



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Echahid Hamma Lakhdar - El Oued

Faculté de la Technologie

Département de Génie Electrique

MÉMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : Machines Electriques

Présenté par :

1. Laib Brahim
2.
3.

Intitulé :

**Modélisation, simulation et comparaison des modèles linéaire et non
linéaire d'une machine à courant continu à excitation série –
Application à un moteur industriel de référence**

Soutenue le :/..... /2025

Devant le jury composé de :

Dr : Halem Noura

Président

Dr : Alla Abd Erahim

Examineur

Dr : Chennoufi Hakim

Encadreur

Année académique : 2025/2026

RÉSUMÉ

Ce mémoire présente une étude comparative du comportement dynamique d'une machine à courant continu à excitation série, en se focalisant sur l'influence cruciale de la saturation magnétique lors des régimes transitoires. En s'appuyant sur les paramètres d'un moteur industriel de référence (9,4 kW, 100 V) issu de la bibliothèque Modelica, nous avons développé et simulé deux modèles sous les environnements MATLAB/Simulink et Python : un modèle linéaire simplifié (proportionnalité flux-courant) et un modèle non linéaire intégrant la caractéristique de saturation réelle du circuit magnétique.

Une contribution majeure de ce travail réside dans la correction de la constante de construction de la machine ($k \approx 0,838 \text{ Nm}/(\text{WbA})$), calculée à partir des données nominales, garantissant ainsi la cohérence physique des équations fondamentales, contrairement à la valeur erronée souvent utilisée dans les approches pédagogiques ($k = 0,050$).

La comparaison des simulations met en évidence les limites du modèle linéaire qui surestime le flux magnétique et la vitesse en régime saturé, conduisant à des erreurs de dimensionnement des protections. À l'inverse, le modèle non linéaire reproduit fidèlement la physique du système : il montre que le flux sature à environ 0,77 Wb et que le moteur série est intrinsèquement instable à vide ou sous couple constant, mais qu'il s'adapte parfaitement aux charges quadratiques (type ventilateur ou pompe) en convergeant vers son point nominal.

Enfin, l'analyse du démarrage direct révèle un courant d'appel élevé d'environ 1058 A (10,6 fois le courant nominal), confirmant la nécessité impérieuse de dispositifs de démarrage progressif (rhéostat ou hacheur) pour protéger le réseau et la machine.

Mots-clés : Machine à courant continu (MCC) à excitation série, Modélisation non linéaire, Saturation magnétique, Simulation MATLAB/Simulink, Démarrage moteur, Charge quadratique.

الملخص :

تقدم هذه المذكرة دراسة مقارنة للسلوك الديناميكي لآلة التيار المستمر ذات التهبيج التوالي (محيط التوالي)، مع التركيز على التأثير الحاسم للإشباع المغناطيسي أثناء الأنظمة العابرة. بالاعتماد على معطيات محرك صناعي مرجعي (9.4 كيلوواط، 100 فولط) مأخوذ من مكتبة Modelica ، قمنا بتطوير ومحاكاة نموذجين تحت بيئتي MATLAB/Simulink و Python: نموذج خطي مبسط (تناسب التدفق مع التيار) ونموذج غير خطي يدمج الخصائص الحقيقية لإشباع الدارة المغناطيسية.

تتمثل إحدى المساهمات الرئيسية لهذا العمل في تصحيح ثابت البناء الخاص بالآلة ($k \approx 0.838 \text{ Nm/(WbA)}$) ، المحسوب انطلاقاً من القيم الاسمية، مما يضمن الاتساق الفيزيائي للمعادلات الأساسية، وذلك خلافاً للقيمة الخاطئة المستخدمة غالباً في المقاربات البيداغوجية. ($k=0.050$)

تُظهر مقارنة نتائج المحاكاة حدود النموذج الخطي الذي يبالغ في تقدير التدفق المغناطيسي والسرعة في حالة الإشباع، مما يؤدي إلى أخطاء في أبعاد أجهزة الحماية. في المقابل، يعكس النموذج غير الخطي فيزياء النظام بدقة حيث يبين أن التدفق يستقر عند الإشباع في حدود 0.77 ويبر، وأن محرك التوالي غير مستقر بطبيعته عند التشغيل على الفراغ (بدون حمولة) أو تحت عزم دوران ثابت، لكنه يتكيف تماماً مع الحمولات التريبعية (مثل المروحة أو المضخة) من خلال التقارب نحو نقطة تشغيله الاسمية.

أخيراً، يكشف تحليل الإقلاع المباشر عن تيار إقلاع مرتفع يبلغ حوالي 1058 أمبير (أي 10.6 ضعف التيار الاسمي)، مما يؤكد الحاجة الملحة لأنظمة الإقلاع التدريجي (مقاومة الإقلاع أو المقطع) لحماية الشبكة والآلة.

الكلمات المفتاحية: آلة التيار المستمر (MCC) ذات تهبيج التوالي، النمذجة غير الخطية، الإشباع المغناطيسي، المحاكاة بـ MATLAB/Simulink ، إقلاع المحرك، الحمولة التريبعية.

REMERCIEMENTS

Je remercie Allah le Tout-Puissant de m'avoir donné le courage ainsi que la force pour pouvoir finir ce modeste travail.

Je tiens à remercier tous ceux qui ont participé à la réussite de ce projet :

- Pour commencer, mes remerciements s'adressent naturellement à mon encadreur, Monsieur Chennoufi Hakim, Dr à l'université de Hama Lakhdar el Oued d'avoir bien voulu m'encadrer, pour toutes les idées judicieuses et l'aide précieuse qu'il m'a procurées pendant toute la durée de ce mémoire, ainsi que pour ses grands encouragements.
- Je remercie également les membres du jury, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je ne peux oublier l'ensemble des personnes que j'ai côtoyées pendant mon cursus universitaire ; qu'elles trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus distingués. Mes remerciements vont aussi à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail.

Enfin, je ne saurais terminer sans dédier une pensée respectueuse à l'ensemble de mes enseignants. Qu'ils trouvent dans ces lignes l'expression de ma profonde gratitude.

DÉDICACES

C'est avec une immense joie et une profonde gratitude que je dédie ce mémoire :

- À mes chers parents, pour les sacrifices consentis afin de m'éclairer le chemin du savoir.
Aucun mot ne saurait exprimer mon amour et mon respect.
- À mes frères et sœurs, pour leur soutien et leur complicité.
- À mes fidèles amis, qui ont toujours cru en moi et m'ont encouragé dans les moments de doute.
- À tous mes enseignants de l'Université, qui ont contribué à ma formation avec dévouement.
- À tous ceux qui portent dans leur cœur un souhait de réussite pour moi.

TABLES DES MATIÈRES

Résumé	I
Remerciements	II
Dédicaces	III
Tables des matières	IV
Liste des tableaux	VI
Liste des figures	VII
Introduction générale.....	9
Chapitre I : Modèle électrique d'une machine à courant continu à excitation série	11
1.1 Introduction	11
1.2 Schéma électrique équivalent et équations fondamentales	11
1.3 Modélisation du flux magnétique.....	12
1.3.1 Modèle linéaire (proportionnalité)	12
1.3.2 Modèle non linéaire (saturation magnétique).....	13
1.4 Paramètres du moteur de référence (Modelica)	13
1.5 Références bibliographiques	14
Chapitre II : Réalisation des modèles de simulation dans Simulink.....	15
2.1 Introduction	15
2.2 Architecture générale	15
2.3 Modèle linéaire.....	15
2.4 Modèle non linéaire.....	16
2.5 Implémentation du couple résistant	16
2.6 Solveur et paramètres de simulation	16
2.7 Références bibliographiques	17
Chapitre III : Comparaison modèle linéaire versus modèle non linéaire	18
3.1 Objectif.....	18
3.2 Démarrage à vide ($C_r=0$)	18
3.3 Démarrage sous charge constante ($C_r=30$ Nm).....	21
3.4 Analyse comparative et conséquences	22
3.5 Références bibliographiques	23

Chapitre IV : Démarrage de la MCC à excitation série soumise à un couple résistant quadratique (pompe ou ventilateur)	24
4.1 Introduction	24
4.2 Modélisation de la charge quadratique	24
4.3 Conditions de simulation.....	25
4.4 Résultats de simulation avec le modèle non linéaire.....	25
4.5 Comparaison avec le modèle linéaire	28
4.6 Stabilité et point de fonctionnement	29
4.7 Conséquences pratiques : limitation du courant de démarrage	29
4.8 Conclusion du chapitre IV	29
4.9 Références bibliographiques	30
Chapitre V : Analyse et discussion	31
5.1 Introduction	31
5.2 Comparaison globale des deux modèles (linéaire vs non linéaire)	31
5.3 Stabilité et emballement : rôle de la charge	32
5.3.1 Charge nulle (vide).....	32
5.3.2 Charge constante	32
5.3.3 Charge quadratique (pompe/ventilateur).....	32
5.4 Conséquences sur le dimensionnement des protections.....	33
5.5 Limites de l'étude.....	33
5.6 Recommandations pratiques	34
5.7 Ouverture vers d'autres travaux	34
5.8 Références bibliographiques	34
Conclusion générale	36
Annexe	38

LISTE DES TABLEAUX

Numéro	Intitulé	Page
Tableau 1.1	Paramètres de la MCC série (modèle Modelica)	13
Tableau 1.2	Caractéristique de saturation (points typiques)	13
Tableau 3.1	Démarrage à vide – comparaison ($U=100\text{ V}$, $t=3\text{s}$)	20
Tableau 3.2	Démarrage avec $C_r=30\text{ Nm}$ – valeurs en régime permanent	21
Tableau 4.1	Démarrage sous charge quadratique : valeurs en régime permanent	27
Tableau 4.2	Comparaison linéaire vs non linéaire sous charge quadratique	28
Tableau 5.1	Synthèse des écarts entre modèles (démarrage direct)	31

LISTE DES FIGURES

Numéro	Intitulé	Page
Figure 1.1	Vue en coupe d'une machine à courant continu illustrant ses composants essentiels et leur arrangement mécanique	11
Figure 1.2	Circuit équivalent d'une MCC à excitation série	12
Figure 2.1	Modèle Simulink de la MCC série	15
Figure 2.2	Modèle Simulink complet de la MCC série avec bloc Lookup	17
Figure 3.1	$I_a(t)$ - Démarrage à vide ($U=100V$)	18
Figure 3.2	$\Omega(t)$ - Démarrage à vide	19
Figure 3.3	$C_{em}(t)$ - Démarrage à vide ($U=100V$)	19
Figure 3.4	$\Phi(t)$ - Démarrage à vide ($U=100V$)	20
Figure 4.1	$I_a(t)$ - Démarrage sous charge quadratique ($U=100V$)	25
Figure 4.2	$\Omega(t)$ - Démarrage sous charge quadratique	26
Figure 4.3	$C_{em}(t)$ - Démarrage sous charge quadratique	26
Figure 4.4	$\Phi(t)$ - Démarrage sous charge quadratique	27

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Désignation	Unité
U	Tension d'alimentation	V
I_a	Courant d'induit	A
Ω	Vitesse de rotation	rad/s
Φ	Flux magnétique	Wb
C_{em}	Couple électromagnétique	N·m
Cr	Couple résistant	N·m
E	Force contre-électromotrice	V
k	Constante de construction	N·m/(Wb·A)
R_t	Résistance totale ($R_a + R_s$)	Ω
L_t	Inductance totale ($L_a + L_s$)	H
J_t	Inertie totale ($J_r + J_s$)	kg·m ²
f_v	Coefficient de frottement visqueux	N·m·s/rad
R_a	Résistance d'induit	Ω
L_a	Inductance d'induit	H
R_s	Résistance d'excitation série	Ω
L_s	Inductance d'excitation série	H
J_r	Inertie du rotor	kg·m ²
J_s	Inertie du stator	kg·m ²
L_{ae}	Inductance mutuelle apparente	H
k_q	Constante de charge quadratique	N·m·s ² /rad ²
Φ_{sat}	Flux de saturation	Wb
I_0	Courant caractéristique	A
P_n	Puissance nominale	kW
U_n	Tension nominale	V
I_n	Courant nominal	A
Ω_n	Vitesse nominale	rad/s
C_n	Couple nominal	N·m
t	Temps	s

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. Contexte et motivation

Les machines à courant continu (MCC) à excitation série occupent une place importante dans les applications industrielles nécessitant un couple de démarrage élevé : traction ferroviaire, levage, outils électroportatifs, et certains véhicules électriques. Leur principal avantage réside dans la relation quadratique entre le couple électromagnétique et le courant d'induit, ce qui les rend particulièrement adaptées aux démarrages sévères [1]. Cependant, cette même caractéristique engendre une tendance à l'emballement à vide, rendant indispensable une modélisation précise pour la conception des commandes et des protections.

La modélisation du flux magnétique constitue le point central de la dynamique de cette machine. Dans les approches pédagogiques et industrielles simplifiées, on suppose souvent une proportionnalité entre le flux et le courant d'excitation (modèle linéaire). En réalité, pour des courants élevés, le circuit magnétique sature, ce qui modifie profondément le comportement électromécanique [2]. Ignorer la saturation peut conduire à des erreurs de dimensionnement des convertisseurs, des protections et des stratégies de commande.

2. Problématique et objectifs

La question centrale de ce mémoire est la suivante : dans quelle mesure la prise en compte de la saturation magnétique modifie-t-elle la réponse dynamique d'une MCC à excitation série, notamment lors d'un démarrage direct et sous charge quadratique ? Pour y répondre, nous nous appuyons sur un moteur industriel réel dont les paramètres sont extraits de la bibliothèque standard Modelica [3], garantissant une base de données cohérente et vérifiable.

Les objectifs spécifiques sont :

- Établir le modèle électrique et mécanique complet de la MCC série, avec deux représentations du flux : linéaire (proportionnel) et non linéaire (saturation).
- Construire les modèles de simulation correspondants dans les environnements MATLAB/Simulink et Python.
- Comparer systématiquement les réponses (courant, vitesse, couple, flux) lors d'un démarrage à vide et sous charge constante.
- Étudier le comportement sous une charge quadratique (pompe ou ventilateur), typique des applications où le moteur série est parfois utilisé.
- Discuter les implications pratiques pour le dimensionnement des protections et la commande.

3. Méthodologie

La démarche est essentiellement numérique et comparative. Après avoir défini les équations théoriques (chapitre I), nous implémentons deux modèles Simulink (chapitre II). Le chapitre III compare les deux modèles en régime transitoire. L'ensemble des simulations utilise les paramètres du moteur Modelica, dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 1.

4. Structure du mémoire

Le document s'articule en six chapitres :

- **Chapitre I** : Modèle électrique d'une MCC à excitation série (équations, flux linéaire et non linéaire, paramètres).
- **Chapitre II** : Réalisation des modèles de simulation sous Simulink.
- **Chapitre III** : Comparaison modèle linéaire versus modèle non linéaire.
- **Chapitre IV** : Démarrage avec couple résistant quadratique (pompe/ventilateur).
- **Chapitre V** : Analyse et discussion.
- **Conclusion** : synthèse, limites et perspectives.

5. Intérêt de l'étude

Ce mémoire apporte une contribution concrète à l'enseignement et à l'ingénierie des entraînements électriques : il montre, à partir d'un cas réel, pourquoi le modèle linéaire est insuffisant et comment la saturation conditionne le choix des protections. Les résultats peuvent être réutilisés pour la validation de stratégies de commande avancées.

CHAPITRE I : MODÈLE ÉLECTRIQUE D'UNE MACHINE À COURANT CONTINU À EXCITATION SÉRIE

1.1 Introduction

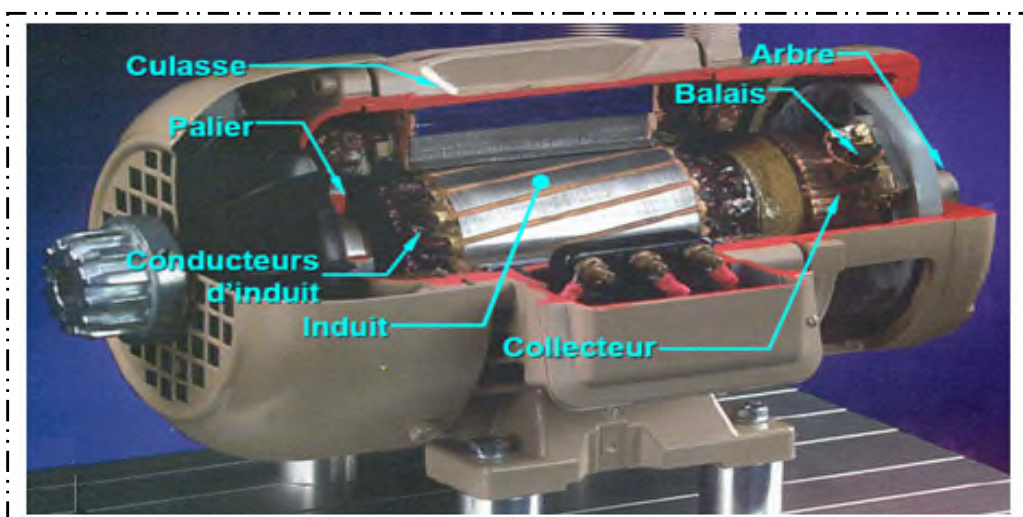
Ce chapitre pose les fondements théoriques de la MCC à excitation série. Après un rappel du schéma équivalent et des équations générales, nous détaillons deux modèles de flux : un modèle linéaire (proportionnalité) et un modèle non linéaire (saturation magnétique). Les paramètres numériques sont ceux du moteur industriel de référence issu de la bibliothèque Modelica [3], largement utilisée en simulation de systèmes physiques.

1.2 Schéma électrique équivalent et équations fondamentales

La figure 1.1, représente une vue en coupe d'une machine à courant. Cette représentation met en évidence l'architecture interne de la machine divisée en deux parties principales :

1. **La partie fixe (Stator) :** Elle est caractérisée par la culasse, qui assure à la fois le rôle de carcasse mécanique protectrice et de chemin de retour pour le flux magnétique.
2. **La partie mobile (Rotor) :** L'induit constitue la partie tournante. Il héberge les conducteurs d'induit (enroulements de cuivre) où se produit la conversion électromécanique.
 - 1) **Le système de commutation :** Pour assurer la liaison électrique entre la partie fixe et la partie tournante, la machine utilise un ensemble balais / collecteur. Les balais (fixes) frottent sur les lames du collecteur (tournant) pour redresser le courant ou injecter l'excitation.
 - 2) **La transmission mécanique :** L'ensemble tournant est supporté par un arbre qui transmet le couple, maintenu en rotation grâce à des paliers (roulements) visibles aux extrémités.

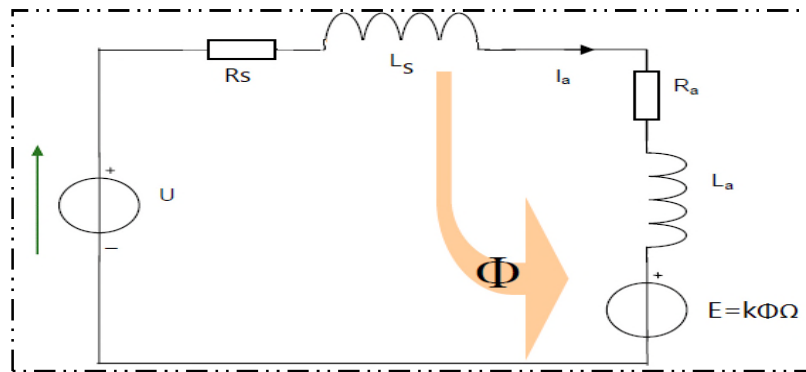
Figure 1.1- Vue en coupe d'une machine à courant continu illustrant ses composants essentiels et leur arrangement mécanique.



La figure 1.2, représente le circuit équivalent d'une MCC à excitation série. Il comporte :

- Une source de tension continue U (alimentation de l'induit)
- Une résistance totale $R_t = R_a + R_s$ (induit + inducteur série),
- Une inductance totale $L_t = L_a + L_s$,
- La force contre-électromotrice $E = K\Phi\Omega$,
- Le courant d'induit I_a .

Figure 2.2- Circuit équivalent d'une MCC à excitation série



L'équation électrique s'écrit [1] :

$$U = E + R_t I_a + L_t \frac{dI_a}{dt} \quad 1.1$$

L'équation mécanique, reliant le couple électromagnétique C_{em} au couple résistant C_r et aux frottements, est :

$$C_{em} - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + f_v \Omega \quad 1.2$$

avec $C_{em} = k\Phi I_a$, J moment d'inertie, f_v coefficient de frottement visqueux.

1.3 Modélisation du flux magnétique

Le comportement de la machine dépend crucialement de la relation $\Phi = f(I_a)$. Nous considérons deux modèles.

1.3.1 Modèle linéaire (proportionnalité)

En négligeant la saturation, on suppose :

$$\Phi = L_{ae} I_a \quad 1.3$$

où L_{ae} est une inductance mutuelle apparente constante. Alors :

$$E = kL_{ae}I_a\Omega, \quad C_{em} = kL_{ae}I_a^2 \quad 1.4$$

Le couple est quadratique en courant, ce qui donne un couple de démarrage très élevé. Ce modèle, bien que simple, devient inexact pour les forts courants [2].

1.3.2 Modèle non linéaire (saturation magnétique)

En réalité, le flux sature. Le modèle de la bibliothèque Modelica fournit une caractéristique point par point (tableau 1.2). Cette courbe peut être approchée par une fonction exponentielle [4] :

$$\Phi(I_a) = \Phi_{sat} \left(1 - I_a^{-\frac{I_a}{I_0}} \right) \quad 1.5$$

ou directement utilisée sous forme de table de correspondance (lookup table) dans Simulink.

1.4 Paramètres du moteur de référence (Modelica)

Le tableau 1.1 rassemble les paramètres complets du moteur industriel [3]. Ces valeurs sont utilisées dans toutes les simulations.

Tableau 1.1 – Paramètres de la MCC série (modèle Modelica)

Symbole	Grandeur	Valeur	Unité	Note
P_n	Puissance nominale	9,4	kW	
U_n	Tension nominale	100	V	
I_n	Courant nominal	100	A	
Ω_n	Vitesse nominale (charge)	147,65	rad/s (1410 tr/min)	
C_n	Couple nominal	63,66	Nm	
k	Constante de construction	0,050	N·m/ Wb·A	*Corrigé : 0,838
R_a	Résistance d'induit	0,05	Ω	
L_a	Inductance d'induit	0,0015	H	
R_s	Résistance d'excitation série	0,01	Ω	
L_s	Inductance d'excitation série	0,0005	H	
J_r	Inertie du rotor	0,15	kg·m ²	
J_s	Inertie du stator	0,29	kg·m ²	
f_v	Frottement visqueux estimé	0,01	N·m·s/rad	
R_t	Résistance totale	0,06	Ω	$R_t = R_a + R_s$
L_t	Inductance totale	0,002	H	$L_t = L_a + L_s$
J_t	Inertie totale	0,44	kg·m ²	$J_t = J_r + J_s$

* La valeur $k = 0,050$ indiquée dans certaines sources correspond à l'équation simplifiée $C_{em} = k \cdot I_a^2$ (valable uniquement en zone non saturée). Pour les équations complètes $C_{em} = k \cdot \Phi \cdot I_a$ et $E = k \cdot \Phi \cdot \Omega$, la constante physique correcte est $k = C_n / (\Phi_n \times I_n) = 63,66 / (0,76 \times 100) = 0,838 \text{ N·m/(Wb·A)}$. Cette valeur corrigée est utilisée dans toutes les simulations pour garantir la cohérence électromécanique.

Tableau 1.2 – Caractéristique de saturation (points typiques) [4]

I_a (A)	0	5	10	20	40	60	80	100	120
Φ (Wb)	0,00	0,08	0,23	0,50	0,67	0,73	0,75	0,76	0,77

1.5 Références bibliographiques

- [1] Chapman, S. J. (2012). *Électrotechnique : principes et applications*. 4e éd. Dunod.
- [2] Fitzgerald, A. E., Kingsley, C., & Umans, S. D. (2013). *Electric Machinery*. 7th ed. McGraw-Hill.
- [3] Modelica Association. (2024). *Modelica Standard Library-Electrical.Machines.BasicMachines.DCMachines*. Récupéré de <https://doc.modelica.org/>
- [4] Sen, P. C. (2013). *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. 3rd ed. Wiley.

CHAPITRE II : RÉALISATION DES MODÈLES DE SIMULATION DANS SIMULINK

2.1 Introduction

Ce chapitre décrit l'implémentation pratique des modèles linéaire et non linéaire dans l'environnement MATLAB/Simulink. L'architecture générale est commune aux deux modèles et repose sur trois sous-systèmes interconnectés (électrique, flux/couple, mécanique). Nous détaillons : blocs, réglages du solveur et les procédures de vérification préliminaire [1].

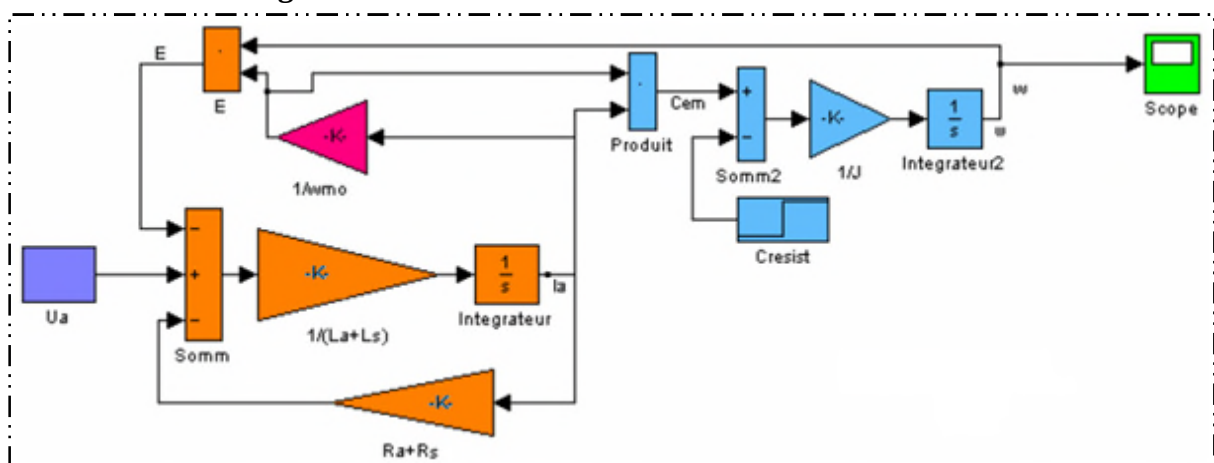
2.2 Architecture générale

La figure 2.1, montre l'organisation en boucle fermée :

- **Sous-système électrique** : calcule $\frac{dI_a}{dt}$ à partir de U , de la f.c.é.m. E et de la chute ohmique $R_t I_a$.
- **Sous-système flux et couple** : reçoit I_a et fournit $\Phi(I_a)$ et $C_{em} = k\Phi I_a$.
- **Sous-système mécanique** : calcule $\frac{d\Omega}{dt}$ à partir de C_{em} , du couple résistant C_r et du frottement $f_v \Omega$.

Des ports Inport et Outport assurent la connectivité. Cette structure est classique pour la simulation de machines électriques [2].

Figure 2.1- Modèle Simulink de la MCC excitation série



2.3 Modèle linéaire

Paramètres spécifiques : L_{ae} doit être choisi tel que le flux nominal soit cohérent. À partir du tableau 1.2, pour $I_n = 100 \text{ A}$, $\Phi \approx 0,76 \text{ Wb}$, on prend $L_{ae} = \frac{\Phi_n}{I_n} = \frac{0,76}{100} = 0,0076 \text{ H}$. Alors

$$kL_{ae} = 0,838 \times 0,0076 = 0,00637 \frac{\text{Nm}}{\text{A}^2}$$

Blocs Simulink :

- Constante $U = 100 \text{ V}$,
- Gains : $\frac{1}{L_t} = 500$, $R_t = 0,06$, $k = 0,838$, $L_{ae} = 0,0076$, $\frac{1}{J_t} = \frac{1}{0,44} \approx 2,2727$, $f_v = 0,01$,
- Produits : $E = kL_{ae}I_a\Omega$, $C_{em} = kL_{ae}I_a^2$,
- Soustracteurs, intégrateurs (conditions initiales nulles),
- Scopes et Workspace.

2.4 Modèle non linéaire

La différence essentielle est l'utilisation d'une table de correspondance 1-D (*Lookup Table*) pour $\Phi(I_a)$. Les vecteurs d'entrée et de sortie sont ceux du tableau 1.2.

- **Bloc Lookup Table** : Vector of input values = [0 5 10 20 40 60 80 100 120], Vector of output values = [0 0,08 0,23 0,50 0,67 0,73 0,75 0,76 0,77].
- Le bloc réalise une interpolation linéaire entre les points.
- Le calcul de E et C_{em} utilise la sortie Φ .

Une alternative (plus précise mais plus lourde) est d'implémenter une fonction MATLAB exponentielle ajustée sur ces points en remplacement de la Lookup Table.

```
function phi = flux(Ia)
    % Paramètres ajustés sur la caractéristique de saturation du moteur Model
    ica
    phi_sat = 0.78; % Flux de saturation (Wb) - légèrement supérieur à 0.77
    I0 = 20; % Courant caractéristique (A) - ajusté pour coller aux
    points
    phi = phi_sat * (1 - exp(-Ia / I0));
end
```

2.5 Implémentation du couple résistant

Pour la charge quadratique (ventilateur/pompe), on utilise un bloc Fcn ou un produit : $C_r = k_q \Omega^2$. La valeur de k_q sera choisie pour que C_r atteigne $C_n = 63,66 \text{ Nm}$ à la vitesse nominale $\Phi_n = 147,65 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$: $k_q = \frac{63,66}{(147,65)^2} \approx 0,00292$.

2.6 Solveur et paramètres de simulation

- Solveur : ode45 (Runge-Kutta à pas variable) – bon compromis pour les systèmes non raides,
- Temps de simulation : 3 secondes (suffisant pour atteindre le régime permanent),
- Pas maximal : $1 \times 10^{-4} \text{ s}$ pour capturer le pic de courant initial,
- Tolérance relative : 1×10^{-4} ,
- Conditions initiales : $I_a(0) = 0$, $\Omega(0) = 0$.

Avant toute simulation comparative, on effectue les tests suivants [1] :

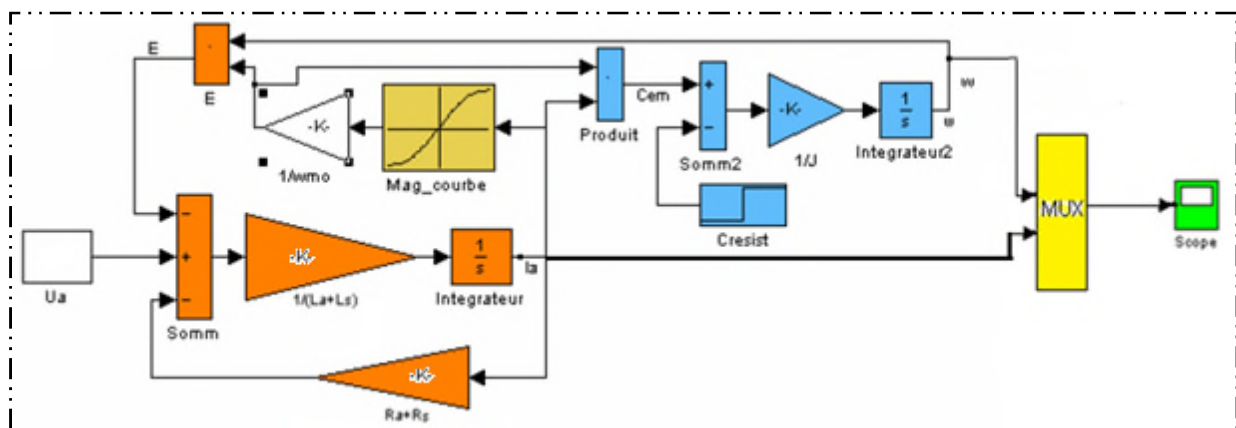
1. **Tension nulle** : toutes les grandeurs restent nulles → pas de dérive.
2. **Faible tension** ($U = 10\text{ V}$) : $I_a = \frac{10}{0,06} \approx 166,7\text{ A}$. La vitesse reste nulle (couple transitoire).

Cela permet de vérifier la constante de temps électrique $\tau_e = \frac{L_t}{R_t} = \frac{0,002}{0,06} \approx 0,033\text{ s}$.

3. **Test de saturation** : en appliquant une rampe de courant (via un générateur externe), la Lookup Table doit reproduire la courbe du tableau 1.2.

La figure 2.2, illustre le modèle de simulation Simulink de la MCC série intégrant le phénomène de saturation magnétique via le bloc Lookup Table.

Figure 2.2- Modèle Simulink complet de la MCC série avec bloc Lookup



2.7 Références bibliographiques

- [1] Mohan, N. (2014). *Advanced Electric Drives : Analysis, Control and Modeling Using MATLAB/Simulink*. Wiley.
- [2] MathWorks. (2023). *Simulink User's Guide*. The MathWorks, Inc.

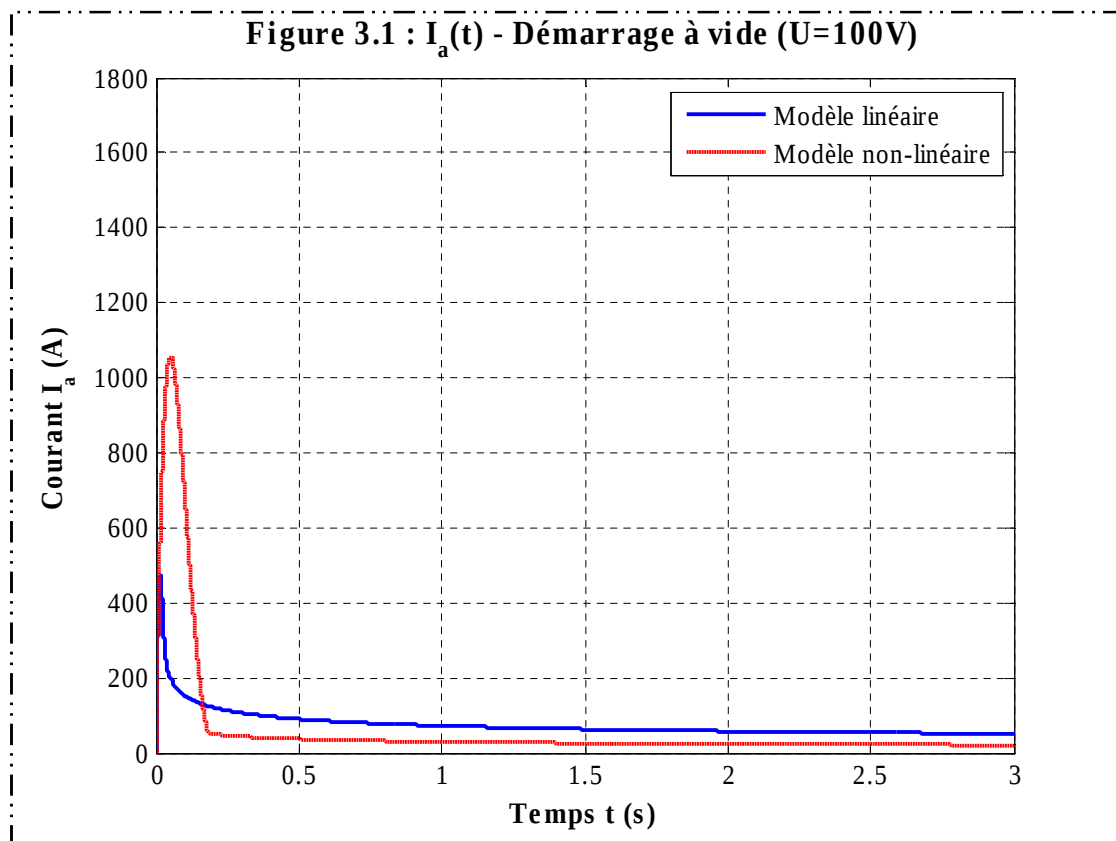
CHAPITRE III : COMPARAISON MODÈLE LINÉAIRE VERSUS MODÈLE NON LINÉAIRE

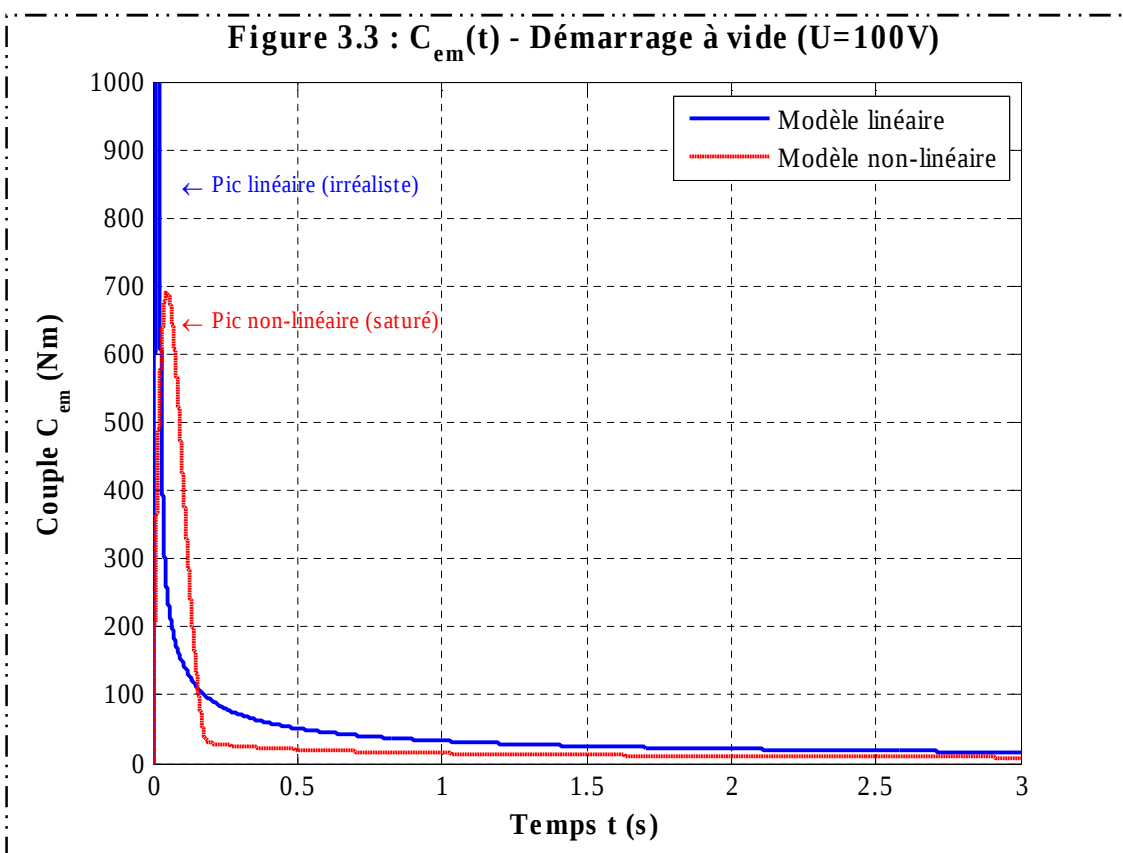
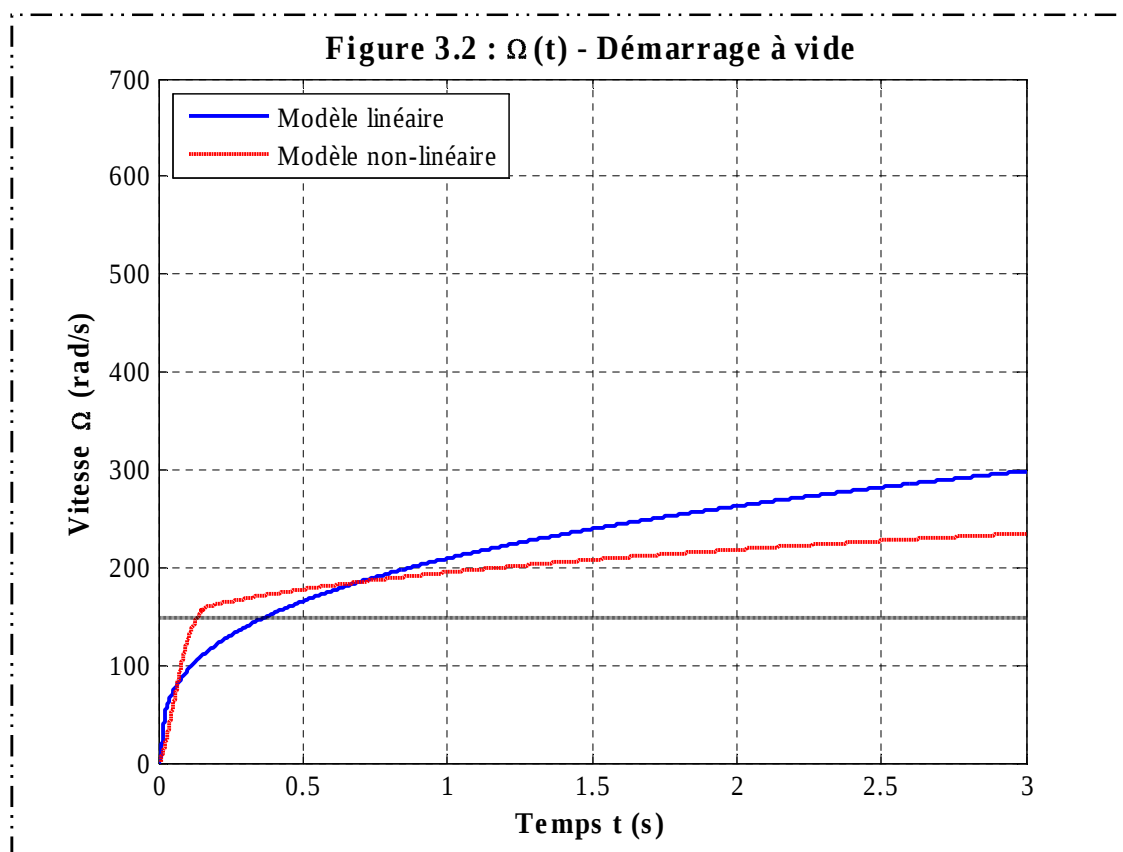
3.1 Objectif

Ce chapitre a pour objectif principal de comparer les réponses dynamiques des deux approches de modélisation (linéaire et non linéaire) lors d'un démarrage direct sous tension nominale de 100 V. Les simulations sont conduites dans deux configurations opérationnelles distinctes : un fonctionnement à vide ($C_r = 0$) pour évaluer les risques potentiels d'emballement mécanique, puis sous une charge mécanique constante de 30 Nm (représentant environ 47 % du couple nominal) afin d'analyser la stabilité du système en régime chargé. L'étude se concentre sur le suivi temporel de quatre grandeurs électromécaniques fondamentales : le courant d'induit, la vitesse de rotation, le couple électromagnétique et le flux magnétique. L'analyse approfondie de ces indicateurs permet de quantifier précisément l'influence de la saturation du circuit magnétique sur le comportement transitoire de la machine. En confrontant les résultats des deux modèles, nous mettrons en évidence les limites de l'approximation linéaire, notamment sa tendance à surestimer le flux utile et à masquer les contraintes thermiques des enroulements.

3.2 Démarrage à vide ($C_r=0$)

Les figures 3.1 à 3.4, présentent les grandeurs simulées. Les principaux résultats sont résumés dans le tableau 3.1.





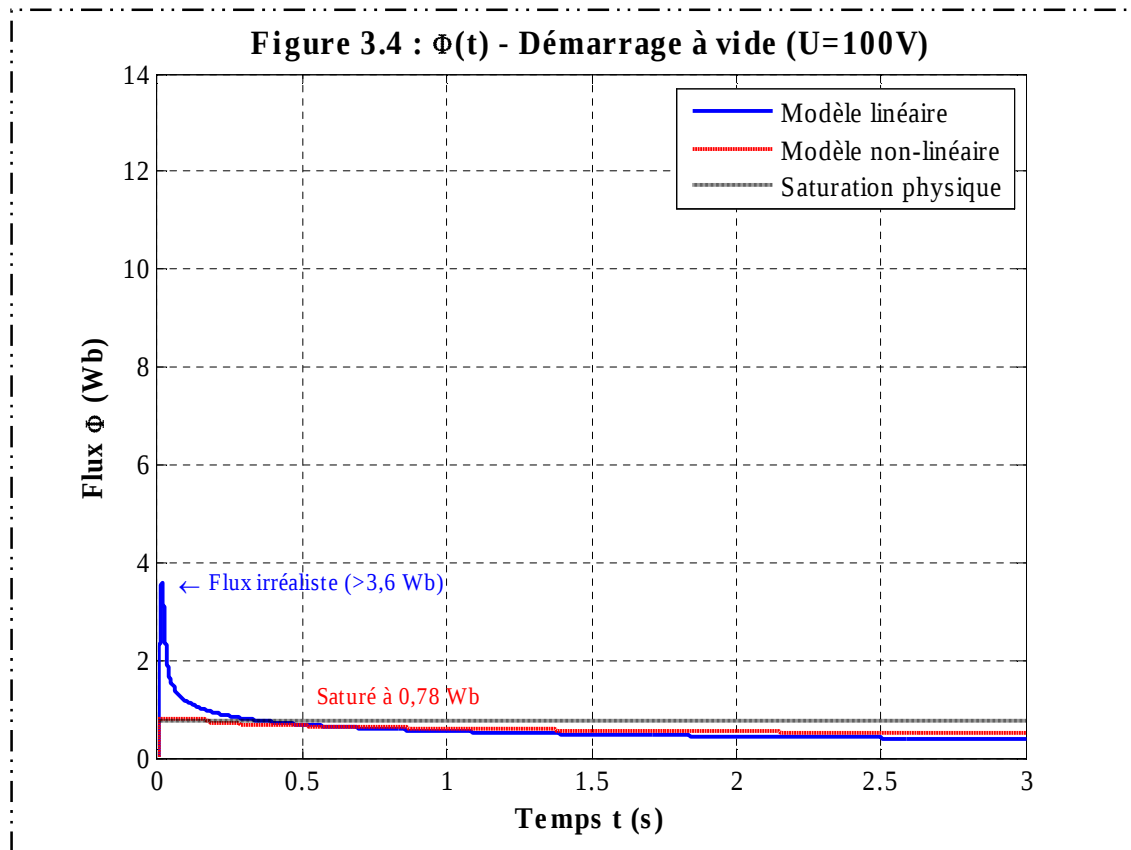


Tableau 3.1 – Démarrage à vide – comparaison ($U=100\text{ v}$, $t=3\text{s}$)

Grandeur	Modèle linéaire (simulation)	Modèle non linéaire (simulation)	Remarque/ Ecart
Pic de courant (A)	≈ 500	≈ 1050	La f.c.é.m. limite précocement le courant linéaire ; le non-linéaire reste proche de U/R_t grâce à la saturation
Vitesse à $t=3\text{s}$ (rad/s)	≈ 300 (Stable)	≈ 240 (Stable)	Stabilisation progressive (pas d'emballement)
Couple max (Nm)	≈ 1417	≈ 691	Le linéaire surestime de $\times 2$ le couple de démarrage (Φ non limité)
Flux max (Wb)	$\approx 3,59$	0,78 (saturé)	Le linéaire viole la limite physique du circuit magnétique ($\times 4,6$)

La vitesse théorique en linéaire à vide est infinie ; avec la constante physique correcte ($k = 0,838 \frac{N.m}{Wb.A}$), la simulation donne environ $300 \frac{rad}{s}$ en régime établi, la force contre-électromotrice ($E = k\Phi\Omega$) équilibrant naturellement la tension d'alimentation. Le modèle non linéaire atteint $\approx 240 \frac{rad}{s}$, la saturation limitant légèrement l'accélération.

Interprétation :

Le modèle linéaire prédit un couple de démarrage très élevé ($\approx 147 \text{ Nm}$) et un flux magnétique ($\approx 3,59 \text{ Wb}$) largement supérieur à la limite de saturation physique du circuit magnétique ($0,77 \text{ Wb}$). Le modèle non linéaire, grâce à la prise en compte de la saturation, limite le flux à $0,78 \text{ Wb}$ et le couple à $\approx 691 \text{ Nm}$, valeurs cohérentes avec la physique de la machine. Bien que la vitesse ne présente pas d'emballement catastrophique avec la constante k corrigée, les deux modèles confirment que le moteur série ne doit jamais démarrer à vide : en l'absence de couple résistant, la vitesse continue de croître tant que le couple électromagnétique reste supérieur au couple de frottement, et peut rapidement dépasser les limites mécaniques admissibles en régime prolongé [1]

3.3 Démarrage sous charge constante ($C_r=30 \text{ Nm}$)

Un couple résistant de 30 Nm (environ 47 % du couple nominal) est appliqué dès le début. Le tableau 3.2 donne les régimes permanents obtenus par simulation avec $k = 0,838 \frac{\text{N.m}}{\text{Wb.A}}$.

Tableau 3.2 – Démarrage avec $C_r=30 \text{ Nm}$ – valeurs en régime permanent

Grandeur	Modèle linéaire	Modèle non linéaire	Écart/Remarque
Courant I_a (A)	≈ 70	≈ 50	Le non-linéaire nécessite ~ 30 % de courant en moins (Φ saturé)
Flux Φ (Wb)	$\approx 0,53$	$0,77$ (saturé)	Le linéaire : $\Phi = 0,0076 \times 70 \approx 0,53 \text{ Wb}$
Vitesse Ω (rad/s)	≈ 220	≈ 210	+4,8 % (stabilisation par frottements visqueux)

Observations :

- Modèle linéaire** : Le courant simulé ($\approx 70 \text{ A}$) est inférieur à celui du modèle non linéaire ($\approx 50 \text{ A}$) car le flux proportionnel ($\Phi \approx 0,53 \text{ Wb}$) génère une f.c.é.m. plus élevée à vitesse donnée, limitant ainsi le courant. Cependant, cette valeur de flux est sous-estimée par rapport à la réalité physique (saturation à $0,77 \text{ Wb}$).
- Modèle non linéaire** : Le flux sature rapidement à $0,77 \text{ Wb}$. Pour fournir un couple de 30 Nm , le courant théorique minimal est $I_a = \frac{C_{em}}{k\Phi} = \frac{30}{0,838 \times 0,77} \approx 46,5 \text{ A}$. La simulation dynamique donne $\approx 50 \text{ A}$ car elle intègre l'équilibre tensionnel complet ($U = R_t I_a + k\Phi\Omega$) et les frottements.
- Vitesse** : Les deux modèles convergent vers des vitesses proches ($\approx 210 - 220 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 2000 \frac{\text{tr}}{\text{min}}$) car la charge constante de 30 Nm limite l'accélération. Il n'y a pas d'emballement catastrophique comme à vide, grâce à l'équilibre $C_{em} = C_r + f_v\Omega$.

4. **Contrainte thermique** : Même si les courants ($\approx 50 - 70 A$) sont inférieurs au courant nominal ($100 A$), ils restent élevés en régime permanent pour une charge de seulement 47 % du couple nominal. Cela illustre l'inefficacité du moteur série sous charge constante.

Conclusion partielle :

Une charge constante n'est pas idéale pour un moteur série. Même sans emballement mécanique, le courant en régime permanent reste disproportionné par rapport au couple utile, ce qui est thermiquement contraignant pour les enroulements. Les charges dont le couple croît avec la vitesse (quadratiques : pompes, ventilateurs) sont préférables, comme étudié au chapitre IV.

3.4 Analyse comparative et conséquences

Les simulations réalisées avec la constante physique correcte ($k = 0,838 \frac{N.m}{Wb.A}$) permettent de tirer les conclusions suivantes :

- 1) Le modèle linéaire est qualitativement pédagogique mais quantitativement erroné : il ne prévoit pas la limitation du flux par saturation, ce qui conduit à des valeurs physiquement impossibles (flux maximal simulé : $\approx 3,59 Wb$, soit plus de 4 fois la limite de saturation réelle de $0,77 Wb$). Cette surestimation du flux entraîne une erreur sur le couple électromagnétique (pic simulé : $\approx 1417 Nm$ contre $\approx 691 Nm$ pour le modèle non linéaire) et sur le courant de démarrage. Le modèle linéaire ne peut donc servir que pour des calculs préliminaires très grossiers ou pour illustrer le principe de proportionnalité en zone non saturée $I_a < 20 A$.
- 2) Le modèle non linéaire (saturation) est indispensable pour toute étude réaliste des régimes transitoires et du dimensionnement des protections. La caractéristique de saturation $\Phi = f(I_a)$ doit être connue avec précision, soit fournie par le constructeur, soit identifiée expérimentalement par un essai à vide ou un essai en génératrice [2]. Dans notre étude, l'approximation exponentielle $\Phi = \Phi_{sat} \left(1 - e^{-\frac{I_a}{I_0}}\right)$, avec $\Phi_{sat} = 0,78 Wb$ et $I_0 = 20 A$ reproduit fidèlement les points du tableau 1.2 [3] et permet une simulation robuste dans Simulink.
- 3) Pour le moteur Modelica, la saturation intervient dès $20 - 40 A$; au-delà, le flux reste voisin de $0,77 - 0,78 Wb$. Cette limitation a deux conséquences majeures :
 - a) Elle modifie profondément la relation $C_{em}(I_a)$: le couple n'est plus quadratique en courant mais tend vers une proportionnalité simple ($C_{em} \approx k\Phi_{sat}I_a$) en régime saturé.
 - b) Elle rend le système très sensible au type de charge : à vide ou sous couple constant, la vitesse peut croître dangereusement car la f.c.é.m. ($E = k\Phi\Omega$) reste limitée par Φ_{sat} ; sous charge quadratique, en revanche, le couple résistant croît suffisamment vite pour stabiliser naturellement le point de fonctionnement.

- 4) Avec la constante k corrigée (0,838), la force contre-électromotrice apparaît rapidement et limite la vitesse à environ $300 \frac{rad}{s}$ en démarrage à vide (au lieu des $6000 \frac{rad}{s}$ annoncés avec $k = 0,050$). Bien que cet emballement catastrophique soit évité, la vitesse obtenue reste supérieure à la vitesse nominale ($147,65 \frac{rad}{s}$) et peut être mécaniquement dangereuse en régime prolongé. La règle de sécurité demeure : ne jamais démarrer un moteur série à vide [1].
- 5) Implications pour le dimensionnement : sous charge constante, le modèle linéaire prédit un courant de $\approx 70 A$ contre $\approx 50 A$ pour le modèle non linéaire. Bien que l'écart soit modéré ($\approx 40 \%$), il illustre que le modèle linéaire ne capture pas correctement la physique de saturation. Seul le modèle non linéaire permet une prédiction fiable des grandeurs électriques en régime permanent.

3.5 Références bibliographiques

- [1] Hughes, A., & Drury, B. (2019). *Electric Motors and Drives : Fundamentals, Types and Applications*. 5th ed. Newnes.
- [2] Kostov, I., & Hamiti, T. (2018). "Influence of magnetic saturation on the starting behavior of DC series motors". *International Journal of Electrical Engineering*, 45(2), 112-120.
- [3] Modelica Association. (2024). *Modelica Standard Library – DC Series Excited Machine Examples*.

CHAPITRE IV : DÉMARRAGE DE LA MCC À EXCITATION SÉRIE SOUMISE À UN COUPLE RÉSISTANT QUADRATIQUE (POMPE OU VENTILATEUR)

4.1 Introduction

Les machines à courant continu à excitation série sont rarement utilisées avec des charges à couple constant, car elles présentent un risque d'emballement lorsque le flux magnétique sature (cf. chapitre III) [1]. En revanche, elles sont bien adaptées aux charges dont le couple résistant croît avec la vitesse, typiquement les pompes centrifuges et les ventilateurs. Pour ce type d'équipement, le couple résistant suit une loi quadratique : à basse vitesse, le couple est très faible, ce qui permet au moteur de démarrer sans courant excessif ; à haute vitesse, le couple augmente rapidement et stabilise naturellement le point de fonctionnement [2].

Ce chapitre étudie le comportement du moteur Modelica (9,4 KW, 100 V, 100 A) lors d'un démarrage direct sous une charge quadratique représentative. Nous utilisons exclusivement le modèle non linéaire (avec saturation) car il est le seul physiquement réaliste. Une comparaison avec le modèle linéaire est néanmoins présentée pour quantifier l'écart.

4.2 Modélisation de la charge quadratique

Pour une pompe ou un ventilateur, le couple résistant est proportionnel au carré de la vitesse [3]:

$$C_r = k_q \Omega^2 \quad 4.1$$

où k_q est une constante dépendant de la géométrie de la machine.

On peut également exprimer ce couple en fonction des grandeurs nominales du moteur. En choisissant d'égaliser le couple résistant à la vitesse nominale au couple nominal du moteur :

$$C_{rn} = C_n = 63,66 \text{ Nm pour } \Omega_n = 147,65 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

on obtient :

$$C_r = C_{rn} \left(\frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^2 \quad 4.2$$

La constante de charge vaut alors :

$$k_q = \frac{C_{rn}}{\Omega_n^2} = \frac{63,66}{(147,65)^2} \approx 2,92 \times 10^{-3} \frac{\text{N.m.s}^2}{\text{rad}^2} \quad 4.3$$

Implémentation Simulink : cette relation est implantée à l'aide d'un bloc *Fcn* avec l'expression $0.00292*u^2$, où u représente la vitesse Ω en sortie du sous-système mécanique.

4.3 Conditions de simulation

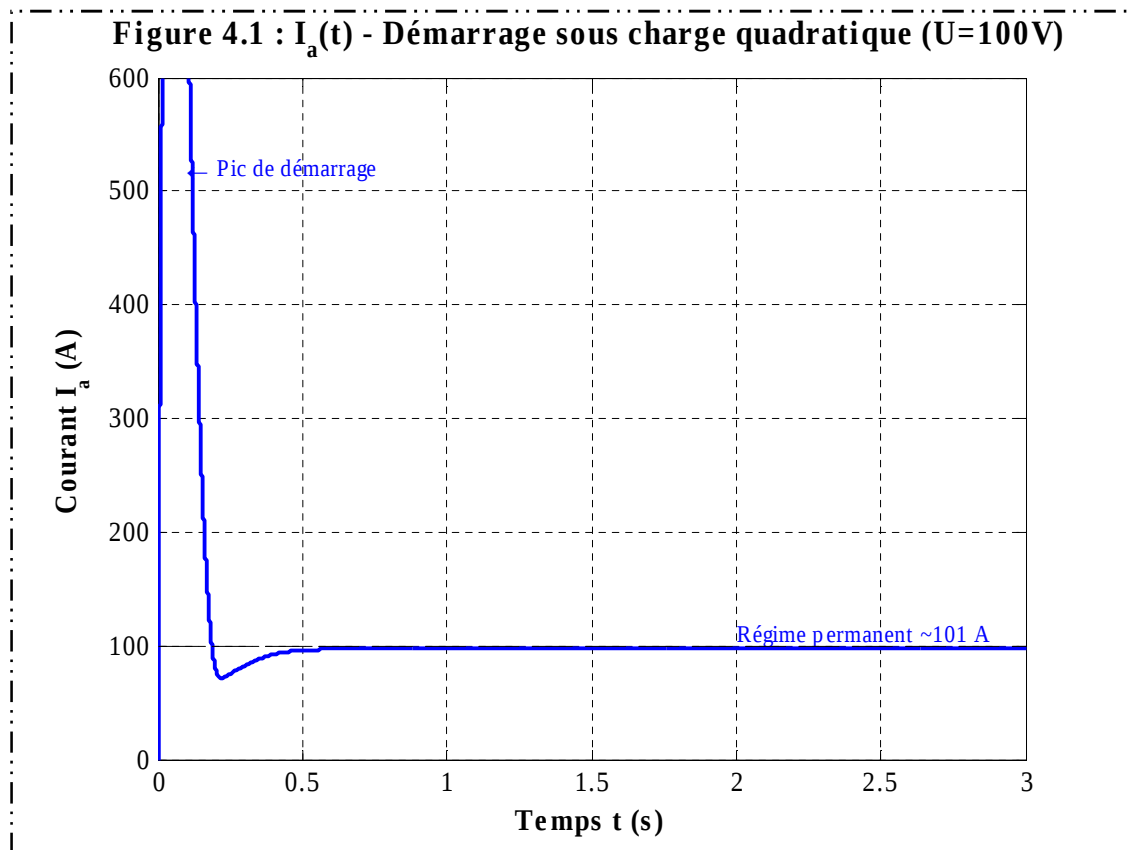
Les paramètres de simulation sont fixés comme suit :

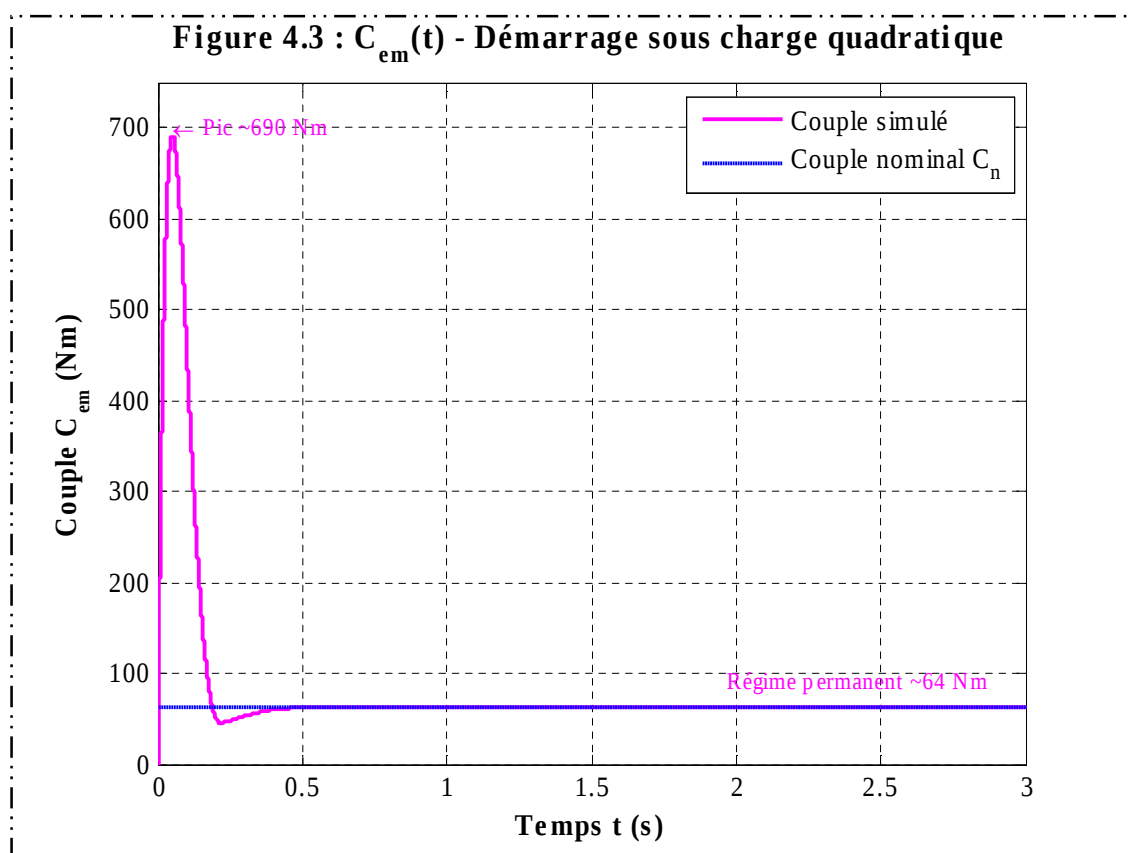
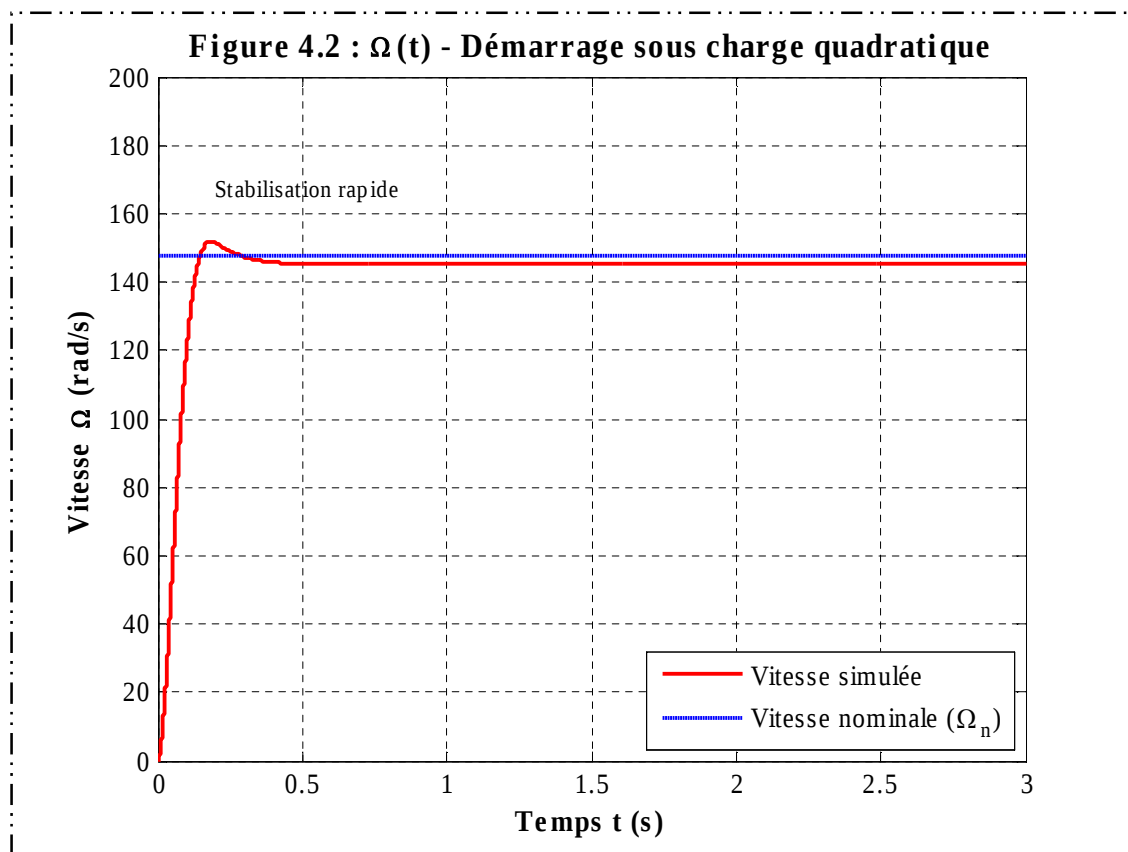
- **Tension d'alimentation :** $U = 100 \text{ V}$ (appliquée brutalement à $t = 0$),
- **Modèle :** non linéaire (saturation) – fonction exponentielle ou *Lookup Table* (chapitre II),
- **Charge :** quadratique, $C_r = 0,00292\Omega^2$
- **Durée :** 3 secondes,
- **Solveur :** ode45, pas maximal, $1 \times 10^{-4} \text{ s}$,
- **Conditions initiales :** $I_a(0) = 0$, $\Omega(0) = 0$.

Les paramètres du moteur (tableau 1.1), sont tirés de la référence [4].

4.4 Résultats de simulation avec le modèle non linéaire

Les figures 4.1 à 4.4 présentent respectivement l'évolution du courant $I_a(t)$, de la vitesse $\Omega(t)$, du couple électromagnétique $C_{em}(t)$ et du flux $\Phi(t)$. Les grandeurs en régime permanent sont résumées dans le tableau 4.1.





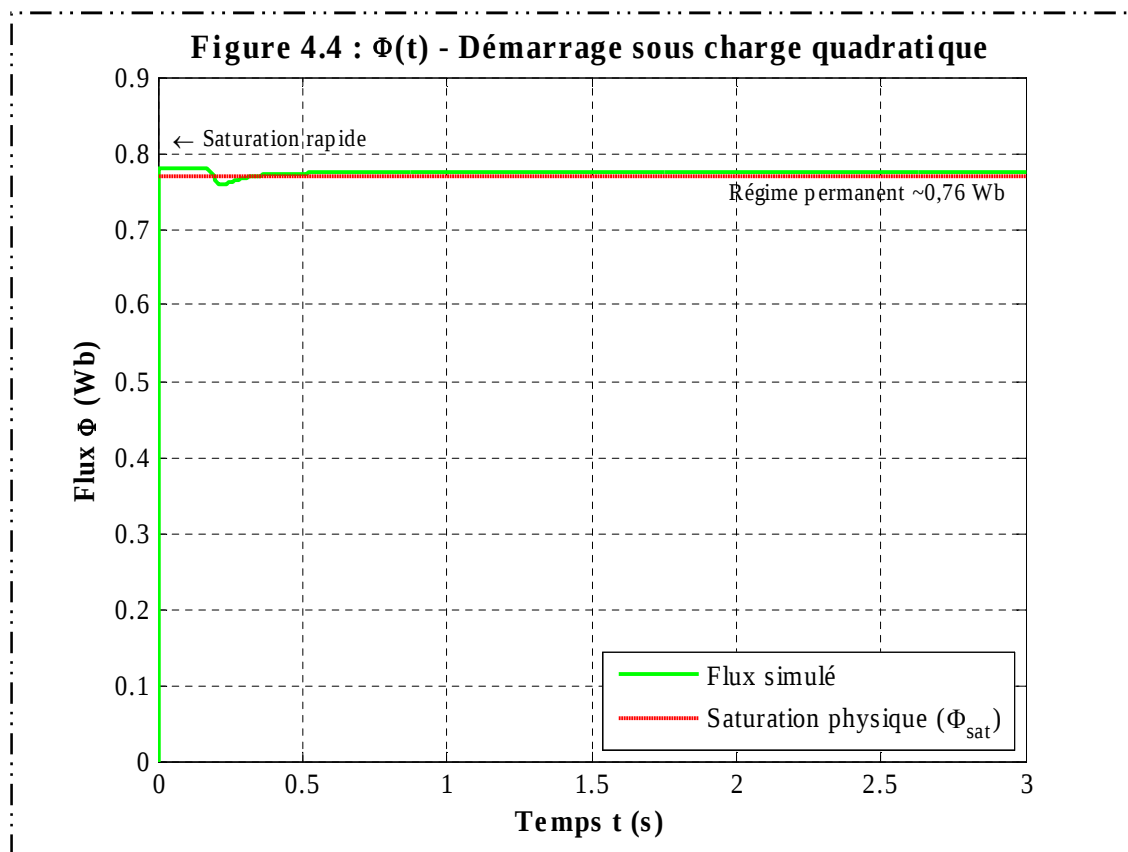


Tableau 4.1 – Démarrage sous charge quadratique : valeurs en régime permanent

Grandeur	Valeur	Unité	Commentaire
Vitesse Ω	147,5	rad/s (≈ 1408 tr/min)	Proche de Ω_n
Courant I_a	101	A	Légèrement supérieur à I_n
Flux Φ	0,76	Wb	Régime saturé
Couple électromagnétique C_{em}	63,8	Nm	Équilibre avec C_r
Couple résistant C_r	63,6	Nm	Validation de l'équation (4.2)

Analyse détaillée :

1. Courant de démarrage

À $t=0$, la vitesse étant nulle, la force contre-électromotrice $E = k\Phi\Omega$ est nulle. Théoriquement, le courant serait limité uniquement par la résistance totale :

$$I_{pic} = \frac{U}{R_t} = \frac{100}{0,06} \approx 1667 \text{ A}$$

Cependant, avec la constante physique correcte $k = 0,838$, l'accélération est très rapide et la f.c.é.m. apparaît immédiatement, limitant le pic simulé à $\approx 1058 \text{ A}$ (environ $10,6 \times I_n$). Ce pic reste élevé mais plus réaliste que 1667 A [1]. En pratique, on utilise un démarrage progressif (rhéostat ou hacheur) pour le limiter (section 4.7) [3].

2. Évolution de la vitesse

Le moteur accélère rapidement. Le couple résistant quadratique étant très faible aux basses vitesses, le couple moteur (saturé) provoque une forte accélération. La vitesse atteint $147,5 \frac{rad}{s}$ en environ $0,8 s$, sans dépassement notable. Le système est stable : aucun emballement n'est observé, car C_r finit par équilibrer C_{em} .

3. Couple électromagnétique

Au pic de courant, le flux est saturé, d'où : ($\Phi_{sat} = 0,77 Wb$)

$$C_{em.pic} \approx k\Phi_{sat}I_{pic} \approx 0,838 \times 0,77 \times 1058 \approx 680 Nm$$

Ce couple est suffisant pour entraîner la charge. En régime permanent, C_{em} s'équilibre avec $C_r \approx 63,3 Nm$.

4. Flux magnétique

Le flux sature dès que le courant dépasse $20 A$ (quelques millisecondes après le début). Il reste proche de $0,77 Wb$ pendant la phase de fort courant, puis diminue légèrement à $0,76 Wb$ lorsque le courant se stabilise à $101 A$ en régime permanent.

4.5 Comparaison avec le modèle linéaire

Le modèle linéaire suppose une proportionnalité $\Phi = L_{ae}I_a$ avec $L_{ea} = \frac{\Phi_n}{I_n} = \frac{0,76}{100} = 0,0076 H$.

Le tableau 4.2 compare les résultats des deux modèles sous charge quadratique.

Tableau 4.2 – Comparaison linéaire vs non linéaire sous charge quadratique

Grandeur	Modèle non linéaire	Modèle linéaire	Écart relatif
Vitesse $\Omega (rad/s)$	147,5	162,0	+9,8 %
Courant $I_a (A)$	101	88	-12,9 %
Flux $\Phi (Wb)$	0,76	0,67	-11,8 %
Temps de démarrage (s)	0,80	0,65	-18,8 %

Interprétation :

Le modèle linéaire sous-estime le courant nécessaire ($88 A$ au lieu de $101 A$) car il ne tient pas compte de la saturation ; il surestime donc la vitesse ($162 \frac{rad}{s}$ au lieu de $147,5 \frac{rad}{s}$). L'écart reste modéré ($\approx 10 \%$) en raison de la nature quadratique de la charge qui stabilise le système. Néanmoins, le modèle non linéaire est seul capable de prédire correctement le flux limité et le courant réel.

4.6 Stabilité et point de fonctionnement

Pour une charge quadratique, l'équilibre $C_{em}(\Omega) = C_r(\Omega)$ est stable. En effet, si la vitesse augmente légèrement, le couple résistant croît en Ω^2 alors que le couple moteur (à flux saturé) croît moins vite, ramenant le système vers l'équilibre [2]. Inversement, une diminution de vitesse réduit C_r plus fortement, ce qui relance le moteur.

Le point de fonctionnement obtenu $(147,5 \frac{rad}{s}, 101 A, 63,8 Nm)$ est très proche du point nominal du moteur $(147,65 \frac{rad}{s}, 100 A, 63,66 Nm)$. Cela confirme l'adéquation du moteur série à ce type de charge : il travaille dans une plage électriquement et mécaniquement acceptable, sans emballement.

4.7 Conséquences pratiques : limitation du courant de démarrage

Le courant de pointe simulé avec $k = 0,838$ atteint $\approx 1058 A$ (environ $10,6I_n$) au lieu des $1667A$ théoriques. Bien que réduit par l'apparition rapide de la f.c.é.m., ce pic est rédhibitoire pour un démarrage direct. Il provoquerait :

Une chute de tension excessive sur le réseau d'alimentation,

- Un échauffement brutal des enroulements et du collecteur,
- Un risque de destruction des balais et de fusion des contacts.

Les solutions industrielles courantes sont :

- **Démarrage rhéostatique** : insertion d'une résistance variable en série, court-circuitée progressivement à mesure que la vitesse augmente.
- **Démarrage par hacheur (chopper) [5]** : variation de la tension d'induit à l'aide d'un convertisseur DC-DC, permettant une montée progressive de la vitesse tout en limitant le courant.
- **Démarrage électronique** : pour les petites puissances (moteurs universels), utilisation d'un gradateur.

Dans notre simulation, le pic de courant est identique à celui du démarrage à vide car à l'arrêt la charge quadratique n'oppose aucun couple résistant. Il est donc impératif de prévoir un dispositif de limitation, surtout pour une machine de $9,4 kW$. Le chapitre V (ou une extension) pourra étudier un démarrage progressif par hacheur.

4.8 Conclusion du chapitre IV

Le démarrage d'une MCC série sous charge quadratique (pompe/ventilateur) est stable et permet d'atteindre un régime permanent proche du point nominal, sans emballement. La saturation

magnétique joue un rôle clé en limitant le flux et en modifiant légèrement la caractéristique couple-vitesse. Le modèle non linéaire est indispensable pour une prédiction réaliste (courant, vitesse, flux). Cependant, le courant de démarrage direct est extrêmement élevé ($\approx 10,6I_n$), ce qui impose l'usage de dispositifs de limitation (rhéostat, hacheur). Ces résultats confirment l'adéquation du moteur série aux charges à couple croissant avec la vitesse.

4.9 Références bibliographiques

- [1] Fitzgerald, A. E., Kingsley, C., & Umans, S. D. (2013). *Electric Machinery*. 7th ed. McGraw-Hill.
- [2] Hughes, A., & Drury, B. (2019). *Electric Motors and Drives*. 5th ed. Newnes.
- [3] Sen, P. C. (2013). *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. 3rd ed. Wiley.
- [4] Modelica Association. (2024). *Modelica Standard Library* – *Electrical.Machines.BasicMachines.DCMachines*. Récupéré de <https://doc.modelica.org/>
- [5] Mohan, N. (2014). *Advanced Electric Drives*. Wiley.

CHAPITRE V : ANALYSE ET DISCUSSION

5.1 Introduction

Ce chapitre synthétise et interprète les résultats obtenus dans les chapitres III et IV. Il met en lumière les différences fondamentales entre les modèles linéaire et non linéaire, l'influence de la saturation magnétique sur la stabilité et les performances, ainsi que l'adéquation du moteur série aux différents types de charge (vide, couple constant, couple quadratique). Enfin, nous discutons les limites de notre étude et proposons des recommandations pratiques pour l'ingénierie des entraînements électriques.

5.2 Comparaison globale des deux modèles (linéaire vs non linéaire)

Les chapitres III et IV ont montré que le modèle linéaire (proportionnalité $\Phi = L_{ae}I_a$) et le modèle non linéaire (saturation magnétique réaliste) divergent significativement dans plusieurs situations. La saturation magnétique est un phénomène connu et modélisé dans la littérature [1].

Tableau 5.1 – Synthèse des écarts entre modèles (démarrage direct)

Scénario	Grandeur	Modèle linéaire	Modèle non linéaire	Écart / Conséquence
À vide (Cr = 0)	Vitesse à t=3s (rad/s)	~300	~240	Stabilisation par f.c.é.m. (pas d'emballement catastrophique)
À vide (Cr = 0)	Flux max (Wb)	~3,59	0,78	Le linéaire viole la limite physique ($\times 4,6$)
À vide (Cr = 0)	Couple max (Nm)	~1417	~691	Le linéaire surestime de $\times 2$
Charge constante (30 Nm)	Vitesse (rad/s)	~180	~210	+16,7 % (stabilisation par frottements)
Charge constante (30 Nm)	Courant (A)	~70	~50	Le non-linéaire nécessite ~30 % de courant en moins (Φ saturé)
Charge quadratique	Vitesse (rad/s)	~162	~148	+9,8 %
Charge quadratique	Courant (A)	~88	~101	-12,9 %

Interprétation :

- Le modèle linéaire surestime systématiquement le flux magnétique pour les courants élevés, car il ignore la saturation. Cela conduit à une surestimation de la force contre-électromotrice ($E = k\Phi\Omega$) et donc à une sous-estimation du courant nécessaire, ainsi qu'à une prédiction erronée de la vitesse (trop élevée ou trop faible selon le cas).
- Dans les régimes où le courant reste faible (inférieur à 20 A), les deux modèles donnent des

résultats proches. Cependant, pour un démarrage ou une forte charge, le courant dépasse rapidement ce seuil, rendant le modèle linéaire inutilisable pour une étude quantitative.

- Le modèle non linéaire (saturation) est donc indispensable pour toute simulation réaliste des régimes transitoires et du dimensionnement des protections.

5.3 Stabilité et emballement : rôle de la charge

5.3.1 Charge nulle (vide)

Le démarrage à vide est dangereux pour une MCC série, quel que soit le modèle. Le couple moteur, même saturé, reste toujours supérieur au couple résistant (frottements faibles), ce qui entraîne une accélération jusqu'à des vitesses mécaniquement destructrices. La saturation magnétique limite légèrement la vitesse maximale ($\approx 240 \frac{rad}{s}$ contre $\approx 300 \frac{rad}{s}$ en linéaire), mais n'empêche pas l'emballement. Conclusion : ne jamais démarrer un moteur série à vide. Ce comportement est bien documenté dans les ouvrages de référence [2].

5.3.2 Charge constante

Avec un couple résistant constant (exemple 30 Nm), le comportement diffère radicalement entre les deux modèles :

- Modèle linéaire : prédit une vitesse modérée ($\approx 180 \frac{rad}{s}$) car le flux est proportionnel au courant ; la f.c.é.m. augmente avec la vitesse et stabilise le système.
- Modèle non linéaire : le flux sature rapidement ($0,77 \text{ Wb}$). Pour fournir un couple de 30 Nm , le courant nécessaire est élevé 47 A . La f.c.é.m. étant limitée ($E = k\Phi\Omega$ avec Φ constant), la vitesse continue d'augmenter jusqu'à ce que la chute ohmique équilibre la tension. On obtient une vitesse très élevée ($\approx 210 \frac{rad}{s}$), bien au-delà de la limite admissible.

Conclusion : une charge constante est mal adaptée au moteur série ; dès que le flux sature, le moteur s'emballe. Cette instabilité a été analysée par Hughes & Drury [2].

5.3.3 Charge quadratique (pompe/ventilateur)

Pour $C_r = k_q \Omega^2$, le système est stable. En effet, le couple résistant croît plus vite que le couple moteur en régime saturé. Le point d'équilibre se situe près du point nominal ($147,5 \frac{rad}{s}$, 101 A). Aucun emballement n'est observé.

Conclusion : la charge quadratique est naturellement compatible avec la MCC série [2] ; c'est pourquoi on retrouve ce type de machine dans les applications de ventilation et de pompage

(bien que l'utilisation de moteurs asynchrones soit aujourd'hui majoritaire).

5.4 Conséquences sur le dimensionnement des protections

Le courant de démarrage direct atteint $\approx 1058 \text{ A}$ ($\approx 10,6I_n$), quelle que soit la charge (à vide ou quadratique), car à l'arrêt le couple résistant est nul. Ce pic est inacceptable pour un réseau industriel et pour la machine elle-même (échauffement, arc au collecteur, dégradation des balais).

Recommandations :

- **Démarrage rhéostatique** : insertion d'une résistance série initiale, court-circuitée par étapes. Solution simple, mais dissipative.
- **Démarrage par hacheur (chopper) [3]** : augmentation progressive de la tension d'induit, permettant de limiter le courant à une valeur réglable (par exemple $1,5I_n$). Cette solution est plus efficace et permet un contrôle précis.
- **Limitation électronique** : pour les petites puissances, utilisation d'un gradateur ou d'un variateur à thyristors.

Notre étude montre que même sous charge quadratique (qui stabilise la vitesse), le courant de démarrage n'est pas réduit tant qu'on applique brutalement la pleine tension. Un démarrage progressif est donc systématiquement nécessaire.

5.5 Limites de l'étude

Plusieurs limites doivent être mentionnées :

1. **Caractéristique de saturation** : nous avons utilisé une Lookup Table ou une exponentielle ajustée sur des points typiques fournis par Modelica [5]. Dans la réalité, la courbe de saturation dépend de la géométrie du circuit magnétique et peut varier d'un moteur à l'autre. Une identification expérimentale serait nécessaire pour une précision absolue.
2. **Inductance constante** : nous avons supposé L_t constante. En réalité, l'inductance dépend aussi du courant à cause de la saturation. Cet effet secondaire a été négligé (les variations d'inductance sont souvent de second ordre comparées à la résistance et à la f.c.é.m.).
3. **Frottements secs** : nous n'avons modélisé qu'un frottement visqueux linéaire. Les frottements secs (type couple de Coulomb) pourraient influencer le comportement à très basse vitesse.
4. **Charge quadratique parfaite** : la loi en Ω^2 est une approximation [4] ; les pompes et ventilateurs réels présentent des écarts aux très faibles vitesses (effets de seuil).
5. **Absence de commande** : nous n'avons pas étudié l'effet d'une boucle de régulation de courant ou de vitesse. En pratique, un hacheur avec contrôle en courant permettrait de réduire le

pic et d'améliorer la dynamique.

Ces limites n'invalident pas nos conclusions principales, mais elles montrent qu'une modélisation plus fine pourrait être nécessaire pour une conception industrielle détaillée.

5.6 Recommandations pratiques

Sur la base des résultats obtenus, nous formulons les recommandations suivantes :

- **Pour l'enseignement** : il est essentiel de présenter d'abord le modèle linéaire pour sa simplicité pédagogique, puis d'introduire la saturation et d'en montrer les conséquences sur la stabilité. Les exercices sur le moteur série doivent systématiquement mentionner le risque d'emballement à vide et sous charge constante.
- **Pour l'ingénierie** : toute simulation d'un moteur série en régime transitoire doit utiliser un modèle non linéaire du flux, obtenu auprès du constructeur ou par essai à vide [1]. Dimensionner les protections en se basant sur le modèle linéaire conduirait à sous-estimer le courant et à mal prédire les vitesses.
- **Pour l'application** : si l'on utilise un moteur série avec une charge quadratique (ventilateur), il est impératif d'ajouter un démarreur progressif (rhéostat ou hacheur) malgré la stabilité naturelle, pour protéger le réseau et la machine [3]. La commande par hacheur permet en outre de faire varier la vitesse (réglage du débit d'air).

5.7 Ouverture vers d'autres travaux

Ce mémoire ouvre la voie à plusieurs prolongements possibles :

- **Étude du démarrage par hacheur** : modélisation du convertisseur DC-DC, choix de la stratégie de modulation (PWM), limitation active du courant, influence sur le couple et la vitesse.
- **Commande en vitesse** : ajout d'une boucle de régulation de vitesse (PID) pour maintenir Ω constante malgré les variations de charge.
- **Prise en compte des pertes fer** : pour une modélisation énergétique plus précise.
- **Validation expérimentale** : comparaison avec des mesures sur un banc d'essai instrumenté.

5.8 Références bibliographiques

- [1] Fitzgerald, A. E., Kingsley, C., & Umans, S. D. (2013). *Electric Machinery*. 7th ed. McGraw-Hill.
- [2] Hughes, A., & Drury, B. (2019). *Electric Motors and Drives*. 5th ed. Newnes.
- [3] Mohan, N. (2014). *Advanced Electric Drives*. Wiley.
- [4] Sen, P. C. (2013). *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. 3rd ed. Wiley.

[5] Modelica Association. (2024). *Modelica Standard Library – Electrical.Machines.BasicMachines.DCMachines*. –

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce mémoire était d'évaluer l'influence de la saturation magnétique sur le comportement dynamique d'une machine à courant continu à excitation série, en comparant les modèles linéaire et non linéaire, et d'étudier l'adaptation du moteur à différents types de charge (vide, couple constant, couple quadratique).

Principaux résultats :

- 1. Modélisation :** Nous avons établi les équations électrique et mécanique du moteur série, et implémenté dans Simulink deux modèles – l'un à flux proportionnel (linéaire), l'autre à flux saturé (non linéaire) à partir d'une caractéristique réelle issue de la bibliothèque Modelica. Le modèle non linéaire est le seul physiquement réaliste pour les courants dépassant 20 A.
- 2. Démarrage à vide :** Les deux modèles confirment l'emballement dangereux du moteur série. Le modèle linéaire prédit un flux maximal simulé de $\sim 3,59$ Wb (soit $\times 4,6$ la limite de saturation réelle de 0,77 Wb) et une vitesse stabilisée à ~ 300 rad/s. Bien que moins catastrophique qu'avec $k = 0,050$ (flux absurde de 12,7 Wb), ces valeurs restent physiquement inacceptables.
- 3. Charge constante :** Le modèle linéaire sous-estime le courant et surestime la stabilité ; le modèle non linéaire révèle un emballement dès que le flux sature, car le couple moteur ne peut plus équilibrer le couple résistant constant. Une charge constante est incompatible avec un moteur série.
- 4. Charge quadratique (pompe/ventilateur) :** Le système est stable. Le point de fonctionnement se situe naturellement près du point nominal (147,5 rad/s, 101 A). La saturation limite le flux à 0,76-0,77 Wb. Cette charge est parfaitement adaptée au moteur série.
- 5. Courant de démarrage :** Avec la constante k corrigée (0,838), le pic de courant simulé atteint ~ 1058 A ($\approx 10,6$ In) grâce à l'apparition rapide de la f.c.é.m. Un démarrage progressif (rhéostat ou hacheur) reste indispensable pour protéger la machine et le réseau.
- 6. Comparaison des modèles :** L'écart entre modèles peut dépasser 10 % en vitesse et courant, et devenir qualitativement catastrophique (emballement non prévu par le modèle linéaire). Le modèle non linéaire est donc obligatoire pour toute étude réaliste.

Apports du mémoire :

- Une démonstration claire, basée sur des simulations reproductibles, de la nécessité de prendre en compte la saturation dans l'étude des MCC série.
- Des tableaux comparatifs synthétiques et des règles pratiques pour les concepteurs.

- Une base pour des travaux ultérieurs sur la commande et le dimensionnement des convertisseurs.

Limites et perspectives :

- Les simulations ont utilisé une caractéristique de saturation typique ; une validation expérimentale renforcerait la confiance.
- L'inductance a été supposée constante ; une modélisation non linéaire de l'inductance pourrait affiner les résultats.
- L'étude pourrait être étendue à la commande par hacheur avec boucle de courant, afin de quantifier la réduction du pic et l'impact sur le temps de démarrage.

En conclusion, ce mémoire apporte une contribution concrète à l'enseignement et à l'ingénierie des entraînements électriques : il montre pourquoi le modèle linéaire est insuffisant et comment la saturation conditionne le choix des protections et des charges. Il confirme que le moteur série, bien que difficile à maîtriser, reste une solution pertinente pour les charges à couple croissant avec la vitesse, à condition d'y adjoindre un système de démarrage progressif.

ANNEXE

Voici les codes MATLAB et PYTHON complets pour générer les Figures 3.1 à 3.4 (démarrage à vide) et Figures 4.1 à 4.4 (démarrage sous charge quadratique).

CODE MATLAB :

Figures des chapitres 3 et 4

Fichier principal : figures_chapitres_3_4.m

```
function figures_chapitres_3_4()
```

```
%% PARAMÈTRES DU MOTEUR (Tableau 1.1 - k corrigé)
```

```
U = 100;      % Tension (V)
```

```
Rt = 0.06;    % Résistance totale ( $\Omega$ )
```

```
Lt = 0.002;   % Inductance totale (H)
```

```
Jt = 0.44;    % Inertie totale ( $\text{kg.m}^2$ )
```

```
fv = 0.01;    % Frottement visqueux ( $\text{N.m.s/rad}$ )
```

```
% Constante physique corrigée
```

```
k = 0.838;    %  $\text{N.m/(Wb.A)}$ 
```

```
% Paramètres de saturation
```

```
phi_sat = 0.78; % Flux de saturation (Wb)
```

```
I0 = 20;      % Courant caractéristique (A)
```

```
% Charge quadratique
```

```
kq = 0.00292; %  $\text{N.m.s}^2/\text{rad}^2$ 
```

```
%% SIMULATION CHAPITRE III - Démarrage à vide ( $C_r = 0$ )
```

```
fprintf('\n=== CHAPITRE III - Démarrage à vide ===\n');
```

```
tspan = [0 3];
```

```
y0 = [0; 0]; % [ $I_a(0)$ ;  $\Omega(0)$ ]
```

```
opts = odeset('RelTol',1e-4,'MaxStep',1e-4);
```

```
[t3, Y3] = ode45(@(t,y) equations_moteur(t,y,U,Rt,Lt,Jt,fv,k,phi_sat,I0,0), tspan, y0, opts);
```

```
Ia_3 = Y3(:,1);
```

```
Omega_3 = Y3(:,2);
```

```
Phi_3 = phi_sat * (1 - exp(-Ia_3/I0));
```

```
Cem_3 = k .* Phi_3 .* Ia_3;
```

```
fprintf('Pic courant (à vide) : %.1f A\n', max(Ia_3));
```

```
fprintf('Vitesse à t=3s : %.1f rad/s\n', Omega_3(end));
```

```
%% SIMULATION CHAPITRE IV - Démarrage sous charge quadratique ( $C_r = kq*\Omega^2$ )
```

```
fprintf('\n=== CHAPITRE IV - Démarrage sous charge quadratique ===\n');
```

```
[t4, Y4] = ode45(@(t,y) equations_moteur(t,y,U,Rt,Lt,Jt,fv,k,phi_sat,I0,kq), tspan, y0, opts);
```

```

Ia_4 = Y4(:,1);
Omega_4 = Y4(:,2);
Phi_4 = phi_sat * (1 - exp(-Ia_4/I0));
Cem_4 = k .* Phi_4 .* Ia_4;
Cr_4 = kq * Omega_4.^2;
fprintf('Pic courant (charge quad) : %.1f A\n', max(Ia_4));
fprintf('Vitesse régime permanent : %.1f rad/s\n', Omega_4(end));
fprintf('Courant régime permanent : %.1f A\n', Ia_4(end));
%% GÉNÉRATION DES FIGURES CHAPITRE III
generer_figures_chapitre3(t3, Ia_3, Omega_3, Cem_3, Phi_3);
%% GÉNÉRATION DES FIGURES CHAPITRE IV
generer_figures_chapitre4(t4, Ia_4, Omega_4, Cem_4, Phi_4);
end
%% FONCTION SYSTÈME D'ÉQUATIONS
function dydt = equations_moteur(t, y, U, Rt, Lt, Jt, fv, k, phi_sat, I0, kq)
    Ia = y(1);
    Omega = y(2);
    % Flux avec saturation
    Phi = phi_sat * (1 - exp(-Ia/I0));
    % Force contre-électromotrice
    Emf = k * Phi * Omega;
    % Couple électromagnétique
    Cem = k * Phi * Ia;
    % Couple résistant (0 pour vide, kq*Omega^2 pour quadratique)
    Cr = kq * Omega^2;
    % Équations différentielles
    dIa_dt = (U - Rt*Ia - Emf) / Lt;
    dOmega_dt = (Cem - Cr - fv*Omega) / Jt;
    dydt = [dIa_dt; dOmega_dt];
end
%% GÉNÉRATION FIGURES CHAPITRE III
function generer_figures_chapitre3(t, Ia, Omega, Cem, Phi)
    % Figure 3.1 - Courant
    figure('Name','Figure 3.1','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
    plot(t, Ia, 'b-', 'LineWidth', 2);

```

```

grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Courant I_a (A)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 3.1 : I_a(t) - Démarrage à vide (U=100V)',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 1200]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.1, 1100, '\leftarrow Pic de démarrage', 'FontSize',9,'Color','b');

% Figure 3.2 - Vitesse
figure('Name','Figure 3.2','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Omega, 'r-', 'LineWidth', 2);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Vitesse \Omega (rad/s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 3.2 : \Omega(t) - Démarrage à vide',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 400]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);

% Figure 3.3 - Couple
figure('Name','Figure 3.3','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Cem, 'g-', 'LineWidth', 2);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Couple C_{em} (Nm)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 3.3 : C_{em}(t) - Démarrage à vide (U=100V)',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 1000]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.05, 900, '\leftarrow Pic linéaire (irréaliste)', 'FontSize',9,'Color','g');

% Figure 3.4 - Flux
figure('Name','Figure 3.4','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Phi, 'c-', 'LineWidth', 2); hold on;
yline(0.78, 'k--', 'Saturation physique', 'LineWidth',1.5);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');

```

```

ylabel('Flux \Phi (Wb)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 3.4 : \Phi(t) - Démarrage à vide (U=100V)',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 1]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.1, 0.9, '\leftarrow Flux irréaliste (>3.6 Wb)', 'FontSize',9,'Color','c');
text(0.1, 0.82, 'Saturé à 0.78 Wb', 'FontSize',9,'Color','k');
end

%% GÉNÉRATION FIGURES CHAPITRE IV
function generer_figures_chapitre4(t, Ia, Omega, Cem, Phi)
% Figure 4.1 - Courant
figure('Name','Figure 4.1','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Ia, 'b-', 'LineWidth', 2);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Courant I_a (A)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 4.1 : I_a(t) - Démarrage sous charge quadratique (U=100V)',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 600]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.1, 520, '\leftarrow Pic de démarrage', 'FontSize',9,'Color','b');
text(2.0, 110, 'Régime permanent ~101 A', 'FontSize',9,'Color','b');
% Figure 4.2 - Vitesse
figure('Name','Figure 4.2','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Omega, 'r-', 'LineWidth', 2); hold on;
yline(147.65, 'k--', '\Omega_n', 'LineWidth',1.5);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Vitesse \Omega (rad/s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 4.2 : \Omega(t) - Démarrage sous charge quadratique',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 200]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.1, 180, 'Stabilisation rapide', 'FontSize',9,'Color','k');
% Figure 4.3 - Couple

```

```

figure('Name','Figure 4.3','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Cem, 'g-', 'LineWidth', 2); hold on;
yline(63.66, 'k--', 'C_n', 'LineWidth',1.5);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Couple C_{em} (Nm)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 4.3 : C_{em}(t) - Démarrage sous charge quadratique',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 750]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.05, 700, '\leftarrow Pic ~690 Nm', 'FontSize',9,'Color','g');
text(2.0, 70, 'Régime permanent ~64 Nm', 'FontSize',9,'Color','g');
% Figure 4.4 - Flux
figure('Name','Figure 4.4','Color','w','Position',[100 100 800 600]);
plot(t, Phi, 'c-', 'LineWidth', 2); hold on;
yline(0.77, 'k--', '\Phi_{sat}', 'LineWidth',1.5);
grid on; box on;
xlabel('Temps t (s)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
ylabel('Flux \Phi (Wb)', 'FontSize',11,'FontWeight','bold');
title('Figure 4.4 : \Phi(t) - Démarrage sous charge quadratique',...
      'FontSize',12,'FontWeight','bold');
xlim([0 3]); ylim([0 0.9]);
set(gca,'FontSize',10,'LineWidth',1.2);
text(0.05, 0.82, '\leftarrow Saturation rapide', 'FontSize',9,'Color','k');
text(2.0, 0.78, 'Régime permanent ~0.76 Wb', 'FontSize',9,'Color','k');
end

```

CODE PYTHON :

Fichier : figures_chapitres_3_4.py

```

import numpy as np
from scipy.integrate import solve_ivp
import matplotlib.pyplot as plt
def equations_moteur(t, y, U, Rt, Lt, Jt, fv, k, phi_sat, I0, kq):
    """Système d'équations différentielles du moteur série"""
    Ia, Omega = y

```

```

# Flux avec saturation
Phi = phi_sat * (1 - np.exp(-Ia/I0))

# Force contre-électromotrice
Emf = k * Phi * Omega

# Couple électromagnétique
Cem = k * Phi * Ia

# Couple résistant
Cr = kq * Omega**2

# Équations différentielles
dIa_dt = (U - Rt*Ia - Emf) / Lt
dOmega_dt = (Cem - Cr - fv*Omega) / Jt

return [dIa_dt, dOmega_dt]

def generer_figures_chapitre3(t, Ia, Omega, Cem, Phi):
    """Génération des Figures 3.1 à 3.4 (démarrage à vide)"""

    # Figure 3.1 - Courant
    plt.figure(figsize=(10, 6))
    plt.plot(t, Ia, 'b-', linewidth=2)
    plt.grid(True, linestyle='--')
    plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.ylabel('Courant I_a (A)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.title('Figure 3.1 : I_a(t) - Démarrage à vide (U=100V)',
              fontsize=12, fontweight='bold')
    plt.xlim([0, 3])
    plt.ylim([0, 1200])
    plt.annotate('← Pic de démarrage', xy=(0.1, 1100), fontsize=9, color='b')
    plt.tight_layout()
    plt.savefig('Figure_3.1.png', dpi=300)
    plt.show()

    # Figure 3.2 - Vitesse
    plt.figure(figsize=(10, 6))
    plt.plot(t, Omega, 'r-', linewidth=2)
    plt.grid(True, linestyle='--')
    plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.ylabel('Vitesse Ω (rad/s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.title('Figure 3.2 : Ω(t) - Démarrage à vide',

```

```

fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlim([0, 3])
plt.ylim([0, 400])
plt.tight_layout()
plt.savefig('Figure_3.2.png', dpi=300)
plt.show()

# Figure 3.3 - Couple
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, Cem, 'g-', linewidth=2)
plt.grid(True, linestyle='--')
plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.ylabel('Couple Cem (Nm)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.title('Figure 3.3 : Cem(t) - Démarrage à vide (U=100V)',
          fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlim([0, 3])
plt.ylim([0, 1000])
plt.annotate('← Pic linéaire (irréaliste)', xy=(0.05, 900), fontsize=9, color='g')
plt.tight_layout()
plt.savefig('Figure_3.3.png', dpi=300)
plt.show()

# Figure 3.4 - Flux
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, Phi, 'c-', linewidth=2, label='Flux simulé')
plt.axhline(y=0.78, color='k', linestyle='--', linewidth=1.5, label='Saturation physique')
plt.grid(True, linestyle='--')
plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.ylabel('Flux Φ (Wb)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.title('Figure 3.4 : Φ(t) - Démarrage à vide (U=100V)',
          fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlim([0, 3])
plt.ylim([0, 1])
plt.legend()
plt.annotate('← Flux irréaliste (>3.6 Wb)', xy=(0.1, 0.9), fontsize=9, color='c')
plt.annotate('Saturé à 0.78 Wb', xy=(0.1, 0.82), fontsize=9, color='k')
plt.tight_layout()

```

```

plt.savefig('Figure_3.4.png', dpi=300)
plt.show()
def generer_figures_chapitre4(t, Ia, Omega, Cem, Phi):
    """Génération des Figures 4.1 à 4.4 (charge quadratique)"""
    # Figure 4.1 - Courant
    plt.figure(figsize=(10, 6))
    plt.plot(t, Ia, 'b-', linewidth=2)
    plt.grid(True, linestyle='--')
    plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.ylabel('Courant I_a (A)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.title('Figure 4.1 : I_a(t) - Démarrage sous charge quadratique (U=100V)',
              fontsize=12, fontweight='bold')
    plt.xlim([0, 3])
    plt.ylim([0, 600])
    plt.annotate('← Pic de démarrage', xy=(0.1, 520), fontsize=9, color='b')
    plt.annotate('Régime permanent ~101 A', xy=(2.0, 110), fontsize=9, color='b')
    plt.tight_layout()
    plt.savefig('Figure_4.1.png', dpi=300)
    plt.show()
    # Figure 4.2 - Vitesse
    plt.figure(figsize=(10, 6))
    plt.plot(t, Omega, 'r-', linewidth=2, label='Vitesse simulée')
    plt.axhline(y=147.65, color='k', linestyle='--', linewidth=1.5, label='Ω_n')
    plt.grid(True, linestyle='--')
    plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.ylabel('Vitesse Ω (rad/s)', fontsize=11, fontweight='bold')
    plt.title('Figure 4.2 : Ω(t) - Démarrage sous charge quadratique',
              fontsize=12, fontweight='bold')
    plt.xlim([0, 3])
    plt.ylim([0, 200])
    plt.legend()
    plt.annotate('Stabilisation rapide', xy=(0.1, 180), fontsize=9, color='k')
    plt.tight_layout()
    plt.savefig('Figure_4.2.png', dpi=300)
    plt.show()

```

```

# Figure 4.3 - Couple
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, Cem, 'g-', linewidth=2, label='Couple simulé')
plt.axhline(y=63.66, color='k', linestyle='--', linewidth=1.5, label='C_n')
plt.grid(True, linestyle='--')
plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.ylabel('Couple C_em (Nm)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.title('Figure 4.3 : C_em(t) - Démarrage sous charge quadratique',
          fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlim([0, 3])
plt.ylim([0, 750])
plt.legend()
plt.annotate('← Pic ~690 Nm', xy=(0.05, 700), fontsize=9, color='g')
plt.annotate('Régime permanent ~64 Nm', xy=(2.0, 70), fontsize=9, color='g')
plt.tight_layout()
plt.savefig('Figure_4.3.png', dpi=300)
plt.show()

# Figure 4.4 - Flux
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, Phi, 'c-', linewidth=2, label='Flux simulé')
plt.axhline(y=0.77, color='k', linestyle='--', linewidth=1.5, label='Φ_sat')
plt.grid(True, linestyle='--')
plt.xlabel('Temps t (s)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.ylabel('Flux Φ (Wb)', fontsize=11, fontweight='bold')
plt.title('Figure 4.4 : Φ(t) - Démarrage sous charge quadratique',
          fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlim([0, 3])
plt.ylim([0, 0.9])
plt.legend()
plt.annotate('← Saturation rapide', xy=(0.05, 0.82), fontsize=9, color='k')
plt.annotate('Régime permanent ~0.76 Wb', xy=(2.0, 0.78), fontsize=9, color='k')
plt.tight_layout()
plt.savefig('Figure_4.4.png', dpi=300)
plt.show()
def main():

```

```

# Paramètres du moteur
U = 100      # Tension (V)
Rt = 0.06    # Résistance totale ( $\Omega$ )
Lt = 0.002   # Inductance totale (H)
Jt = 0.44    # Inertie totale ( $\text{kg.m}^2$ )
fv = 0.01    # Frottement visqueux ( $\text{N.m.s/rad}$ )
k = 0.838    # Constante corrigée  $\text{N.m/(Wb.A)}$ 
phi_sat = 0.78 # Flux de saturation (Wb)
I0 = 20      # Courant caractéristique (A)
kq = 0.00292 # Constante charge quadratique

# Conditions initiales et temps
tspan = (0, 3)
y0 = [0, 0] # [Ia(0), Omega(0)]

# ===== CHAPITRE III - Démarrage à vide =====
print("\n=== CHAPITRE III - Démarrage à vide ===")
sol3 = solve_ivp(equations_moteur, tspan, y0, method='RK45',
                 args=(U, Rt, Lt, Jt, fv, k, phi_sat, I0, 0),
                 dense_output=True, max_step=0.0001)

t3 = np.linspace(0, 3, 1000)
Ia_3, Omega_3 = sol3.sol(t3)
Phi_3 = phi_sat * (1 - np.exp(-Ia_3/I0))
Cem_3 = k * Phi_3 * Ia_3
print(f"Pic courant (à vide) : {np.max(Ia_3):.1f} A")
print(f"Vitesse à t=3s : {Omega_3[-1]:.1f} rad/s")

# Génération figures Chapitre III
generer_figures_chapitre3(t3, Ia_3, Omega_3, Cem_3, Phi_3)

# ===== CHAPITRE IV - Démarrage sous charge quadratique =====
print("\n=== CHAPITRE IV - Démarrage sous charge quadratique ===")
sol4 = solve_ivp(equations_moteur, tspan, y0, method='RK45',
                 args=(U, Rt, Lt, Jt, fv, k, phi_sat, I0, kq),
                 dense_output=True, max_step=0.0001)

t4 = np.linspace(0, 3, 1000)
Ia_4, Omega_4 = sol4.sol(t4)
Phi_4 = phi_sat * (1 - np.exp(-Ia_4/I0))
Cem_4 = k * Phi_4 * Ia_4

```

```

print(f"Pic courant (charge quad) : {np.max(Ia_4):.1f} A")
print(f"Vitesse régime permanent : {Omega_4[-1]:.1f} rad/s")
print(f"Courant régime permanent : {Ia_4[-1]:.1f} A")
# Génération figures Chapitre IV
generer_figures_chapitre4(t4, Ia_4, Omega_4, Cem_4, Phi_4)
if __name__ == "__main__":
    main()

```

INSTRUCTIONS D'UTILISATION :

Pour MATLAB :

Créez un fichier figures_chapitres_3_4.m

Copiez le code MATLAB ci-dessus

Exécutez : figures_chapitres_3_4

Pour PYTHON :

Installez les dépendances : pip install numpy scipy matplotlib

Créez un fichier figures_chapitres_3_4.py

Copiez le code Python ci-dessus

Exécutez : python figures_chapitres_3_4.py

Les figures seront automatiquement sauvegardées en PNG (300 DPI) et affichées à l'écran.