

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITÉ HAMMA LAKHDAR - EL-OUED**

Faculté des sciences et technologie



Département : Hydraulique et  
Génie civil

**MÉMOIRE**

PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN  
HYDRAULIQUE

**Option : Conception et diagnostic de système d'AEP et d'AEU**

**THEME :**

**Calculs des coefficients de *Chézy* et de *Manning* en écoulement  
uniforme dans une conduite en forme Semi-elliptique par MMR**

Présenté par :

- ZERIBIT ABDELHAMID LAZHAR  
- BESSER MOHAMED

Soutenu le : 25 / 05 / 2016 Devant le jury composé de :

Mm. MEGUELLATI SOUMAIA	Présidente	Université d'EL-OUED
Mr : GHOMRI ALI	Examineur	Université d'EL-OUED
Mr : BEBOUKHA YACINE	Rapporteur	Université d'EL-OUED

ANNEE UNIVERSITAIRE : 2015 / 2016

## *Remerciement*

*Avant tout, nous remercions dieu tout puissant de nous avoir accordé la santé, courage et les moyens pour suivre nos études et pour la réalisation de ce travail.*

*Nous tenons à remercier*

*M<sup>er</sup> : M<sup>R</sup>. BEBOUKHA YACINE, encadreur d'avoir proposé et dirigé ce travail.*

*Aux membres de jury qui ont diène voulu examiné ce travail et de participer à son évaluation.*

*Sans oublier notre vif remerciement à Baker Abdelkrim Hakim Sahraoui*

*Et Touts les prof dans DEPARTEMENT D'HYDRAULIQUE*

*Au personnel du service:*

*Algérienne Des Eaux. D'EL-Oued (A.D.E).*

*A la fin nous tenons à exprimer nos remerciements à tout*

*Nos collègues de promotion 2015/2016*

*ABDELHAMID et MOHAMED*

## *DEDICACES*

*Nous dédions ce modeste travail comme un signe de respect et de reconnaissance dans le certificat d'affection profonde à :*

- ✓ *Chers mères*
- ✓ *Chers parents*
- ✓ *Tous mes frères et sœurs.*
- ✓ *Toute la famille.*
- ✓ *Tous les amis.*
- ✓ *Toute personne qui a contribué de près ou de loin dans notre succès.*

*ZERIBIT ABDELHAMID.*

*BESSER MOHAMED.*

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERALE

### CHAPITRE I : ECOULEMENT UNIFORME

I.1. Introduction	01
I.2. Formule de <i>Chézy</i>	05
I.2.1. Détermination du coefficient <i>C</i> de <i>Chézy</i> par la formule de <i>Ganguillet – Kutter</i>	07
I.2.2. Détermination du coefficient <i>C</i> de <i>Chézy</i> par la formule de <i>Bazin</i>	07
I.2.3. Détermination du coefficient <i>C</i> de <i>Chézy</i> par la formule de <i>Powell</i>	08
I.3. Formule de <i>Manning-Strickler</i>	08
I.4. Formule de <i>Darcy – Weisbach</i> et évaluation du coefficient de frottement	10
I.5. Conclusion	13

### CHAPITRE II : CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUE DE L'ÉCOULEMENT

II.1. Introduction	15
II.2. Caractéristiques géométriques de la conduite	15
II.3. Caractéristiques de l'écoulement	17
II.4. Conclusion	37

### CHAPITRE III : LA METHODE DU MODELE RUGUEUX DE REFERENCE (MMR)

III.1. Introduction	38
III.2. Caractéristiques du modèle rugueux de référence	38
III.3. Relation de Darcy-Weisbach appliquée au modèle rugueux	41
III.4. Facteur de correction des dimensions linéaires	42
III.5. Conclusion	46

## **CHAPITRE IV : COEFFICIENT DE CHEZY EN ECOULEMENT UNIFORME DANS UNE CONDUITE SEMI-ELLIPTIQUE**

IV.1. Introduction	47
IV.2. Expression du coefficient de Chézy dans une conduite de forme Semi-elliptique	47
IV.3. Variation du coefficient de Chézy	50
IV.4. Conductivité relative	60
IV.5. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement $C$ de Chézy par la MMR	62
IV.6. Conclusion	68

## **CHAPITRE V : COEFFICIENT DE MANNING EN ECOULEMENT UNIFORME DANS UNE CONDUITE SEMI-ELLIPTIQUE**

V.1. Introduction	69
V.2. Expression du coefficient de Manning dans une conduite de forme Semi-elliptique	69
V.3. Variation du coefficient de Manning	71
V.4. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement $n$ de Manning par la MMR	81
V.5. Conclusion	84

## **CONCLUSION GENERALE**

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## **NOTIONS PRINCIPALES**

## Liste des tableaux

Nom du tableau	Page
Tableau IV.1 : Valeurs de $C/\sqrt{g}$ pour $\varepsilon/D = 0$	51
Tableau IV.2 : Valeurs de $C/\sqrt{g}$ pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$	52
Tableau IV.3 : Valeurs de $C/\sqrt{g}$ pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$	54
Tableau IV.4 : Valeurs de $C/\sqrt{g}$ pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$	55
Tableau IV.5 : Valeurs de $C/\sqrt{g}$ pour $\varepsilon/D = 10^{-2}$	57
Tableau V.1 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 0$	72
Tableau V.2 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$	73
Tableau V.3 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 5.10^{-5}$	74
Tableau V.4 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$	75
Tableau V.5 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 5.10^{-4}$	76
Tableau V.6 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$	77
Tableau V.7 : Valeurs de $N$ pour $\varepsilon/D = 5.10^{-3}$	79

## Liste des figures

Nom de la figure	Page
Figure I.1 : Établissement de l'écoulement uniforme dans un canal de grande longueur	3
Figure I.2: Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de la formule de Chézy	6
Figure II.1 : Schéma de définition de la conduite Semi-elliptique	16
Figure II.2 : Schéma de définition de l'état de l'écoulement dans la conduite Semi-elliptique.	17
Figure III.1 : Schéma de définition du modèle rugueux de référence de la conduite de forme semi-elliptique	38
Figure III.2 : Comparaison entre les valeurs exactes et approchées du coefficient $\psi$ calculées selon les relations (3.34) et (3.35) ; (Achour B, 2007).	45
Figure IV.1 : Variation de $C/\sqrt{g}$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 0$ . (Écoulement lisse) (•) Valeurs maximales $C_{\max}/\sqrt{g}$ obtenues pour $\eta \cong 0,75833$ .	52
Figure IV.2 : Variation de $C/\sqrt{g}$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$	53
Figure IV.3 : Variation de $C/\sqrt{g}$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$	55
Figure IV.4 : Variation de $C/\sqrt{g}$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$	56
Figure IV.5 : Variation de $C/\sqrt{g}$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-2}$	58
Figure V.1 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 0$ . (Écoulement lisse)	72
Figure V.2 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-5}$	74
Figure V.3 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 5 \cdot 10^{-5}$	75
Figure V.4 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-4}$	76
Figure V.5 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 5 \cdot 10^{-4}$	77
Figure V.6 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 10^{-3}$	78
Figure V.7 : Variation de $N$ en fonction de $\eta$ , pour $\varepsilon/D = 5 \cdot 10^{-3}$	79

PDF Create! 5 Trial  
[www.nuance.com](http://www.nuance.com)

## RESUME

Les objectifs de notre mémoire consistent à examiner d'une part la variation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy* et de *Manning* pour une conduite de forme semi-elliptique sous l'hypothèse d'un écoulement uniforme a surface libre, et à déterminer d'autre part les expressions qui les régissent. Ces relations devront être mentionnées sous forme adimensionnelle afin de leur donner un caractère de validité générale.

En outre, on doit rechercher les expressions de *Chézy* et de *Manning* en tenant compte de caractéristiques géométriques de la conduite et hydraulique de l'écoulement.

On propose une méthode de calcul de ces coefficients en ayant recours à la méthode du modèle rugueux de référence.

**Mots clés :** (Méthode de Modèle Rugueux, Chézy, Manning, Ecoulement uniforme,...)

## ABSTRACT

The objective of this study is from in one hand a test of flow resistance coefficients change of *Chézy* and *Manning* , in Semi-Elliptic section the pipe forms, under the hypothesis of the open uniformed flow, also identify in the other hand the relations that registers these coefficients. Those relations should be without a unity until it gets a general tendency.

In addition to that, the declaration about the coefficients of *Chézy* and *Manning* taking into consideration the characteristics of the pipes dimensions, and the hydraulic characteristics of flow.

In this research we suggest a method to calculate those coefficients by au assistance from the Rough Model Method "RMM"

**Keywords:**( Rough Model Method, Chézy, Manning, Uniform flow,...)

## ملخص:

الهدف من هذه الدراسة هو إختبار تغير معاملات مقاومة جريان الماء لـ: شيزي و مانينغ. بالنسبة للشكل الشبه بيضاوي للقنوات, تحت فرضية الجريان المنتظم المفتوح, وتحديد العلاقات التي تحسب هذه المعاملات من جهة أخرى. هذه العلاقات تكون بدون وحدة من أجل ان يكون لها قابلية عامة.

كذلك التعبير عن معاملات شيزي و مانينغ مع الأخذ بعين الاعتبار خصائص أبعاد القناة و الخصائص الهيدروليكية لجريان الماء.

نقترح في هذه الدراسة طريقة لحساب هذه المعاملات بالاستعانة بطريقة النموذج الخشن المرجعي.

**الكلمات المفتاحية :** ( النموذج الخشن المرجعي, شيزي, مانينغ, الجريان المنتظم,...).

## INTRODUCTION GENERALE

Dans le domaine hydraulique, les coefficients de résistance dans les canaux artificiels sont souvent choisis de manière arbitraire. De plus, contrairement à la réalité physique de l'écoulement, les coefficients sont considérés comme des constantes.

Or, ces coefficients, particulièrement ceux de *Chézy* et de *Manning*, sont généralement influencés par un certain nombre de paramètres que l'on doit alors définir et prendre en considération.

Le coefficient de résistance doit en principe dépendre de la géométrie du canal considéré ainsi que du rayon hydraulique.

Puis comme l'expriment très clairement et avec beaucoup de perspicacité, *Festinger* et *Katz* "Quelque soit l'objet d'une recherche, la valeur du résultat dépend de celle des méthodes mises en œuvre". Dans cette étude en se basant sur la méthode du modèle rugueux de référence, méthode de calcul fiable pour la quantification de ces coefficients.

Pour mener à bien notre étude, le mémoire a été subdivisé en cinq grands chapitres.

- ✓ Le premier chapitre est entièrement consacré à une étude bibliographique sur l'écoulement uniforme, englobant ses propriétés, ses définitions ainsi que la théorie qui la gouverne et qui mène à l'établissement de la relation de *Chézy*.
- ✓ Le deuxième chapitre du mémoire concerne l'étude des caractéristiques géométriques et hydraulique de l'écoulement, telle que l'aire de la section mouillée  $A$ , le périmètre mouillé  $P$ , la largeur du plan d'eau  $e$  ou le rayon hydraulique  $R_h$  dépendent du taux de remplissage  $\eta = y_n / D$  où  $y_n$  est la profondeur normale de l'écoulement.
- ✓ Le troisième chapitre consiste à étudier la **Méthode du Modèle Rugueux de référence (MMR)** Il s'agit d'une méthode destinée aux calculs des conduites et canaux, en charge et en surface libre.
- ✓ Le quatrième chapitre nous établissons des relations générales destinées non seulement à l'évaluation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy*, mais à examiner aussi leur variation en fonction de la profondeur de l'écoulement et de d'autres paramètres hydrauliques qui influencent l'écoulement.
- ✓ Le cinquième chapitre nous établissons des relations générales destinées l'évaluation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Manning*, et examiner aussi leur variation en fonction de la profondeur de l'écoulement et de d'autres paramètres hydrauliques qui influencent l'écoulement.

**CHAPITRE I**

**ÉCOULEMENT UNIFORME**

PDF Creator's Trial  
www.nuance.com

## I.1. INTRODUCTION

Un écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace. Ces caractéristiques sont la profondeur  $h$  ou  $y_n$  de l'écoulement appelée aussi profondeur normale, l'aire de la section mouillée  $A$ , la vitesse  $V$  de l'écoulement et le débit  $Q$ . La ligne de charge totale est à la fois parallèle à la ligne piézométrique et à la pente géométrique du canal.

D'un point de vue pratique, la constance de la vitesse  $V$  est généralement associée à la constance de la vitesse moyenne de l'écoulement; mais de façon plus rigoureuse, cela signifie que l'écoulement est caractérisé par une vitesse constante en tout point de son domaine. En d'autres termes, la distribution des vitesses dans chacune des sections transversales de l'écoulement est uniforme, correspondant à une couche limite pleinement développée.

Bien que la condition d'un écoulement uniforme, dans le sens strict du terme, ne soit pratiquement jamais satisfaite, elle est cependant fréquemment admise lors du calcul des caractéristiques d'un écoulement en canaux et rivières. Cette approche, bien que simplifiée, donne des résultats assez satisfaisants dans bon nombre de cas pratiques.

L'écoulement uniforme peut être soit en régime laminaire soit en régime turbulent, mais il se produit sous de grandes vitesses. A vitesse élevée, l'écoulement uniforme est instable et il est le siège d'un fort entraînement d'air.

- Les différents types des régimes d'écoulements

Dans les canaux ouverts, l'écoulement uniforme se développe lorsque les forces de résistance s'opposant à l'écoulement sont équilibrées par les forces de gravité. Les forces de résistances sont proportionnelles à  $V^2$ .

Lorsqu'un écoulement entrant dans un canal s'effectue de façon lente, la vitesse et par conséquent la résistance à l'écoulement sont faibles. Les forces de gravité sont alors prédominantes et l'écoulement subit alors une accélération depuis l'amont. La vitesse ainsi que la résistance augmentent au fur et à mesure que l'on se déplace vers l'aval, jusqu'à ce que les forces de gravité soient équilibrées. A cet instant, l'écoulement uniforme apparaît. La zone sur laquelle s'étend l'écoulement accéléré, et au-delà de laquelle l'écoulement uniforme apparaît, est dite zone de transition. Si la longueur du canal est inférieure à la longueur de la zone transitoire, l'écoulement uniforme ne peut être atteint.

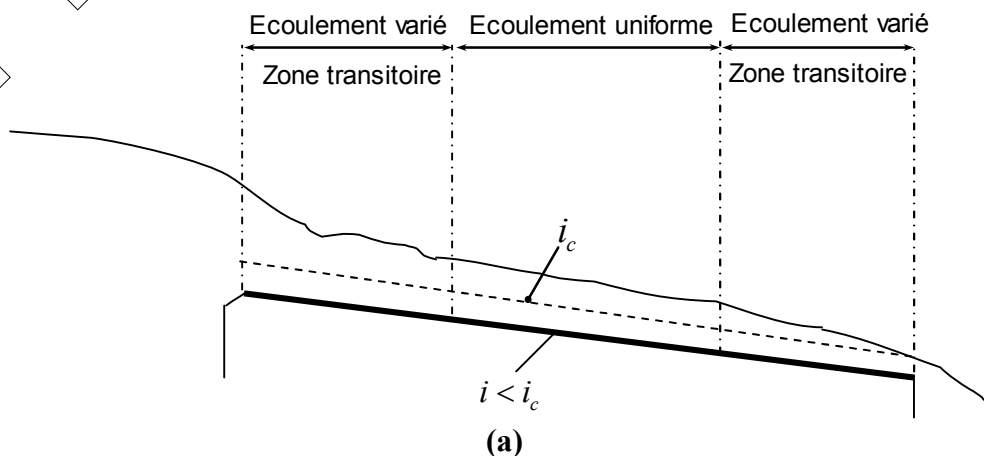
Plus à l'aval de l'écoulement uniforme, les forces de gravité deviennent de plus en plus prédominantes en raison de l'accélération que subit l'écoulement. L'écoulement uniforme disparaît alors en laissant place à un écoulement varié. La figure 1.1 montre l'état d'un écoulement à l'entrée et à l'intérieur d'un canal rectangulaire de grande longueur et de différentes pentes géométriques  $i$ . La pente  $i$  est comparée à la pente critique  $i_c$ .

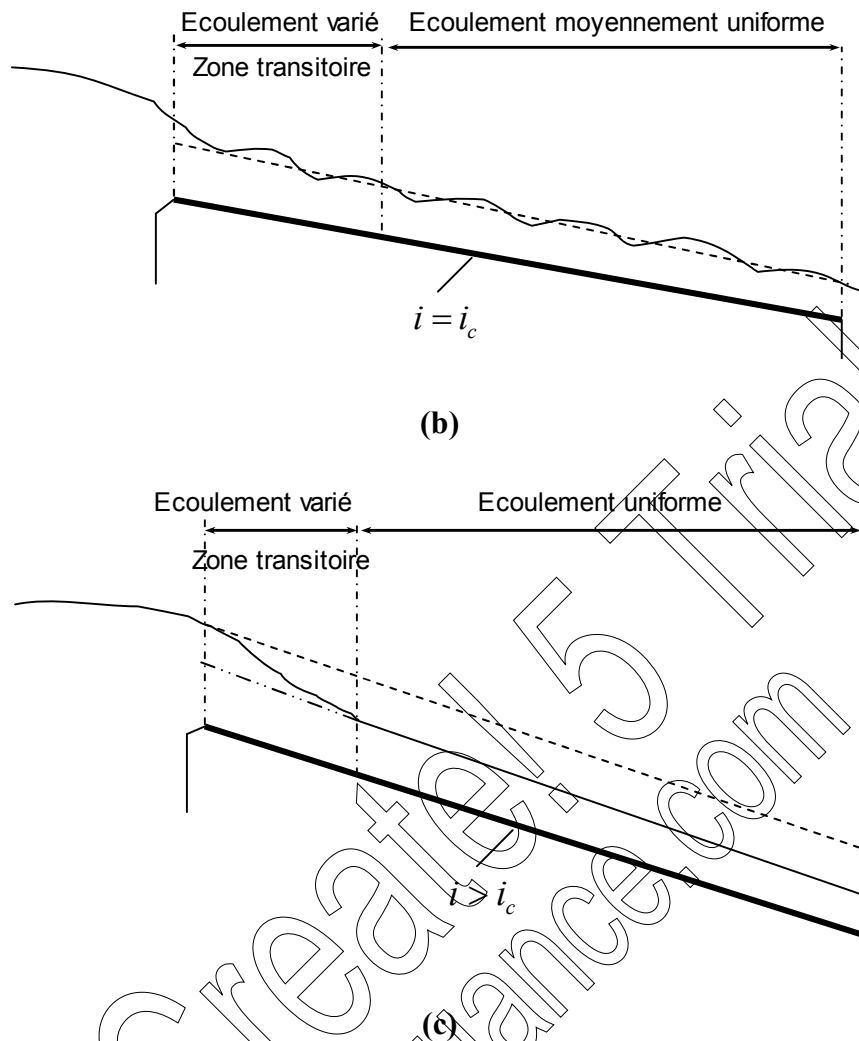
Lorsque la pente  $i$  est suave (figure 1.1.a), la zone transitoire se présente sous l'aspect d'ondulations. L'écoulement est uniforme au milieu du canal mais varie aux extrémités de celui-ci. D'un point de vue théorique, l'écoulement varié tend vers l'écoulement uniforme de manière graduelle et asymptotique. On considère généralement dans la pratique que la profondeur de l'écoulement reste constante si la variation qu'elle subit n'excède pas 1% de la valeur moyenne de la profondeur normale.

Lorsque la pente  $i$  correspond à la pente critique  $i_c$  (figure 1.1.b), la surface libre de l'écoulement critique est instable. Des ondulations peuvent se produire au milieu du canal, mais la profondeur oscille autour d'une valeur moyenne et l'écoulement est alors considéré comme étant uniforme.

Lorsque la pente  $i$  est supercritique ou prononcée (figure 1.1.c), la surface libre dans la zone transitoire chute de manière graduelle d'un niveau subcritique ou suave à un niveau supercritique ou prononcé. Au-delà de la zone transitoire, l'écoulement devient uniforme.

La longueur sur laquelle s'étend la zone transitoire dépend essentiellement du débit volume  $Q$  entrant dans le canal ainsi que des caractéristiques de celui-ci, telles que la rugosité absolue, la pente et la géométrie d'entrée. D'un point de vue hydrodynamique, la longueur de la zone transitoire ne doit pas être inférieure à la longueur pour laquelle, sous des conditions données de l'écoulement, la couche limite est pleinement développée.





**Figure I.1 :** Établissement de l'écoulement uniforme dans un canal de grande longueur.

(- - -): profondeur critique. (—): Profondeur normale de l'écoulement uniforme.

Le calcul de la profondeur d'un écoulement uniforme, appelée profondeur normale de l'écoulement est très important. Le classement des profils géométriques par exemple est tributaire de la valeur de la profondeur normale. Comme le montre la figure I.1.c, la profondeur normale est inférieure à la profondeur critique et c'est cette inégalité qui permet de conclure sur le caractère prononcé ou supercritique de la pente géométrique du canal.

Le calcul de la profondeur normale dans les canaux se base sur les relations dites " relations de l'écoulement normal ". Celles-ci expriment, de manière approximative, la vitesse moyenne  $V$  de l'écoulement sous l'hypothèse d'un régime turbulent. Les formules pratiques de l'écoulement uniforme s'expriment généralement sous la forme  $V = C R_h^\beta J^\gamma$  où  $R_h$  est le rayon hydraulique et  $J$  est la pente de la ligne de charge. Comme nous l'avons déjà indiqué,  $J$  correspond également à la pente  $i$ . Le paramètre  $C$  traduit la résistance de l'écoulement et

dépend de  $V$ , de  $R_h$ , de la rugosité absolue  $\varepsilon$  caractérisant les parois du canal, de la viscosité du liquide et de beaucoup d'autres facteurs.

La distinction doit être faite entre l'écoulement uniforme se produisant d'une part dans les canaux artificiels et dans les canaux naturels d'autre part. Dans la pratique, l'écoulement dans les canaux naturels est considéré comme étant uniforme à condition que la profondeur de l'écoulement ne subisse pas de variation brusque pouvant être causée par les irrégularités des parois du canal. L'application des relations de l'écoulement uniforme aux canaux naturels mène à des résultats plutôt approximatifs en raison du fait que l'écoulement dépend en réalité d'un plus grand nombre de facteurs que ceux qui influencent l'écoulement dans les canaux artificiels. Selon *Schnackenberg* (1951), une bonne relation de l'écoulement uniforme dans un canal naturel sans transport de sédiments est celle qui devrait tenir compte d'au moins 10 paramètres qui sont  $A$ ,  $V$ ,  $V_{ms}$  qui correspond à la vitesse maximale à la surface, le périmètre mouillé  $P$ ,  $R_h$ , la profondeur maximale  $y$  de l'écoulement, la pente  $S_w$  de la surface libre, le coefficient  $n$  qui caractérise la rugosité du canal, la viscosité dynamique  $\mu$  du liquide et la température  $T$ .

Lorsque l'on se réfère à la bibliographie (*Houk*, 1918; *Forchheimer*, 1930 ; *Lindquist*, 1933; *Vladislavljevitch*, 1951), on peut s'apercevoir que de très nombreuses relations ont été proposées au calcul de l'écoulement uniforme. Cependant, aucune d'entre elles ne répond au qualificatif de " bonne relation " selon la conception de *Schnackenberg*.

Différentes approches ont été également présentées au calcul de la vitesse de l'écoulement dans les canaux naturels, telle que celle de *Toebes* (1955). Dans cette approche, une analyse par corrélation multiple est appliquée aux différents facteurs influençant la vitesse de l'écoulement dans un canal naturel. Ces facteurs, selon *Toebes* (1955) sont  $A$ ,  $V_{ms}$ ,  $S_w$ ,  $n$  et  $T$ . Par cette approche, il est possible d'estimer l'influence de chacun des dits facteurs sur la vitesse  $V$  et la valeur de celle-ci est égale à la somme algébrique des diverses contributions de chacun des paramètres en question. Cependant, la méthode de *Toebes* (1955) ne peut être appliquée que dans la région géographique pour laquelle a été faite l'analyse de l'influence des facteurs ci-dessus cités, ce qui malheureusement exclut toute généralisation de cette méthode.

A travers de nombreux exemples pratiques concernant l'écoulement uniforme, on peut s'apercevoir que les formules dites de *Chézy* et de *Manning* (ou de *Manning – Strickler*) sont les plus largement utilisées. La forme de leur expression est telle que nous l'avons déjà indiqué  $V = C R_h^\beta J^\gamma$  où les exposants  $\beta$  et  $\gamma$  ont des valeurs bien déterminées. En raison de leur utilisation fiable et très répandue, ces relations seront développées aussi clairement que

possible, en tentant d'éclaircir leur limite et leur domaine d'applicabilité. D'autres relations seront également exposées, telle que la formule de *Darcy – Weisbach* dont l'application est universelle. Cette relation joue un rôle important dans le calcul des écoulements évoluant dans les conduites, et sa généralisation aux canaux ouverts connaît un grand succès.

Notre travail se présente en deux grandes parties. La première partie est consacrée à un état de connaissances sur l'écoulement uniforme. Elle se propose de passer en revue les principales formules de l'écoulement uniforme, en mettant l'accent sur les relations de *Chézy*, *Manning – Strickler* et de *Darcy – Weisbach*.

Dans la deuxième partie de notre étude, nous avons tenté d'exposer notre contribution au calcul de l'écoulement uniforme. Notre recherche a pour principal objectif de proposer des relations approchées fiables au calcul de la profondeur normale ainsi que celles destinées au dimensionnement de la conduite considérée. Ces relations sont applicables dans tout le domaine de l'écoulement turbulent, comprenant l'écoulement lisse, de transition et turbulent rugueux.

## I.2. Formule de *Chézy*

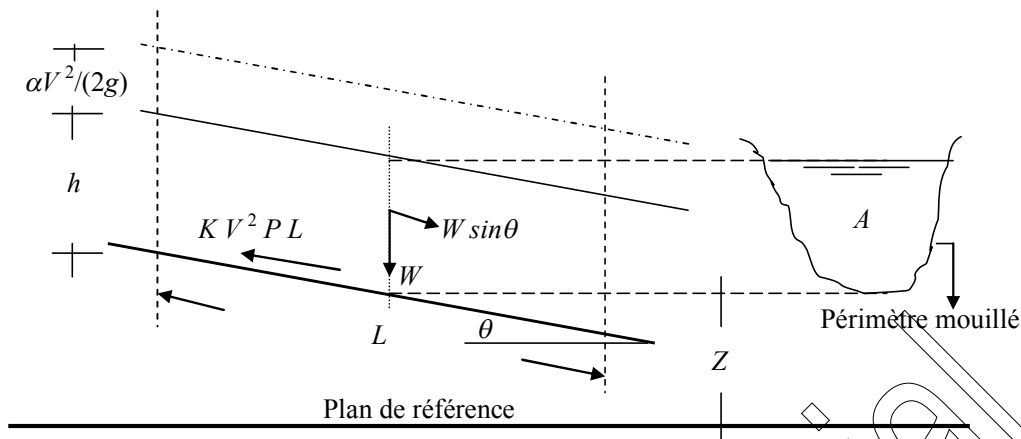
La formule de *Chézy* est probablement la première formule destinée au calcul de l'écoulement uniforme. La vitesse moyenne  $V$  s'exprime par :

$$V = C \sqrt{R_h J} \quad (1.1)$$

Rappelons que  $R_h$  est le rayon hydraulique,  $J$  est la pente de la ligne de charge totale ou gradient de perte de charge ( $J$  étant également la pente  $i$  du canal) et  $C$  est le facteur caractérisant la résistance de l'écoulement. Le facteur  $C$  est habituellement appelé coefficient de *Chézy*.

*Chézy* stipule que la force de résistance s'opposant à l'écoulement et par unité de surface de canal est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne  $V$ . Cette force peut donc s'écrire :  $F_r$  ( $1m^2$ ) =  $K V^2$ , où  $K$  est le facteur de proportionnalité. Comme le montre la figure I.2, la surface du canal en contact avec le liquide est égale au produit du périmètre mouillé  $P$  par la longueur  $L$  du canal. La force totale  $F_r$  mise en jeu s'écrit ainsi :

$$F_r = K V^2 P L \quad (1.2)$$



**Figure I.2:** Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de la formule de Chézy.

Nous avons déjà indiqué que l'écoulement uniforme s'établit lorsque les forces de gravité sont équilibrées par les forces de résistance  $F_r$ . La quantité  $(W \sin \theta)$ , représentée sur la figure I.2, correspond à la composante tangentielle du poids propre  $W$  du liquide. C'est cette composante qui intervient dans l'écoulement et qui doit être équilibrée par la force  $F_r$ . Le poids propre  $W$  peut s'écrire  $W = \rho g A L$ , où  $\rho$  est la masse volumique du liquide,  $g$  est l'accélération de la pesanteur. Le produit  $(A L)$  désigne le volume de liquide sur toute la longueur  $L$  considérée. Ainsi, nous pouvons écrire  $\rho g A L \sin \theta = K V^2 P L$ , soit :  $V^2 = (\rho g / K) (A / P) \sin \theta$ . La quantité  $A / P$  représentée par définition le rayon hydraulique  $R_h$ .

En désignant par  $C^2 = (\rho g / K)$  et par  $J = \sin \theta$ , il vient que :

$$V = C R_h^{1/2} J^{1/2} \quad (1.3)$$

Comme l'exige la relation (1.3), le coefficient  $C$  de Chézy doit avoir pour unité  $[L^{1/2} T^{-1}]$ . Plusieurs relations ont été proposées au calcul du coefficient  $C$  et nous verrons dans ce qui suit les plus importantes d'entre elles.

I.2.1. Détermination du coefficient  $C$  de Chézy par la formule de Ganguillet – Kutter.

La formule de Ganguillet – Kutter (1869) exprime le coefficient  $C$  de Chézy en fonction de la pente  $J$  ou  $i$  du canal, du rayon hydraulique  $R_h$  et du coefficient de rugosité  $n$ . Elle a été élaborée à partir de mesures expérimentales effectuées sur divers types de canaux et rivières naturelles :

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{J} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{J}\right) \frac{n}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.4)$$

Le coefficient  $n$  de la relation (1.4) est connu sous le nom de " coefficient  $n$  de Kutter ". Bien que la relation (1.4) apparaisse quelque peu encombrante, elle donne néanmoins des résultats assez satisfaisants. De nombreux auteurs proposent d'éliminer le terme contenant la pente  $J$ , afin de simplifier la forme de l'équation. On peut en effet s'apercevoir que le terme  $0,00155/J$  n'a pas d'effet significatif sur la valeur du coefficient  $C$ , pour une même valeur du coefficient de rugosité  $n$  et du rayon hydraulique  $R_h$ . A titre indicatif, pour  $n = 0,01$  et  $R_h = 1,20$  m,  $C$  ne subit pratiquement aucun changement dans une large gamme de valeurs de  $J$  :  $102 \leq C \leq 103$  lorsque  $0,00005 \leq J \leq 0,01$ .

I.2.2. Détermination du coefficient  $C$  de Chézy par la formule de Bazin

Bazin (1897) considère que la valeur du coefficient  $C$  de Chézy dépend du rayon hydraulique  $R_h$  mais ne dépend pas de la pente  $J$  du canal. Le coefficient  $C$  peut alors être déterminé par la relation :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.5)$$

$m$  est le coefficient de rugosité dépendant de la nature du matériau constituant le canal considéré et dont la valeur est tabulée. Les valeurs de  $m$  sont d'aucune mesure commune avec celles qui correspondent au coefficient de rugosité  $n$  figurant dans la relation (1.4) de Ganguillet – Kutter et ceci pour le même matériau. A titre indicatif, pour le cas d'un canal fabriqué en ciment lisse, les tables de valeurs indiquent que  $n = 0,01$  et  $m = 0,11$ .

La formule de *Bazin* a été développée à l'origine pour de petits canaux, si bien que sa généralisation ne donne pas d'aussi bons résultats que ceux obtenus par la formule de *Ganguillet – Kutter*.

### I.2.3. Détermination du coefficient $C$ de *Chézy* par la formule de *Powell*

*Powell* (1950) propose une relation de type logarithmique au calcul du coefficient  $C$  de *Chézy*, mais elle se présente sous une forme implicite :

$$C = -23,2 \log \left( \frac{1,811C}{R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.6)$$

" log " désigne le logarithme décimal,  $R$  est le nombre de *Reynolds*,  $\varepsilon$  est la rugosité absolue des parois du canal. A l'origine, la formule de *Powell* a été présentée en unité anglaise et les constantes figurant dans la relation (1.6) sont alors différentes et beaucoup plus simples :

$$C = -42 \log \left( \frac{C}{4R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.7)$$

Pour le cas des canaux rugueux, l'écoulement est en général turbulent correspondant aux valeurs élevées du nombre de *Reynolds*. Le terme  $C/(4R) \rightarrow 0$  et la relation (1.7) devient :

$$C = -42 \log \left( \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.8)$$

Par contre, pour les canaux lisses, l'effet de la rugosité est tellement faible que la relation (1.7) peut s'écrire :

$$C = -42 \log \left( \frac{C}{4R} \right) \quad (1.9)$$

### I.3. Formule de *Manning-Strickler*

La vitesse moyenne  $V$  de l'écoulement uniforme peut être également évaluée par la formule dite de *Manning* (1891). La vitesse  $V$  est liée au coefficient  $C$  de résistance de l'écoulement, au rayon hydraulique  $R_h$  et à la pente  $J$  du canal. A l'origine, la formule de *Manning – Strickler* se présentait sous une forme compliquée, puis elle a été simplifiée pour s'écrire:

$$V = k R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.10)$$

La relation (1.10) a été ensuite modifiée par plusieurs auteurs pour s'écrire:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.11)$$

( $n$  selon *Manning* et  $1/n = k$  selon *Strickler*).

La formule de *Manning – Strickler* est celle qui est largement utilisée pour les écoulements uniformes dans les canaux ouverts.

De nombreuses applications ont montré que les valeurs de  $n$  de *Manning* et  $n$  de *Kutter* sont pratiquement identiques lorsque la pente du canal est supérieure ou égale à 0,0001 pour un rayon hydraulique variant approximativement entre 0,30 m et 9 m.

En comparant la formule de *Manning – Strickler*, à celle de *Chézy*, on peut écrire  $C = (1/n)R_h^{1/6}$ . Ainsi, la formule de *Manning – Strickler* est souvent considérée comme une variante de la formule de *Chézy*.

De nombreuses études dont celle de *Bazin*, et qui concernent les canaux artificiels, ont montré que l'exposant de  $R_h$  ne serait pas égal à 2/3 comme le suggère *Manning*, mais sa valeur moyenne varie entre 0,6499 et 0,8395 suivant la forme du canal et la rugosité de celui-ci. Des études suggèrent de prendre la valeur 3/4 pour l'exposant de  $R_h$ , tandis que *Blench* (1939) considère le coefficient  $C$  comme une variable qui dépend non seulement de  $n$  mais aussi de  $R_h$  et dont l'exposant dépend à son tour de  $n$  et de  $R_h$  ; c'est la formule dite de *Pavlovski* (1940) qui s'exprime, en unité métrique, par :

$$C = (1/n) R_h^y \quad (1.12)$$

$$\text{où } y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - \frac{3}{4}\sqrt{R_h}(\sqrt{n} - 0,10).$$

La relation (1.12) est applicable pour un rayon hydraulique variant entre 0,10 m et 3 m et pour  $n$  compris entre 0,011 et 0,04. Des relations approchées au calcul de l'exposant  $y$  ont été également proposées :  $y = 1,5\sqrt{n}$  pour  $R_h < 1$  m et  $y = 1,3\sqrt{n}$  pour  $R_h > 1$  m.

L'application de la formule de *Manning – Strickler*, comme celle d'ailleurs de *Ganguillet – Kutter* est tributaire de la valeur du coefficient  $n$ . Il n'existe aucune méthode exacte qui permet d'évaluer  $n$ . Évaluer  $n$  revient à estimer la résistance de l'écoulement dans un canal donné, ce qui nécessite beaucoup d'expérience et de pratique. En se référant à la bibliographie, plusieurs auteurs concluent que pour estimer  $n$  les étapes suivantes sont nécessaires :

1. Recenser puis apprécier l'influence des paramètres pouvant affecter le coefficient  $n$ , tels que la présence de végétation dans le canal, la dimension moyenne des grains du matériaux constituant les parois du canal, l'irrégularité du canal due à la présence de courbures ou de variation même réduite de la section transversale de l'écoulement, etc...
2. Consulter les tables de valeurs de  $n$  déjà évalué pour des canaux de différents types.
3. Examiner et s'informer de l'état physique caractérisant des canaux existants et dont la valeur de  $n$  a déjà été déterminée.
4. Déterminer la valeur de  $n$  par une approche analytique basée sur la répartition théorique de la vitesse dans les sections transversales de l'écoulement.

#### I.4. Formule de *Darcy – Weisbach* et évaluation du coefficient de frottement

La formule de *Darcy – Weisbach* exprime la proportionnalité entre le gradient de la perte de charge  $J$ , la vitesse moyenne  $V$  de l'écoulement et le diamètre hydraulique  $D_h = 4A/P = 4R_h$ . Le facteur de proportionnalité étant le coefficient de frottement  $f$ . Le gradient  $J$  est inversement proportionnel à  $D_h$  et proportionnel au carré de la vitesse  $V$  :

$$J = \frac{f V^2}{D_h 2g} \quad (1.13)$$

La formule (1.13) est aussi bien valable pour les canaux ouverts que pour les conduites fermées.

Le coefficient de frottement  $f$  peut être évalué par diverses relations, selon la nature du régime d'écoulement.

La formule de *Colebrook – White* permet d'évaluer le coefficient de frottement  $f$  lorsque l'écoulement est en régimes de transition, turbulent rugueux et lisse :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) , R > 2300 \quad (1.14)$$

Dans le cas où le régime d'écoulement est de transition, le coefficient de frottement dépend à la fois de la rugosité relative  $\varepsilon / D_h$  et du nombre de *Reynolds*  $R$ . La représentation graphique de la relation (1.14) dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques montre que, pour la même valeur de  $\varepsilon / D_h$ , le coefficient de frottement  $f$  diminue lorsque  $R$  augmente. Pour des valeurs données de  $\varepsilon / D_h$  et de  $R$ , l'évaluation du coefficient de frottement  $f$ , par application de la relation (1.14), nécessite un procédé itératif. Une excellente relation approchée de (1.14) a été proposée par Achour (Achour, 2007):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.15)$$

A partir d'une valeur  $R = R_{lim}$  dépendant de la valeur de  $\varepsilon / D_h$ , le coefficient de frottement demeure pratiquement inchangé avec l'augmentation de  $R$ . Cette particularité caractérise la nature de l'écoulement dans la zone de pleine turbulence ou domaine rugueux. Dans ce domaine, le coefficient de frottement  $f$  peut être évalué par la relation explicite de *Nikuradse* :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon / D_h}{3,7} \right) \quad (1.16)$$

La relation (1.16) peut être obtenue à partir des relations (1.14) ou (1.15), en écrivant que  $R \rightarrow \infty$ .

Dans le domaine pratiquement lisse correspondant à  $\varepsilon / D_h \rightarrow 0$ , la relation (1.14) mène à écrire :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) \quad (1.17)$$

et l'évaluation de  $f$  nécessite également un procédé itératif. Dans le même domaine d'écoulement, ce procédé itératif peut être évité par l'application de la relation (1.15) :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.18)$$

Dans la large gamme  $2,35.10^3 \leq R \leq 10^9$ , l'application de la relation (1.18) occasionne un écart relatif inférieur à 0,7% par rapport à (1.17).

La formule de *Swamee* et *Jain* (1976) permet également d'évaluer de manière explicite le coefficient  $f$  dans le domaine pratiquement lisse :

$$f = \left[ 2 \log \left( \frac{5,74}{R^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (1.19)$$

Mais, dans la même gamme de valeurs ci-dessus indiquée de  $R$ , l'application de (1.19) occasionne un écart relatif atteignant 2,8% par rapport à (1.17). Dans une gamme plus restreinte de  $R$  telle que  $5.10^3 < R < 10^8$ , cet écart se réduit mais atteint tout de même 1,5%.

En comparant les relations (1.1) et (1.13), on peut montrer que le coefficient  $C$  de *Chézy* est étroitement lié au coefficient de frottement  $f$ :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (1.20)$$

## I.5. Conclusion

Le chapitre précédent a eu pour objectif de passer en revue les principaux résultats connus sur l'écoulement uniforme. Nous avons précisé les conditions d'établissement d'un écoulement uniforme dont les caractéristiques ont été représentées sur la figure 1.1, en comparant la pente du canal à la pente critique.

A partir d'un schéma de définition, nous avons montré les différentes forces intervenant dans un volume de contrôle de l'écoulement uniforme, ce qui a conduit à la démonstration de la formule universellement connue de *Chézy*. Nous avons montré que le coefficient de résistance  $C$  de *Chézy* est tel que  $C = \sqrt{\rho g / K}$ , où  $\rho$  est la masse volumique du liquide en écoulement,  $g$  est l'accélération de la pesanteur et  $K$  est un facteur de proportionnalité intervenant dans l'expression de la force de résistance à l'écoulement (Relation 1.2). Nous avons présenté trois relations permettant d'évaluer le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de *Chézy*. La première relation est celle de *Ganguillet – Kutter* dans laquelle le coefficient  $C$  est tel que  $C(J, R_h, n)$ , où  $J$  est la pente de la ligne de charge totale égale à la pente géométrique du canal,  $R_h$  est le rayon hydraulique et  $n$  est le coefficient de rugosité. La seconde relation est celle de *Bazin* dans laquelle le coefficient  $C$  est tel que  $C(R_h, m)$ , où  $m$  est le coefficient de rugosité dépendant de la nature du matériau constituant le canal considéré. La troisième relation est celle de *Powell*. Elle exprime de manière implicite le coefficient  $C$  en fonction du nombre de *Reynolds*, du rayon hydraulique et de la rugosité absolue des parois du canal.

Nous avons présenté la formule de *Manning* ou de *Manning-Strickler* qui exprime la vitesse moyenne du liquide en écoulement. Le coefficient  $n$  selon *Manning* et  $1/n = k$  selon *Strickler* a été discuté et son unité a été précisée. Le coefficient  $k$  est lié à la rugosité absolue  $\varepsilon$  par la relation de *Hager* (1989). Nous avons surtout précisé qu'il n'existe aucune méthode analytique d'évaluation du coefficient  $n$  de *Manning*, à l'exception du cas d'un canal de grande largeur à parois rugueuses et dans l'hypothèse que la distribution de la vitesse suit une loi logarithmique.

La relation de *Darcy-Weisbach* a été présentée (Relation 1.16). Elle exprime la pente de la ligne de charge totale comme étant un paramètre inversement proportionnel au diamètre hydraulique et directement proportionnel à la hauteur capable de la vitesse de l'écoulement.

Le facteur de proportionnalité est représenté par le coefficient  $f$ , appelé coefficient de frottement. Celui-ci peut être évalué par la relation de *Colebrook-White* en s'appuyant sur un procédé itératif. Des relations explicites au calcul de  $f$  ont été proposées par certains auteurs, tels que *Achour* et *Swamee*.

PDF Create! 5 Trial  
www.nuance.com

## **CHAPITRE II**

# **CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUE DE L'ÉCOULEMENT**

PDF Created by Trial  
www.nuance.com

## II.1. Introduction

Les caractéristiques de l'écoulement, telle que l'aire de la section mouillée  $A$ , le périmètre mouillé  $P$ , la largeur du plan d'eau  $e$  ou le rayon hydraulique  $R_h$  dépendent du taux de remplissage  $\eta = y_n / D$  où  $y_n$  est la profondeur normale de l'écoulement. En outre, ces caractéristiques s'expriment par différentes relations selon le lieu géométrique de l'écoulement.

## II.2. Caractéristiques géométriques de la conduite

La figure II.1 montre les quatre espaces géométriques que peut occuper l'écoulement (Swamee P.K. and Swamee N), selon la valeur du taux de remplissage  $\eta = y_n / D$ . C'est ainsi que si :

- $0 \leq \eta \leq 0.09605$ , l'écoulement, de plan d'eau  $\vec{ab}$ , se situe dans la partie circulaire la plus basse de la conduite.
- $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$ , l'écoulement, de plan d'eau  $\vec{de}$ , se situe dans l'espace délimité par les arcs de cercle  $\hat{EA}$  et  $\hat{DB}$ .
- $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$ , l'écoulement, de plan d'eau  $\vec{gf}$ , se situe dans l'espace délimité par les arcs de cercle  $\hat{GE}$  et  $\hat{FD}$ .
- $0.85441 \leq \eta \leq 1$ , l'écoulement, de plan d'eau  $\vec{ij}$ , se situe dans la partie circulaire la plus haute de la conduite.

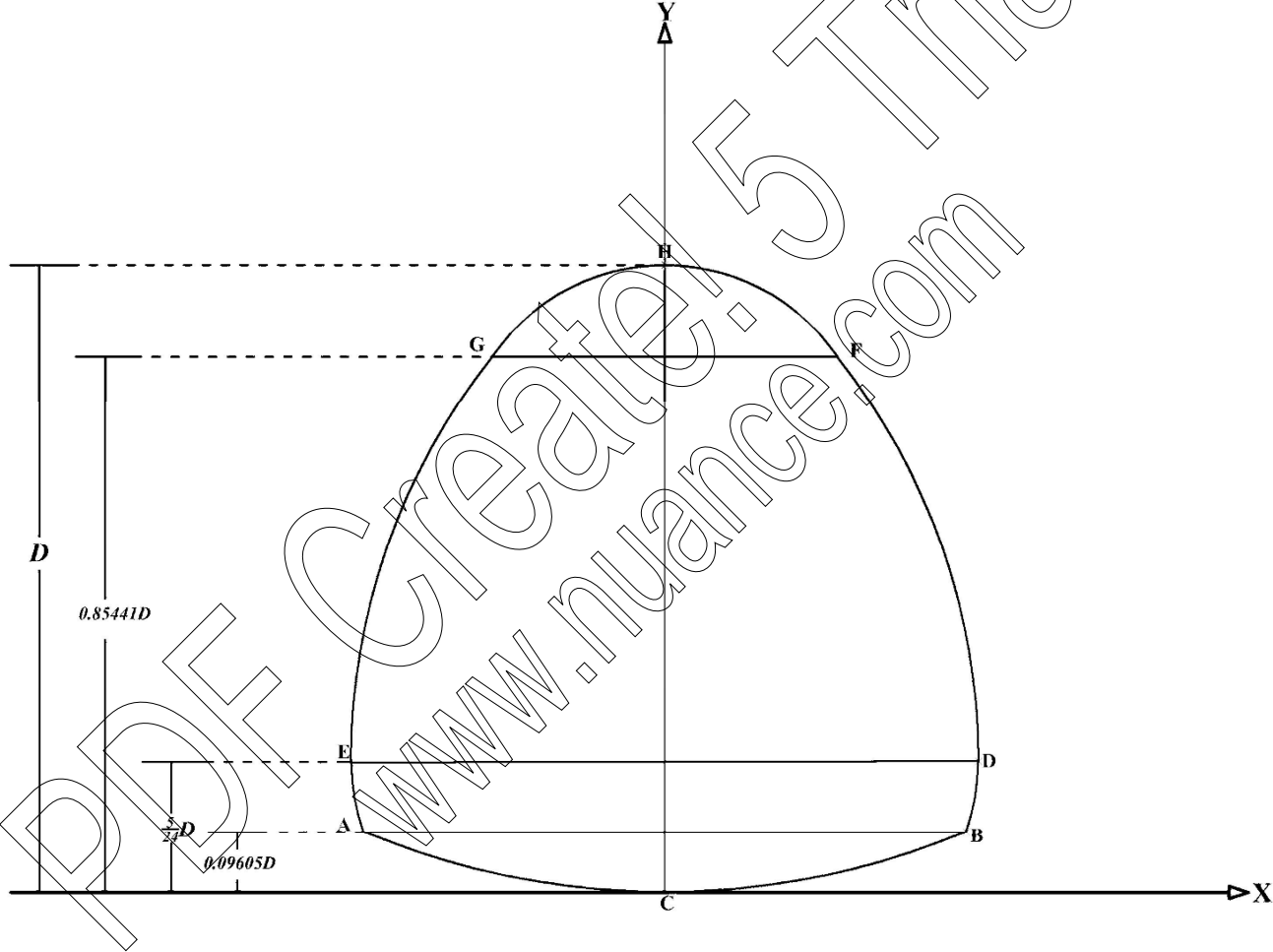


Figure II.1 : Schéma de définition de la conduite Semi-elliptique

### II.3. Caractéristiques de l'écoulement

Les caractéristiques de l'écoulement doivent être déterminées pour chacun des quatre cas ci-dessus indiqués.

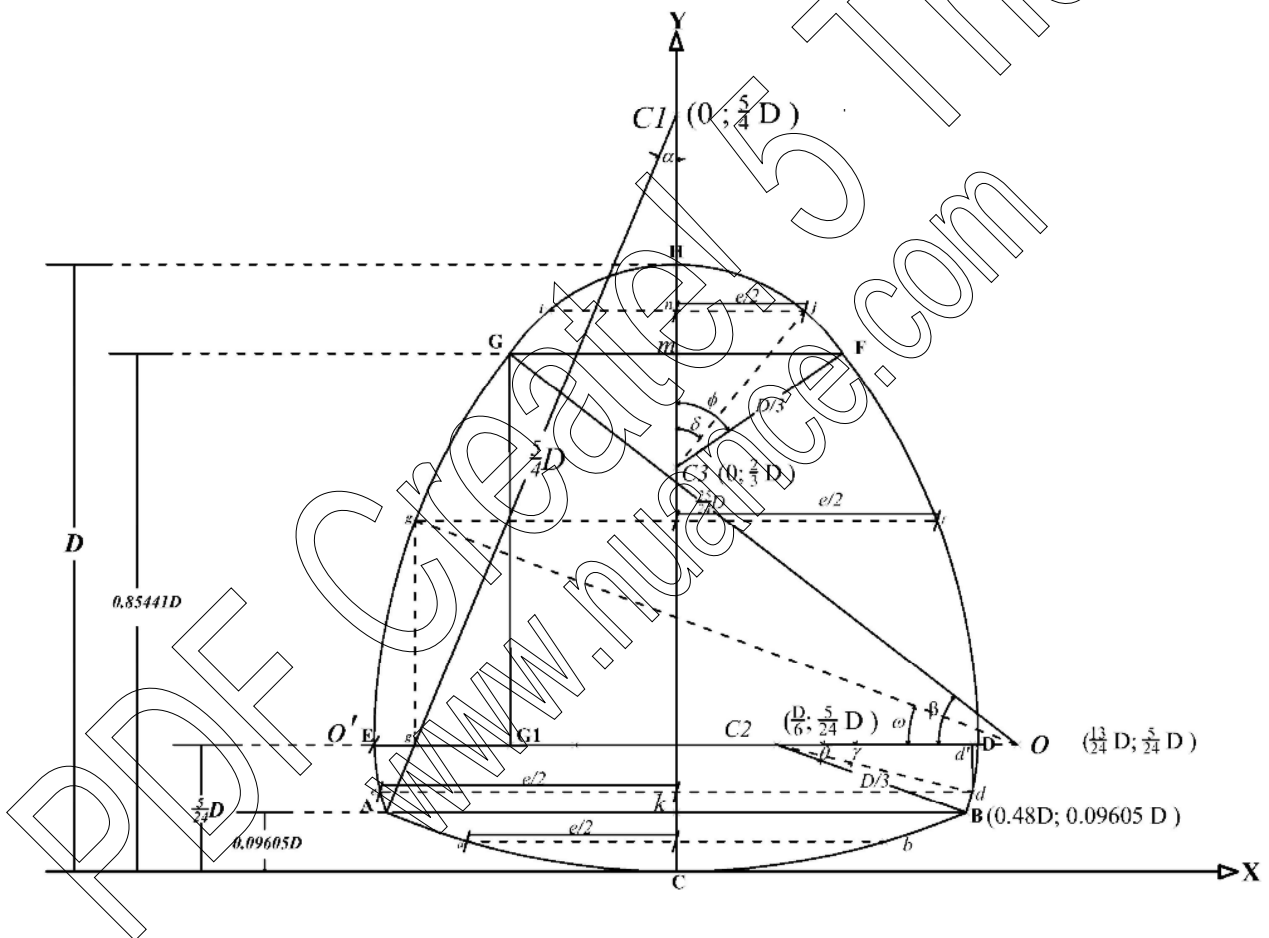


Figure II.2 : Schéma de définition de l'état de l'écoulement dans la conduite Semi-elliptique.

i.  $0 \leq \eta \leq 0.09605$

**a) Largeur du plan d'eau**

Lorsque  $0 \leq \eta \leq 0.09605$ , la largeur du plan d'eau  $e$  correspond à la corde  $\overline{ab}$ . Les points  $a$  et  $b$  appartiennent au cercle  $(c_1)$ , de centre  $c_1$  et de diamètre  $d_1 = \frac{5}{2}D$ .

Ainsi :

$$e = \frac{5}{2}D \times \sin \alpha$$

Ou bien :

$$e = \frac{5}{2}D \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)}$$

Où l'angle  $(\alpha)$  est le demi angle au centre, tel que :

$$\cos(\alpha) = \frac{c_1c - Ak}{c_1B} = \frac{5/4D - y_h}{5/4D} = 1 - \frac{4}{5}\eta \quad (2.1)$$

Ou tel que :

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{4}{5}\eta\right)^2} \quad (2.2)$$

Finalement, la largeur du plan d'eau  $e$  est :

$$e = \frac{5}{2}D \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{4}{5}\eta\right)^2}$$

$$e = D \sqrt{\eta(10 - 4\eta)} \quad (2.3)$$

**b) Périmètre mouillé**

Le périmètre mouillé  $P$  correspond à la longueur de l'arc  $a\widehat{C}b$ , appartenant au cercle  $(C_1)$ , de centre  $c_1$  et de diamètre  $d_1 = \frac{5}{2}D$ . Ainsi :

$$P = 2 \times \left( \frac{5}{4}D \right) \times \alpha$$

En tenant compte la relation (2.1), l'angle  $\alpha = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{4}{5}\eta \right)$  Soit :

$$P = 2,5D \times \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) \quad (2.4)$$

Définissons la fonction :

$$\sigma(\eta) = 2,5 \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) \quad (2.5)$$

La relation (2.4) devient alors :

$$P = D\sigma(\eta) \quad (2.6)$$

**c) Aire de la section mouillée**

L'aire de la section mouillée  $A$  correspond à l'aire du segment circulaire  $aCba$ , appartenant au cercle  $(C_1)$ , de centre  $C_1$  et de diamètre  $d_1 = \frac{5}{2}D$ . Ainsi :

$$A = \frac{\left( \frac{5}{2}D \right)^2}{4} [\alpha - \cos(\alpha) \sin(\alpha)]$$

Soit :

$$A = \frac{25}{16} D^2 \left[ \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) - (1 - 0,8\eta) \sqrt{1 - (1 - 0,8\eta)^2} \right]$$

$$A = 1,5625 D^2 \left[ \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) - 2(1 - 0,8\eta) \sqrt{0,4\eta(1 - 0,4\eta)} \right] \quad (2.7)$$

Définissons la fonction :

$$\varphi(\eta) = 1,5625 \left[ \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) - 2(1 - 0,8\eta)\sqrt{0,4\eta(1 - 0,4\eta)} \right] \quad (2.8)$$

La relation (2.7) permet alors d'écrire que :

$$A = D^2 \varphi(\eta) \quad (2.9)$$

**d) Rayon hydraulique**

Les relations (2.6) et (2.9) permettent de déduire que le rayon hydraulique

$R_h = A/P$  est :

$$R_h = D \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \quad (2.10)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

**a) Largeur du plan d'eau**

Lorsque  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$ , la largeur du plan d'eau  $e$  correspond à  $\vec{ed}$  (Figure II-2).

Le point  $d$  appartient au cercle de centre  $C_1$  et de rayon  $\frac{D}{3}$ . L'équation de ce cercle est :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = (D/3)^2 \quad (2.11)$$

Où  $x_0$  et  $y_0$  sont les coordonnées du point  $C_1$ . Dans le système d'axes XCY de la figure, le point  $C_1$  a pour coordonnées  $x_0 = D/6$  et  $y_0 = \frac{5}{24}D$ . Dans le même système

d'axes, le point  $d$  a pour coordonnées  $x = e/2$  et  $y = y_n$ . La relation (2.11) s'écrit alors :

$$\left( \frac{e}{2} - \frac{D}{6} \right)^2 + \left( y - \frac{5}{24}D \right)^2 = \left( \frac{D}{3} \right)^2$$

En divisant les deux membres de cette équation par  $\left( \frac{D}{3} \right)^2$ , il vient que :

$$\left(\frac{3e}{2D} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3y}{D} - \frac{5}{8}\right)^2 = 1$$

Ou bien :

$$\left(\frac{3e}{2D} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(3\eta - \frac{5}{8}\right)^2 = 1$$

La largeur du plan d'eau  $e$  est donc :

$$e = D \left[ \frac{1}{3} + 2\sqrt{\frac{1}{9} - (5/24 - \eta)^2} \right] \quad (2.12)$$

**b) Périmètre mouillé**

Lorsque  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$ , le périmètre mouillé  $P$  correspond à deux fois la longueur de l'arc  $\widehat{Bd}$ , à laquelle il faut ajouter la longueur de l'arc de cercle  $\widehat{ACB}$ . La longueur de l'arc  $\widehat{Bd}$  est égale à la différence des longueurs des arcs  $\widehat{DB}$  et  $\widehat{Dd}$ . La longueur de l'arc  $\widehat{ACB}$  est calculé par la relation (2.4) pour  $\eta = 0,09605$ , soit  $\widehat{ACB} = 0,98644 D$ .

La longueur de l'arc  $\widehat{DB}$  est tel que.

$$DB = \frac{2D}{3} \times \frac{\theta}{2} = \frac{1}{3} D\theta$$

$$\widehat{DB} = \frac{2D}{3} \times \frac{\theta}{2} = \frac{1}{3} D\theta$$

$$\sin(\theta) = \frac{(5/24)D - 0,09605D}{D/3} = (5/24 - 0,09605) \times 3$$

$$\sin(\theta) = 0,33685$$

$$\theta = \sin^{-1}(0,33685) = 0,34356 \text{ radiane} = 19,68507^\circ \quad (2.13)$$

$$\widehat{DB} = \frac{0,34356}{3} D = 0,11452 D$$

Pour évaluer la longueur de l'arc  $dB$ , écrivons d'abord que dans le triangle droit  $\Delta C_2 dd'$  :

$$\sin(\gamma) = \frac{\left(\frac{5}{24}D - y_n\right)}{D/3}$$

Soit :

$$\sin(\gamma) = \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) \quad (2.14)$$

Ou bien :

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) \quad (2.15)$$

L'angle  $\gamma$  ainsi défini varie entre  $0^\circ$  et  $19,68507^\circ$ , valeur correspondant à celle de l'angle  $\theta$ .

Notons également que dans le triangle droit  $\Delta C_2 dd'$  :

$$\cos(\gamma) = \frac{e/(2-D/6) - 3e - 1}{D/3} = \frac{3e - 1}{2D} - \frac{1}{2}$$

Soit, en tenant compte de la relation (2.14) :

$$\cos(\gamma) = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)^2} \quad (2.16)$$

La longueur de l'arc  $\widehat{Dd}$  est par suite :

$$\widehat{Dd} = \frac{2D}{3} \frac{\gamma}{2} = \frac{D}{3} \gamma$$

Ou bien :

$$\widehat{Dd} = \frac{D}{3} \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)$$

La longueur de l'arc  $\widehat{Bd}$  est par suite :

$$\widehat{Bd} = \widehat{DB} - \widehat{Dd} = 0,11452D - \frac{D}{3} \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) = D \left[ 0,11452 - \frac{1}{3} \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) \right]$$

Le périmètre mouillé  $P$  est donc tel que :

$$P = 2\widehat{Bd} + \widehat{ACB}$$

Soit :

$$P = 2D \left[ 0,11452 - \frac{1}{3} \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) \right] + 0,98644D$$

Ou bien :

$$P = D \left[ 1,21458 - \frac{2}{3} \sin^{-1}(0,625 - 3\eta) \right] \quad (2.17)$$

Définissons la fonction :

$$\zeta(\eta) = 1,21458 - \frac{2}{3} \sin^{-1}(0,625 - 3\eta) \quad (2.18)$$

La relation (2.17) s'écrit alors plus simplement :

$$P = D\zeta(\eta) \quad (2.19)$$

### c) Aire de la section mouillée

L'aire de la section mouillée  $A$  correspondant à  $0,09605 \leq \eta \leq 5/24$  est définie par l'espace  $deCd$  de la figure. L'aire de la section mouillée  $A$  peut être décomposée en trois aires qui sont :

- $2A_0$ , où  $A_0$  est l'aire de la section du segment circulaire  $dBd$ .
- $A_1$ , l'aire du trapèze  $deAB$  dont les caractéristiques sont :
  - Grande base = largeur du plan d'eau  $\vec{de} = e$ , définie par la relation (2.12)

- Petite base =  $\overline{AB}$ .

- Hauteur =  $y_n - 0,09605 D$

- $A_2$ , l'aire du segment circulaire  $ABCA$  qui s'exprime par la relation (2.7) pour  $\eta = 0,09605$ .

L'aire de la section  $A$  recherchée est donc :

$$A = 2A_0 + A_1 + A_2$$

L'aire du segment circulaire  $dBd$  appartient au cercle de centre  $C_2$ , de rayon  $D/3$  et d'angle au centre  $\theta - \gamma$ . Nous pouvons ainsi écrire que, pour  $\theta$  et  $\gamma$  exprimés en radian :

$$A_0 = \frac{(D/3)^2}{2} [(\theta - \gamma) - \sin(\theta - \gamma)]$$

Ou bien :

$$2A_0 = \left(\frac{D}{3}\right)^2 [(\theta - \gamma) - \sin(\theta - \gamma)] \quad (2.20)$$

La quantité  $\sin(\theta - \gamma)$  peut s'écrire :

$$\sin(\theta - \gamma) = \sin(\theta)\cos(\gamma) - \cos(\theta)\sin(\gamma) \quad (2.21)$$

L'angle  $\theta$  a été évalué par la relation (2.13), soit  $\theta = 0,34356$  radian. Ceci permet d'écrire que :

$$\sin(\theta) = \sin(0,34356) = 0,33685$$

$$\cos(\theta) = \cos(0,34356) = 0,94155$$

En tenant compte des relations (2.14) et (2.16), la relation (2.21) s'écrit alors :

$$\sin(\theta - \gamma) = 0,33685 \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)^2} - 0,94155 \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) \quad (2.22)$$

Avec la valeur de  $\theta = 0,34356$  radian et en ayant recours aux relations (2.15) et (2.22), la relation (2.20) devient :

$$2A_0 = \left(\frac{D}{3}\right)^2 \left[ 0,93202 - 2,824655 \eta - \sin^{-1}\left(\frac{5}{8} - 3\eta\right) - 0,33685 \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)^2} \right] \quad (2.23)$$

L'aire de la section mouillée  $A_1$  du trapèze  $deAB$  s'écrit :

$$A_1 = \frac{(\overline{AB} + e)}{2} (y_n - 0,09605 D) \quad (2.24)$$

La longueur de l'arc  $\overline{AB}$  est exprimé par la relation (2.3) pour  $\eta = 0,09605$ . Soit :

$$\overline{AB} = D \sqrt{0,09605 \times (10 - 4 \times 0,09605)} = 0,96104 D \quad (2.25)$$

En substituant la relation (2.25) dans la relation (2.24), il vient que :

$$A_1 = \left( \frac{0,96104 D + e}{2} \right) (y_n - 0,09605 D)$$

Ou bien :

$$A_1 = \left\{ \left( \frac{e}{2D} + 0,48052 \right) (\eta - 0,09605) \right\} D^2 \quad (2.26)$$

En tenant compte de la relation (2.12), la relation (2.26) devient :

$$A_1 = \left\{ \left[ 0,64718 + \sqrt{\frac{1}{9} - \left(\frac{5}{24} - \eta\right)^2} \right] (\eta - 0,09605) \right\} D^2 \quad (2.27)$$

Après réarrangements, la relation (2.27) mène à :

$$A_1 = \left\{ 0,64718 \eta + \frac{1}{3} \eta \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)^2} - 0,03201 \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8} - 3\eta\right)^2} - 0,06216 \right\} D^2 \quad (2.28)$$

L'aire  $A_2$  du segment circulaire  $ABCA$  est donnée par la relation (2.7) pour  $\eta = 0,09605$ , soit :

$$A_2 = 1,5625 D^2 \left[ \cos^{-1}(1 - 0,8\eta) - 2(1 - 0,8\eta)\sqrt{0,4\eta(1 - 0,4\eta)^2} \right]$$

$$= 1,5625 D^2 \left[ \cos^{-1}(1 - 0,8 \times 0,09605) - 2(1 - 0,8 \times 0,09605) \times \sqrt{0,4 \times 0,09605 (1 - 0,4 \times 0,09605)} \right]$$

Le calcul mène à :

$$A_2 = 0,06202D^2 \quad (2.29)$$

Finalement, l'aire recherchée  $A = 2A_0 + A_1 + A_2$  est, compte tenu des relations (2.23), (2.28) et (2.29) :

$$A = D^2 \left[ 0,10342 + \frac{\eta}{3} - \left(\frac{1}{9}\right) \sin^{-1}(0,625 - 3\eta) - \left(\frac{1}{9}\right) (0,625 - 3\eta) \sqrt{1 - (0,625 - 3\eta)^2} \right] \quad (2.30)$$

Définissons, par souci de simplification d'écriture, la fonction :

$$g(\eta) = 0,10342 + \frac{\eta}{3} - \left(\frac{1}{9}\right) \sin^{-1}(0,625 - 3\eta) - \left(\frac{1}{9}\right) (0,625 - 3\eta) \sqrt{1 - (0,625 - 3\eta)^2} \quad (2.31)$$

La relation (2.30) s'écrit alors :

$$A = D^2 g(\eta) \quad (2.32)$$

#### **d) Rayon hydraulique**

Le rayon hydraulique  $R_h = A/P$  s'écrit, en ayant recours aux relations (2.19) et (2.32) :

$$R_h = D \frac{g(\eta)}{\zeta(\eta)} \quad (2.33)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

**a) Largeur du plan d'eau**

Lorsque  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$ , la largeur du plan d'eau  $e$  correspond à  $\overline{gf}$  (Figure). Le point  $g$  appartient au cercle de centre  $O$  et de rayon  $\frac{25}{24}D$ . L'équation de ce cercle est :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \left(\frac{25}{24}D\right)^2 \quad (2.34)$$

Où  $x_0$  et  $y_0$  sont les coordonnées du point  $O$ . Dans le système d'axes  $XBY$  de la figure, le point  $O$  a pour coordonnées  $x_0 = \frac{13}{24}D$  et  $y_0 = \frac{5}{24}D$ . Dans le même système d'axes, le point  $g$  a pour coordonnées  $x = -e/2$  et  $y = y_n$ . La relation (2.34) s'écrit alors :

$$\left(-\frac{e}{2} - \frac{13}{24}D\right)^2 + \left(y_n - \frac{5}{24}D\right)^2 = \left(\frac{25}{24}D\right)^2$$

En divisant les deux membres de cette équation par  $\left(\frac{25}{24}D\right)^2$ , il vient que :

$$\left(\frac{12e}{25D} + \frac{13}{25}\right)^2 + \left(\frac{24y_n}{25D} - \frac{1}{5}\right)^2 = 1$$

Ou bien :

$$\left(\frac{12e}{25D} + \frac{13}{25}\right)^2 + \left(\frac{24}{25}\eta - \frac{1}{5}\right)^2 = 1$$

La largeur du plan d'eau  $e$  est donc :

$$e = D \left[ -\frac{13}{12} + \sqrt{\frac{625}{144} - \left(2\eta - \frac{5}{12}\right)^2} \right]$$

Ou bien :

$$e = D \left[ -\frac{13}{12} + \frac{25}{12} \sqrt{1 - \left(0,96\eta - \frac{1}{5}\right)^2} \right] \quad (2.35)$$

**b) Périmètre mouillé**

Lorsque  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$  , le périmètre mouillé  $P$  correspond à deux fois la longueur de l'arc  $\widehat{Eg}$  , à laquelle il faut ajouter la longueur  $ECD$  . La longueur  $ECD$  est calculé par la relation (2.17) pour  $\eta = 5/24$  , soit  $ECD = 1,21458 D$ .

En considérant le triangle  $\Delta OGG_1$  , nous pouvons écrire que :

$$\sin(\beta) = \frac{\overline{GG_1}}{\overline{OG}} = \frac{0,85441D - (5/24)D}{(25/24)D}$$

Soit :

$$\sin(\beta) = 0,62023 \quad (2.36)$$

Ou bien :

$$\beta = 38,33320^\circ , \text{ ou bien } \beta = 0,66904 \text{ radian} \quad (2.37)$$

Pour évaluer la longueur de l'arc  $\widehat{Eg}$  , écrivons d'abord que dans le triangle droit

$\Delta Og'g$  :

$$\sin(\omega) = \frac{\overline{gg'}}{\overline{Og'}} = \frac{y_n - (5/24)D}{(25/24)D}$$

Soit :

$$\sin(\omega) = \frac{24}{25}\eta - \frac{1}{5} \quad (2.38)$$

Ou bien :

$$\omega = \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\eta - \frac{1}{5}\right) \quad (2.39)$$

L'angle  $\omega$  ainsi défini varie entre  $0^\circ$  et  $38,33320^\circ$ , valeur correspondant à celle de l'angle  $\beta$ .

La longueur de l'arc  $\hat{E}g$  est par suite :

$$\hat{E}g = 2 \times \left( \frac{25}{24} D \right) \times \frac{\omega}{2} = \frac{25}{24} D \omega$$

Ou bien :

$$\hat{E}g = \frac{25}{24} D \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right)$$

Le périmètre mouillé  $P$  est donc tel que :

$$P = 2\hat{E}g + ECD$$

Soit :

$$P = 2D \left[ \frac{25}{24} \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right) \right] + 1,21458 D$$

Ou bien :

$$P = D \left[ 1,21458 + \frac{25}{12} \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right) \right] \quad (2.40)$$

Définissons la fonction :

$$\lambda(\eta) = 1,211458 + \left( \frac{25}{12} \right) \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right) \quad (2.41)$$

La relation (2.40) s'écrit alors plus simplement :

$$P = D\lambda(\eta) \quad (2.42)$$

**c) Aire de la section mouillée**

L'aire de la section mouillée  $A$ , dans le cas où  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$ , correspond à l'espace  $EgDCE$  de la figure. L'aire de la section mouillée  $A$  peut être décomposée en trois aires qui sont :

- $2A_0$ , où  $A_0$  est l'aire de la section du segment circulaire  $gEg$ .
- $A_1$ , l'aire du trapèze  $gfDE$  dont les caractéristiques sont :
  - Petite base = largeur du plan d'eau =  $e$ , définie par la relation (2.35).
  - Grande base =  $\overline{ED}$ .
  - Hauteur =  $y_n - \frac{5}{24}D$ .
- $A_2$ , est définie par l'espace  $EDCE$ .

L'aire de la section  $A$  recherchée est donc :

$$A = 2A_0 + A_1 + A_2$$

L'aire du segment circulaire  $gEg$  appartient au cercle de centre  $O$ , de rayon  $\frac{25}{24}D$  et d'angle au centre  $\omega$ . Nous pouvons ainsi écrire que, pour  $\omega$  exprimés en radian :

$$A_0 = \left(\frac{25}{24}D\right)^2 [\omega - \sin(\omega)\cos(\omega)]$$

Ou bien :

$$2A_0 = \frac{625}{576} D^2 [2\omega - 2\sin(\omega)\cos(\omega)] \quad (2.43)$$

En ayant recours à la relation (2.38), la quantité  $\cos(\omega)$  peut s'écrire :

$$\cos(\omega) = \sqrt{1 - \sin^2(\omega)} = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\eta - \frac{1}{5}\right)^2} \quad (2.44)$$

En tenant compte des relations (2.38), (2.39) et (2.44), la relation (2.43) s'écrit alors :

$$2A_0 = \frac{625}{576} D^2 \left[ 2 \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right) - 2 \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{24}{25} \eta - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \quad (2.45)$$

L'aire de la section mouillée  $A_1$  du trapèze  $gfDE$  s'écrit :

$$A_1 = \left( \frac{e + \overline{ED}}{2} \right) \left( y_n - \frac{5}{24} D \right) \quad (2.46)$$

La longueur  $\overline{ED}$  est exprimé par la relation (2.12) pour  $\eta = 5/24$ . Soit :

$$\overline{ED} = D \left[ \frac{1}{3} + 2 \sqrt{\frac{1}{9} - (5/24 - 5/24)^2} \right] = D$$

La relation (2.46) s'écrit alors :

$$A_1 = \left( \frac{e + D}{2} \right) \left( y_n - \frac{5}{24} D \right)$$

Ou bien :

$$A_1 = \left( \frac{e}{2D} + \frac{1}{2} \right) \left( \eta - \frac{5}{24} \right) D^2 \quad (2.47)$$

En tenant compte de la relation (2.35), la relation (2.47) devient :

$$A_1 = \left[ \frac{25}{24} \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} - \frac{1}{24} \right] \left( \eta - \frac{5}{24} \right) D^2 \quad (2.48)$$

Après réarrangements, la relation (2.48) mène à :

$$A_1 = \left[ \frac{5}{576} + \frac{25}{24} \eta \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} - \frac{125}{576} \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} - \frac{1}{24} \eta \right] D^2 \quad (2.49)$$

L'aire  $A_2$  est définie par l'espace  $EDCE$  qui s'exprime par la relation (2.30)

pour  $\eta = \frac{5}{24}$ , soit :

$$A_2 = D^2 \left[ 0,10342 + \frac{\eta}{3} - \left( \frac{1}{9} \right) \sin^{-1} (0,625 - 3\eta) - \left( \frac{1}{9} \right) (0,625 - 3\eta) \sqrt{1 - (0,625 - 3\eta)^2} \right]$$

$$= D^2 \left\{ 0,10342 + \frac{(5/24)}{3} - \left( \frac{1}{9} \right) \sin^{-1} [0,625 - 3(5/24)] - \left( \frac{1}{9} \right) [0,625 - 3(5/24)] \sqrt{1 - [0,625 - 3(5/24)]^2} \right\}$$

Le calcul mène à :

$$A_2 = 0,17286 D^2 \quad (2.50)$$

Finalement, l'aire recherchée  $A = 2A_0 + A_1 + A_2$  est, compte tenu des relations (2.45), (2.49) et (2.50) :

$$A = \left\{ 0,18155 - \frac{1}{24} \eta + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1} \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right) + (0,2 - 0,96\eta) \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \right\} D^2 \quad (2.51)$$

Définissons, par souci de simplification d'écriture, la fonction :

$$\tau(\eta) = 0,18155 - \frac{1}{24} \eta + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1} \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right) + (0,2 - 0,96\eta) \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \quad (2.52)$$

La relation (2.51) s'écrit alors :

$$A = D^2 \tau(\eta) \quad (2.53)$$

#### d) Rayon hydraulique

Le rayon hydraulique  $R_h = A/P$  s'écrit, en ayant recours aux relations (2.42) et (2.53) :

$$R_h = D \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \quad (2.54)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

**a) Largeur du plan d'eau**

Lorsque  $0.85441 \leq \eta \leq 1$ , la largeur du plan d'eau  $e$  correspond à la longueur du segment  $\vec{ij}$ .

$$e = \frac{2D}{3} \sin(\delta)$$

Dans le triangle droit  $\Delta C_3nj$ , nous pouvons écrire que :

$$\cos(\delta) = \frac{C_3H - Hn}{D/3} = \frac{(D/3) - Hn}{D/3} = 1 - 3\frac{Hn}{D} \quad (2.55)$$

Où :

$$Hn = D - y_n$$

La relation (2.55) s'écrit alors :

$$\cos(\delta) = 1 - 3\frac{(D - y_n)}{D} = 3\frac{y_n}{D} - 2$$

Ou bien :

$$\cos(\delta) = 3\eta - 2 \quad (2.56)$$

Or :

$$\sin(\delta) = \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} \quad (2.57)$$

La largeur du plan d'eau s'écrit alors :

$$e = \frac{2D}{3} \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2}$$

Ou bien :

$$e = 2D \sqrt{\frac{1}{9} - \left(\eta - \frac{2}{3}\right)^2} \quad (2.58)$$

**b) Périmètre mouillé**

Lorsque  $0.85441 \leq \eta \leq 1$ , le périmètre mouillé  $P$  correspond à deux fois la longueur de l'arc  $\widehat{Fj}$ , à laquelle il faut ajouter la longueur  $GECD$ . La longueur de l'arc  $\widehat{Fj}$  est égale à la différence des longueurs des arcs  $\widehat{GHF}$  et  $\widehat{iHj}$ .

Désignons par  $P_0$  le périmètre correspond à la longueur de l'arc  $\widehat{iHj}$ . Ainsi :

$$P_0 = \frac{2D}{3} \delta \quad (2.59)$$

En tenant compte de la relation (2.56), nous pouvons écrire que :

$$\delta = \cos^{-1}(3\eta - 2) \quad (2.60)$$

Ainsi, la relation (2.59) s'écrit :

$$P_0 = \frac{2D}{3} \cos^{-1}(3\eta - 2) \quad (2.61)$$

Désignons par  $P_1$  le périmètre correspond à la longueur de l'arc  $\widehat{GHF}$ . Ainsi :

$$P_1 = \frac{2D}{3} \phi \quad (2.62)$$

L'angle  $\phi$  est calculée par la relation (2.60) pour  $\eta = 0,85441 D$ . Soit :

$$\phi = \cos^{-1}(3 \times 0,85441 - 2) = 55,72053^\circ, \text{ ou bien } 0,9725 \text{ radian}$$

La relation (2.62), il vient que :

$$P_1 = \frac{2D}{3} \times 0,9725 = 0,64833 D \quad (2.63)$$

Désignons par  $P_2$  le périmètre correspond à la longueur  $GECD$  qui définie par la relation (2.40) pour  $\eta = 0,85441$ , soit :

$$P_2 = D \left[ 1,21458 + \frac{25}{12} \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \times 0,85441 - \frac{1}{5} \right) \right] = 2,60841 D \quad (2.64)$$

Le périmètre recherché est  $P = (P_1 - P_0) + P_2$ , en ayant recours aux relations (2.61), (2.63) et (2.64) :

$$P = \left[ 0,64833 D - \frac{2D}{3} \cos^{-1}(3\eta - 2) \right] + 2,60841 D$$

Ou bien, plus simplement :

$$P = D \left[ 3,25674 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3\eta - 2) \right] \quad (2.65)$$

Définissons la fonction :

$$\chi(\eta) = 3,25674 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3\eta - 2) \quad (2.66)$$

La relation (2.65) s'écrit alors :

$$P = D\chi(\eta) \quad (2.67)$$

**c) Aire de la section mouillée**

Lorsque  $0,85441 \leq \eta \leq 1$ , l'aire de la section mouillée  $A$  est définie par l'espace  $ijFGi$  de la figure, à laquelle il faut ajouter l'aire  $GECDFG$ . L'espace  $ijFGi$  est égale à la différence des l'aires  $GFHG$  et  $ijHi$ .

$A_0$  : Est l'aire de la section du segment circulaire  $GFHG$ .

$$A_0 = \left( \frac{D}{3} \right)^2 [\phi - \sin(\phi)\cos(\phi)] \quad (2.68)$$

Rappelons que l'angle  $\phi = 0,9725$  radian.

Soit :

$$\sin(\phi) = 0,82629 \quad (2.69)$$

$$\cos(\phi) = 0,56323 \quad (2.70)$$

En tenant compte des relations (2.69) et (2.70), la relation (2.68) s'écrit alors :

$$A_0 = \left( \frac{D}{3} \right)^2 [0,9725 - (0,82629 \times 0,56323)] = 0,05634 D^2$$

Le calcul mène à :

$$A_0 = 0,05634D^2 \quad (2.71)$$

$A_1$  : Est l'aire de la section du segment circulaire  $ijHi$  .

$$A_1 = \left(\frac{D}{3}\right)^2 [\delta - \sin(\delta)\cos(\delta)] \quad (2.72)$$

Tenant compte des relations (2.56), (2.57) et (2.60), la relation (2.72) devient :

$$A_1 = \left(\frac{D}{3}\right)^2 \left[ \cos^{-1}(3\eta - 2) - \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} (3\eta - 2) \right] \quad (2.73)$$

$A_2$  : Est l'aire de l'espace  $GECDFG$  qui s'exprime par la relation (2.51) pour  $\eta = 0,85441$  , soit :

$$\begin{aligned} A_2 &= \left\{ 0,18155 - \frac{1}{24}\eta + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1} \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right) + (0,2 - 0,96\eta) \sqrt{1 - \left( 0,96\eta - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \right\} D^2 \\ &= \left\{ 0,18155 - \left( \frac{1}{24} \times 0,85441 \right) + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1} \left( 0,96 \times 0,85441 - \frac{1}{5} \right) + (0,2 - 0,96 \times 0,85441) \sqrt{1 - \left( 0,96 \times 0,85441 - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \right\} D^2 \\ A_2 &= 1,06995D^2 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Finalement, l'aire recherchée  $A = A_0 - A_1 + A_2$  est, compte tenu des relations (2.71), (2.73) et (2.74) :

$$A = 0,05634D^2 - \left(\frac{D}{3}\right)^2 \left[ \cos^{-1}(3\eta - 2) - \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} (3\eta - 2) \right] + 1,06995D^2$$

Ou bien :

$$A = \left\{ 1,12629 - \frac{1}{9} \left[ \cos^{-1}(3\eta - 2) - \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} (3\eta - 2) \right] \right\} D^2 \quad (2.75)$$

Définissons la fonction :

$$\psi(\eta) = 1,12629 - \frac{1}{9} \left[ \cos^{-1}(3\eta - 2) - \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} (3\eta - 2) \right] \quad (2.76)$$

La relation (2.75) s'écrit alors plus simplement :

$$A = D^2 \psi(\eta) \quad (2.77)$$

**d) Rayon hydraulique**

Lorsque  $0.85441 \leq \eta \leq 1$ , le rayon hydraulique  $R_h = A/P$  s'exprime, compte tenu des relations (2.67) et (2.76), par :

$$R_h = D \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \quad (2.78)$$

**II.4. Conclusion**

Dans cette partie de notre recherche, nous avons étudié d'une façon approfondie les caractéristiques hydrauliques de la conduite étudiée qui sont : la section mouillée  $A$ , le périmètre mouillé  $P$ , la largeur du plan d'eau  $e$  et le rayon hydraulique  $R_h$ .

L'application de ces caractéristiques dans plusieurs relations fondamentales en hydraulique nous permet de déduire les relations principales dont découle le calcul des coefficients de résistance de *Chézy* et *Manning*.

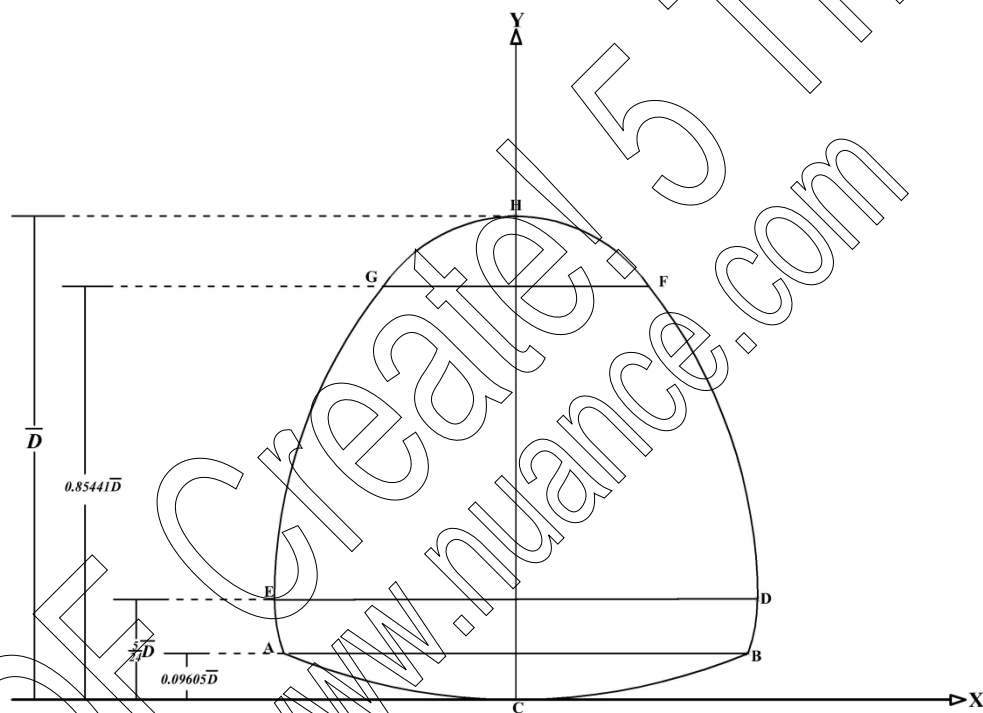
## **CHAPITRE III**

### **LA METHODE DU MODELE RUGUEUX DE REFERENCE (MMR)**

### III.1. Introduction

Le facteur de calcul dans le domaine hydraulique pose un sérieux problème dans la réalisation des projets surtout aux niveaux des canalisations. Donc nous allons procéder à une nouvelle méthode de calcul de canalisations qui s'appelle la **MMR (Méthode du Modèle Rugueux)**. Il s'agit d'une méthode destinée aux calculs des conduites et canaux, en charge et en surface libre.

Initiée et développée par l'auteur *Achour B* durant la période de 2002 jusqu'à 2006 au sein du laboratoire de recherche en hydraulique souterraine et de surface (LARHYSS) de l'université de Biskra.



**Figure III.1 :** Schéma de définition du modèle rugueux de référence de la conduite de forme semi-elliptique

### III.2. Caractéristiques du modèle rugueux de référence

Pour les canaux, le modèle rugueux de référence est caractérisé par une rugosité relative arbitrairement choisie égale à  $\bar{\varepsilon} / \bar{D}_h = 0,037$ .

Où  $\bar{\varepsilon}$  et  $\bar{D}_h$  désignent respectivement la rugosité absolue et le diamètre hydraulique du modèle.

L'écoulement dans le modèle rugueux de référence est considéré comme étant en régime turbulent

rugueux et le coefficient de frottement  $\bar{f}$  est alors donné par la relation (1.14).

Le modèle rugueux de référence de la conduite étudié est représenté schématiquement sur la figure 3.1. Il est caractérisé par l'hauteur  $\bar{D}$  et l'écoulement est de profondeur  $\bar{y}_n$ . Le paramètre de forme  $\bar{\eta} = \bar{y}_n / \bar{D}$  du modèle rugueux de référence est égal à celui de la conduite à dimensionner, soit :

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{D}}{\bar{y}_n} = \eta = \frac{y_n}{D} \quad (3.1)$$

Le modèle rugueux écoule le même débit volume que celui de la conduite à dimensionner et sous la même pente  $i$ , soit :

$$\bar{Q} = Q ; \bar{i} = i \quad (3.2)$$

En tenant compte de la relation (3.1), Les caractéristiques de l'écoulement du modèle rugueux de référence selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\bar{\eta}$ . C'est ainsi que pour :

i.  $0 \leq \bar{\eta} \leq 0.09605$

a) **Périmètre mouillé**

$$\bar{P} = 2,5\bar{D} \times \cos^{-1}(1 - 0,8\bar{\eta}) \quad (3.3)$$

b) **Aire de la section mouillée**

$$\bar{A} = 1,5625\bar{D}^2 \left[ \cos^{-1}\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)\bar{\eta}\right) - 2\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)\bar{\eta}\right) \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)\bar{\eta}\left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)\bar{\eta}\right)} \right] \quad (3.4)$$

c) **Diamètre hydraulique**

$$\bar{D}_h = 4 \frac{\bar{A}}{\bar{P}} \quad (3.5)$$

ii.  $0.09605 \leq \bar{\eta} \leq 5/24$

a) **Périmètre mouillé**

$$\bar{P} = \bar{D} \left[ 1,21458 - \frac{2}{3} \sin^{-1}(0,625 - 3\bar{\eta}) \right] \quad (3.6)$$

**b) Aire de la section mouillée**

$$\bar{A} = \bar{D}^2 \left[ 0,10342 + \frac{\bar{\eta}}{3} - \left( \frac{1}{9} \right) \sin^{-1}(0,625 - 3\bar{\eta}) - \left( \frac{1}{9} \right) (0,625 - 3\bar{\eta}) \sqrt{1 - (0,625 - 3\bar{\eta})^2} \right] \quad (3.7)$$

**c) Diamètre hydraulique**

$$\bar{D}_h = 4 \frac{\bar{A}}{\bar{P}} \quad (3.8)$$

iii.  $5/24 \leq \bar{\eta} \leq 0.85441$

**a) Périmètre mouillé**

$$\bar{P} = \bar{D} \left[ 1,21458 + \frac{25}{12} \sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \bar{\eta} - \frac{1}{5} \right) \right] \quad (3.9)$$

**b) Aire de la section mouillée**

$$\bar{A} = \bar{D}^2 \left\{ 0,18155 - \frac{1}{24} \bar{\eta} + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1} \left( 0,96\bar{\eta} - \frac{1}{5} \right) + (0,2 - 0,96\bar{\eta}) \sqrt{1 - \left( 0,96\bar{\eta} - \frac{1}{5} \right)^2} \right] \right\} \quad (3.10)$$

**c) Diamètre hydraulique**

$$\bar{D}_h = 4 \frac{\bar{A}}{\bar{P}} \quad (3.11)$$

iv.  $0.85441 \leq \bar{\eta} \leq 1$

**a) Périmètre mouillé**

$$\bar{P} = \bar{D} \left[ 3,25674 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3\bar{\eta} - 2) \right] \quad (3.12)$$

**b) Aire de la section mouillée**

$$\bar{A} = \left\{ 1,12629 - \frac{1}{9} \left[ \cos^{-1}(3\bar{\eta} - 2) - \sqrt{1 - (3\bar{\eta} - 2)^2} (3\bar{\eta} - 2) \right] \right\} \bar{D}^2 \quad (3.13)$$

**c) Diamètre hydraulique**

$$\bar{D}_h = 4 \frac{\bar{A}}{\bar{P}} \quad (3.14)$$

Etant donné que la rugosité relative du modèle rugueux de référence est  $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 0,037$  et que le régime d'écoulement est turbulent rugueux, alors le coefficient de frottement  $\bar{f}$  de l'écoulement est donné par la relation bien connue de *Nikuradse*, soit :

$$\bar{f} = \left[ -2 \log \left( \frac{\bar{\varepsilon}/\bar{D}}{3.7} \right) \right]^{-2} \quad (3.15)$$

Après calcul, le coefficient de frottement  $\bar{f}$  prend alors la valeur  $\bar{f} = 1/16$

L'écoulement turbulent rugueux se produisant dans la conduite de forme semi-elliptique est donc caractérisé par un coefficient de frottement constant égal à 1/16.

### III.3. Relation de *Darcy-Weisbach* appliquée au modèle rugueux

La relation de *Darcy-Weisbach* a été rappelée au cours du premier chapitre de notre étude (relation 1.13) dans laquelle le gradient  $J$  de la perte correspond à la pente géométrique  $i$  du canal étudié, soit :

$$i = \frac{f V^2}{D_h 2g} \quad (3.16)$$

La vitesse moyenne  $V$  figurant dans la relation (3.16) peut s'écrire, en tenant compte de l'équation de continuité :

$$V = Q/A \quad (3.17)$$

Le diamètre hydraulique est par définition :

$$D_h = 4A/P \quad (3.18)$$

En tenant compte des relations (3.17) et (3.18), la relation (3.16) s'écrit alors :

$$i = \frac{f}{8g} P \frac{Q^2}{A^3} \quad (3.19)$$

En appliquant la relation (3.19) au modèle rugueux de référence, nous obtenons :

$$\bar{i} = \frac{\bar{f}}{8g} \bar{P} \frac{Q^2}{A^3} \quad (3.20)$$

### III.4. Facteur de correction des dimensions linéaires

Selon la méthode du modèle rugueux, toute dimension linéaire  $D$  d'une conduite donnée est égale à la dimension linéaire correspondante  $\bar{D}$  du modèle rugueux, corrigée par les effets d'un facteur de correction  $\psi$ . Cela se traduit par la relation fondamentale :

$$D = \psi \bar{D} \quad (3.21)$$

Etant donné que la dimension linéaire  $\bar{D}$  est plus grande que la dimension linéaire  $D$ , alors le facteur de correction  $\psi$  est inférieur à l'unité, ou bien  $0 < \psi < 1$

Comme le périmètre mouillé  $P$  est une dimension linéaire, alors nous pouvons écrire :

$$P = \psi \bar{P} \quad (3.22)$$

En ce qui concerne l'aire de la section mouillée  $A$ , celle-ci étant proportionnelle à la dimension linéaire  $D$  au carré, nous pouvons alors écrire que :

$$A = \psi^2 \bar{A} \quad (3.23)$$

Appliquons les relations (3.22) et (3.23) à la relation (3.19). Nous obtenons :

$$i = \frac{f}{8g} \psi \bar{P} \frac{Q^2}{\psi^6 \bar{A}^3}$$

Soit :

$$i = \frac{f}{8g} \bar{P} \frac{Q^2}{\bar{A}^3} \frac{1}{\psi^5} \quad (3.24)$$

Remarquons, en vertu de la relation (3.20) que :

$$\frac{1}{8g} \bar{P} \frac{Q^2}{\bar{A}^3} = \frac{\bar{i}}{\bar{f}} \quad (3.25)$$

En combinant les relations (3.24) et (3.25), il vient alors que :

$$i = \frac{f}{\bar{f}} \frac{\bar{i}}{\psi^5} \quad (3.26)$$

Comme d'une part  $\bar{f} = 1/16$  et  $i = \bar{i}$  en vertu de la condition (3.2), la relation (3.26) s'écrit alors plus simplement :

$$1 = \frac{16f}{\psi^5}$$

Soit :

$$f = \frac{\psi^5}{16} \quad (3.27)$$

Il faut donc noter que le facteur de correction des dimensions linéaires  $\psi$  est étroitement lié au coefficient de frottement  $f$ .

Dans cette étape de notre étude, il est nécessaire de faire appel à la formule de *Colebrook-White* exprimant le coefficient de frottement  $f$ . Ainsi :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D_h}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (3.28)$$

Le diamètre hydraulique  $D_h$  figurant dans la relation (3.28) est une dimension linéaire et peut donc s'écrire, en vertu de la relation (3.21) :

$$D_h = \psi \bar{D}_h \quad (3.29)$$

Le nombre de *Reynolds*  $R$  figurant dans la relation (3.28) s'écrit, par définition :

$$R = \frac{4Q}{Pv} \quad (3.30)$$

Compte de la relation (3.22), la relation (3.30) devient :

$$R = \frac{4Q}{\psi P v} \quad (3.31)$$

Puisque  $\bar{Q} = Q$  en vertu de la condition (3.2), nous pouvons alors remarquer que la quantité  $\frac{4Q}{Pv}$

figurant dans la relation (3.31) correspond au fait au nombre de *Reynolds*  $\bar{R}$  caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux. Ainsi :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{Pv} \quad (3.32)$$

En combinant les relations (3.31) et (3.32), il ressort que :

$$R = \psi^{-1} \bar{R} \quad (3.33)$$

Introduisons les relations (3.27), (3.29) et (3.33) dans la relation (3.28). Nous obtenons :

$$\frac{4}{\psi^{5/2}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{3.7\psi} + \frac{10.04}{\psi^{-1} \bar{R} \psi^{5/2}} \right)$$

Ou bien :

$$\psi^{5/2} \log \left( \frac{\varepsilon/\bar{D}_h}{3.7\psi} + \frac{10.04}{\psi^{3/2} \bar{R}} \right) = -2 \quad (3.34)$$

Selon la relation (3.34), le facteur de correction des dimensions linéaires  $\psi$  est fonction de la rugosité absolue  $\varepsilon$  et des caractéristiques hydrauliques  $\bar{D}_h$  et  $\bar{R}$  de l'écoulement dans le modèle rugueux. La relation (3.34) montre bien qu'elle est implicite vis-à-vis du facteur  $\psi$ . Une relation

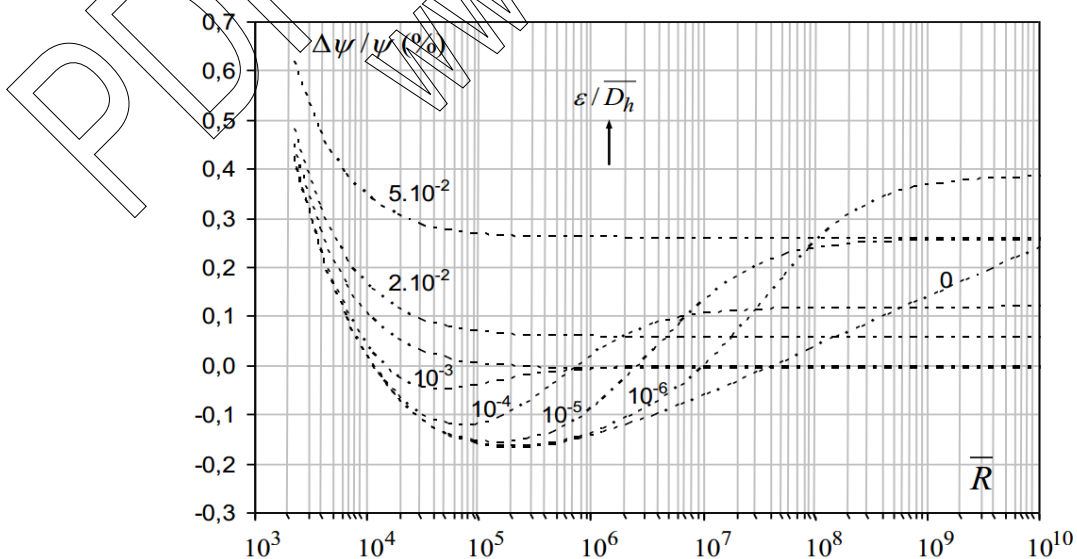
approchée de (Achour 2007) été déterminée et les calculs ont montré que le facteur de correction  $\psi$  pouvait s'écrire, avec une excellente approximation, sous la forme :

$$\psi \cong 1.35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}_h}{4.75} + \frac{8.5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5} \quad (3.35)$$

La relation approchée (3.35) a été comparée à la relation exacte (3.34). La comparaison a été menée en respectant les étapes suivantes :

1. On fixe une valeur de la rugosité relative  $\varepsilon / \bar{D}_h$  entre les valeurs 0 et 0,05 afin de balayer l'ensemble du diagramme universel de *Moody*.
2. On fait varier le nombre de Reynolds  $\bar{R}$  avec un pas arbitrairement choisi.
3. Par un procédé itératif, on calcule la valeur du coefficient de correction  $\psi$  en application de la relation exacte (3.34).
4. On calcule la valeur approchée de selon la relation proposée (3.35).
5. On calcule enfin l'écart relatif  $\Delta \psi / \psi$  (%) entre les valeurs de  $\psi$  déterminées au cours des étapes 3 et 4.

Les résultats de cette comparaison ont été tracés graphiquement dans le système d'axes de coordonnées à divisions semi logarithmiques de la figure III.2.



**Figure III.2:** Comparaison entre les valeurs exactes et approchées du coefficient  $\psi$  calculées

Selon les relations (3.34) et (3.35) ; (*Achour B, 2007*).

Il ressort de la figure III.2 que, pour les valeurs pratiques  $\bar{R} > 10^{-4}$ , l'écart relatif entre les valeurs exactes et approchées de  $\psi$  ne dépassent guère 0,4% seulement. Ceci montre clairement la fiabilité de la relation approchée (3.35) qui peut donc être appliquée avec une erreur très acceptable. Notons que la relation approchée (3.35) est applicable à l'ensemble du domaine de l'écoulement turbulent, comprenant le régime d'écoulement lisse, le régime d'écoulement de transition et le régime d'écoulement turbulent rugueux.

## II.6. Conclusion

Il serait indispensable d'appliquer cette méthode (MMR) dans nos calculs inscrite dans notre projet de recherche.

Dans le but de trouver une réponse concrète aux problèmes des dites calculs, afin d'éviter les lacunes que rencontreront les spécialités en hydraulique (Ingénieurs, Techniciens,...).

Cela exigerait uniquement cinq paramètres selon *Achour* qui sont : La rugosité absolue  $\varepsilon$ , le débit volume  $Q$ , le diamètre hydraulique  $D_h$ , la viscosité cinématique  $\nu$  et la pente géométrique de l'ouvrage  $i$ . Ces paramètres seraient mesurables dans la nature.

## **CHAPITRE IV**

# **COEFFICIENT DE CHEZY EN ECOULEMENT UNIFORME DANS UNE CONDUITE SEMI-ELLIPTIQUE**

PDF CREATED BY Trial  
www.nuance.com

#### IV.1. Introduction

Dans ce contexte que nous proposons le présent chapitre dans lequel nous établissons des relations générales destinées non seulement à l'évaluation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy*, mais à examiner aussi leur variation en fonction de la profondeur de l'écoulement et de d'autres paramètres hydrauliques qui influencent l'écoulement.

L'évaluation de la valeur requise du coefficient  $C$  de *Chézy* demeure encore quasi impossible sans l'aide d'un procédé itératif. La méthode du modèle est alors une solution alternative à ce problème.

#### IV.2. Expression du coefficient de *Chézy* dans une conduite de forme Semi-elliptique

Pour exprimer le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de *Chézy* par une relation de validité générale, il est utile d'avoir recours à la formule du débit volume d'*Achour* et *Bedjaoui* (2006), soit :

$$Q = -4\sqrt{2g} A\sqrt{R_h} i \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (4.1)$$

Dans cette relation,  $\varepsilon$  désigne la rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite et  $R$  est un nombre de *Reynolds* défini par la relation :

$$R = 32\sqrt{2} \frac{\sqrt{g i R_h^3}}{\nu} \quad (4.2)$$

Où  $\nu$  est la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

Pour le cas de la conduite de forme Semi-elliptique représentée par la figure 2.1, l'aire de la section mouillée  $A$  figurant dans la relation (4.1) s'exprime par les relations (2.7), (2.30), (2.51) et (2.75), selon la gamme du taux de remplissage  $\eta$ . Quant au rayon hydraulique  $R_h$  figurant dans la relation (4.2), il s'exprime par les relations (2.10), (2.33), (2.54) et (2.78).

Pour une conduite de forme Semi-elliptique à l'état plein, correspondant au taux de remplissage  $\eta = 1$ , le rayon hydraulique  $R_{h,p}$  est régi par la relation (2.78), où l'indice «  $p$  » désigne l'état plein. Les fonctions  $\chi(\eta)$  et  $\psi(\eta)$  figurant dans cette relation sont données par les relations (2.66) et (2.76) respectivement, et l'on peut aisément montrer

que  $\chi(\eta = 1) \cong 3,25670$  et  $\psi(\eta = 1) \cong 0,78316$ . Par suite, le rayon hydraulique  $R_{h,p}$  à l'état plein est, en vertu de la relation (2.78) :

$$R_{h,p} \cong 0,24048D \quad (4.3)$$

Par suite, le nombre de Reynolds  $R_p$  à l'état plein de la conduite est, selon la relation (4.2) :

$$R_p \cong 5,33671 \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (4.4)$$

D'autre part la relation de Chézy est définie par la formule suivante :

$$Q = CA\sqrt{R_h i} \quad (4.5)$$

En comparant les relations (4.5) et (4.1), nous pouvons déduire que le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy est tel que :

$$C = -4\sqrt{2g} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad C \cdot m^{1/2}s^{-1} \quad (4.6)$$

La relation (4.6) peut aussi s'écrire, en termes adimensionnels :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log\left(\frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R}\right) \quad (4.7)$$

Tenant compte des relations (2.10), (2.33), (2.54) et (2.78), la relation (4.6) montre que le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy est fonction à la fois de la rugosité relative  $\varepsilon/D$ , du taux de remplissage  $\eta$  et d'un nombre de Reynolds  $R$ , lui-même fonction de la pente longitudinale  $i$ , du diamètre  $D$ , de  $\eta$  et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement. Nous pouvons donc écrire la relation fonctionnelle :

$$C(D, \eta, i, \varepsilon, \nu) = 0 \quad (4.8)$$

En ayant recours aux relations (2.10), (2.33), (2.54) et (2.78), nous pouvons écrire que pour :

$$i. \quad 0 \leq \eta \leq 0.09605$$

- La relation (4.2) mène à :

$$R = 32\sqrt{2} \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (4.9)$$

Ou bien :

$$R = 8,4799 \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{3/2} R_p \quad (4.10)$$

- La relation (4.7) mène à :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{14,8[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]} + \frac{1,1839}{R_p[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]^{3/2}} \right) \quad (4.11)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

- La relation (4.2) mène à écrire que :

$$R = 32\sqrt{2} \left[ \frac{\vartheta(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (4.12)$$

Ou bien :

$$R = 8,4799 \left[ \frac{\vartheta(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{3/2} R_p \quad (4.13)$$

- La relation (4.7) permet d'écrire que :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{14,8[\vartheta(\eta)/\zeta(\eta)]} + \frac{1,1839}{R_p[\vartheta(\eta)/\zeta(\eta)]^{3/2}} \right) \quad (4.14)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

- La relation (4.2) mène à :

$$R = 32\sqrt{2} \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (4.15)$$

Ou bien :

$$R = 8,4799 \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{3/2} R_p \quad (4.16)$$

- La relation (4.7) mène à :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{14,8[\tau(\eta)/\lambda(\eta)]} + \frac{1,1839}{R_p [\tau(\eta)/\lambda(\eta)]^{3/2}} \right) \quad (4.17)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

- La relation (4.2) mène à :

$$R = 32\sqrt{2} \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{3/2} \frac{\sqrt{giD^3}}{\nu} \quad (4.18)$$

Ou bien :

$$R = 8,4799 \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{3/2} R_p \quad (4.19)$$

- La relation (4.7) mène à :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = -4\sqrt{2} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{14,8[\psi(\eta)/\chi(\eta)]} + \frac{1,1839}{R_p [\psi(\eta)/\chi(\eta)]^{3/2}} \right) \quad (4.20)$$

Dans les relations (4.11), (4.14), (4.17) et (4.20),  $\varepsilon/D$  représente la rugosité relative de la conduite étudiée. Au regard de ces relations, il apparaît que  $C/\sqrt{g}$  dépend de trois paramètres qui sont la rugosité relative  $\varepsilon/D$ , le taux de remplissage  $\eta$  et le nombre de Reynolds  $R_p$  à l'état plein. Nous pouvons alors écrire la relation fonctionnelle suivante :

$$C/\sqrt{g} = f(\varepsilon/D; \eta; R_p) \quad (4.21)$$

### IV.3. Variation du coefficient de Chézy

Sous chacun des tableaux, Les relations (4.11), (4.14), (4.17) et (4.20) ont été graphiquement

représentées.

**Tableau IV.1 : Valeurs de  $C/\sqrt{g}$  pour  $\varepsilon/D = 0$**

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon/D = 0$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,36855	6,02541	11,68226	17,33911
0,02400	0,49069	0,00782	0,01593	6,95757	12,61443	18,27128	23,92814
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	8,23419	13,89104	19,54790	25,20475
0,04400	0,66529	0,01935	0,02909	9,17736	14,83422	20,49107	26,14793
0,05400	0,73752	0,02628	0,03564	9,92508	15,58194	21,23879	26,89564
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	10,54419	16,20104	21,85789	27,51475
0,07400	0,86453	0,04206	0,04865	11,07219	16,72904	22,38590	28,04275
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	11,53225	17,18910	22,84596	28,50281
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	12,01775	17,67460	23,33146	28,98831
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	12,02126	17,67812	23,33497	28,99182
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	12,86809	18,52495	24,18180	29,83865
0,12605	1,04829	0,09115	0,08695	13,21218	18,86903	24,52589	30,18274
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	13,51757	19,17443	24,83128	30,48813
0,14605	1,08928	0,11083	0,10175	13,79127	19,44813	25,10498	30,76183
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	14,03852	19,69538	25,35223	31,00909
0,16605	1,12978	0,13066	0,11565	14,26336	19,92021	25,57707	31,23392
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	14,46894	20,12580	25,78265	31,43950
0,18605	1,16998	0,15060	0,12872	14,65779	20,31464	25,97150	31,62835
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	15,02819	20,68505	26,34190	31,99876
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	15,02805	20,68490	26,34176	31,99861
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	16,14330	21,80015	27,45701	33,11386
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	16,78051	22,43736	28,09422	33,75107
0,50833	1,82320	0,46411	0,25456	17,17065	22,82751	28,48436	34,14122
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	17,40287	23,05972	28,71658	34,37343
0,65833	2,14522	0,59283	0,27635	17,47329	23,13014	28,78700	34,44385
0,70833	2,25761	0,63135	0,27966	17,51714	23,17399	28,83085	34,48770
0,75833	2,37342	0,66714	0,28109	17,53596	23,19282	28,84967	34,50653
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	17,50375	23,16061	28,81746	34,47432
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,85441	2,6084	0,72681	0,27865	17,50383	23,16068	28,81753	34,47439
0,88441	2,68406	0,74268	0,27670	17,47795	23,13481	28,79166	34,44852
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	17,45885	23,11571	28,77256	34,42942
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	17,40415	23,06100	28,71786	34,37471
0,94441	2,86612	0,76925	0,26840	17,36568	23,02254	28,67939	34,33625
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	17,31634	22,97320	28,63005	34,28690
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	16,96091	22,61777	28,27462	33,93148

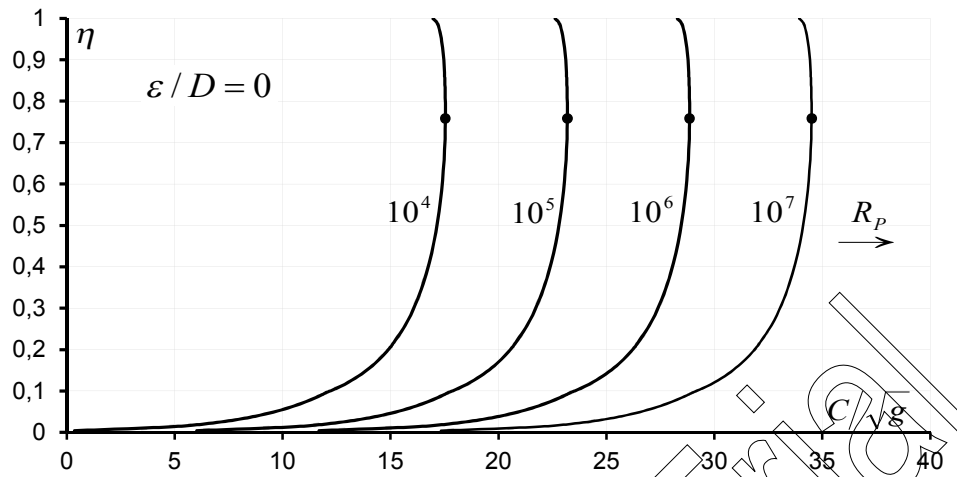


Figure IV.1 : Variation de  $C/\sqrt{g}$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D=0$ . (Écoulement lisse)

(•) Valeurs maximales  $C_{\max.}/\sqrt{g}$  obtenues pour  $\eta \cong 0,75833$

- On remarque d'après la Figure IV.1 que  $C/\sqrt{g}$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.

Tableau IV.2 : Valeurs de  $C/\sqrt{g}$  pour  $\varepsilon/D=10^{-5}$

$0 \leq \eta \leq 0,09605$							
$\varepsilon/D=10^{-5}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,36783	6,01818	11,61093	16,70476
0,02400	0,49069	0,00782	0,01593	6,95580	12,59680	18,10041	22,59537
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	8,23209	13,87009	19,34600	23,68477
0,04400	0,66529	0,01935	0,02909	9,17497	14,81042	20,26286	24,47789
0,05400	0,73752	0,02628	0,03564	9,92244	15,55561	20,98742	25,09950
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	10,54131	16,17242	21,58567	25,60942
0,07400	0,86453	0,04206	0,04865	11,06910	16,69831	22,09461	26,04089
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	11,52896	17,15640	22,53704	26,41432
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	12,01423	17,63969	23,00285	26,80584
$0,09605 \leq \eta \leq 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	12,01775	17,64319	23,00622	26,80867
0,10605	1,00666	0,07167	0,07120	12,47195	18,09541	23,44116	27,17278
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	12,86415	18,48580	23,81587	27,48540
0,12605	1,04829	0,09115	0,08695	13,20805	18,82803	24,14376	27,75817
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	13,51327	19,13171	24,43423	27,99922
0,14605	1,08928	0,11083	0,10175	13,78680	19,40380	24,69409	28,21442
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	14,03390	19,64956	24,92847	28,40816
0,16605	1,12978	0,13066	0,11565	14,25860	19,87299	25,14128	28,58379
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	14,46404	20,07725	25,33559	28,74393

0,18605	1,16998	0,15060	0,12872	14,65276	20,26485	25,51385	28,89067
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	14,82680	20,43782	25,67804	29,02567
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	15,02291	20,63271	25,86283	29,17744
$5/24 \leq \eta \leq 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	15,02276	20,63257	25,86269	29,17732
0,25833	1,31462	0,22283	0,16950	15,66617	21,27173	26,46716	29,67264
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	16,13715	21,73937	26,90785	30,03275
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	16,77381	22,37117	27,50102	30,51631
0,45833	1,71951	0,41782	0,24299	16,99231	22,58790	27,70390	30,68144
0,50833	1,82320	0,46411	0,25456	17,16359	22,75777	27,86268	30,81059
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	17,39558	22,98778	28,07737	30,98512
0,65833	2,14522	0,59283	0,27635	17,46593	23,05752	28,14240	31,03796
0,70833	2,25761	0,63135	0,27966	17,50973	23,10094	28,18286	31,07083
0,75833	2,37342	0,66714	0,28109	17,52854	23,11958	28,20023	31,08495
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	17,49636	23,08769	28,17051	31,06080
$0.85441 \leq \eta \leq 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	17,49644	23,08776	28,17058	31,06086
0,86941	2,64539	0,73492	0,27781	17,48536	23,07678	28,16035	31,05255
0,88441	2,68406	0,74268	0,27670	17,47059	23,06214	28,14670	31,04146
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	17,45151	23,04322	28,12907	31,02713
0,94441	2,86612	0,76925	0,26840	17,35843	22,95095	28,04302	30,95720
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	17,30914	22,90208	27,99742	30,92014
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	17,24320	22,83671	27,93640	30,87054
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	16,95405	22,54995	27,66840	30,65255

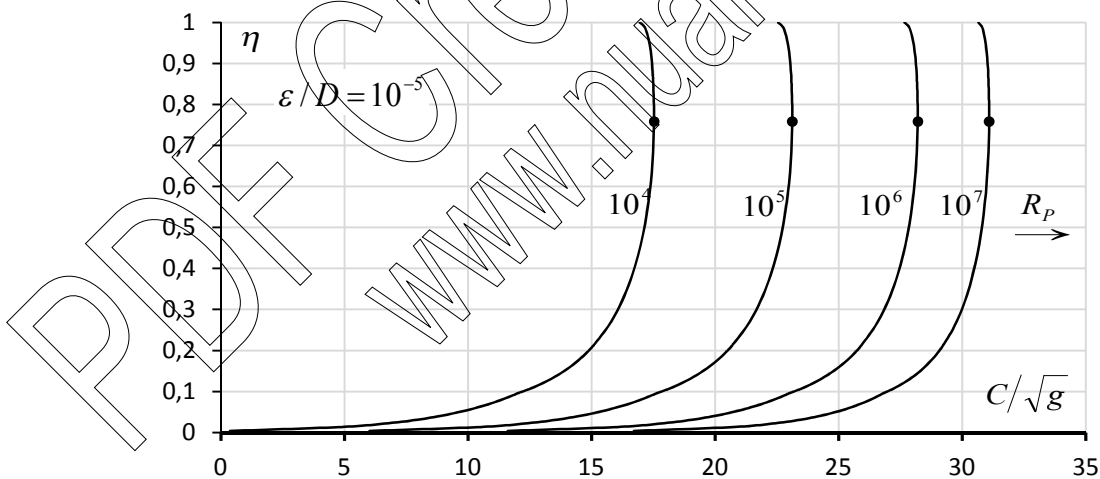


Figure IV.2 : Variation de  $C/\sqrt{g}$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 10^{-5}$ .

- On remarque d'après la **Figure IV.2** que  $C/\sqrt{g}$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  et entre 0.7 et 0.8.
- Les courbes des variation sont proche les unes des autres .

Tableau IV.3 : Valeurs de  $C/\sqrt{g}$  pour  $\varepsilon/D = 10^{-4}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon/D = 10^{-4}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,36132	5,95407	11,04791	13,96669
0,02400	0,49069	0,00782	0,01593	6,93994	12,44355	16,93852	18,75796
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	8,21324	13,68915	18,02792	19,65713
0,04400	0,66529	0,01935	0,02909	9,15356	14,60600	18,82103	20,31696
0,05400	0,73752	0,02628	0,03564	9,89875	15,33056	19,44265	20,83762
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	10,51557	15,92882	19,95256	21,26723
0,07400	0,86453	0,04206	0,04865	11,04145	16,43775	20,38404	21,63262
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	11,49955	16,88019	20,75746	21,95029
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	11,98284	17,34600	21,14899	22,28486
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	11,98633	17,34937	21,15181	22,28728
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	12,82895	18,15901	21,82855	22,86930
0,12605	1,04829	0,09115	0,08695	13,17118	18,48690	22,10132	23,10527
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	13,47485	18,77737	22,34236	23,31447
0,14605	1,08928	0,11083	0,10175	13,74695	19,03724	22,55756	23,50177
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	13,99270	19,27162	22,75131	23,67083
0,16605	1,12978	0,13066	0,11565	14,21613	19,48443	22,92694	23,82444
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	14,42039	19,67874	23,08708	23,96481
0,18605	1,16998	0,15060	0,12872	14,60799	19,85700	23,23381	24,09368
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	14,78097	20,02119	23,36881	24,21245
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	14,97586	20,20598	23,52058	24,34623
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	14,97571	20,20584	23,52047	24,34613
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	16,08252	21,25100	24,37589	25,10499
0,35833	1,51563	0,32178	0,21231	16,43806	21,58512	24,64843	25,34849
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	16,71432	21,84416	24,85945	25,53762
0,45833	1,71951	0,41782	0,24299	16,93105	22,04704	25,02458	25,68596
0,50833	1,82320	0,46411	0,25456	17,10091	22,20582	25,15374	25,80219
0,55833	1,92847	0,50890	0,26389	17,23230	22,32851	25,25348	25,89209
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	17,33093	22,42052	25,32827	25,95956
0,65833	2,14522	0,59283	0,27635	17,40067	22,48554	25,38110	26,00727
0,70833	2,25761	0,63135	0,27966	17,44409	22,52601	25,41398	26,03697
0,75833	2,37342	0,66714	0,28109	17,46273	22,54338	25,42809	26,04972
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	17,43083	22,51366	25,40395	26,02791
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	17,43091	22,51373	25,40400	26,02795
0,88441	2,68406	0,74268	0,27670	17,40528	22,48985	25,38460	26,01043
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	17,38637	22,47222	25,37028	25,99749

0,91441	2,76809	0,75698	0,27346	17,36238	22,44985	25,35210	25,98108
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	17,33219	22,42170	25,32923	25,96043
0,94441	2,86612	0,76925	0,26840	17,29410	22,38617	25,30035	25,93437
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	17,24523	22,34057	25,26329	25,90093
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	17,17985	22,27955	25,21368	25,85621
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	16,89310	22,01154	24,99570	25,65999

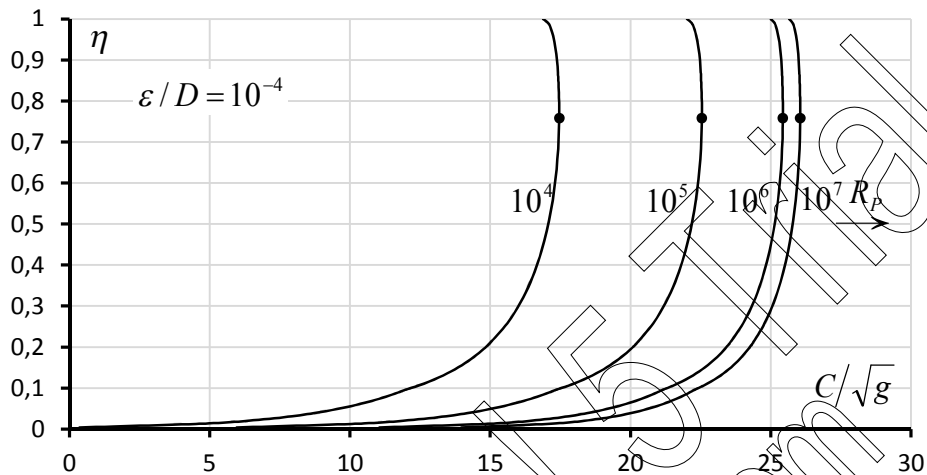


Figure IV.3 : Variation de  $C/\sqrt{g}$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 10^{-4}$

- On remarque d'après la Figure IV.3 que  $C/\sqrt{g}$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0,7 et 0,8.
- Les courbes des variation sont proche les unes des autres .

Tableau IV.4 : Valeurs de  $C/\sqrt{g}$  pour  $\varepsilon/D = 10^{-3}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon/D = 10^{-3}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,29722	5,39106	8,30983	8,94580
0,02400	0,49069	0,00782	0,01593	6,78670	11,28166	13,10110	13,38662
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	8,03229	12,37106	14,00028	14,24305
0,04400	0,66529	0,01935	0,02909	8,94915	13,16418	14,66011	14,87524
0,05400	0,73752	0,02628	0,03564	9,67371	13,78579	15,18077	15,37613
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	10,27196	14,29571	15,61037	15,79069
0,07400	0,86453	0,04206	0,04865	10,78090	14,72719	15,97577	16,14412
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	11,22333	15,10061	16,29344	16,45201
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	11,68914	15,49214	16,62801	16,77683
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	11,69251	15,49496	16,63043	16,77918
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	12,50216	16,17169	17,21245	17,34559
0,12605	1,04829	0,09115	0,08695	12,83005	16,44446	17,44842	17,57567

0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	13,12052	16,68551	17,65761	17,77985
0,14605	1,08928	0,11083	0,10175	13,38038	16,90071	17,84491	17,96283
0,16605	1,12978	0,13066	0,11565	13,82757	17,27008	18,16759	18,27839
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	14,02188	17,43023	18,30796	18,41579
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	14,54912	17,86373	18,68937	18,78952
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	14,54898	17,86361	18,68927	18,78942
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	15,59414	18,71904	19,44813	19,53452
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	16,18731	19,20260	19,88076	19,96013
0,45833	1,71951	0,41782	0,24299	16,39019	19,36773	20,02910	20,10620
0,55833	1,92847	0,50890	0,26389	16,67165	19,59663	20,23524	20,30927
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	16,76367	19,67141	20,30271	20,37577
0,65833	2,14522	0,59283	0,27635	16,82869	19,72425	20,35042	20,42279
0,75833	2,37342	0,66714	0,28109	16,88653	19,77124	20,39287	20,46464
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	16,85680	19,74709	20,37105	20,44313
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	16,85687	19,74715	20,37110	20,44318
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	16,81536	19,71342	20,34064	20,41315
0,91441	2,76809	0,75698	0,27346	16,79300	19,69525	20,32423	20,39698
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	16,76485	19,67237	20,30357	20,37662
0,94441	2,86612	0,76925	0,26840	16,72931	19,64350	20,27751	20,35093
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	16,68372	19,60643	20,24408	20,31798
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	16,62269	19,55683	20,19935	20,27391
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	16,35469	19,33884	20,00313	20,08062

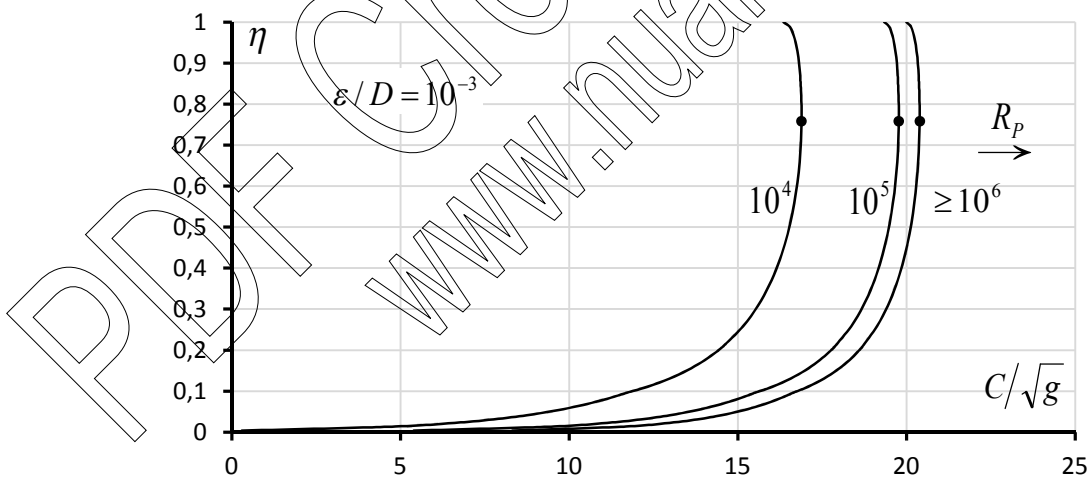


Figure IV.4 : Variation de  $C/\sqrt{g}$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 10^{-3}$

- On remarque d'après la **Figure IV.4** que  $C/\sqrt{g}$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.
- les courbes de variation de  $C/\sqrt{g}$  sont extrêmement proches les unes des autres et se confondent.

**Tableau IV.5 :** Valeurs de  $C/\sqrt{g}$  pour  $\varepsilon/D = 10^{-2}$

$0 \leq \eta \leq 0.09605$							
$\varepsilon/D = 10^{-2}$				$R_p=10^4$	$R_p=10^5$	$R_p=10^6$	$R_p=10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,26580	2,65298	3,28895	3,36263
0,02400	0,49069	0,00782	0,01593	5,62481	7,44425	7,72976	7,76023
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	6,71421	8,34342	8,58619	8,61184
0,04400	0,66529	0,01935	0,02909	7,50732	9,00326	9,21839	9,24097
0,05400	0,73752	0,02628	0,03564	8,12894	9,52391	9,71928	9,73969
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	8,63886	9,95352	10,13383	10,15261
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	9,44375	10,63659	10,79515	10,81159
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	9,83528	10,97115	11,11998	11,13537
$0.09605 \leq \eta \leq 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	9,83811	10,97357	11,12233	11,13771
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	10,51484	11,55559	11,68873	11,70245
0,12605	1,04829	0,09115	0,08695	10,78761	11,79156	11,91882	11,93191
0,14605	1,08928	0,11083	0,10175	11,24386	12,18806	12,30597	12,31808
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	11,77337	12,65110	12,75893	12,76998
0,18605	1,16998	0,15060	0,12872	11,92010	12,77997	12,88514	12,89591
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	12,05510	12,89874	13,00152	13,01204
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	12,20687	13,03252	13,13266	13,14291
$5/24 \leq \eta \leq 0,85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	12,20676	13,03242	13,13257	13,14281
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	13,06219	13,79128	13,87766	13,88647
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	13,54575	14,22391	14,30328	14,31136
0,45833	1,71951	0,41782	0,24299	13,71088	14,37225	14,44934	14,45719
0,50833	1,82320	0,46411	0,25456	13,84003	14,48848	14,56384	14,57150
0,65833	2,14522	0,59283	0,27635	14,06739	14,69356	14,76594	14,77329
0,70833	2,25761	0,63135	0,27966	14,10027	14,72326	14,79522	14,80253
0,75833	2,37342	0,66714	0,28109	14,11438	14,73602	14,80779	14,81508
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	14,09024	14,71420	14,78628	14,79361
$0.85441 \leq \eta \leq 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$	$C/\sqrt{g}$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	14,09029	14,71425	14,78633	14,79365
0,88441	2,68406	0,74268	0,27670	14,07089	14,69672	14,76905	14,77640
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	14,05657	14,68378	14,75630	14,76367
0,91441	2,76809	0,75698	0,27346	14,03839	14,66737	14,74012	14,74752
0,94441	2,86612	0,76925	0,26840	13,98664	14,62066	14,69408	14,70154
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	13,94958	14,58722	14,66113	14,66864
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	13,89997	14,54250	14,61705	14,62464
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	13,68199	14,34628	14,42376	14,43165

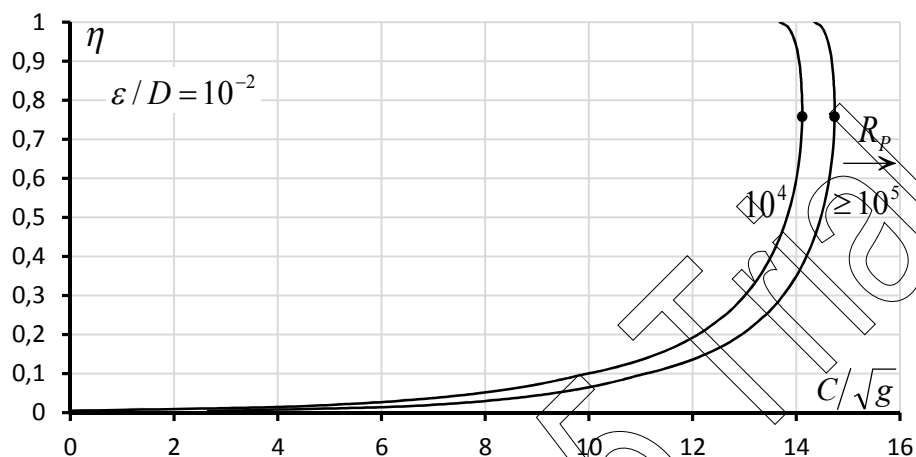


Figure IV.5 : Variation de  $C/\sqrt{g}$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 10^{-2}$

Les figures (IV.1) ; (IV.2) ; (IV.3) ; (IV.4) et (IV.5) montrent clairement, pour la même valeur du nombre de Reynolds  $R_p$  à l'état plein et quelle que soit la rugosité relative  $\varepsilon/D$ ,  $C/\sqrt{g}$  augmente avec l'accroissement du taux de remplissage  $\eta$ . Notons que cette augmentation est très rapide dans la gamme approximative  $0 \leq \eta \leq 0,2$ , alors qu'elle est plus lente au-delà de  $\eta = 0,2$ . Pour toutes les rugosités relatives considérées, les courbes montrent que  $C/\sqrt{g}$  atteint un maximum et les calculs ont montré que le taux de remplissage correspondant à  $C_{\max.}/\sqrt{g}$  est  $\eta \cong 0,75833$ . Cette valeur de  $\eta$  appartient à l'intervalle  $5/24 \leq \eta \leq 0,85441$  et, de ce fait,  $C_{\max.}/\sqrt{g}$  est régi par la relation (4.17). Nous pouvons donc énoncer que la valeur maximale  $C_{\max.}$  du coefficient de résistance à l'écoulement de Chézy s'obtient à la profondeur  $y_n = 0,75833D$ .

Les figures montrent enfin que les courbes de variation de  $C/\sqrt{g}$  se resserrent au fur et à mesure de l'augmentation de la rugosité relative  $\varepsilon/D$ . Nous pouvons constater sur la figure (IV.5), correspondant à la plus forte rugosité relative considérée, que les courbes de variation de  $C/\sqrt{g}$  sont extrêmement proches les unes des autres et se confondent au-delà du nombre de Reynolds  $R_p = 10^5$ . Ceci correspond au régime turbulent rugueux pour lequel

$C / \sqrt{g}$  est indépendant du nombre de Reynolds  $R_p$  et donc de la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

Pour exprimer le coefficient de résistance à l'écoulement  $C_{\max}$  de Chézy, introduisons la valeur  $\eta = 0,75833$  dans la relation (4.17). Les fonctions  $\lambda(\eta)$  et  $\tau(\eta)$  sont régies par les relations (2.41) et (2.52) respectivement. Pour  $\eta = 0,75833$ , elles prennent les valeurs suivantes :

$$\bullet \lambda(0,75833) = 1,211458 + \left(\frac{25}{12}\right) \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\eta - \frac{1}{5}\right) = 1,211458 + \left(\frac{25}{12}\right) \sin^{-1}\left(\frac{24}{25} \times 0,75833 - \frac{1}{5}\right) = 2,37029$$

$$\bullet \tau(0,75833) = 0,18155 - \frac{1}{24}\eta + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1}\left(0,96\eta - \frac{1}{5}\right) + (0,2 - 0,96\eta) \sqrt{1 - \left(0,96\eta - \frac{1}{5}\right)^2} \right]$$

$$= 0,18155 - \left(\frac{1}{24} \times 0,75833\right) + \frac{625}{576} \left[ 2 \sin^{-1}\left(0,96 \times 0,75833 - \frac{1}{5}\right) + (0,2 - 0,96 \times 0,75833) \sqrt{1 - \left(0,96 \times 0,75833 - \frac{1}{5}\right)^2} \right]$$

$$= 0,66714$$

Ainsi, selon la relation (4.17), le coefficient de résistance à l'écoulement maximal  $C_{\max}$  de Chézy est :

$$C_{\max} = -4\sqrt{2g} \log \left( \frac{\frac{\varepsilon/D}{14,8 \left[ \frac{0,66714}{2,37029} \right]} + \frac{1,1839}{R_p \left[ \frac{0,66714}{2,37029} \right]^{3/2}}}{1} \right)$$

Soit :

$$C_{\max} = -4\sqrt{2g} \log \left( \frac{\frac{\varepsilon/D}{4,16013} + \frac{7,94414}{R_p}}{1} \right) \quad (4.22)$$

Rappelons que le nombre de Reynolds  $R_p$ , figurant dans la relation (4.22), est donné par la relation (4.4). La relation (4.22) permet donc d'évaluer la valeur maximale du coefficient de résistance à l'écoulement de Chézy, à partir des valeurs connues du diamètre  $D$  de la conduite, de la rugosité absolue  $\varepsilon$ , de la pente longitudinale  $i$  et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement.

Pour l'état plein de la conduite, correspondant à  $\eta = 1$ , la relation (4.20) permet d'exprimer le

coefficient de résistance à l'écoulement  $C_p$  de Chézy. Pour  $\eta = 1$ , les fonctions  $\chi(\eta)$  et  $\psi(\eta)$  sont régies par les relations (2.66) et (2.72) respectivement, elles prennent les valeurs:

- $\chi(\eta = 1) = 3,25674 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3\eta - 2) = 3,25674 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3 \times 1 - 2) = 3,25674$
- $\psi(\eta = 1) = 1,12629 - \frac{1}{9} [\cos^{-1}(3\eta - 2) - \sqrt{1 - (3\eta - 2)^2} (3\eta - 2)] = 1,12629 - \frac{1}{9} [\cos^{-1}(3 - 2) - \sqrt{1 - (3 - 2)^2} (3 - 2)]$   
 $= 0,78316$

Ainsi, selon la relation (4.20), le coefficient de résistance à l'écoulement  $C_p$  de Chézy à l'état plein est donné par la relation :

$$C_p = -4\sqrt{2g} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{14,8[1,12629 / 3,25674]} + \frac{1,1839}{R_p [1,12629 / 3,25674]^{3/2}} \right)$$

Soit :

$$C_p = -4\sqrt{2g} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,55905} + \frac{10,03936}{R_p} \right) \quad (4.23)$$

Le nombre de Reynolds  $R_p$ , figurant dans la relation (4.23), est donné par la relation (4.4). La relation (4.23) permet donc l'évaluation du coefficient de résistance à l'écoulement  $C_p$  de Chézy à l'état plein, à partir des valeurs connues du diamètre  $D$  de la conduite, de la rugosité absolue  $\varepsilon$ , de la pente longitudinale  $i$  et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement.

#### IV.4. Conductivité relative

Selon Chézy, le débit volume  $Q$  s'exprime par la relation :

$$Q = CA\sqrt{R_h i} \quad (4.24)$$

L'aire de la section mouillée  $A$  ainsi que le rayon hydraulique  $R_h$  s'exprime par les relations que nous avons établies dans le chapitre II, selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\eta$ . C'est ainsi que pour :

$$i. \quad 0 \leq \eta \leq 0.09605$$

L'aire de la section mouillée  $A$  est donnée par la relation (2.7), tandis que le rayon hydraulique  $R_h$  s'exprime par la relation (2.10). Les fonctions  $\sigma(\eta)$  et  $\varphi(\eta)$  sont définies par les relations (2.5) et (2.8) respectivement.

En tenant compte de toutes ces relations, la relation (4.24) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[\varphi(\eta)]^{3/2}}{[\sigma(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (4.25)$$

Définissons la conductivité relative :

$$Q^* = \frac{Q}{\sqrt{C^2 D^5 i}} \quad (4.26)$$

La relation (4.25) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[\varphi(\eta)]^{3/2}}{[\sigma(\eta)]^{1/2}} \quad (4.27)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

Dans cet intervalle du taux de remplissage  $\eta$ , l'aire de la section mouillée  $A$  ainsi que le rayon hydraulique  $R_h$  sont respectivement donnés par les relations (2.32) et (2.33). Dans ces relations, les fonctions  $\zeta(\eta)$  et  $\vartheta(\eta)$  sont définies par les relations (2.18) et (2.31) respectivement.

En ayant recours à ces relations, la relation (4.24) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[\vartheta(\eta)]^{3/2}}{[\zeta(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (4.28)$$

En faisant appel à la relation (4.26), la relation (4.28) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[\vartheta(\eta)]^{3/2}}{[\zeta(\eta)]^{1/2}} \quad (4.29)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

Dans cet intervalle de  $\eta$ , l'aire de la section mouillée  $A$  et le rayon hydraulique  $R_h$  sont donnés par les relations (2.53) et (2.54) respectivement. Dans ces relations, la fonction  $\lambda(\eta)$  est définie par la relation (2.41), tandis que la fonction  $\tau(\eta)$  est donnée par la relation (2.52). Ainsi, en tenant compte de ces relations, la relation (4.24) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[\tau(\eta)]^{3/2}}{[\lambda(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (4.30)$$

En ayant recours à la relation (4.26), la relation (4.30) s'écrit, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[\tau(\eta)]^{3/2}}{[\lambda(\eta)]^{1/2}} \quad (4.31)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

L'aire de la section mouillée  $A$  est donnée par la relation (2.77), tandis que le rayon hydraulique  $R_h$  s'exprime par la relation (2.78). Les fonctions  $\chi(\eta)$  et  $\psi(\eta)$  sont définies par les relations (2.76) et (2.66) respectivement.

En ayant recours à ces relations, la relation (4.24) devient :

$$Q = CD^{5/2} \frac{[\psi(\eta)]^{3/2}}{[\chi(\eta)]^{1/2}} \sqrt{i} \quad (4.32)$$

En ayant recours à la relation (4.26), la relation (4.32) s'écrit, en termes adimensionnels :

$$Q^* = \frac{[\psi(\eta)]^{3/2}}{[\chi(\eta)]^{1/2}} \quad (4.33)$$

#### IV.5. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement $C$ de Chézy par la MMR

Lorsque le diamètre  $D$  de la conduite n'est pas une donnée du problème, les relations (4.11), (4.14), (4.17) et (4.20) ne peuvent être utilisées pour évaluer le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy. Les paramètres connus du problème sont le débit volume  $Q$ , le taux de remplissage  $\eta$  de la conduite, la pente longitudinale  $i$ , la rugosité absolue  $\varepsilon$  et la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement. Pour ces seuls paramètres, la MMR (Ahour, 2007) permet la détermination du coefficient de résistance à l'écoulement

$C$  de Chézy.

Selon la MMR, l'écoulement dans le modèle rugueux de référence est caractérisé par un coefficient de frottement  $\bar{f} = 1/16$ , ce qui se traduit par un coefficient de résistance de Chézy :

$$\bar{C} = \sqrt{8g / \bar{f}} = 8\sqrt{2g} = \text{constante} \quad (4.34)$$

En outre, le modèle rugueux est caractérisé par un diamètre  $\bar{D}$ , écoulant un débit volume  $\bar{Q}$  d'un liquide de viscosité cinématique  $\bar{\nu}$  correspondant à un taux de remplissage  $\bar{\eta}$ , sous une pente longitudinale  $\bar{i}$ . Pour déterminer le coefficient de résistance  $C$  de Chézy, caractérisant l'écoulement dans la conduite semi-elliptique considérée, admettons les conditions suivantes :

- i.  $\bar{D} \neq D$
- ii.  $\bar{Q} = Q$
- iii.  $\bar{i} = i$
- iv.  $\bar{\eta} = \eta$
- v.  $\bar{\nu} = \nu$

Selon la relation (4.26) et tenant compte des conditions (ii) et (iii), la conductivité relative  $\bar{Q}^*$  du modèle rugueux de référence serait telle que :

$$\bar{Q}^* = \frac{Q}{\sqrt{C^2 D i}} \quad (4.35)$$

Ou bien, en tenant compte de la relation (4.34) :

$$\bar{Q}^* = \frac{Q}{\sqrt{128 g \bar{D}^5 i}} \quad (4.36)$$

La conductivité relative  $\bar{Q}^*$  est régie par les relations (4.27), (4.29), (4.31) et (4.33) selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\eta$ . Ainsi, pour :

- i.  $0 \leq \eta \leq 0.09605$

$$\bar{Q}^* = \frac{[\varphi(\eta)]^{3/2}}{[\sigma(\eta)]^{1/2}} \quad (4.37)$$

Les relations (4.36) et (4.37) permettent de déduire que le diamètre  $\bar{D}$  du modèle rugueux de référence est :

$$\bar{D} = \frac{[\sigma(\eta)]^{0,2}}{2,639[\varphi(\eta)]^{0,6}} \left( \frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (4.38)$$

Pour  $0 \leq \eta \leq 0.09605$  , le nombre de Reynolds  $\bar{R}$ , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (4.10), soit :

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.39)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

$$\bar{Q}^* = \frac{[\vartheta(\eta)]^{3/2}}{[\zeta(\eta)]^{1/2}} \quad (4.40)$$

Les relations (4.36) et (4.40) permettent d'écrire que :

$$\bar{D} = \frac{[\zeta(\eta)]^{0,2}}{2,639[\vartheta(\eta)]^{0,6}} \left( \frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (4.41)$$

Dans la gamme  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$  , le nombre de Reynolds  $\bar{R}$ , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (4.13), soit :

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\vartheta(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.42)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

$$\bar{Q}^* = \frac{[\tau(\eta)]^{3/2}}{[\lambda(\eta)]^{1/2}} \quad (4.43)$$

Nous pouvons déduire des relations (4.36) et (4.43) que :

$$\bar{D} = \frac{[\lambda(\eta)]^{0,2}}{2,639[\tau(\eta)]^{0,6}} \left( \frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (4.44)$$

Dans la gamme  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$ , le nombre de Reynolds  $\bar{R}$ , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (4.16), soit :

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.45)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

$$\bar{Q}^* = \frac{[\psi(\eta)]^{3/2}}{[\chi(\eta)]^{1/2}} \quad (4.46)$$

Les relations (4.36) et (4.46) permettent de déduire que le diamètre  $\bar{D}$  du modèle rugueux de référence est :

$$\bar{D} = \frac{[\chi(\eta)]^{0,2}}{2,639[\psi(\eta)]^{0,6}} \left( \frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (4.47)$$

Pour  $0.85441 \leq \eta \leq 1$ , le nombre de Reynolds  $\bar{R}$ , caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, s'exprime par une relation similaire à la relation (4.19), soit :

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.48)$$

Ainsi, avec les valeurs connues des paramètres  $Q$ ,  $\eta$  et  $i$ , le diamètre  $\bar{D}$  du modèle rugueux de référence peut être explicitement évalué par l'une des relations (4.38), (4.41), (4.44) ou (4.47). Ces paramètres permettent également d'évaluer le nombre de Reynolds  $\bar{R}$  de l'écoulement dans le modèle rugueux de référence, par application de l'une des relations (4.39), (4.42), (4.45) et (4.48). Dans ces relations, le nombre de Reynolds  $\bar{R}_p$  à l'état plein s'exprime par une relation similaire à la relation (4.4), soit :

$$\bar{R}_p \cong 5,33671 \frac{\sqrt{g i \bar{D}^3}}{\nu} \quad (4.49)$$

Selon la MMR, le coefficient de résistance à l'écoulement de *Chézy* est défini par la relation :

$$C = \frac{\bar{C}}{\psi^{5/2}}$$

Soit, en tenant compte de la relation (4.34) :

$$C = \frac{8\sqrt{2g}}{\psi^{5/2}} \quad (4.50)$$

Dans la relation (4.50),  $\psi$  est un paramètre sans dimension tel que  $0 \leq \psi \leq 1$  et il est défini par la relation (référence) :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon}{19 R_h} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (4.51)$$

Selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\eta$ , le rayon hydraulique  $\bar{R}_h$ , figurant dans la relation (4.51), est défini par des relations similaires aux relations (2.10), (2.33), (2.54) et (2.78). De même que le nombre de Reynolds  $\bar{R}$  est donné par l'une des relations (4.10), (4.13), (4.16) et (4.19). Ainsi :

$$i. \quad 0 \leq \eta \leq 0,09605$$

$$\bar{R}_h = \bar{D} \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \quad (4.52)$$

La relation (4.51) s'écrit, en tenant compte des relations (4.39) et (4.52) :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\varphi(\eta) / \sigma(\eta)]} + \frac{1}{[\varphi(\eta) / \sigma(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (4.53)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\vartheta(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.54)$$

Tenant compte des relations (2.33) et (4.54), la relation (4.51) s'écrit :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\vartheta(\eta) / \zeta(\eta)]} + \frac{1}{[\vartheta(\eta) / \zeta(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (4.55)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.56)$$

La relation (4.51) devient alors, tenant compte des relations (2.54) et (4.56) :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\tau(\eta) / \lambda(\eta)]} + \frac{1}{[\tau(\eta) / \lambda(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (4.57)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

$$\bar{R} = 8,4799 \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{3/2} \bar{R}_p \quad (4.58)$$

La relation (4.51) s'écrit, en tenant compte des relations (2.78) et (4.58) :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\psi(\eta) / \chi(\eta)]} + \frac{1}{[\psi(\eta) / \chi(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-2/5} \quad (4.59)$$

Pour évaluer le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy, pour les valeurs connues des paramètres  $Q, \eta, \varepsilon, i$  et  $\nu$ , les étapes suivantes sont recommandées :

- a) Connaissant la valeur du taux de remplissage  $\eta$ , l'une des relations (4.38), (4.41), (4.44) ou (4.47) permet d'évaluer le diamètre  $\bar{D}$  du modèle rugueux de référence.
- b) Les paramètres connus  $\bar{D}$ ,  $i$  et  $\nu$  sont introduits dans la relation (4.4) pour le calcul du nombre de Reynolds  $\bar{R}_p$  à l'état plein.

c) Le coefficient  $\psi$  peut alors être évalué par l'une des relations (4.53), (4.55), (4.57) ou (4.59).

Enfin, le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy est déduit de la relation (4.50).

#### IV.6. Conclusion

Le quatrième chapitre de notre mémoire a eu pour objectif l'étude de l'écoulement à coefficient de résistance variable.

La relation générale du coefficient de résistance à l'écoulement de Chézy a été identifiée en ayant recours la relation du débit volume proposée par Achour et Bedjaoui (2006). Le coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de Chézy est fonction à la fois de la rugosité relative  $\varepsilon / D$ , du taux de remplissage  $\eta$  et d'un nombre de Reynolds  $R_p$  lui-même fonction de la pente longitudinale  $i$ , du diamètre  $D$ , de  $\eta$  et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement. Nous avons donc écrit la relation fonctionnelle  $C(D, \eta, i, \varepsilon, \nu) = 0$ . Selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\eta$ , nous avons déterminé le paramètre adimensionnel  $C / \sqrt{g}$ . Il se présente en fonction du taux de remplissage  $\eta$ , de la rugosité relative  $\varepsilon / D$  et du nombre de Reynolds  $R_p$  à l'état plein. La représentation graphique du paramètre  $C / \sqrt{g}$ , en fonction de  $\eta$  et de  $R_p$ , a montré que  $C / \sqrt{g}$  passe par un maximum pour  $\eta \cong 0,75833$ .

Lorsque le diamètre  $D$  de la conduite n'est pas une donnée du problème, le calcul du coefficient  $C$  de Chézy a pu être possible en ayant recours à la méthode du modèle rugueux (MMR).

## **CHAPITRE IV**

# **COEFFICIENT DE MANNING EN ECOULEMENT UNIFORME DANS UNE CONDUITE SEMI-ELLIPTIQUE**

## V.1. Introduction

Dans ce chapitre nous établissons des relations générales destinées l'évaluation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Manning*, et examiner aussi leur variation en fonction de la profondeur de l'écoulement et de d'autres paramètres hydrauliques qui influencent l'écoulement.

## V.2. Expression du coefficient de *Manning* dans une conduite de forme Semi-elliptique

La relation universellement connue de *Manning* exprime le débit volume  $Q$  sous la forme suivante :

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \sqrt{i} \quad (5.1)$$

Où  $n$  est le coefficient de *Manning*.

En comparant les relations (5.1) et celle d'*Achour et Bedjaoui en (2006)*, nous pouvons aisément déduire que :

$$\frac{1}{n} = -4 \sqrt{2g} R_h^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon}{14,8 R_h} + \frac{10,04}{R} \right) \quad (5.2)$$

La relation (5.2) constitue la relation générale du coefficient  $n$  de *Manning*, applicable à tous les profils géométriques et dans tout le domaine de l'écoulement turbulent tel que défini par le diagramme universel de *Moody*.

Le nombre de *Reynolds*  $R$  figurant dans la relation (5.2) est, pour rappel, donné par les relations (4.10), (4.13), (4.16) et (4.19), dépendant de la gamme de variation du taux de remplissage  $\eta$ . La relation (5.2) montre que le coefficient  $n$  de *Manning* est fonction de la rugosité absolue  $\varepsilon$ , du nombre de *Reynolds*  $R$  et du rayon hydraulique  $R_h$ . Cette dépendance de  $n$  vis-à-vis de  $R_h$  traduit bien le fait que  $n$  varie en fonction du taux de remplissage  $\eta$  de la conduite, mais il est intéressant d'observer le degré de cette dépendance. Le rayon hydraulique  $R_h$  est donné par les relations (2.10), (2.33), (2.54) et (2.78), selon la gamme de variation du taux de remplissage  $\eta$ .

En tenant compte de toutes ces relations, nous pouvons écrire que pour :

i.  $0 \leq \eta \leq 0.09605$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g}D^{-1/6} \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.3)$$

En introduisant le paramètre adimensionnel :

$$N = \frac{D^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (5.4)$$

la relation (5.3) s'écrit alors, en termes adimensionnels :

$$N = -4\sqrt{2} \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\varphi(\eta)/\sigma(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.5)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g}D^{-1/6} \left[ \frac{\varrho(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\varrho(\eta)/\zeta(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\varrho(\eta)/\zeta(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.6)$$

Ou bien :

$$N = -4\sqrt{2} \left[ \frac{\varrho(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\varrho(\eta)/\zeta(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\varrho(\eta)/\zeta(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.7)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g}D^{-1/6} \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\tau(\eta)/\lambda(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\tau(\eta)/\lambda(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.8)$$

Ou bien :

$$N = -4\sqrt{2} \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\tau(\eta)/\lambda(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\tau(\eta)/\lambda(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.9)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

$$\frac{1}{n} = -4\sqrt{2g}D^{-1/6} \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\psi(\eta)/\chi(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\psi(\eta)/\chi(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.10)$$

Ou bien :

$$N = -4\sqrt{2} \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{-1/6} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{14,8[\psi(\eta) / \chi(\eta)]} + \frac{1,1839}{[\psi(\eta) / \chi(\eta)]^{3/2} R_p} \right) \quad (5.11)$$

Nous pouvons donc constater que dans toute la gamme  $0 \leq \eta \leq 1$ , le paramètre adimensionnel  $N$  est fonction du taux de remplissage  $\eta$  de la conduite, de la rugosité relative  $\varepsilon / D$  et du nombre de Reynolds  $R_p$  à l'état plein.

### V.3. Variation du coefficient de Manning

Sous chacun des tableaux, Les relations (5.5), (5.7), (5.9) et (5.11) ont été graphiquement représentées.

PDF Create! 5 Trial  
www.nuance.com

Tableau V.1 : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon/D = 0$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon/D = 0$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,98982	16,18250	31,37518	46,56785
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,49474	26,13957	36,78440	47,42922
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,87327	27,46211	37,05094	46,63978
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,69380	27,86357	37,03334	46,20312
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	19,05770	28,02832	36,99894	45,96956
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	19,06025	28,02944	36,99864	45,96783
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,63628	28,26846	36,90063	45,53280
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	20,03027	28,41257	36,79487	45,17717
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	20,31782	28,50493	36,69204	44,87915
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	20,53706	28,56634	36,59561	44,62489
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,70949	28,60803	36,50656	44,40509
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,79809	28,62683	36,45557	44,28430
$5/24 < \eta < 0,85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,79803	28,62682	36,45561	44,28440
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	21,24253	28,68623	36,12994	43,57364
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	21,45375	28,68599	35,91823	43,15047
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	21,63189	28,66341	35,69492	42,72643
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>21,66652</b>	<b>28,65583</b>	<b>35,64514</b>	<b>42,63445</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	21,65825	28,65775	35,65725	42,65675
$0,85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,6084	0,72681	0,27865	21,65827	28,65775	35,65722	42,65670
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	21,64660	28,66033	35,67406	42,68780
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	21,63223	28,66334	35,69444	42,72555
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	21,60874	28,66782	35,72690	42,78599
0,98941	3,08820	0,78198	0,25321	21,56309	28,67512	35,78715	42,89917
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	21,50818	28,68166	35,85513	43,02861

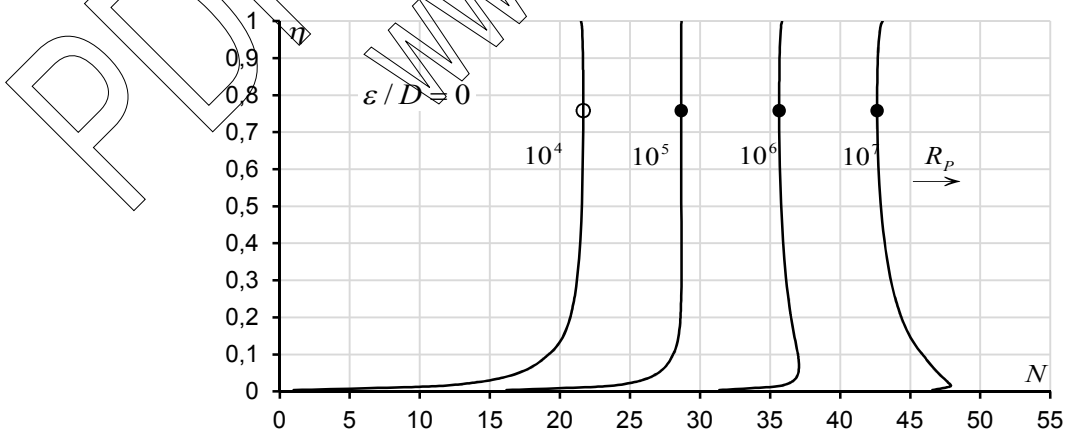


Figure V.1 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 0$ . (Écoulement lisse)

(o) Valeur maximale de  $N$  obtenues pour  $\eta \cong 0,75833$

(•) Valeur minimale de  $N$  obtenues pour  $\eta \cong 0,75833$

- On remarque d'après la **Figure V.1** que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.

**Tableau V.2** : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon / D = 10^{-5}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon / D = 10^{-5}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,98788	16,16309	31,18360	44,86417
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,49079	26,10014	36,40448	44,56899
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,86839	27,41359	36,58950	43,41009
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,68847	27,81057	36,53259	42,81766
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	19,05213	27,97296	36,47785	42,50862
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	19,05467	27,97406	36,47739	42,50634
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,63027	28,20872	36,34223	41,94181
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	20,02389	28,34927	36,20651	41,48910
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	20,31113	28,43862	36,07874	41,11486
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	20,53011	28,49743	35,96106	40,79883
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,70231	28,53685	35,85365	40,52786
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,79078	28,55440	35,79256	40,37977
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,79072	28,55439	35,79261	40,37988
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	21,23445	28,60626	35,40731	39,51928
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	21,44518	28,60136	35,15983	39,01485
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	21,62283	28,57398	34,90038	38,51473
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>21,65735</b>	<b>28,56535</b>	<b>34,84273</b>	<b>38,40693</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	21,64910	28,56752	34,85675	38,43305
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	21,64912	28,56752	34,85672	38,43299
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	21,63750	28,57047	34,87622	38,46942
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	21,62317	28,57390	34,89983	38,51370
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	21,59975	28,57908	34,93746	38,58467
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	21,58179	28,58269	34,96553	38,63792
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	21,49948	28,59567	35,08638	38,87059

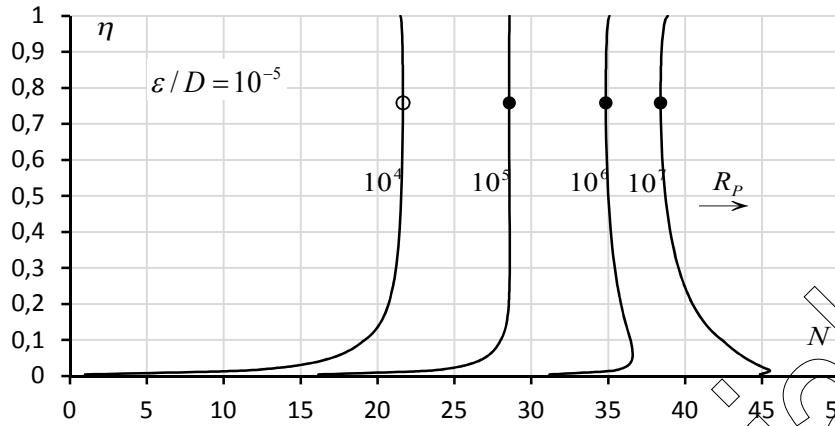


Figure V.2 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon / D = 10^{-5}$

- On remarque d'après la Figure V.2 que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.
- Les courbes des variations sont proche les unes des autres.

Tableau V.3 : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon / D = 5 \cdot 10^{-5}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon / D = 5 \cdot 10^{-5}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,98011	16,08602	30,46850	40,59361
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,47499	25,94571	35,13652	39,73468
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,84894	27,22500	35,13054	38,62104
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,66721	27,60533	34,99120	38,07446
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	19,02992	27,75907	34,89616	37,79320
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	19,03246	27,76010	34,89541	37,79114
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,60630	27,97887	34,69067	37,28282
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	19,99848	28,10652	34,50249	36,87936
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	20,28451	28,18507	34,33340	36,54816
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	20,50243	28,23465	34,18222	36,26991
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,67372	28,26606	34,04704	36,03226
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,76169	28,27919	33,97114	35,90271
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,76162	28,27918	33,97120	35,90281
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	21,20230	28,30477	33,50491	35,15397
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	21,41115	28,28395	33,21390	34,71773
0,50833	1,82320	0,46411	0,25456	21,52447	28,25924	33,02770	34,44810
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	21,58685	28,24037	32,91414	34,28679
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>21,62094</b>	<b>28,22819</b>	<b>32,84817</b>	<b>34,19408</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	21,61280	28,23123	32,86420	34,21653
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	21,61282	28,23122	32,86416	34,21648
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	21,60134	28,23537	32,88647	34,24782

0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	21,58719	28,24026	32,91351	34,28590
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	21,56405	28,24776	32,95669	34,34697
0,98941	3,08820	0,78198	0,25321	21,51905	28,26069	33,03716	34,46164
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	21,46489	28,27363	33,12853	34,59328

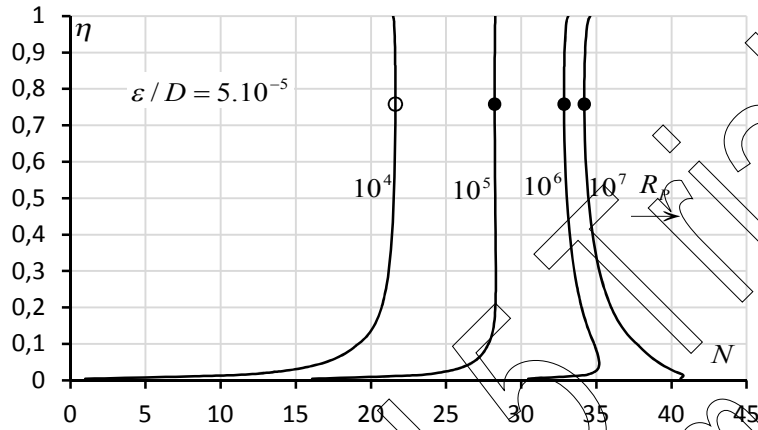


Figure V.3 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon/D = 5 \cdot 10^{-5}$

- On remarque d'après la **Figure V.3** que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.
- Les courbes des variations sont très proche les unes des autres.

Tableau V.4 : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon/D = 10^{-4}$

$0 < \eta < 0,09605$							
$\varepsilon/D = 10^{-4}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,97041	15,99092	29,67149	37,51049
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,45532	25,75965	33,92416	36,98995
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,82476	27,00067	33,82125	36,04972
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,64079	27,36282	33,64789	35,58147
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	19,00234	27,50723	33,53800	35,33926
$0,09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	19,00487	27,50819	33,53714	35,33748
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,57655	27,71005	33,30964	34,89780
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	19,96697	27,82422	33,10680	34,54726
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	20,25151	27,89163	32,92775	34,25856
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	20,46815	27,93179	32,76955	34,01539
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,63832	27,95512	32,62932	33,80728
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,72566	27,96382	32,55103	33,69368
$5/24 < \eta < 0,85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,72560	27,96382	32,55109	33,69376
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	21,16255	27,96361	32,07558	33,03498
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	21,36912	27,92759	31,78261	32,64964
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	21,54247	27,86887	31,48322	32,26793

<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>21,57603</b>	<b>27,85342</b>	<b>31,41762</b>	<b>32,18567</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	21,56802	27,85725	31,43354	32,20560
$0,85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	21,56804	27,85724	31,43351	32,20555
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	21,55673	27,86249	31,45569	32,23335
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	21,54280	27,86873	31,48259	32,26714
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	21,51999	27,87838	31,52558	32,32129
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	21,50250	27,88534	31,55774	32,36193
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	21,42219	27,91290	31,69712	32,53951

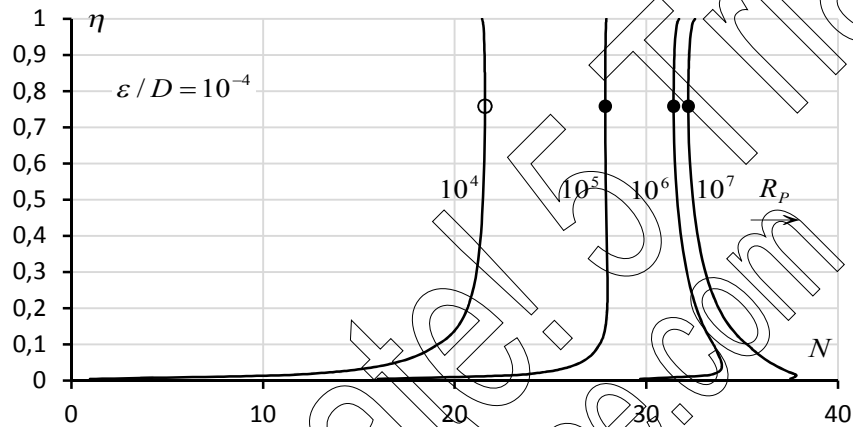


Figure V.4 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\epsilon / D = 10^{-4}$

- On remarque d'après la **Figure V.4** que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.
- Les courbes des variations sont très proche les unes des autres.

Tableau V.5 : Valeurs de  $N$  pour  $\epsilon / D = 5.10^{-4}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\epsilon / D = 5.10^{-4}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,89334	15,27582	25,40093	28,38616
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,30088	24,49169	29,08985	29,95332
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,63616	25,54171	29,03220	29,61796
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,43556	25,82143	28,90468	29,39972
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	18,78845	25,92554	28,82258	29,27813
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	18,79091	25,92622	28,82194	29,27721
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,34669	26,05849	28,65064	29,04421
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	19,72422	26,12020	28,49706	28,84885
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	19,99796	26,14629	28,36105	28,68246
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	20,20537	26,15294	28,24063	28,53888
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,36753	26,14850	28,13373	28,41371

0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,45045	26,14240	28,07398	28,34454
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,45039	26,14241	28,07402	28,34459
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	20,86107	26,06121	27,71027	27,93289
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	21,05171	25,98166	27,48549	27,68455
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	21,20886	25,88263	27,25528	27,43370
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>21,23887</b>	<b>25,85886</b>	<b>27,20477</b>	<b>27,37905</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	21,23172	25,86470	27,21703	27,39231
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	21,23174	25,86468	27,21700	27,39228
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	21,22164	25,87274	27,23408	27,41075
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	21,20915	25,88241	27,25480	27,43317
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	21,18868	25,89760	27,28788	27,46904
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	21,17292	25,90877	27,31262	27,49590
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	21,10015	25,95505	27,41980	27,61265

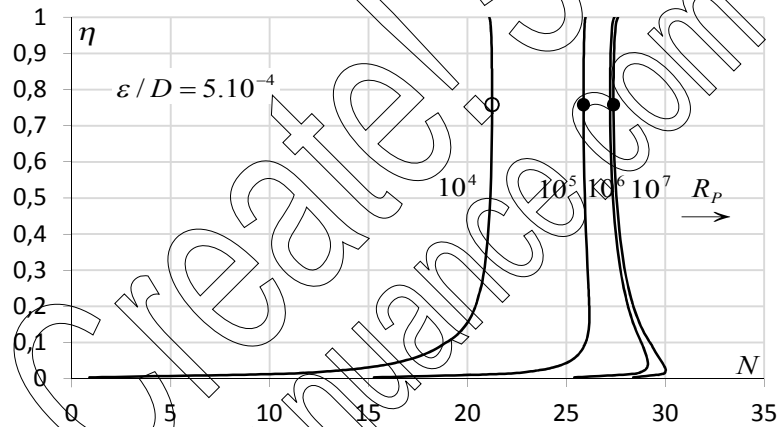


Figure V.5 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon / D = 5.10^{-4}$

➤ On remarque d'après la Figure V.5 que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum lorsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.

➤ les courbes de variation de  $N$  sont extrêmement proches les unes des autres et se confondent.

Tableau V.6 : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon / D = 10^{-3}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon / D = 10^{-3}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,79825	14,47882	22,31781	24,02584
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	15,11483	23,27933	26,34513	26,80196
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	17,41183	24,23241	26,46088	26,76652
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	18,19305	24,47812	26,41170	26,66873
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	18,53661	24,56738	26,36864	26,60464
$N$							

$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	18,53900	24,56795	26,36828	26,60414
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	19,07788	24,67747	26,26563	26,46879
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	19,44192	24,72450	26,16496	26,34610
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	19,70451	24,74064	26,07145	26,23664
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	19,90251	24,74027	25,98612	26,13917
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	20,05659	24,73079	25,90875	26,05226
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,13509	24,72230	25,86494	26,00353
$5/24 < \eta < 0,85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	20,13503	24,72230	25,86497	26,00357
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	20,51991	24,63188	25,59127	25,70494
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	20,69534	24,55037	25,41740	25,51887
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	20,83736	24,45171	25,23642	25,32723
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>20,86411</b>	<b>24,42830</b>	<b>25,19636</b>	<b>25,28504</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	20,85775	24,43404	25,20610	25,29529
$0,85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	20,85776	24,43403	25,20607	25,29526
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	20,84876	24,44196	25,21962	25,30953
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	20,83762	24,45149	25,23603	25,32682
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	20,81930	24,46650	25,26221	25,35443
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	20,80516	24,47755	25,28174	25,37506
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	20,73943	24,52364	25,36603	25,46429

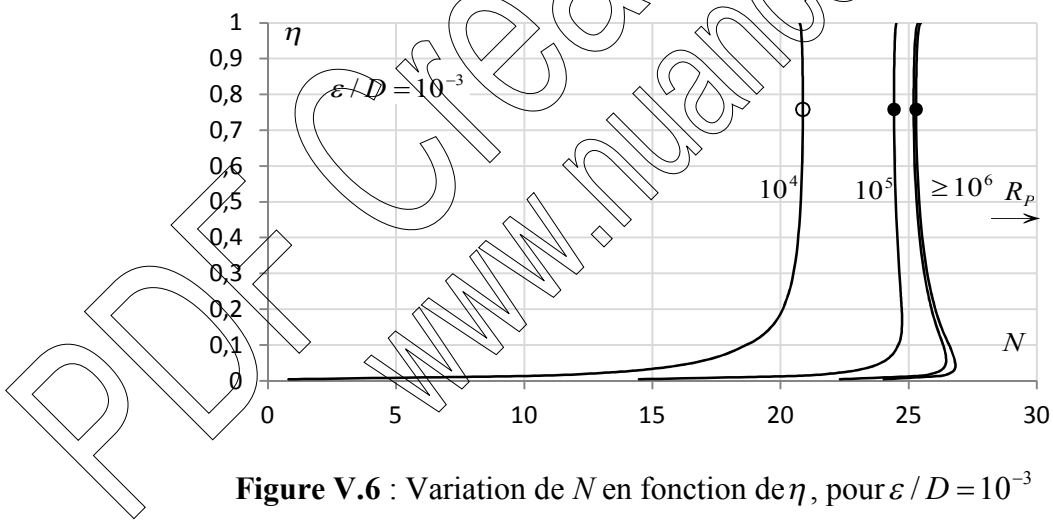


Figure V.6 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon / D = 10^{-3}$

- On remarque d'après la **Figure V.6** que  $N$  augmente avec augmentation du  $\eta$  et atteint un maximum l'orsque  $\eta$  est entre 0.7 et 0.8.
- les courbes de variation de  $N$  sont extrêmement proches les unes des autres et se confondent.

Tableau V.7 : Valeurs de  $N$  pour  $\varepsilon / D = 5.10^{-3}$

$0 < \eta < 0.09605$							
$\varepsilon / D = 5.10^{-3}$				$R_p = 10^4$	$R_p = 10^5$	$R_p = 10^6$	$R_p = 10^7$
$\eta$	$\sigma(\eta)$	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta)/\sigma(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,00400	0,20005	0,00053	0,00266	0,08315	10,20826	13,19348	13,58222
0,03400	0,58443	0,01316	0,02252	13,84686	18,44502	19,30850	19,40442
0,06400	0,80345	0,03387	0,04216	15,95287	19,44336	20,02913	20,09250
0,08400	0,92173	0,05080	0,05512	16,65166	19,73491	20,22995	20,28301
0,09605	0,98644	0,06203	0,06288	16,95492	19,85196	20,30751	20,35613
$0.09605 < \eta < 5/24$							
$\eta$	$\xi(\eta)$	$\nu(\eta)$	$\nu(\eta)/\xi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,09605	0,98553	0,06203	0,06294	16,95702	19,85275	20,30802	20,35662
0,11605	1,02757	0,08138	0,07920	17,42632	20,01847	20,41204	20,45376
0,13605	1,06886	0,10097	0,09447	17,73790	20,11476	20,46655	20,50367
0,15605	1,10958	0,12073	0,10881	17,95918	20,17394	20,49535	20,52915
0,17605	1,14991	0,14062	0,12229	18,12366	20,21136	20,50960	20,54088
0,19605	1,19001	0,16059	0,13495	18,24997	20,23519	20,51517	20,54447
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	18,31367	20,24524	20,51580	20,54408
$5/24 < \eta < 0.85441$							
$\eta$	$\lambda(\eta)$	$\tau(\eta)$	$\tau(\eta)/\lambda(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,20833	1,21458	0,17287	0,14233	18,31362	20,24523	20,51580	20,54408
0,30833	1,41489	0,27255	0,19263	18,61751	20,26657	20,48919	20,51232
0,40833	1,61708	0,37029	0,22899	18,74941	20,25325	20,45231	20,47293
0,60833	2,03567	0,55191	0,27112	18,85112	20,22377	20,40219	20,42062
<b>0,75833</b>	<b>2,37342</b>	<b>0,66714</b>	<b>0,28109</b>	<b>18,86955</b>	<b>20,21545</b>	<b>20,38974</b>	<b>20,40773</b>
0,85441	2,60841	0,72681	0,27864	18,86519	20,21753	20,39281	20,41090
$0.85441 < \eta < 1$							
$\eta$	$\chi(\eta)$	$\psi(\eta)$	$\psi(\eta)/\chi(\eta)$	$N$	$N$	$N$	$N$
0,85441	2,60836	0,72681	0,27865	18,86520	20,21752	20,39280	20,41089
0,89941	2,72478	0,75005	0,27527	18,85901	20,22035	20,39702	20,41527
0,92941	2,81479	0,76340	0,27121	18,85130	20,22369	20,40207	20,42049
0,95941	2,92427	0,77442	0,26483	18,83852	20,22880	20,40996	20,42868
0,97441	2,99377	0,77876	0,26013	18,82858	20,23244	20,41571	20,43466
1,00000	3,25670	0,78316	0,24048	18,78158	20,24633	20,43918	20,45914

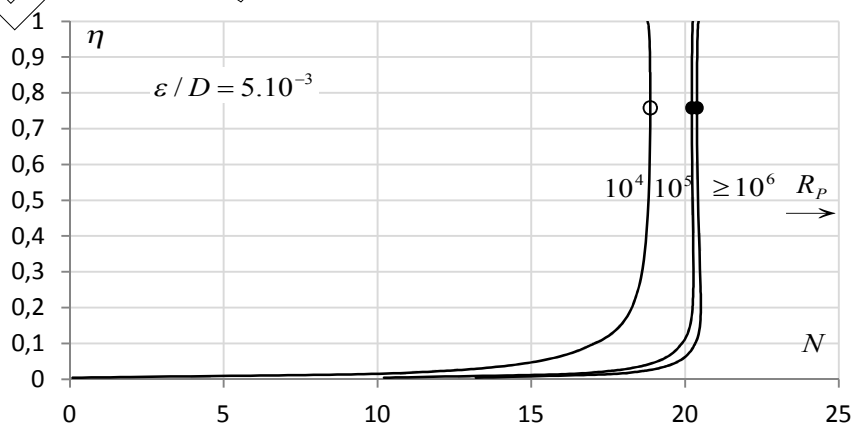


Figure V.7 : Variation de  $N$  en fonction de  $\eta$ , pour  $\varepsilon / D = 5.10^{-3}$

Pour les valeurs pratiques de  $\eta$ , telles que  $\eta \geq 0,2$ , Il ressort des les figures les observations suivantes :

- i. Le paramètre adimensionnel  $N$  augmente, jusqu'à un maximum, avec l'accroissement du taux de remplissage  $\eta$ , pour les valeurs de  $R_p$  atteignant  $10^4$  ou légèrement supérieures à  $10^4$ . Le maximum de  $N$  a été observé pour  $\eta \cong 0,75833$ .
- ii. Au-delà de son maximum, le paramètre  $N$  diminue avec l'accroissement du taux de remplissage  $\eta$ .
- iii. Pour les valeurs de  $R_p \geq 10^5$ , le paramètre  $N$  diminue avec l'accroissement de  $\eta$ , jusqu'à un minimum. Le minimum de  $N$  a été également observé pour  $\eta \cong 0,75833$ .
- iv. Au-delà de son minimum, le paramètre  $N$  augmente avec l'accroissement du taux de remplissage  $\eta$ .
- v. Un changement de concavité des courbes s'opère dès que le nombre de Reynolds  $R_p$  atteint  $10^5$ .
- vi. Au-delà de  $\eta = 0,2$ , la variation de  $N$  est graduelle et les courbes se resserrent au fur et à mesure de l'augmentation de la rugosité relative  $\varepsilon / D$ . Dès que la rugosité relative atteint la valeur  $5 \cdot 10^{-3}$ , les courbes se confondent quasiment lorsque le nombre de Reynolds  $R_p$  atteint  $10^5$ .

Pour les cas pratiques, la plus petite valeur du nombre de Reynolds  $R_p$  est de l'ordre de  $10^5$ , ce qui permet de conclure que le paramètre adimensionnel  $N$  présente en pratique des valeurs minimales. Pour le taux de remplissage  $\eta \cong 0,75833$ ,  $N$  est régi par la relation (5.9) et les fonctions  $\tau(\eta)$  et  $\lambda(\eta)$  prennent la valeur  $\tau(\eta = 0,75833) = 0,37342$  et  $\lambda(\eta = 0,75833) = 0,66714$

Ainsi, en vertu de la relation (5.9), nous pouvons écrire que pour  $R_p \geq 10^5$  :

$$N_{\min} = -7,17347 \log \left( \frac{\varepsilon / D}{3,55905} + \frac{10,03936}{R_p} \right) \quad (5.12)$$

Ou bien, compte tenu de la relation (5.4) :

$$n_{\max} = - \frac{0,1394 D^{1/6}}{\sqrt{g} \log \left( \frac{\varepsilon / D}{3,55905} + \frac{10,03936}{R_p} \right)} \quad (5.13)$$

#### V.4. Calcul du coefficient de résistance à l'écoulement $n$ de Manning par la MMR

Les relations (5.3), (5.6), (5.8) ou (5.8) ne permettent d'évaluer le coefficient  $n$  de Manning que si le diamètre  $D$  de la conduite est une donnée du problème. Dans le cas où  $D$  n'est pas connu, il est tout de même possible de calculer de manière explicite la valeur de  $n$ , à condition d'avoir recours à la méthode du modèle rugueux (MMR).

En comparant les relations de Chézy et la relation (5.1), nous pouvons déduire que :

$$n = \frac{R_h^{1/6}}{C} \quad (5.14)$$

Par conséquent, le modèle rugueux de référence est caractérisé par un coefficient de résistance  $\bar{n}$  de Manning tel que :

$$\bar{n} = \frac{\bar{R}_h^{1/6}}{\bar{C}} \quad (5.15)$$

Rappelons que  $\bar{C} = 8\sqrt{2g}$ .

Le modèle rugueux est caractérisé par un diamètre  $\bar{D}$  ; il écoule un débit volume  $\bar{Q}$  d'un liquide de viscosité cinématique  $\nu$  correspondant à un taux de remplissage  $\bar{\eta}$ , pour une pente longitudinale  $\bar{i}$ . Pour déterminer le coefficient  $n$  de Manning, admettons les conditions suivantes :

- i.  $\bar{D} \neq D$  : le diamètre de la conduite considérée est différent de celui du modèle rugueux de référence.
- ii.  $\bar{Q} = Q$  : la conduite considérée et le modèle rugueux de référence écoulent le même débit volume  $Q$ .
- iii.  $\bar{i} = i$  : la conduite considérée et le modèle rugueux de référence sont caractérisés par la même pente longitudinale  $i$ .

- iv.  $\bar{\eta} = \eta$  : Le taux de remplissage de la conduite considérée est égal à celui du modèle rugueux de référence.
- v.  $\bar{v} = v$  : la conduite considérée et le modèle rugueux de référence écoulent le même liquide.

Le débit volume  $\bar{Q}$  écoulé par le modèle rugueux de référence s'écrit :

$$\bar{Q} = Q = \frac{1}{n} \bar{A} \bar{R}_h^{2/3} \sqrt{i} \quad (5.16)$$

L'aire de la section mouillée  $A$  ainsi que le rayon hydraulique  $R_h$  sont liés à leurs homologues du modèle rugueux de référence  $\bar{A}$  et  $\bar{R}_h$  par les relations suivantes :

$$A = \psi^2 \bar{A} \quad (5.17)$$

$$R_h = \psi \bar{R}_h \quad (5.18)$$

En tenant compte des relations (5.17) et (5.18), la relation (5.16) devient :

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \sqrt{i} = \frac{\psi^{8/3} \bar{A} \bar{R}_h^{2/3} \sqrt{i}}{n} \quad (5.19)$$

Il ressort ainsi des relations (5.16) et (5.19) que :

$$n = n \psi^{8/3} \quad (5.20)$$

En combinant les relations (5.15) et (5.20), il vient que :

$$n = \frac{\psi^{8/3} \bar{R}_h^{1/6}}{8\sqrt{2g}} \quad (5.21)$$

Le coefficient de correction des dimensions linéaires  $\psi$  est donné par l'une des relations (4.53), (4.55), (4.57) ou (4.59) selon la gamme de valeurs du taux de remplissage  $\eta$ , tandis que  $\bar{R}_h$  s'exprime par l'une des relations (4.52), (4.54), (4.56) ou (4.58). Ainsi :

i.  $0 \leq \eta \leq 0.09605$

$$n = \frac{0,11932}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[ \frac{\varphi(\eta)}{\sigma(\eta)} \right]^{1/6} \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\varphi(\eta) / \sigma(\eta)]} + \frac{1}{[\varphi(\eta) / \sigma(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (5.22)$$

ii.  $0.09605 \leq \eta \leq 5/24$

$$n = \frac{0,11932}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[ \frac{\vartheta(\eta)}{\zeta(\eta)} \right]^{1/6} \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\vartheta(\eta) / \zeta(\eta)]} + \frac{1}{[\vartheta(\eta) / \zeta(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (5.23)$$

iii.  $5/24 \leq \eta \leq 0.85441$

$$n = \frac{0,11932}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[ \frac{\tau(\eta)}{\lambda(\eta)} \right]^{1/6} \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\tau(\eta) / \lambda(\eta)]} + \frac{1}{[\tau(\eta) / \lambda(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (5.24)$$

iv.  $0.85441 \leq \eta \leq 1$

$$n = \frac{0,11932}{\sqrt{g}} \bar{D}^{1/6} \left[ \frac{\psi(\eta)}{\chi(\eta)} \right]^{1/6} \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon / \bar{D}}{19 [\psi(\eta) / \chi(\eta)]} + \frac{1}{[\psi(\eta) / \chi(\eta)]^{3/2} \bar{R}_p} \right) \right]^{-16/15} \quad (5.25)$$

Selon les relations (5.22), (5.23), (5.24) et (5.25), le coefficient  $n$  de Manning s'exprime en fonction du taux de remplissage  $\eta$ , de la rugosité absolue  $\varepsilon$  et des caractéristiques  $\bar{D}$  et  $\bar{R}_p$  du modèle rugueux de référence. Suivant la valeur de  $\eta$ , le diamètre  $\bar{D}$  est donné par l'une des relations (4.38), (4.41), (4.44) ou (4.47), tandis que le nombre de Reynolds  $\bar{R}_p$  est régi par la relation (4.4).

### V.5. Conclusion

En ce qui concerne le coefficient de résistance  $n$  de *Manning*, son expression générale a été déterminée. La représentation graphique du paramètre adimensionnel  $N = D^{1/6} / (n\sqrt{g})$  a montré un minimum, atteint pour  $\eta \cong 0,75833$ . Pour cette même valeur de  $\eta$ , le coefficient  $n$  de *Manning* atteint alors sa valeur maximale et dont l'expression a été déterminée. Lorsque le diamètre de la conduite n'est pas une donnée du problème, la méthode du modèle rugueux a permis de calculer le coefficient de résistance à l'écoulement  $n$  de *Manning*.

PDF Create! 5 Trial  
www.nuance.com

## CONCLUSION GENERALE

L'étude a eu pour objectif d'évaluer les coefficients de résistances de *Chézy* et de *Manning* dans les conduites de forme semi-elliptique, ainsi que leur variation.

Pour atteindre notre objectif, il a été nécessaire de subdiviser notre mémoire en deux parties.

Le premier partie a été consacré à un état de connaissances sur l'écoulement uniforme dont, nous avons exposé les différentes relations actuellement en vigueur, telles que les relations de *Chézy*, de *Manning* et de *Darcy – Weisbach* qui constituent les relations les plus utilisées en pratique. Nous avons également rappelé les formules usuelles destinées à l'évaluation des coefficients de résistance à l'écoulement de *Chézy* et de *Colebrook*.

La deuxième partie a consisté en une étude des coefficients de *Chézy* et de *Manning* en écoulement uniforme dans une conduite forme semi-elliptique.

En se basant essentiellement sur la relation d'*Achour et Bedjaoui (2006)* et celle de *Chézy*, nous avons pu obtenir la relation générale du coefficient de résistance à l'écoulement  $C$  de *Chézy*. Nous avons présenté cette relation en une relation adimensionnelle pour une validité générale, de type:  $C/\sqrt{g} = f(\varepsilon/D; \eta; R_p)$ . Les courbes de variation de cette relation montrent que si la rugosité relative  $\varepsilon/D$  augmente, elle entraîne la diminution du coefficient  $C/\sqrt{g}$ , quelle que soit la valeur du nombre de *Reynolds*  $R_p$ .

En comparant aussi la relation d'*Achour et Bedjaoui (2006)* et celle de *Manning* pour évaluer le coefficient  $n$  de *Manning*, on obtient une relation générale pour calculer le coefficient de *Manning* qui a été présenté également sous forme adimensionnelle. La relation obtenue est de type  $N = f(\varepsilon/D; \eta; R_p)$ . Nous avons ensuite procédé au tracé de la variation de du nombre adimensionnel  $N$ , qui a montré que plus la rugosité  $\varepsilon/D$  augmente et plus  $N$  diminue, quelque soit la valeur du nombre de *Reynolds* modifié  $R_p$ . Cela signifié que  $1/n$  diminue ou que le coefficient  $n$  de *Manning* augmente.

Les résultats que nous avons présentés montrent l'efficacité et l'utilisation de la méthode MMR, et surtout ses applications dans les différents travaux d'hydraulique et en particulier les recherches que ce soit menés dans les canalisations.

Ce genre de méthode s'avère très utile pour éviter les erreurs de calcul ou bien les défaillances qui pourront surgir lors des réalisations des multiples travaux hydrauliques notamment dans les canaux ou dans les conduites.

PDF Create! 5 Trial  
www.nuance.com