ou égale à 0,0001 pour un rayon hydraulique variant approximativement entre 0,30 m et 9 m.

En comparant la formule de *Manning – Strickler*, exprimée en unité métrique, à celle de *Chézy*, on peut écrire $C = (1/n)R_h^{1/6}$. Ainsi, la formule de *Manning – Strickler* est souvent considérée comme une variante de la formule de *Chézy*.

De nombreuses études dont celle de *Bazin*, et qui concernent les canaux artificiels, ont montré que l'exposant de R_h ne serait pas égal à 2/3 comme le suggère *Manning*, mais sa valeur moyenne varie entre 0,6499 et 0,8395 suivant la forme du canal et la rugosité de celui-ci. Des études suggèrent de prendre la valeur 3/4 pour l'exposant de R_h , tandis que *Blench* (1939) considère le coefficient C comme une variable qui dépend non seulement de n mais aussi de R_h et dont l'exposant dépend à son tour de n et de R_h ; c'est la formule dite de *Pavlovski* (1940) qui s'exprime, en unité métrique, par :

$$C = (1/n)R_h^y \quad (115)$$

où $y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - \frac{3}{4}\sqrt{R_h}(\sqrt{n} - 0,10)$.

La relation (1.15) est applicable pour un rayon hydraulique variant entre 0,10 m et 3 m et pour n compris entre 0,011 et 0,04. Des relations approchées au calcul de l'exposant y ont été également proposées : $y = 1,5\sqrt{n}$ pour $R_h < 1$ m et $y = 1,3\sqrt{n}$ pour $R_h > 1$ m.

L'application de la formule de *Manning – Strickler*, comme celle d'ailleurs de *Ganguillet – Kutter* est tributaire de la valeur du coefficient n . Il n'existe aucune méthode exacte qui permet d'évaluer n . Évaluer n revient à estimer la résistance de l'écoulement dans un canal donné, ce qui nécessite beaucoup d'expérience et de pratique. En se référant à la bibliographie, plusieurs auteurs concluent que pour estimer n les étapes suivantes sont nécessaires :

1. Recenser puis apprécier l'influence des paramètres pouvant affecter le coefficient n , tels que la présence de végétation dans le canal, la dimension moyenne des grains du matériaux constituant les parois du canal, l'irrégularité du canal due à la présence de courbures ou de variation même réduite de la section transversale de l'écoulement, etc...

2. Consulter les tables de valeurs de n déjà évalué pour des canaux de différents types.
3. Examiner et s'informer de l'état physique caractérisant des canaux existants et dont la valeur de n a déjà été déterminée.
4. Déterminer la valeur de n par une approche analytique basée sur la répartition théorique de la vitesse dans les sections transversales de l'écoulement.

I.4. Formule de *Darcy – Weisbach* et évaluation du coefficient de frottement

La formule de *Darcy – Weisbach* exprime la proportionnalité entre le gradient de la perte de charge J , la vitesse moyenne V de l'écoulement et le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P = 4R_h$. Le facteur de proportionnalité étant le coefficient de frottement f . Le gradient J est inversement proportionnel à D_h et proportionnel au carré de la vitesse V :

$$J = \frac{f}{D_h} \frac{V^2}{2g} \quad (1.16)$$

La formule (I.16) est aussi bien valable pour les canaux ouverts que pour les conduites fermées.

Le coefficient de frottement f peut être évalué par diverses relations, selon la nature du régime d'écoulement.

La formule de *Colebrook – White* permet d'évaluer le coefficient de frottement f lorsque l'écoulement est en régimes de transition, turbulent rugueux et lisse :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right), \quad R > 2300 \quad (1.17)$$

Dans le cas où le régime d'écoulement est de transition, le coefficient de frottement dépend à la fois de la rugosité relative ε/D_h et du nombre de *Reynolds* R . La représentation graphique de la relation (1.17) dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques montre que, pour la même valeur de ε/D_h , le coefficient de frottement f diminue lorsque R augmente. Pour des valeurs données de ε/D_h et de R , l'évaluation du coefficient de frottement f , par application de la relation (1.17), nécessite un procédé itératif. Une excellente relation approchée de (I.17) a été proposée par Achour (*Achour, 2007*):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.18)$$

A partir d'une valeur $R = R_{\text{lim}}$ dépendant de la valeur de ε/D_h , le coefficient de frottement demeure pratiquement inchangé avec l'augmentation de R . Cette particularité caractérise la nature de l'écoulement dans la zone de pleine turbulence ou domaine rugueux. Dans ce domaine, le coefficient de frottement f peut être évalué par la relation explicite de *Nikuradse* :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_h}{3,7} \right) \quad (1.19)$$

La relation (1.19) peut être obtenue à partir des relations (I.17) ou (I.18), en écrivant que $R \rightarrow \infty$.

Dans le domaine pratiquement lisse correspondant à $\varepsilon/D_h \rightarrow 0$, la relation (1.17) mène à écrire :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (1.20)$$

et l'évaluation de f nécessite également un procédé itératif. Dans le même domaine d'écoulement, ce procédé itératif peut être évité par l'application de la relation (I.18) :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.21)$$

Dans la large gamme $2,35 \cdot 10^3 \leq R \leq 10^9$, l'application de la relation (1.21) occasionne un écart relatif inférieur à 0,7% par rapport à (1.20).

La formule de *Swamee et Jain* (1976) permet également d'évaluer de manière explicite le coefficient f dans le domaine pratiquement lisse :

$$f = \left[2 \log \left(\frac{5,74}{R^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (1.22)$$

Mais, dans la même gamme de valeurs ci-dessus indiquée de R , l'application de (1.22) occasionne un écart relatif atteignant 2,8% par rapport à (1.20). Dans une gamme plus restreinte de R telle que $5 \cdot 10^3 < R < 10^8$, cet écart se réduit mais atteint tout de même 1,5%.

En comparant les relations (1.1) et (1.16), on peut montrer que le coefficient C de *Chézy* est étroitement lié au coefficient de frottement f :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (1.23)$$

1.5. Équations théoriques de l'écoulement uniforme

1.5.1. Distribution de la vitesse dans un écoulement uniforme

La distribution de la vitesse dans un écoulement turbulent demeure quasi uniforme lorsque la couche limite est pleinement développée, et suit approximativement une loi logarithmique. La contrainte de cisaillement ou tangentielle en n'importe quel point de l'écoulement turbulent se produisant au-dessus d'une paroi solide est donnée par la relation de *Prandtl* (1926) :

$$\tau = \rho l^2 (dv/dy)^2 \quad (1.24)$$

ρ est la masse volumique du liquide en écoulement, l est une longueur caractéristique dite longueur de mélange, dv/dy est le gradient de vitesse à la hauteur y de la paroi solide et normale à celle-ci. La longueur de mélange peut être interprétée comme étant la longueur au-delà de laquelle la particule liquide voit sa quantité de mouvement diminuer.

Dans la région proche de la paroi solide, *Prandtl* utilise deux approches:

1. La longueur de mélange est proportionnelle à y , soit $l = Ky$ où K est le facteur de proportionnalité entre l et y et dont la valeur a été estimée à 0,40 environ.
2. La contrainte tangentielle est constante.

Puisque la contrainte tangentielle à la surface est égale à la force tractrice unitaire τ_0 , la constance de la contrainte tangentielle implique que $\tau = \tau_0$. La relation (1.24) devient :

$$dv = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y} \quad (1.25)$$

L'intégration de la relation (I.25) mène à :

$$v = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \operatorname{Ln} \frac{y}{y_0} \quad (1.26)$$

" Ln " désigne le logarithme népérien et y_0 représente la constante d'intégration. La force tractrice τ_0 s'exprime par la relation $\tau_0 = (\varpi R_h J)$ où $\varpi = \rho g$ est le poids spécifique du liquide et J

est la pente du canal. On peut alors écrire que $\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{gR_h J} = v_f$, où v_f a la dimension d'une vitesse et elle est connue sous le nom de vitesse de frottement. La relation (1.26) devient alors :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{y}{y_o} \quad (1.27)$$

La relation (1.27) indique que la vitesse dans un écoulement turbulent est une fonction logarithmique de la distance y . Elle est connue sous le nom de loi universelle de *Prandtl – Von – Karman* de la distribution des vitesses. Cette loi a été vérifiée par plusieurs expériences et les résultats ont montré une remarquable similitude entre la distribution des vitesses observée expérimentalement et celle issue de la théorie. Lorsque la surface solide est lisse, la constante y_o ne dépend que de la vitesse de frottement v_f et de la viscosité cinématique ν du liquide:

$$y_o = m_o \frac{\nu}{v_f} \quad (1.28)$$

m_o est une constante égale à 1/9 lorsque la surface solide est lisse. Cette constante a été déduite des essais de *Nikuradse* concernant les conduites lisses. La combinaison des relations (1.27) et (1.28) donne ainsi, pour les surfaces lisses, la répartition de la vitesse dans un écoulement turbulent :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{9y v_f}{\nu} \quad (1.29)$$

Lorsque la surface est rugueuse, la constante y_o dépend de la rugosité absolue ε :

$$y_o \approx m_o \varepsilon \quad (1.30)$$

La constante m_o est approximativement égale à 1/30.

La relation (1.27) devient alors :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{30y}{\varepsilon} \quad (1.31)$$

1.5.2. Équation de Keulegan

En utilisant la loi universelle de *Prandtl – Von – Karman* de la distribution des vitesses, *Keulegan* (1938) aboutit à des équations donnant la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent dans

les canaux ouverts par une approche théorique simple. En se basant sur l'équation de continuité, le débit volume Q passant par une section quelconque de l'écoulement peut s'écrire :

$$Q = VA = \int_{\delta_0=0}^{y=h} v B dy \quad (1.32)$$

V est la vitesse moyenne de l'écoulement, h est la profondeur, A est l'aire de la section mouillée, B est la longueur de la courbe d'égale vitesse (figure I.3) et y est la profondeur verticale comptée à partir de la surface jusqu'à la courbe d'égale vitesse. La sous-couche laminaire d'épaisseur δ_0 est considérée comme étant très mince ($\delta_0 = 0$).

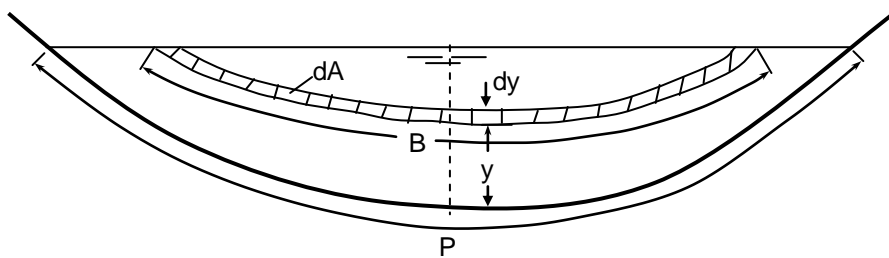


Figure I.3 : Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement
De l'équation de (Keulegan.1938)

Le maximum de vitesse est supposé être à la surface et que la longueur B est proportionnelle à la distance y ; ceci permet d'écrire :

$$B = P - \gamma y \quad (1.33)$$

P est le périmètre mouillé de la surface considérée et γ est une fonction dépendant de la forme de la section. Ainsi, l'aire de la section mouillée A est :

$$A = \int_0^h B dy = Ph - \frac{1}{2} \gamma h^2 \quad (1.34)$$

La combinaison des relations (I.27), (I.32), (I.33) et (I.34) permet d'écrire, après intégration :

$$V = v_f \left[5,75 \log \left[\frac{h}{m_o R_h} \exp \left(-1 - \frac{\gamma h^2}{4A} \right) \right] + 5,75 \log \frac{m_o R_h}{y_o} \right] \quad (1.35)$$

Le premier terme du membre droit de l'équation (1.35) est une fonction de la forme de la section du canal considéré. Cependant, la variation que subit ce terme pour différentes formes de canaux est

relativement faible et il a été remplacé par une constante désignée par A_o . La relation (I.35) prend alors une forme plus simplifiée et s'écrit :

$$V = v_f \left[A_o + 5,75 \log \frac{m_o R_h}{y_o} \right] \quad (1.36)$$

La relation (1.36) représente l'équation théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts.

Pour les canaux à parois lisses, l'étude de *Keulegan*, basée sur les valeurs expérimentales de *Nikuradse*, montre que $A_o \approx 3,25$. Ainsi, l'équation théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts à parois lisses est, en tenant compte de (1.28):

$$V = v_f \left[3,25 + 5,75 \log \left(\frac{R_h v_f}{\nu} \right) \right] \quad (1.37)$$

En ce qui concerne les canaux ouverts à parois rugueuses, *Keulegan* montre, après avoir analysé les mesures de *Bazin*, que la constante A_o varie dans une large gamme, en fonction de la forme de la section du canal ($3,23 \leq A_o \leq 16,92$), et la valeur moyenne $A_o = 6,25$ est alors adoptée. Ainsi, l'expression théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts à parois rugueuses est, en tenant compte de (1.30):

$$V = v_f \left[6,25 + 5,75 \log \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right) \right] \quad (1.38)$$

En combinant les expressions $V = C \sqrt{R_h J}$ de *Chézy* (relation 1.1) et $\sqrt{g R_h J} = v_f$ de la vitesse de frottement, on peut écrire :

$$\frac{V}{v_f} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad (1.39)$$

Ou bien, en faisant appel à (1.23):

$$\frac{V}{v_f} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{f}} \quad (1.40)$$

En tenant compte de (1.39) et de la définition du nombre de *Reynolds* modifié tel que $R = VR_h/\nu$, les relations (1.37) et (1.38) permettent d'exprimer les coefficients C et f , respectivement pour un canal à parois lisses et rugueuses :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = 3,25 + 5,75 \log \left(\frac{R\sqrt{g}}{C} \right) \quad (1.41)$$

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = 6,25 + 5,75 \log \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right) \quad (1.42)$$

ou bien :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0,231 + 2,033 \log (R\sqrt{f}) \quad (1.43)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,210 + 2,033 \log \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right) \quad (1.44)$$

I.6. Interprétation théorique du coefficient de rugosité de *Manning*

En éliminant le coefficient C de *Chézy* entre les relations $C = (1/n)R_h^{1/6}$ et (1.42), le coefficient n de *Manning* s'écrit :

$$n = \varepsilon^{1/6} \phi(R_h / \varepsilon) \quad (1.45)$$

avec :

$$\phi(R_h / \varepsilon) = \frac{\left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right)^{1/6}}{\sqrt{g} \left[6,25 + 5,75 \log \frac{R_h}{\varepsilon} \right]} \quad (1.46)$$

Selon Beboukha Y, 2015 La représentation graphique de (1.46), pour une large gamme de valeurs de la rugosité relative (R_h / ε), se traduit par une courbe plate presque horizontale.

La fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ peut alors être remplacée par une constante dont la valeur est approximativement égale à 0,0342.

Si l'on admet que la fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ est constante, la relation (1.45) indique alors que le coefficient n de *Manning* varie en fonction de la puissance 1/6 de la rugosité absolue ε . En d'autres termes, lorsque ε subit une variation de 1/1000 ème, le coefficient n ne varie que de 1/3 environ. Ainsi, ε est donc plus sensible que le coefficient n . En conséquence, l'application de la relation (1.45) n'entraîne qu'une erreur relativement faible sur le calcul du coefficient n .

L'étude comparative de *Bakhmeteff* et *Feodoroff* (1943) entre les formules de *Manning*, de *Ganguillet – Kutter* et de *Prandtl – Von – Karman* mise sous une forme identique à celle de la relation (1.45), montre que la formule de *Manning* est la plus adaptée.

I.7. Méthode de détermination du coefficient de *Manning*

Deux méthodes de détermination du coefficient n de *Manning*, basées sur la répartition théorique des vitesses dans un canal à parois rugueuses, ont été développées. La première méthode, dite méthode liée à la mesure de la rugosité, admet la validité de la relation (1.46). Ainsi, la valeur de n peut être calculée en application de (1.45) pour la valeur connue de la rugosité absolue ε .

La seconde méthode est dite méthode liée à la mesure de la vitesse. En se référant à la loi logarithmique de la répartition de la vitesse exprimée par (1.31), on peut s'apercevoir que cette répartition dépend de la rugosité absolue ε liée au coefficient n de *Manning* par la relation (1.45). En d'autres termes, la rugosité dans le sens du coefficient n de *Manning* peut être considérée comme le facteur prédominant affectant la répartition de la vitesse. Si celle-ci était connue, le coefficient n de *Manning* peut alors être évalué.

On définit $V_{0,2}$ la vitesse aux deux dixièmes de la profondeur ou à la distance $0,8y$ comptée à partir du fond du canal de grande largeur et à parois rugueuses ; y représente la profondeur de l'écoulement. En vertu de la relation (1.31), on peut écrire :

$$V_{0,2} = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \left(\frac{24y}{\varepsilon} \right) \quad (1.47)$$

$$V_{0,8} = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \left(\frac{6y}{\varepsilon} \right) \quad (1.48)$$

En éliminant la vitesse v_f entre les relations (1.47) et (1.48), on peut écrire en posant $X = V_{0,2}/V_{0,8}$:

$$(1 - X) \operatorname{Ln} \frac{y}{\varepsilon} = X \operatorname{Ln} 6 - \operatorname{Ln} 24$$

Ou bien :

$$\operatorname{Ln} \frac{y}{\varepsilon} = \frac{1,792 X - 3,178}{1 - X} \quad (1.49)$$

L'équation (1.38), qui exprime la vitesse moyenne de l'écoulement dans un canal à parois rugueuses, devient alors pour un canal de grande largeur ($R_h = y$):

$$\frac{V}{v_f} = \frac{1,775 X + 1,686}{X - 1} \quad (1.50)$$

En outre, la combinaison des relations $C = (1/n)R_h^{1/6}$ et (1.38), pour $R_h = y$, donne :

$$\frac{V}{v_f} = \frac{y^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (1.51)$$

Ainsi, le coefficient n de *Manning* peut être évalué à partir de l'égalité des relations (1.50) et (1.51), soit :

$$n = \frac{y^{1/6} (X - 1)}{1,775 \sqrt{g} (X + 0,95)} \quad (1.52)$$

La relation (1.52) permet ainsi d'évaluer le coefficient n de *Manning* pour le cas d'un canal de grande largeur à parois rugueuses et dans l'hypothèse que la distribution de la vitesse suit une loi logarithmique.

I.8. Calcul de l'écoulement uniforme

I.8.1. Conductivité

Le débit volume Q de l'écoulement uniforme dans une conduite ou un canal s'exprime par le produit de la vitesse moyenne V et l'aire de la section mouillée A :

$$Q = VA = CAR_h^\beta J^\gamma \quad (1.53)$$

La relation (1.53) peut aussi s'écrire :

$$Q = KJ^\gamma \quad (1.54)$$

Où :

$$K = CAR_h^\beta \quad (1.55)$$

Le facteur K est connu sous le terme de conductivité de la conduite ou du canal. Il s'agit de la capacité d'évacuation de la section de la conduite ou du canal considéré, étant donné que K est directement lié au débit volume Q .

Lorsque l'une des relations de *Chézy* ou de *Manning* est utilisée, correspondant à $\gamma = 1/2$, la relation (I.54) permet alors de déduire que la conductivité est :

$$K = Q / \sqrt{J} \quad (1.56)$$

La relation (I.56) peut être utilisée pour calculer la conductivité K lorsque le débit volume Q et la pente J sont donnés.

Lorsque la formule de *Chézy* est utilisée, correspondant à $\gamma = 1/2$, l'équation (1.55) devient :

$$K = CAR_h^{1/2} \quad (1.57)$$

C est le coefficient de résistance de *Chézy*.

Lorsque la relation de *Manning* est utilisée, la conductivité K s'écrit :

$$K = \frac{1}{n} AR_h^{2/3} \quad (1.58)$$

Les relations (I.57) et (I.58) peuvent être utilisées pour calculer la conductivité K , lorsque la géométrie de la section ainsi que le coefficient de résistance sont connus.

I.8.2. Facteur de section

L'expression $AR_h^{2/3}$ est appelée facteur de section au calcul de l'écoulement uniforme. Selon la relation (I.58), nous pouvons écrire :

$$AR_h^{2/3} = nK \quad (1.59)$$

Ou bien, en tenant compte de la relation (1.56) :

$$AR_h^{2/3} = \frac{nQ}{\sqrt{J}} \quad (1.60)$$

Le second terme de la relation (1.60) contient les paramètres n , Q et J , alors que le premier terme dépend de la géométrie de la section mouillée de la conduite ou du canal considéré. Pour les valeurs données de n , Q et J , il n'existe qu'une profondeur possible pour maintenir l'écoulement uniforme, à condition toutefois que $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur. Cette profondeur est la profondeur normale.

Lorsque n et J sont connus, la relation (1.60) donne un seul débit pour maintenir l'écoulement uniforme dans la section considérée de la conduite ou du canal, à condition toutefois que $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur. Ce débit est appelé débit normal.

Notons que dans le cas le plus général, la quantité $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur, à l'exception du cas des conduites dont le toit est graduellement fermé telle que la conduite de forme circulaire. Dans ce cas, $AR_h^{2/3}$ augmente dans un premier temps avec l'accroissement de la profondeur, puis décroît dans un second temps en fonction de la profondeur à l'approche de la pleine section. La valeur maximale de $AR_h^{2/3}$ est atteinte à une profondeur légèrement inférieure à la profondeur de pleine section. En conséquence, il est possible d'avoir deux profondeurs pour la même valeur de $AR_h^{2/3}$; une profondeur inférieure et l'autre supérieure à la profondeur correspondant au maximum de $AR_h^{2/3}$.

La relation (1.60) peut être très utile pour l'analyse et le calcul de l'écoulement uniforme. Lorsque le débit volume Q , la pente J et n sont connus, cette relation donne la valeur du facteur de section $A_n R_{h,n}^{2/3}$, où l'indice n désigne l'écoulement normal, et par suite la profondeur normale y_n . D'autre part, lorsque n , J et y_n sont donnés, la relation (1.60) permet de calculer le débit volume normal Q_n .

Dans le but de simplifier le calcul, des courbes adimensionnelles ont été tracées pour le cas de la conduite de forme circulaire en particulier, montrant la relation entre la profondeur et le facteur de section $AR_h^{2/3}$. Ces courbes sont un moyen de détermination de la profondeur pour un facteur de section $AR_h^{2/3}$ donné et vice-versa.

Pour le cas de la conduite de forme circulaire de diamètre D , le tableau de valeurs suivant a été dressé (Chow, 1973) et a permis le tracé de la courbe de la figure I.4.

Tableau 1.1 : Valeurs du facteur de section relatif en fonction de la profondeur relative

Pour le cas de la conduite de forme circulaire (*Chow*, 1973)

y_n / D	$AR_h^{2/3} / D^{8/3}$
0,01	0,0000
0,02	0,0002
0,03	0,0005
0,04	0,0009
0,05	0,0015
0,06	0,0022
0,07	0,0031
0,08	0,0040
0,09	0,0052
0,10	0,0065
0,11	0,0079
0,12	0,0095
0,13	0,0113
0,14	0,0131
0,15	0,0152
0,16	0,0173
0,17	0,0196
0,18	0,0220
0,19	0,0247
0,20	0,0273
0,21	0,0301
0,22	0,0333
0,23	0,0359
0,24	0,0394
0,25	0,0427

Tableau 1.1 (Suite) : Valeurs du facteur de section relatif en fonction de la profondeur relativePour le cas de la conduite de forme circulaire (*Chow*, 1973)

y_n / D	$AR_n^{2/3} / D^{8/3}$
0,26	0,0464
0,27	0,0497
0,28	0,0536
0,29	0,0571
0,30	0,0610
0,31	0,0650
0,32	0,0690
0,33	0,0736
0,34	0,0776
0,35	0,0820
0,36	0,0864
0,37	0,0909
0,38	0,0955
0,39	0,1020
0,40	0,1050
0,41	0,1100
0,42	0,1147
0,43	0,1196
0,44	0,1245
0,45	0,1298
0,46	0,1348
0,47	0,1401
0,48	0,1452
0,49	0,1505
0,50	0,1558
0,55	0,1825
0,60	0,2092
0,65	0,2358
0,70	0,2608
0,75	0,2840
0,80	0,3045
0,85	0,3212
0,90	0,3324
0,95	0,3349
1,00	0,3117

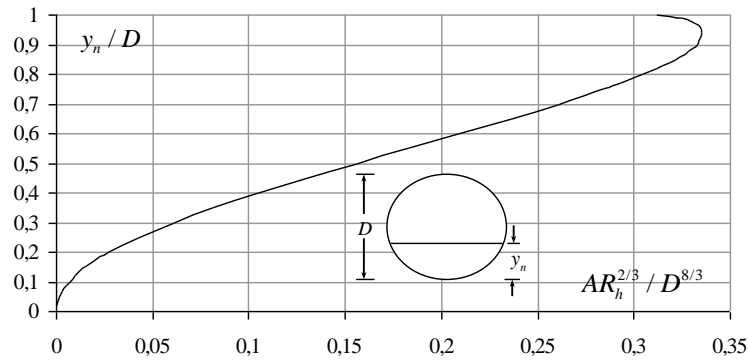


Figure 1.4 : Facteur de section relatif en fonction de la profondeur normale relative pour le cas de la conduite de forme circulaire. Courbe tracée selon les valeurs du tableau 1.1.

1.8.3. Caractéristiques de l'écoulement dans une conduite circulaire

En prenant pour exemple la conduite circulaire, les courbes adimensionnelles pour les quantités $AR_h^{2/3} / A_o R_{h,o}^{2/3}$ et $R_h^{2/3} / R_{h,o}^{2/3}$, où l'indice « o » est relatif à l'état plein de la conduite, sont représentées sur la figure I.5 (Camp, 1946).

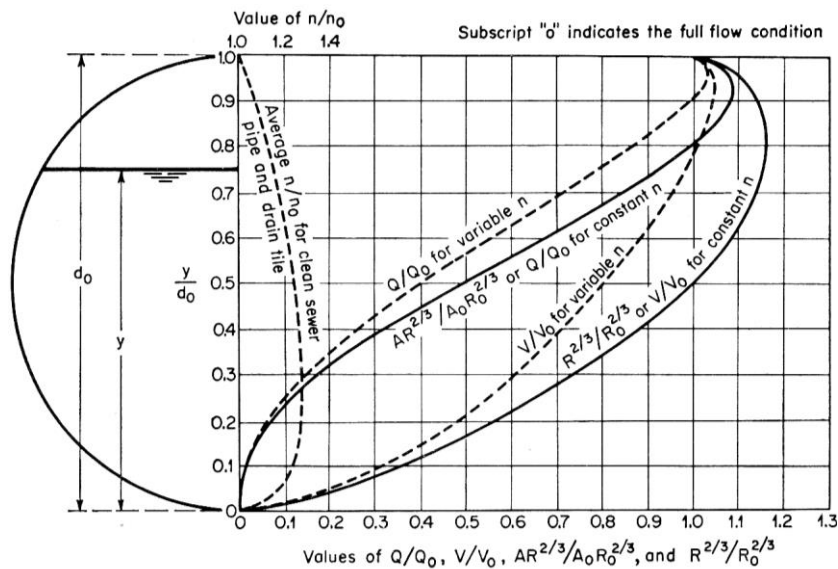


Figure I.5 : Caractéristiques de l'écoulement dans une conduite circulaire selon Camp (1946).

Si la valeur du coefficient n de Manning est considéré comme une constante ou indépendant de la variation de la profondeur, les deux courbes $AR_h^{2/3} / A_o R_{h,o}^{2/3}$ et $R_h^{2/3} / R_{h,o}^{2/3}$ représentent respectivement la variation du rapport Q / Q_o et V / V_o . Les deux courbes, en trait plein, montre des valeurs maximales qui s'obtiennent à environ $0,938d_o$ et $0,81d_o$ respectivement. D'un point de vue mathématique, la profondeur correspondant au débit maximum, soit $0,938d_o$, peut être simplement obtenue en égalant

à zéro la dérivée première de $AR_h^{2/3}$ par rapport à la profondeur y , puisque le débit volume Q , calculé par la formule de *Manning*, est proportionnel à $AR_h^{2/3}$ pour n et J constants. Parallèlement, puisque la vitesse moyenne V , selon la formule de *Manning*, est proportionnelle à $R_h^{2/3}$, la profondeur correspondant au maximum de la vitesse, soit $0,81d_o$, peut être obtenue en égalant à zéro la dérivée première de $R_h^{2/3}$ par rapport à la profondeur y .

En outre, la courbe adimensionnelle Q/Q_o de la figure I.5 montre que, lorsque la profondeur est environ plus grande que $0,82d_o$, il est possible d'avoir deux profondeurs différentes pour le même débit volume ; une première profondeur au-dessus et une seconde en-dessous de la valeur $0,938d_o$.

En outre, la courbe V/V_o montre que, lorsque la profondeur est plus grande que $y/d_o = 1/2$, il est possible d'avoir deux profondeurs différentes pour la même vitesse ; une première profondeur au-dessus et une seconde en-dessous de la valeur $0,81d_o$.

Toutes ces remarques restent valables tant que le coefficient de résistance est supposé être constant, même si la profondeur varie. Il a été cependant constaté (figure I.5) que le coefficient de résistance augmente de plus de 28% de $1,00 d_o$ à $0,25d_o$ où il apparaît clairement admettre un maximum. Cette variation du coefficient de résistance fait que le maximum de débit et de vitesse apparaît à environ $0,97d_o$ et $0,94d_o$ respectivement. Les courbes correspondantes de Q/Q_o et de V/V_o ont été représentées en trait discontinu sur la figure I.5.

En considérant comme étant constant le coefficient de résistance n , la vitesse moyenne de l'écoulement serait la même que celle de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine que celle de l'écoulement à pleine section. Par contre, si l'on considère que n varie en fonction de la profondeur, comme il est indiqué sur la figure I.5, alors la vitesse de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine n'est que de 80% de la vitesse à pleine section.

I.9. Conclusion

A travers ce chapitre nous concluons qu'il n'y a pas de méthode analytique pour évaluer le coefficient de Manning n , sauf dans le cas d'un grand canal à paroi rugueuse.

La relation de *Darcy-Weisbach* a été présentée (Relation 1.16). Elle exprime la pente de la ligne de charge totale comme étant un paramètre inversement proportionnel au diamètre hydraulique et directement proportionnel à la hauteur capable de la vitesse de l'écoulement. Le facteur de proportionnalité est représenté par le coefficient f , appelé coefficient de frottement. Celui-ci peut être évalué par la relation de *Colebrook-White* en s'appuyant sur un procédé itératif. Des relations explicites au calcul de f ont été proposées par certains auteurs, tels que *Achour* et *Swamee*.

Le chapitre a été achevé par le calcul de l'écoulement uniforme qui intéresse notre étude. Nous avons rappelé la notion de conductivité qui est représentée par le facteur K . Il s'agit de la capacité d'évacuation de la section de la conduite ou du canal considéré, étant donné que K est directement lié au débit volume Q (Relation 1.56). Nous avons également rappelé la notion de facteur de section dont l'importance est capitale dans le calcul de l'écoulement uniforme. Le facteur de section est représenté par la quantité $AR_h^{2/3}$ et dépend, par conséquent, de la géométrie de la section de la conduite ou du canal considéré. Nous avons indiqué que dans le cas le plus général, la quantité $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur, à l'exception du cas des conduites dont le toit est graduellement fermé telle que la conduite de forme circulaire. Pour ce type de conduites fermées, le facteur de section $AR_h^{2/3}$ augmente dans un premier temps avec l'accroissement de la profondeur, puis décroît dans un second temps en fonction de la profondeur à l'approche de la pleine section. Cette particularité a été illustrée sur la courbe adimensionnelle de la figure I.4.

Les courbes adimensionnelles de *Camp* (Figure 1.5) ont permis l'analyse des caractéristiques de l'écoulement dans une conduite de forme circulaire. Le facteur de section, rapporté à celui de la conduite pleine, a été représenté en fonction du paramètre de forme de la section pour les cas d'un

Les courbes adimensionnelles de *Camp* ont pu mettre en évidence la nature variable du coefficient de n de *Manning* et son incidence sur les valeurs maximales du débit volume Q et de la vitesse moyenne V

Chapitre II:

**Caractéristique géométrique et
hydraulique de la conduite en
forme Elliptique**

II.1. Introduction

L'une des formes de la conduite Elliptique considérées dans la présente étude est celle représentée par la figure (II.1). Les caractéristiques de l'écoulement, telle que l'aire de la section mouillée A , le périmètre mouillé P , la largeur du plan d'eau ℓ ou le rayon hydraulique R_h dépendent du taux de remplissage $\eta = y_n / D$ où y_n est la profondeur normale de l'écoulement. En outre, ces caractéristiques s'expriment par différentes relations selon le lieu géométrique de l'écoulement.

II.2. Caractéristiques de l'écoulement

La figure (II.1) montre les trois espaces géométriques que peut occuper l'écoulement, selon la valeur du taux de remplissage $\eta = y_n / D$. C'est ainsi que si :

- $\eta \leq 0,0605$, l'écoulement, de plan d'eau \overline{ac} , se situe dans la partie circulaire la plus basse de la conduite.
- $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$, l'écoulement, de plan d'eau \overline{bd} , se situe dans l'espace délimité par les arcs de cercle \widehat{HA} et \widehat{EC} .
- $0,3695 \leq \eta \leq 1$, l'écoulement, de plan d'eau \overline{kh} , se situe dans la partie circulaire la plus haute de la conduite.

Les caractéristiques de l'écoulement doivent donc être déterminées pour chacun des trois cas ci-dessus indiqués.

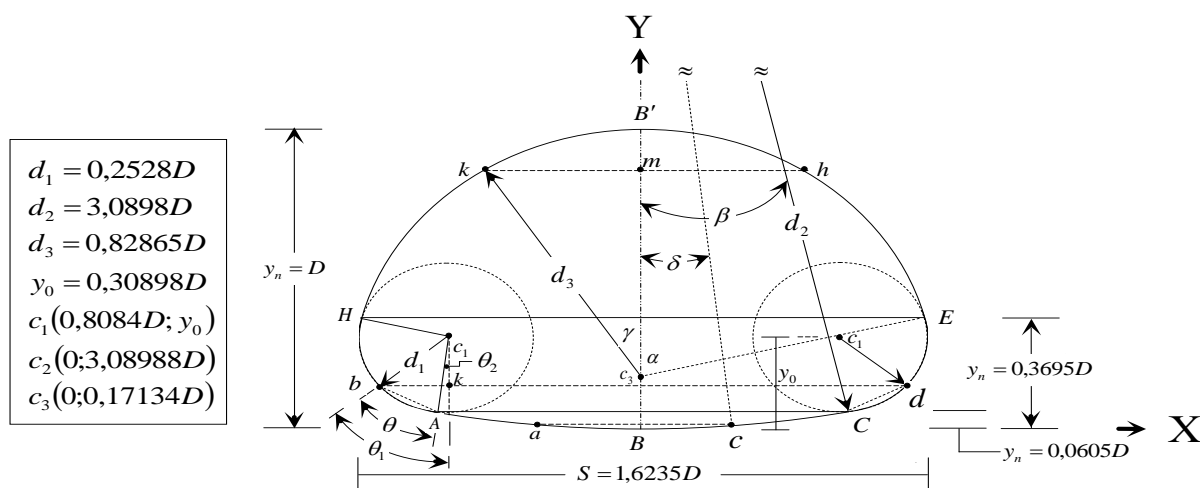


Figure II.1 : Schéma de définition de l'état de l'écoulement dans la conduite de forme Elliptique (Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

i. $\eta \leq 0,0605$

a) Largeur du plan d'eau

Lorsque $\eta \leq 0,0605$, la largeur du plan d'eau e correspond à la corde \overline{ac} . Les points a et c appartiennent au cercle (C_2) , de centre C_2 et de diamètre $d_2 = 3,0898D$. Ainsi :

$$1_ e = 2 \times (3,0898D) \sin(\delta)$$

Ou bien :

$$2_ e = 6,1797D \sqrt{1 - \cos^2(\delta)}$$

Où l'angle δ est le demi angle au centre, tel que :

$$3_ \cos(\delta) = \frac{d_2 - y_n}{d_2} = 1 - \frac{y_n}{3,0898D} = 1 - 0,3236\eta$$

ou tel que :

$$4_ \sin(\delta) = \sqrt{1 - \cos^2(\delta)} = \sqrt{1 - (1 - 0,3236\eta)^2} = 0,56889 \sqrt{\eta(2 - 0,3236\eta)}$$

Finalement, la largeur du plan d'eau e est :

$$5_ e = \left[3,515615 \sqrt{\eta(2 - 0,3236\eta)} \right] D \quad (2.1)$$

b) Périmètre mouillé

Le périmètre mouillé P correspond à la longueur de l'arc $a\widehat{B}c$, appartenant au cercle (C_2) , de centre C_2 et de diamètre $d_2 = 3,0898D$. Ainsi :

$$P = 2d_2(\delta)$$

$$P = 2 \times (3,0898D) \times \cos^{-1}(1 - 0,3236\eta)$$

Soit :

$$P = \left[6,179775 \times \cos^{-1}(1 - 0,3236\eta) \right] D \quad (2.2)$$

Définissons la fonction :

$$U(\eta) = 6,179775 \times \cos^{-1}(1 - 0,3236\eta) \quad (2.3)$$

La relation (1.2) devient alors :

$$P = DU(\eta) \quad (2.4)$$

Aire de la section mouillée

L'aire de la section mouillée A correspond à l'aire du segment circulaire $aBca$, appartenant au cercle (C_2) , de centre C_2 et de diamètre $d_2 = 3,0898D$. Ainsi :

$$A = d_2^2 [\delta - \sin(\delta)\cos(\delta)]$$

Soit :

$$A = (3,0898D)^2 [\cos^{-1}(1 - 0,3236\eta) - (0,56889)\sqrt{\eta(2 - 0,3236\eta)}(1 - 0,3236\eta)]$$

Ou bien :

$$A = 9,5474 [\cos^{-1}(1 - 0,3236\eta) - (0,56889)\sqrt{\eta(2 - 0,3236\eta)}(1 - 0,3236\eta)] D^2 \quad (2.5)$$

Définissons la fonction :

$$\Gamma(\eta) = 9,5474 [\cos^{-1}(1 - 0,3236\eta) - (0,56889(1 - 0,3236\eta)\sqrt{\eta(2 - 0,3236\eta)})] \quad (2.6)$$

La relation (1.5) permet alors d'écrire que :

$$A = D^2 \Gamma(\eta) \quad (2.7)$$

Rayon hydraulique

Les relations (2.4) et (2.7) permettent de déduire que le rayon hydraulique $R_h = A/P$ est :

$$R_h = D \frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \quad (2.8)$$

ii. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

a) Largeur du plan d'eau

Lorsque $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$, la largeur du plan d'eau e correspond à \overline{bd} figure (II.1). Le point b appartient au cercle de centre C_1 et de rayon $d_1 = 0,2528D$. L'équation de ce cercle est :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = (0,2528D)^2 \quad (2.9)$$

où x_0 et y_0 sont les coordonnées du point C_1 . Dans le système d'axes XBY de la figure (II.1), le point C_1 a pour coordonnées $x_0 = 0,8084D$ et $y_0 = 0,30898D$. Dans le même système d'axes, le point b a pour coordonnées $x = -e/2$ et $y = y_n$. La relation (2.9) s'écrit alors :

$$\left(\frac{e}{2} - 0,8084D\right)^2 + (y - 0,30898D)^2 = (0,2528D)^2$$

En divisant les deux membres de cette équation par D^2 , il vient que :

$$\left(\frac{e}{2D} - 0,8084\right)^2 + \left(\frac{y}{D} - 0,30898\right)^2 = (0,2528)^2$$

La largeur du plan d'eau e est donc :

$$e = 2D \left[\sqrt{0,063912 - (\eta - 0,30898)^2} + 0,8084 \right] \quad (2.10)$$

b) Périmètre mouillé

Lorsque $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$, le périmètre mouillé P correspond à deux fois la longueur de l'arc bA , à laquelle il faut ajouter la longueur de l'arc de cercle \widehat{ABC} . La longueur de l'arc \widehat{ABC} a été évaluée par la relation (2.2) pour $\eta = 0,0605$, soit $\widehat{ABC} = 1,22548D$.

La longueur de l'arc bA est tel que.

$$bA = 2d_1 \times \frac{\theta}{2} = 0,2528D \times \theta$$

L'angle θ est égal à la différence des angles θ_1 et θ_2

Pour évaluer l'angle θ_1 , écrivons d'abord que dans le triangle droit ΔC_2bq :

$$\cos(\theta_1) = \frac{B - y_n}{d_1} = \frac{0,30898D - y_n}{0,2528D}$$

Soit :

$$\cos(\theta_1) = 1,2222 - 3,9555\eta \quad (2.11)$$

Ou bien :

$$\theta_1 = \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) \quad (2.12)$$

L'angle θ_2 a été évaluée par la relation (1.12) pour $\eta = 0,0605$, soit :

$$\theta_2 = \cos^{-1}[1,2222 - (3,9555 \times 0,0605)] = 0,18634 \text{ rad} \quad (2.13)$$

Tenant compte les relations (1.12) et (1.13), θ l'angle s'écrit :

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 = \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,18634$$

La longueur de l'arc \widehat{bA} est par suite :

$$\widehat{bA} = 0,2528D \times \theta = 0,2528D \times [\cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,18634]$$

Ou bien :

$$\widehat{bA} = [0,2528 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,047108]D$$

Le périmètre mouillé P est donc tel que :

$$P = 2\widehat{bA} + \widehat{ABC}$$

Soit :

$$P = 2[0,2528 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,047108]D + 1,22548D$$

Ou bien :

$$P = [0,50561 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) + 1,13126]D \quad (2.14)$$

Définissons la fonction :

$$W(\eta) = 0,50561 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) + 1,13126 \quad (2.15)$$

La relation (2.14) s'écrit alors plus simplement :

$$P = DW(\eta) \quad (2.16)$$

c) Aire de la section mouillée

L'aire de la section mouillée A correspondant à $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$ est définie par l'espace $bdBb$ de la figure (II.1). L'aire de la section mouillée A peut être décomposée en trois aires qui sont :

- $2A_0$, où A_0 est l'aire de la section du segment circulaire bAb .
- A_1 , l'aire du trapèze $bdCA$ dont les caractéristiques sont :

- Grande base = largeur du plan d'eau = e , définie par la relation (2.10)

- Petite base \overline{AC} , déterminée par la relation (2.1) pour $\eta = 0,0605$, soit :

$$\overline{AC} = 1,21746D.$$

- Hauteur = $y_n - 0,0605D$.

- A_2 , l'aire du segment circulaire $ACBA$ qui s'exprime par la relation (2.5) pour $\eta = 0,0605$.

L'aire de la section A recherchée est donc :

$$A = 2A_0 + A_1 + A_2$$

L'aire du segment circulaire bAb appartient au cercle de centre $\eta = 0,0605$, de rayon d_2 et d'angle au centre $(\theta_1 - \theta_2)$. Nous pouvons ainsi écrire que, pour θ_1 et θ_2 exprimés en radian :

$$A_0 = \frac{(d_1)^2}{2} [(\theta_1 - \theta_2) - \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

ou bien :

$$2A_0 = d_1^2 [(\theta_1 - \theta_2) - \sin(\theta_1 - \theta_2)] \quad (2.17)$$

La quantité $\sin(\theta_1 - \theta_2)$ peut s'écrire :

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) \quad (2.18)$$

L'angle $\theta_2 = 0,18634$ rad. Ceci permet d'écrire que :

$$\cos(\theta_2) = \cos(0,18634) = 0,98268$$

$$\sin(\theta_2) = \sin(0,18634) = 0,18526$$

Tenant compte la relation (1.11), nous pouvons écrire que :

$$\sin(\theta_1) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta_1)} = \sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555\eta)^2} \quad (2.19)$$

Tenant compte les relations (1.11) et (1.19), la relation (1.18) s'écrit alors :

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = 0,98268\sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555\eta)^2} - 0,18526(1,2222 - 3,9555\eta) \quad (2.20)$$

Avec la valeur de $\theta_2 = 0,18634$ radian et en ayant recours aux relations (2.12) et (2.19), la relation (1.17) devient :

$$2A_0 = 6,39 \cdot 10^{-2} \left[\cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,98268\sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555\eta)^2} + 0,73282\eta - 0,04 \right] D^2 \quad (2.21)$$

L'aire de la section mouillée A_1 du trapèze $bdCA$ s'écrit :

$$A_1 = \frac{(e + 1,217467D)}{2} (y_n - 0,0605)$$

ou bien:

$$A_1 = \left(\frac{e}{2D} + 0,608734 \right) (\eta - 0,0605) D^2 \quad (2.22)$$

En tenant compte de la relation (1.10), la relation (1.22) devient :

$$A_1 = \left(\sqrt{0,063912 - (\eta - 0,30898)^2} + 1,41713 \right) (\eta - 0,0605) D^2 \quad (2.23)$$

Après réarrangements, la relation (1.23) mène à :

$$A_1 = \left[(\eta - 0,0605) \sqrt{0,063912 - (\eta - 0,30898)^2} + 1,41713\eta - 0,08581 \right] D^2 \quad (2.24)$$

L'aire A_2 du segment circulaire $ACBA$ est donnée par la relation (2.5) pour $\eta = 0,0605$, soit :

$$A_2 = 9,5474 \left\{ \cos^{-1} [1 - (0,3236 \times 0,0605)] - \right.$$

$$\left[0,56889(1 - 0,0605 \times 0,3236)\sqrt{0,0605 \times [2 - (0,3236 \times 0,0605)]}\right] D^2$$

Le calcul mène à :

$$A_2 = 0,049247 D^2 \quad (2.25)$$

Finalement, l'aire recherchée $A = 2A_0 + A_1 + A_2$ est, compte tenu des relations (2.21), (2.24) et (1.25) :

$$A = \left[0,06391 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,0628 \sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555\eta)^2} + (\eta - 0,0605) \sqrt{0,063912 - (\eta - 0,30898)^2} + 1,46397\eta - 0,03913\right] D^2 \quad (2.26)$$

Définissons, par souci de simplification d'écriture, la fonction :

$$X(\eta) = \left[0,06391 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555\eta) - 0,0628 \sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555\eta)^2} + (\eta - 0,0605) \sqrt{0,063912 - (\eta - 0,30898)^2} + 1,46397\eta - 0,03913\right] \quad (2.27)$$

La relation (1.26) s'écrit alors :

$$A = X(\eta) D^2 \quad (2.28)$$

d) Rayon hydraulique

Le rayon hydraulique $R_h = A / P$ s'écrit, en ayant recours aux relations (2.16) et (2.28) :

$$R_h = \frac{X(\eta)}{W(\eta)} D \quad (2.29)$$

iii. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

a) Largeur du plan d'eau

Lorsque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, la largeur du plan d'eau e correspond à la longueur du segment \overline{kh} .

$$e = 2d_3 \sin(\gamma)$$

Dans le triangle droit ΔC_3mk , nous pouvons écrire que :

$$\cos(\gamma) = \frac{y_n - (BB' - d_3)}{d_3} = \frac{y_n - (D - d_3)}{d_3} \quad (2.30)$$

La relation (1.30) s'écrit alors :

$$\cos(\gamma) = \frac{y_n}{0,82865D} - \frac{(1 - 0,82865)D}{0,82865D}$$

Ou bien :

$$\cos(\gamma) = 1,20678\eta - 0,20678 \quad (2.31)$$

Or :

$$\sin(\gamma) = \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \quad (2.32)$$

La largeur du plan d'eau s'écrit alors :

$$e = 1,6573\sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} D \quad (2.33)$$

b) Périmètre mouillé

Lorsque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, le périmètre mouillé P correspond à deux fois la longueur de l'arc Hk , à laquelle il faut ajouter la longueur $HACE$. La longueur de l'arc Hk est égale à la différence des longueurs des arcs $\widehat{HB'E}$ et $\widehat{kB'h}$.

Désignons par P_0 le périmètre correspond à la longueur de l'arc $\widehat{kB'h}$. Ainsi :

$$P_0 = 2d_3\gamma \quad (2.34)$$

En tenant compte de la relation (2.31), nous pouvons écrire que :

$$\gamma = \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) \quad (2.35)$$

Ainsi, la relation (2.34) s'écrit :

$$P_0 = 1,6573D \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) \quad (2.36)$$

Désignons par P_1 le périmètre correspond à la longueur de l'arc $\widehat{HB'E}$. Ainsi :

$$P_1 = 1,6573D(\alpha) \quad (2.37)$$

L'angle α est calculée par la relation (1.35) pour $\eta = 0,3695D$. Soit :

$$\alpha = \cos^{-1}(1,20678 \times 0,369506 - 0,20678) = 76,16467^\circ, \text{ ou bien } 1,3293 \text{ radian}$$

La relation (1.37), il vient que :

$$P_1 = (1,657303 \times 1,3293)D = 2,20309D \quad (2.38)$$

Désignons par P_2 le périmètre correspond à la longueur $HACE$ qui définie par la relation (2.14) pour $\eta = 0,3695$, soit :

$$P_2 = [0,50561 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555 \times 0,3695) + 1,13126]D = 2,04771D \quad (2.39)$$

Le périmètre recherché est $P = (P_1 - P_0) + P_2$, en ayant recours aux relations (2.36), (2.38) et (1.39) :

$$P = [2,20309D - 1,6573D \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678)] + 2,04771D$$

Ou bien, plus simplement :

$$P = D[4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678)] \quad (2.40)$$

Définissons la fonction :

$$Y(\eta) = 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) \quad (2.41)$$

La relation (1.40) s'écrit alors :

$$P = DY(\eta) \quad (2.42)$$

c) Aire de la section mouillée

Lorsque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, l'aire de la section mouillée A est définie par l'espace $khEBHk$ de la figure (I.1), à laquelle il faut ajouter l'aire $HEBH$. L'espace $khEHk$ est égale à la différence des l'aires $HB'EH$ et $kB'hk$.

A_0 : Est l'aire de la section du segment circulaire $HB'EH$.

$$A_0 = (d_3)^2 [\alpha - \sin(\alpha)\cos(\alpha)] \quad (2.43)$$

Rappelons que l'angle $\alpha = 1,3293$ radian.

Soit :

$$\sin(\alpha) = 0,97098 \quad (2.44)$$

$$\cos(\alpha) = 0,23913 \quad (2.45)$$

En tenant compte des relations (2.44) et (2.45), la relation (2.43) s'écrit alors :

$$A_0 = (0,82865D)^2 [1,32932 - (0,97098 \times 0,23913)]$$

Le calcul mène à :

$$A_0 = 0,75335D^2 \quad (2.46)$$

A_1 : Est l'aire de la section du segment circulaire $kB'hk$.

$$A_1 = (d_3)^2 [\gamma - \sin(\gamma)\cos(\gamma)] \quad (2.47)$$

Tenant compte des relations (2.31), (2.32) et (2.35), la relation (2.47) devient :

$$A_1 = 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right] D^2 \quad (2.48)$$

A_2 : Est l'aire de l'espace $HEBH$ qui s'exprime par la relation (1.26) pour $\eta = 0,3695$, soit :

$$A_2 = \left[0,06391 \cos^{-1}(1,2222 - 3,9555 \times 0,3695) - 0,0628 \sqrt{1 - (1,2222 - 3,9555 \times 0,3695)^2} \right. \\ \left. + (0,3695 - 0,0605) \sqrt{0,063912 - (0,3695 - 0,30898)^2} + (1,46397 \times 0,3695) - 0,03913 \right] D^2 \\ A_2 = 0,63251D^2 \quad (2.49)$$

Finalement, l'aire recherchée $A = A_0 - A_1 + A_2$ est, compte tenu des relations (2.46), (2.48) et (2.49) :

$$A = 1,38587D^2 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right] D^2$$

Ou bien :

$$A = \left\{ 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right] \right\} D^2 \\ (1.50)$$

Définissons la fonction :

$$Z(\eta) = 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right] \quad (2.51)$$

La relation (2.50) s'écrit alors plus simplement :

$$A = D^2 Z(\eta) \quad (2.52)$$

d) Rayon hydraulique

Lorsque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, le rayon hydraulique $R_h = A/P$ s'exprime, compte tenu des relations (1.42) et (1.51), par :

$$R_h = D \frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \quad (2.53)$$

Le rayon hydraulique à l'état plein a été déterminé par la relation (2.53), pour $\eta = 1$, soit :

$$R_{h,p} = 0,32602D \quad (2.54)$$

II.3. Conclusion

Le présent chapitre de notre recherche a eu pour objectif l'étude des caractéristiques géométriques de la conduite, ainsi les propriétés hydrauliques de l'écoulement, telles que la largeur du plan d'eau, le rayon hydraulique et l'aire de la section mouillée.

Ces caractéristiques et propriétés dépendent du lieu géométrique de l'écoulement et dépendent ainsi du taux de remplissage de la conduite. Nous avons distingué différents cas pour de l'écoulement. Selon trois cas. Le premier cas se situe dans la partie circulaire la plus basse de la conduite. Quant au deuxième cas se situe dans l'espace délimité par les arcs de cercle $\hat{H}A$ et $\hat{E}C$. Et le troisième cas se situe dans la partie circulaire la plus haute de la conduite.

Calculer la largeur du plan d'eau et le périmètre mouillé et l'aire de la section mouillée et le rayon hydraulique dans la conduite elliptique dépend de la valeur du taux de remplissage $\eta = y_n/D$. C'est ainsi que si : lorsque $\eta \leq 0,0605$ et lorsque $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$ et lorsque $0,3695 \leq \eta \leq 1$



Chapitre III

**Coefficient de Chézy en
écoulement uniforme dans une
conduite Elliptique**



III.1 Introduction

Le coefficient de résistance à l'écoulement de *Chézy*, devrait en principe dépendre, parmi d'autres paramètres, du taux de remplissage η de la conduite. Lorsqu'il s'agit de déterminer le diamètre de la conduite, le coefficient de résistance à l'écoulement C de *Chézy*. Ces coefficients doivent donc être calculés par des relations différentes de celles que nous avons considérées jusqu'à présent. L'un des objectifs de cette partie de l'étude est de présenter ces relations pour une conduite fermée de forme Elliptique, leur représentation graphique se traduit par une série de courbes passant chacune par un maximum. Le coefficient de *Chézy* est déterminé en ayant recours à la méthode du modèle rugueux de référence.

III.2. Expression du coefficient de *Chézy* dans une conduite de forme Elliptique

Nous avons la relation générale du coefficient de *Chézy*, en terme adimensionnelle est tel que :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (3.1)$$

Le nombre de *Reynolds* défini par la relation :

$$R = 32\sqrt{2} \frac{\sqrt{g i R_h^3}}{\nu} \quad (3.2)$$

Pour la conduite étudiée, l'aire de la section mouillée A s'exprime par les relations (2.5), (2.26) et (2.50), selon la gamme du taux de remplissage, et le rayon hydraulique R_h , il s'exprime par les relations (2.8), (2.29) et (2.53).

En tenant compte la relation (3.2), le nombre de *Reynolds* R_p à l'état plein de la conduite est, selon la relation (2.54) :

$$R_p \cong 8,42446 \frac{\sqrt{g i D^3}}{\nu} \quad (3.3)$$

En ayant recours aux relations (2.8), (2.29) et (2.53), nous pouvons écrire que pour :

i. $\eta \leq 0,0605$

- La relation (3.2) mène à :

$$R = 32\sqrt{2} \left(\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (3.4)$$

Ou bien :

$$R = 5,37183 \left(\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \right)^{3/2} R_p \quad (3.5)$$

- La relation (2.1) mène à :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8(\Gamma(\eta)/U(\eta))} + \frac{1,869}{R_p (\Gamma(\eta)/U(\eta))^{3/2}} \right) \quad (3.6)$$

ii. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

- La relation (3.2) mène à écrire que :

$$R = 32\sqrt{2} \left[\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (3.7)$$

Ou bien :

$$R = 5,37183 \left(\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right)^{3/2} R_p \quad (3.8)$$

- La relation (2.1) permet d'écrire que :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8(X(\eta)/W(\eta))} + \frac{1,869}{R_p (X(\eta)/W(\eta))^{3/2}} \right) \quad (3.9)$$

iii. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

- La relation (3.2) mène à écrire que :

$$R = 32\sqrt{2} \left[\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (3.10)$$

Ou bien :

$$R = 5,37183 \left(\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right)^{3/2} R_p \quad (3.11)$$

- La relation (3.1) permet d'écrire que :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8(Z(\eta)/Y(\eta))} + \frac{1,869}{R_p(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2}} \right) \quad (3.12)$$

III.3. Variation du coefficient de Chézy

Sous chacun des tableaux, Les relations (3.6), (3.9) et (3.12) ont été graphiquement représentées.

Tableau III.1 : Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 0$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon/D = 0$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	2,62342	8,28028	13,93713	19,59398
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	5,17496	10,83181	16,48867	22,14552
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	6,66635	12,32321	17,98006	23,63691
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	7,72370	13,38055	19,03741	24,69426
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	8,54321	14,20006	19,85692	25,51377
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	9,28688	14,94374	20,60059	26,25745
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	11,81718	17,47404	23,13089	28,78775
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	14,70717	20,36402	26,02088	31,67773
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	15,51392	21,17077	26,82763	32,48448
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	16,12652	21,78337	27,44023	33,09708
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	16,60450	22,26135	27,91821	33,57506
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	16,76176	22,41861	28,07547	33,73232
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	16,76186	22,41871	28,07557	33,73242
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	17,32998	22,98684	28,64369	34,30055
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	17,72103	23,37789	29,03474	34,69160
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	17,73854	23,39539	29,05225	34,70910
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	17,60890	23,26575	28,92260	34,57946
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	16,96080	22,61765	28,27451	33,93136

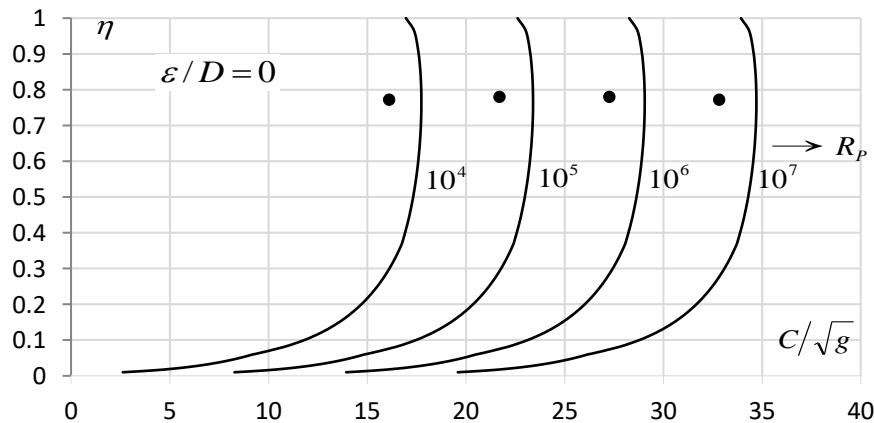


Figure III.1 : Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η , pour $\varepsilon/D = 0$. (Ecoulement lisse)

(•) Valeurs maximales C_{max} / \sqrt{g} obtenues pour $\eta \cong 0,7650$
 (Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau III.2 : Valeurs de C / \sqrt{g} pour $\varepsilon / D = 10^{-5}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 10^{-5}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	2,62270	8,27304	13,86569	18,95877
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	5,17393	10,82159	16,38827	21,28902
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	6,66510	12,31069	17,85770	22,62336
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	7,72225	13,36611	18,89670	23,55582
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	8,54159	14,18393	19,70018	24,27045
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	10,03422	14,92590	20,42779	24,91266
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	13,14110	17,44893	22,89067	27,05165
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	16,65800	20,32695	25,67316	29,40667
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	17,68749	21,12945	26,44269	30,04771
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	18,50011	21,73850	27,02460	30,52988
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	19,16647	22,21350	27,47710	30,90340
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	19,39591	22,36974	27,62567	31,02578
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	16,75693	22,36984	27,62576	31,02586
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	17,32466	22,93409	28,16117	31,46593
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	17,71542	23,32230	28,52846	31,76701
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	17,73291	23,33967	28,54487	31,78045
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	17,60336	23,21099	28,42324	31,68082
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	16,95573	22,56746	27,81348	31,18032

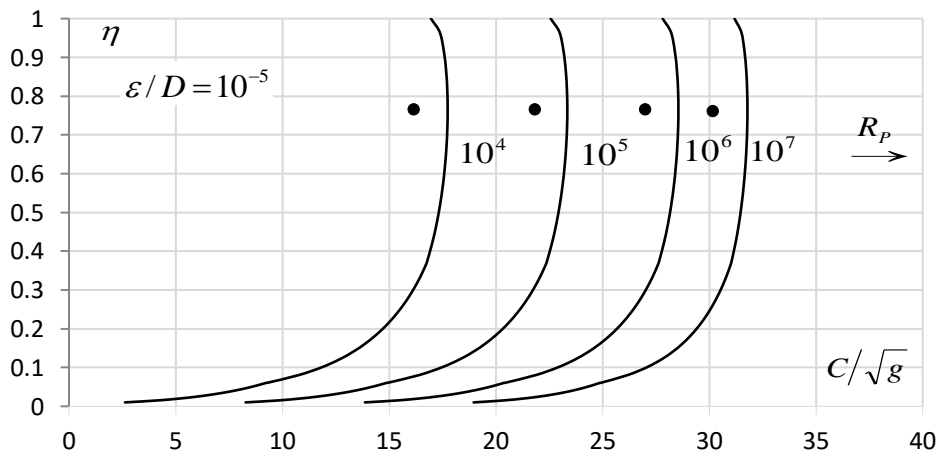


Figure III.2 : Variation de C / \sqrt{g} en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 10^{-5}$.

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau III.3 : Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon/D = 10^{-4}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	2,61618	8,20884	13,30191	16,21872
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	5,16473	10,73142	15,63217	18,10881
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	6,65384	12,20084	16,96651	19,19168
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	7,70926	13,23985	17,89897	19,95094
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	8,52708	14,04333	18,61360	20,53507
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	9,26905	14,77093	19,25581	21,06212
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	11,79208	17,23381	21,39479	22,83668
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	14,67010	20,01631	23,74982	24,83507
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	15,47260	20,78584	24,39085	25,38867
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	16,08165	21,36775	24,87302	25,80801
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	16,55665	21,82024	25,24654	26,13461
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	16,71289	21,96881	25,36893	26,24196
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	16,71298	21,96890	25,36900	26,24203
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	17,27724	22,50431	25,80908	26,62944
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	17,66544	22,87160	26,11015	26,89573
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	17,68282	22,88802	26,12360	26,90765
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	17,55414	22,76638	26,02397	26,81940
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	16,91060	22,15662	25,52347	26,37776

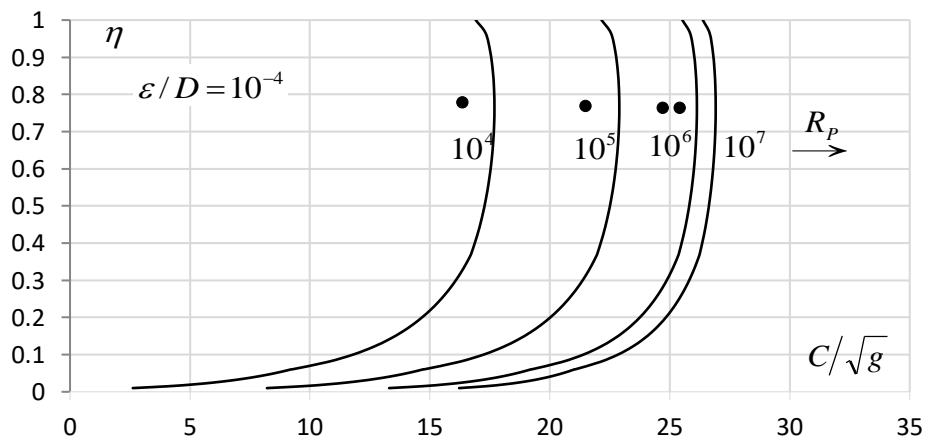


Figure III.3 : Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η , pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$
(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau III.4 : Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon/D = 10^{-3}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	2,55198	7,64506	10,56186	11,19699
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	5,07456	9,97532	12,45195	12,92170
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	6,54399	11,30965	13,53482	13,92652
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	7,58299	12,24211	14,29408	14,63773
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	8,38647	12,95674	14,87821	15,18839
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	9,11408	13,59895	15,40527	15,68770
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	11,57696	15,73794	17,17982	17,38425
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	14,35946	18,09297	19,17821	19,31860
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	15,12898	18,73400	19,73182	19,85810
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	15,71090	19,21617	20,15115	20,26765
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	16,16339	19,58969	20,47776	20,58713
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	16,31196	19,71207	20,58511	20,69224
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	16,31205	19,71215	20,58517	20,69230
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	16,84746	20,15223	20,97258	21,07196
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	17,21475	20,45330	21,23888	21,33324
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	17,23117	20,46674	21,25079	21,34493
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	17,10953	20,36711	21,16254	21,25832
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	16,49977	19,86661	20,72090	20,82525

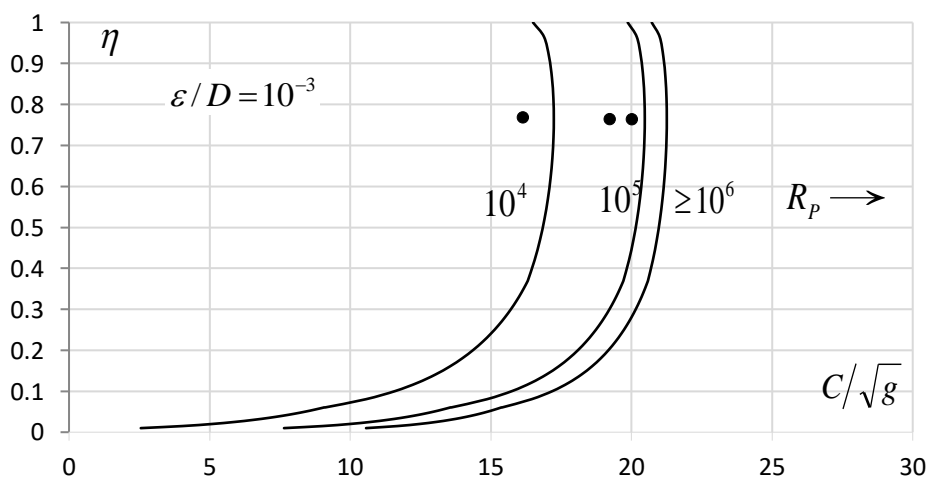


Figure III.4 : Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η , pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$
(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau III.5 : Valeurs de C/\sqrt{g} pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 5.10^{-3}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	2,28534	6,05356	7,16378	7,30831
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	4,70957	8,06366	8,91087	9,01418
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	6,10767	9,20829	9,92581	10,01059
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	7,08912	10,00737	10,64312	10,71677
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	7,84372	10,62010	11,19796	11,26398
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	8,52360	11,17142	11,70070	11,76048
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	10,79887	13,01704	13,40671	13,44930
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	13,31806	15,07712	15,34863	15,37751
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	14,00504	15,64475	15,88977	15,91567
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	14,52182	16,07390	16,30046	16,32431
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	14,92209	16,40770	16,62077	16,64313
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	15,05322	16,51734	16,72613	16,74802
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}	C/\sqrt{g}
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	15,05330	16,51740	16,72619	16,74808
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	15,52470	16,91271	17,10674	17,12702
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	15,84705	17,18415	17,36860	17,38783
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	15,86144	17,19628	17,38032	17,39951
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	15,75479	17,10636	17,29352	17,31304
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	15,21879	16,65596	16,85947	16,88078

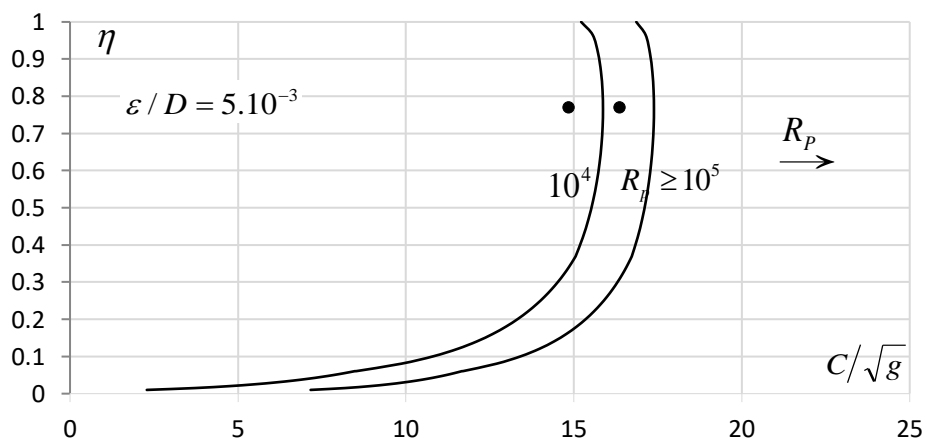


Figure III.5 : Variation de C/\sqrt{g} en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 5.10^{-3}$ (Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

D’après les figures (III.2) ; (III.3) ; (III.4) et (III.5), nous observons clairement que :

- Pour une même valeur du nombre de Reynolds R_p à l'état plein, le coefficient C/\sqrt{g} augmente au fur et à mesure que le taux de remplissage η augmente, Ceci signifie que le coefficient C/\sqrt{g} augmente lorsque la profondeur y_n de l'écoulement augmente.
- Pour un taux de remplissage η fixé, le coefficient C/\sqrt{g} augmente avec l'augmentation le nombre de Reynolds R_p à l'état plein.

Pour la valeur de la rugosité relative $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$, les courbes de variation du coefficient C/\sqrt{g} se confondent à partir de la valeur $R_p = 10^5$. L'écoulement turbulent est atteint plus tôt que dans le cas des courbes des figures (III.4) et (III.5). Cela peut se justifier par le fait que plus la rugosité relative ε/D augmente, et plus le régime d'écoulement turbulent rugueux est atteint rapidement

- Les courbes montrent que C/\sqrt{g} atteint un maximum pour $\eta \cong 0,7650$.

Le coefficient de résistance à l'écoulement maximal C_{\max} de Chézy est régi par la relation (3.12), pour cela on introduisons la valeur $\eta \cong 0,7650$ dans la relation (3.12).

$$\frac{C_{\max}}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8(1,1988/2,9711)} + \frac{1,869}{R_p(1,1988/2,9711)^{3/2}} \right)$$

Soit :

$$C_{\max} = -4\sqrt{2g} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{5,97202} + \frac{7,29157}{R_p} \right) \quad (3.13)$$

Pour l'état plein de la conduite, correspondant à $\eta = 1$, la relation (2.12) permet d'exprimer le coefficient de résistance à l'écoulement C_p de Chézy. Pour $\eta = 1$, les fonctions $K(\eta)$ et $L(\eta)$ sont régies par les relations (1.41) et (1.51) respectivement, elles prennent les valeurs:

- $Y(\eta) = 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) = 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678 \times 1 - 0,20678)$
 $= 4,2508$
- $Z(\eta) = 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right]$

$$= 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678 \times 1 - 0,20678) - (1,20678 \times 1 - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678 \times 1 - 0,20678)^2} \right]$$

$$= 1,38589$$

Ainsi, selon la relation (3.12), le coefficient de résistance à l'écoulement C_p de Chézy à l'état plein est donné par la relation :

$$C_p = -4\sqrt{2g} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8[1,38589/4,2508]} + \frac{1,869}{R_p [1,38589/4,2508]^{3/2}} \right)$$

Soit :

$$C_p = -4\sqrt{2g} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{4,82523} + \frac{10,0398}{R_p} \right) \quad (3.14)$$

III.4. Conductivité relative

Selon Chézy, le débit volume Q s'exprime par la relation :

$$Q = CA\sqrt{R_h i} \quad (3.15)$$

L'aire de la section mouillée A est déterminé par les relations (2.5) , (2.26) et (2.50), ainsi que le rayon hydraulique R_h s'exprime par les relations (2.8), (2.29) et (2.53), selon la gamme de valeurs du taux de remplissage η . C'est ainsi que pour :

$$i. \quad \eta \leq 0,0605$$

En tenant compte les relations (2.5) et (2.8), dans ces dernières, les fonctions $U(\eta)$ et $\Gamma(\eta)$ sont définies par les relations (2.3) et (2.6) respectivement, la relation (3.15) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[\Gamma(\eta)]^{3/2}}{[U(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (3.16)$$

Définissons la conductivité relative :

$$Q^* = \frac{Q}{\sqrt{C^2 D^5 i}} \quad (3.17)$$

La relation (2.16) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[\Gamma(\eta)]^{3/2}}{[U(\eta)]^{1/2}} \quad (3.18)$$

ii. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

Dans cet intervalle du taux de remplissage η , l'aire de la section mouillée A ainsi que le rayon hydraulique R_h sont respectivement donnés par les relations (2.26) et (2.29). Dans ces relations, les fonctions $W(\eta)$ et $X(\eta)$ sont définies par les relations (2.15) et (2.27) respectivement.

En ayant recours à ces relations, la relation (3.15) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[X(\eta)]^{3/2}}{[W(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (3.19)$$

En faisant appel à la relation (3.17), la relation (3.19) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[X(\eta)]^{3/2}}{[W(\eta)]^{1/2}} \quad (3.20)$$

iii. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

L'aire de la section mouillée A est donnée par la relation (2.50), tandis que le rayon hydraulique R_h s'exprime par la relation (2.53). Les fonctions $Y(\eta)$ et $Z(\eta)$ sont définies par les relations (2.41) et (2.51) respectivement.

En tenant compte de toutes ces relations, la relation (3.15) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[Z(\eta)]^{3/2}}{[Y(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (3.21)$$

En ayant recours à la relation (3.17), la relation (3.21) s'écrit, en termes adimensionnels $Q^* = \frac{[Z(\eta)]^{3/2}}{[Y(\eta)]^{1/2}}$ (3.22)

III.5. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy par la MMR

Lorsque le diamètre de la conduite n'est pas donné dans le problème, pour les paramètres : Q , η , i , ε et ν , la MMR (Achour, 2007) nous permet le calcul du coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy.

Rappelons que la MMR, est caractérisé par un coefficient de résistance de Chézy

$$\bar{C} = \sqrt{8g / \bar{f}} = 8\sqrt{2g} = \text{constante} \quad (3.23)$$

Pour déterminer le coefficient de résistance C de Chézy, caractérisant l'écoulement dans la conduite Elliptique considérée, admettons les conditions suivantes :

i. $\bar{D} \neq D$

ii. $\bar{Q} = Q$

iii. $\bar{i} = i$

iv. $\bar{\eta} = \eta$

v. $\bar{\nu} = \nu$

Selon la relation (3.17) et tenant compte des conditions (ii) et (iii), la conductivité relative \bar{Q}^* du modèle rugueux de référence serait telle que :

$$\bar{Q}^* = \frac{Q}{\sqrt{C^2 \bar{D}^5 i}} \quad (3.24)$$

Ou bien, en tenant compte de la relation (2.23) :

$$\bar{Q}^* = \frac{Q}{\sqrt{128 g \bar{D}^5 i}} \quad (3.25)$$

La conductivité relative \bar{Q}^* est régie par les relations (3.18), (3.20) et (3.22) selon la gamme de valeurs du taux de remplissage η . Ainsi, pour :

i. $\eta \leq 0,0605$

$$Q^* = \frac{[\Gamma(\eta)]^{3/2}}{[U(\eta)]^{1/2}} \quad (3.26)$$

Les relations (3.25) et (3.26) permettent de déduire que le diamètre \bar{D} du modèle rugueux de référence est :

$$\bar{D} = \frac{[U(\eta)]^{0,2}}{2,639[\Gamma(\eta)]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (3.27)$$

Pour $\eta \leq 0,0605$, le nombre de *Reynolds* \bar{R} , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (3.5), soit :

$$\bar{R} = 5,37183 \left(\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \right)^{3/2} \bar{R}_p \quad (3.28)$$

ii. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

$$\bar{Q}^* = \frac{[X(\eta)]^{3/2}}{[W(\eta)]^{1/2}} \quad (3.29)$$

Les relations (3.25) et (3.29) permettent d'écrire que :

$$\bar{D} = \frac{[W(\eta)]^{0,2}}{2,639[X(\eta)]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (3.30)$$

Pour $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$, le nombre de *Reynolds* \bar{R} , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (3.8), soit :

$$\bar{R} = 5,37183 \left(\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right)^{3/2} \bar{R}_p \quad (3.31)$$

iii. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

$$\bar{Q}^* = \frac{[Z(\eta)]^{3/2}}{[Y(\eta)]^{1/2}} \quad (3.32)$$

Nous pouvons déduire des relations (3.25) et (3.32) que :

$$\bar{D} = \frac{[Y(\eta)]^{0,2}}{2,639[Z(\eta)]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (3.33)$$

Dans la gamme $0,3695 \leq \eta \leq 1$, le nombre de *Reynolds* \bar{R} , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (3.11), soit :

$$\bar{R} = 5,37183 \left(\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right)^{3/2} \bar{R}_p \quad (3.34)$$

Ainsi, avec les valeurs connues des paramètres Q , η et i , le diamètre \bar{D} du modèle rugueux de référence peut être explicitement évalué par l'une des relations (3.27), (3.30) ou (3.33). Ces paramètres permettent également d'évaluer le nombre de *Reynolds* \bar{R} de l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, par application de l'une des relations (3.28), (3.31) et (3.34). Dans ces relations, le nombre de *Reynolds* \bar{R}_p à l'état plein s'exprime par une relation similaire à la relation (3.3), soit :

$$\bar{R}_p \cong 8,42446 \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (3.35)$$

Selon la MMR, le coefficient de résistance de *Chézy* est :

$$C = \frac{8\sqrt{2g}}{\psi^{5/2}} \quad (3.36)$$

Le paramètre sans dimension ψ est défini par la relation :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon}{19 \bar{R}_h} + \frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5} \quad (3.37)$$

Selon la gamme de valeurs du taux de remplissage η , le rayon hydraulique \bar{R}_h , figurant dans la relation (3.37), est défini par des relations similaires aux relations (2.8), (2.29) et (2.53). De même que le nombre de Reynolds \bar{R} est donné par l'une des relations (3.28), (3.31) et (3.34). Ainsi :

i. $\eta \leq 0,0605$

$$\bar{R}_h = \frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \bar{D} \quad (3.38)$$

La relation (3.37) s'écrit, en tenant compte des relations (3.28) et (3.38) :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[\Gamma(\eta)/U(\eta)]} + \frac{1,58233}{(\Gamma(\eta)/U(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (3.39)$$

ii. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

$$\bar{R}_h = \frac{X(\eta)}{W(\eta)} \bar{D} \quad (3.40)$$

Tenant compte des relations (3.31) et (3.40), la relation (3.37) s'écrit :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[X(\eta)/W(\eta)]} + \frac{1,58233}{(X(\eta)/W(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (3.41)$$

iii. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

$$\bar{R}_h = \frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \bar{D} \quad (3.42)$$

Tenant compte des relations (3.34) et (3.42), la relation (3.37) s'écrit :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,58233}{(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (3.43)$$

Pour évaluer le coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy, pour les valeurs connues des paramètres Q , η , ε , i et ν , les étapes suivantes sont recommandées :

- a) Connaissant la valeur du taux de remplissage η , l'une des relations (3.27), (3.30) ou (3.33) permet d'évaluer le diamètre \bar{D} du modèle rugueux de référence.
- b) Les paramètres connus \bar{D} , i et ν sont introduits dans la relation (3.3) pour le calcul du nombre de Reynolds \bar{R}_p à l'état plein.
- c) Le coefficient ψ peut alors être évalué par l'une des relations (3.39), (3.41) ou (3.43).
- d) Enfin, le coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy est déduit de la relation (3.36).

III.6. Exemple d'application

On souhaite calculer la valeur du coefficient C de Chézy et la valeur du diamètre D , pour le cas d'une conduite de forme Elliptique, connaissant les données suivantes :

$$Q = 2,7 \text{ m}^3 / \text{s}, \quad \eta = 0,65, \quad \varepsilon = 0,001 \text{ m}, \quad i = 10^{-4}, \quad \nu = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}.$$

Solution

i. Puisque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, alors le diamètre \bar{D} du modèle rugueux de référence est donné par la relation (2.33). Les fonctions $Y(\eta)$ et $Z(\eta)$ sont données par les relations (2.41) et (2.51) respectivement et prennent pour valeurs :

$$\bullet \quad Y(\eta) = 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678)$$

$$= 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678 \times 0,65 - 0,20678) = 2,66812$$

$$\bullet \quad Z(\eta) = 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right]$$

$$= 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678 \times 0,65 - 0,20678) - (1,20678 \times 0,65 - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678 \times 0,65 - 0,20678)^2} \right]$$

$$= 1,05391$$

Selon la relation (3.33), le diamètre \bar{D} est :

$$\bar{D} = \frac{[Y(\eta)]^{0,2}}{2,639[Z(\eta)]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} = \frac{[2,66812]^{0,2}}{2,639[1,05391]^{0,6}} \left(\frac{2,7}{\sqrt{9,81 \times 0,0001}} \right)^{0,4} = 2,65663m$$

Le nombre de Reynolds \bar{R}_p à l'état plein est, en vertu de la relation (3.3) :

$$\bar{R}_p \cong 8,42446 \frac{\sqrt{gi\bar{D}^3}}{\nu} = 8,42446 \times \frac{\sqrt{9,81 \times 10^{-4} \times 2,65663^3}}{10^{-6}} = 1142543,36990$$

Le facteur ψ est par suite, selon la relation (3.43) :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,58233}{(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5}$$

Soit :

$$\begin{aligned} \psi &= 1,35 \left[-\log \left(\frac{0,001 / 2,65663}{19[1,05391 / 2,66812]} + \frac{1,58233}{[1,05391 / 2,66812]^{3/2} \times 1142543,3699} \right) \right]^{-2/5} \\ &= 0,75349 \end{aligned}$$

Le coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy est, selon la relation (3.36) :

$$C = \frac{8\sqrt{2g}}{\psi^{5/2}} = \frac{8\sqrt{2 \times 9,81}}{0,75349^{5/2}} = 71,90214m^{0,5} / s$$

ii. Le diamètre D aurait pu être également évalué par la relation fondamentale de la MMR, applicable à toute forme de profil géométrique de conduites et canaux :

$$D = \psi \bar{D} = 0,75349 \times 2,65663 = 2,00175 \cong 2m$$

iii. Vérifions nos calculs en déterminant, pour le diamètre ainsi obtenu, le coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy par application de la relation (3.12). Pour cela, évaluons d'abord le nombre de Reynolds R_p à l'état plein, en ayant recours à la relation (3.3) :

$$R_p \cong 8,42446 \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} = 8,42446 \times \frac{\sqrt{9,81 \times 10^{-4} \times 2,00175^3}}{10^{-6}} = 747293,65349$$

Ainsi, selon la relation (3.12), le coefficient C est :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{14,8(Z(\eta)/Y(\eta))} + \frac{1,869}{R_p(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2}} \right)$$

Soit :

$$C = -4\sqrt{2 \times 9,81} \log \left(\frac{0,001/2,00175}{14,8[1,05391/2,66812]} + \frac{1,869}{747293,65349 \times [1,05391/2,66812]^{3/2}} \right)$$

$$= 71,22321 m^{0,5} / s$$

L'écart relatif entre les valeurs du coefficient de résistance à l'écoulement C de Chézy, calculées selon les relations (3.12) et (3.36) est inférieur à 0,95% seulement.

III.7. Conclusion

La relation générale du coefficient de résistance à l'écoulement de Chézy a été identifiée en fonction à la fois de la rugosité relative ε/D , du taux de remplissage η et d'un nombre de Reynolds R , lui-même fonction de la pente longitudinale i , du diamètre D , de η et de la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement. Nous avons donc écrit la relation fonctionnelle $C(D, \eta, i, \varepsilon, \nu) = 0$. Selon la gamme de valeurs du taux de remplissage η , nous avons déterminé le paramètre adimensionnel C/\sqrt{g} . Il se présente en fonction du taux de remplissage η , de la rugosité relative ε/D et du nombre de Reynolds R_p à l'état plein. La représentation graphique du paramètre C/\sqrt{g} , en fonction de η et de R_p , a montré que C/\sqrt{g} passe par un maximum pour $\eta \cong 0,7650$. Lorsque le diamètre D de la conduite n'est pas une donnée du problème, le calcul du coefficient C de Chézy a pu être possible en ayant recours à la méthode du modèle rugueux (MMR). Un exemple d'application a été proposé pour illustrer la démarche à suivre.

Chapitre IV

Coefficient de Manning en
écoulement uniforme dans une en
forme Elliptique

IV.1. Introduction

L'obtention de la relation générale adimensionnelle pour calculer le coefficient de la rugosité n , nécessite l'utilisation de la relation générale de débit volumique d'Achour et Bedjaoui, on comparaison avec la relation de Manning. Après avoir donné les caractéristiques géométriques de la conduite et hydrauliques d'écoulement, l'application des ces caractéristiques dans la relation générale que nous l'avons obtenu, nous permet de déduire des relations afin de calculer le coefficient N selon le taux de remplissage dans la conduite.

L'étude de la variation de ce coefficient serait par biais de la trace graphique des équations. Enfin le calcul de coefficient de rugosité de Manning doit être soutenu par la méthode de modèle rugueux de référence MMR.

IV .2. Expression du coefficient de Manning dans une conduite de forme Elliptique

On rappelle que le coefficient de Manning écrit comme suit :

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g} R_h^{-1/6} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (4.1)$$

Le nombre de Reynolds R est, pour rappel, donné par les relations (3.5), (3.7) et (3.11), selon la valeur du taux de remplissage η , et le rayon hydraulique R_h , il s'exprime par les relations (2.8), (2.29) et (2.53).

En tenant compte de toutes ces relations, en ayant recours à la relation (4.1), nous pouvons écrire que pour :

iv. $\eta \leq 0,0605$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g} D^{-1/6} \left[\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)}\right]^{-1/6} \log\left(\frac{\varepsilon/D}{14,8[\Gamma(\eta)/U(\eta)]} + \frac{1,86901}{[\Gamma(\eta)/U(\eta)]^{3/2} R_p}\right) \quad (4.2)$$

En introduisant le paramètre adimensionnel :

$$N = \frac{D^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (4.3)$$

La relation (4.2) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$N = -4\sqrt{2} \left[\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{14,8[\Gamma(\eta)/U(\eta)]} + \frac{1,86901}{[\Gamma(\eta)/U(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (4.4)$$

v. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g} D^{-1/6} \left[\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{14,8[X(\eta)/W(\eta)]} + \frac{1,86901}{[X(\eta)/W(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (4.5)$$

Ou bien :

$$N = -4\sqrt{2} \left[\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{14,8[X(\eta)/W(\eta)]} + \frac{1,86901}{[X(\eta)/W(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (4.6)$$

vi. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g} D^{-1/6} \left[\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{14,8[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,86901}{[Z(\eta)/Y(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (4.7)$$

Ou bien :

$$N = -4\sqrt{2} \left[\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{14,8[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,86901}{[Z(\eta)/Y(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (4.8)$$

Nous pouvons donc constater que dans toute la gamme $0 \leq \eta \leq 1$, le paramètre adimensionnel N est fonction du taux de remplissage η de la conduite, de la rugosité relative ε / D et du nombre de Reynolds R_p à l'état plein.

IV.3. Variation du coefficient de Manning

Sous chacun des tableaux, Les relations (4.4), (4.6) et (4.8) ont été graphiquement représentées.

Tableau IV.1 : Valeurs de N pour $\varepsilon/D = 0$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon/D = 0$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	6,04790	19,08892	32,12994	45,17096
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	10,62983	22,24953	33,86922	45,48891
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	12,80012	23,66190	34,52368	45,38546
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	14,13784	24,49242	34,84700	45,20159
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	15,06892	25,04674	35,02457	45,00239
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	15,83886	25,48667	35,13448	44,78229
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	17,97496	26,57953	35,18410	43,78866
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	19,62992	27,18022	34,73052	42,28082
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	19,96479	27,24457	34,52435	41,80413
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	20,18605	27,26690	34,34776	41,42861
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	20,38698	27,26730	34,14761	41,02793
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	15,83886	25,48667	35,13448	44,78229
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	20,38701	27,26730	34,14758	41,02787
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	20,54332	27,24907	33,95482	40,66057
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	20,63861	27,22681	33,81500	40,40320
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	20,64265	27,22563	33,80861	40,39159
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	20,61229	27,23398	33,85567	40,47737
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	20,44420	27,26286	34,08152	40,90017

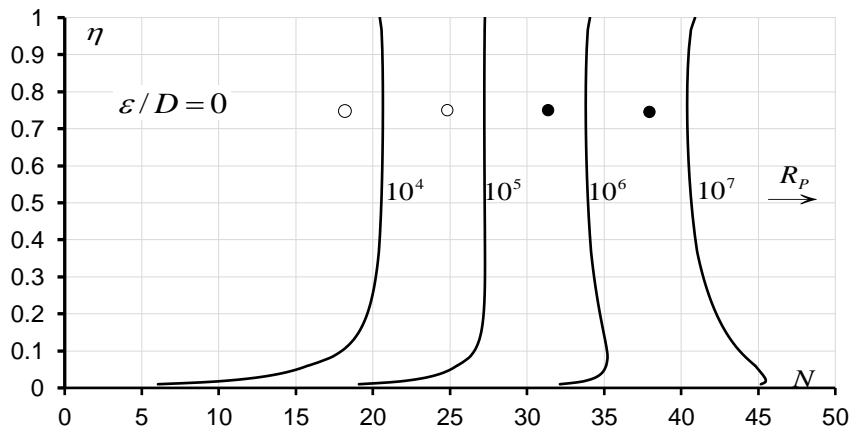


Figure IV.1 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon/D = 0$. (Écoulement lisse)

(o) Valeur maximale de N obtenues pour $\eta \cong 0,7650$

(•) Valeur minimale de N obtenues pour $\eta \cong 0,7650$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau IV.2 : Valeurs de N pour $\varepsilon / D = 10^{-5}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 10^{-5}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	6,04623	19,07223	31,96524	43,70656
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	10,62773	22,22852	33,66299	43,72959
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	12,79771	23,63787	34,28873	43,43932
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	14,13519	24,46599	34,58945	43,11773
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	15,06606	25,01829	34,74811	42,80936
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	15,83580	25,45624	34,83975	42,48875
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	17,97113	26,54134	34,81869	41,14791
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	19,62493	27,13074	34,26642	39,24960
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	19,95943	27,19139	34,02898	38,66826
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	20,18039	27,21073	33,82751	38,21516
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	20,38099	27,20786	33,60053	37,73602
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	15,83580	25,45624	34,83975	42,48875
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	20,38101	27,20786	33,60049	37,73595
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	20,53700	27,18654	33,38282	37,30036
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	20,63207	27,16207	33,22536	36,99711
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	20,63610	27,16079	33,21818	36,98347
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	20,60581	27,16988	33,27113	37,08433
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	20,43810	27,20235	33,52580	37,58413

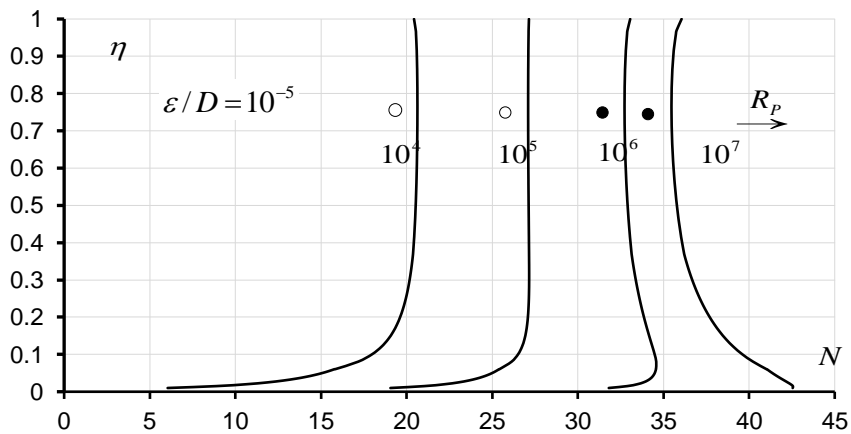


Figure IV.2 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 10^{-5}$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau IV.3 : Valeurs de N pour $\varepsilon / D = 10^{-4}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 10^{-4}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	6,03121	18,92422	30,66554	37,38980
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	10,60883	22,04330	32,10990	37,19713
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	12,77609	23,42695	32,57754	36,85012
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	14,11141	24,23486	32,76315	36,51918
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	15,04046	24,77028	32,83154	36,22072
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	15,80843	25,19194	32,84094	35,92162
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	17,93677	26,21413	32,54334	34,73657
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	19,58044	26,71612	31,69930	33,14780
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	19,91161	26,74920	31,38848	32,67257
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	20,12988	26,74665	31,13431	32,30465
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	20,32754	26,72021	30,85570	31,91756
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	15,80843	25,19194	32,84094	35,92162
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	20,32757	26,72021	30,85566	31,91750
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	20,48079	26,67707	30,59461	31,56707
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	20,57387	26,63717	30,40891	31,32383
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	20,57781	26,63519	30,40049	31,31290
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	20,54819	26,64944	30,46264	31,39374
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	20,38370	26,70715	30,76547	31,79521

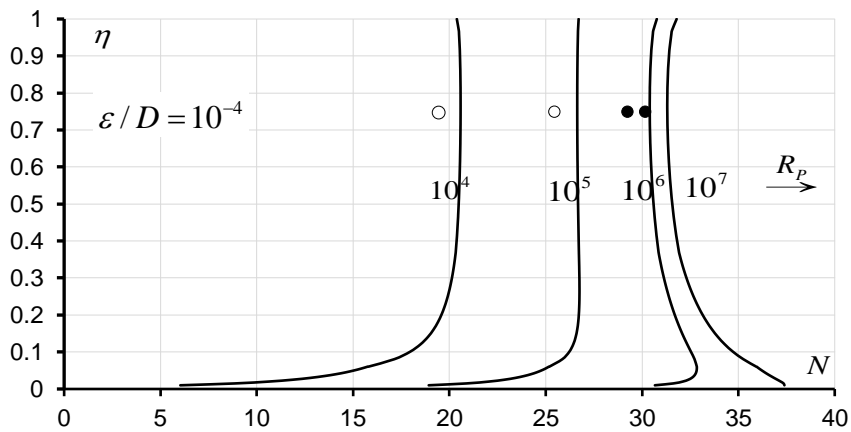


Figure IV.3 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 10^{-4}$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau IV.4 : Valeurs de N pour $\varepsilon / D = 10^{-3}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 10^{-3}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	5,88321	17,62453	24,34878	25,81297
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	10,42361	20,49020	25,57744	26,54234
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	12,56517	21,71577	25,98834	26,74044
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	13,88028	22,40857	26,16459	26,79362
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	14,79245	22,85371	26,24289	26,79000
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	15,54413	23,19312	26,27381	26,75550
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	17,60956	23,93877	26,13200	26,44295
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	19,16582	24,14900	25,59750	25,78488
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	19,46942	24,10870	25,39279	25,55530
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	19,66580	24,05345	25,22380	25,36962
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	19,83990	23,97539	25,03724	25,16754
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	19,83992	23,97537	25,03721	25,16751
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	19,83992	23,97537	25,03721	25,16751
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	19,97132	23,88886	24,86132	24,97913
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	20,04897	23,82072	24,73563	24,84553
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	20,05221	23,81751	24,72992	24,83948
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	20,02775	23,84095	24,77205	24,88416
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	19,88849	23,94681	24,97656	25,10234

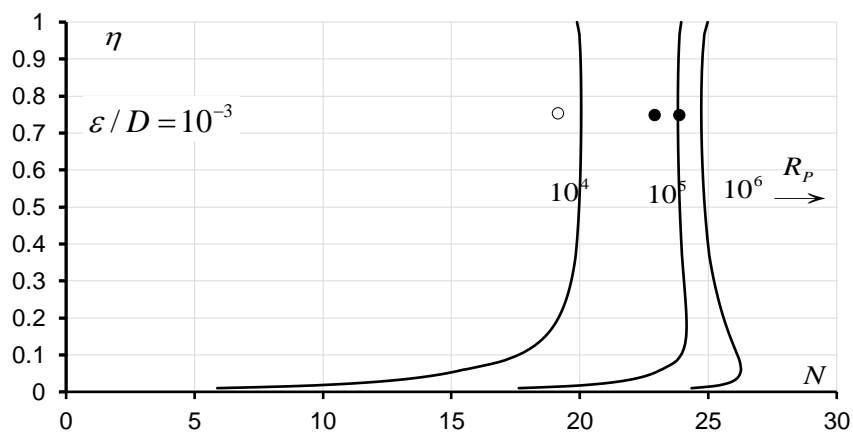


Figure IV.4 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 10^{-3}$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau IV.5 : Valeurs de N pour $\varepsilon / D = 5.10^{-3}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 5.10^{-3}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	5,26851	13,95556	16,51502	16,84820
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	9,67389	16,56349	18,30374	18,51594
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	11,72740	17,68092	19,05864	19,22142
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	12,97627	18,31798	19,48168	19,61650
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	13,83512	18,73223	19,75148	19,86794
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	14,53707	19,05294	19,95563	20,05759
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	16,42602	19,80005	20,39276	20,45755
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	17,77584	20,12370	20,48608	20,52463
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	18,02302	20,13316	20,44848	20,48181
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	18,17740	20,12019	20,40377	20,43362
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	18,30892	20,08970	20,34365	20,37027
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	14,53707	19,05294	19,95563	20,05759
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	18,30894	20,08969	20,34364	20,37026
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	18,40330	20,04867	20,27868	20,30271
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	18,45610	20,01333	20,22816	20,25055
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	18,45824	20,01162	20,22579	20,24811
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	18,44194	20,02404	20,24312	20,26597
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	18,34442	20,07676	20,32206	20,34775

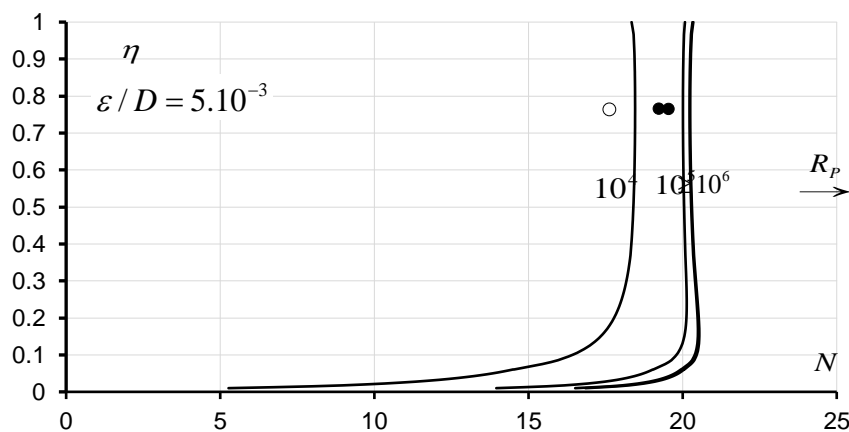


Figure IV.5 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 5.10^{-3}$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Tableau IV.6 : Valeurs de N pour $\varepsilon / D = 10^{-2}$

$\eta \leq 0,0605$							
$\varepsilon / D = 10^{-2}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
η	$U(\eta)$	$\Gamma(\eta)$	$\Gamma(\eta)/U(\eta)$	N	N	N	N
0,0100	0,49732	0,00331	0,00666	4,58351	11,30776	12,77195	12,94156
0,0200	0,70350	0,00937	0,01331	8,87051	13,95775	14,92265	15,03012
0,0300	0,86184	0,01720	0,01995	10,85399	15,12656	15,87866	15,96091
0,0400	0,99544	0,02646	0,02659	12,05398	15,81001	16,43904	16,50707
0,0500	1,11324	0,03697	0,03321	12,87589	16,26507	16,81217	16,87088
$0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$							
η	$W(\eta)$	$X(\eta)$	$X(\eta)/W(\eta)$	N	N	N	N
0,0606	1,22548	0,04979	0,04063	13,54531	16,62600	17,10769	17,15905
0,1000	1,43344	0,11573	0,08074	15,33421	17,52744	17,83839	17,87095
0,2000	1,70012	0,30071	0,17687	16,59869	18,04720	18,23457	18,25391
0,2500	1,80641	0,39770	0,22016	16,82892	18,11301	18,27552	18,29224
0,3000	1,90751	0,49591	0,25998	16,97260	18,14295	18,28877	18,30374
0,3500	2,00788	0,59430	0,29598	17,09507	18,15693	18,28723	18,30058
0,3695	2,04771	0,63251	0,30889	13,54531	16,62600	17,10769	17,15905
$0,3695 \leq \eta \leq 1$							
η	$Y(\eta)$	$Z(\eta)$	$Z(\eta)/Y(\eta)$	N	N	N	N
0,3695	2,04771	0,63253	0,30890	17,09509	18,15693	18,28723	18,30057
0,5000	2,32340	0,83732	0,36038	17,18311	18,15557	18,27338	18,28542
0,7000	2,79413	1,11969	0,40073	17,23252	18,14744	18,25733	18,26856
0,8000	3,07484	1,23804	0,40264	17,23453	18,14694	18,25650	18,26769
0,9000	3,42819	1,33260	0,38872	17,21926	18,15035	18,26246	18,27392
1,0000	4,25080	1,38589	0,32603	17,12816	18,15790	18,28368	18,29656

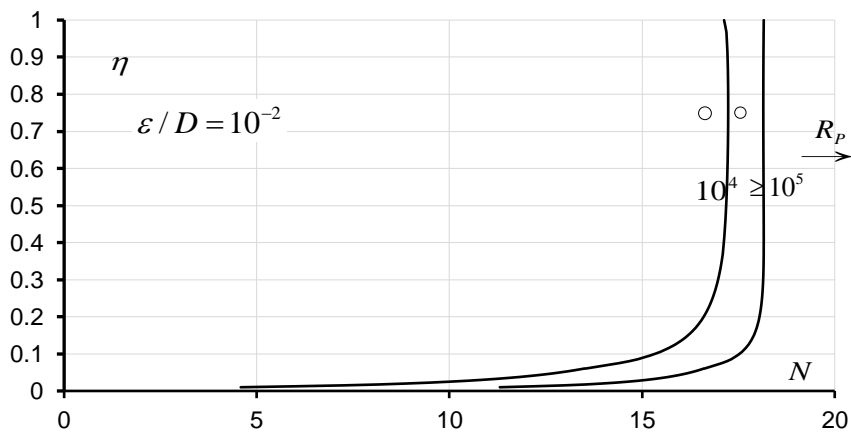


Figure IV.6 : Variation de N en fonction de η , pour $\varepsilon / D = 10^{-2}$

(Ghendoufa.n, Benabdallah.o)

Pour les valeurs pratiques de η , telles que $\eta \geq 0,2$, Il ressort des les figures les observations suivantes :

- i. Le paramètre adimensionnel N augmente, jusqu'à un maximum, avec l'accroissement du taux de remplissage η , pour les valeurs de R_p atteignant 10^5 ou légèrement supérieures à 10^5 . Le maximum de N a été observé pour $\eta \cong 0,7650$.
- ii. Au-delà de son maximum, le paramètre N diminue avec l'accroissement du taux de remplissage η .
- iii. Pour les valeurs de $R_p \geq 10^6$, le paramètre N diminue avec l'accroissement de η , jusqu'à un minimum. Le minimum de N a été également observé pour $\eta \cong 0,7650$.
- iv. Au-delà de son minimum, le paramètre N augmente avec l'accroissement du taux de remplissage η .
- v. Un changement de concavité des courbes s'opère dès que le nombre de Reynolds R_p atteint 10^6 .
- vi. Au-delà de $\eta = 0,2$, la variation de N est graduelle et les courbes se resserrent au fur et à mesure de l'augmentation de la rugosité relative ε / D . Dès que la rugosité relative atteint la valeur 10^{-2} , les courbes se confondent quasiment lorsque le nombre de Reynolds R_p atteint 10^5 .

Pour les cas pratiques, la plus petite valeur du nombre de Reynolds R_p est de l'ordre de 10^6 , ce qui permet de conclure que le paramètre adimensionnel N présente en pratique des valeurs minimales. Pour le taux de remplissage $\eta \cong 0,7650$, N est régi par la relation (4.8) et les fonctions $Y(\eta)$ et $Z(\eta)$ prennent la valeur $Y(\eta = 0,7650) = 2,97110$ et $Z(\eta = 0,7650) = 1,19889$

Ainsi, en vertu de la relation (4.8), nous pouvons écrire que pour $R_p \geq 10^6$:

$$N_{\min} = -6,58059 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{5,97203} + \frac{7,29157}{R_p} \right) \quad (4.9)$$

Ou bien, compte tenu de la relation (3.3) :

$$n_{\max} = - \frac{0,15196D^{1/6}}{\sqrt{g} \log \left(\frac{\varepsilon / D}{5,97203} + \frac{7,29157}{R_p} \right)} \quad (4.10)$$

IV.4. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement n de Manning par la MMR

Pour déterminer le coefficient n de Manning par la MMR, admettons les conditions suivantes :

- i. $\bar{D} \neq D$
- ii. $\bar{Q} = Q$
- iii. $\bar{i} = i$
- iv. $\bar{\eta} = \eta$
- v. $\bar{v} = v$

Rappelons que le coefficient n de Manning du modèle rugueux de référence s'écrit :

$$n = \frac{\psi^{8/3} \bar{R}_h^{1/6}}{8\sqrt{2g}} \quad (4.11)$$

Le coefficient de correction des dimensions linéaires ψ est donné par l'une des relations (3.39), (3.41) ou (3.43) selon la gamme de valeurs du taux de remplissage η , tandis que \bar{R}_h s'exprime par l'une des relations (3.38), (3.40) ou (3.42).

Tenant compte tous ces relations, la relation (4.11) s'écrit:

- iv. $\eta \leq 0,0605$

$$n = \frac{0,19677}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[\frac{\Gamma(\eta)}{U(\eta)} \right]^{1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[\Gamma(\eta)/U(\eta)]} + \frac{1,58233}{(\Gamma(\eta)/U(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (4.12)$$

v. $0,0605 \leq \eta \leq 0,3695$

$$n = \frac{0,19677}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[\frac{X(\eta)}{W(\eta)} \right]^{1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[X(\eta)/W(\eta)]} + \frac{1,58233}{(X(\eta)/W(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (4.13)$$

vi. $0,3695 \leq \eta \leq 1$

$$n = \frac{0,19677}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right]^{1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,58233}{(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (4.14)$$

Selon les relations (4.12), (4.13) et (4.14), le coefficient n de Manning s'exprime en fonction du taux de remplissage η , de la rugosité absolue ε et des caractéristiques \bar{D} et \bar{R}_p du modèle rugueux de référence. Suivant la valeur de η , le diamètre \bar{D} est donné par l'une des relations (3.27), (4.30) ou (4.33), tandis que le nombre de Reynolds \bar{R}_p est régi par la relation (3.4).

IV.5. Exemple d'application

La conduite Elliptique représentée par la figure I.1 écoule le débit volume $Q = 2,7m^3 / s$ d'un liquide de viscosité cinématique $\nu = 10^{-6} m^2 / s$, sous la pente longitudinale $i = 10^{-4}$. La paroi interne de la conduite est caractérisée par la rugosité absolue $\varepsilon = 0,001m$ et le taux de remplissage de la conduite doit être maintenu à 65%.

Calculer la valeur du coefficient n de Manning.

Solution

iv. Puisque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, alors le diamètre \bar{D} du modèle rugueux de référence est donné par la relation (3.38). Les fonctions $I(\eta)$ et $J(\eta)$ sont données par les relations (2.41) et (2.49) respectivement et prennent pour valeurs :

- $Y(\eta) = 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678)$

$$= 4,2508 - 1,6573 \cos^{-1}(1,20678 \times 0,65 - 0,20678) = 2,66812$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad Z(\eta) &= 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678\eta - 0,20678) - (1,20678\eta - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678\eta - 0,20678)^2} \right] \\
&= 1,38587 - 0,68666 \left[\cos^{-1}(1,20678 \times 0,65 - 0,20678) - (1,20678 \times 0,65 - 0,20678) \sqrt{1 - (1,20678 \times 0,65 - 0,20678)^2} \right] \\
&= 1,05391
\end{aligned}$$

Selon la relation (2.33), le diamètre \bar{D} est :

$$\bar{D} = \frac{[Y(\eta)]^{0,2}}{2,639[Z(\eta)]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} = \frac{[2,66812]^{0,2}}{2,639[1,05391]^{0,6}} \left(\frac{2,7}{\sqrt{9,81 \times 0,0001}} \right)^{0,4} = 2,65663m$$

Le nombre de Reynolds \bar{R}_p à l'état plein est, en vertu de la relation (3.3) :

$$\bar{R}_p \cong 8,42446 \frac{\sqrt{gi\bar{D}^3}}{\nu} = 8,42446 \times \frac{\sqrt{9,81 \times 10^{-4} \times 2,65663^3}}{10^{-6}} = 1142543,36990$$

Puisque $0,3695 \leq \eta \leq 1$, alors le coefficient n de Manning est régi par la relation (4.14), soit :

$$\begin{aligned}
n &= \frac{0,19677}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[\frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} \right]^{1/6} \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,58233}{(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \\
&= \frac{0,19677}{\sqrt{9,81}} \times 2,65663^{1/6} \times \left[\frac{1,05391}{2,66812} \right]^{1/6} \\
&\times \left[-\log \left(\frac{0,001/2,65663}{19[1,05391/2,66812]} + \frac{1,58233}{[1,05391/2,66812]^{3/2} \times 1142543,36990} \right) \right]^{-16/15} = 0,013518m^{1/3}s
\end{aligned}$$

v. Vérifions nos calculs en déterminant, pour le diamètre ainsi obtenu, le coefficient de résistance à l'écoulement n de Manning par application de la relation (4.11). Pour cela, évaluons d'abord le rayon hydraulique \bar{R}_h , en ayant recours à la relation (2.54) :

$$\bar{R}_h = \bar{D} \frac{Z(\eta)}{Y(\eta)} = 2,65663 \times \frac{1,05391}{2,66812} = 1,04937m$$

Le facteur ψ est par suite, selon la relation (3.43) :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}}{19[Z(\eta)/Y(\eta)]} + \frac{1,58233}{(Z(\eta)/Y(\eta))^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5}$$

Soit :

$$\psi = 1,35 \left[-\log \left(\frac{0,001/2,65663}{19[1,05391/2,66812]} + \frac{1,58233}{[1,05391/2,66812]^{3/2} \times 1142543,3699} \right) \right]^{-2/5} = 0,75349$$

Ainsi, selon la relation (4.11), le coefficient n est :

$$n = \frac{\psi^{8/3} \bar{R}_h^{-1/6}}{8\sqrt{2g}} = \frac{0,75349^{8/3} \times 1,04937^{1/6}}{8 \times \sqrt{2 \times 9,81}} = 0,013374 m^{1/3} s$$

L'écart relatif entre les valeurs du coefficient de résistance à l'écoulement n de *Manning*, calculées selon les relations (4.11) et (4.14) est égale à 1% seulement.

IV.6. Conclusion

En ce qui concerne le coefficient de résistance n de *Manning*, son expression générale a été déterminée. La représentation graphique du paramètre adimensionnel $N = D^{1/6}/(n\sqrt{g})$ a montré un minimum, atteint pour $\eta = 0,5$. Pour les valeurs de $R_p \geq 10^6$, le paramètre N diminue. Le minimum de N a été également pour $\eta \cong 0,7650$.

Le paramètre adimensionnel N augmente, jusqu'à un maximum pour les valeurs de R_p atteignant 10^5 ou légèrement supérieures à 10^5 . Le maximum de N a été pour $\eta \cong 0,7650$.

. Pour cette même valeur de η , le coefficient n de *Manning* atteint alors sa valeur maximale et dont l'expression a été déterminée. Lorsque le diamètre de la conduite n'est pas une donnée du problème, la méthode du modèle rugueux a permis de calculer le coefficient de résistance à l'écoulement n de *Manning*.

Conclusion générale

L'étude a eu pour objectif d'évaluer les coefficients de résistances de *Chézy* et de *Manning* dans les conduites de forme elliptique et un écoulement est considéré comme étant uniforme, déterminer les conditions d'établissement d'un écoulement uniforme dont les caractéristiques en comparant la pente du canal à la pente critique évaluation coefficient de Chézy à travers relation Ganguillet Kutter et relation de Bazin et relation de Powell ce type de conduite fermées le facteur de section augmente dans un premier temps avec l'accroissement de la profondeur puis décroît dans une section en fonction de la profondeur à l'approche de la pleine section augmente avec l'augmentation du taux de remplissage avec la profondeur Y_N

La deuxième partie a consisté en une étude des coefficients de *Chézy* et de *Manning* en écoulement uniforme dans un canal de forme rectangulaire.

En se basant essentiellement sur la relation de *Achour et Bedjaoui (2006)* et celle de *Chézy*, nous avons pu obtenir la relation générale du coefficient de résistance à l'écoulement C de *Chézy*. Nous avons présenté cette relation en une relation adimensionnelle pour une validité générale, de type : $C/\sqrt{g} = f(\varepsilon/b; \eta; R^*)$. Les courbes de variation de cette relation montrent que si la rugosité relative ε/b augmente, elle entraîne la diminution du coefficient C/\sqrt{g} , quelle que soit la valeur du nombre de *Reynolds* modifié R^* . En comparant aussi la relation de *Achour et Bedjaoui (2006)* et celle de *Manning* pour évaluer le coefficient n de *Manning*, on obtient une relation générale pour calculer le coefficient de *Manning* qui a été présenté également sous forme adimensionnelle. La relation obtenue est de type $N = f(\varepsilon/b; \eta; R^*)$. Nous avons ensuite procédé au tracé de la variation de du nombre adimensionnel N , qui a montré que plus la rugosité ε/b augmente et plus N diminue, quelque soit la valeur du nombre de *Reynolds* modifié R^* . Cela signifie que $1/n$ diminue ou que le coefficient n de *Manning* augmente.

Les résultats que nous avons présentés montrent l'efficacité et l'utilisation de la méthode MMR, et surtout ses applications dans les différents travaux d'hydraulique et en particulier les recherches que ce soit menées dans les canalisations. Ce genre de méthode s'avère très utile pour éviter les erreurs de calcul ou bien les défaillances qui pourront surgir lors des réalisations des multiples travaux hydrauliques notamment dans les canaux ou dans les conduites.

Du paramètre adimensionnel n montre un minimum à atteint le taux de remplissage 0.5 et la méthode du modèle rugueux a permis de calculer le coefficient de résistance à l'écoulement n de *Manning* nous avons déduit de nos expériences précédentes aussi que le nombre de *Reynolds* affecte par la rugosité relative et pour éviter les problèmes d'écoulement turbulent plus à augmenter la proportion de rugosité les canaux doivent être renouvelés et changer la conduite.

Références bibliographiques

- A]** Achour, B and Bedjaoui, A., “Discussion of Explicit Solutions for Normal Depth Problem “, J. Hydraulic Research, IAHR, 44, No.5, 2006, 715-717.
- B]** Achour, B, Calcul des conduites et canaux par la MMR - Conduites et canaux en charge, Larhyss, Edition Capitale, Tome 1, 2007, 610p.
- C]** 1 Bazin, H., Etude d’une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts, Mémoire n°41, Annales des ponts et chaussées, Vol.14, ser.7, 4ème trimestre, p.20-70, 1897.
- 2 BEBOUKHA, Y., Coefficients de Chézy et de Manning en écoulement uniforme dans des canaux artificiels, mémoire de magister en hydraulique, département de Génie Civil et Hydraulique, université Mohamed Khider – Biskra, p.18, 2015.
- 3 Blench, T., “A new theory of turbulent flow in liquids of small viscosity”, Journal, Institution of Civil Engineers, London, Vol.1 1, n°6, April, 1939, 611-612.
- D]** Forchheimer, P., Teubner, Verlagsgesellschaft, Leipzig and Berlin, p. 139-163, 1930.
- E]** Ganguillet, E., Kutter, W.R., An investigation to establish a new général formula for uniform flow of water in canals and rivers, Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines, Vol.21, n°1, p.6-25, n°2-3, p.46-59, 1869.
- F]** Houk, I.E., Calculation of flow in open channels, Miami Conservancy District, Technical report, Pt. IV, Dayton, Ohio, 1918
- .] **G]** Keulegan G.H., Laws of turbulent flow in open channels, Research paper RP 1151, Journal of Research, U.S. National Bureau of Standards, Vol, 21, p.707-741, December, 1938
- H]** Lindquist, E., On velocity formulas for open channels and pipes, Transactions of the World Power Conférence, Sectional Meeting, Scandinavia, Stockholm, Vol.1, p.177-234, 1933.
- I]** Manning, R., On the flow of water in open channels and pipes, Transactions, Institution of Civil engineers of Ireland, Vol.20, p.161-207, Dublin, 1891.
- G]** Pavlovski, N.N., “Handbook of Hydraulic”, Kratkil Gidravlicheskil, Spravochnik, Gosstrolizdat, Leningrad and Moscow, 1940, 314p
- K]** Powell, R.W., Résistance to flow in rough channels, Transactions, American Geophysical Union, Vol.31, n°4, p.575-582, August, 1950.
- L]** Schnackenberg, E.C., Slope discharge formulae for alluvial streams and rivers. Prôceeding, New Zealand Institution of Engineers, Vol. 37, p.340-409, Wellington, 1951.

[M] Sinniger, R.O., Hager W.H., Constructions hydrauliques, Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Presses Polytechniques Romandes, (15), 1ere Edition, Suisse, 1989.

[N] Swamee, P.K., Jain A.K., Explicit equations for pipe-flow problems, Proc. ASCE, J. Hydraulics Division, Vol. 102, HY5, p.657-664, 1976.

[O] Toebes, C., Streamflow : Poly-dimensional treatment of variable factors affecting the velocity in alluvial streams and rivers, Proceedings, Institution of Civil Engineers, London, Vol.4, n°3, pt. III, p.900-938, December, 1955.

[P] Vladislavjevitch, Z., Aperçu critique sur les formules pour la prédétermination de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme, Transactions of the 1st Congress, International Commission on Irrigation and Drainage, New Delhi, Vol.2, rept.12, question 2, p.405- 428, 1951.