

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**Écoulement autour d'une sphère a nombre de Reynolds
fini**

Devant le jury composé de:

Dr. Noureddine MENECEUR Président

Dr. Ali BOUKHARI Examineur

M. Houda BERKANE Encadreur

Présenté par:

Djafer AMER

Mohamed Yacine SOLTANA

Ahmed SARI

2020/2021

Dédicaces

Nous dédions ce modeste travail:

*À nos parents en témoignage de leurs sacrifices et
leurs encouragements.*

À nos sœurs et frères pour leurs soutiens.

*À nos amis en souvenirs des bons moments passés
ensemble*

Remerciements

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui nous ont aidés à réaliser ce mémoire en apportant des renseignements ou en acceptant de répondre à nos questions.

En premier lieu nous tenons à remercier chaleureusement Dr. BERKANE Houda qui n'a épargné aucun effort pour nous aider durant la réalisation de ce modeste travail. Nous lui sommes très reconnaissants pour sa patience, ses suggestions et ses conseils qui nous ont bien orientés et nous ont beaucoup aidés à réaliser ce projet.

Nous remercions les membres du comité d'évaluation de mémoire pour leurs précieux commentaires et suggestions

Enfin, nous remercions toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Table de matière

DEDICACES	I
REMERCIEMENTS.....	II
TABLE DE MATIERE.....	III
NOMENCLATURE	VI
LISTE DES TABLEAUX	VII
LISTE DE FIGURES	VIII
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : TRAVAUX ANTERIEURS ET NOTIONS DE BASE.....	3
I.1 INTRODUCTION.....	4
I.2 SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE.....	4
I.3 NOTIONS DE BASE SUR LA MECANIQUE DES FLUIDES	6
I.3.1 Concept de la mécanique des fluides	6
I.3.2 Notion de fluide	7
I.3.2.1 Fluide parfait	7
I.3.2.2 Fluide réel	8
I.3.3 Variables fondamentales	8
I.3.3.1 La pression	8
I.3.3.2 La masse volumique.....	9
I.3.3.3 La viscosité	9
I.3.3.4 Vitesse de l'écoulement	10
I.4 REGIMES D'ECOULEMENTS	10
I.4.1 Ecoulement laminaire et turbulent	10
I.4.2 Nombre de Reynolds.....	10
I.4.2.1 Derivation.....	11
I.4.2.2 Classification.....	11
I.4.3 Ecoulement permanant et transitoire.....	11
I.4.4 Ecoulement bidimensionnel et unidimensionnel	11
I.4.5 Ecoulement rotationnel et irrotationnel.....	11
I.4.6 Ecoulement compressible et incompressible	12
I.5 EQUATIONS FONDAMENTALES.....	13
I.5.1 Continuité et équations de Navier-Stokes en coordonnées sphériques.....	13
I.5.2 Equation de continuité	14

I.5.3 Equation d'énergie.....	17
CHAPITRE II : ÉTUDE THEORIQUE DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE	
SPHERE.....	18
II.1 INTRODUCTION	19
II.2 THEORIE DES ECOULEMENTS POTENTIELS	19
II.3 ECOULEMENTS SIMPLES	20
II.3.1 Écoulement uniforme.....	20
II.3.2 Écoulement source ou puits	21
II.3.3 Écoulement d'un vortex ou tourbillon.....	23
II.3.4 Écoulement d'un dipôle ou d'un doublet.....	24
II.4 METHODE DE SUPERPOSITION : ETUDE DE L'ÉCOULEMENT POTENTIEL AUTOUR D'UNE	
SPHERE	26
II.4.1 Écoulement potentiel autour d'une sphère non portante	26
II.4.2 Effort exercé sur une sphère - Paradoxe d'Alembert	27
II.4.3 Écoulement potentiel autour d'un cylindre en rotation.....	28
CHAPITRE III : MODELISATION ET SIMULATION NUMERIQUE.....	32
III.1 INTRODUCTION	33
III.2 MOTIVATION DU PRESENT TRAVAIL.....	33
III.3 LA DISCRETISATION DES N-S EQUATIONS	34
III.3.1 Dérivation et description des équations de Navier-Stokes (N-S).....	34
III.3.2 Méthode des volumes finis.....	35
III.4 LA DISCRETISATION DES EQUATIONS 2-D N-S	35
III.4.1 Théorème de Gauss dans le cas d'une cellule polygonale bidimensionnelle	35
III.4.2 Discrétisation des équations N-S à deux dimensions par coulage du théorème de	
Gauss	36
III.4.3 Variables importantes des équations N-S discrétisées	37
III.4.4 Modèle physique et conditions aux limites	38
III.4.5 Maillage.....	39
III.5 RESOLUTION SOUS FLUENT	40
III.5.1 Boîte de dialogue du modèle visqueux.....	42
III.5.2 Définir les matériaux (fluide, solide)	43
III.5.3 Conditions de la zone	43
III.5.4 Conditions aux limites.....	44
III.5.5 Valeurs de référence	44
III.5.6 Moniteur résiduel	45
III.5.7 Run Calculation.....	46

III.5.8 Interface résiduelle	46
III.6 CONCLUSION	47
CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION	48
IV.1 INTRODUCTION	49
IV.2 ÉTUDE DE CONVERGENCE ET D'INDEPENDANCE DU MAILLAGE	49
IV.3 VALIDATION ET VERIFICATION	50
IV.4 RESULTATS ET DISCUSSION	51
IV.4.1 Régimes d'écoulement autour d'une sphère solide	51
IV.4.2 Approche de l'appariement asymptotique	53
CONCLUSION	55
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	II

Nomenclature

dS	Surface élémentaire autour d'un point dans le fluide	(m ²)
dF	Force élémentaire appliquée à la surface dS	(N)
$d\vartheta$	Volume élémentaire autour d'un point	(m ³)
dm	Masse du fluide à l'intérieur de $d\vartheta$ [18].	(Kg)
μ	Viscosité dynamique	(N.s/m ²)
ν	La viscosité cinématique	(m ² /s)
Cd	Coefficient de traînée	
L	Langueur caractéristique de l'obstacle	(m)
\vec{n}	Le vecteur unité tangent à la surface Σ .	
P	Le coefficient de conductivité thermique.	
λ	Le coefficient de conductivité thermique.	
$\frac{Dh}{Dt}$	Représente la variation d'enthalpie (dérivée particulaire)	
Re	Nombre de Reynolds	
ρ	La densité	(kg/m ³)
V	La vitesse	(m/s)

Liste des tableaux

Tableau IV.1 : Comparaison des résultats obtenus avec les résultats de Fornberg [27] , 49
Johnson and Patel [28] et Constantinescu et Squires [29].

Liste de figures

Fig. I.1: Forces s'exerçants sur un fluide [27].....	7
Fig. I.2: Notion de pression [15].....	9
Fig. I.3: Fluide Newtonien et fluide non Newtonien (Épaississant et fluidifiant) [26].	10
Fig.I.4 : Ecoulement irrotationnel autour d'un profil [18].....	12
Fig. I .5: Mise en évidence de la notion de la célérité du son [24].....	13
Fig. II.1: Réseau hydrographique orthogonal [18].	19
Fig. II.2: Ecoulement uniforme.....	20
Fig. II.3: : Ecoulement source.....	21
Fig. II.4: : Ecoulement tourbillon.	22
Fig. II.5: Superposition source - puits.	23
Fig. II.6 : Ecoulement d'un doublet	24
Fig. II.7 : Ecoulement autour d'une sphère.	26
Fig. II.8 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $ \Gamma < 4\pi aU_\infty$	29
Fig. II.9 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $ \Gamma = 4\pi aU_\infty$	29
Fig. II.10 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $ \Gamma > 4\pi aU_\infty$.	34
Fig. III.1 Une cellule polygonale typique	35
Fig. III.2: Modèle physique.....	38
Fig. III.3 : Maillage de simulation.....	39
Fig. III.4 : différentes faces géométriques et entités volumiques.....	39
Fig. III.5 : Lanceur de Fluent.....	40
Fig. III.6 : Fenêtre générale.....	41
Fig. III.7 : Activer la boîte de dialogue du modèle.....	41
Fig. III.8: Définition des Matériaux.....	42
Fig. III.9 : Conditions de la zone.....	42
Fig. III.10 : Conditions limites.....	43
Fig. III.11: Reference values.....	43

Fig.III.12: Reference values.....	43
Fig. III.13 : Choix d’algorithme de calcul et ‘‘discritization schemes’’.....	44
Fig. III.14 : Fenêtre Run Calculation.....	45
Fig. III.15 : Fenêtre résiduelle	45
Fig. IV.1 : Resultat du test de maillage.....	49
Fig. IV. 2 : Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour (a) $Re = 1$ (b) $Re = 10$	50
Fig. IV. 3 : Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour (a) $Re = 25$ (b) $Re = 100$	51
Fig. IV. 4 : Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour (a) $Re = 2200$	51
Fig. I V. 5. Coefficient de traînée pour la large gamme de nombres de Reynolds des particules.	52

Introduction générale

Introduction générale

La mécanique des fluides est une science qui étudie le comportement des fluides au repos et en mouvement. C'est une science qui trouve des applications dans plusieurs domaines tels que l'astrophysique, la biomédecine, la météorologie, la géophysique, la physique du plasma, l'aérodynamique, l'hydraulique, les turbomachines et les équipements thermiques. La mécanique des fluides est subdivisée en plusieurs branches qui sont définies par les propriétés des fluides [1].

Le développement de l'aérodynamique a suivi celui d'autres sciences telles que l'informatique avec l'apparition d'ordinateurs de plus en plus puissant, malgré leur coût, les techniques expérimentales (essais en souffleries) et bien sûr, les mathématiques avec leurs grands progrès et contribution en techniques numériques pour la résolution en mécanique des fluides des équations de NAVIER STOKES généralisées [2].

L'écoulement autour des objets est un phénomène qui se produit fréquemment dans la pratique. Il est indispensable dans la conception mécanique et thermique de nombreux systèmes en engineering comme : avions, automobiles, bâtiments, composant électroniques, les aubes de turbines et les formes géométriques à section carrée et circulaire. L'identification et l'étude des phénomènes hydro et aérodynamiques qui surgissent dans le sillage d'un obstacle restent un sujet d'intérêt d'actualité dans divers domaines [3].

Les structures d'écoulement autour des obstacles profilés occupent une place importante dans la physique des fluides dues à leur importance pratique dans les applications aérodynamiques et hydrodynamiques tels que les ailes d'avion, les sous-marins et les missiles...etc [6]. Plusieurs travaux de recherches aérodynamique ont été réalisés pour modeler l'écoulement autour des obstacles et plusieurs méthodes numériques basées sur des théories physiques ont été développées [4-6]. Dans ce contexte s'inscrit le présent travail, dont l'objectif principale consiste à étudier les caractéristiques de l'écoulement autour d'une sphère à nombre de Reynolds fini. La relation entre le nombre de Reynolds et le coefficient de traînée de l'écoulement autour d'une sphère

La mémoire éclairant le présent travail comprendra quatre parties ou chapitres principaux, dans la première et dixième section, les concepts fondamentaux de base de la mécanique des fluides, les écoulements externes en général et les équations d'écoulement fondamentales, une revue de la littérature des travaux les plus récents.

Par la suite, une troisième section dans laquelle, les bases de l'analyse numérique et de la méthode des volumes finis seront présentées également la discrétisation des équations, de N.S

Les algorithmes de calcul et les étapes de mise en place du solveur à partir de la modélisation géométrique, du maillage et de la sélection des différents paramètres de solution requis seront la dernière partie de ce chapitre.

Finalement, un test d'indépendance du maillage et une validation du code CFD utilisé seront effectués, puis une présentation détaillée et une discussion des résultats obtenus seront entreprises. Enfin, la thèse est complétée par une conclusion traduisant les résultats obtenus

Chapter I : Travaux antérieurs et notions de base

I.1 Introduction

Beaucoup de travaux de recherches ont été réalisés pour modéliser l'écoulement autour des obstacles. Pour cela, plusieurs expériences dans le domaine ont été réalisées et confrontées aux méthodes numériques. Pour cette dernière une large gamme de méthodes mathématiques ont été développées afin de s'approcher de la réalité de l'écoulement à différents régimes autour des obstacles (subsonique, transsonique, supersonique et hypersonique) et de fournir le maximum d'informations qui peuvent se produire [4].

I.2 Synthèse bibliographique

W. OGANA, en 1989 [7] a proposé une méthode basée sur l'équation de petite perturbation transsonique à deux dimensions, avec une viscosité artificielle, il dérive une équation intégral-différentielle et par la suite une équation intégrale. Le domaine de calcul est discrétisé en éléments rectangulaires et les fonctions de la variable dépendante et ses dérivées sont supposées être constantes dans chaque élément. Les systèmes d'équations algébriques non linéaires sont solutionnés par Jacobi itération. La méthode est testée pour un arc parabolique et un profil de type NACA 0012. La convergence de cette méthode est rapide et les solutions comparer bien avec les résultats de différences finies, malgré l'utilisation d'un petit nombre comparable de nœuds.

T. HEMDAN et A. SELIM, en 1992 [8] ont trouvé une nouvelle approche pour les écoulements stationnaires non-visqueux supersonique et hypersonique autour d'un profil mince et pointu-nez à petit angle d'attaque avec des ondes de choc. L'objectif de cette étude consiste pour la détermination numérique de l'effet de la surface biconvexe et l'effet du nombre de Mach et l'épaisseur du profil sur le coefficient de la traînée pour les deux cas géométrique précédent.

E. CARSON YATES, en 1993 [9] a développé une équation intégrale pour la résolution des écoulements subsonique, transsonique et supersonique pour les cas stable et non stable. Cette équation est examinée avec le programme de la NASA. La méthode est traitée par un programme dirigé vers le traitement général, précis, efficace, et unifiée de flux autour des véhicules ayant des formes arbitraires, mouvements et déformations (y compris les notions de contrôle) subsoniques, transsonique, et des vitesses supersoniques à différents angles d'attaque.

H.SHAN et AL, en 2004 [10] ont étudié par la Simulation numérique de la séparation de l'écoulement subsonique sur un profil NACA0012 avec un angle d'attaque = 6° et

contrôle de flux de séparation de générateurs de vortex. Les simulations numériques de trois cas, dont un cas de référence incontrôlée, un cas contrôlé avec générateur de vortex passif, et un boîtier de contrôle actif générateur de vortex ont été réalisés. La simulation numérique résout les équations tridimensionnelles de Navier-Stokes pour les écoulements compressibles utilisant une méthode LU-SGS totalement implicite. Un quatrième ordre schéma aux différences finies est utilisé pour calculer les dérivées spatiales. Procédé-frontière immergée est utilisée pour modéliser à la fois les générateurs de tourbillons passifs et actifs. La fréquence caractéristique qui domine l'écoulement est la fréquence propre de la séparation dans le cas de base. L'introduction du générateur de tourbillons passif ne modifie pas la fréquence de séparation. Dans le cas de la commande active, la fréquence de la sinusoïde a été choisi forçant proche de la fréquence naturelle de la séparation. Le temps et les résultats de l'envergure à moyenne ont été utilisés pour examiner le champ d'écoulement moyen pour les trois cas. La taille de la zone de séparation moyenne a été réduite de plus de 80%. Les structures en trois dimensions du champ d'écoulement ont également été étudiées.

M. HAFEZ et E. WAHBA, en 2007 [11] ont étudié par la simulation numérique d'un écoulement laminaire transsonique autour d'un profil de type NACA 0012, pour deux cas, le premier l'écoulement est visqueux et bidimensionnel à différent angle d'attaque ($\alpha=0^\circ$, $\alpha=10^\circ$), à différent nombres de Mach ($M=0.8$ et $M=0.9$) et pour un nombre fixe de Reynolds ($Re=500$). Le deuxième cas, l'écoulement est tridimensionnel visqueux et non-visqueux à différent angle d'attaque ($\alpha=1^\circ$, $\alpha=3^\circ$), à différent nombres de Mach ($M=0.84$ et $M=0.9$) et pour un nombre fixe de Reynolds ($Re=1000$). Les résultats obtenues ont été comparés à ceux trouvés pour les régimes subsonique et supersonique.

P. ARDONCEAU, en 2009 [12] a développé une procédure nodale de résolution numérique de l'équation de Laplace appliquée aux écoulements à potentiel de vitesse autour de corps portants. Cette méthode est basée sur les conditions de Dirichlet internes exprimées aux nœuds du maillage plutôt que sur des parties lisses de la surface. Ensuite une formulation originale de type Neumann des conditions de Kutta est proposée. Exprimée sous forme d'une minimisation du flux pariétal de la vitesse, elle entraîne une réduction sensible de l'impact de la discrétisation sur l'estimation des efforts globaux par rapport aux formulations locales. La méthode est applicable aux écoulements bi ou tri-dimensionnel, stationnaires ou non stationnaires.

L.LEIFSSON et S.KOZIEL, en 2010 [13] ont proposé une méthodologie de conception informatique efficace pour l'optimisation du profil aérodynamique transsonique basé sur la

physique de faible fidélité de substitution numérique pas cher (l'équation de la petite perturbation transsonique) est utilisé au lieu d'une haute-fidélité précis, mais coûteux en calcul

(équations d'Euler compressible). L'efficacité de calcul de la méthode proposée a été démontrée à travers trois études de cas de l'optimisation de profils en écoulement bidimensionnel. Dans tous les cas, les approches a besoin de plus de 90% moins d'évaluations des modèles de haute-fidélité de trouver une conception optimale, par rapport à l'optimisation directe du modèle haute-fidélité en utilisant un algorithme motif de recherche. Les deux méthodes obtenues conceptions similaires aérodynamiques optimales dans tous les cas.

D.LIU et AL, en 2012 [14] ont étudié numériquement un écoulement visqueux bidimensionnel autour d'un profil d'aile supercritique de type RAE2822 pour différents nombres de Reynolds. La solution est passée sur la résolution de l'équation de Navier –Stokes à deux dimensions avec l'utilisation le modèle de turbulence Spalart - Allmaras (SA). Les résultats des calculs sur l'aile RAE2822 est comparée avec les résultats expérimentaux de la soufflerie. Le traitement numérique effectué pour un intervalle de nombre de Reynolds entre $2 \cdot 10^6$ jusqu'à $2 \cdot 10^6$, et pour de cas de nombre de Mach : 0,74 et 0,8 avec un angle d'incidence variable de 2° à 6° . Les résultats montrent que la répartition de la pression de surface supérieure comprenant l'emplacement et l'intensité des ondes de choc et de la pression, changé apparemment avec des nombres de Reynolds, Les résultats numériques obtenues montre que l'effet de nombre de Reynolds doivent être considérés lors de la conception et l'optimisation des gros porteurs appliqué au profils aérodynamiques supercritiques.

I.3 Notions de base sur la mécanique des fluides

I.3.1 Concept de la mécanique des fluides

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches:

La statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.

La dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement. Comme autres branches de la mécanique des fluides.

On distingue également d'autres branches liées à la mécanique des fluides : l'hydraulique, l'hydrodynamique, l'aérodynamique, ... Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies: la mécanique des fluides numérique (CFD ou Computational Fluid Dynamics en anglais), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide d'ordinateurs très puissants : les supercalculateurs.

La mécanique des fluides a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, la biomédecine, la météorologie, l'hydraulique, la géophysique, la turbomachine et l'aérodynamique [15].

I.3.2 Notion de fluide

Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres, un fluide donc est un milieu continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquide et gaz. Un fluide peut être réel (visqueux), parfait (non visqueux) [15].

I.3.2.1 Fluide parfait

Soit un système fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée Σ fictive ou non.

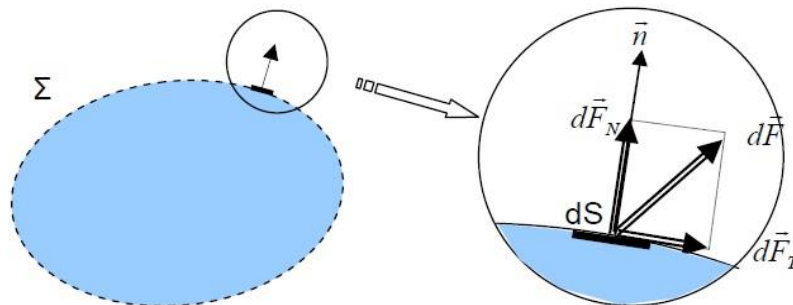


Fig. I.1: Forces s'exerçant sur un fluide [15].

Considérons \overrightarrow{dF} la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale \vec{n} entre le fluide et le milieu extérieur. On peut toujours décomposer \overrightarrow{dF} en deux composantes:

Une composante $d(\overrightarrow{FT})$ tangentielle à dS .

Une composante $d(\overrightarrow{FN})$ normale à dS .

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la composante $d(\overrightarrow{FN})$ est nulle. Autrement dit, la force \overrightarrow{dF} est normale à l'élément de surface dS [15].

I.3.2.2 Fluide réel

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits [15].

I.3.3 Variables fondamentales

Les variables fondamentales de la mécanique des fluides, sont: La pression, la masse volumique, la viscosité et la vitesse d'écoulement [16].

I.3.3.1 La pression

La pression est la force normale exercée sur une surface unitaire :

$$P = \lim_{dS \rightarrow 0} \left(\frac{dF}{dS} \right) \quad (\text{I.1})$$

Où: dS : surface élémentaire autour d'un point dans le fluide.

dF : force élémentaire appliquée à la surface dS .

Il s'agit d'une propriété qui dépend du point considéré; elle peut donc être différente d'un point à l'autre dans le fluide [16-29].

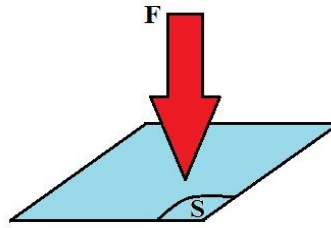


Fig. I.2: Notion de pression [15].

I.3.3.2 La masse volumique

On définit la masse volumique comme la quantité de masse par unité de volume:

$$\rho = \lim_{d\mathcal{V} \rightarrow 0} \left(\frac{dm}{d\mathcal{V}} \right) \quad (\text{I.2})$$

Où: $d\mathcal{V}$: volume élémentaire autour d'un point.

dm : masse du fluide à l'intérieur de $d\mathcal{V}$.

I.3.3.3 La viscosité

La viscosité d'un fluide est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle de frottement. Son effet se manifeste principalement au voisinage des parois. Dans le cas d'un fluide Newtonien en mouvement, la relation entre la contrainte de cisaillement, τ , et le gradient de vitesse est linéaire (la direction de l'axe des y est perpendiculaire et la vitesse de l'écoulement, V , est parallèle à la paroi):

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (\text{I.3})$$

L'expression de la viscosité cinématique est:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{I.4})$$

Où: μ : viscosité dynamique; en (N.s/m²).

ν : la viscosité cinématique; en (m²/s).

τ : contrainte de cisaillement; en (N/m²) [16].

I.3.3.4 Vitesse de l'écoulement

La vitesse de l'écoulement représente la vitesse d'un élément de fluide qui passe par un point à un instant donné. Elle joue un rôle très important en dynamique des fluides [18].

I.4 Régimes d'écoulements

I.4.1 Ecoulement laminaire et turbulent

On dit qu'un écoulement est laminaire lorsque le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée. L'écoulement est turbulent lorsque le déplacement est irrégulier et que des fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide. L'une des premières analyses de la transition d'un régime laminaire vers la turbulence est basée sur des observations d'écoulements en conduit cylindrique effectuées par Reynolds en 1883. Une étude systématique du régime d'écoulement a été réalisée en fonction des différents paramètres intervenant dans le problème : la masse volumique du fluide, la viscosité, la géométrie de la conduite, etc. Reynolds a montré que la transition du régime laminaire au régime turbulent ne dépend pas séparément de chacun des paramètres mais d'une seule grandeur les regroupant tous : le nombre de Reynolds [17]:

I.4.2 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds sans dimension joue un rôle prépondérant dans la prévision des tendances du comportement d'un fluide. Le nombre de Reynolds, appelé Re , est utilisé pour déterminer si l'écoulement du fluide est laminaire ou turbulent. C'est l'un des principaux paramètres de contrôle dans tous les écoulements visqueux où un modèle numérique est sélectionné en fonction du nombre de Reynolds.

Les forces inertielles résistent à un changement de vitesse d'un objet et sont la cause du mouvement du fluide. Ces forces sont dominantes dans les écoulements turbulents. Dans le cas contraire, si les forces visqueuses, définies comme la résistance à l'écoulement, sont dominantes - l'écoulement est laminaire. Le nombre de Reynolds peut être spécifié comme suit :

$$Re = \frac{\text{la force d'inertie}}{\text{force visqueuse}}$$

I.4.2.1 Derivation

Le nombre de Reynolds sans dimension permet de prédire si l'écoulement du fluide sera laminaire ou turbulent en fonction de plusieurs propriétés telles que la vitesse, la longueur, la viscosité et le type d'écoulement. Il est exprimé comme le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses et peut être expliqué en termes d'unités et de paramètres respectivement, comme suit

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad (I.5)$$

I.4.2.2 Classification

- Flux interne
- Débit externe : L'écoulement externe sur des corps tels qu'une plaque plane, un cylindre et une sphère sont les cas standards d'écoulement externe utilisés pour étudier l'effet de la vitesse dans l'ensemble du flux. [18]

I.4.3 Ecoulement permanent et transitoire

On dit qu'un écoulement est permanent (ou stationnaire) si toutes les variables décrivant le mouvement sont indépendantes du temps, comme la pression, la masse volumique la vitesse, ...etc. On dit qu'un écoulement transitoire (ou instationnaire) si les variables décrivant le mouvement sont dépendant du temps [19].

I.4.4 Ecoulement bidimensionnel et unidimensionnel

Dans certains cas particuliers intéressants, le problème réel tridimensionnel peut ramener à l'étude d'un écoulement théorique bidimensionnel ou unidimensionnel. C'est pour ça, on peut considérer l'écoulement de grande étendue suivant l'axe des (Z) comme un écoulement bidimensionnel suivant les axes des (X) et des (Y), et toutes les grandeurs cinématiques ne dépend alors que de deux variables d'espace [19].

I.4.5 Ecoulement rotationnel et irrotationnel

On dit de l'écoulement d'un fluide qu'il est irrotationnel si les vitesses angulaires des particules sont nulles. Dans ce type d'écoulement, toute particule de fluide se déplace en une succession de mouvements translation pure (Fig.I.4).

Dans un écoulement irrotationnel, la vitesse \vec{V} dérive d'un potentiel des vitesses φ :

$$\vec{V} = \overrightarrow{grad} \varphi = \vec{\nabla} \varphi \quad (\text{I.6})$$

En coordonnées cartésiennes, on écrit encore la vitesse \vec{V} comme:

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} \quad (\text{I.7})$$

Suivant la définition de l'écoulement irrotationnel, on peut écrire:

$$\vec{V} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}$$

D'où:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

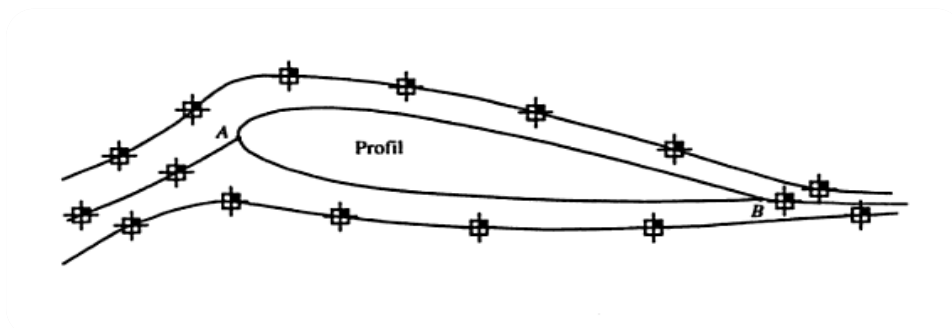


Fig.I.4 : Ecoulement irrotationnel autour d'un profil [16].

L'écoulement d'un fluide est rotationnel lorsque les particules fluides subissent une vitesse angulaire de rotation pure [19-20]:

$$\overrightarrow{rot} \vec{V} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V} \neq \vec{0} \quad (\text{I.8})$$

I.4.6 Ecoulement compressible et incompressible

Ce qui différencie un écoulement compressible d'un écoulement incompressible, c'est le fait que des petites variations de masse volumique, de pression et de vitesse se propagent à l'intérieur du fluide à une certaine vitesse qui est la célérité du son [21].

I.5 Equations fondamentales

On peut décrire le mouvement d'un fluide par un ensemble d'équations aux dérivées partielles déduites des lois fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique, c'est-à-dire les lois de conservation de la masse (équation de la continuité), de la quantité de mouvement (équation de la quantité de mouvement) et d'énergie (l'équation de l'énergie).

Pour proposer de façon complète un problème en dynamique des fluides, il convient d'ajouter aux équations de mouvement des conditions initiales et des conditions aux limites (ou conditions frontières) [16].

I.5.1 Continuité et équations de Navier-Stokes en coordonnées sphériques

Mass :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho u_\phi) = 0 \quad (\text{I.9})$$

r-momentum :

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\theta^2 + u_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{r\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} - \frac{\tau_{\theta\theta} + \tau_{\phi\phi}}{r} \right) + F_r \quad (\text{I.10})$$

θ -momentum :

$$\rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} + \frac{u_\theta^2 u_\phi^2}{r} - \frac{u_\phi \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\phi}}{r} - \frac{\tau_{\theta\phi} \cot \theta}{r} \right) + F_\theta \quad (\text{I.11})$$

ϕ -momentum:

$$\rho \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_\theta u_\phi}{r} - \frac{u_\theta u_\phi \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \phi} - \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\phi}) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tau_{\theta\phi}}{\sin \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\phi}}{r} - \frac{2\tau_{\theta\phi} \cot \theta}{r} \right) + F_\phi \right) \quad (\text{I.12})$$

Équation constitutive de la contrainte de cisaillement :

$$\tau_{\tau\tau} = -\mu \left(2 \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \right) \quad (\text{I.13})$$

$$\tau_{\theta\theta} = -\mu \left(2 \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \quad (\text{I.14})$$

$$\tau_{\phi\phi} = -\mu \left(2 \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r}{r} + \frac{u_\theta \cot \theta}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \right) \quad (\text{I.15})$$

$$\tau_{r\theta} = -\mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad (\text{I.16})$$

$$\tau_{r\phi} = -\mu \left(\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \phi} \right) + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) \right) \quad (\text{I.17})$$

$$\tau_{\theta\phi} = -\mu \left(\frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{u_\phi}{\sin \theta} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} \right) \quad (\text{I.18})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{I.19})$$

I.5.2 Equation de continuité

L'équation de la continuité doit traduire le principe de conservation de la masse. C'est-à-dire la variation de masse pendant un temps d'un élément de volume fluide doit être égale à la somme des masses de fluide entrant diminuée de celle de fluide sortant.

On considère un volume matériel Ω . Sa masse peut s'exprimer comme :

$$m = \iiint_{\Omega} \rho \, d\mathcal{G} \quad (\text{I.20})$$

Où ρ désigne la densité locale du fluide. Si le volume matérielle ne contient ni sources ni puits, la masse qui se trouve dans Ω est constante et on peut écrire :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho \, d\mathcal{G} \quad (\text{I.21})$$

On applique le théorème de transport au volume Ω sur une surface de contrôle \square "Le théorème de transport de Reynolds" :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho \, d\mathcal{G} = \iiint_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\mathcal{G} + \iint_{\Sigma} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) \, ds \quad (\text{I.22})$$

Si le volume ne contient pas de surface de discontinuité, l'intégrale sur \square peut être remplacé par une intégrale de volume "Le théorème de divergence d'Ostrogradsky" :

$$\iint_{\Sigma} \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \iiint_{\Omega} \nabla(\rho \vec{V}) d\mathcal{G} \quad (\text{I.23})$$

Dans ces conditions l'équation (I.11) devient:

$$\iiint_{\Omega} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) \right] d\mathcal{G} = 0 \quad (\text{I.24})$$

Le volume d'intégration est arbitraire et par conséquent l'intégrale doit être identiquement nulle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{I.25})$$

L'équation (I.14) est appelée l'équation de continuité (forme différentielle) [16–29].

I.5.2. Equation de quantité de mouvement

La quantité de mouvement d'un système fluide de volume Ω , s'écrit:

$$\iiint_{\Omega} \rho \vec{V} d\mathcal{G} \quad (\text{I.26})$$

Or, le principe fondamental de la dynamique nous dit que la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement doit être égale à la somme des forces agissant sur le système

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho \vec{V} d\mathcal{G} = \vec{R} + \vec{P} \quad (\text{I.27})$$

Où \vec{R} : forces de surface et \vec{P} : force de volume (poids), l'expression de \vec{R} et de \vec{P} sont:

$$\vec{R} = \iint_{\Sigma} \vec{p} \cdot \vec{n} ds \quad \text{Et} \quad \vec{P} = \iiint_{\Omega} \rho \vec{F} d\mathcal{G} \quad (\text{I.28})$$

D'où : \vec{V} : Représente le vecteur des forces appliquées au fluide (forces massiques). Comme par exemple l'accélération de la pesanteur ou les forces d'aubages dans l'hypothèse de symétrie axiale dans les turbomachines.

\vec{n} : est le vecteur unité tangent à la surface Σ .

$\overline{\overline{P}}$: est le tenseur des contraintes totales appliquées en un point du fluide et qui s'écrit en fonction des composantes tangentielles τ , et composantes normales σ de la manière suivante:

$$\overline{\overline{P}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

On applique le théorème de transport de Reynolds sur l'équation (I.16) et on remplace \vec{R} et \vec{P} par leurs équations, on trouve l'équation générale de dynamique des fluides, sous la forme ci-dessous :

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) dv + \iint_{\Sigma} (\rho \vec{V}) \vec{V} \cdot \vec{n} ds = \iint_{\Sigma} \overline{\overline{P}} \cdot \vec{n} ds + \iiint_{\Omega} \rho \vec{F} dv \quad (\text{I.29})$$

Après transformation et réarrangement, l'équation (I.18) s'écrit sous la forme différentielle, comme suit :

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \vec{F} - \nabla \overline{\overline{P}} \quad (\text{I.30})$$

Dans le cas d'un écoulement idéal (sans frottements internes), le tenseur des contraintes totales se réduit uniquement à l'effet de la pression hydrostatique, et cela devient :

$$\overline{\overline{P}}_{\text{idéal}} = - \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}$$

Pour le cas d'un fluide incompressible, Newtonien et visqueux, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement représente l'équation de Navier-Stokes sous forme vectorielle écrit comme suit :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} (\vec{V} \cdot \nabla) \right] = \rho \vec{F} - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{I.31})$$

Pour les écoulements non visqueux ($\mu=0$), l'équation (I.20) est connue sous le nom de l'équation d'Euler à savoir [16-21]:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} (\vec{V} \cdot \nabla) \right] = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{F} \quad (\text{I.32})$$

I.5.3 Equation d'énergie

L'équation d'énergie est basée sur l'équation thermodynamique, elle est utilisée sous la forme suivante [16-22] :

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} T) + \Phi \quad (\text{I.33})$$

Où: Φ est la fonction de dissipation, représentant l'équivalent thermique de l'énergie mécanique liée à la dissipation visqueuse et les efforts de cisaillement :

$$\Phi = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \tau_{ij} = \mu \left[2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 \right. \\ \left. \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right] + \lambda \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2$$

$\frac{Dh}{Dt}$: représente la variation d'enthalpie (dérivée particulaire)

$\frac{Dp}{Dt}$: le taux de travail des efforts de pression.

$\nabla(\lambda \nabla T) = \text{div} (\lambda \overline{\text{grad} T})$: le transfert de chaleur par conduction dans le fluide.

λ : est le coefficient de conductivité thermique.

En introduisant la chaleur massique à pression constante $C_p = \frac{\partial h}{\partial T}$ et le coefficient de dilatation cubique à pression constante γ , on écrit l'équation d'énergie sous la forme suivante:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \gamma T \frac{Dp}{Dt} + \vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} T) + \Phi \quad (\text{I.34})$$

Chapter II : Étude théorique de l'écoulement autour d'une sphère



II.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présentera une étude théorique de l'écoulement de fluide autour d'une sphère. Dans un premier temps, on va présenter la théorie des écoulements potentiels et le principe de superpositions des écoulements simples qui nous permettra d'étudier l'écoulement autour d'une sphère. Ensuite, cette théorie sera appliquée pour étudier le problème en question dans deux cas : sans et avec circulation

II.2 Théorie des écoulements potentiels

Les écoulements potentiels plans admettent à la fois le potentiel Φ et la fonction courant Ψ qui sont toutes les deux des harmoniques (solutions de l'équation de Laplace). D'autre part, les équations montrent que le potentiel Φ et la fonction courant Ψ vérifient les conditions de Cauchy-Riemann :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II. 1})$$

Nous déduisons alors que Φ et Ψ sont des fonctions harmoniques conjuguées. Cette propriété mathématique nous permet dans un premier temps de montrer que les courbes d'iso-valeurs de Φ et de Ψ constituent un réseau orthogonal appelé *réseau hydrographique*.

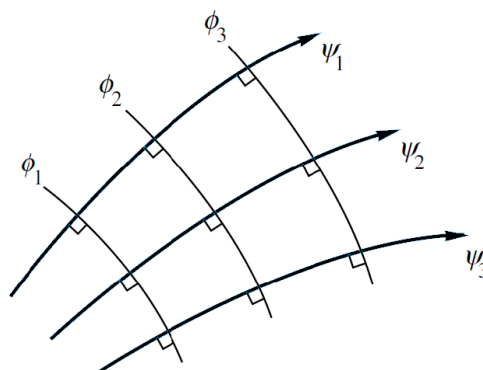


Fig. II.1: Réseau hydrographique orthogonal [18].

Elle nous permet également de définir, dans un deuxième temps, le potentiel complexe $f(z)$ comme une fonction de la variable complexe $z = x + iy$ définie par :

$$f(z) = \Phi(x, y) + i \Psi(x, y) \quad (\text{II.2})$$

D'après la théorie des fonctions holomorphes, nous définissons autant la vitesse complexe $w(z)$ par dérivation du potentiel complexe $f(z)$. Elle s'écrit comme suit :

$$w(z) = \frac{df}{dz} = u(x, y) - i v(x, y) \quad (\text{II.3})$$

La connaissance du potentiel complexe $f(z)$ nous permet alors de remonter à toutes les caractéristiques de la dynamique de l'écoulement potentiel. Réciproquement, toute fonction holomorphe peut jouer le rôle de potentiel complexe d'un écoulement potentiel plan. D'après la linéarité du problème, la superposition de deux fonctions potentielles complexes permet de définir une troisième configuration d'écoulement. En pratique, nous disposons d'une série d'écoulements potentiels élémentaires dont les fonctions potentiels complexes sont bien connues et répertoriées. L'étude d'une nouvelle situation d'écoulement s'approche par une superposition de quelques-unes parmi ces potentiels élémentaires. Une telle démarche se base en grande partie sur l'intuition physique.

II.3 Ecoulements simples

II.3.1 Ecoulement uniforme

Soit le potentiel complexe :

$$F(z) = a z \quad \text{avec} \quad a = U e^{-i\alpha} \quad (\text{II.4})$$

L'écoulement potentiel correspondant est un écoulement uniforme à la vitesse U faisant un angle α avec l'axe des x . En adoptant l'écriture trigonométrique $z = r e^{i\theta}$, la partie imaginaire de f s'écrit :

$$\text{Im}(f(z)) = U r \sin(\theta - \alpha) \quad (\text{II.5})$$

les lignes de courant définies par la relation $\Psi = cte$ sont données par l'équation :

$$\theta = \alpha + k\pi \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{II.6})$$

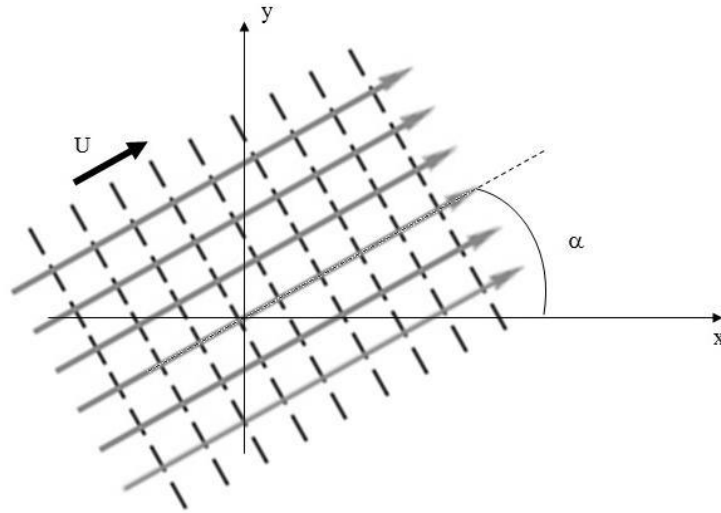


Fig. II.2: Ecoulement uniforme.

II.3.2 Ecoulement source ou puits

Soit le potentiel complexe suivant :

$$F(z) = \frac{Q}{2\pi} \log z \quad (\text{II.7})$$

Où Q est une constante réelle. Ce potentiel correspond à un écoulement source ($Q > 0$) ou puits ($Q < 0$) de débit Q situé à l'origine. Ce potentiel s'écrit également :

$$F(z) = \frac{Q}{2\pi} r + i \left(\frac{Q\theta}{2\pi} \right) \quad (\text{II.8})$$

Les lignes de courant sont alors des droites concourantes et les surfaces équipotentiellles sont des cercles concentriques à l'origine définies respectivement par :

$$\theta = \text{cte} \quad \text{et} \quad r = \text{cte} \quad (\text{II.9})$$

Le réseau hydrographique se présente alors comme suit :

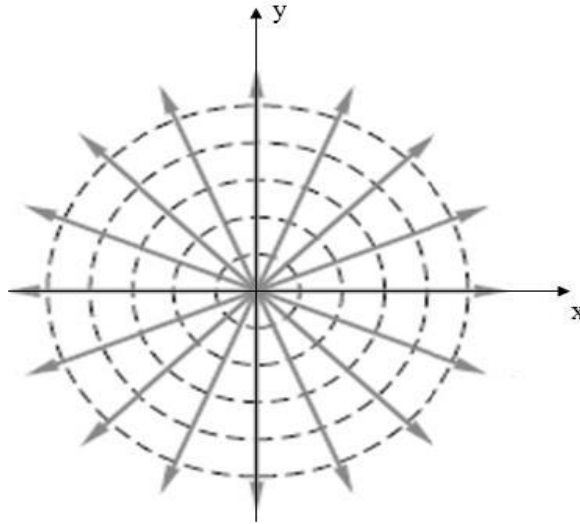


Fig. II.3 : Ecoulement source.

La vitesse complexe s'écrit

$$w(z) = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{z} = \frac{Q}{2\pi r} e^{-i\theta} \quad (\text{II.10})$$

Le champ de vitesse est alors radial :

$$U_r = \frac{Q}{2\pi r} \quad (\text{II.11})$$

Cette vitesse montre une singularité à l'origine où elle devient infinie. La conservation du débit s'écrit :

$$\int_C U_r r d\theta = Q = cte \quad (\text{II.12})$$

Où C'est un contour fermé incluant la source ou le puits. Ce résultat peut être généralisé à une source ou puits placée en un point z_0 . Le potentiel complexe s'écrit alors dans ce cas

$$F(z) = \frac{Q}{2\pi} \log(z - z_0) \quad (\text{II.13})$$

La vitesse complexe est donnée par la relation suivante :

$$w(z) = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{(z-z_0)} \quad (\text{II.14})$$

II.3.3 Écoulement d'un vortex ou tourbillon

Le tourbillon, comparé à un écoulement source ou puits, est un écoulement potentiel où les fonctions courant et potentiels s'échangent de rôles. Son potentiel complexe s'écrit :

$$F(z) = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \log(z - z_0) \quad (\text{II.15})$$

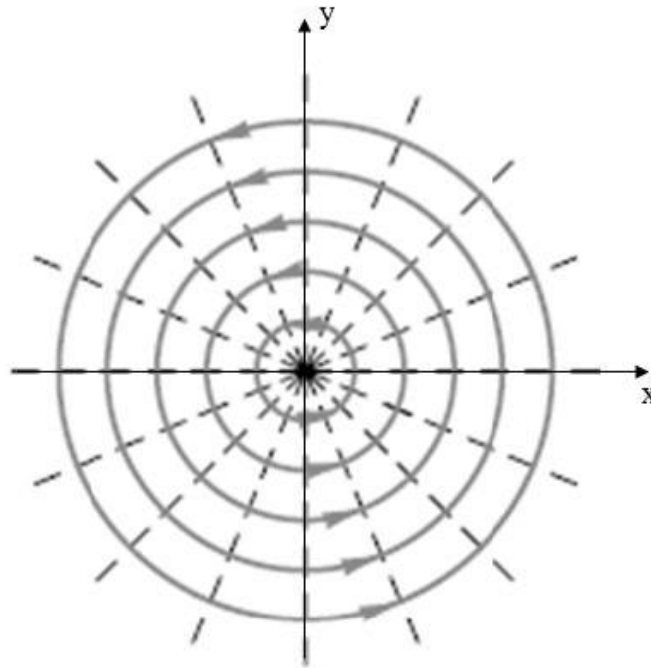


Fig. II.4 : Ecoulement tourbillon.

Γ est une constante réelle caractéristique du tourbillon. Elle correspond à la circulation du vecteur vitesse le long d'une ligne de courant fermée.

Les lignes de courant et les surfaces équipotentiels sont alors définies respectivement par :

$$r = \text{cte} \quad \text{et} \quad \theta = \text{cte} \quad (\text{II.16})$$

La vitesse complexe s'écrit :

$$w(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(z-z_0)} \quad (\text{II.17})$$

La conservation de la circulation pour cet écoulement s'écrit :

$$\int_{\substack{\text{ligne de} \\ \text{courant fermée}}} \vec{V} \cdot \overrightarrow{dr} = \Gamma = cte \quad (\text{II.18})$$

Cette conservation s'écrit alors :

$$V r = \frac{\Gamma}{2\pi} \quad (\text{II.19})$$

Ce qui montre qu'il y aura une singularité à l'origine où la vitesse devient infinie.

II.3.4 Écoulement d'un dipôle ou d'un doublet

Soit l'écoulement résultant de la superposition d'une source et d'un puits de même débit Q placés en deux points symétriques par rapport à l'origine O distants d'une distance $2a$.

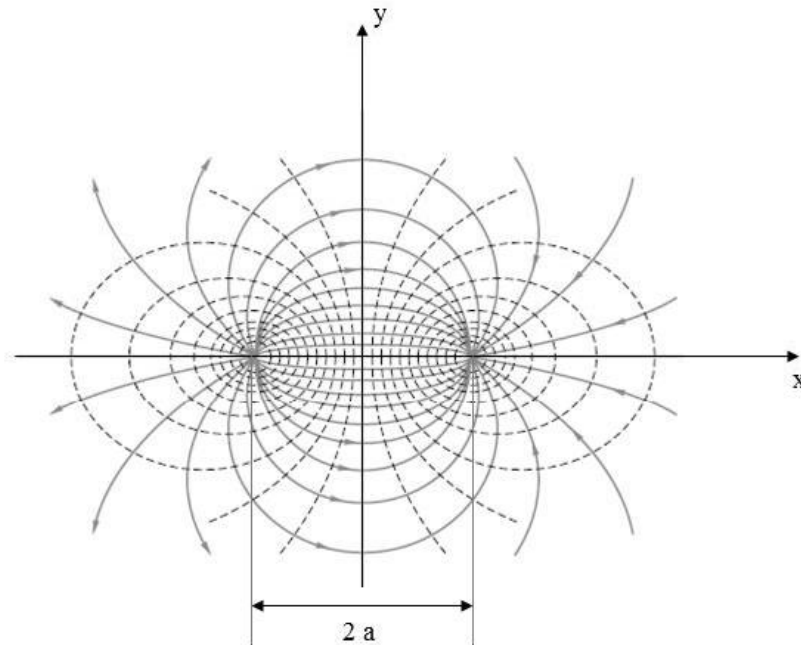


Fig. II.5: Superposition source - puits.

Le potentiel caractéristique de cet écoulement obtenu par superposition s'écrit :

$$f(z) = \frac{Q}{2\pi} [\log(z + a) - \log(z - a)] \quad (\text{II.20})$$

Il permet d'obtenir le réseau hydrographique montré à la Fig. II.6 ci-dessus.

Si on fait tendre la distance a vers 0 tout en gardant le produit aQ constant :

$$\frac{aQ}{\pi} = k = \text{cte} \quad (\text{II.21})$$

Un développement limité à l'ordre 2 permet d'approximer ce potentiel comme suit :

$$f(z) \approx \frac{aQ}{\pi z} = \frac{k}{z} \quad (\text{II.22})$$

Cet écoulement potentiel correspond à un doublet centré à l'origine dont le réseau hydrographique se montre comme suit :

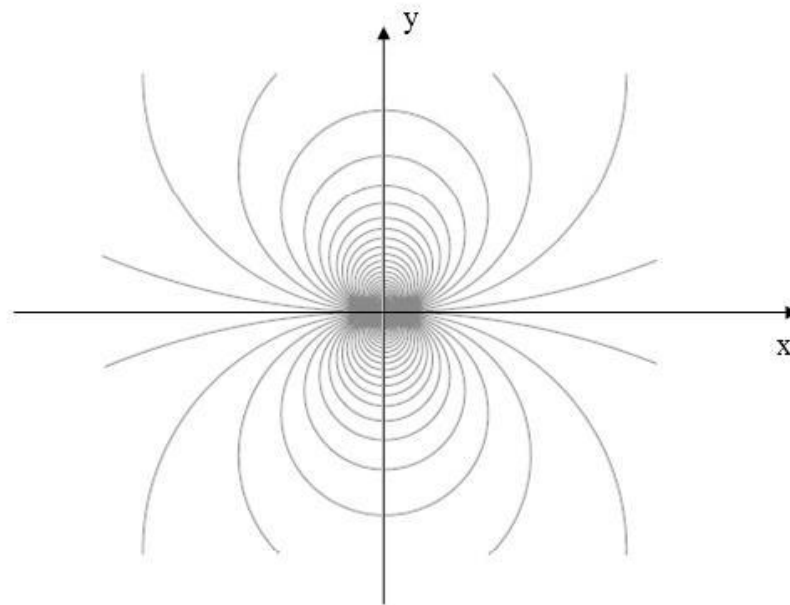


Fig. II.6 : Ecoulement d'un doublet.

II.4 Méthode de superposition : étude de l'écoulement potentiel autour d'une sphère

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'étudier le possible écoulement potentiel autour d'une sphère, fixe ou en rotation autour de son axe, placé dans un écoulement uniforme.

II.4.1 Écoulement potentiel autour d'une sphère non portante

Le potentiel obtenu par la superposition d'un écoulement uniforme et d'un doublet placé à l'origine peut se mettre sous la forme :

$$f(z) = U_{\infty} \left(z + \frac{a^2}{z} \right) \quad (\text{II.23})$$

La vitesse complexe correspondante est alors :

$$w(z) = U_{\infty} \left(1 - \frac{a^2}{z^2} \right) \quad (\text{II.24})$$

Un calcul élémentaire montre que les fonctions Φ et Ψ s'écrivent :

$$\Phi = U_{\infty} \left(r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta \quad (\text{II.25})$$

$$\Psi = U_{\infty} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta \quad (\text{II.26})$$

Nous déduisons les résultats suivants

1. L'expression du potentiel complexe montre qu'à l'infini ($z \rightarrow \infty$) l'écoulement est uniforme de vitesse U_{∞} et qu'au voisinage de l'origine ($Z \rightarrow 0$), il s'identifie à l'écoulement d'un doublet.
2. L'expression de vitesse montre qu'il existe une ligne de courant particulière correspondant à la valeur constituée par l'axe des abscisses (ox) et le cercle de rayon $r = a$ centré à l'origine.
3. L'expression de la vitesse complexe montre que les deux points d'intersection de ce cercle de rayon a et l'axe (ox) sont des points d'arrêt ($W(z = \pm a) = 0$).

4. Nous identifions cet écoulement à l'écoulement potentiel autour d'une sphère centrée en O comme le montre la figure suivante.

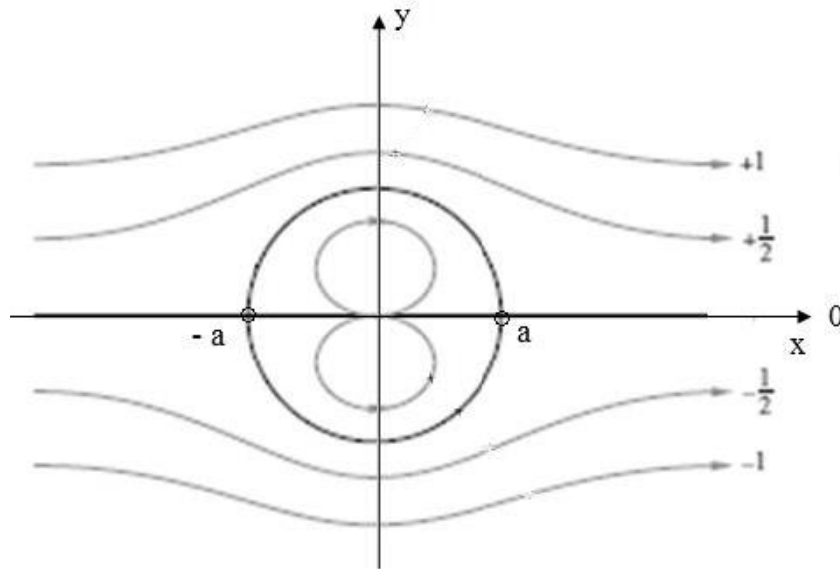


Fig. II.7 : Ecoulement autour d'une sphère.

Les particules fluides qui se trouvent initialement à l'intérieur du cercle de rayon a sont condamnées à y rester quel que soit le temps ultérieur.

II.4.2 Effort exercé sur une sphère - Paradoxe d'Alembert

En partant les expressions des vitesses, nous déduisons les expressions des composantes polaires du champ de vitesse de l'écoulement autour du cylindre qui s'écrivent :

$$U_r(r, \theta) = U_\infty \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cos \theta \quad (\text{II.27})$$

$$U_\theta(r, \theta) = -U_\infty \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \sin \theta \quad (\text{II.28})$$

Compte tenu des propriétés de stationnarité, d'irrationalité et de fluide parfait de cet écoulement, le théorème de Bernoulli permet de déduire dans ce cas la pression à partir de la relation suivante :

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_\infty}{\rho g} + \frac{U_\infty^2}{2g} \quad (\text{II.29})$$

$$p = p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho (U_{\infty}^2 - v^2) \quad (\text{II.30})$$

Ce résultat montre, compte tenu de l'imperméabilité du cylindre ($U_r(r = a, \theta) = 0$) et que la pression est distribuée sur le cylindre selon la relation suivante :

$$p = p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 [1 - 4 \sin^2 \theta] \quad (\text{II.31})$$

Cette répartition montre que la pression est maximale sur le cylindre au niveau des points d'arrêt. Elle est souvent décrite par l'intermédiaire d'un coefficient adimensionnel dit coefficient de pression C_p donné par :

$$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta \quad (\text{II.32})$$

L'effort exercé par l'écoulement potentiel sur le cylindre est un effort de pression qui s'écrit :

$$\mathbf{F}_{\text{eclt} \rightarrow \text{cylindre}} = \int_{\text{cylindre}} p(r = a, \theta) a \mathbf{u}_r \, d\theta$$

Comme la distribution de la pression sur le cylindre est symétrique par rapport à θ , Cet effort est ainsi nul.

Ce résultat stipule l'absence de tout effort exercé par l'écoulement potentiel sur le cylindre. Ceci implique qu'un cylindre se déplaçant dans un fluide au repos supposé parfait ne subit aucun effort de traînée, ce qui est évidemment contredit par les simples observations de la vie courante. Ce paradoxe est appelé en mécanique des fluides *le paradoxe d'Alembert*.

II.4.3 Écoulement potentiel autour d'une sphère en rotation

Si on superpose au potentiel précédent un tourbillon à l'origine de circulation caractéristique Γ . Le nouveau potentiel résultant s'écrit alors :

$$f(z) = U_{\infty} \left(z + \frac{a^2}{z} \right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \log z \quad (\text{II.33})$$

La vitesse complexe correspondante est :

$$\omega(z) = U_{\infty} \left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z} \quad (\text{II.34})$$

Nous vérifions que ce nouvel écoulement garde le cercle de rayon a comme ligne de courant. En effet, si on se place sur ce cercle ($z = ae^{i\theta}$) ce potentiel s'écrit :

$$f(z) = \left(2a \cos \theta U_{\infty} + \frac{\Gamma \theta}{2\pi}\right) - i \left(\frac{\Gamma \log a}{2\pi}\right) \quad (\text{II.35})$$

Cependant concernant les points d'arrêt, trois cas s'envisagent. En effet, ces points sont solutions de l'équation $w=0$, ce qui nous ramène à résoudre :

$$z^2 - \left(\frac{i\Gamma}{2\pi U_{\infty}}\right) z - a^2 U_{\infty} = 0 \quad (\text{II.36})$$

Si $|\Gamma| < 4\pi a U_{\infty}$: cette équation admet deux solutions conjuguées

$$z = ae^{\pm i\gamma} \quad \text{avec} \quad \sin \gamma = \frac{\Gamma}{4\pi a U_{\infty}} \quad (\text{II.37})$$

L'écoulement admet alors deux points d'arrêt sur le cercle de rayon a symétriques par rapport à l'axe des ordonnées. Voir figure II.8.

Si $|\Gamma| = 4\pi a U_{\infty}$: cette équation admet une solution double $z=ia$. L'écoulement admet alors un unique point d'arrêt sur le cercle de rayon a d'affixe z . Voir figure II.9.

Si $|\Gamma| > 4\pi a U_{\infty}$: cette équation admet deux solutions non situées sur le cercle dont une seule est à l'extérieur. L'écoulement extérieur admet dans ce cas un unique point d'arrêt comme le montre la figure II.10

Ces situations d'écoulement potentiel s'approchent de l'écoulement observé autour d'un cylindre placé dans un écoulement uniforme et animé d'une rotation autour de son axe à la vitesse.

$$\omega = \frac{\Gamma}{2\pi a^2} \quad (\text{II.38})$$

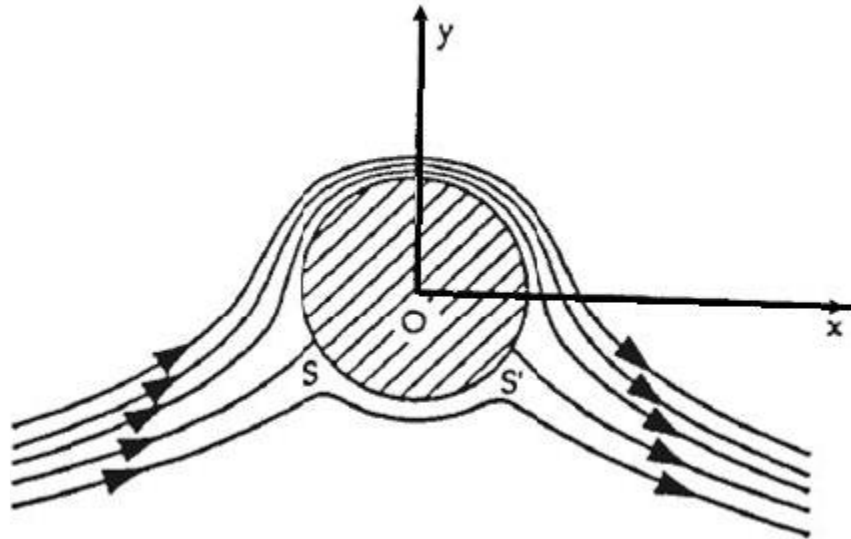


Fig. II.8 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $|\Gamma| < 4\pi aU_\infty$.

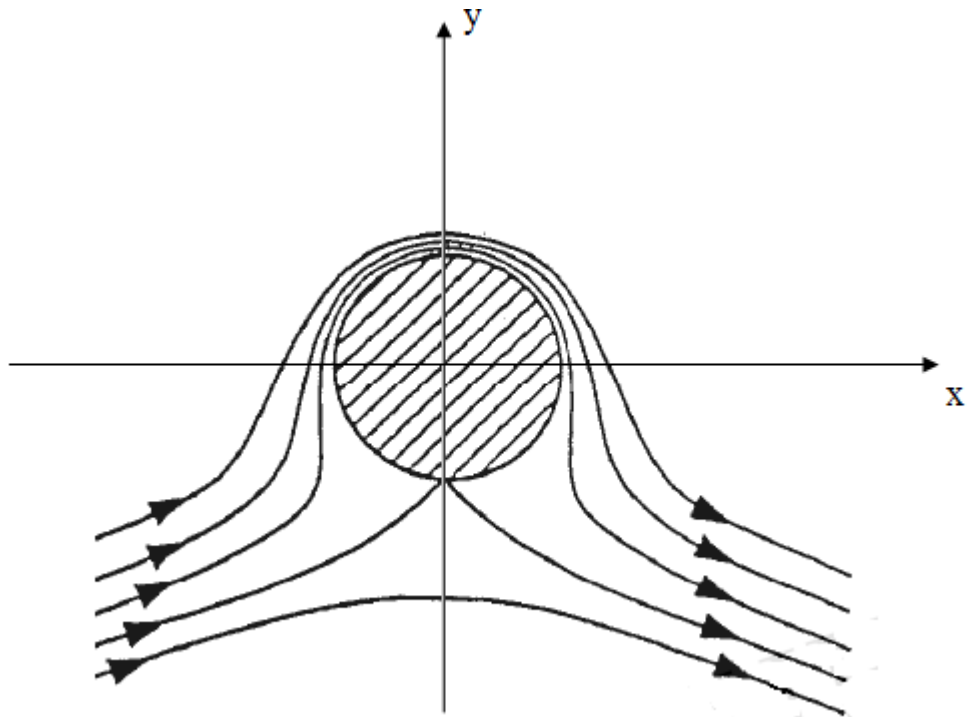


Fig. II.9 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $|\Gamma| = 4\pi aU_\infty$.

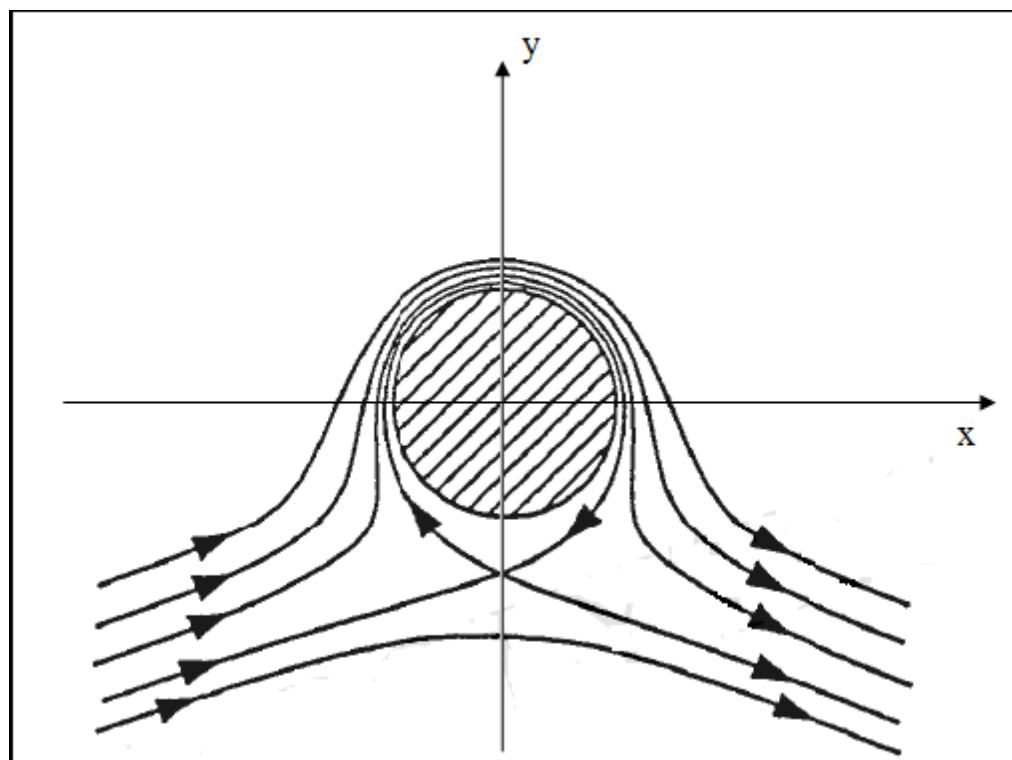


Fig. II.10 : Écoulement autour d'une sphère en rotation, $|\Gamma| > 4\pi aU_\infty$.

Chapter III : Modélisation et simulation numérique

III.1 Introduction

La simulation est définie comme l'utilisation ou l'analyse de modèles relatifs à un certain système afin d'étudier le comportement de ce dernier dans une situation donnée. Il s'agit de la première méthode de simulation et de la suite logique de la modélisation. En conséquence, le système étudié devient plus adaptable. Les études paramétriques sont simples à réaliser.

III.2 Motivation du présent travail

Les écoulements externes ne sont pas conditionnés, ils sont libres de se dilater quelle que soit l'épaisseur des couches visqueuses. Bien que la théorie de la couche limite et la dynamique des fluides computationnelle (CFD) soient utiles pour comprendre les écoulements externes, les géométries complexes des corps nécessitent généralement des données expérimentales sur les forces et les moments causés par l'écoulement.

De tels écoulements de corps immergés sont couramment rencontrés dans les études d'ingénierie : aérodynamique (avions, fusées, projectiles), hydrodynamique (navires, sous-marins, torpilles), transport (automobiles, camions, cycles), ingénierie éolienne (bâtiments, ponts, châteaux d'eau, éoliennes) et ingénierie océanique (bouées, brise-lames, pilotis, câbles, instruments amarrés).

En général, le coefficient de traînée dépend fortement du nombre de Reynolds. Par conséquent, la contribution de la traînée de frottement à la traînée totale pour les corps émoussés est moindre à des nombres de Reynolds plus élevés et peut être négligeable à des nombres de Reynolds très élevés. Dans ces cas, la traînée est principalement due à la traînée de pression. Aux faibles nombres de Reynolds, la plus grande partie de la traînée est due à la traînée de frottement. C'est notamment le cas pour les corps très profilés tels que les ailes. La traînée de frottement est également proportionnelle à la surface.

Dans ce cas, aucune séparation de l'écoulement ne se produit sur les côtés de la particule, et la traînée n'est due qu'au frottement visqueux provoqué par l'écoulement laminaire. Si l'objet a une forme sphérique, la traînée peut être déterminée analytiquement pour un écoulement laminaire en utilisant une solution développée en 1851 par George Stokes.

III.3 La discrétisation des N-S équations

III.3.1 Dérivation et description des équations de Navier-Stokes (N-S)

Comme le public le sait, la forme générale des équations qui décrivent le mouvement du fluide peut être écrite comme suit [23] [24] :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(\rho u \cdot u) = -\nabla p + \nabla \cdot t + f \quad (\text{III.1})$$

Dans l'équation ci-dessus, U est le vecteur vitesse du fluide, p est la pression d'écoulement, T est le tenseur des contraintes et f est considéré comme les forces du corps causées par l'environnement extérieur. Les forces du corps peuvent être diverses et un exemple courant des forces du corps est la gravité de l'écoulement. Dans certaines circonstances, les forces du corps peuvent être trop importantes pour être ignorées, par exemple, un écoulement électrostatique dans un champ électrique. Cependant, dans la plupart des cas, la gravité est la seule force du corps et son influence sur le mouvement du fluide est si faible qu'elle n'est normalement pas prise en compte. Sous les hypothèses d'un écoulement newtonien incompressible et d'une viscosité constante, les cas tels que l'onde sonore et l'onde de choc ne sont pas pris en considération, ce qui rend la situation plus raisonnable pour la discussion dans cet article. En outre, le terme transitoire est supprimé de l'équation. Ainsi, une équation simplifiée de la quantité de mouvement en régime permanent pour un écoulement incompressible newtonien est dérivée comme suit :

$$\nabla \cdot (\rho U U) = \nabla P + \mu \cdot \nabla^2 u \quad (\text{III.2})$$

Où μ est la viscosité constante du fluide.

Avec les mêmes hypothèses, l'équation de continuité pour un écoulement newtonien incompressible en régime permanent peut être écrite comme suit :

$$\nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (\text{III.3})$$

Où ρ est la densité constante du fluide.

Les équations (III.2) et (III.3) sont appelées équations de Navier-Stokes en mémoire de Claude-Louis Navier et George Gabriel Stokes.

(III.2) N-S Équations dans le système de coordonnées cartésiennes dans un cas bidimensionnel L'équation du moment u :

$$\nabla \cdot (\rho U u) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \quad (\text{III.4})$$

L'équation du Moment V

$$\nabla \cdot (\rho U v) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \quad (\text{III.5})$$

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.6})$$

III.3.2 Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis (MVF) est une méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles en équations algébriques [25] [26]. Pour la méthode des volumes finis, l'approche habituelle consiste à diviser l'espace physique en de nombreux petits sous-domaines appelés volumes de contrôle ou "cellules". La forme des cellules peut être arbitraire, les cellules triangulaires et rectangulaires étant les deux types les plus courants. Les équations aux dérivées partielles sont reformulées sur ces cellules et approximées par les valeurs nodales ou les valeurs centrales des volumes de contrôle

III.4 La discrétisation des équations 2-D N-S

III.4.1 Théorème de Gauss dans le cas d'une cellule polygonale bidimensionnelle

Le théorème de Gauss, ou en d'autres termes le théorème de la divergence, est la méthode de base utilisée pour discrétiser les équations N-S. Il peut être énoncé mathématiquement comme suit

$$\oint_V (\nabla \cdot F) \cdot dV = \oint_S (F \cdot \hat{n}) \cdot dS \quad (\text{III.7})$$

À partir de l'équation (III.7), nous avons une observation très intéressante : le théorème de Gauss transforme une intégrale de volume de la divergence d'un vecteur F en une intégrale de surface du même vecteur. Théoriquement, le volume peut avoir une forme arbitraire, de sorte que le volume peut certainement être polygonal. Dans ce cas, l'équation III.7 peut être reformulée comme suit

$$\oint_V (\nabla \cdot F) \cdot dV = \oint_S (F \cdot \hat{n}) \cdot dS = \sum_i F \cdot \hat{n} \cdot S_i \quad (\text{III.8})$$

Où \hat{n}_i représente le vecteur normal extérieur de la face i du volume et S_i représente l'aire de la surface de la face i . La figure. III.1 ci-dessous illustre une cellule polygonale typique que l'on voit couramment.

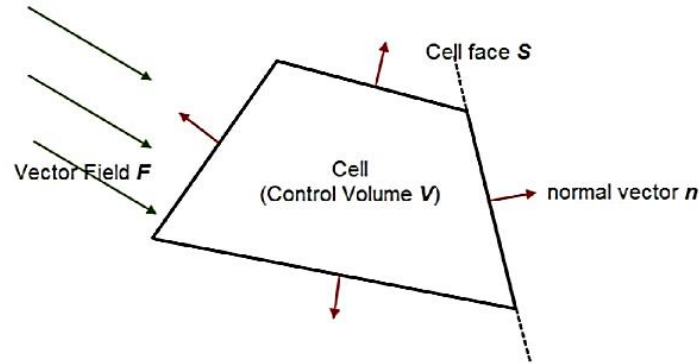


Fig.III.1: Une cellule polygonale typique

III.4.2 Discrétisation des équations N-S à deux dimensions par coulage du théorème de Gauss

En effectuant une intégration volumique aux équations (III.4), (III.5) et (III.6) et en appliquant le théorème de Gauss, nous obtenons :

$$\oint_V \nabla \cdot (pU \cdot u) \cdot dV = \oint_V \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot dV + \mu \cdot \oint_V \nabla^2 u \cdot dV$$

$$\Rightarrow \sum_i (\rho U \cdot \hat{n}_i \cdot u \cdot S_i)_{face} = \left(-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \cdot V \right)_{cell} + \mu \cdot \sum_i \nabla u \cdot \hat{n}_i \cdot S_i)_{face} \quad (III.9)$$

$$\oint_V \nabla \cdot (pU \cdot v) \cdot dV = \oint_V \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot dV + \mu \cdot \oint_V \nabla^2 u \cdot dV$$

$$\Rightarrow \sum_i (\rho U \cdot \hat{n}_i \cdot u \cdot S_i)_{face} = \left(-\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \cdot V \right)_{cell} + \mu \cdot \sum_i \nabla v \cdot \hat{n}_i \cdot S_i)_{face}$$

$$\oint_V \nabla \cdot (pU) \cdot dV = 0$$

$$\Rightarrow \sum_i (\rho U \cdot \hat{n}_i \cdot S_i)_{face} = 0$$

Après observation, nous constatons que le terme $U \cdot \hat{n}_i \cdot S_i$ est égal au flux massique de l'écoulement du fluide à travers la face i . Utilisons F ; pour représenter le flux massique. Les équations (III.9), (III.10) et (III.11) peuvent être données comme suit :

$$\sum_i (F_i \cdot u)_{face} = \left(-\frac{\partial P}{\partial y} \cdot V\right)_{cell} + \mu \cdot \sum_i \nabla u \cdot \hat{n}_i \cdot S_i)_{face} \quad (III.10)$$

$$\sum_i (F_i \cdot v)_{face} = \left(-\frac{\partial P}{\partial y} \cdot V\right)_{cell} + \mu \cdot \sum_i \nabla v \cdot \hat{n}_i \cdot S_i)_{face} \quad (III.11)$$

$$\sum_i (F_i)_{face} = 0 \quad (III.12)$$

Où $F = \rho U \cdot \hat{n}_i \cdot S_i$; est le flux de masse vers l'extérieur qui traverse la face. Si le flux va de l'intérieur vers l'extérieur, la valeur de F ; est positive. Dans le cas contraire, F ; est négatif. Les termes du côté gauche des équations (III.12) et (III.13) $F \cdot u$ et $F \cdot v$ sont appelés termes de convection car ils représentent la convection du fluide. Les deux termes du côté droit sont le terme de pression et les termes diffusifs, séparément. Les méthodes de calcul du terme convectif, du terme diffusif et du terme de pression seront expliquées en détail dans le chapitre suivant, une fois la structure de la grille bien établie.

III.4.3 Variables importantes des équations N-S discrétisées

A partir des équations (III.12), (III.13) et (III.14), nous pouvons trouver les variables importantes qui doivent être calculées inévitablement. Il s'agit de :

Flux massique du flux à travers la face, $F = \rho U \cdot \hat{n}_i \cdot S_i$

- 1) La vitesse d'écoulement U sur la face, ou ses composantes dans les directions x et y , u et v
- 2) La surface du visage S_i
- 3) Le vecteur normal du visage \vec{n}_i

- 4) Les gradients spatiaux des composantes de la vitesse sur le visage
- 5) Le volume de la cellule V_i
- 6) L'espace les gradients de pression des cellules dans les directions x et y.

Ces variables sont si importantes qu'elles sont non seulement essentielles aux équations N-S discrétisées, mais également cruciales pour construire la structure de la grille et décider où placer les paramètres physiques tels que les composantes de vitesse et de pression qui seront calculées et/ou interpolées sur les grilles de volumes finis.

III.4.4 Modèle physique et conditions aux limites

Le croquis géométrique du problème étudié est représenté sur la figure III.1. Le système est composé d'une cavité rectangulaire 2D avec une longueur de L ($L = 3$ m) et une hauteur de $H = L/3$ (mètres ou unités physiques). La cavité est dotée de deux ouvertures de ventilation, une entrée sur le côté gauche et une sortie sur le côté droit. La cavité contient une sphère solide lisse d'un diamètre de $H/10$.

Les conditions aux limites : à l'entrée, on considère une gamme de nombre de Reynolds (vitesse d'entrée) de 0,1 à 2200, et la pression à la sortie est fixée à une pression de 0 gage, près des parois, les vitesses aux parois latérales et à la surface de la sphère ont été fixées à zéro.

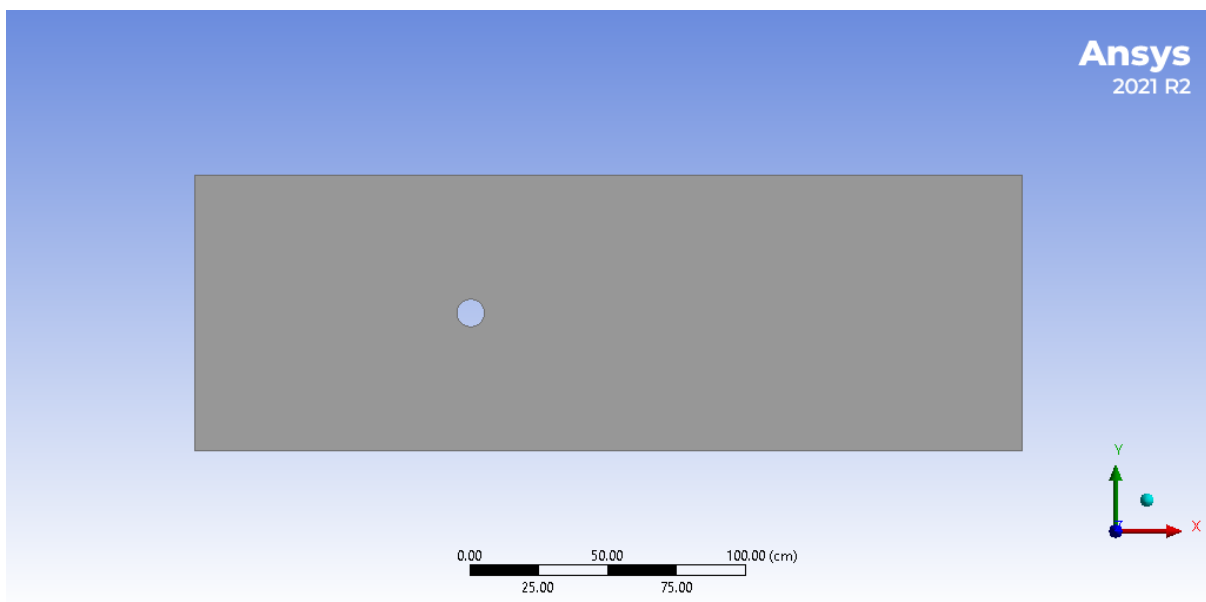


Fig.III.2: Modèle physique

III.4.5 Maillage

Il est bien connu que l'ensemble de la simulation repose sur la façon dont le domaine de calcul est transformé en petits éléments (volumes de contrôle). Ce processus, appelé maillage, est l'un des aspects les plus importants de toute simulation CFD, et doit être suffisamment précis pour prendre en compte la complexité de la géométrie et de l'écoulement et obtenir des résultats précis. En fonction de ce fait et sachant que les régions avec des gradients élevés doivent être identifiées et le maillage doit être raffiné en conséquence. Le maillage du domaine du problème étudié a été fait avec une attention particulière, un maillage très fin avec a été créé autour de la sphère d'une inflation jusqu'à 30 couches. Afin de capturer l'interaction entre l'écoulement fluide et la surface solide proche de sa paroi, le domaine fluide a également été raffiné à une taille d'environ 1 cm. Pour cela, les parois du domaine fluide ont été discrétisées d'un ration de 1/100, la sphère a été discrétisée d'un rapport d'environ 1/318. Le maillage et le détail du processus de maillage, ses caractéristiques, avec les différentes faces géométriques et entités volumiques attribuées sont présentés respectivement dans la Figure III.3 et la Figure III.4.

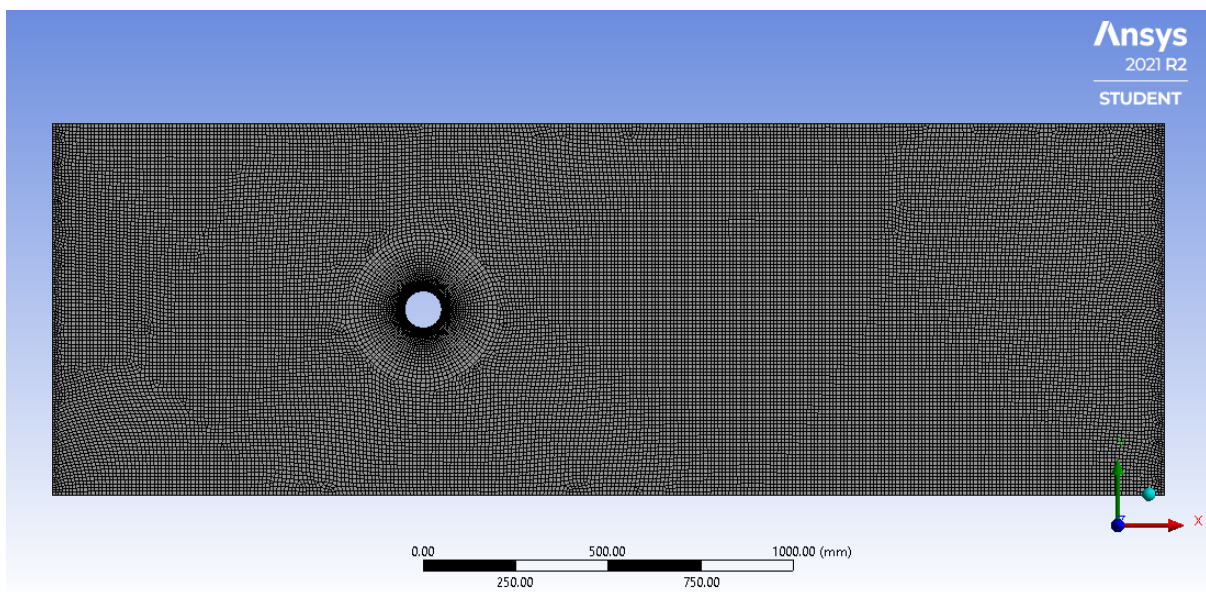


Fig.III.3: Maillage de simulation

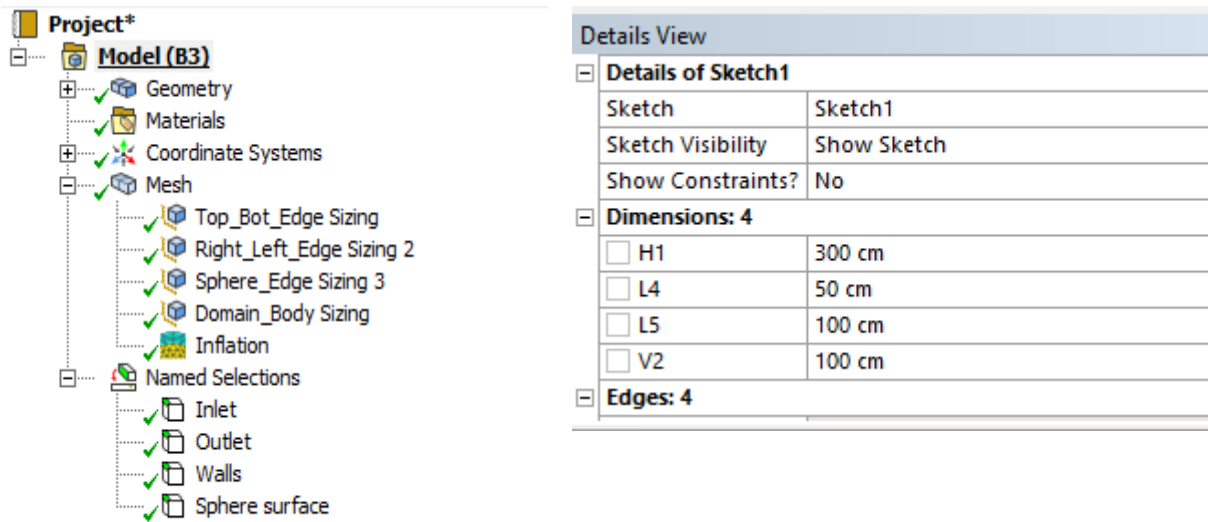


Fig.III.4 : différentes faces géométriques et entités volumiques

III.5 Résolution sous Fluent

Dans toutes ses versions, "Fluent" propose deux modes de calcul : le mode "double précision" et le mode "simple précision". Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire.

En outre, le mode "double précision" est recommandé, entre autres, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelle réduites : puisque la géométrie est en 2D, et que la géométrie est d'une longueur importante et le tube a une faible épaisseur. Par rapport au reste du domaine de calcul

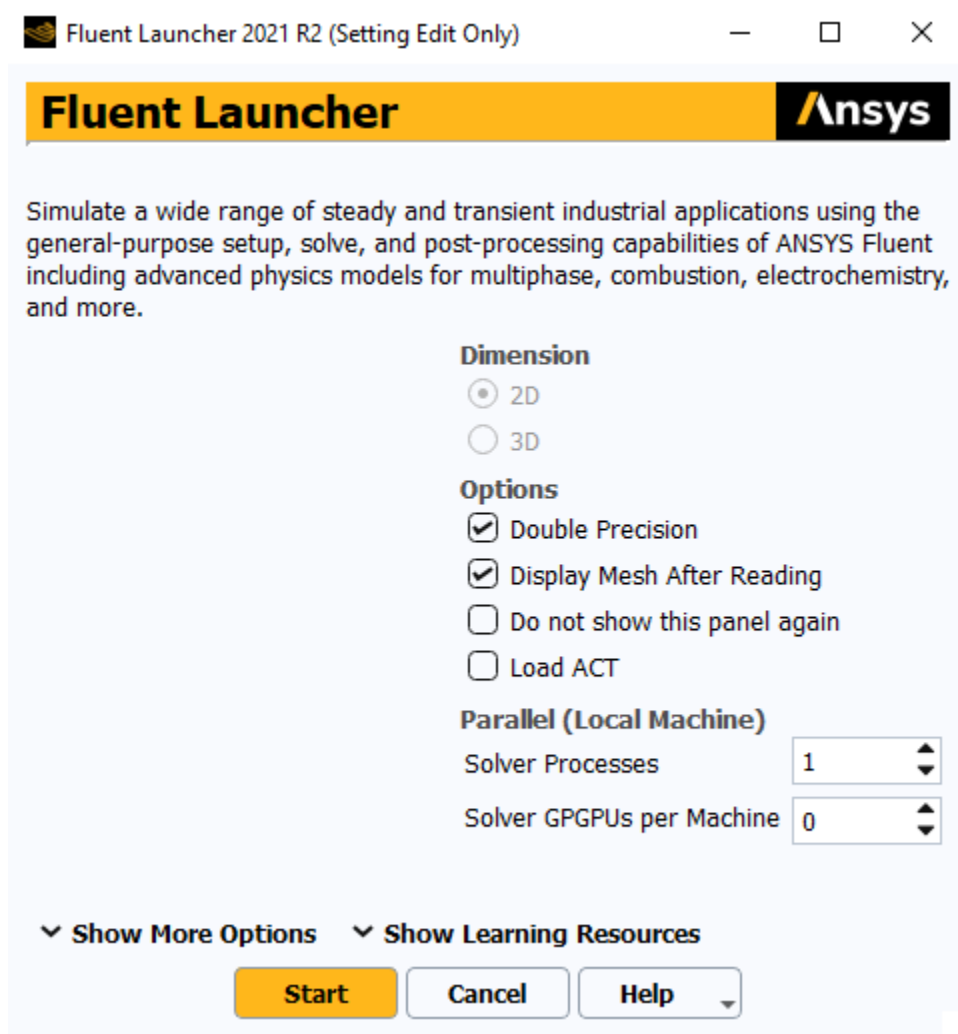


Fig.III.5 : Lanceur de Fluent

Le choix de la double précision 2D semble le plus approprié pour notre simulation, il est donc choisi comme suit [47].

Dans cette étape, nous allons définir un analyseur et définir les modèles physiques, les propriétés des matériaux, les conditions de la zone simulée

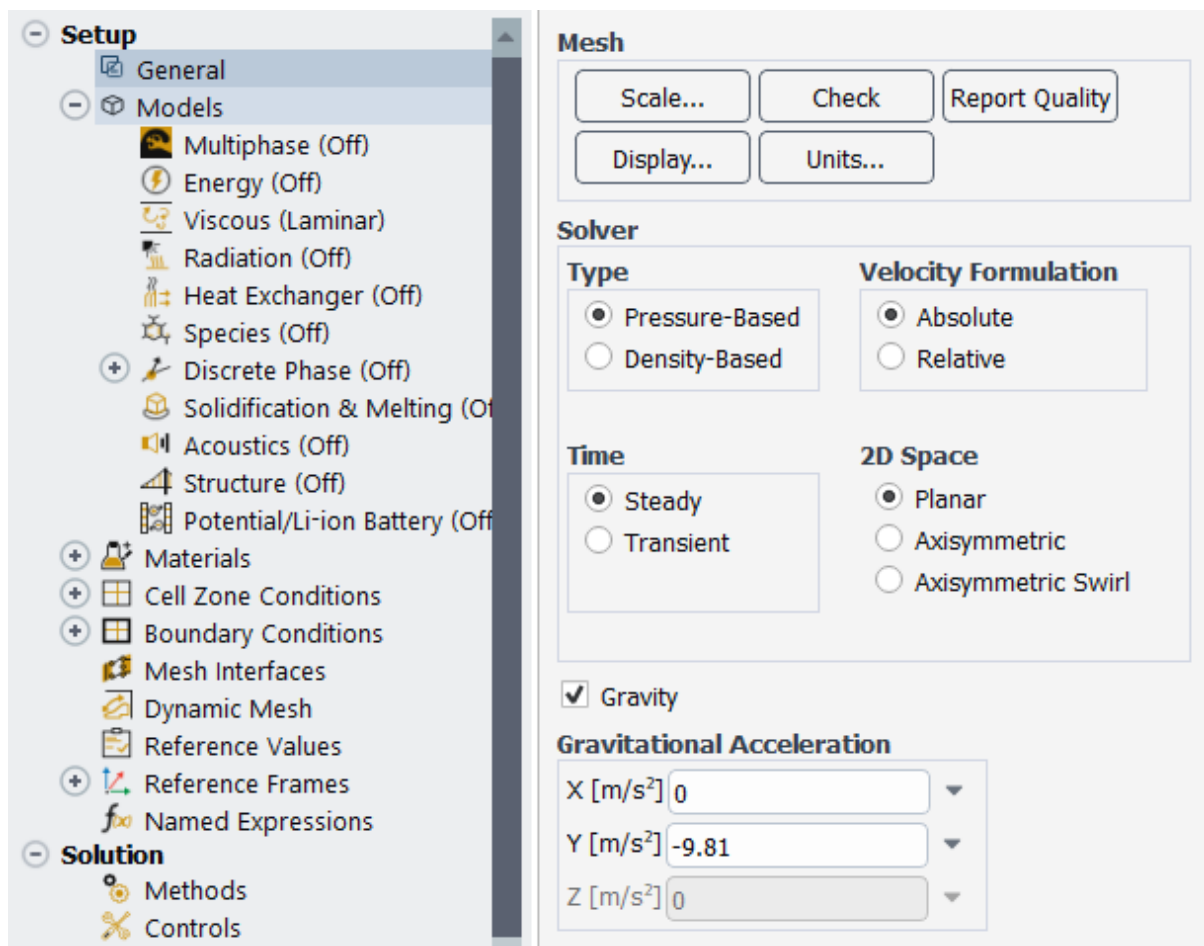


Fig.III.6 : Fenêtre générale

III.5.1 Boîte de dialogue du modèle visqueux

La boîte de dialogue Modèle visqueux permet de définir les paramètres d'un écoulement inélastique et laminaire.

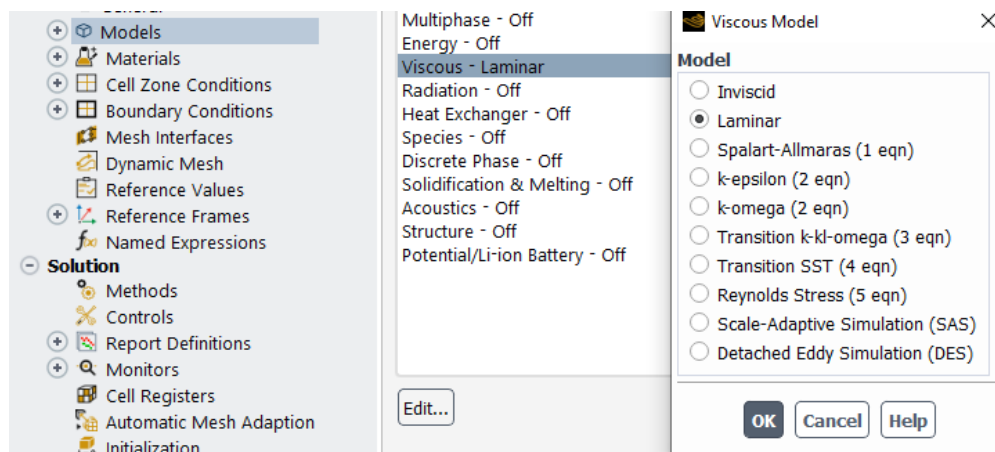


Fig.III.7 : Activer la boîte de dialogue du modèle

III.5.2 Définir les matériaux (fluide, solide)

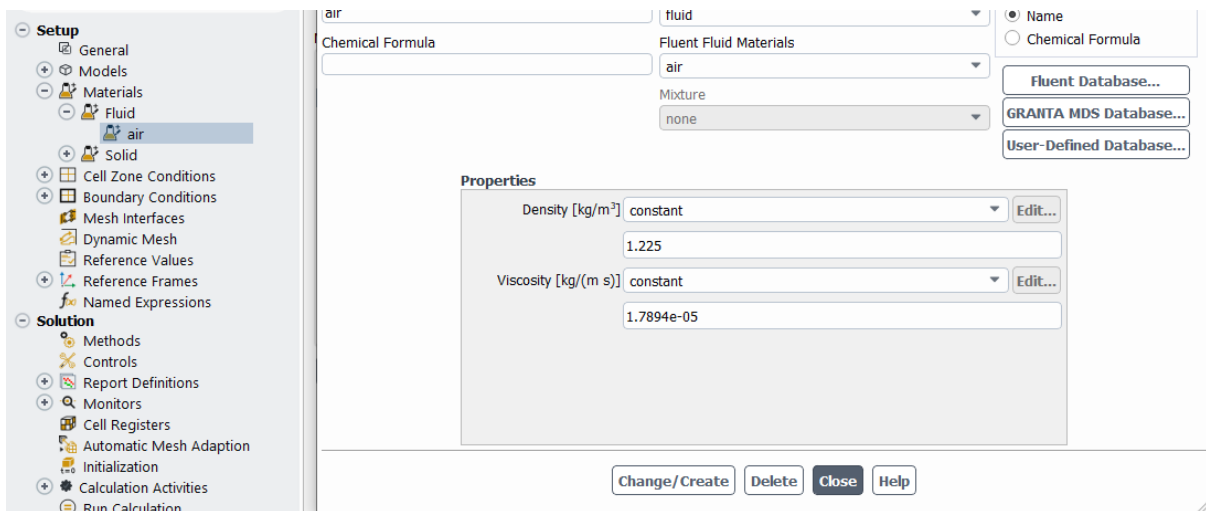


Fig.III.8: Définition des Matériaux

III.5.3 Conditions de la zone

Déterminer les matériaux à utiliser dans les conditions de la zone après avoir saisi leurs propriétés

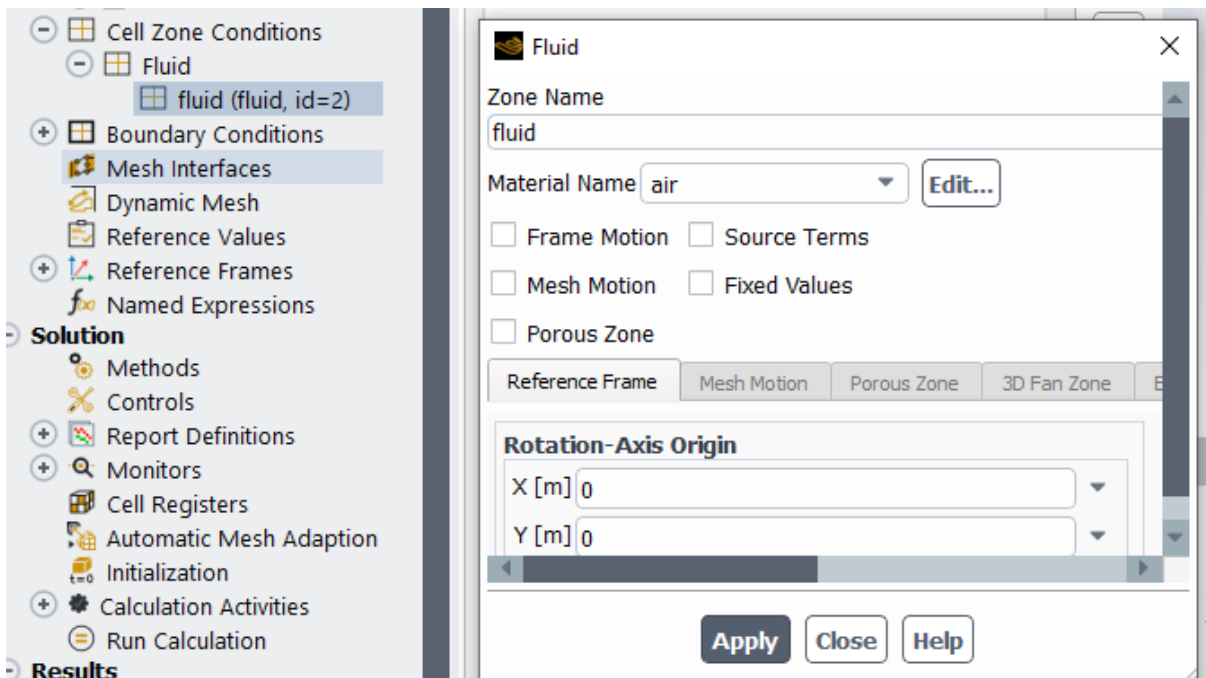


Fig.III.9 : Conditions de la zone

III.5.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour chaque frontière seront définies avec la fenêtre Conditions aux limites. On sélectionne alors, le bord concerné on introduit les conditions de bord associées

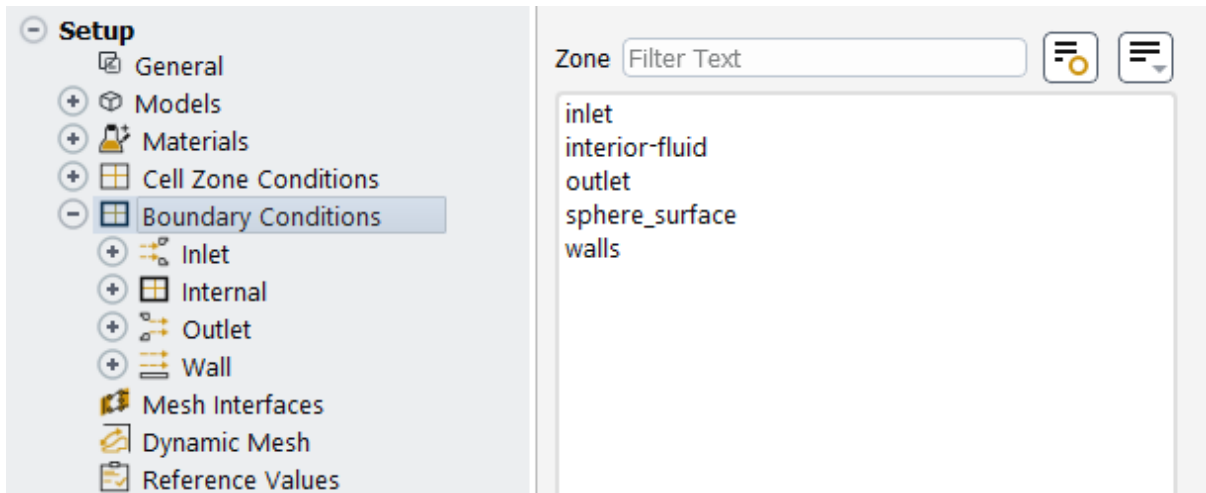


Fig.III.10 : Conditions limites

III.5.5 Valeurs de référence

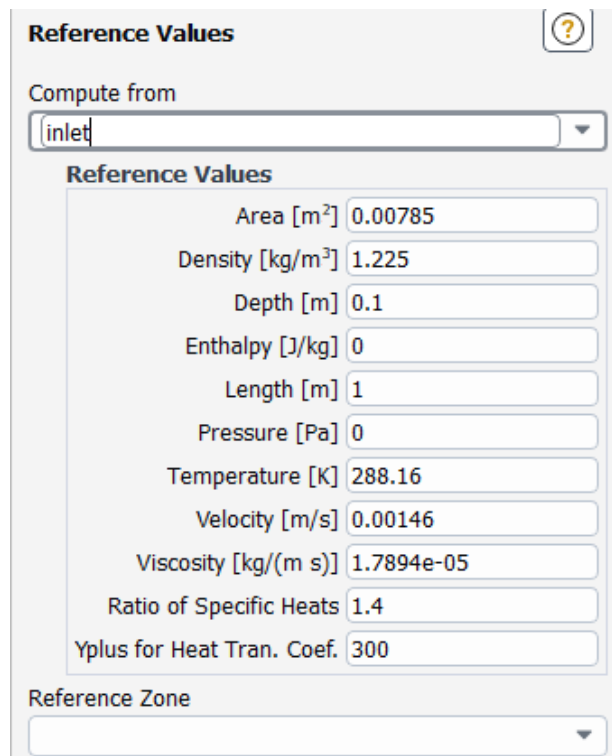


Fig.III.11: Valeurs de référence

III.5.6 Moniteur résiduel

Le résidu doit être spécifié afin d'obtenir des résultats précis.

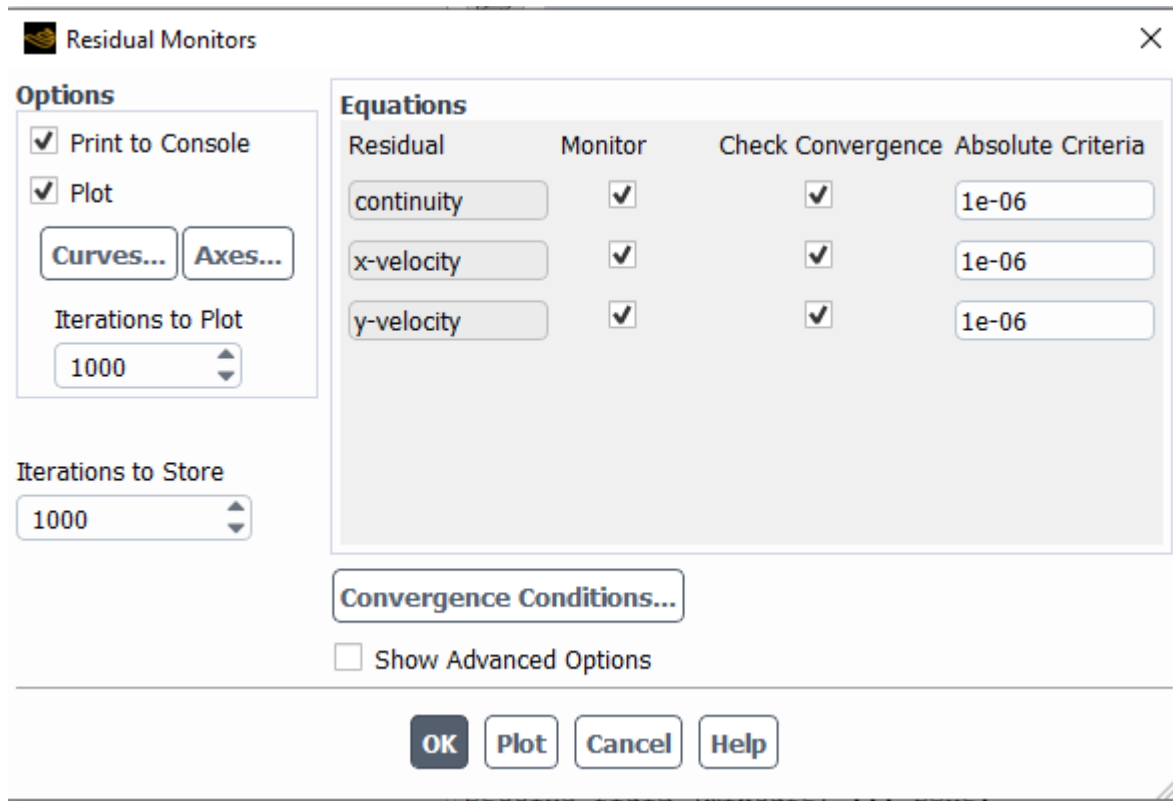


Fig.III.12 : Affiche les fenêtres Monitor résiduel

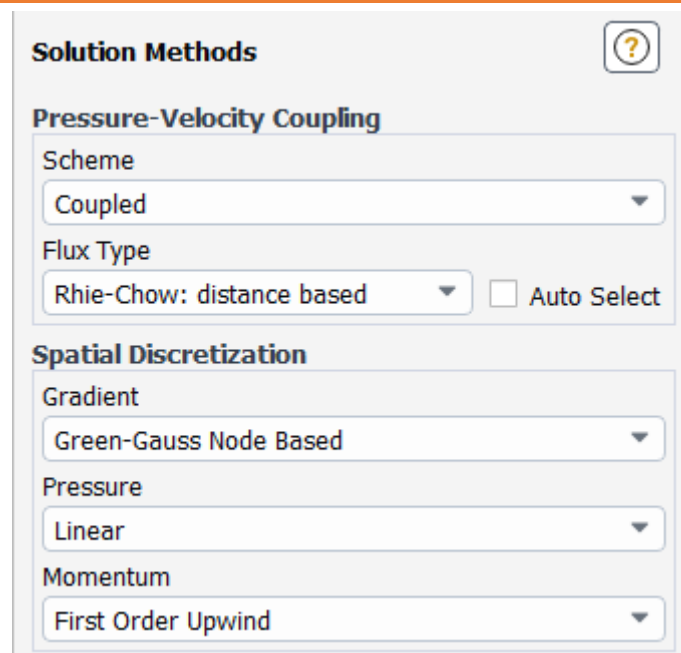


Fig.III.13 : Choix d'algorithme de calcul et "discretisation schèmes"

III.5.7 Run Calculation

La fenêtre "Run Calculation" permet d'initier les itérations de la solution et d'effectuer des calculs en fonction de l'itération pour obtenir les résultats.

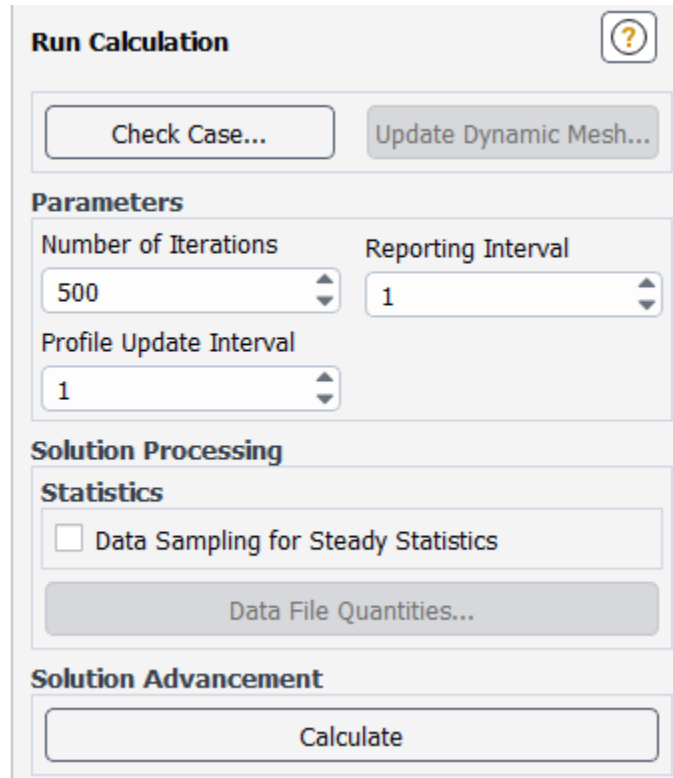


Fig.III.14 : Fenêtre Run Calculation

III.5.8 Interface résiduelle

Après la convergence, les résultats sont extraits et sauvegardés.

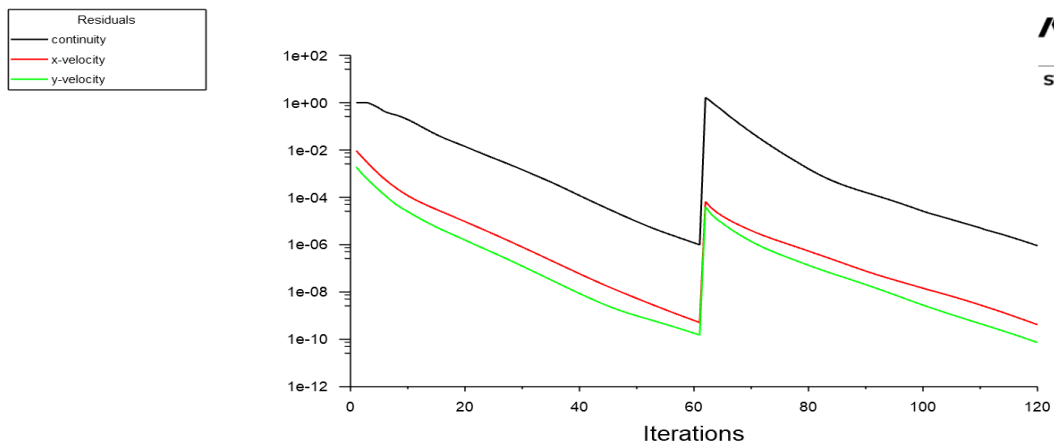


Fig.III.15 : Fenêtre résiduelle [48]

III.6 Conclusion

La présente étude donne une description détaillée de l'écoulement de séparation et de son effet sous un nombre élevé de Reynolds. La simulation de l'écoulement instationnaire 2D autour d'une sphère en utilisant la simulation numérique de la dynamique des fluides numériques au nombre de Reynolds.

Chapter IV : Résultats et discussion

IV.1 Introduction

Une séparation de l'écoulement autour d'une sphère rigide est une caractéristique indésirable de l'écoulement dans de nombreuses applications techniques. L'angle de séparation est important car il contrôle la taille de la perte de forme et la force de traînée créée par les sillages à l'arrière des tubes. Cet écoulement entraîne une augmentation de la traînée, une perte de perte de portance et une diminution de la récupération de pression, ce qui constitue un obstacle à ces applications. Comme la traînée estime dans une large mesure les coûts de fonctionnement du transport de fluides, la réduction de la traînée est une question de conception cruciale en ingénierie. Les chercheurs accordent donc une grande attention au contrôle de la séparation des flux.

IV.2 Étude de convergence et d'indépendance du maillage

Il suffit de peu de choses pour qu'une analyse par éléments finis produise des résultats. Mais, pour que les résultats soient précis, nous devons démontrer que les résultats convergent vers une solution et sont indépendants de la taille du maillage. Pour commencer, définissons quelques termes clés :

Convergence : La convergence du maillage détermine le nombre d'éléments nécessaires dans un modèle pour que les résultats d'une analyse ne soient pas affectés par une modification de la taille du maillage. La réponse du système (contrainte, déformation) convergera vers une solution reproductible avec une taille d'élément décroissante.

Indépendance du maillage : Après la convergence, un raffinement supplémentaire du maillage n'affecte pas les résultats. À ce stade, le modèle et ses résultats sont indépendants du maillage.

Nous pouvons ensuite tracer la déviation verticale maximale en fonction du nombre d'éléments du modèle. À un moment donné, la réponse du système converge vers une solution. Le raffinement du maillage (l'ajout d'éléments supplémentaires) a peu ou pas d'effet sur la solution.

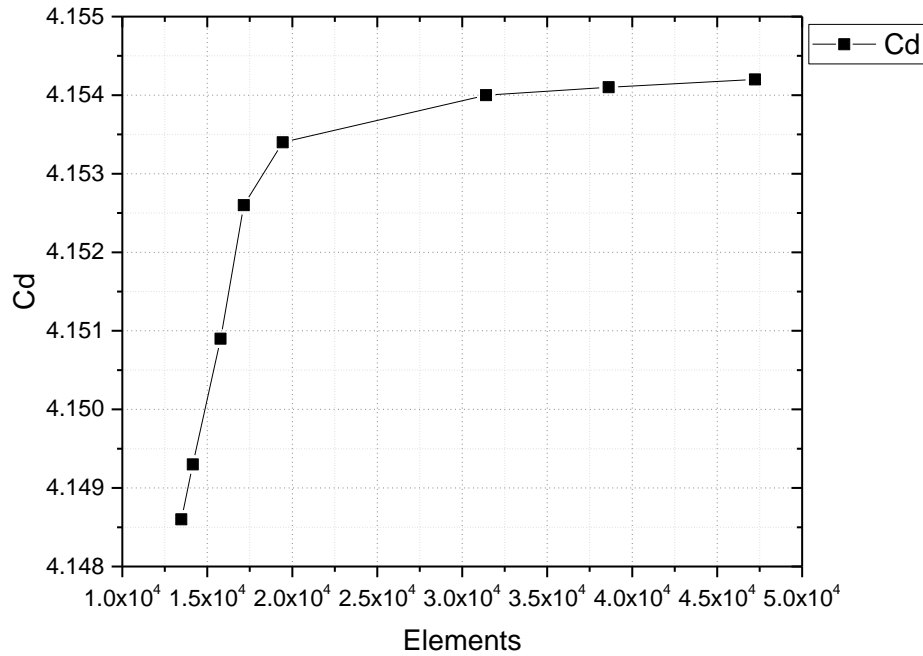


Fig.IV.1 : Résultat du test de maillage

Lorsque cela se produit, nous avons une solution convergente.

IV.3 Validation et vérification

Les résultats des calculs résumés et comparés aux données de la littérature dans les tableaux 2 et dans la Fig. 4 montrent un excellent accord des paramètres listés. Notez que dans ces tableaux, les coefficients de force sont définis par :

Tableau IV.1 : Comparaison des résultats obtenus avec les résultats de Fornberg [27] , Johnson and Patel [28] et Constantinescu et Squires [29].

Contribution	Re	C_D	Re	C_D	Re	C_D
Présent	100	1.185	250	0.872	300	0.705
Fornberg [27]	100	1.085	250	0.70	300	0.656
Johnson and Patel [28]	100	1.085	250	0.70	300	0.656
Constantinescu et Squires [29]	100	/	250	0.70	300	0.655

IV.4 Résultats et discussion

IV.4.1 Régimes d'écoulement autour d'une sphère solide

La Fig IV 2(a) montre les lignes de courant pour un écoulement le long d'une sphère à un faible nombre de Reynolds. 1, où cette région d'écoulement est appelée sillage en régime permanent [30] Lorsque le fluide passe dans les tubes, qui était réglé sur non glissement au mur, le fluide décélère près de la surface du tube et crée une fine couche, appelée couche limite, due à des effets visqueux.

L'écoulement est attaché à la surface du tube jusqu'à la formation d'un sillage, évident à l'arrière du tube. d'un sillage, évident à l'arrière du tube, où une partie du fluide s'écoule en sens inverse de l'écoulement principal. L'écoulement principal.

La vitesse maximale se produit à $\theta = 90^\circ$. Près de $\theta = 180^\circ$, la vitesse est minimale ou nulle. Zéro. C'est là que la circulation se produit, voir Fig. IV 2(b). Une très faible région de recirculation qui est attachée à l'arrière de la sphère a été observée à ce nombre de Reynolds.

Lorsque la valeur du nombre de Reynolds augmente, le sillage devient, plus large et plus long, et son point d'attache sur la sphère se déplace vers l'avant.

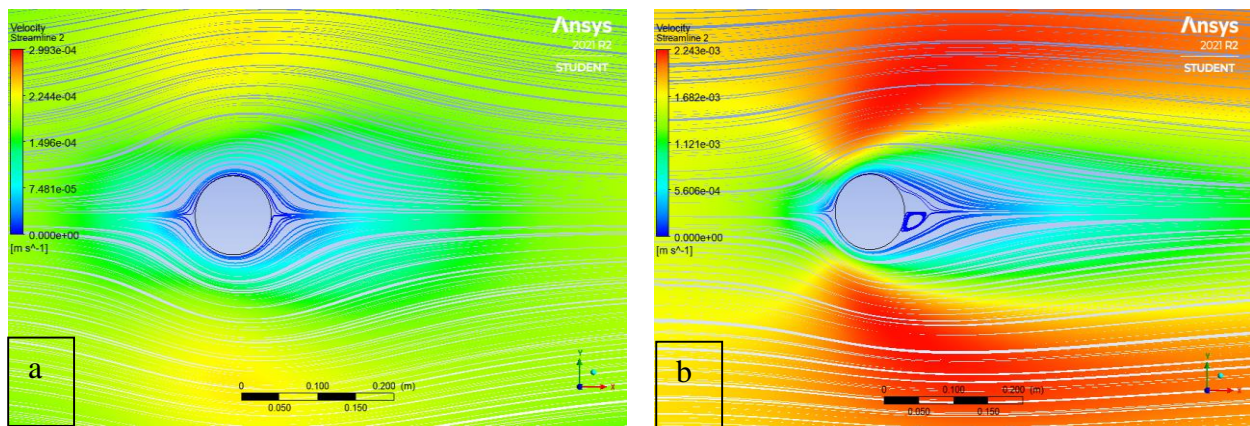


Fig.IV.2 : Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour (a) $Re = 1$ (b) $Re = 10$

Un début d'instabilité pour le sillage à l'arrière d'une sphère rigide se produit dans la gamme de $10 < Re < 20$

Cette région est appelée sillage instationnaire dans un écoulement laminaire. Comme le montre la Fig. IV 3(a) il y a l'apparition d'une faible période d'oscillation qui augmente avec le nombre de Reynolds, mais le sillage reste attaché à la sphère. L'écoulement à l'extérieur du

sillage est laminaire dans toute cette zone et reste laminaire jusqu'à environ $Re = 50$. A partir de ce schéma d'écoulement, les effets visqueux, ou traînée visqueuse, jouent un faible rôle dans la valeur du coefficient de traînée. La pression commence à dominer. La Fig. IV. 3(b) montre que la génération de verticité à la surface de la sphère dépasse de manière significative la diffusion et l'advection en aval.

Des poches de verticité commencent à se détacher de la pointe de la sphère et à influencer la moyenne et les fluctuations de la vitesse dans le champ lointain. Champ lointain.

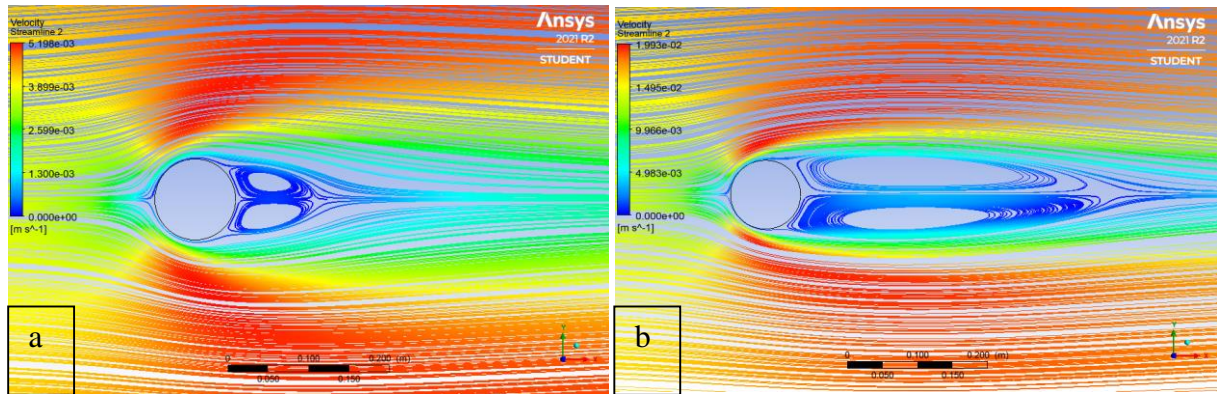


Fig.IV.3: Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour (a) $Re=25$ (b) $Re = 100$

le déversement de tourbillons devient régulier et les tourbillons sont déversés de part et d'autre de la sphère lorsque le nombre de Reynolds dépasse 2200, comme le montre la Fig IV 4.

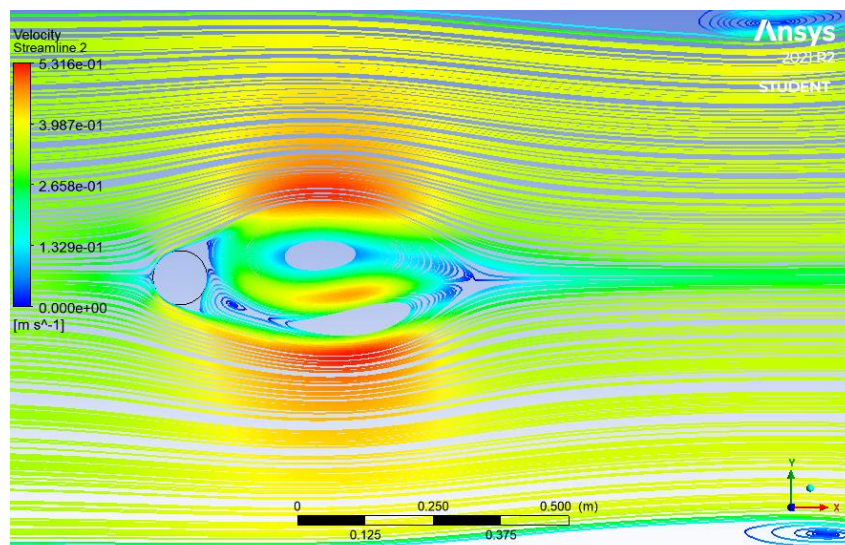


Fig.IV.4 : Les lignes de courant autour d'une sphère rigide pour $Re = 2200$

IV.4.2 Approche de l'appariement asymptotique

Pour $Re \lesssim 1$, on a un écoulement rampant, et le coefficient de traînée diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Pour une sphère, il est $C_D = 24/Re$. Il n'y a pas de séparation de l'écoulement dans ce régime [31]

À environ $Re \cong 10$, la séparation commence à se produire à l'arrière du corps, le délestage des tourbillons commençant à environ $Re \cong 90$. La région de séparation augmente avec l'accroissement du nombre de Reynolds jusqu'à environ $Re \cong 10^3$. À ce stade, la traînée est principalement (environ 95 %) due à la traînée de pression. Le coefficient de traînée continue de diminuer avec l'augmentation du nombre de Reynolds dans cette plage de $10 \lesssim Re \lesssim 10^3$. (Une diminution du coefficient de traînée n'indique pas nécessairement une diminution de la traînée. La force de traînée est proportionnelle au carré de la vitesse, et l'augmentation de la vitesse à des nombres de Reynolds plus élevés fait généralement plus que compenser la diminution du coefficient de traînée). [31]

Dans la plage modérée de $10^3 \lesssim Re$, le coefficient de traînée reste relativement constant. Ce comportement est caractéristique des corps bluffant. L'écoulement dans la couche limite est laminaire dans cette plage. [31]

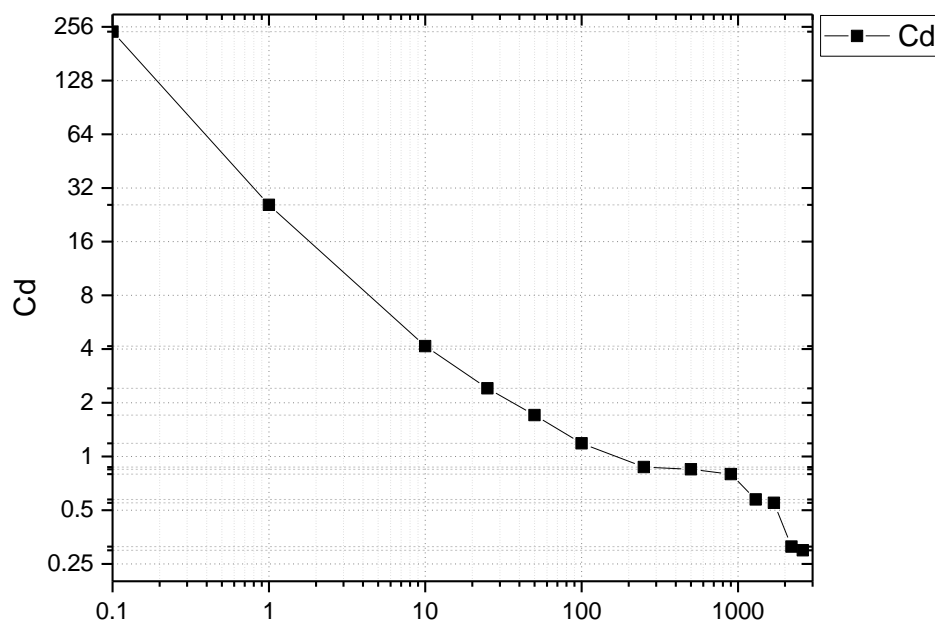


Fig.IV.5. Comparaison du coefficient de traînée de la sphère pour un écoulement laminaire le long d'une sphère. Les résultats sont comparés aux données de White [38] et Clift [39]..

Les données montrées dans la figure sont obtenues à partir du régime CFD d'ANSYS Fluent par l'équation (IV.1) et des expériences disponibles dans la littérature [32,33].

La relation empirique déduite du coefficient de traînée sur une sphère dans cette gamme de nombres de Reynolds est la suivante :

$$Cd = \frac{A}{Re} \times (1 + B \cdot Re^C) \quad (IV.1)$$

L'exactitude de l'équation (85) ou $A = 23.66$, $B = 0.135$ et $C = 0.67$ ($C \approx 2/3$), peut maintenant être testée et comparée à d'autres relations trouvées dans la littérature. Bien qu'il existe de nombreuses méthodes pour mesurer l'exactitude du modèle de manière objective [34] [35], il est possible d'évaluer l'exactitude du modèle.

Le comportement de l'écoulement autour de la sphère change lorsque le nombre de Reynolds augmente. L'écoulement se trouve dans un sillage stable dans $1 < Re < 50$, un sillage instable dans un écoulement laminaire dans $50 < Re < 500$ et un déstagement tourbillonnaire dans $500 < Re < 6000$. L'écoulement se sépare tôt lorsque le nombre de Reynolds augmente. Ces résultats sont en accord étroit avec ceux des chercheurs précédents [29,36,37]. Ces prédictions devraient aider les ingénieurs à améliorer l'application de la conception aérodynamique et hydrodynamique.

Conclusion

Dans ce travail, on a étudié l'écoulement potentiel, bidimensionnel et stationnaire autour d'une sphère portante (en rotation) et non-portante.

La méthode de superposition des écoulements potentiels a été utilisée pour trouver la distribution de vitesse autour de la sphère étudiée. Cette technique consiste à combiner deux écoulements, dans le cas de la sphère non-portante (fixe) ; l'écoulement autour d'une sphère non portante peut être trouvé par la superposition d'un écoulement uniforme plus écoulement d'un doublet.

Dans le cas d'une sphère portante (en rotation), la distribution des vitesses a été trouvée par la superposition de trois écoulements, à savoir : écoulement uniforme + écoulement d'un doublet + écoulement d'un vortex.

Une fois le potentiel des vitesses est déterminé par la superposition, on utilise les relations de Cauchy-Riemann pour trouver les vitesses de l'écoulement autour de la sphère. Ensuite, le champ de pression est déterminé par l'équation de Bernoulli.

On a remarqué que pour le cas d'une sphère fixe (non portante), il n'existe pas de portance, cette théorie est appelée paradoxe d'Alembert. Par contre, pour le cas d'une sphère en rotation, il existe une portance dans ce cas-ci à cause de la présence d'un vortex.

D'après les travaux présentés dans ce mémoire, on peut dire que la théorie des écoulements potentiels peut être utilisée pour étudier l'écoulement parfait autour d'une sphère fixe ou en rotation. Cette théorie fournit des informations théoriques importantes qui nous aidera à la compréhension du comportement des fluides en mouvement autour des sphères. Mais pour aller plus loin, on recommande à étudier numériquement l'écoulement visqueux autour d'une sphère afin de comprendre le comportement des écoulements réels autour des sphères.

Références bibliographiques

- 📖 [1] **A. Brima**, « Mécanique des fluides et Aérodynamique », cours de Master I, Département Génie mécanique, Université de Biskra, 2012-2013.
- 📖 [2] **ANDRE Lallemand**, « Ecoulements monodimensionnels des fluides compressibles », Université de Lyon, France.
- 📖 [3] **BEDJEGHIT EL-Houas**, « Etude expérimentale et numérique d'un écoulement autour d'obstacles carré et cylindrique », Thèse université de Constantine, 2010.
- 📖 [4] **BEDJEGHIT EL-Houas**, « Etude expérimentale et numérique d'un écoulement autour d'obstacles carré et cylindrique », Thèse université de Constantine, 2010.
- 📖 [5] **BELGHAR Nouredine**, « Analyse de l'influence du sillage engendré par l'aile sur les caractéristiques de la configuration infirmée : aile-fuselage-empennage », thèse université de Constantine, octobre 2011.
- 📖 [6] **BOUBEKRI Mahmoud**, « Ecoulement incompressible sur un objet solide sous la forme d'un ellipse », Thèse université de Constantine.
- 📖 [7] **W Ogana**, « Transonic integro-differential and integral equation with artificial viscosity », Engineering analysis with boundary elements, vol.6, N° 3, 1989.
- 📖 [8] **HAMDI T.Hemdan and ABDULFATAH A.Selim**, « Supersonic flow past pointed-Nose thin airfoils », Journal of Acta Astronautica vol.26, N° 5, pp 317-323, 1992.
- 📖 [9] **E. Carson Yates**, « Integral-equation methods in steady and unsteady subsonic, transonic and supersonic aerodynamics for interdisciplinary design », Engineering analysis with boundary elements, vol.12, pp 175-184, 1993.
- 📖 [10] **HUA Shan, LI Jiang and CHAOQUN Luis**, « Direct numerical solution of flow separation around a NACA 0012 airfoil », Journal of Computers & Fluids, vol.34, pp 1096-1114, 2004.
- 📖 [11] **MOHAMED Hafez and Essam Wahba**, « Simulations of viscous transonic flows over lifting airfoils and wings », Journal of Computers & Fluids, vol.36, pp 39-52, 2007.
- 📖 [12] **PASCAL Ardonneau**, « A nodel boundary elements formulatio application to the solution of the Laplace equation for irrotational flow », Comptes Rendus Mécanique-Journal, vol.337, pp 208-217, 2009.
- 📖 [13] **LEIFUR Leifsson and SLAWOMIR Kozel**, Multi-fidelity design optimization of transonic airfoils using physics-based surrogate modeling and shape-preserving response prediction », Journal of Computational science, vol.1, pp 98-106, 2010.

-
- [14] **DAWEI Liu, YUANJING Wang, DEHUA Chen, XIN Peng and XING Xu**, « Numerical investigation on the Reynolds number effects of supercritical airfoil », *Procedia Engineering Journal*, pp 103-109, 2012.
- [15] **RIADH Ben Hamouda**, « Notions de mécanique des fluides », Centre de publication universitaire, Tunis, 2008.
- [16] **ION Paraschivoiu**, « Aérodynamique subsonique », Editions de l'école polytechnique de Montréal (Québec), Canada, 1998.
- [17] **RAYMOND Brun**, « Manuel du Mécanicien et du Thermicien », Editions Techip, Paris, 1977.
- [18] **White, Frank. Fluid Mechanics. 4th edition. McGraw-Hill Higher Education, 2002, ISBN: 0-07-228192-8.**
- [19] **ION Paraschivoiu, MICHEL Prud'homme, LUC Robillard et PARTICK Vasseur**, « Mécanique des fluides », Presses internationales polytechnique, Ecole de Montréal, Canada, 2003.
- [20] **INGEL Ryhming**, « Dynamique des fluides », Presses Polytechniques et universitaires Romandes, 2004.
- [21] **PIERRE Louis**, « Mécanique des fluides à masse volumique variable », Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 1997.
- [22] **SAMIR Khene**, « Mécanique des fluides », publications de l'université Badji Mokhtar, Annaba, 2000.
- [23] **Emanuel, G.** (2001), *Analytical fluid dynamics* (second ed.), CRC Press, ISBN 0849391148, pp. 6-7
- [24] **Eric W. Weisstein**, Convective Derivative, MathWorld, retrieved 2008-05-20
- [25] **Randall L.**, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, 2002.
- [26] **Ferziger J.**, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 1999
- [27]. **B. Fornberg**, Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 190, 471 (1988)
- [28]. **T. A. Johnson and V. C. Patel**, Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, *J. Fluid Mech.* 378, 1 (1999).
- [29]. **G. S. Constantinescu and K. D. Squires**, LES and DES Investigations of Turbulent Flow over a Sphere, AIAA Paper 2000-0540 (AIAA Press, Washington, DC, 2000).
- [30] **E.E. Michaelides, Particles, Bubbles and Drop**, their motion, heat and mass transfer, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2006, 107-116.
-

- [31] **Yunus A. Çengel, and John M. Cimbala.** Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications. McGraw-Hill Higher Education, 2010.
- [32] **F.W. Roos, W.W. Willmarth,** Some experimental results on sphere and disk drag, AIAA J. 9 (2) (1971) 285–291.
- [33] **V.M. Voloshuk, J.S. Sedunow,** The processes of coagulation in dispersed systems, Nauka, Moscow, 1971.
- [34] **L. Schiller, A.Z. Nauman,** Über die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraftaufbereitung, Ver. Deut. Ing. 77 (1933) 318–320.
- [35] **L.B. Torobin, W.H. Gauvin,** Fundamental aspects of solidnngas flow, Can. J. Chem. Eng. 37 (4) (1959) 129–141
- [36] **Sungsu Lee,** A Numerical Study of the Unsteady Wake Behind a Sphere in a Uniform Flow at Moderate Reynolds Number, Journal Computers and Fluid 29 (2000) 639-667
- [37] **L.E. Seeley, R.L Hummel, J.W. Smith,** Experimental Velocity Profiles In Laminar Flow Around Sphere At Intermediate Reynolds Numbers, Journal Fluid Mech., vol.68 (1975) 591-608.
- [38] **F.M. White,** Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1991.
- [39] **R. Clift, J.R. Grace, M.E. Weber,** Bubbles, Drops and Particles, Academic Press, New York, 1978

Résumé

Titre de la Thèse: Ecoulement autour d'une sphère à nombre de Reynolds fini

Mots Clés: Nombre de Reynolds, Coefficient de traînée, Simulation Fluent, Sphère.

Résumé: La présente étude donne une description détaillée de l'écoulement de séparation et de son effet sous un nombre élevé de Reynolds. La simulation de l'écoulement 2D instationnaire autour de la sphère en utilisant la simulation numérique de la dynamique des fluides computationnelle pour le nombre de Reynolds. L'angle de séparation et le coefficient de traînée sont également présentés. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds affecte la formation de tourbillons, le point de séparation et le coefficient de traînée. L'accord était bon, confirmant la fiabilité des données prédites à partir de la dynamique des fluides computationnelle dans l'analyse de l'écoulement autour de la sphère au nombre de Reynolds.

Thesis Title: Flow around a sphere with finite Reynolds number

Keywords: Reynolds number. Drag coefficient. Fluent simulation. Sphere.

Abstract: The present study gives a detail description of separation flow and its effect under high Reynolds number. The unsteady 2D flow simulation around sphere using numerical simulation computational fluid dynamics for Reynolds number. The separation angle and drag coefficient are presented. The results show that the increasing Reynolds number affecting the formation of vortex shedding, separation point and drag coefficient. The agreement was good, confirming the reliability of the predicted data from computational fluid dynamic in flow analysis around sphere at Reynolds number.

عنوان المذكرة: تدفق الكرة مع عدد رينولدز المحدود

الكلمات المفتاحية: عدد رينولدز. معامل السحب. محاكاة السوائل. كرة

الملخص: تقدم الدراسة الحالية وصفًا تفصيليًا لتدفق الفصل وتأثيره تحت رقم رينولدز المرتفع. محاكاة التدفق غير المستقر ثنائي الأبعاد حول الكرة باستخدام المحاكاة العددية لديناميكيات السوائل الحسابية لرقم رينولدز. كما تم عرض زاوية الفصل ومعامل السحب. أوضحت النتائج أن زيادة عدد رينولدز يؤثر على تكوين تساقط الدوامة ونقطة الفصل ومعامل السحب، وكان الاتفاق جيدًا، مما يؤكد موثوقية البيانات المتوقعة من ديناميكية الموائع الحسابية في تحليل التدفق حول الكرة عند رقم رينولدز.