



République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Universitaire d'El-Oued

Département d'Electrotechnique de l'ingénieur

Mémoire de fin d'Etude Pour l'Obtention du diplôme de :

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Option : réseau Electrique

thème:

**Ecoulement de Puissance optimal
Par la méthode du
Simplexe**

Proposé et dirigé par :

- Mr Zellouma Laid
- Mr Labbi Yacine

Etudie par :

- Amouri Khalifa
- Chems Med Taher

2010/2011

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته



Remerciements:



● En premier nous remercions notre Dieu le plus haut et le plus puissant de nous choisir d'être croyant et parmi les musulmans ainsi de nous donner la force à fin d'achever ce travail.

● Nos remerciements vont également à tous enseignants du qui ont contribué à notre formation, en particulier :

Mr ZELLOUMA LAID

Mr CHEMSA ALI

Mr LABBI YACINE



● À la fin nous voudrions également remercier tous nos amis pour l'encouragement et l'aide morale qui nous ont donné, nous citons en particulier :

DECHRI ELHADJ ALI

KADOURI SADOK

DHIAB MED SALAH



● Un grand merci pour toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin pour la réalisation de ce mémoire.



الإهداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى اليتيمة العصماء الدرة الفريدة
إمام العارفين بالله
الأستاذ الدكتور الشيخ سيدي محمد العيد التجاني نجل الشيخ سيدي البشير
رضي الله عنهما

وإلى الوالدين الكريمين اللذين سهرتا على تربيتي تربية اتشرف بها

إلى الأختين الغاليتين اللتين وريتا الثرى نوال والهودة

محمد الطاهر

الإهداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى أبي العزيز الذي وريا الشرى
وإلى أمي العزيزة الغالية
إلى الإخوة الفضلاء كل واحد باسمه
وإلى كل من ساعدني في إنجاز هذا العمل

خليفة

Sommaire

Listes des figures

Introduction générale

Chapitre I

Analyse de l'écoulement de puissance dans les réseaux électriques

I.1 Généralités	3
I.1.1 Principe de fonctionnement d'un réseau électrique	5
I.1.2 Relations paramétriques du système	7
I.2 Ecoulement des puissances (EP)	9
I.2.1 Formulation des équations d'écoulement des puissances	10
I.2.2 Caractéristiques des équations d'écoulement des charges	12
I.2.2.1 Classification des jeux de barre (bus)	13
I.2.2.2 Classification des variables de l'écoulement de puissance	14
I.2.3 Principe de base de la solution du L'EP	15
I.2.4 Méthode numériques de solution du l'EP	16
I.2.4.1. Méthode itérative de Gauss-Seidel	16
I.2.4.2 Méthode de Newton-Raphson (N-R)	18
I.2.5 Méthode de l'approximation du courant continu (DC power Flow)	25
I.2.5.1 Démarche adoptée pour construire la matrice d'incidence	27
I.2.5.2 Résolution du problème de l'écoulement de puissance	28
I.3 Conclusion	30

Chapitre II

Optimisation de l'écoulement de puissance

II.1 Introduction	31
II.2 Optimisation	31
II.2.1 Optimisation sans contraintes	32
II.2.2 Optimisation avec contraintes	32
II.3 formulation du problème de l'écoulement de puissance optimal (OPF)	34
II.4 Dispatching économique optimal dans un réseau électrique sans perte	36
II.5 Méthode numérique pour le dispatching économique optimal	38
II.5.1 Méthode Elémentaire (ordre de mérite)	38
II.5.2 Méthode lagrangien	38
II.5.3 Méthode graphique	43
II.6 Dispatching économique avec considération des pertes	46
II.7 Les différentes méthodes mathématiques de l'optimisation de l'EP	51
II.8 Méthode de programmation linéaire (LP)	52
II.9 Résumé de la formulation du problème de l'OPF linéarisé (DC OPF)	55
II.10 Conclusion	56

Chapitre III

Programmation linéaire par la méthode du simplexe

III.1 Introduction	57
III.2 Définition - Notations	58

III.2.1	Problème	58
III.2.2	Forme standard	58
III.2.3	Mise sous forme standard	59
III.2.4	Définitions	59
III.3	Résultats fondamentaux	60
III.3.1	Premières définitions	60
III.3.2	Théorèmes	61
III.4	Principe	63
III.5	Recherche d'un sommet de départ	63
III.5.1	Forme simpliciale	63
III.5.2	Cas où la forme simpliciale n'est pas évidente	64
III.6	Passage d'un sommet à un autre	64
III.6.1	Choix de la variable entrante	65
III.6.2	Choix de la variable sortante	65
III.6.3	Calcul du nouveau sommet	65
III.6.4	Test d'optimalité	65
III.7	Résumé	66
III.8	Exemples	66
III.9	Conclusion	71

Chapitre IV

Application Numérique

IV.1	Introduction	72
IV.2	Les étapes du travail	73
IV.3	Réseau étudié de cinq (05) JB	73

IV.3.1 OPF sous différentes contraintes	75
IV.3.2 OPF avec correction des surcharges sur les lignes	77
IV.4 Réseau étudié de (25) JB	79
IV.5 Réseau test IEEE 30-bus	82
IV.6 OPF avec correction de la surcharge et délestage	85
IV.7 Conclusion	87
Conclusion générale	88
Annexe	
Bibliographie	

Liste des Figures

Figure I.1 : Schéma général d'un système de production	3
Figure I.2 : Schéma d'un réseau électrique à deux jeux de barre	6
Figure I.3 : Schéma d'un réseau électrique à trois jeux de barre	8
Figure I.4 : Jeux de barres quelconques avec génération	9
Figure I.5 : Tableau résumant les types des variables des jeux de barre	14
Figure I.6 : L'organigramme de la méthode de N-R	24
Figure I.7 : Système composé de six nœuds	27
Figure I.8 : Tableau résumant les caractéristiques des variables des jeux de barres	28
Figure I.9 : Système de distribution d'énergie électrique	28
Figure II.1 : Modèle d'un réseau électrique concentré à un seul jeu de barres artificiel	36
Figure II.2 : Fonction du coût convexe du générateur	37
Figure II.3 : Illustre les courbes des puissances générées	43
Figure II.4 : Incrément du coût lambda	44
Figure II.5 : Solution graphique du dispatching économique(pour Paramètre del'exemple prècédant)	45
Figure II.6 : Evolution de la répartition optimale des puissances générées	51
Figure II.7 : Approximation linéaire de la courbe de cout par 3 segments de droites	53
Figure IV.1 : Un réseau de 5 jeux de barre	63
Figure IV.2: Schéma unifilaire du réseau électrique de test 25 jeux de barres	69
Figure IV.3 : puissances actives générées du réseau 25 jeux de barres	70
Figure IV.4 : Schéma unifilaire du réseau électrique IEEE 30 bus	72
Figure IV.5 Puissances actives générées du réseau 30 jeux de barres	73

Introduction générale

L'étude et l'analyse des problèmes de l'écoulement de puissance (load flow) sont imposées dès que les réseaux électriques ont atteint un seuil de complexité élevé, et que l'être humain seul ne pourrait pas appréhender des solutions évidentes. En effet, dans un réseau électrique où de multiples processus se déroulent, commençant par la génération de l'énergie jusqu'à la transmission et la distribution. Il va falloir donc tout comprendre pour aboutir à un tel changement qui consiste, en premier lieu, à rendre ce système plus performant.

Souvent, les calculs de l'écoulement de puissance sont les plus effectués sur les réseaux électriques, ceci, est dans le but de déterminer l'état du réseau à savoir, les tensions et la répartition des puissances sur les différentes lignes de transmission.

L'apparition de la première génération des ordinateurs a permis de résoudre les complexités des problèmes d'écoulement de puissance, des problèmes techniques et les problèmes de répartition économique d'énergie. Le problème de la répartition économique d'énergie a pris une importance considérable avec l'apparition de la crise d'énergie nécessitant des combustibles de plus en plus chers. Il faut donc planifier les puissances actives et réactives de chaque centrale électrique, de telle sorte que le coût total de fonctionnement du réseau entier soit minimal. D'une autre façon, il faut varier les puissances actives et réactives des générateurs dans certaines limites afin de satisfaire la demande particulière de la charge avec un coût minimal du combustible.

Ce processus est appelé l'écoulement de puissance optimal (OPF), et parfois, il est connu comme le problème du dispatching économique.

En terme d'optimisation, l'étude faite dans ce mémoire consiste à établir l'équilibre « *Génération - Demande* » au niveau du réseau tout en s'articulant sur des données chiffrées « *valeurs des puissances demandées* » qui sont au même temps les contraintes à introduire dans un programme informatique élaboré sur le logiciel MATLAB, associées avec des autres contraintes (selon le cas à étudier) et qui ont pour objectif de minimiser le coût qui reste l'objectif cherché par l'unité de production, d'ailleurs, d'où la terminologie « *fonction objective* ».

La méthode du simplexe qui est l'une des branches de la recherche opérationnelle, est vue comme un outil mathématique adopté pour la modélisation du problème d'optimisation de l'écoulement de puissance vu de son efficacité « *en terme d'itération* » sur une fonction objective linéaire et des systèmes d'équations et d'inéquations linéaires.

Donc, l'objectif de ce mémoire consiste à développer un programme permettant d'analyser et de concevoir un transfert optimal des charges au niveau d'un réseau électrique en mode DC (*Direct Current*).

Le présent travail s'étale sur quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une étude détaillée de l'analyse de l'écoulement de puissance dans les réseaux électriques, décrivant les méthodes de résolution de l'écoulement de puissance qui sont la méthode de Newton-Raphson et la méthode de Gauss-Seidel, en exposant le modèle DC de l'écoulement de puissance qui rend la relation entre les variables d'état et les variables de contrôle une relation linéaire.

Le deuxième chapitre traite la formulation de l'optimisation de l'écoulement de puissance sous les différentes contraintes d'égalité et d'inégalité, appliquée sur la minimisation du coût comme une fonction objective (le problème de dispatching économique). On expose dans ce chapitre les différentes méthodes d'optimisation dont la fonction coût est une fonction quadratique, donc on fait appel aux méthodes d'optimisation non- linéaire. L'approximation du réseau en un modèle DC rend le modèle d'optimisation linéaire d'où la nécessité de l'application de l'approche de la programmation linéaire.

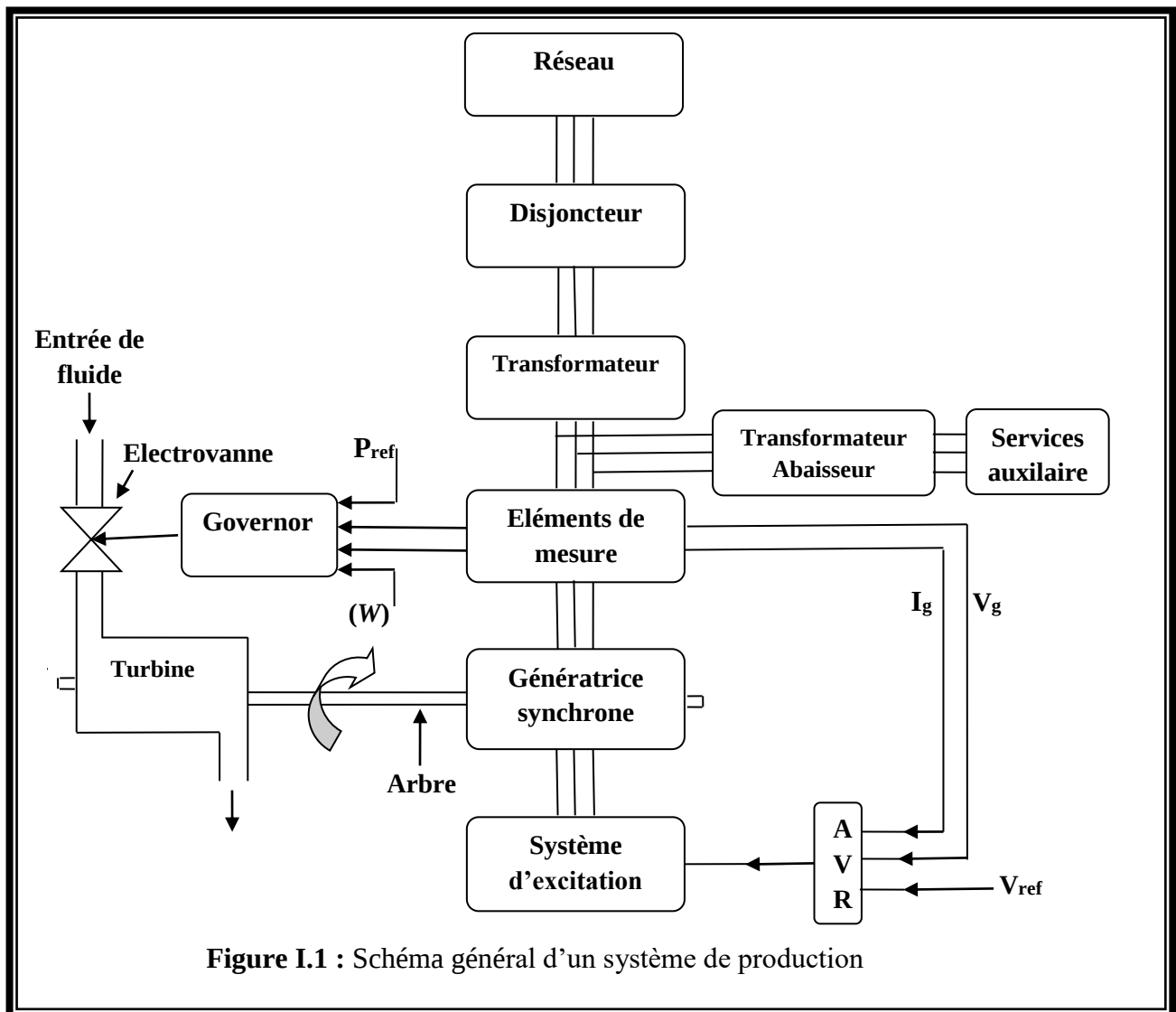
Le troisième chapitre présente la méthode mathématique d'optimisation adoptée pour la résolution du problème de l'écoulement de puissance qui est la méthode du simplexe appliquée sur le modèle DC.

Quant au quatrième et le dernier chapitre, il englobe les travaux et les étapes du déroulement des différents tests effectués avec le programme de calcul, destiné à l'optimisation de l'écoulement de puissance avec minimisation du coût de génération du réseau global pour différentes contraintes.

I.1 Généralités

Un réseau électrique se constitue de différents dispositifs qui sont liés entre eux pour assurer en permanence, et à la fois, la production, le transport et la distribution de l'énergie électrique. Afin d'acquérir les connaissances sur le mode opératoire et d'être en mesure de les gérer pour des raisons de sécurité, disponibilité et de fiabilité, ainsi que, d'économie, on introduit dans ce chapitre le concept général de la modélisation des systèmes électriques tout en faisant appel au concept de l'écoulement de puissance.

De ce fait [1], il est indispensable d'avoir une idée sur le système de production comme illustre la figure suivante.



L'objectif primordial des opérateurs des réseaux électriques est d'assurer la continuité de service (alimentation) de leurs abonnés, tout en respectant plusieurs contraintes (exigences) :

1) Contraintes techniques

✓ *Sur les modules et l'argument de la tension :*

Les conditions d'exploitation des réseaux fixent les limites de variations de la tension [2] :

- Vers les tensions hautes par la tenue diélectrique du matériel de la saturation des transformateurs.
- Vers les tensions basses par l'augmentation des pertes et le maintien de stabilité des alternateurs.

Soit alors pour tout $i = 1, \dots, n$.

$$V_{i \min} < V_i < V_{i \max} \quad (1.1)$$

$$|\theta_{ij}| \leq \theta_{ij}^{Max}$$

Avec V_i : module de la tension au nœud i .

θ_{ij} : l'angle maximum de transfert de puissance de la ligne joignant les barres i et k

✓ *Sur la capacité de transit de la ligne :*

La puissance transitée dans une ligne ne doit, en aucun cas, dépasser la limite maximale [2]:

$$S_{ij} < S_{ij \max} \quad (1.2)$$

Avec :

$$S_{ij} = (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2)^{1/2} \quad (1.3)$$

S_{ij} : Puissance apparente transitée dans la ligne $i-j$.

✓ *Sur la production :*

La puissance produite, par chaque groupe, est bornée supérieurement par la puissance maximale et inférieurement par le minimum [2].

$$P_{gi \min} < P_{gi} < P_{gi \max} \quad (1.4)$$

$$Q_{gi \min} < Q_{gi} < Q_{gi \max}$$

Avec :

P_{gi} : la puissance active produite au nœud i .

Q_{gi} : la puissance réactive produite au nœud i .

✓ *Sur la fréquence :*

La fréquence est directement liée à la vitesse de rotation des alternateurs. En régime établi, les alternateurs rendus solidaires par les phénomènes électromagnétiques qui régissent leur comportement, tournent tous à la même vitesse électrique (qui est la vitesse de rotation réelle multipliée par le nombre de paires de pôles de l'alternateur considéré). Il y a alors égalité entre le couple moteur C_m , fourni par la turbine, et le couple résistant C_r (égal au couple électrique opposé par le réseau), autrement dit égalité entre la production et la consommation de puissance active.

Tout déséquilibre de ce bilan entraîne une variation de vitesse, donc de fréquence [2].

✓ *Sur l'équilibre entre la production et la consommation :*

En régime normale, et à tout moment, l'égalité entre la production et la consommation des puissances actives et réactives doit être assurée [2].

2) Contrainte économique

Pour un état de charge donné, et tout en respectant les contraintes techniques, l'entreprise doit optimiser (le plus bas que possible) le coût de production des groupes générateurs, ceci, pour se tenir au sein d'un marché qui se caractérise d'une concurrence acharnée [2].

Du point de vue théorique, les équations à traiter sont des équations non-linéaires des puissances actives et réactives injectées.

I.1.1 Principe de fonctionnement d'un réseau électrique

Le rôle essentiel d'un réseau électrique [3], est de satisfaire la demande des puissances actives et réactives par les équipements variés qui y sont connectés. Les points de production et de consommation sont reliés entre eux par des lignes de transmission. Pour mieux comprendre le principe de fonctionnement, et le système de distribution à deux barres (voir la figure I.2). Les barres sont alimentées par des unités de production qui génèrent respectivement les puissances S_{G1} et S_{G2} .

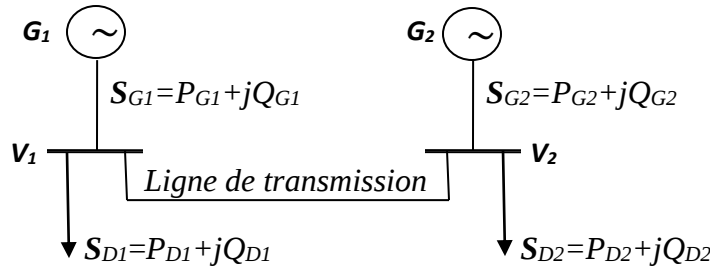
Les demandes se définissent à chaque barre par S_{D1} et S_{D2} . Les deux jeux de barres sont connectées par une ligne de transmission (Figure I.2). Celle-ci est représentée par son modèle en π caractérisé par une impédance série Z , et deux admittances shunt Y_{sh} . Les deux tensions de jeux de barres sont symbolisées respectivement par V_1 et V_2 .

Dans la formulation du modèle, on combine les puissances générées et demandées à chaque jeu de barre pour obtenir une puissance nette S_i définie comme la différence entre la production et la consommation de puissance du jeu de barre i . Cette puissance nette est considérée comme une puissance injectée dans le jeu de barre par une "source".

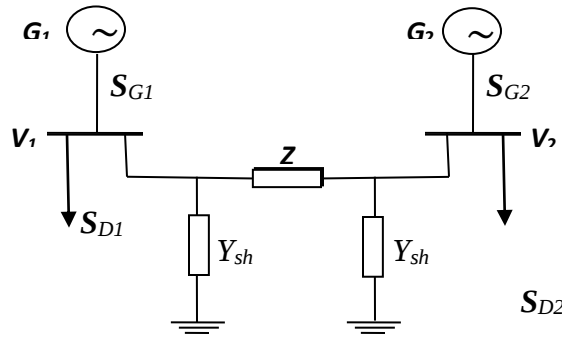
Pour le système à deux jeux de barres, ces puissances injectées sont [3]:

$$S_1 = P_1 + jQ_1 = P_{G1} - P_{D1} + j(Q_{G1} - Q_{D1}) \quad (1.5)$$

$$S_2 = P_2 + jQ_2 = P_{G2} - P_{D2} + j(Q_{G2} - Q_{D2})$$



(a)



(b)

Figure I.2 : Schéma d'un réseau électrique à deux jeux de barre

Le rôle de la ligne de transmission est de fournir un chemin de transfert du surplus de puissance d'une barre pour aller compenser la sur-demande de l'autre et ou de servir comme branche de secours pour les circonstances critiques.

Pour concevoir le modèle du système, on commence par établir une continuité entre le courant équivalent au rapport de la puissance injectée et de la tension de nœud et celui entrant dans les composants de la ligne de transmission. On obtain:

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_{sh} + \frac{(V_1 - V_2)}{Z_{ser}} \quad (1.6)$$

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = V_2 Y_{sh} + \frac{(V_2 - V_1)}{Z_{ser}}$$

Ces courants sont composés de deux composants $V_1 Y_{sh}$ qui s'écoulent à travers l'admittance shunt, et une composante $\frac{(V_1 - V_2)}{Z_{ser}}$ qui s'écoule à travers l'impédance série de la ligne équivalente du réseau.

De la théorie des réseaux, Y_{sh} et Z_{ser} , sont des paramètres constants des lignes qui peuvent être regroupés à l'intérieur des matrices décrivant la constitution physique du système. C'est l'étape initiale de la modélisation.

I.1.2 Relations paramétriques du système

Les relations décrivant la topologie d'un système de distribution de puissance peuvent être développées en utilisant les équations de continuité ou de courant de nœuds pour obtenir [3]:

$$[I]_{bus} = [Y]_{bus} * [V]_{bus} \quad (1.7)$$

Dans laquelle:

$[I]_{bus}$ = vecteur des courants de nœuds

$[Y]_{bus}$ = matrice des admittances de barres (nœuds)

$[V]_{bus}$ = vecteur des voltages de barres.

La relation (1.7) entraîne que:

$$[Z]_{bus} = [Y]_{bus}^{-1} \quad (1.8)$$

Où $[Z]_{bus}$ = matrice des impédances de nœuds.

$$[Y]_{maille} = [Z]_{maille}^{-1} \quad (1.10)$$

Où $[Y]_{maille}$ = matrice des admittances de maille.

Soit le système de distribution d'énergie électrique, composé de trois nœuds (jeu de barres) et trois lignes de transmission.

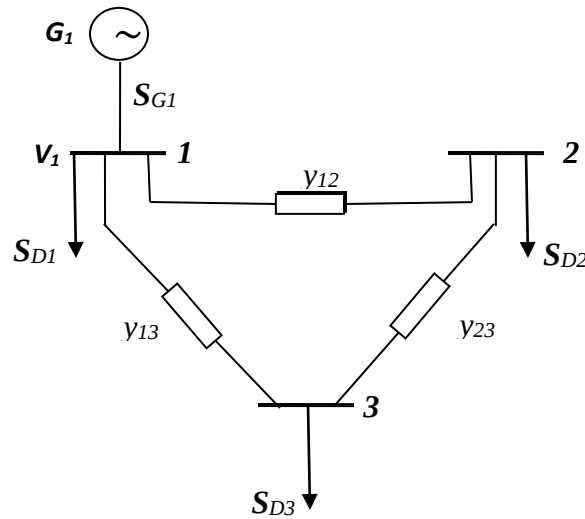


Figure I.3 : Schéma d'un réseau électrique à trois jeux de barre

Définissons Y_{ik} comme étant l'élément ik de la matrice des admittances de barre. On constate que:

$$Y_{11}=y_{12}+y_{13}, Y_{12}=y_{12}, Y_{21}= -y_{12}$$

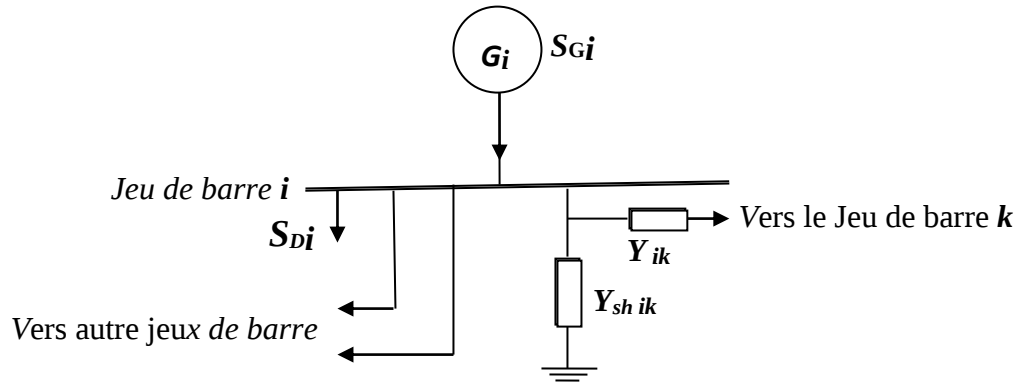
$$Y_{22}=y_{12}+y_{23}, Y_{23}= y_{23}, Y_{32}=-y_{23}$$

$$Y_{33}=y_{13}+y_{23}, Y_{13}=y_{13}, Y_{31}=-y_{13}$$

D'où

$$[Y]_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

En résumé, les éléments diagonaux Y_{ii} sont obtenus en faisant la somme des admittances connectées au nœud i , et ceux hors diagonale sont donnés par l'admittance de la ligne joignant le point i à k affecté du signe négatif.

➤ *Forme générale [1]***Figure I.4 :** Jeux de barres quelconques avec génération

$$[Y]_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Y_{bus} , ou Z_{bus} , décrivent la physique du réseau, c'est-à-dire contiennent toutes les caractéristiques statiques des lignes. Une bonne composition de leur élément est la base du succès d'un modèle reflétant la topologie du système.

Pour l'étude d'un grand système de puissance, la majorité des programmes de répartition des charges utilisent la méthode de la matrice admittance.

I.2 Ecoulement des puissances (EP)

Le calcul de mouvement d'énergie ou de répartition des charges (load-flow) consiste à résoudre les équations non linéaires des puissances actives et réactives de manière à identifier les paramètres de fonctionnement d'un nœud donné à savoir, les puissances actives et réactives injectées dans ce nœud, P et Q , et la tension en module et en phase V et δ [2].

Le but de cette répartition est :

- D'assurer l'équilibre entre la production et la demande
- D'avoir une bonne qualité d'énergie à la disposition de l'utilisateur, donc il faut maintenir constamment la valeur efficace de la tension et la fréquence.
- D'augmenter le taux de disponibilité et sécurité des équipements.

L'analyse d'un système consiste à représenter son fonctionnement qui est basé sur les deux étapes suivantes :

- la modélisation mathématique.
- adoption de la méthode de résolution.

I.2.1 Formulation des équations d'écoulement des puissances

Dans le cas général [3], la relation d'injection de puissance de toute barre i d'un réseau électrique de n nœuds s'écrit:

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (1.13)$$

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.14)$$

Le membre de gauche de la relation (1.14) peut être remplacé par l'expression (1.6) écrite en fonction des éléments de la matrice des admittances de nœuds. On obtient alors:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_1 Y_{i1} + V_2 Y_{i2} + \dots + V_n Y_{in} \quad (1.15)$$

Ou :

$$P_i - jQ_i = V_i^* [V_1 Y_{i1} + V_2 Y_{i2} + \dots + V_n Y_{in}] \quad (1.16)$$

La relation (1.16) peut être écrite sous forme de sommation mathématique compacte pour obtenir:

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^n V_k Y_{ik} \quad (1.17)$$

Le courant sortant de la barre i et s'écoulant dans la ligne ik (de i vers k) à partir des composants du modèle en π , s'exprime par:

$$I_{ik} = (V_i - V_k) y_{ik} + V_i y_{sh} \quad (1.18)$$

Où : y_{ik} = admittance série de la ligne ik

y_{sh} = admittance shunt totale de la ligne ik

Alors, l'écoulement de puissance active et réactive est:

$$S_{ik}^* = P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* I_{ik} = V_i^* (V_i - V_k) y_{ik} + V_i^* V_i y_{sh} \quad (1.19)$$

Où, à partir de la barre i , P_{ik} et Q_{ik} sont respectivement les puissances active et réactive s'écoulant dans la ligne ik .

Par similitude, les écoulements de puissance de k à i sont:

$$S_{ki}^* = P_{ki} - jQ_{ki} = V_k^*(V_k - V_i) y_{ik} + V_k^* V_k y_{sh} \quad (1.20)$$

La puissance complexe perdue dans la ligne ik due à la transmission est obtenue en faisant la somme algébrique des écoulements de puissances déterminés par les équations (1.19) et (1.20). Ce qui suit est le développement détaillé des équations (1.13-1.20).

Considérons le nœud 1 comme la référence du réseau caractérisé par une tension de module V_1 et de phase $\theta_1=0$.

L'expression de toute autre tension peut s'écrire [3]:

$$V_i = |V_i| e^{j\theta_i} = |V_i| (\cos\theta_i + j \sin\theta_i) = |V_i| \angle \theta_i \quad (1.21)$$

On sait d'une part:

$$V_i^* = |V_i| \angle -\theta_i \quad (1.22)$$

$$V_k = |V_k| \angle \theta_k$$

$$\text{Ainsi } V_i^* V_k = |V_i| |V_k| \angle -\theta_{ik} = |V_i| |V_k| (\cos\theta_{ik} - j \sin\theta_{ik}) \quad (1.23)$$

$$\text{Ou } \theta_{ik} = \theta_i - \theta_k \quad (1.24)$$

Ainsi que chaque élément de la matrice admittance est en type complexe :

$$Y_{ik} = |Y_{ik}| \angle \delta_{ik} \quad (1.25)$$

D'ici on peut écrire les équations de l'écoulement de puissance séparons les parties réelles et imaginaires

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\theta_i - \theta_k + \delta_{ik}) \quad (1.26)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\theta_i - \theta_k + \delta_{ik})$$

D'autre part [1], tout élément Y_{ik} de la matrice des admittances de barre peut être écrit en fonction de sa partie réelle et imaginaire comme suit:

$$Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \quad (1.27)$$

$$\text{D'où } V_i^* V_k Y_{ik} = |V_i| |V_k| (\cos\theta_{ik} - j \sin\theta_{ik}) (G_{ik} + jB_{ik}) \quad (1.28)$$

On obtient une autre forme générale des équations EP

$$S_i^* = P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^n |V_i||V_k|(G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \sin\theta_{ik}) - j \sum_{k=1}^n |V_i||V_k|(G_{ik} \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}) \quad (1.29)$$

En comparant et en identifiant la partie réelle des 2 membres, puis l'imaginaire des 2 membres du l'EP, on constate que la puissance active injectée en tout nœud i du réseau est:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k|(G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \sin\theta_{ik}) \quad (1.30)$$

Et la puissance réactive injectée au même nœud s'obtient par:

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k|(G_{ik} \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}) \quad (1.31)$$

La solution des équations algébriques, décrivant le système de puissance, est basée sur une méthode itérative qui doit satisfaire la loi de Kirchhoff.

1.2.2 Caractéristiques des équations d'écoulement des charges

En observant les deux termes constitutifs (1.30) et (1.31) de la forme originale de l'équation (1.17), on constate que [2]:

1. Les équations sont algébriques, car elles représentent un système opérant en régime permanent.
2. Les équations sont non linéaires, donc difficilement résolubles de façon analytique, d'où la nécessité d'utiliser une méthode numérique de solution par ordinateur.
3. Généralement, dans l'analyse des systèmes, les équations relient le courant et la tension, ces équations relient la puissance et la tension.
4. Dans les équations (1.30) et (1.31) les angles de phases θ_i et θ_k apparaissent sous forme de différences.
5. Pour chaque équation de barre (1.17), on peut écrire deux équations simultanées (réelle, imaginaire), ce qui donne pour un réseau de N barres, $2 N$ équations du type (1.30) et (1.31) contenant $6 N$ variables qui sont:

N amplitudes de tension de barre V_i

N phases de tension de barre θ_i

N puissances actives générées P_{Gi}

N puissances réactives générées Q_{Gi}

N puissances actives demandées P_{Di}

N puissances réactives demandées Q_{Di}

Par conséquent, il s'agit de réduire le nombre d'inconnues, de $6N$ à $2N$ en spécifiant $4N$ variables afin d'égaliser le nombre d'équations à celui des variables. En principe les $2N$ variables restantes pourront être déterminées.

En général, dans la formulation, parmi les $4N$ inconnues à spécifier, les $2N$ variables de demande (P_{Di} et Q_{Di}), consommation de la clientèle sont fournies d'avance. Alors il s'agit de spécifier finalement $2N$ inconnues par barre :

Si on spécifie V_i, θ_i barre de référence du système (slack bus)

Si on spécifie P_{Gi}, V_i barre de contrôle de voltage (barre P, V)

Si on spécifie P_{Gi}, Q_{Gi} barre de charge (P, Q).

I.2.2.1 Classification des jeux de barre (bus)

Généralement, on les classe en 3 types [1]:

1. Jeux de barre de charge (Load), (P, Q)

L'absence d'un générateur connecté au Jeux de barre ($P_G = Q_G = 0$) qui sont les jeux de barres de la demande clientèle, les puissances actives et réactives sont connues (mesurables), les tensions et les arguments sont inconnus. La majorité des Jeux de barre dans un réseau électrique est de type (P, Q) (80 à 90%).

2. Jeux de barre de contrôle (P, V)

Les Jeux de barre doivent être connectés au moins à un seul générateur, les puissances actives et le module de la tension sont connus, puisqu'ils sont contrôlables, par contre la puissance réactive et l'argument de la tension sont inconnus.

3. Jeux de barres de références (Slack/swing bus)

Un seul Jeux de barre de génération est choisi comme Jeux de barre de référence, et sans angle de phase est pris comme référence de calcul. C.à.d. le module et l'argument de la tension sont connus. Il sert à produire la puissance nécessaire à rétablir toute anomalie dans la demande et les points qui ne sont pas prévus préalablement.

Remarque : la puissance de ces Jeux de barre doit avoir une valeur très importante.

Le tableau suivant résume tous les types des variables des Jeux de barre précédents :

Figure I.5 : Tableau résumant les types des variables des jeux de barre

Type de Jeux de barre (JB)	Variable connue	Variable inconnue
Charge (P, Q)	P, Q	$ V , \theta_i$
Contrôle (P, V)	$P, V $	Q, θ_i
Référence (slack/swing bus)	$ V , \theta_i$	P, Q

Il est nécessaire de choisir un jeu de barres de référence (pratiquement désigner par N° 1), pour fournir des puissances actives et réactives supplémentaires et compenser le déficit dans les lignes de transmission qui restent inconnues jusqu'à l'obtention de la solution finale.

I.2.2.2 Classification des variables de l'écoulement de puissance

Les $6N$ variables du l'EP peuvent être regroupées en deux classes [1]:

1. Les variables incontrôlables ou perturbation:

Les $2N$ variables ce sont les variables de la demande P_{di} , et Q_{di} qui ne sont pas contrôlables car elles sont complètement déterminées par le client. C'est pour cette raison qu'elles sont appelées *variables de perturbation*. Qui sont résumées par le vecteur p , comme suit :

$$p = \begin{bmatrix} P_{di} \\ Q_{di} \end{bmatrix} \quad p : \text{vecteur des variables de perturbation.}$$

$i = 1, \dots, n$. (n : nombre de jeu de barre où il y a des abonnés)

2. Les variables contrôlables :

Les $4 N$ variables P_{Gi} , V_i , θ_i et Q_{Gi} peuvent se diviser en deux catégories: les variables de contrôle et les variables d'état

- Variables de contrôle :

Ce sont les puissances actives et réactives générées (P_{Gi} , Q_{Gi}), elles sont représentées par le vecteur u comme suit :

$$u = \begin{bmatrix} P_{Gi} \\ Q_{Gi} \end{bmatrix} \quad u : \text{Vecteur des variables de contrôle.}$$

$$i = 1, \dots, n. \text{ (} n : \text{nombre de générateurs)}$$

- variables d'état :

Ce sont les modules et les arguments des tensions au niveau de tout les jeux de barres, elles sont classées d'état suite a leur valeur pouvant déterminer l'état du réseau, ces variables sont représentées par le vecteur x :

$$x = \begin{bmatrix} V_i \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad x : \text{Vecteur des variables d'état.}$$

$$i = 1, \dots, n. \text{ (nombre de jeu de barre dans tous les réseaux).}$$

I.2.3 Principe de base de la solution du L'EP

Après avoir classifié les $6 N$ variables [3], la solution du système d'équations formé par (1.30) et (1.31) peut être obtenue en procédant de la manière suivante:

Etape1 : A partir de la connaissance de la demande de la clientèle, on possède toutes les informations requises sur les $2 N$ variables incontrôlables.

Etape 2 : On spécifie alors les $2 N$ variables de contrôle; par exemple les puissances générées.

Etape 3 : Les $2 N$ variables qui restent sont inconnues. A l'aide de $2 N$ équations, on peut résoudre ce système d'équations par une des méthodes numériques de la section I.2.4.

Pour être acceptable sur le plan pratique, les $4 N$ variables d'état et de contrôle de la solution du l'EP doivent être à l'intérieur de certaines limites :

Les variables d'état V_i et θ_i doivent satisfaire la relation d'inégalité (1.1).

Les variables de contrôle P_{gi} et Q_{gi} doivent satisfaire la relation d'inégalité (1.4)

Les équations de l'EP sont des équations algébriques non linéaires et pour les résoudre on doit utiliser des méthodes itératives. Ces méthodes doivent satisfaire les critères suivants [2] :

- capables de résoudre des systèmes non linéaires.
- pouvant être appliquées à un réseau de taille n .
- Méthodes rapides et précises.

I.2.4 Méthode numériques de solution du l'EP

Pour résoudre les équations d'écoulement des charges, un grand nombre de techniques numériques ont déjà été utilisées.

Dans cette partie d'étude, on passera en revue deux méthodes numériques itératives spécifiques : la méthode de Gauss Seidel, et la méthode de Newton Raphson.

Dans chacune des méthodes [3], on procède de la manière suivante :

1. une solution initiale des variables est supposée
2. cette solution est utilisée conjointement avec la relation (1.17) modifiée pour obtenir une deuxième et meilleure solution
3. cette deuxième solution estimée est ensuite utilisée pour trouver une troisième, etc.

La procédure continue de façon répétitive jusqu'à l'obtention d'une convergence vers la solution finale.

I.2.4.1. Méthode itérative de Gauss-Seidel

Parmi les avantages de cette méthode on cite :

- Sa simplicité.
- Son utilisation pour les systèmes à configuration simple.
- Son utilisation pour les systèmes à configuration complexe pour obtenir la solution approximative de la première itération qui est à son tour utilisée comme une solution initiale pour la méthode de Newton-Raphson.

Pour résoudre un système de n équations on commence d'abord par une seule fonction à résoudre itérativement $f(x) = 0$.

Pour s'adapter à la méthode il faut changer cette formule par $x = F(x)$, pour une fonction $f(x) = 0$, il est toujours possible de trouver une fonction $F(x)$, telle que : $x = F(x)$ « $F(x)$ n'est pas unique »

Finalement on a l'algorithme suivant [1]:

$$X^{(\lambda+1)} = F(X^{(\lambda)})$$

λ : Numéro d'itération

Le processus itératif prend fin lorsque la différence en valeur de X entre deux itérations consécutives est plus petite qu'une certaine tolérance (précision) ε , soit:

$$|X^{(\lambda+1)} - X^{(\lambda)}| < \varepsilon$$

Application de la méthode de G-S dans l'EP

La solution du problème d'écoulement des charges est initialisée en supposant un profil de voltage pour toutes les barres, excepté la référence pour laquelle la valeur de la tension est spécifiée et demeure constante pendant le processus [1].

Alors on se refait à l'équation (1.17)

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^n V_k Y_{ik} \quad (1.32)$$

D'où on peut écrire

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* Y_{ii} V_i + V_i^* \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k Y_{ik} \quad (1.33)$$

Donc on obtient l'équation récurrente pour chaque voltage de barre.

$$V_i^{\lambda+1} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{\lambda})^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} V_k^{(\lambda)} \right] \quad (1.34)$$

- V_k est supposée à partir de l'initialisation

- V_i est calculée connaissant P et Q spécifiée partout dans le système sauf à la barre de référence.

Dans laquelle λ est l'indice d'itération.

L'équation de la tension de barre (1.34) solutionnée par la méthode de Gauss-Seidel. Dans cette méthode la nouvelle valeur de $V_i^{\lambda+1}$ calculée remplace immédiatement $V_i^{(\lambda)}$ et est utilisée dans les équations subséquentes.

Le processus itératif prend fin lorsque l'amélioration de la valeur de V_i , entre deux itérations consécutives est plus petite qu'une certaine tolérance ε , soit:

$$|V_i^{\lambda+1} - V_i^{\lambda}| < \varepsilon.$$

I.2.4.2 Méthode de Newton-Raphson (N-R)

La méthode de Newton-Raphson utilisant la matrice admittance aux J.d.B est la plus utilisées pour la résolution de l'EP, parce que, le temps nécessaire pour avoir la solution itérative est plus court dans cette méthode qu'aux autres méthodes même pour les réseaux de taille importante [1]. Pour cette raison nous nous intéressons dans le reste de ce travail à cette méthode.

D'après le développement de Taylor, l'algorithme de N-R est

$$X^{\lambda+1} = X^{\lambda} - [J(X^{\lambda})]^{-1} * F(X^{\lambda}) \quad (1.35)$$

$J(X)$: matrice du Jacobien

$$J(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Avec :

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(x) \end{bmatrix} ; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

Parmi les inconvénients de N-R c'est le besoin d'actualiser $J(X)$ à chaque itération, également le calcul de l'inverse de $J(X)$ nécessite un temps de calcul supplémentaire.

Ainsi, on va utiliser :

$$\Delta X^{\lambda} = X^{\lambda+1} - X^{\lambda}$$

Et on aura :

$$-J^\lambda \Delta X^\lambda = F(X^\lambda) \quad (1.38)$$

Application de la méthode de N-R pour le calcul de l'EP

Prenons la première forme du système d'équation de l'EP (1.30) et (1.31) [1].

Où

$$\theta_i = \angle V_i \quad i = 2, 3 \dots n \quad (n : \text{taille du réseau})$$

Nous supposons que $|V_1|$ est connu et $\theta_1 = 0$ d'où il reste à savoir

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad |V| = \begin{bmatrix} |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dots \dots \\ |V| \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

En introduisant le vecteur X dans le système d'équation précédant (1.30) et (1.31)

Ainsi $P_i = P_i(X)$

$$\text{Pour } i = 2, 3 \dots n \quad (1.41)$$

Et $Q_i = Q_i(X)$

Ces équations (1.30) et (1.31) sont des constantes connues préalablement, cependant $P_i(X)$ et $Q_i(X)$ sont des fonctions dont la variable est le vecteur X .

En cherchant, une fonction de la forme $F(X) = 0$ on peut avoir :

$$P_i(X) - P_i = 0$$

$$\text{Pour } i = 2, 3 \dots n \quad (1.42)$$

$$Q_i(X) - Q_i = 0$$

D'où

$$F(X) = \begin{bmatrix} P_2(X) - P_2 \\ \vdots \\ P_n(X) - P_n \\ \dots \dots \dots \\ Q_2(X) - Q_2 \\ \vdots \\ Q_n(X) - Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

$$F(X) = \begin{bmatrix} P \\ \dots \dots \\ Q \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

On considère « J » le Jacobien de F , il est convenable de le répartir comme suit :

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & \vdots & J_{12} \\ \dots & \vdots & \dots \\ J_{21} & \vdots & J_{22} \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

$J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$ sont des sub-matrices

$$J_{11} = \frac{\partial P_i(X)}{\partial \theta_k}; J_{12} = \frac{\partial P_i(X)}{\partial |V_k|}; J_{21} = \frac{\partial Q_i(X)}{\partial \theta_k}; J_{22} = \frac{\partial Q_i(X)}{\partial |V_k|} \quad (1.46)$$

Pour se débarrasser de signe (-) dans l'équation (1.38), on écrit

$$\Delta P(X) = \begin{bmatrix} P_2 - P_2(X) \\ \vdots \\ P_n - P_n(X) \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

$$\Delta Q(X) = \begin{bmatrix} Q_2 - Q_2(X) \\ \vdots \\ Q_n - Q_n(X) \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

$$F(X) = - \begin{bmatrix} \Delta P(X) \\ \Delta Q(X) \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

On remplace $F(X)$ par sa valeur dans l'équation (1.38) on aura :

$$\begin{bmatrix} J_{11}^\lambda & J_{12}^\lambda \\ J_{21}^\lambda & J_{22}^\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta^\lambda \\ \Delta |V|^\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P(X^\lambda) \\ \Delta Q(X^\lambda) \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

Prenons comme notation :

J_{pq}^{11} : Désigne l'élément (pq) de la submatrice Jacobienne J_{11} et cela est vrai pour toutes les matrices.

Et :

$$\theta_{pq} = \theta_p - \theta_q \quad (1.51)$$

X^λ est connu grâce à $X = \begin{bmatrix} \theta \\ |V| \end{bmatrix}$ et on ressolve (1.52) pour ΔX^λ en utilisant $X^{\lambda+1} = X^\lambda + \Delta X^\lambda$

Nous pouvons actualiser la Jacobienne et $\begin{bmatrix} \Delta P(X^\lambda) \\ \Delta Q(X^\lambda) \end{bmatrix}$ et on continue les itérations jusqu'à la convergence $\begin{bmatrix} \Delta P(X^\lambda) \\ \Delta Q(X^\lambda) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(1.52)

Détermination des sous matrices de la Jacobienne J :

D'après la forme générale d'équations de puissance au J.d.B :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^n |y_{ij}| |V_i| |V_j| \cos(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}) \\ Q_i = \sum_{j=1}^n |y_{ij}| |V_i| |V_j| \sin(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}) \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.53)$$

Et à partir de ces équations on peut déterminer les éléments de J :

Sous matrice J_{11} :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -|V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i \neq j \quad (1.54. a)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |y_{ij}| |V_i| |V_j| \cos(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i = j$$

Sous matrice J_{12} :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_j| |y_{ij}| \sin(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i \neq j \quad (1.54. b)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |y_{ij}| \cos(\delta_{ij}) + \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_j| |y_{ij}| \cos(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i = j$$

Sous matrice J_{21} :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i \neq j \quad (1.54. c)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i = j$$

Sous matrice J_{22} :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_j||y_{ij}|\sin(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}), \quad i \neq j \quad (1.54. d)$$

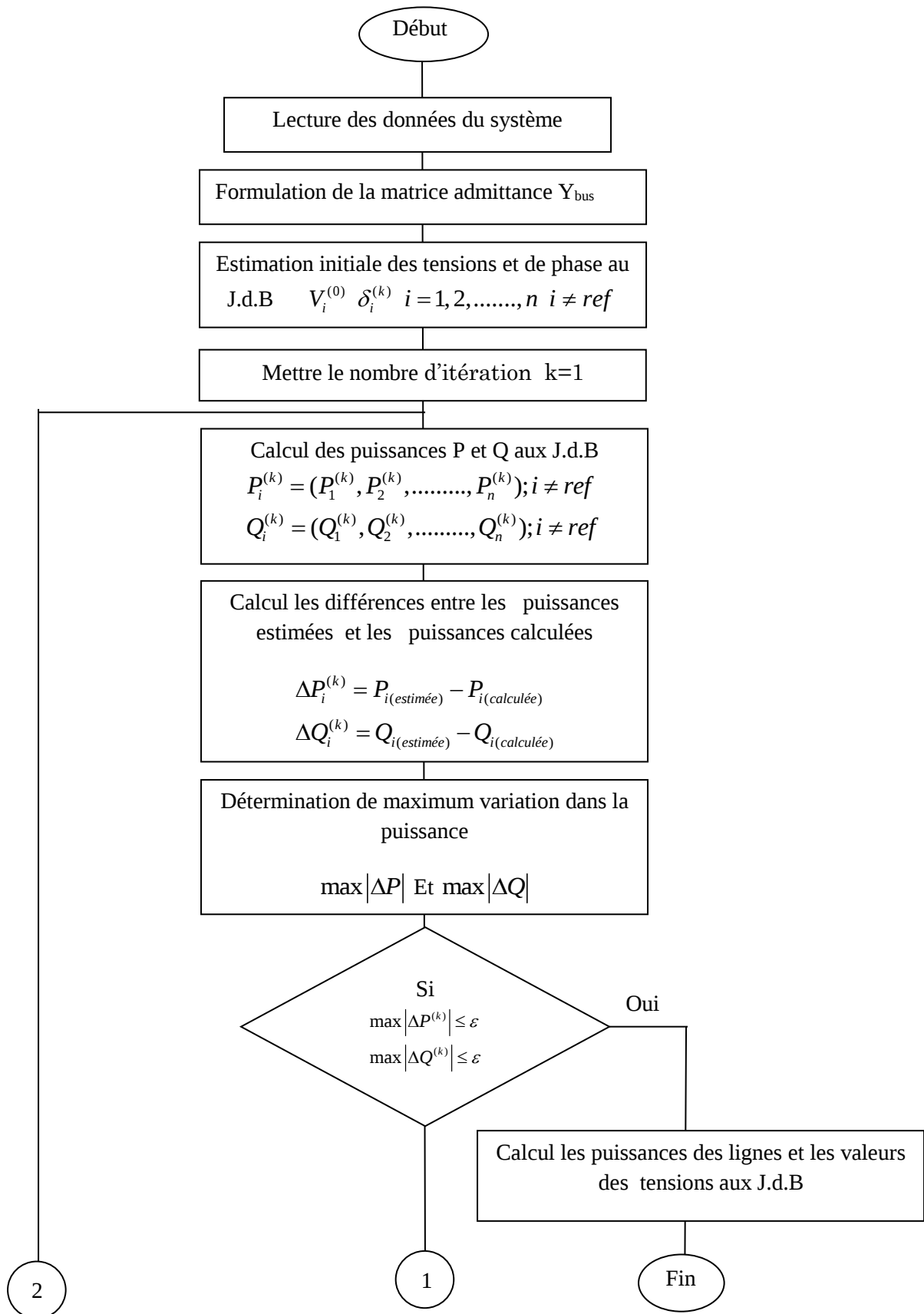
$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = - \sum_{j=1, i \neq j}^n |V_j||y_{ij}|\sin(\theta_j - \theta_i + \delta_{ij}) - 2|V_i||y_{ii}|\sin(\delta_{ii}), i = j$$

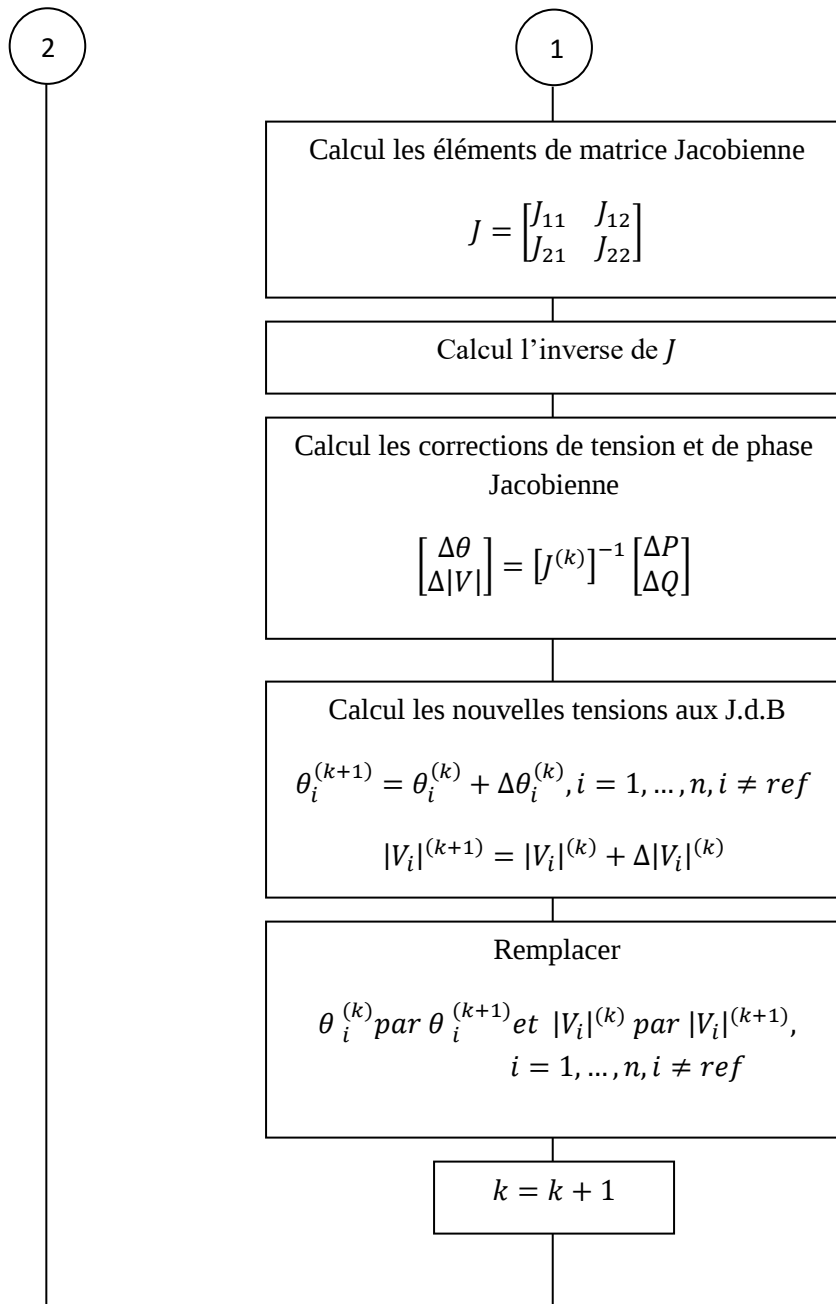
Les approximations dans la méthode de Newton-Raphson :

Pour une petite variation dans le module de la tension au J.d.B, la puissance active au J.d.B ne varie pas d'une façon appréciable. Même aussi pour une petite variation de l'angle de phase de la tension au J.d.B, la puissance réactive ne subit pas une variation appréciable. Donc on suppose que les éléments J_{12} et J_{21} de la matrice Jacobienne sont nuls :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

L'organigramme de la méthode de N-R, utilisé dans notre travail, est illustré dans la figure 1.6



**Figure I.6 :** L'organigramme de la méthode de N-R

I.2.5 Méthode de l'approximation du courant continu (DC power Flow)

L'hypothèse du courant continu est en fait une simplification de la physique du réseau. Elle rend notamment plus simple le calcul des puissances.

Si les deux puissances actives et réactives P et Q sont des fonctions non-linéaires de V et θ , une approximation linéaire entre P et θ peut être trouvée ce qui conduit à ce que l'on appelle modèle DC de l'écoulement de puissance. Dans ce contexte, un modèle simplifié apparaît suffisamment pertinent [4].

Cette simplification du calcul est accomplie sur les bases suivantes :

Les transits de puissances actives dans les lignes de transmission sont surtout liés aux phases des tensions et peu aux modules ($\frac{\partial P}{\partial \theta} \gg \frac{\partial P}{\partial V}$). on suppose donc que le module de tension est constant à chaque jeu de barre, c.à.d. [5].

$$V_i = V_k = 1 \text{ p.u.} \quad (1.55)$$

En considérant que l'angle de phase correspondant à la différence des jeux de barres à proximité est de petite taille.

$$(\cos \theta_{ik} \approx 1 \text{ et } \sin \theta_{ik} \approx \theta_{ik}) \quad (1.56)$$

La résistance des éléments du système de transport est négligeable devant la réactance, ce qui nous permet d'écrire

$$G_{ik} \cong 0 \quad (1.57)$$

Compte tenu des approximations précédentes, la puissance active injectée au jeu de barre (i), s'écrit sous la forme linéaire suivante

$$P_i = \sum_{k=1}^n B_{ik} (\theta_i - \theta_k) \quad (1.58)$$

La puissance qui transite à travers la ligne (i,k) est donnée par

$$P_{ik} = B_{ik} (\theta_i - \theta_k) \quad (1.59)$$

Où`

$$B_{ik} = \frac{x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} = \frac{1/x_{ik}}{1 + (r_{ik}/x_{ik})^2} \quad (1.60)$$

r_{ik} et x_{ik} Sont respectivement la résistance et la réactance série, de la branche $i-k$. Pour des valeurs de $\frac{r}{x} < 3$, dans les réseaux de transmission, l'erreur qui se pose est inférieure à 1%, lorsque, B_{ik} est remplacé par $\frac{1}{x_{ik}}$, [4] ce qui donne :

$$P_{ik} = \frac{1}{x_{ik}} (\theta_i - \theta_k) ; \theta_i - \theta_k = x_{ik} P_{ik} \quad (1.61)$$

On note par A la matrice d'incidence, θ le vecteur des angles de phase des jeux de barres, X est une matrice diagonale de la branche réactances et P_f est le vecteur des puissances actives écoulées. L'expression de P_f peut être écrite sous la forme matricielle suivante:

$$A^T \theta = X P_f \quad (1.62)$$

$$P_f = [X^{-1} A^T] \theta \quad (1.63)$$

Après avoir négligé les résistances des branches, la somme de toutes les puissances actives injectées est nulle.

Si P représente le vecteur des puissances injectées :

$$P = A P_f \quad (1.64)$$

Finalement, la relation linéaire entre les puissances injectées et les angles de phase est obtenue:

$$P = [A X^{-1} A^T] \theta = B \theta \quad (1.65)$$

Lorsque la matrice B a la même structure (symétrique), que celle de la matrice d'admittance Y_{bus} , ces valeurs sont calculées uniquement en fonction des réactances des différentes branches.

Il peut être facilement vérifié que ce modèle linéaire, dérivé d'un modèle complet AC, correspond à un circuit en Courant Continu, dont la résistance est remplacé par une réactance et dans lequel la puissance active joue le rôle d'un courant continu et les angles des phases joue le rôle des tensions [4].

Ainsi que les angles de phase peuvent être retirés, ce qui conduit à une relation linéaire entre les puissances écoulées et les puissances injectées:

$$P_f = [X^{-1}A^T B^{-1}]P = S_f P \quad (1.66)$$

Dans le cadre de l'approximation de l'écoulement de puissance en DC, chaque élément de la matrice S_f prévoit la sensibilité entre la puissance écoulé et la puissance d'injection, en supposant que le jeu de barre de référence compense entièrement les changements dans les jeux de barres d'injection [4].

I.2.5.1 Démarche adoptée pour construire la matrice d'incidence

Soit le système composé de six nœuds (jeux de barres) et sept lignes de transmission [4].

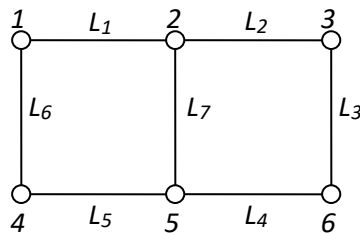


Figure I.7 : Système composé de six nœuds

La topologie est caractérisée par la matrice d'incidence $A \in R$ où nb est le nombre de barre et nl le nombre de lignes.

L'élément (i, k) de la matrice A est donné par :

$$A = \begin{cases} 0 & \text{si la branche } k \text{ et non liée au nœud } i \\ 1 & \text{si la branche } k \text{ quitte le nœud } i \\ -1 & \text{si la branche } k \text{ entre dans le nœud } i \end{cases}$$

Line #	ifr	ito	R	X	B
1	1	2	0	1	0
2	2	3	0	1	0
3	3	6	0	1	0
4	6	5	0	1	0
5	5	4	0	1	0
6	4	1	0	1	0
7	2	5	0	1	0

Figure I.8 : Tableau résumant les caractéristiques des variables des jeux de barres

À partir de ces données, nous pouvons construire notre matrice d'incidence

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.67)$$

I.2.5.2 Résolution du problème de l'écoulement de puissance

Soit le système composé de trois nœuds (jeux de barres) et trois lignes de transmission [4].

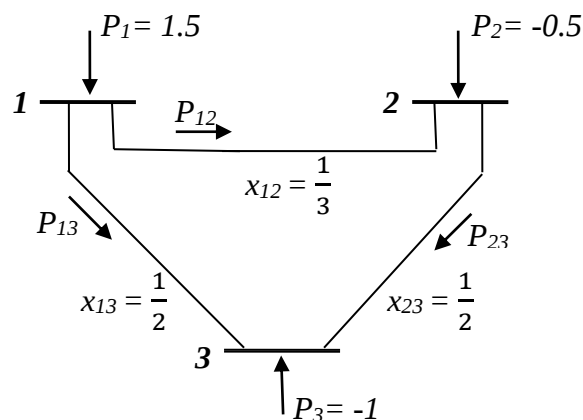


Figure I.9 : Système de distribution d'énergie électrique

θ est le vecteur des angles des tensions

Les expressions (1.62) et (1.63) peuvent être écrites en fonction des angles, et sous les formes matricielles suivantes

$$P = B' \theta \quad (1.68)$$

Le système d'équation (1.68) n'a pas de solution unique.

Comme les pertes de puissance ont été négligées, les sommes des puissances sont égales à zéro.

Solution : Dans ce cas, les éléments de la matrice B sont calculés comme suit :

$$B_{22} = x_{21}^{-1} + x_{23}^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 5; B_{23} = -x_{23}^{-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2 \quad (1.69)$$

$$B_{32} = -x_{32}^{-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2; B_{33} = -x_{31}^{-1} + x_{32}^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 4$$

Ce qui donne :

$$B' = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

Et

$$(B')^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 1/8 & 5/16 \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

Les nœuds de tension et angles (en radians) peuvent être facilement calculés

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = (B')^{-1} P \quad (1.72)$$

$$\theta = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 1/8 & 5/16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.5 \\ -1.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.250 \\ -0.375 \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

L'écoulement dans les lignes de transmission (d'après le modèle DC) est :

$$\begin{aligned}
 P_{12} &= x_{12}^{-1} \theta_{12} = 3.0.25 = 0.75 \text{ p.u} \\
 P_{13} &= x_{13}^{-1} \theta_{13} = 2.0.375 = 0.75 \text{ p.u} \\
 P_{23} &= x_{23}^{-1} \theta_{23} = 2.0.125 = 0.25 \text{ p.u}
 \end{aligned}
 \tag{1.74}$$

Donc un modèle d'écoulement de puissance en DC est un modèle linéaire qui peut être interprété comme le modèle d'un réseau alimenté par un courant de source continu. Où, P est le vecteur des nœuds du courant d'injections, θ est le vecteur de nœuds de tension à courant continu et B' est la matrice de conductance des nœuds [4].

I.3 Conclusion

Ce chapitre clôture le concept de la modélisation de l'unité de production, tout en partant de la phase initiale qui celle de produire l'énergie électrique et finissant par la distribution, cette dernière est régie par des contraintes qui sont exprimées par des équations d'égalités et d'inégalités.

Ces équations sont dites non linéaires, en effet, elles modélisent le système en mode AC, donc, difficiles pour être résolues, d'où l'adoption de la démarche des méthodes itératives telles, Gauss-Seidel et Newton-Raphson. Cette dernière s'avère la plus appropriée, et c'est elle qu'on va l'utiliser dans tout le reste de ce travail.

Suite à la complexité du modèle AC pour être résolu, et tout en se basant sur l'hypothèse du *courant continu*, cela a permis de centrer toute l'analyse sur le modèle DC du fait de la simplification de la modélisation mathématique qui régit le système.

La résolution de l'écoulement de puissance par la méthode de N-R a été bien détaillée dans ce chapitre. Dans les systèmes électriques on cherche toujours à optimiser cet écoulement. Pour cette raison le chapitre suivant traitera l'optimisation de l'écoulement de puissance.

II.1 Introduction

La résolution des problèmes de l'écoulement de puissance remontent aux années 60 où les premiers progrès du développement technologique, notamment, en domaine d'informatique, commencèrent à donner des signes de perfectionnement suite à des élaborations des logiciels et des calculateurs, ainsi rendre facile le calcul itératif des différentes méthodes établies par une implantation de leurs programmes.

L'optimisation d'un tel système de production repose sur des contraintes reflétant les objectifs de l'entreprise, ces objectifs peuvent concerner en premier lieu, la maximisation du profit et la minimisation des couts de pertes qui sont dites *fonctions objectives*.

Dans le cadre de cette étude, la répartition optimale des charges proprement dit le dispatching économique, on présente une analyse d'une approche typique qui utilise la méthode de Lagrange (le Lagrangien) résolvant les équations non linéaires à ordre quadratique en tenant compte, essentiellement, de la contrainte de coûts dans les deux cas de dispatching : sans pertes (cas idéal) et avec pertes.

Puis une autre approche appliquée au modèle DC qui est la méthode de programmation linéaire (PL), cette méthode consiste à la linéarisation par parties de la courbe de la fonction objective.

II.2 Optimisation

Le problème de la répartition optimale de la charge est un problème d'optimisation qui nécessite la minimisation (ou la maximisation) d'une fonction « F » dite objective selon le besoin.

Si on prend en considération seulement la fonction objective, on parle alors d'une optimisation sans contraintes. Mais si on prend en considération les équations de l'écoulement de puissance, on est donc devant un problème d'optimisation avec contraintes d'égalités

Si on prend en plus les limites min et max des puissances générés par les alternateurs, le surcharge des lignes de transport et les niveaux de tensions admissibles pour les jeux de barres de charges, on est alors devant un problème d'optimisation avec contraintes d'égalités et d'inégalités [2].

II.2.1 Optimisation sans contraintes

Ce type d'optimisation sert à minimiser une fonction objective (fonction coût) sans conditions sur le vecteur de contrôle.

On utilise une fonction objective $F(x)$, qui reflète le besoin de minimiser le coût total de la production des puissances actives. On suppose que le coût individuel de chaque centre de production dépende uniquement de la génération de la puissance active [2].

$$C = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

Pour que le vecteur $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ soit le minimum de la fonction F dans les extrémités locales, il faut que la première dérivée de celle-ci par rapport a ce vecteur, appelé le gradient, est égale a zéro ($\frac{\partial F}{\partial x} = 0$), et la deuxième dérivée (matrice hessienne) doit être définie positive ($\frac{\partial^2 F}{\partial^2 x} > 0$), c.à.d. les valeurs propres sont positives.

$$\frac{\partial F}{\partial P_{gi}} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)^T \quad (2.3)$$

II.2.2 Optimisation avec contraintes

La forme générale du problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance est [1] :

$$\text{Min } F(x, u)$$

Où

x : vecteur des variables d'états

u : vecteur des variables de contrôle

Tout en respectant les contraintes :

a) Contraintes d'égalités

Ces contraintes sont l'image des lois physiques gouvernant le système électrique. Elles sont représentées par les équations non linéaires de l'écoulement de puissance. Il faut que la somme des puissances active et réactive injectées dans chaque jeu de barres soit égale à 0 [2].

$$\Delta P_i = 0 = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| (G_{ik} \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) - P_{gi} + P_{di} \quad (2.4)$$

$$\Delta Q_i = 0 = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| (G_{ik} \cos \theta_{ik} - B_{ik} \sin \theta_{ik}) - Q_{gi} + Q_{di} \quad (2.5)$$

Les contraintes d'égalités sont défini par :

$$g(x, u) = 0 \quad (2.6)$$

b) Contraintes d'inégalités

Les contraintes d'inégalités sont définies par [1]:

$$h(x, u) \leq 0 \quad (2.7)$$

En pratique, on ne doit pas dépasser des grandeurs des éléments physiques du réseau électrique.

En plus des contraintes sur les puissances actives à chaque générateur qui a une influence directe sur la fonction coût, on peut citer d'autres contraintes d'inégalités [2] :

La puissance réactive générée Q_{gi} est limitée par une borne inférieure $Q_{gi \min}$ et une borne supérieure $Q_{gi \max}$

$$Q_{gi \min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi \max} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

Les transformateurs à prises de charge ont des déviations max et min du niveau de tension par rapport à la tension nominale. De même les transformateurs à angles de phase ont des décalages max et min des phases des tensions. Les deux types de transformateurs forment les contraintes d'inégalités suivantes :

$$t_{ik \min} \leq t_{ik} \leq t_{ik \max} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{ik \min} \leq \sigma_{ik} \leq \sigma_{ik \max}$$

Pour maintenir la sécurité du système électrique, les lignes de transport et les transformateurs de puissance ont des limites sur le transit de puissance apparente. Ces limites sont dues aux pertes thermiques dans les conducteurs, et/ou la stabilité du système.

Ces limites sont représentées par une contrainte d'inégalité. Qui limitera le carré de puissance en MVA d'un transformateur ou d'une ligne de transport.

$$|S_{ik}|^2 - |S_{ik \max}|^2 \leq 0 \quad (2.10)$$

Pour garder la qualité de service électrique et la sécurité du système, les niveaux de tension des jeux de barres doivent toujours être entre leurs limites max et min.

$$V_{ik \min} \leq V_{ik} \leq V_{ik \max} \quad (2.11)$$

Mais on prend en considération dans une autre étude les puissances générées P_{gi} qui influe principalement sur le coût C_i ,

L'augmentation des quantités de production réelles se fait par l'augmentation des couples de rotation du moteur de base, et cela demande une augmentation de consommation du combustible, donc du coût de production.

L'énergie réactive n'a aucun effet sur la fonction de coût, pour cela cette dernière s'exprime seulement en fonction de P_{gi} :

$$C = C_1(P_{g1}) + C_2(P_{g2}) + \dots + C_n(P_{gn}) \quad (2.12)$$

C_i : est le coût de la production d'énergie électrique exprimé en (DA/h)

II.3 formulation du problème de l'écoulement de puissance optimal (OPF)

Le problème de l'écoulement de puissance optimal est donné sous une forme standard d'optimisation avec contraintes d'égalités et d'inégalités comme suit [2] :

$\text{Min } F(x)$ (Fonction objective)

Soumis à

$$g_i(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{contraintes d'égalités}) \quad (2.13)$$

Et

$$h_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (\text{contraintes d'inégalités}) \quad (2.14)$$

Donc il y a n contraintes d'égalités et m contraintes d'inégalités.

La solution du problème exige la formulation de la fonction lagrangien appelée aussi la fonction coût augmentée suivante [6] :

$$L = F(x) + \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i + \sum_{j=1}^m \beta_j h_j \quad (2.15)$$

Les conditions nécessaires pour trouver un minimum de L sont les suivantes [6] :

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

L : le lagrangien ou fonction coût augmentée.

λ : multiplicateur de lagrange concernant les contraintes d'égalités (lambda).

β : multiplicateur de lagrange concernant les contraintes d'inégalités.

$F(x)$: fonction objective

II.4 Dispatching économique optimal dans un réseau électrique sans perte

Cette fonction optimise le coût de la totalité des puissances actives générées, en supposant que chaque générateur a une courbe du coût convexe liée à sa propre puissance active ayant des limites supérieure et inférieure. La somme de toutes les puissances actives.

Générées doit être égale à la charge totale du système donné. Donc les pertes de puissance active dans les transformateurs et les lignes de transport sont considérées négligeables. [9]

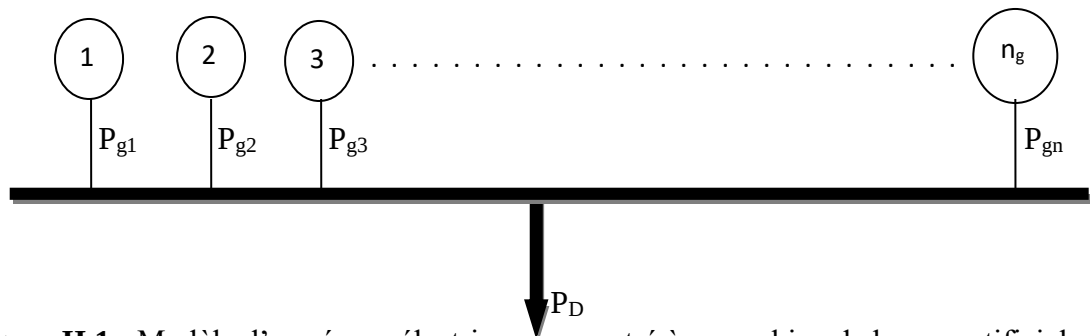


Figure II.1 : Modèle d'un réseau électrique concentré à un seul jeu de barres artificiel

Ainsi, dans le dispatching économique, la fonction d'optimisation ne prend pas en considération les équations non-linéaires de l'écoulement de puissance. On suppose que tous les générateurs de puissances et toutes les charges électriques sont connectés directement à un seul jeu de barre artificiel du réseau électrique (figure II-1). Ces qui réduit les équations de l'écoulement de puissance à une seule équation montrant que : «la somme des puissances produites doit être égale à la somme des puissances consommées».

Le problème est défini en se basant sur l'alimentation d'une charge concentrée où un ensemble des générateurs sont liés avec cette charge unique. Chaque générateur i va produire sa propre puissance P_{gi} selon une fonction de coût convexe donnée par la fonction quadratique suivante :

$$C_i = a_i + b_i P_{gi} + c_i P_{gi}^2 ; i = 1 \dots n_g \quad (2.17)$$

Où les coefficients a_i , b_i et c_i sont numériquement connus et $c_i > 0$.

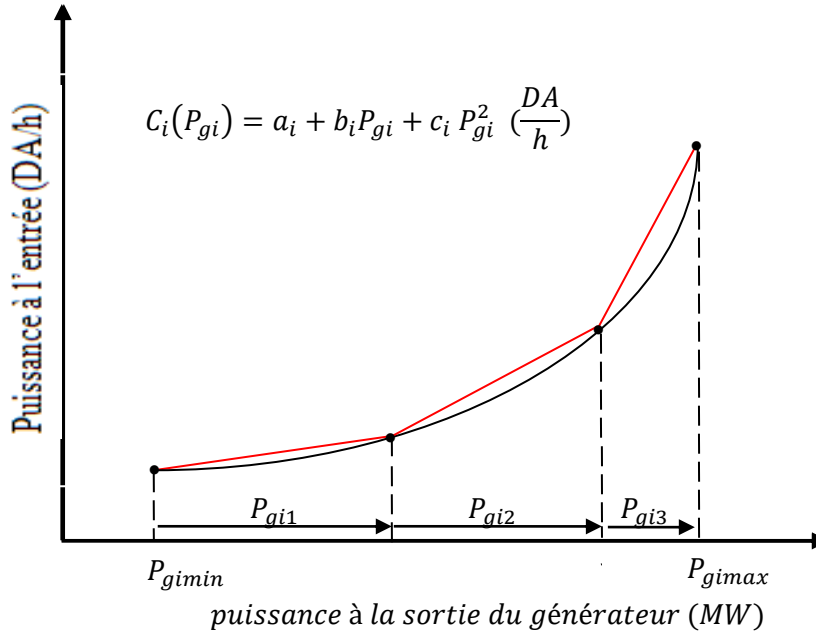


Figure II.2 : Fonction du coût convexe du générateur

La Figure II-2 montre cette fonction quadratique, dont l'axe (y) est l'énergie à l'entrée de la Chaudière (en MBtu/h où \$/h) et l'axe x est la puissance à la sortie du générateur (en MW). Cela est fait en variant la puissance du générateur P_{gi} entre $P_{gi \min}$ et $P_{gi \max}$ et le MBtu/h correspondant à chaque puissance P_{gi} de sortie est enregistré. Ensuite ces points sont ajustés dans une courbe, à une équation quadratique.

Le problème d'optimisation est la minimisation de la somme de ces coûts individuels :

$$C = \sum_{i=1}^{n_g} C_i = \sum_{i=1}^{n_g} (a_i + c_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi}) \quad (2.18)$$

Selon une seule contrainte d'égalité qui est « la somme de tous les puissances générée égale à la charge P_D ». La puissance demandée P_D peut être considérée numériquement donnée :

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{gi} = P_D \quad (2.19)$$

En pratique, la puissance générée P_{gi} est limitée par une borne inférieure $P_{gi \min}$ et une borne supérieure $P_{gi \max}$:

$$P_{gi \min} \leq P_{gi} \leq P_{gi \max} ; i = 1 \dots n_g \quad (2.20)$$

II.5 Méthode numérique pour le dispatching économique optimal

II.5.1 Méthode Élémentaire (ordre de mérite)

Une ancienne méthode est utilisée pour minimiser le coût de la puissance demandée est appelée à partir du générateur le plus efficace.

Lorsque la charge augmente, la puissance doit être fournie par le générateur le plus efficace jusqu'au point du rendement maximale atteint par ce générateur, puis pour une autre augmentation de la charge, le deuxième générateur le plus efficace doit commencer l'alimentation du système de puissance deuxième générateur

Un troisième générateur n'est appelé que lorsque le deuxième générateur atteint son rendement maximal, même si les pertes de transmission sont négligeables.

Les centrales sont classées suivant les fonctions du coût C'est- à-dire : $(C_1 < C_2 < C_3 \dots \dots \dots etc.)$. [10]

II.5.2 Méthode lagrangien

Donc, on remarque que cette formulation est caractérisée par une fonction de coût qui est la seule non-linéarité, une contrainte d'égalité scalaire unique et des contraintes d'inégalité sous forme de limites inférieurs et supérieurs sur les puissances produites. [10]

Pour résoudre le problème dispatching économique, on fait appel à la fonction de Lagrange, formulée comme suit. [11]

$$L = \sum_{i=1}^{n_g} (a_i + b_i P_{gi} + c_i P_{gi}^2) + \lambda \left(P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_{gi} \right) \quad (2.21)$$

Les conditions d'optimalités nécessaire sont les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial P_{gi}} = b_i P_{gi} + 2c_i P_{gi} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_{gi} = 0 \\ P_{gi \min} \leq P_{gi} \leq P_{gi \max} \end{cases} \quad ; i = 1 \dots n_g \quad (2.22)$$

On peut résoudre ce système d'équation d'ordre n_g+2 par la substitution des valeurs P_{g_i} des premières équations dans l'avant dernière équation.

$$P_{g_i} = \frac{\lambda - b_i}{2c_i} \quad ; i = 1 \dots n_g \quad (2.23)$$

En remplaçant l'équation (2.23) dans l'équation (2.19), on aura :

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda}{2c_i} = P_D + \sum_{i=1}^{n_g} \frac{b_i}{2c_i} \quad (2.24)$$

La valeur optimal de lambda déterminée de l'équation (2.24) est comme suit :

$$\lambda = \lambda_{opt} = \left(P_D + \sum_{i=1}^{n_g} \frac{b_i}{2c_i} \right) / \sum_{i=1}^{n_g} \frac{1}{2c_i} \quad (2.25)$$

La valeur numérique optimal de lambda peut être remplacée dans l'équation (2.23) pour obtenir toutes les valeurs optimales des puissances générées :

$$P_{g_i} = P_{g_i opt} = \frac{1}{2c_i} \left(\left(\left(P_D + \sum_{i=1}^{n_g} \frac{b_i}{2c_i} \right) / \sum_{i=1}^{n_g} \frac{1}{2c_i} \right) - b_i \right) \quad ; i = 1 \dots n_g \quad (2.26)$$

Exemple:

Trouver la répartition optimale des puissances générées pour le cas suivantes :

La puissance demandée totale : 1000MW

Les contraintes d'inégalité :

$$210 \leq P_1 \leq 450$$

$$150 \leq P_2 \leq 350$$

$$100 \leq P_3 \leq 225$$

On pose la valeur initial (estimer) de $\lambda = 7$

La fonction objective pour chaque générateur est donnée par : $C_i = f(P_{gi})$

$$C_1 = 520 + 5.3P_{g1} + 0.004P_{g1}^2$$

$$C_2 = 400 + 5.5P_{g2} + 0.006P_{g2}^2$$

$$C_3 = 200 + 5.8P_{g3} + 0.009P_{g3}^2$$

Donc :

$$P_{g1}^{(1)} = \frac{7 - 5.3}{2 * (0.004)} = 212.5000$$

$$P_{g2}^{(1)} = \frac{7 - 5.5}{2 * (0.006)} = 125.0000$$

$$P_{g3}^{(1)} = \frac{7 - 5.8}{2 * (0.009)} = 66.6667$$

$$\Delta P^{(1)} = P_D - \sum_{i=1}^3 P_{gi} = 1000 - (212.5000 + 125.0000 + 66.6667) = 595.8333$$

On calcule la variation de lambda :

$$\Delta \lambda^{(1)} = \frac{\Delta P^{(1)}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{2C_i}} = \frac{595.8333}{\frac{1}{2 * (0.004)} + \frac{1}{2 * (0.006)} + \frac{1}{2 * (0.009)}} = 2.2579$$

Donc nous avons trouvé la nouvelle valeur de lambda :

$$\lambda^{(2)} = \lambda + \Delta \lambda^{(1)} = 7 + 2.2579 = 9.2579$$

Pour la deuxième itération nous avons obtenir :

$$P_{g1}^{(2)} = \frac{9.2579 - 5.3}{2 * (0.004)} = 494.7368$$

$$P_{g2}^{(2)} = \frac{9.2579 - 5.5}{2 * (0.006)} = 313.1579$$

$$P_{g3}^{(2)} = \frac{9.2579 - 5.8}{2 * (0.009)} = 192.1053$$

$$\Delta P^{(2)} = 1000 - (494.7368 + 313.1579 + 192.1053) = 0$$

La contrainte d'inégalité pour le générateur No.1 a été dépassée, donc, la valeur de la puissance générée pour ce générateur prend la valeur limite 494.7368 à 450 donc : Le processus de calcul continue :

$$\Delta P^{(2)} = 1000 - (450 + 313.1579 + 192.1053) = 44.7368$$

$$\Delta \lambda^{(2)} = \frac{44.7368}{\frac{1}{2 * (0.006)} + \frac{1}{2 * (0.009)}} = 0.3221$$

Et la nouvelle valeur de lambda :

$$\lambda^{(3)} = 9.2579 + 0.3221 = 9.58$$

Et les nouvelles puissances générées :

$$P_{g1}^{(3)} = 450$$

$$P_{g2}^{(3)} = \frac{9.58 - 5.5}{2 * (0.006)} = 340$$

$$P_{g3}^{(3)} = \frac{9.58 - 5.8}{2 * (0.009)} = 210$$

Et

$$\Delta P^{(3)} = 1000 - (450 + 340 + 210) = 0$$

Lorsque le contrainte d'égalité est vérifiée la arrive a la répartition optimal de puissance générée et le coût optimal est déterminée par :

$$C_t = 520 + 5.3 \times 450 + 0.004 \times 450^2 + 400 + 5.5 \times 340 + 0.006 \times 340^2 + 200 + 5.8 \times 210 + 0.009 \times 210^2 = 8493.5 \text{ \$/h}$$

Avec un programme réalisé à l'aide du Matlab, les résultats obtenus sont :

```
cost=[          lim=[
    520 5.3 0.004      210 450
    400 5.5 0.006      150 350
    200 5.8 0.009];    100 225];
```

Pd=1000;

lamda=7;

it=3;

P_{gg1}= 212.5000 494.7368 450.0000

P_{gg2}= 125.0000 313.1579 340.0000

P_{gg3}= 66.6667 192.1053 210.0000

Lamda optimal

Lamda= 9.5800

Les puissances générées optimales est :

P_{g1}= 450.0000 ; P_{g2}= 340.0000 ; P_{g3}= 210.0000

Le cout total optimal

C_t= 8.4935e+003

La Répartition Optimal dans la puissance générée et incrémentation de cout

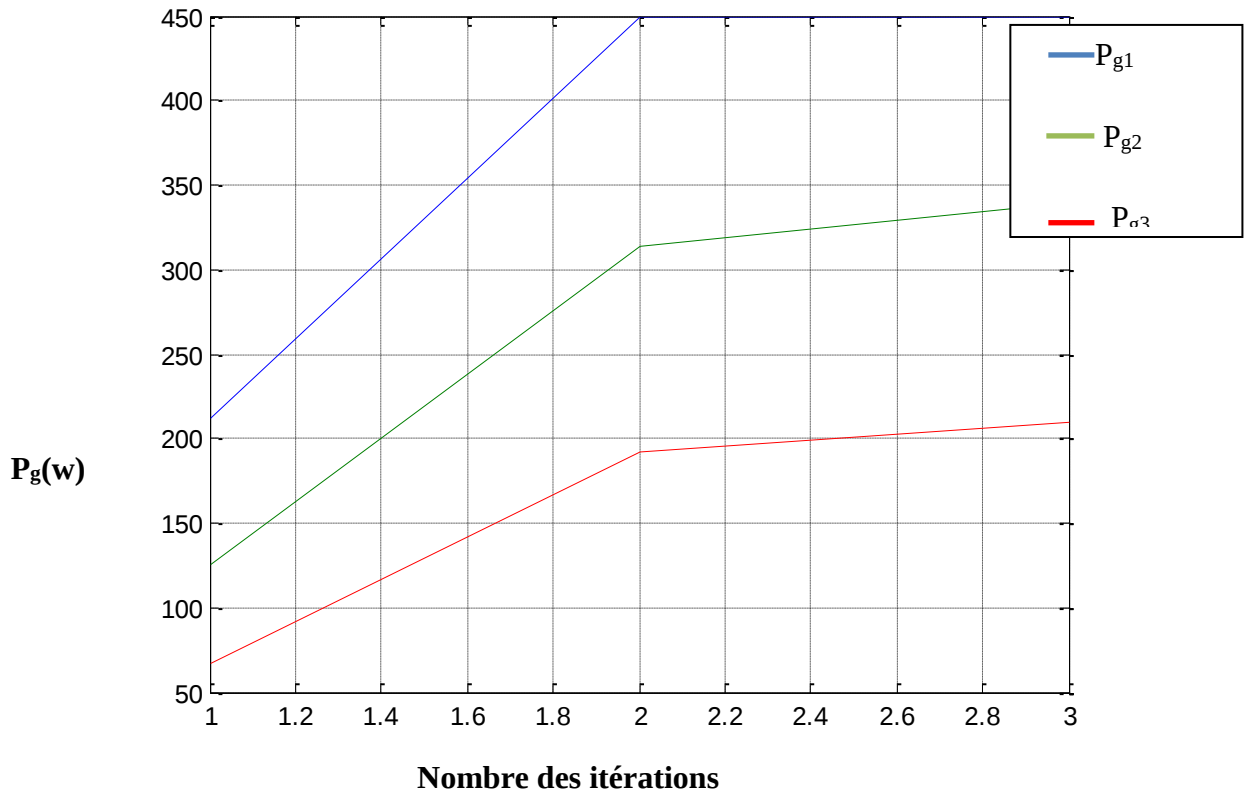


Figure II.3 : Illustre les courbes des puissances générées

II.5.3 Méthode graphique

On peut aussi déterminer la solution optimale du dispatching économique par une méthode graphique. Du fait que dans l'équation (2.22), la dérivée du lagrangien par rapport à la puissance produite de chaque générateur contient la même valeur lambda, donc une solution facile et graphique au problème d'optimisation peut être obtenue.[10]

De l'équation (2.22), on peut placer les valeurs de lambda à gauche du signe d'égalité :

$$\lambda = (b_1 + 2c_1P_{g_1})$$

$$\lambda = (b_2 + 2c_2P_{g_2}) \quad (2.27)$$

$$\lambda = (b_3 + 2c_3P_{g_3})$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\lambda = (b_{n_g} + 2c_{n_g}P_{g_{n_g}})$$

$$0 = P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_{g_i}$$

$$P_{g_{i \min}} \leq P_{g_i} \leq P_{g_{i \max}}$$

La dérivée de la fonction objective est représentée par un droit dit « le taux incrément du combustible ou l'incrément du coût lambda » (figure II.4).

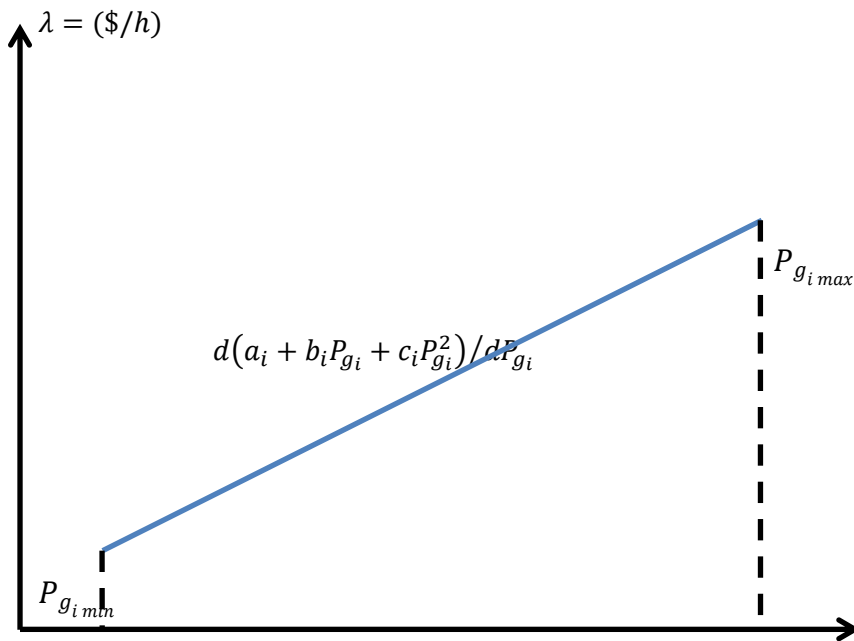
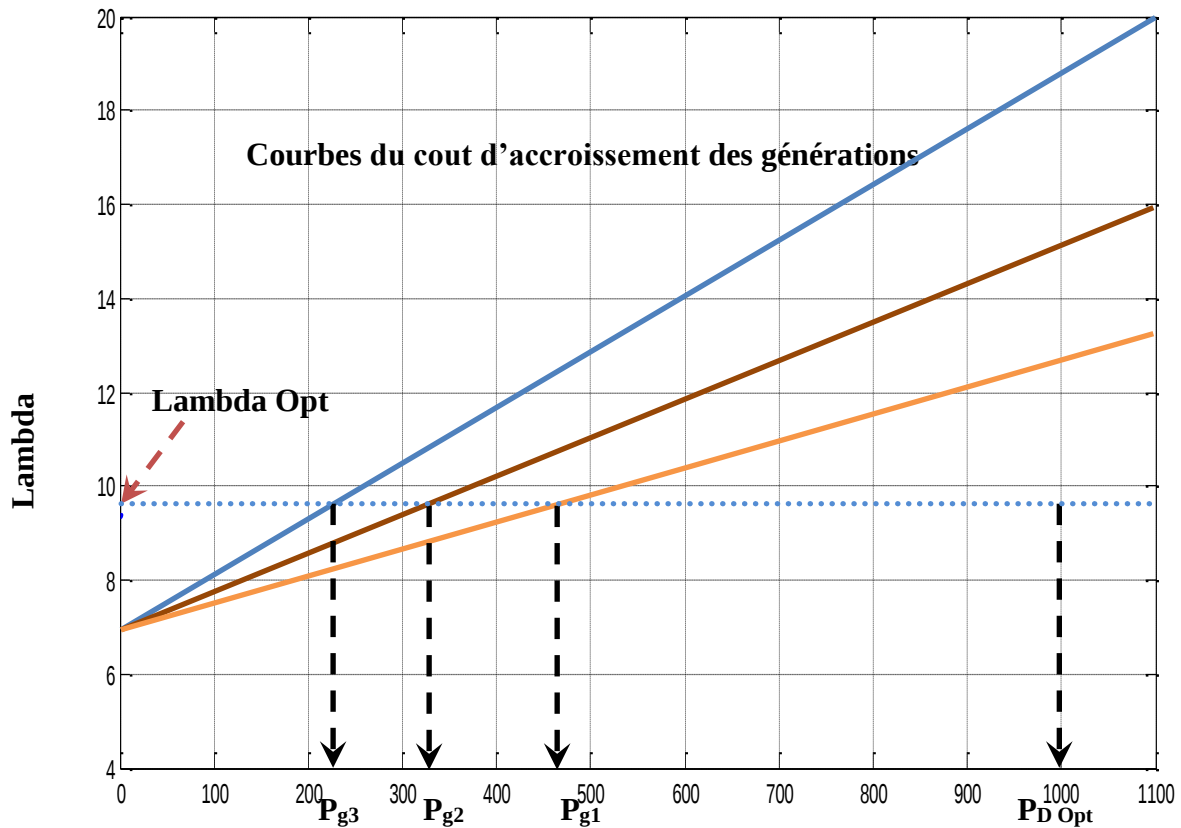


Figure II.4 : Incrément du coût lambda

Le problème du dispatching économique peut être résolu par une méthode graphique en traçant la courbe d'accroissement du coût $\lambda = f(P_{g_i})$, pour chaque générateur et sur le même plan (figure II.5). [11]

Solution graphique du dispatching économique



Valeurs optimales des puissances actives des générateurs

Figure II.5 : Solution graphique du dispatching économique (pour Paramètre de l'exemple précédant)

En ajoutant graphiquement les valeurs des puissances, on aboutit à une seule courbe résultante représentant le coût d'accroissement total de tous les générateurs.

La valeur de la charge totale (P_d) peut être prise comme point de départ d'une ligne verticale, tirée jusqu'à ce que la ligne du coût d'accroissement totale soit traversée.

Cette valeur de traversée (Optimum) est prise comme point de début d'une ligne horizontale allant vers la gauche.

Cette ligne indique la valeur optimale de λ (λ^*) pour toutes les puissances actives des générateurs.

Les points d'intersection de cette ligne avec les courbes du coût d'accroissement originales sont les valeurs optimales de la solution.

Pour obtenir les puissances optimales des gèneérateurs, il suffit de tracer des ligne verticales descendantes à partir des courbes du coût d'accroissement des gèneérateurs.[11]

II.6 Dispatching économique avec considération des pertes

Le problème du dispatching économique associé à cette configuration est très compliqué par rapport au cas où les pertes sont négligées, à cause que la d'égalité contient les pertes totales actives de transmission P_L .

L'équation de contrainte d'égalité est donnée par :

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{g_i} = P_d + P_L \quad (2.28)$$

Les pertes actives sont fonction de l'impédance du réseau électrique et du courant électrique des lignes de transport, par conséquent, le courant électrique est lié seulement aux puissances générées et ou puissances demandées.[12]

L'augmentation de Lagrange pour ce type de problème est :

$$L = \sum_{i=1}^{n_g} (a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2) + \lambda \left(P_d + P_L - \sum_{i=1}^{n_g} P_{g_i} \right) \quad (2.29)$$

Les conditions nécessaires pour un minimum sont données par :

$$\frac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = b_i + 2c_i P_{g_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{g_i}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_d + P_L - \sum_{i=1}^{n_g} P_{g_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \dots \dots \dots n_g \quad (2.30)$$

$$P_{g_i \min} \leq P_{g_i} \leq P_{g_i \max}$$

On peut considérer que les courants sont fonction des variables indépendantes, (P_{g_i}) et (P_d).

La première équation de l'expression (2.30), nous donne une relation directe entre la puissance générée (P_{g_i}) et le multiplicateur de Lagrange (λ), donnée par

$$\lambda = \frac{\frac{dC_i}{dP_{g_i}}}{1 - \frac{\partial L}{\partial P_{g_i}}} = L_i \frac{dC_i}{dP_{g_i}} \quad (2.31)$$

Le terme $\left(L_i = 1 / \left(1 - (\partial P_L / \partial P_{g_i})\right)\right)$ est appelé : « facteur de pénalité » du générateur i.

Il existe trois approches générales pour résoudre le problème du dispatching économique avec pertes de puissance :

- a) La première approche consiste à considérer les pertes des puissances actives constantes, dans la contrainte d'égalité donnée par l'équation (2.28).
- b) La deuxième approche consiste à développer une expression mathématique des pertes de puissances actives, en fonction des puissances actives des générateurs. Celle-ci est connue par la méthode de « formule des pertes », ou méthode des « coefficients B » (voir formule 2.32).
- c) La troisième approche consiste à introduire les équations de l'écoulement de puissance comme contraintes essentielles dans la formulation du problème d'optimisation.

Cette approche est connue par « l'écoulement de puissance optimale (OPF) », qui sera discutée dans le paragraphe (II.6).

La méthode de « formule des pertes » est basée sur l'approximation des pertes totales de puissance active par une fonction directe des puissances actives des générateurs (P_{g_i}), donnée par l'équation suivante :

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_{g_i} P_{g_j} + \sum_{i=1}^{n_g} B_{i0} P_{g_i} + B_{00} \quad (2.32)$$

Où, P_{g_i} puissance active du générateur i.

B_{ij} , B_{i0} et B_{00} : coefficients de pertes (constantes réelles).

Les coefficients des pertes sont des constantes réelles spécifiques au réseau étudié, et sont calculés en fonction de la matrice impédance du réseau, des puissances actives et réactives demandées et des tensions. Dans le littérature, il existe beaucoup de formules pour le calcul des coefficients de pertes. [7]

Exemple:

Le coût de carburant en \$/h pour système énergie a trois central thermique

$$C_1 = 200 + 7.0P_{g1} + 0.008P_{g1}^2$$

$$C_2 = 180 + 6.3P_{g2} + 0.009P_{g2}^2$$

$$C_3 = 140 + 6.8P_{g3} + 0.007P_{g3}^2$$

Et les contraintes d'inégalités :

$$10MW \leq P_1 \leq 85MW$$

$$10MW \leq P_2 \leq 80MW$$

$$10MW \leq P_3 \leq 70MW$$

Dans cet exemple pour simplifier l'expression de perte :

$$P_L = 0.0218P_{g1}^2 + 0.0228P_{g2}^2 + 0.0179P_{g3}^2 (Pu)$$

Où la puissance de base est 100MVA ou déterminée pour la puissance demandée totale

$P_{at} = 150MW$ le dispatching économique optimal.

$$P_L = 0.000218P_{g1}^2 + 0.000228P_{g2}^2 + 0.000179P_{g3}^2 (MW)$$

On estime la valeur initial de $\lambda^{(1)} = 8.0$ depuis la coordination équation nous prendrons :

$$P_{g1}^{(1)} = \frac{8.0 - 7}{2 * (0.008 + 8.0 \times 0.000218)} = 51.3136 MW$$

$$P_{g2}^{(1)} = \frac{8.0 - 6.3}{2 * (0.009 + 8.0 \times 0.000228)} = 78.5292 MW$$

$$P_{g3}^{(1)} = \frac{8.0 - 6.8}{2 * (0.007 + 8.0 \times 0.000179)} = 71.1575 MW$$

Les pertes totales:

$$P_L^{(1)} = 0.000218(51.3136)^2 + 0.000228(78.5292)^2 + 0.000179(71.1575)^2 = 2.886$$

Depuis $P_d = 150MW$, l'erreur est (par l'équation *)

$$\Delta P^{(1)} = 150 + 2.8864 - (51.3136 + 78.5292 + 71.1575) = -48.1139$$

Et l'équation * :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda} \right)^{(1)} &= \frac{0.008 + 0.000218 \times 7.0}{2 \times (0.008 + 0.000218 \times 8.0)^2} + \frac{0.009 \times 0.000228 \times 6.3}{2 \times (0.009 \times 0.000228 \times 8.0)^2} \\ &+ \frac{0.007 \times 0.000179 \times 6.8}{2 \times (0.007 \times 0.000179 \times 8.0)^2} = 152.4924 \end{aligned}$$

Donc

$$\Delta \lambda^{(1)} = \frac{-48.1139}{152.4924} = -0.31552$$

D'ici la nouvelle valeur de λ devient

$$\lambda^{(2)} = 8.0 - 0.31552 = 7.6845$$

Le processus de calcul continue jusqu'à ce qu'on arrive à la précision désirée procédure que change la lambda aller plus petites et convergence est déclarer près de :

$$\lambda = \lambda^{(4)} = 7.6789$$

Donc le dispatching optimal pour $\lambda = 7.6789$ est donnée :

$$P_{g1}^{(1)} = \frac{7.6789 - 7.0}{2(0.008 + 7.6789 \times 0.000218)} = 35.0907MW$$

$$P_{g2}^{(1)} = \frac{7.6789 - 6.3}{2(0.009 + 7.6789 \times 0.000228)} = 64.1317MW$$

$$P_{g3}^{(1)} = \frac{7.6789 - 7.0}{2(0.007 + 7.6789 \times 0.000179)} = 52.4767MW$$

Les pertes totales :

$$P_L^{(4)} = 0.000218(35.0907)^2 + 0.000228(64.1317)^2 + 0.000179(52.4767)^2 = 1.699$$

Et le coût total du carburant :

$$C_t = 200 + 7.0(35.0907) + 0.008(35.0907)^2 + 180 + 6.3(64.1317) + 0.009(64.1317)^2 + 140 + 6.8(52.4767) + 0.007(52.4767)^2 = 1592.65 \$/h$$

Cette méthode a été programmée en utilisant Matlab, les résultats obtenus sont identiques :

cost=[	lim=[	B=[
200 7.0 0.008	10 85	0.000218 0 0
180 6.3 0.009	10 80	0 0.000228 0
140 6.8 0.007];	10 70];	0 0 0.000179];

Pd=150;

Incrémentation de coût (system lambda) :

Lambda=7.6789 en \$/MWh

La répartition de coût optimal dans la puissance générée :

$P_g=35.0907 \quad 64.1318 \quad 52.4767$

Le coût total est :

$C_t=1.5926+003 \text{ \$}/h$

Pour plus apparaître l'analyse de cette méthode de lagrangien nous donnons la Figure suivante :

La répartition optimale dans la puissance générée et Incrémentation de coût

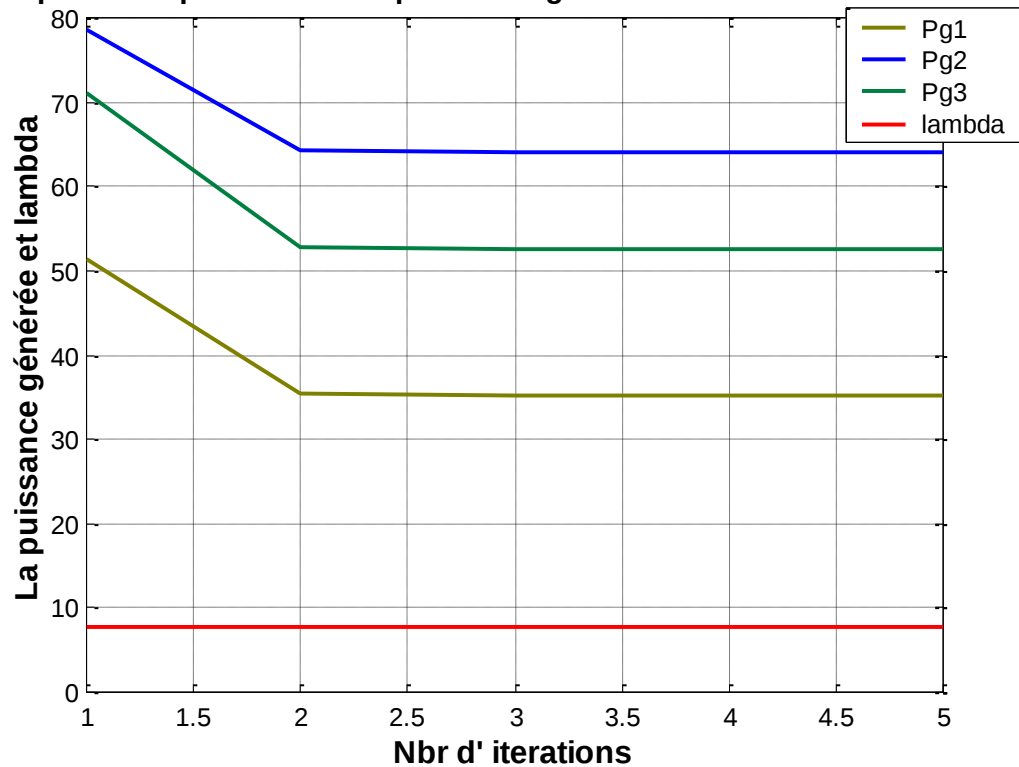


Figure II.6 : Evolution de la répartition optimale des puissances générées

II.7 Les différentes méthodes mathématiques de l'optimisation de l'EP

Une variété des méthodes d'optimisation mathématiques a été proposée pour résoudre le problème d'OPF, citant parmi ces méthodes [8] :

- ✓ méthode du gradient conjugué

En 1982, Burchett utilise la méthode du Gradient conjugué qui fait l'objet de l'amélioration de la méthode du gradient réduit. Au lieu de l'utilisation du gradient négatif ∇f comme une direction de la descente du gradient, les directions de la descente aux points adjacents sont linéairement combinées d'une manière récursive

$$\Gamma_k = -\nabla f + \beta_k \Gamma_{k-1} \quad \beta_0 = 0$$

✓ méthode de Newton

La méthode de Newton pour l'OPF a été formulée par Sun et al (1984), ultérieurement par Maria et al (1987). Un lagrangien augmenté a été formulé initialement. L'ensemble des dérivées premières de lagrangien augmenté par rapport aux variables de contrôle donne l'ensemble des équations non-linéaires, qui doivent être résolus par la méthode de Newton.

✓ méthodes de la programmation quadratique

Dans ces méthodes, au lieu de résoudre le problème d'origine, une séquence de problèmes quadratiques sont résolus par la convergence vers la solution optimale du problème d'origine. Burchett et al utilisent une exécution serrée des différents points des solutions possibles.

Minimiser la fonction $f(x)$ sous contraintes $g(x) = 0$

Le problème revient à minimiser $g^T p + \frac{1}{2} p^T H p$ sous contraintes $Jp = 0$ ou $p = x - x_k$

Est le gradient de f : le Jacobien H : Matrice Hessien

✓ méthode de la programmation linéaire

Cette méthode utilise la linéarisation par partie de la courbe de la fonction objective (fonction coût). La méthode de simplex est utilisée dans quelques applications (Bentall 1968, Shen et Laughton 1970, Stoff et Hobson 1978, Wells 1968). Les contraintes de l'écoulement de puissance dans le réseau sont linéarisées en négligeant les pertes et les puissances réactives pour obtenir des équations d'écoulement de puissance avec un modèle DC. Merlin (1972) utilise la technique de linéarisation successive et renouait la méthode du simplexe double.

II.8 Méthode de programmation linéaire (LP)

La courbe de coût typique des unités thermiques est non linéaire et elle est exprimée par une courbe quadratique donnée par l'équation (2.17). On peut représenter cette courbe non linéaire par une série de m segments de droites [5] (figure II.7).

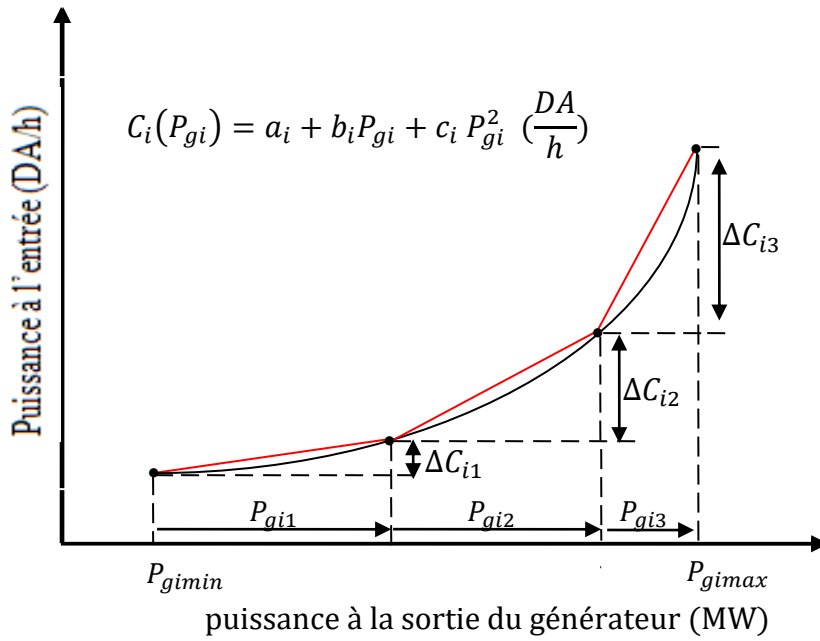


Figure II.7 : Approximation linéaire de la courbe de coût par 3 segments de droites

Les variables $P_{gi1}, P_{gi2} \dots$ et P_{gim} , représentent les incréments de puissance active générée, qui varient entre 0 et des valeurs maximales $P_{gi1 \max}, P_{gi2 \max} \dots$ et $P_{gim \max}$,

$$0 \leq P_{gik} \leq P_{gik \max} \quad (2.33)$$

La puissance active totale générée, peut alors être exprimée en fonction des incréments de puissance

$$P_{gi} = P_{gi \min} + \sum_{k=1}^m P_{gik} \quad (2.34)$$

Notons par W_{ik} la pente du segment de droite k . L'incrément de coût qui correspond à ce segment de droite est donnée par

$$\Delta C_{ik} = W_{ik} \cdot P_{gik} \quad (2.35)$$

Donc, la courbe de coût C_i peut être approximée en utilisant les segments de droite, comme suit :

$$\bar{C}_i(P_{gi}) = C_i(P_{gi \min}) + \sum_{k=1}^m \Delta C_{ik} \quad (2.36)$$

Où

$$\bar{C}_i(P_{gi}) = C_i(P_{gi \min}) + \sum_{k=1}^m W_{ik} \cdot P_{gik} \quad (2.37)$$

On voit clairement que l'équation (2.37) est parfaitement linéaire, en fonction des nouvelles variables $P_{gi1}, P_{gi2} \dots \dots$ et P_{gim} , (incréments de puissances actives générées).

On peut améliorer cette approximation, en augmentant le nombre de segments de droites [5].

- *contraintes d'égalités*

Pour linéariser les contraintes d'égalité représentées par les équations de l'écoulement de puissance gouvernant le système électrique, on utilise les équations linéaires (1.61) et (1.62) relatives au modèle de l'approximation du « courant continu », discuté au paragraphe (1.2.5)

$$P_i = \sum_{k=1}^n B_{ik} (\theta_i - \theta_k) \quad (2.38)$$

$$P_{ik} = B_{ik} (\theta_i - \theta_k) \quad (2.39)$$

- *contraintes d'inégalités*

Les contraintes d'inégalité sont représentées par les limites admissibles des éléments physiques du système électrique. Les limites de puissance actives générées sont données par les inégalités (2.33).

Dans la pratique, la puissance active (MW) qui transite à travers chaque ligne de transport, est limitée par une valeur maximale $P_{Bi \max}$

$$-P_{B \max} \leq P_B \leq P_{B \max} \quad (2.40)$$

Où

P_B est le vecteur colonne des puissances actives transmises.

$P_{B \max}$ est le vecteur colonne des limites maximales des puissance active transmises (limites normales).

II.9 Résumé de la formulation du problème de l'OPF linéarisé (DC OPF)

En résumé [5], le problème d'optimisation de l'écoulement de puissance linéarisé, peut être écrit sous la forme suivante

$$\text{Minimiser } f(x) = \sum_{i=1}^{ng} a_i P_{gi} \quad (2.41)$$

a_i : coefficient d'accroissement du coût du générateur i

P_{gi} : puissance générée au niveau du générateur i

Sujet à

$$g(x, u) = 0 \Rightarrow \begin{cases} P + B \cdot \theta = 0 \\ P_{gT} - P_{dT} = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

Et

$$h(x, u) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} P_{gi} - P_{gi \max} \leq 0 \\ -P_{gi} \leq 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, ng \quad (2.43)$$

Où

ng : est le nombre total des générateurs.

Le problème formulé par les équations (2.42) est un problème de programmation linéaire, pouvant être résolu par la méthode du simplex ou ses dérivées qu'on va voir dans le chapitre qui suit.

II.10 Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé la formulation du problème de l'écoulement de puissance optimal par approche de la méthode Lagrangienne (sans pertes et avec pertes), cette méthode illustre la modélisation du problème d'optimisation par des équations non linéaires et quadratique, donc, l'objectif était l'optimisation par minimisation du coût de production de l'énergie électrique tout en respectant les contraintes régies par les vecteurs d'état et les vecteurs de contrôle.

Une autre approche, aussi, a été abordée celle de la programmation linéaire qui se diffère de la première par son aspect de linéarisation par segments de la courbe de la fonction objective. Il existe de nombreuses méthodes pour l'application de la programmation linéaire, parmi celles-ci on cite l'algorithme du simplexe qui sera l'objet d'une étude détaillée dans le chapitre qui suit.

III.1 Introduction

Un problème de programmation linéaire est un problème d'optimisation dans lequel on minimise une fonction linéaire sur un polyèdre convexe. La fonction-coût (fonction objective) et les contraintes peuvent donc être décrites par des fonctions linéaires (on devrait dire affines), d'où vient le nom donné à ces problèmes [15]. Ceux-ci ne sont cependant pas linéaires dans le sens où leurs solutions dépendraient linéairement de certaines données ; une non-linéarité importante est en effet induite par la présence des inégalités définissant les contraintes (en l'absence d'inégalités, le problème devient linéaire dans ce sens, mais est alors trivial : soit il n'y a pas de solution, soit tous les points admissibles sont solutions). La programmation linéaire (PL) est la discipline qui étudie ces problèmes.

Parmi les algorithmes utilisés pour résoudre un problème PL est le simplexe, développé par Dantzig à partir de 1947 [13], qui est une méthode de résolution finie. Le qualificatif *fini* signifie qu'en un nombre fini d'étapes, l'algorithme trouve une solution ou montre que le problème est non borné ou encore montre que le problème n'est pas réalisable (les seules trois possibilités pour un problème de PL comme on le verra par la suite). L'algorithme a une interprétation géométrique simple. Les itérés sont des sommets de l'ensemble admissible (un polyèdre convexe). En un sommet, l'algorithme détermine une arête (face de dimension 1) de l'ensemble admissible le long de laquelle la fonction-coût décroît et prend comme nouvel itéré le sommet situé au bout de l'arête sélectionnée (opération appelée *pivotage*). Il peut y avoir plusieurs arêtes permettant de faire décroître la fonction-coût. Dans la règle du coût réduit minimal, l'algorithme choisit une arête le long de laquelle la fonction-coût décroît le plus [15].

III.2 Définition - Notations

III.2.1 Problème

Le problème linéaire est le suivant [13] ,[14]:

Trouver les $x_1, x_2, \dots, x_n$ qui optimisent la fonction économique :

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (3.1)$$

Et vérifient les contraintes :

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ &\dots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n &\leq b_k \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots x_n &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Avec $c_1, \dots, c_n, a_{11}, \dots, a_{mn}, b_1, \dots, b_m$ connus.

En notation condensée :

$$\min z = C^T X \text{ sous } A.X \leq b \text{ et } X \geq 0 \quad (3.3)$$

avec $C(n \times 1), A(m \times n)$ et $b(m \times 1)$ connus et $X(n \times 1)$

III.2.2 Forme standard

La forme standard est un problème d'optimisation sous la forme [13]:

$$\min z = C^T X \text{ sous } A.X = b \text{ et } X \geq 0 \quad (3.4)$$

Avec C et A connus

III.2.3 Mise sous forme standard

On peut toujours remplacer les inégalités :

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \leq b_k$$

Par des égalités, en introduisant des variables d'écart.

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n + e_k = b_k \text{ Avec } e_k \text{ positif ou nul.}$$

Le problème devient :

$$\min z' = [C^T \quad 0^T] \cdot \begin{bmatrix} X \\ e \end{bmatrix} \text{ sous } [A \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} X \\ e \end{bmatrix} = b \text{ et } \begin{bmatrix} X \\ e \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.5)$$

Avec C, A et b connus

III.2.4 Définitions [15]

Définition 1 : On appelle solution tout vecteur X tel que $A \cdot X = b$.

Définition 2 : Une solution X qui vérifie

$$\begin{cases} A \cdot X \leq b \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Est une solution admissible

Définition 3 : A étant une matrice $(m \times n)$ de rang m . Une base est une matrice $B(m \times m)$ extraite de A dont le déterminant est non nul.

On remarque que le système à résoudre possède m égalités et $n + m$ inconnues.

Donc la valeur de n variables peut être fixées arbitrairement, par exemple à zéro. On dit qu'elles sont mises hors base

Définition 4 : On appelle variables hors base les n variables de $\mathbb{R}^{n+m}$ fixées à zéros. Les m variables restantes sont appelées variables de base

Définition 5 : On appelle solution de base une solution où en ayant choisi n variables hors base, on obtient une solution unique en résolvant les m contraintes d'égalités obtenues en ajoutant les variables d'écart.

Notons x_B les variables de base correspondant aux m variables positives ou nulles et x_H les variables hors base, correspondant aux n variables nulles.

Définition 6 : Une solution de base telle que $x_B > 0$ est dite admissible.

Définition 7 : Si $x_B \geq 0$, alors la solution est dite solution de base admissible dégénérée.

III.3 Résultats fondamentaux

III.3.1 Premières définitions [15]

Définition 8 : Soient X et Y deux points d'un domaine K , le segment qui joint X et Y est défini par l'ensemble des U tels que

$$U = \lambda X + (1 - \lambda)Y \text{ avec } 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.6)$$

Définition 9 : Soient X et Y deux points intérieurs de K , le domaine K sera convexe si le segment joignant X et Y est dans K .

Définition 10 : Une fonction f est convexe dans un domaine convexe K si

$$f(\lambda X + (1 - \lambda)Y) \leq \lambda f(X) + (1 - \lambda)f(Y) \quad (3.7)$$

Définition 11 : U est un sommet du domaine K si

$$\begin{cases} U = \lambda X + (1 - \lambda)Y \\ 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \Rightarrow U = X = Y \quad (3.8)$$

Autrement dit un point d'un polyèdre est un sommet s'il ne peut pas être vu comme la combinaison linéaire convexe de deux autres points du polyèdre. Tout point d'un polyèdre peut être vu comme une combinaison linéaire convexe des sommets du polyèdre.

III.3.2 Théorèmes [13]

Théorème 1 : S'il existe une solution admissible au problème $A.X \geq 0, X \geq 0$ alors il existe une solution de base admissible.

S'il existe une solution optimale admissible, il existe une solution de base admissible optimale.

Théorème 2 : L'ensemble des solutions admissibles forme un ensemble convexe K .

Preuve : Soient X et Y deux solutions dans K .

$$\begin{cases} AX = b & X \geq 0; X \in K \\ AY = b & Y \geq 0; Y \in K \end{cases} \quad (3.9)$$

Alors :

$$\begin{cases} \lambda AX = \lambda b \\ (1 - \lambda)AY = (1 - \lambda)b \end{cases} \Rightarrow A[\lambda X + (1 - \lambda)Y] = b \text{ (en sommant)} \quad (3.10)$$

Soit $U = \lambda X + (1 - \lambda)Y$ alors $AU = b$ donc $U \in K$ et $U \geq 0$.

Théorème 3 : Si K est un ensemble convexe, un point de K solution admissible de $A.X \geq 0, X \geq 0$ est un sommet de K si X est une solution de base admissible.

Théorème 4 : Toute solution de $A.X \geq 0, X \geq 0$ est une combinaison linéaire convexe des sommets. La solution optimale est donc une combinaison linéaire convexe des sommets.

Théorème 5 : L'optimum de z , s'il existe, est atteint en au moins un sommet de K .

Preuve : (Par l'absurde)

Soit X^* un optimum de z qui ne soit pas un sommet de K .

$$C^T.X^* < C^T.X_i \quad \forall i \text{ tel que } 1 \leq i \leq p$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^p \lambda_i C^T.X^* < \sum_{i=1}^p \lambda_i C^T.X_i \quad (3.11)$$

Or

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i = 1$$

car c'est une somme linéaire convexe,

D'où

$$C^T \cdot X^* < \sum_{i=1}^p \lambda_i C^T \cdot X^i \quad (3.12)$$

Choisissons les λ_i tels que

$$X^* = \sum_{i=1}^p \lambda_i C^T \cdot X^i$$

(Théorème 4). Donc $C^T < C^T$ absurde, X^* est donc un sommet.

Théorème 6 : Si z atteint son optimum pour plusieurs sommets, il l'atteint aussi pour toute combinaison linéaire convexe de ces sommets.

Preuve :

$$z_{opt} = C^T X_1 = C^T X_2 = \dots = C^T X_p$$

$$U = \lambda_1 X_1 + \dots + \lambda_p X_p$$

Avec

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i = 1 ; 0 \leq \lambda_i \leq 1$$

$$C^T U = \lambda_1 C^T X_1 + \dots + \lambda_p C^T X_p$$

$$C^T U = \sum_{i=1}^p \lambda_i C^T \cdot X_i = z_{opt} \quad (3.13)$$

D'où $C^T U = z_{opt}$

III.4 Principe [14]

L'algorithme procède de la façon suivante :

1. on recherche un sommet de départ ;
2. on teste si ce sommet est l'optimum ou si la fonction objectif n'est pas bornée inférieurement ; dans ce cas le problème n'a pas de solution finie ;
3. si le sommet que l'on vient d'examiner n'est pas optimal, on se déplace sur un sommet voisin pour lequel la fonction économique diminue et on repasse à l'étape précédente.

Le nombre de sommets étant fini et tout minimum local étant absolu, le sommet optimal est atteint lorsqu'aucun des sommets voisin ne permet plus de diminution du critère.

III.5 Recherche d'un sommet de départ [13]

III.5.1 Forme simpliciale

Le problème étant sous la forme standard (3.4), il peut se décomposer sous la forme

$$[B \quad H] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_H \end{bmatrix} = b \quad (3.14)$$

Supposons que B est inversible, alors

$$[1 \quad B^{-1}H] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_H \end{bmatrix} = B^{-1}b \quad (3.15)$$

Si $B^{-1}b > 0$ alors la solution

$$x_B = B^{-1}b, x_H = 0 \quad (3.16)$$

Est une solution de base admissible.

Cette approche nécessite :

- l'inversion d'une matrice ;
- la recherche d'une matrice telle que $B^{-1}b > 0$.

La forme simpliciale permet d'éliminer ces inconvénients. En effet, la mise en évidence d'une solution est particulièrement simple si $B = I$ et $b > 0$.

On appellera forme simpliciale une expression des contraintes égalités sous la forme.

$$[1 \quad H] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_H \end{bmatrix} = b \text{ avec } b \geq 0 \quad (3.17)$$

On a alors une solution directe :

$$\begin{cases} x_B = b \\ x_H = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

III.5.2 Cas où la forme simpliciale n'est pas évidente

Lorsqu'il n'existe pas de forme simpliciale de départ évidente pour le problème sous forme standard (3.2), on rajoute des variables, dites artificielles, pour faire apparaître une telle forme.

Le problème devient :

$$\min w = \sum_{i=1}^m y_i \text{ sous } A.X + Y = b \text{ et } X \geq 0; Y \geq 0 \quad (3.19)$$

Avec C et A connus

Pour le problème (3.19), on a une forme simpliciale évidente.

$$[1 \quad A] \cdot \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = b \text{ avec } b \geq 0 \quad (3.20)$$

La méthode des deux phases permet alors de déterminer une forme simpliciale du problème de départ. Son principe est le suivant :

- On résout le problème (3.19) par l'algorithme du simplexe.
- Si la solution de ce problème conduit à une solution avec des variables artificielles non nulles ($w \neq 0$), le problème initial n'a pas de solution.
- Si la solution de ce problème conduit à une solution avec des variables artificielles nulles ($w = 0$), on utilise la solution ainsi obtenue comme sommet de départ pour le problème initial (on supprime les variables artificielles et on a ainsi une forme simpliciale du problème initial).

III.6 Passage d'un sommet à un autre [13]

Dès que l'on quitte un sommet, une des variables hors base correspondantes au moins devient non nulle. Comme on veut de diriger vers un sommet voisin, il ne faut en rendre non nulle qu'une, qui va ainsi devenir variable de base pour le prochain sommet, donc entrer dans la base.

III.6.1 Choix de la variable entrante

En exprimant le critère z en fonction des variables hors base. Le critère de sélection de la variable entrante est de prendre la variable hors base qui fournit la plus forte baisse de la fonction objectif. Autrement dit, on choisit celle dont le coût marginal est le plus négatif.

III.6.2 Choix de la variable sortante

En considérant le problème sous forme simpliciale, les contraintes lorsqu'une variable hors base x_r rentre dans la base sont :

$$\begin{aligned} x_1 + a_{1r}x_r &= b_1 \\ &\vdots \\ x_s + a_{sr}x_r &= b_s \\ &\vdots \\ x_m + a_{mr}x_r &= b_m \end{aligned} \tag{3.21}$$

La solution doit être admissible, donc les x_i sont positifs ou nuls. On va donc « pousser » la variable entrante jusqu'à ce qu'une des variables de base s'annule. C'est cette variable qui est choisie comme variable sortante. Pour les i tels que $a_{ir} > 0$, on choisit le plus petit des b_i/a_{ir} , noté b_s/a_{sr} et on donne à x_r la valeur b_s/a_{sr} , alors $x_s = 0$. Si tous les a_{ir} sont inférieurs à zéro, alors la solution est non bornée.

III.6.3 Calcul du nouveau sommet

Le calcul du nouveau sommet consiste à remplacer

– les a_{ij} par $a_{ij} - a_{jr} a_{si}/a_{sr}$

– les b_j par $b_j - a_{jr} b_s/a_{sr}$

Ce calcul est appelé « opération de pivot ».

III.6.4 Test d'optimalité

Le critère d'arrêt est le suivant :

La solution de base courante est optimale si, lorsque la fonction économique est exprimée avec les variables hors base, aucune des variables ne conduit à l'amélioration du critère. Autrement dit, si tous les coûts marginaux sont positifs ou nuls.

III.7 Résumé

Terminons en donnant une description schématique de l'algorithme du simplexe.

Pas 0. Initialisation

- Trouver une forme simpliciale du problème

Pas 1. Test d'optimalité

- Exprimer la fonction économique à partir des variables hors base
- Si tous les coûts marginaux sont positifs ou nuls Alors STOP, la solution obtenue est la solution optimale
- Sinon

Pas 2. Choix de la variable entrante

- Choisir la variable hors base dont le coût marginal est négatif et le plus petit possible. Soit x_r la variable entrante.

Pas 3. Choix de la variable sortante

- La variable sortante est la première à s'annuler : c'est celle pour laquelle le b_i/a_{ir} est le plus petit avec $a_{ir} > 0$. Soit x_s la variable sortante.

Pas 4. Déterminer la nouvelle solution de base : opération du pivot

- Remplacer les a_{ij} par $a_{ij} - a_{jr} a_{si}/a_{sr}$
- Remplacer les b_j par $b_j - a_{jr} b_s/b_{sr}$

Retour au Pas 1.

III.8 Exemples [14]

Exemple 1 :

Résoudre par le simplexe

$$\text{Max } (x_1 + 2x_2)$$

$$\text{sous } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0; i = 1; 2$$

1) Forme standard

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= -(x_1 + 2x_2) \\ \text{sous } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0; i = 1, \dots, 5$$

2) Tableau du simplexe (forme canonique)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	z	B
-3	2	1	0	0	0	2
-1	2	0	1	0	0	4
1	1	0	0	1	0	5
-1	-2	0	0	0	-1	0

3) Si SBR (Solution de Base Réalisable ou admissible), alors phase II (sinon phase I)

Ici, évident

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = 0 \\ x_3 = 2 \geq 0 \\ x_4 = 4 \geq 0 \\ x_5 = 5 \geq 0 \end{cases}$$

4) solution pas optimale car $\exists \bar{c}_j \leq 0$

5) Changement de base :

c_2 plus négatif que $c_1 \rightarrow x_2$ rentre dans la base.

Variable x_s sortant de la base?

$$t = \arg \min_i \{b_i/a_{i2}\} \mid a_{i2} \geq 0 = \min \left\{ \frac{2}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1} \right\} = \frac{2}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$x_s \text{ tq } B^{-1}a_s = e_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow s = 3$$

6) Tableau canonique de la nouvelle base

$$\begin{aligned}
 l'_2 &= l_2/2 \\
 l'_1 &= l_1 + l_2 \\
 l'_3 &= l_3 - l_2 \\
 l'_4 &= l_4 - l_2/2
 \end{aligned}$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	z	B
-3/2	1	1/2	0	0	0	1
2	0	-1	1	0	0	2
5/2	0	-1/2	0	1	0	4
-4	0	1	0	0	-1	2

7) Seul $\bar{c}_1 < 0 \rightarrow x_1$ entre en base

$$\min \left\{ \frac{2}{2}, \frac{4}{5/2} \right\} = \frac{2}{2} \rightarrow x_4 \text{ sort de la base}$$

$$\begin{aligned}
 l''_3 &= l'_3/2 \\
 l''_1 &= l'_1 + 2l'_3 \\
 l''_2 &= l'_2 + 3l'_3/4 \\
 l''_4 &= l'_4 - 5l'_3/4
 \end{aligned}$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	z	B
0	1	-1/4	3/4	0	0	5/2
1	0	-1/2	1/2	0	0	1
0	0	3/4	-5/4	1	0	3/2
0	0	-1	2	0	-1	6

8) Seul $\bar{c}_3 < 0 \rightarrow x_3$ entre en base

$$\min \left\{ \frac{3/2}{3/4} \right\} \rightarrow x_5 \text{ sort de la base}$$

$$l_4''' = 4l_4''/3$$

$$l_1''' = l_1'' + 4l_4''/3$$

$$l_2''' = l_2' + l_4''/3$$

$$l_3''' = l_3'' + 2l_4''/3$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	z	B
0	1	0	1/3	1/3	0	3
1	0	0	-1/3	2/3	0	3
0	0	1	-5/3	4/3	0	2
0	0	0	1/3	4/3	-1	8

- Sol : $x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 2; x_4 = x_5 = 0$

- Coût = -8

- Cette solution est optimale car tous les $\bar{c}_j \geq 0$

Pour corroborer les résultats déjà obtenus, notre programme du simplexe (en Matlab) donne pour cet exemple :

Tableau initial

A =

```
-3  2  1  0  0  2
-1  2  0  1  0  4
 1  1  0  0  1  5
-1 -2  0  0  0  0
```

Appuyer sur une touche pour continuer ...

Problème a une solution optimale finie

Les valeurs des variables légitimes:

x(1) = 2.000000

$$x(2) = 3.000000$$

Valeur objective au point optimal:

$$z = -8.000000$$

Exemple 2 :

Résoudre par le simplexe

$$\text{Min}(x_1 + 0.5x_2 + 2.5x_3 + 3x_4)$$

$$\begin{cases} 1.5x_1 + x_2 + 2x_4 \geq 35 \\ 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 \geq 120 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 50 \\ 0.5x_1 + 2.5x_3 + 1.5x_4 \geq 75 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0; i = 1; 4$$

Notre programme du simplexe (en Matlab) donne directement pour cet exemple :

Tableau 3

A =

-0.5000	0	7.5000	3.5000	0	-1.2500	0	1.0000	75.0000
-1.0000	0	2.0000	1.0000	0	-0.5000	1.0000	0	10.0000
-1.5000	0	3.0000	0	1.0000	-0.5000	0	0	25.0000
0.0000	1.0000	3.0000	2.0000	0	-0.5000	0	0	60.0000
1.0000	0	1.0000	2.0000	0	0.2500	0	0	-30.0000

Appuyer sur une touche pour continuer ...

Problème a une solution optimale finie

Les valeurs des variables légitimes:

$$x(1) = 0.000000$$

$$x(2) = 60.000000$$

$$x(3) = 0.000000$$

$$x(4) = 0.000000$$

Valeur objective au point optimal:

$$z = 30.000000$$

III.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a détaillé une partie essentielle de la recherche opérationnelle qui est la programmation linéaire qui étudie la maximisation ou la minimisation de la fonction linéaire tout en faisant appel à la méthode du simplexe qui se décrit par la fonction objective à optimiser sous des contraintes relevée du problème à étudier qui est l'optimisation du coût de production de l'énergie électrique.

Pour tirer au clair la notion de l'algorithme du simplexe, on a traité deux exemples. Le premier est étudié avec une façon bien détaillé en faisant le calcul à la main et avec le programme du simplexe qu'on a fait en Matlab, pour corroborer les résultats obtenus, et le deuxième a été résolu directement avec le programme en Matlab.

Il est vital de noter que notre programme du simplexe réalisé dans l'environnement Matlab est valable pour n'importe quel type de programmation linéaire, c'est-à-dire minimisation ou maximisation quelque soit le nombre des variables et le type des contraintes.

Comme notre travail traite l'optimisation du coût de production de l'énergie électrique, il est indispensable d'étudier quelques systèmes électriques en utilisant dans l'optimisation l'algorithme du simplexe. Cette étude sera l'objet du chapitre suivant.

IV.1 Introduction

L'objectif principal de l'OPF est de minimiser le coût du combustible, pour la production de l'énergie électrique au profit de la demande du consommateur, tout en maintenant la sécurité et la stabilité du système.

Le maintien de la sécurité du système, nécessite de garder chaque équipement dans les limites de fonctionnement voulues. Ceci inclut les puissances minimales et maximales produites par les générateurs, les puissances apparentes maximales qui transitent au niveau des lignes de transport et des transformateurs, ainsi que les modules de tension au niveau des jeux de barres.

Dans notre travail, on cherche à optimiser l'écoulement de puissance OPF dans un réseau électrique en appliquant un modèle DC dont les contraintes sont comme suit :

- 1- L'équilibre entre la production et la consommation (contrainte d'égalité).
- 2- Garder les puissances générées entre $P_g (min)$ et $P_g (max)$ (contrainte d'inégalité).
- 3- Garder les puissances écoulées sur les lignes entre $P_f(min)$ et P_{fmax} (contrainte d'inégalité).

IV.2 Les étapes du travail

Dans une première étape on s'intéresse à la puissance générée et son équilibre avec la puissance demandée (1 et 2), tel qu'elles doivent être exprimées dans leurs limites imposées par les contraintes acquises par l'étude du réseau.

En augmentant progressivement la valeur de la puissance demandée jusqu'à ce que cette valeur soit insupportable par la surcharge d'une ou plusieurs lignes, tout en se référant à une valeur déjà mise en évidence, puis, on introduit la deuxième contrainte qui est celle de la puissance écoulee, et on refait le même processus d'augmentation jusqu'à ce que le programme de l'optimisation sous les contraintes précédentes n'admet pas une solution faisable.

Vu que les contraintes acquises ne peuvent pas être modifiées et pour aboutir à une solution optimale, on procède dans la dernière étape, par ce qu'on appelle le délestage qui consiste à diminuer la valeur de la puissance demandée sur une ou plusieurs jeux de barre en prenant en compte le coût de délestage.

La partie qui suit donne une description détaillée sur l'exécution des procédures opératoires décrites au dessus.

IV.3 Réseau étudié de cinq (05) JB

Le réseau simulé est indiqué par la figure IV.1

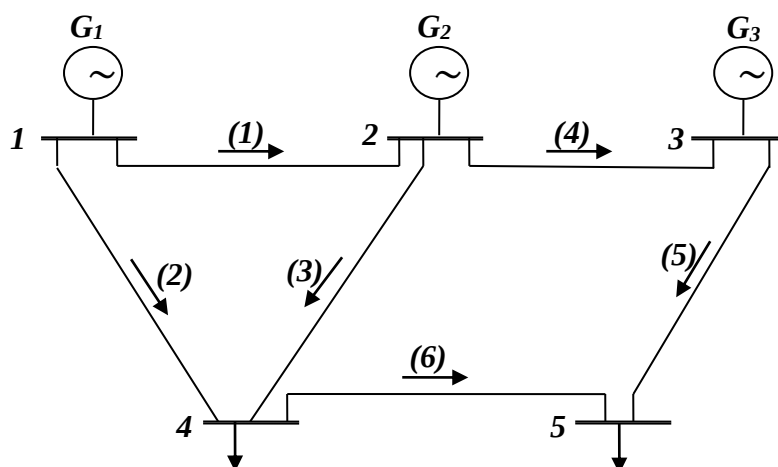


Figure IV.1 Un réseau de 5 jeux de barre

Avec :

1 : jeu de barre de référence.

2 et 3 : jeux de barres de contrôle.

4 et 5 : jeux de barres de charge.

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$V_B = 230 \text{ KV}$$

En appliquant la méthode de simplexe pour l'optimisation de l'écoulement de puissance (coût total minimal), le problème sera formulé comme suit:

$$\text{Min} f(x) = \sum_{i=1}^{ng} a_i P_{gi}$$

a_i : Coefficient d'accroissement du coût du générateur i

P_{gi} : Puissance générée au niveau du générateur i

A sujet de :

1- Contrainte d'égalité :

$$\sum_{i=1}^3 P_{gi} = \sum_{i=1}^5 P_{Di}$$

2- Contraintes d'inégalités :

$$2.5 \leq P_{g1} \leq 15 \text{ (p.u)}$$

$$2.5 \leq P_{g2} \leq 15 \text{ (p.u)}$$

$$2.5 \leq P_{g2} \leq 10 \text{ (p.u)}$$

IV.3.1 OPF sous différentes contraintes

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$C_1 = aP_{g1}, \quad C_2 = bP_{g2}, \quad C_3 = cP_{g3}$$

$$\text{avec : } a = 10, b = 20, c = 30$$

L'expression du coût total est :

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\text{Ou : } C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3}$$

Les coefficients d'accroissement du coût sont exprimés en $[\text{€/Mwh}]$

La fonction du coût est exprimée en $[\text{€/h}]$

Les puissances sont exprimées en $[p.u]$

Pour l'exécution d'un programme, on procède comme suit :

Dans une première étape on fixe $P_{DT} = 20$ $\begin{cases} P_{D4} = 15 \\ P_{D4} = 5 \end{cases}$

En augmentant progressivement la valeur de la puissance demandée jusqu'à 26 (p.u)

Après l'exécution des programmes (simplexe et NR), les résultats seront comme suit :

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{DT} = 20$ $\begin{cases} P_{D4} = 15 \\ P_{D5} = 5 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 2.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 5.6897$ $P_{f2} = 9.3103$ $P_{f3} = 7.2414$ $P_{f4} = 0.9483$ $P_{f5} = 3.4483$ $P_{f6} = 1.5517$	$\theta_2 = 0.0652$ $\theta_3 = 0.0761$ $\theta_4 = 0.1067$ $\theta_5 = 0.1156$	27500
$P_{DT} = 22$ $\begin{cases} P_{D4} = 15 \\ P_{D5} = 7 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 5.4138$ $P_{f2} = 9.5862$ $P_{f3} = 8.3448$ $P_{f4} = 1.5690$ $P_{f5} = 4.0690$ $P_{f6} = 2.9310$	$\theta_2 = 0.0620$ $\theta_3 = 0.0800$ $\theta_4 = 0.1098$ $\theta_5 = 0.1266$	31500
$P_{DT} = 25$ $\begin{cases} P_{D4} = 15 \\ P_{D5} = 10 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 7.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = 2.5$ $P_{f5} = 5$ $P_{f6} = 5$	$\theta_2 = 0.0573$ $\theta_3 = 0.0859$ $\theta_4 = 0.1146$ $\theta_5 = 0.1432$	37500
$P_{DT} = 26$ $\begin{cases} P_{D4} = 16 \\ P_{D5} = 10 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 8.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 4.8276$ $P_{f2} = 10.1724$ $P_{f3} = 10.6897$ $P_{f4} = 2.6379$ $P_{f5} = 5.1379$ $P_{f6} = 4.8621$	$\theta_2 = 0.0553$ $\theta_3 = 0.0855$ $\theta_4 = 0.1166$ $\theta_5 = 0.1444$	39500

D'après les caractéristiques de la centrale (coefficients du coût), on remarque que les puissances générées sont inversement proportionnelles au coefficient du coût.

En procédant au changement progressif de la demande, il s'avère que les puissances extrêmes P_{g1} , P_{g3} (max-min) ne changent pas tandis que le coût va en augmentant.

Il est à mentionner que les puissances écoulées P_{f2} et P_{f3} ont une valeur plus importante par rapport aux autres. En dépassant une certaine limite, ceci peut engendrer des défaillances sur les lignes respectives.

Si on limite les puissances écoulées par exemple entre $-10 \leq P_{fi} \leq 10$, l'étude précédente nous enseigne qu'à partir de la valeur 26 de la puissance demandée celles-ci (P_{fi}) seront dépassées.

Il est donc fondamental d'apporter une correction à ce problème.

IV.3.2 OPF avec correction des surcharges sur les lignes :

La fonction objective sous la forme suivante

$$\min C_T = \sum_{i=1}^5 C_i$$

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$C_1 = aP_{g1}$$

$$C_2 = bP_{g2}$$

$$C_3 = cP_{g3}$$

$$\min C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3}$$

avec: $a = 10$, $b = 20$, $c = 30$.

Prenons en considération les contraintes suivantes :

$$g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^5 P_{gi} - \sum_{i=1}^5 P_{Di} = 0 \\ \text{et} \\ P_i - B\theta = 0 \end{cases}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2.5 \leq P_{g1} \leq 15 (p.u) \\ 2.5 \leq P_{g2} \leq 15(p.u) \\ 2.5 \leq P_{g3} \leq 10(p.u) \\ -10 \leq P_{fi} \leq 10(p.u) \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, 6.$$

Après l'exécution des programmes (simplexe et NR), les résultats seront comme suit :

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{DT} = 26$ $\{P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 10$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 6$ $P_{g3} = 5$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = 1$ $P_{f5} = 6$ $P_{f6} = 4$	$\theta_2 = 0.0573$ $\theta_3 = 0.0688$ $\theta_4 = 0.1146$ $\theta_5 = 0.1375$	42000
$P_{DT} = 28$ $\{P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 12$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4$ $P_{g3} = 9$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1$ $P_{f5} = 8$ $P_{f6} = 4$	$\theta_2 = 0.0573$ $\theta_3 = 0.0458$ $\theta_4 = 0.1146$ $\theta_5 = 0.1375$	50000
$P_{DT} = 30$ $\{P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 14$	$P_{g1} = 17.4$ $P_{g2} = 2.6$ $P_{g3} = 10$	$P_{f1} = 6.2$ $P_{f2} = 11.2$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1.2$ $P_{f5} = 8.8$ $P_{f6} = 5.2$	$\theta_2 = 0.0710$ $\theta_3 = 0.0573$ $\theta_4 = 0.1283$ $\theta_5 = 0.1581$	52600

Il en résulte que pour les valeurs demandées 26 et 28, les puissances écoulées P_{fi} n'ont pas dépassées les limites exigées. Tandis que, les puissances générées P_{g2} et P_{g3} , ont changé de valeurs, ce qui influe considérablement sur le coût total. (Voir tableau ci-dessus).

A partir de la limite 28 des dépassements sur les variables de décision apparaissent. Ceci exige inévitablement un délestage, (Voir partie IV.6).

Cette étude peut être élargie pour un réseau de nombre de jeux de barres plus importants. Une vérification du modèle d'étude peut être vérifiée au paragraphe suivant.

Cas d'un nombre d JB $nb = 25$ et le nombre de lignes $nl = 34$ (voir figure IV.2).

IV.4 Réseau étudié de (25) JB

Les réseaux électriques actuellement implantés sont caractérisés par leurs charges électriques qui sont nombreuses et distantes des centres de production d'énergie.

Dans un deuxième exemple [10], on propose un réseau électrique de moyenne taille, constitué de 25 jeux de barres, 5 générateurs, 24 charges et 34 lignes de transport. La figure IV.2 montre un schéma unifilaire de ce réseau test.

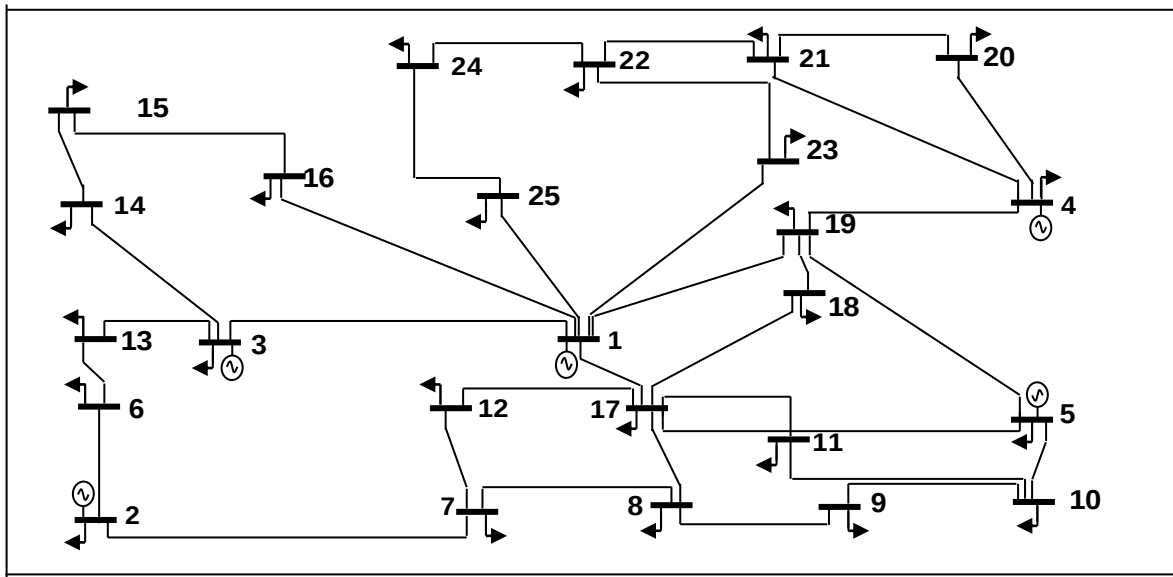


Figure IV.2: Schéma unifilaire du réseau électrique de test 25 jeux de barres

Les fonctions coût des cinq générateurs sont données par les expressions :

$$C_1 = 1.80 P_{g_1} \quad [$/hr]$$

$$C_2 = 1.70 P_{g_2} \quad [$/hr]$$

$$C_3 = 2.10 P_{g_3} \quad [$/hr]$$

$$C_4 = 2.00 P_{g_4} \quad [$/hr]$$

$$C_5 = 1.90 P_{g_5} \quad [$/hr]$$

Où les puissances générées sont exprimées en (MW) et limitée via les contraintes suivantes :

Limites min sur les puissances actives générées.

$$100 \leq Pg_1 \leq 300$$

$$80 \leq Pg_2 \leq 150$$

$$80 \leq Pg_3 \leq 200$$

$$20 \leq Pg_4 \leq 100$$

$$100 \leq Pg_5 \leq 300$$

Les données de production et de consommation et les caractéristiques des lignes sont indiquées dans les tableaux de l'annexe B. Les figures IV.2 et IV.3 visualisent les résultats techniques des générateurs, alors que la figure IV.3 montre les valeurs des puissances actives générées de tous les générateurs après convergences de simplexe. On remarque que ces grandeurs sont toutes dans leurs limites admissibles.

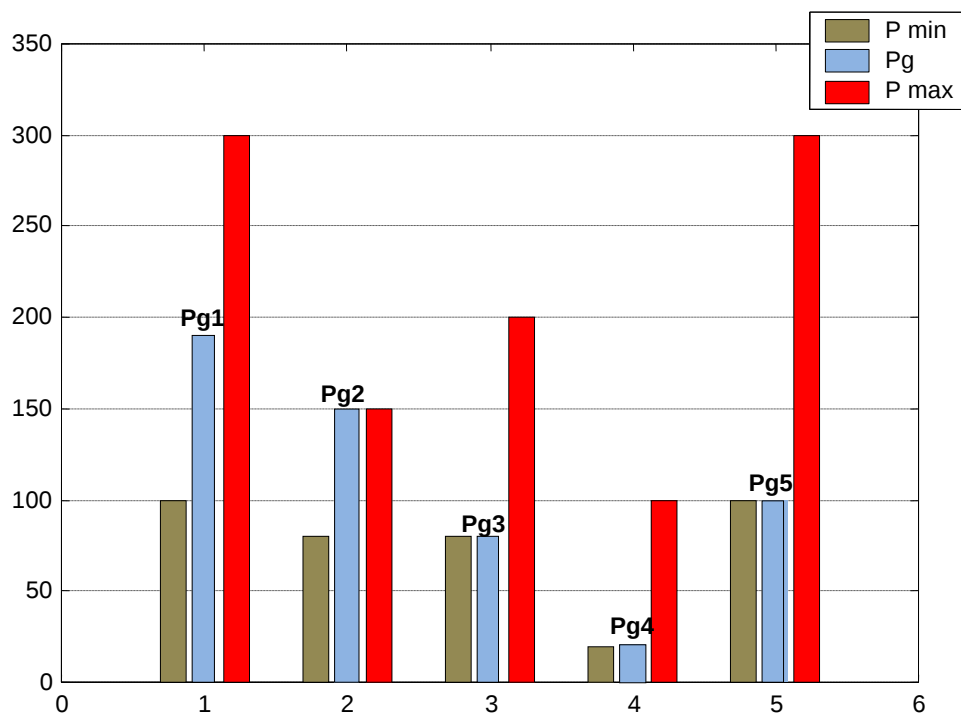


Figure IV.3 Puissances actives générées du réseau 25 jeux de barres.

Après l'exécution des programmes (simplexe et NR), les résultats seront comme suit:

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_D = 540$	$P_{g_1} = 190$	$P_{f_1} = -14.850$	$\theta_2 = -14.9867$	995
$P_{D_2} = 10$	$P_{g_2} = 150$	$P_{f_2} = 48.218$	$\theta_3 = -2.4478$	
$P_{D_3} = 50$	$P_{g_3} = 80$	$P_{f_3} = 6.961$	$\theta_4 = 2.4369$	
$P_{D_4} = 30$	$P_{g_4} = 20$	$P_{f_4} = 77.779$	$\theta_5 = -1.6926$	
$P_{D_5} = 25$	$P_{g_5} = 100$	$P_{f_5} = 28.753$	$\theta_6 = -5.4736$	
$P_{D_6} = 15$		$P_{f_6} = 33.139$	$\theta_7 = -3.2630$	
$P_{D_7} = 15$		$P_{f_7} = 56.632$	$\theta_8 = 0.3279$	
$P_{D_8} = 25$		$P_{f_8} = 83.368$	$\theta_9 = 1.5203$	
$P_{D_9} = 15$		$P_{f_9} = -16.632$	$\theta_{10} = 1.1153$	
$P_{D_{10}} = 15$		$P_{f_{10}} = 31.782$	$\theta_{11} = 1.5052$	
$P_{D_{11}} = 5$		$P_{f_{11}} = -68.108$	$\theta_{12} = -0.7754$	
$P_{D_{12}} = 10$		$P_{f_{12}} = 36.440$	$\theta_{13} = -3.8463$	
$P_{D_{13}} = 25$		$P_{f_{13}} = 21.668$	$\theta_{14} = 3.9113$	
$P_{D_{14}} = 20$		$P_{f_{14}} = 20.914$	$\theta_{15} = 4.4012$	
$P_{D_{15}} = 30$		$P_{f_{15}} = 38.896$	$\theta_{16} = 3.7316$	
$P_{D_{16}} = 30$		$P_{f_{16}} = 15.191$	$\theta_{17} = 1.1032$	
$P_{D_{17}} = 60$		$P_{f_{17}} = 41.632$	$\theta_{18} = 1.7124$	
$P_{D_{18}} = 15$		$P_{f_{18}} = 43.177$	$\theta_{19} = 0.4320$	
$P_{D_{19}} = 15$		$P_{f_{19}} = 25.190$	$\theta_{20} = 4.5149$	
$P_{D_{20}} = 25$		$P_{f_{20}} = 11.526$	$\theta_{21} = 5.5395$	
$P_{D_{21}} = 20$		$P_{f_{21}} = 6.651$	$\theta_{22} = 6.3194$	
$P_{D_{22}} = 20$		$P_{f_{22}} = -3.474$	$\theta_{23} = 3.6352$	
$P_{D_{23}} = 15$		$P_{f_{23}} = 2.440$	$\theta_{24} = 7.2815$	
$P_{D_{24}} = 15$		$P_{f_{24}} = -2.560$	$\theta_{25} = 6.6420$	
$P_{D_{25}} = 25$		$P_{f_{25}} = 15.190$		
		$P_{f_{26}} = 11.782$		
		$P_{f_{27}} = -18.218$		
		$P_{f_{28}} = 5.138$		
		$P_{f_{29}} = -9.862$		
		$P_{f_{30}} = 11.440$		
		$P_{f_{31}} = 13.108$		
		$P_{f_{32}} = -13.753$		
		$P_{f_{33}} = 6.861$		
		$P_{f_{34}} = -8.139$		

IV.5 Réseau test IEEE 30-bus

Le programme proposé dans cette mémoire a été aussi appliqué sur le réseau test IEEE 30 bus qui représente une portion du système de puissance électrique américain (in the Midwestern US) pour Décembre 1961. Ce réseau électrique est constitué de 30 jeux de barres et 6 générateurs (aux jeux de barres $n = 1, 2, 5, 8, 11$, et 13) injectant leurs puissances à un système alimentant 21 charges à travers 41 lignes de transport (Figure IV.4). La tension de base pour chaque jeu de barres est de 135 KV.

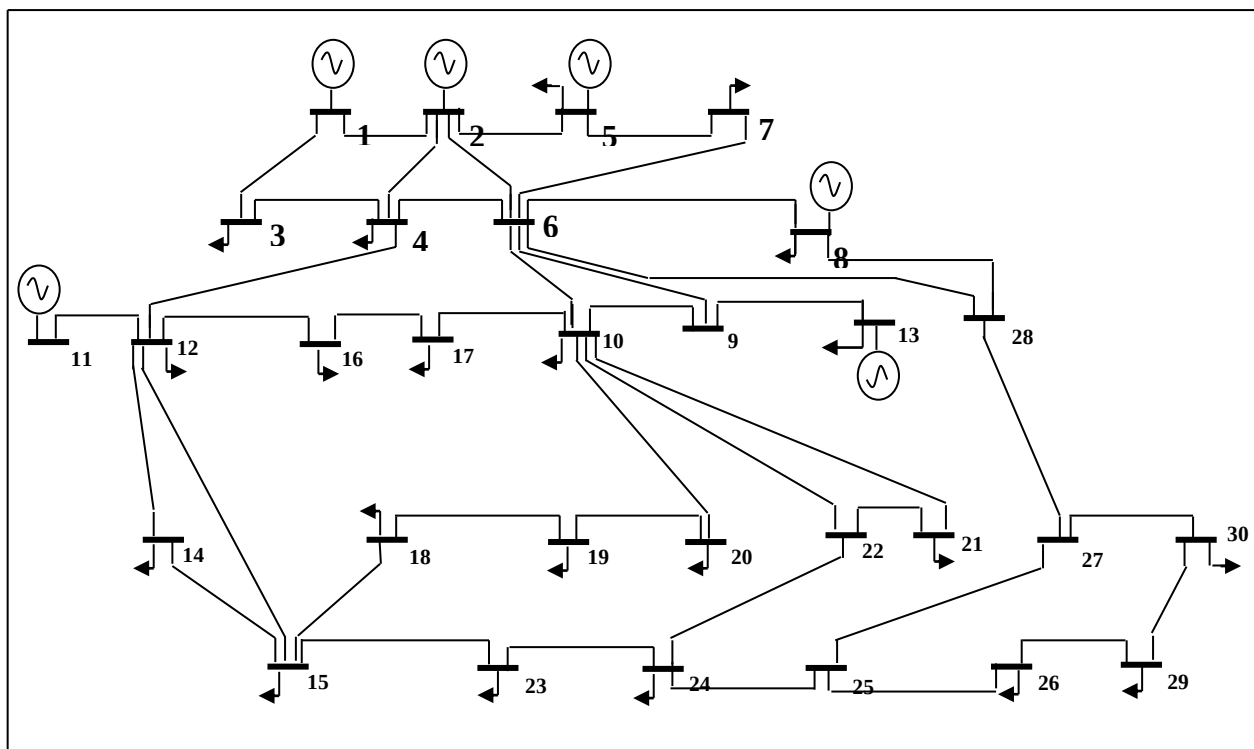


Figure IV.4 Schéma unifilaire du réseau électrique IEEE 30 bus

Les fonctions coût des 6 générateurs sont données par les expressions :

$$C_1 = 2 P g_1 \quad [$/hr]$$

$$C_2 = 1.75 P g_2 \quad [$/hr]$$

$$C_3 = 1 P g_3 \quad [$/hr]$$

$$C_4 = 3.25 P g_4 \quad [$/hr]$$

$$C_5 = 3 P g_5 \quad [$/hr]$$

$$C_6 = 3 P g_6 \quad [$/hr]$$

Où les puissances générées sont exprimées en (MW) et limitée via les contraintes suivantes:

Limites min sur les puissances actives générées.

$$50 \leq Pg_1 \leq 200$$

$$20 \leq Pg_2 \leq 80$$

$$15 \leq Pg_3 \leq 50$$

$$10 \leq Pg_4 \leq 35$$

$$10 \leq Pg_5 \leq 30$$

$$12 \leq Pg_6 \leq 40$$

Les données de production et de consommation et les caractéristiques des lignes sont indiquées dans les tableaux de l'annexe C. Les figures IV.4 et IV.5 visualisent les résultats techniques des générateurs, alors que la figure IV.5 montre les valeurs des puissances actives générées de tous les générateurs après convergences de simplexe. On remarque que ces grandeurs sont toutes dans leurs limites admissibles.

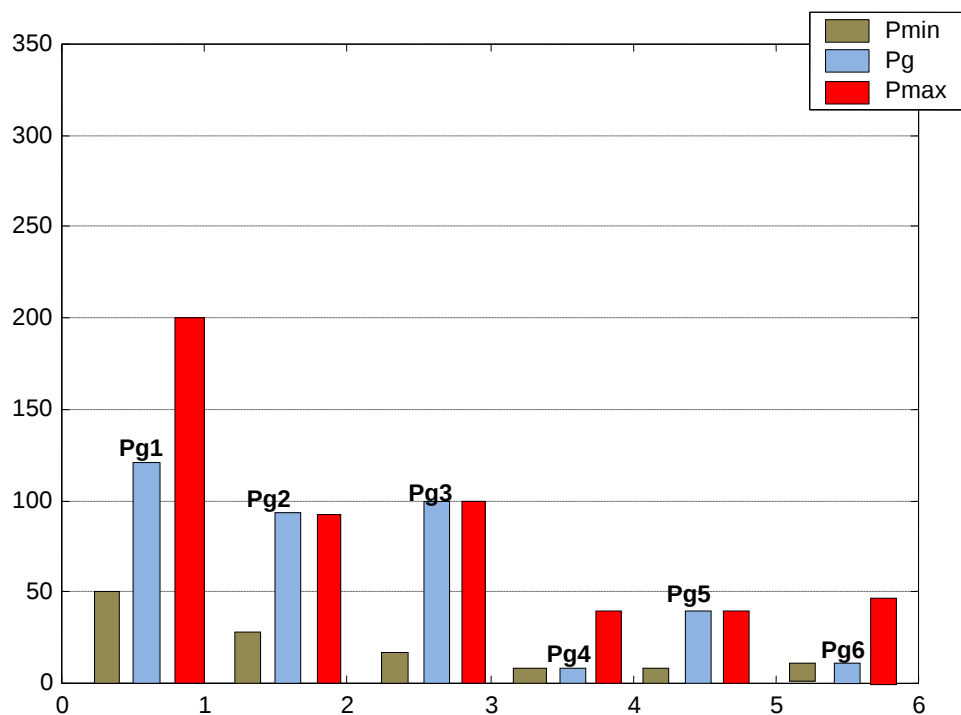


Figure IV.5 Puissances actives générées du réseau 30 jeux de barres.

Après l'exécution des programmes (simplexe et NR), les résultats seront comme suit:

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_D = 283.4$	$P_{g_1} = 121$	$P_{f_1} = 73.312$	$\theta_2 = 2.4160$	530.5
$P_{D_2} = 21.7$	$P_{g_2} = 80$	$P_{f_2} = 48.088$	$\theta_3 = 5.1272$	
$P_{D_3} = 2.4$	$P_{g_3} = 50$	$P_{f_3} = 37.133$	$\theta_4 = 6.1259$	
$P_{D_4} = 7.6$	$P_{g_4} = 10$	$P_{f_4} = 45.688$	$\theta_5 = 7.8404$	
$P_{D_5} = 94.2$	$P_{g_5} = 10$	$P_{f_5} = 47.671$	$\theta_6 = 7.1600$	
$P_{D_7} = 22.8$	$P_{g_6} = 12$	$P_{f_6} = 46.808$	$\theta_7 = 8.0714$	
$P_{D_8} = 30$		$P_{f_7} = 43.358$	$\theta_8 = 7.6591$	
$P_{D_{10}} = 5.8$		$P_{f_8} = 3.471$	$\theta_9 = 9.5239$	
$P_{D_{12}} = 11.2$		$P_{f_9} = 19.329$	$\theta_{10} = 11.5397$	
$P_{D_{14}} = 6.2$		$P_{f_{10}} = 20.694$	$\theta_{11} = 10.0314$	
$P_{D_{15}} = 8.2$		$P_{f_{11}} = 19.718$	$\theta_{12} = 10.8364$	
$P_{D_{16}} = 3.5$		$P_{f_{12}} = 13.640$	$\theta_{13} = 8.0887$	
$P_{D_{17}} = 9$		$P_{f_{13}} = -12$	$\theta_{14} = 11.9530$	
$P_{D_{18}} = 3.2$		$P_{f_{14}} = 31.718$	$\theta_{15} = 12.1096$	
$P_{D_{19}} = 9.5$		$P_{f_{15}} = 31.863$	$\theta_{16} = 11.5476$	
$P_{D_{20}} = 2.2$		$P_{f_{16}} = 10$	$\theta_{17} = 11.8476$	
$P_{D_{21}} = 17.5$		$P_{f_{17}} = 7.557$	$\theta_{18} = 12.7984$	
$P_{D_{23}} = 3.2$		$P_{f_{18}} = 16.906$	$\theta_{19} = 12.9668$	
$P_{D_{24}} = 8.7$		$P_{f_{19}} = 6.199$	$\theta_{20} = 12.6818$	
$P_{D_{26}} = 3.5$		$P_{f_{20}} = 1.357$	$\theta_{21} = 12.2344$	
$P_{D_{29}} = 2.4$		$P_{f_{21}} = 2.699$	$\theta_{22} = 12.2143$	
$P_{D_{30}} = 10.6$		$P_{f_{22}} = 5.454$	$\theta_{23} = 12.6480$	
		$P_{f_{23}} = 2.254$	$\theta_{24} = 12.8683$	
		$P_{f_{24}} = -7.246$	$\theta_{25} = 12.6814$	
		$P_{f_{25}} = 9.446$	$\theta_{26} = 14.1694$	
		$P_{f_{26}} = 6.301$	$\theta_{27} = 11.7460$	
		$P_{f_{27}} = 16.032$	$\theta_{28} = 7.7388$	
		$P_{f_{28}} = 7.779$	$\theta_{29} = 14.9515$	
		$P_{f_{29}} = -1.468$	$\theta_{30} = 15.1721$	
		$P_{f_{30}} = 4.610$		
		$P_{f_{31}} = 6.311$		
		$P_{f_{32}} = 1.410$		
		$P_{f_{33}} = -0.979$		
		$P_{f_{34}} = 6.736$		
		$P_{f_{35}} = -7.715$		
		$P_{f_{36}} = -17.479$		
		$P_{f_{37}} = 3.236$		
		$P_{f_{38}} = 9.764$		
		$P_{f_{39}} = 0.836$		
		$P_{f_{40}} = 0.694$		
		$P_{f_{41}} = 16.785$		

IV.6 OPF avec correction de la surcharge et délestage

La fonction objective sous la forme suivante :

$$\min C_T = \sum_{i=1}^5 C_i$$

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$C_1 = aP_{g1}$$

$$C_2 = bP_{g2}$$

$$C_3 = cP_{g3}$$

Les expressions du coût de délestage sont :

$$C_4 = d \Delta P_{D4}$$

$$C_5 = e \Delta P_{D5}$$

$$\min C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3} + d \Delta P_{D4} + e \Delta P_{D5}$$

avec: $a = 10, b = 20, c = 30, d = 60, e = 80$.

Prenons en considération les contraintes suivantes :

$$g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^5 P_{gi} - \sum_{i=1}^5 P_{Di} + \Delta P_{D4} + \Delta P_{D5} = 0 \\ \text{et} \\ P_i - B\theta = 0 \end{cases}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2.5 \leq P_{g1} \leq 15 (p.u) \\ 2.5 \leq P_{g2} \leq 15 (p.u) \\ 2.5 \leq P_{g3} \leq 10 (p.u) \\ 0 \leq \Delta P_{D4} \leq 14 (p.u) \\ 0 \leq \Delta P_{D5} \leq 11 (p.u) \\ -10 \leq P_{fi} \leq 10 (p.u) \end{cases} \quad i = 1, \dots, 6.$$

Les coefficients du coût sont exprimés en [€/Mwh]

La fonction du coût est exprimée en $\left[\frac{\text{€}}{h}\right]$; avec: $a = 10, b = 20, c = 30, d = 60, e = 80$

Après l'exécution du programme, les résultats seront comme suit :

P_D	X	P_f	θ	C_T
$P_{Dt} = 30$ $\begin{cases} P_{D4} = 16 \\ P_{D5} = 14 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 3.8$ $P_{g3} = 10$ $\Delta P_{D4} = 1.2$ $\Delta P_{D5} = 0$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1.2$ $P_{f5} = 8.8$ $P_{f6} = 5.2$	$\theta_2 = 0.0573$ $\theta_3 = 0.0435$ $\theta_4 = 0.1146$ $\theta_5 = 0.1444$	59800
$P_{Dt} = 32$ $\begin{cases} P_{D4} = 17 \\ P_{D5} = 15 \end{cases}$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4$ $P_{g3} = 10$ $\Delta P_{D4} = 3$ $\Delta P_{D5} = 0$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1$ $P_{f5} = 9$ $P_{f6} = 6$	$\theta_2 = 0.0573$ $\theta_3 = 0.0458$ $\theta_4 = 0.1146$ $\theta_5 = 0.1490$	71000

En effectuant le délestage, les valeurs de décision reviennent aux limites exigées. Il est à remarquer que :

- Ce délestage est opéré sur le jeu de barre à moindre coût ($N^\circ 4$)
- Le coût total C_T augmente proportionnellement avec la puissance demandée.
- Les variables de contrôle n'ont pas dépassées les limites énoncées
- Les puissances écoulées sur toutes les lignes sont dans l'intervalle prédéfini

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqués la méthode du simplexe pour optimiser une fonction objective (fonction coût) sous différentes contraintes (d'égalités et d'inégalités), tout en respectant des engagements appliqués sur la consommation et la génération en premier lieu puis la consommation, la génération et les engagements de sécurité (puissance écoulee ne dépasse pas la valeur maximale) en deuxième lieu. Une discussion du coût de revient est faite pour chaque cas.

Un besoin pour l'augmentation des charges, va entraîner une solution non faisable (pour une certaine limite) du problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance (pour les contraintes ou les engagements cité au paragraphe précédent). Cela nous amène à procéder au délestage de certaines charges.

Le programme de calcul élaboré sous l'environnement MATLAB, donne des solutions aux problèmes cités précédemment.

Conclusion générale

Nous avons présentés dans notre travail les différents processus nécessaires pour l'optimisation de l'écoulement de puissance, dont le premier pas qui est l'analyse de l'écoulement de puissance nous a conduits à choisir l'une des méthodes de résolution qui est la méthode de Newton-Raphson. Dans le deuxième pas, une stratégie pour minimiser la fonction objective (fonction coût) a été adoptée, en prenant en compte les considérations physiques imposées par un réseau réel qui sont décrites par les équations d'écoulement de puissance qui sont de nature non-linéaires. La résolution d'un tel problème, arrondissement les équations non-linéaire à linéaire, puis l'utilisation de techniques d'optimisation mathématique. Nous avons choisis la méthode de simplexe, en présentant l'algorithme nécessaire a fin d'aboutir à la solution finale.

Les contraintes imposées sur les modèles de réseau étudiés, ont vérifiées le rapport direct entre les contraintes physiques et la fonction objective et la minimisation de coût sera remarquée.

Annexe

Annexe A : Les paramètres des réseaux à (5) jeux de barre en unités relatives sont :

Du JB	Au JB	X
1	2	0.02
1	4	0.02
2	4	0.01
2	3	0.02
3	5	0.02
4	5	0.01

Annexe B : Les paramètres des réseaux à (25) jeux de barre en unités relatives sont :

Du JB	Au JB	X	Du JB	Au JB	X	Du JB	Au JB	X
1	3	0.2876	4	21	0.2547	11	17	0.2807
1	16	0.1379	5	10	0.2372	12	17	0.2196
1	17	0.2799	5	17	0.1269	14	15	0.0764
1	19	0.0097	5	19	0.2442	15	16	0.0673
1	23	0.2245	6	13	0.0691	17	18	0.2119
1	25	0.3593	7	8	0.1465	18	19	0.2294
2	6	0.2935	7	12	0.1736	20	21	0.1613
2	7	0.2442	8	9	0.1847	21	22	0.1087
3	13	0.1478	8	17	0.2075	22	23	0.3559
3	14	0.3573	9	10	0.2091	22	24	0.2595
4	19	0.0514	10	11	0.2859	24	25	0.1458
4	20	0.1007						

Les données des jeux de barres du réseau 25 jeux de barres

No	Code	Module	P _D (MW)	Q _D (WVAR)	No	Code	Module	P _D (MW)	Q _D (MVAR)
1	Réf	1.00	10	00	14	PQ	1.00	20	7
2	PV	1.00	10	3	15	PQ	1.00	30	10
3	PV	1.00	50	17	16	PQ	1.00	30	10
4	PV	1.00	30	10	17	PQ	1.00	60	20
5	PV	1.00	25	8	18	PQ	1.00	15	5
6	PQ	1.00	15	5	19	PQ	1.00	15	5
7	PQ	1.00	15	5	20	PQ	1.00	25	8
8	PQ	1.00	25	0	21	PQ	1.00	20	7
9	PQ	1.00	15	5	22	PQ	1.00	20	7
10	PQ	1.00	15	5	23	PQ	1.00	15	7
11	PQ	1.00	5	0	24	PQ	1.00	15	5
12	PQ	1.00	10	0	25	PQ	1.00	25	8
13	PQ	1.00	25	8					

Annexe C : Les paramètres des réseaux à (30) jeux de barre en unités relatives sont :

Du JB	Au JB	X	Du JB	Au JB	X	Du JB	Au JB	X
1	1	0.0575	4	12	0.2560	21	22	0.0236
1	3	0.1852	11	12	0.1400	15	23	0.2020
2	4	0.1737	12	14	0.2559	22	24	0.1790
3	4	0.0379	12	15	0.1304	23	24	0.2700
2	5	0.1983	12	16	0.1987	24	25	0.3292
2	6	0.1763	14	15	0.1997	25	26	0.3800
4	6	0.0414	16	17	0.1923	25	27	0.2087
5	7	0.1160	15	18	0.2185	27	28	0.3960
6	7	0.0820	18	19	0.1292	26	29	0.4153
6	8	0.0420	19	20	0.0680	27	30	0.6027
6	9	0.2080	10	20	0.2090	29	30	0.4533
6	10	0.5560	10	17	0.0845	8	28	0.2000
9	13	0.2080	10	21	0.0749	6	28	0.0599
9	10	0.1100	10	22	0.1499			

Les données des jeux de barres du réseau 30 jeux de barres

No	Code	Module	P _D (MW)	Q _D (MVAR)	No	Code	Module	P _D (MW)	Q _D (MVAR)
1	Réf	1	2.8	0	16	PQ	1	3.5	1.8
2	PV	1	2.7	12.7	17	PQ	1	9	5.8
3	PQ	1	2.4	1.2	18	PQ	1	3.2	0.9
4	PQ	1	7.6	1.6	19	PQ	1	9.5	3.4
5	PV	1	94.2	19	20	PQ	1	2.2	0.7
6	PQ	1	3	0.0	21	PQ	1	17.5	11.2
7	PQ	1	22.8	10.9	22	PQ	1	3	0.0
8	PV	1	30.0	30	23	PQ	1	3.2	1.6
9	PQ	1	3	0.0	24	PQ	1	8.7	6.7
10	PQ	1	12.0	12	25	PQ	1	3	0.0
11	PV	1	3	0.0	26	PQ	1	3.5	2.3
12	PQ	1	7.5	7.5	27	PQ	1	3	0.0
13	PV	1	3	0.0	28	PQ	1	3	0.0
14	PQ	1	1.6	1.6	29	PQ	1	2.4	0.9
15	PQ	1	2.5	2.5	30	PQ	1	10.6	1.9

Bibliographie

- [1] :Mr :Naimi Djami «Modélisation des réseaux électriques»Cour mastère 1,Université de Biskra,2008-2009.
- [2]:Hiber Fateh et Ababsa Rabeh «optimisation du transfert de puissance sur un réseau électrique ».Mémoire de fin d'étude d'ingénieur Université de Batna 2006-2007.
- [3] : ADAMA D.DIARRA «la répartition optimal de la puissance réactive pour le contrôle des tensions de barre d'un réseau électrique par simplex LP».Mémoire de fin d'étude d'ingénieur Université du QUEBEC 1984.
- [4] :Antonio Gomez –Exposo , Antonio j. Conejon claudio canizares –CRC Press «Electrique Energy systems Analysis and Operation ».taylor Francis 2009.
- [5] : Sayah Samir «Appliocation des ensembles flous a répartition optimal de la puissance dans les réseaux électriques ».thèse de magister , Université Ferhat Abbas de Setif.
- [6] : Mr : B.MAHDED «Modélisation et optimisation des réseau électrique».Cour de 5^{ème} année ingénieur , Université de Biskra.
- [7] : F.Safia, B.H.Saida«Ecoulement Des Puissance Optimal Des Réseau Electrique Par Le Méthode SLP ». Mémoire de fin d'étude, centre universitaire d'el-oued, promotion 2007-2008.
- [8] : Mohamed El-Hawary «Optimal Pawer Flow ». Université Dalhousie 2006.
- [9] :J.H.HOLLAND «Adaptation In Natural And Artificial System ». Université de Michch 1975.
- [10]:Labbi Yacine et Barka Nour El-dinne «Etude Et Analyse Le Problème Du Dispatching Economique Par Les Algorithmes Génétiques ». Université de Biskra, Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique. Promotion 2006.
- [11] : Sayah Samir «Ippllication Des Ensembles Flous à La Répartition Optimal De La Puissance Dans Les Réseau Electrique ». Mémoire de magister, université de setif 2005.
- [12] : A.Messaouoi «Dispatching Economique Des Réseau Electrique Par Les Méthodes Numériques ». Mémoire de magister, université de Batna 2001.
- [13] H. A. Eiselt, C. L. Sandblom, Linear programming and its applications, Springer, New York, 2007.
- [14] K. Lange, Optimization, Springer, New York, 2004.
- [15] M. Willem, Analyse convexe et optimisation, Ciaco, Belgique , 1987.