



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la
Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

Faculté de Sciences et de La Technologies Filière: Electromécanique

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

En:

Spécialité:

Thème

Analyse Cinématique pour manipulateurs SCARA à 4d.d.l

Devant le Jury composé de :

Présenté par:

Dr. Meziane Assia

Président

NAOUA Nader Adléne

Examineur

DIOUANE Mokhles

Examineur

GUEHEF Hacem

Encadreur

HAMIDI Ouail

2021-2022

Dédicace

A Toute Nos Familles

*Aucun langage ne saurait exprimer mon respect et ma considération pour
votre soutien et encouragements. Nous vous dédions ce travail en
reconnaissance de l'amour que vous nous offrez quotidiennement et votre
bonté exceptionnelle. Que Dieu le Tout Puissant vous garde et vous
procure santé et bonheur.*

Remercîment

*Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à notre encadreur de mémoire,
Dr. Assia Meziane pour le remerciens de nous avoir encadré, orienté,
aidé et conseillé.*

*Nous adressons notre sincères remerciements à tous les professeurs,
intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs
conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me
rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.*

*Nous remerciens nos très chers parents, qui ont toujours été là pour moi.
Et tous nos familles et amis.*

*À tous ces intervenants, nous présentons nos remerciements, nos respects et
notre gratitude.*

ISO : L'Organisation Internationale pour la Normalisation

IFR : la Fédération internationale de robotique

DDL : degrés de liberté

${}^i T_j$: matrice de transformation complete

J(q) : Matrice Jacoobienne

MCI : Modélisation cinématique inverse

MGI: Modélisation géométrique inverse

MGD:. Modélisation géométrique directe

Sommaire

Sommaire

Dédicace

Remercîment

Liste des symboles

Sommaire.....I

Liste des figures.....III

Liste des tableauxIII

IntroductionV

Chapitre I : Généralités sur les robots

1.1 Origine du mot robot	3
1.2. Définition d'un robot.....	3
1.3. Définition de la robotique.....	3
1.4. Histoire de la robotique	3
1.5. Définition des robots industriels.....	4
1.6. Types et caractéristiques.....	5
1.6.1. Robots articulés.....	5
1.6.2. Robots à coordonnées cartésiennes	5
1.6.3. Robots à coordonnées cylindriques.....	6
1.6.4. Robots à coordonnées sphériques	6
1.6.5. Robots SCARA	7
1.6.6. Robots Delta.....	7
1.7. Définition du robot SCARA.....	8
1.8. Applications industrielles	8
1.9. Structure de SCARA	9
1.10. Les caractéristiques de SCARA	9
1.10.1. Mouvement et équilibre	10
1.10.2. L'innovation au service du temps de fonctionnement	12
1.10.3 Exigences spécifiques	12

Chapitre II : Généralités sur les robots

2.1. Introduction :	14
2.2. Description des matrices de transformation:	14
2.3. Description d'un solide dans l'espace [11] :	17
2.4. Description d'une structure géométrique du robot [16] :	17
2.5. Modélisation géométrique :	19
2.5.1. Paramètre géométrique du robot SCARA série 4 ddl:	20
2.5.2. Modélisation géométrique directe (MGD).....	21
2.5.3. Modélisation géométrique inverse (MGI) :	23

Chapitre III : Généralités sur les robots

3.1. Modélisation Cinématique :	26
3.2. Modélisation cinématique inverse (MCI) :	26
3.3. Méthode de calcul de la matrice jacobienne du robot :	27
3.4. Matrice Jacobienne :	29

Conclusion.....	31
Références bibliographiques.....	33
Résumé	35

Liste des figures

Figure1.1 :Robot articulé	5
Figure1.2 :Robot articulé	5
Figure1.3:Robots à coordonnées cylindriques.....	6
Figure1.4 :Robots à coordonnées sphériques.....	6
Figure1.5 :Robots SCARA.....	7
Figure1.6 : Robots Delta	7
Figure1.7 : Structure de SCARA	9
Figure1.8 : Système d'équilibre	11
Figure 2.1 : transformation d'un repère à translation pure	15
Figure 2.2 : transformation d'un repère à translation pure,	16
Figure 2.3: robot a structure ouvert et simple	18
Figure 2.4 : Paramètre géométrique dans le cas d'une structure ouverte simple	18
Figure 2.5 : Modéliser et coordonner les cadres du manipulateur	20
Figure 2.6 : Structure de Robot Scara à 4d.d.l	24
Figure 3.1 : Robot Scara à 4d.d.l.....	27

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : les matrices de transformation à rotation pure	16
Tableau 2.2: Les paramètres Dinavit Hartenburg de Robot Scara à 4d.d.l.....	20

Introduction

Générale

L'utilisation des manipulateurs robotiques dans diverses applications est motivée par les besoins et les demandes en automatisation et les besoins industriels. Le contrôle des systèmes mécaniques, plus particulièrement les manipulateurs robotiques, est un domaine actif de la recherche appliquée. L'implantation de robots dans des ateliers, a mis en évidence différents problèmes liés à l'utilisation et à la gestion des sites robotisés, dont le manipulateur est l'un des composants. Afin de contribuer à la résolution et à la maîtrise de ces derniers, différents outils ont été développés dont l'objectif est d'apporter une aide à l'utilisateur ou au concepteur pour résoudre les problèmes qui se posent lors des différentes phases du travail, et qui concernent par exemple, le choix du robot en fonction des tâches visées, l'implantation de celui-ci dans un site et les méthodes de programmation. La recherche dans le domaine de la robotique peut-être subdivisée en deux parties essentielles : la modélisation et la commande. Plusieurs méthodes de modélisation et diverses techniques de commande ont été étudiées jusqu'à présent. [3]

Une partie importante des manipulateurs de robots industriels consiste à atteindre la position souhaitée et orientation de l'effecteur terminal ou de l'outil de manière à accomplir la tâche pré-spécifiée. Atteindre l'objectif indiqué ci-dessus, il faut avoir une bonne connaissance de la cinématique inverse.

Le problème de l'obtention d'une solution cinématique inverse a été sur le contour de divers chercheurs et est considéré comme un problème mûrement étudié et mûrement réfléchi. Il existe de nombreux domaines d'application des robots manipulateurs pour exécuter les tâches données . Par conséquent, les manipulateurs de robots industriels doivent avoir une bonne la connaissance de ses variables articulaires ainsi que la compréhension des paramètres cinématiques. le mouvement de l'organe terminal ou du manipulateur est contrôlé par leur actionneur commun et ceci produit le mouvement requis dans chaque articulation. Par conséquent, le contrôleur doit toujours fournir une valeur précise des variables articulaires analogues à la position de l'organe terminal. Même bien que les robots industriels soient à un stade avancé, certains des problèmes de base la cinématique n'est toujours pas résolue et constitue un axe de recherche actif. Parmi ceux-ci problèmes non résolus, le problème de cinématique directe pour mécanisme parallèle et inverse la cinématique pour les chaînes en série constitue une part décente du domaine de recherche. L'avant la cinématique du manipulateur de robot est un problème plus simple et il a une forme unique ou fermée. La

cinématique avant peut être donnée par la conversion de l'espace articulaire en Espace cartésien du manipulateur. D'autre part, la cinématique inverse peut être déterminé par la conversion de l'espace cartésien en espace articulaire. La cinématique inverse du robot manipulateur ne fournit pas la solution de forme fermée. Ainsi, industriel le manipulateur peut réaliser une tâche ou une position d'effecteur souhaitée dans plus d'une configuration. Par conséquent, pour obtenir une solution exacte des variables conjointes a été la principale préoccupation des chercheurs. [2]

- L'organisation de la thèse :

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire s'articule en quatre chapitres. Le premier chapitre présente généralités sur les robots. Le deuxième chapitre est consacré à la Modélisation Géométrique de Robot SCARA à 4 d.d.l Nous avons fait une Description des matrices de transformation ; puis nous avons fait une description d'une structure géométrique du robot Le troisième chapitre consiste à la méthode de calcul de la matrice jacobienne du robot.

Le quatrième chapitre étudie l'espace de travail, et l'espace opérationnel.

On termine ce mémoire par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur les robots

1.1 Origine du mot robot

Le terme de « robot » est dérivé du Tchèque robota (travail), est apparu pour la première fois en 1920 dans la pièce de théâtre de Karel Capek dans laquelle un androïde conçu par un savant était capable d'accomplir tous les travaux. [1]

1.2. Définition d'un robot

Appareil automatique capable de manipuler des objets ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe, modifiable ou adaptable. [2]

Etant donné les développements rapides de la robotique, Nous nous contentons de citer la définition de la norme ISO et celle la fédération internationale de la robotique.

La norme ISO 8373 robots et composants robotiques définient le robot comme étant « Un mécanisme programmable actionné sur au moins deux axes avec un degré d'autonomie, se déplaçant dans son environnement pour exécuter des tâches prévues.»

Le Federation international de la robotique définit le robot comme étant « A robot is an actuated mechanism programmable in two or more axes with a degree of autonomy, moving within its environment to perform intended tasks >>

1.3. Définition de la robotique

La branche de la technologie qui traite la conception, la construction, l'exploitation et l'application des robots. [3]

La robotique est une activité multidisciplinaire visant l'étude de la conception et la construction de robots ou plus simplement de machines automatiques. Sa pratique réunie des savoir-faire des techniques, des connaissances scientifiques dans les domaines de l'électronique, de l'informatique et de la mécanique.

1.4. Histoire de la robotique

De l'Homme préhistorique qui s'empresse d'inventer des extensions technologiques de ses membres afin de faciliter son travail. Un des rêves essentiels de l'homme est de créer une machine intelligente à son image. Ce rêve fait désormais partie de la réalité frappante de notre monde.

- Seconde Guerre Mondiale: développement des servomécanismes.

- Années 1950 : Développement de manipulateurs « maître-esclave »). Contrôlés à distance pour manipuler des substances radioactives.
- 1956: C. Devol introduit un brevet délivré en 1961 intitulé «Dispositif articulé programmé du transfert».
- 1961: Les travaux de Devol et d'Engelberger conduisent au premier robot industriel construit par la société Unimation Inc. Le point clé du système est d'utiliser un ordinateur en conjonction avec un manipulateur.
- Unimation Inc. délivre 66 machines entre 1966 et 1971.
- 1968-1969: Début de recherches intensives sur les robots contrôlés par ordinateur, par exemple au MIT (Boston arm) et à San Francisco (Stanford arm).
- 1971: Création de la JIRA au Japon.
- 1975: Création de la RIA aux USA.
- 1974: Joe Engelberger prévoit un chiffre d'affaires de 3 milliards de \$ en robotique.
- 1990: Prévisions réalisées, mais ... 70% du marché est contrôlé par le Japon. Les progrès en sciences cognitives et ceux réalisés dans la compréhension du vivant ouvrent également la porte à de nouvelles avancées sur les capacités d'apprentissage et d'intelligence d'entités artificielles, Ces applications de la robotique de service sont très larges car elles peuvent couvrir des domaines très variés du monde professionnel (agriculture, médical, nettoyage.) et du monde grand public (jeux, éducation). [4]

1.5. Définition des robots industriels

Un robot industriel est un système de robot utilisé pour la fabrication. Les robots industriels sont automatisés, programmables et capables de se déplacer sur trois axes ou plus.

Les applications typiques des robots comprennent le soudage, la peinture, l'assemblage, le démontage, le prélèvement et le placement de cartes de circuits imprimés, l'emballage et l'étiquetage, la palettisation, l'inspection et les tests de produits ; le tout accompli avec une endurance, une vitesse et une précision élevées. Ils peuvent aider à la manutention du matériel.

En 2020, environ 1,64 million de robots industriels étaient en service dans le monde selon la Fédération internationale de robotique (IFR). Les robots sont une sorte de technologie qui est utilisée de nos jours, ils sont entrés dans tous les domaines tels que l'agriculture, l'industrie, la médecine, la technologie, les voyages.

1.6. Types et caractéristiques

Il existe six types de robots industriels :

1.6.1. Robots articulés

Les robots articulés sont les robots industriels les plus courants. Ils ressemblent à un bras humain, c'est pourquoi ils sont aussi appelés bras robotique ou bras manipulateur. Leurs articulations à plusieurs degrés de liberté permettent aux bras articulés une large gamme de mouvements.



Figure.1.1 :Robot articulé

1.6.2. Robots à coordonnées cartésiennes

Les robots cartésiens, aussi appelés rectilignes, robots portiques et robots x-y-z possèdent trois articulations prismatiques pour le déplacement de l'outil et trois articulations rotatives pour son orientation dans l'espace.

Pour pouvoir déplacer et orienter l'organe effecteur dans toutes les directions, un tel robot a besoin de 6 axes (ou degrés de liberté). Dans un environnement bidimensionnel, trois axes suffisent, deux pour le déplacement et un pour l'orientation. [4]

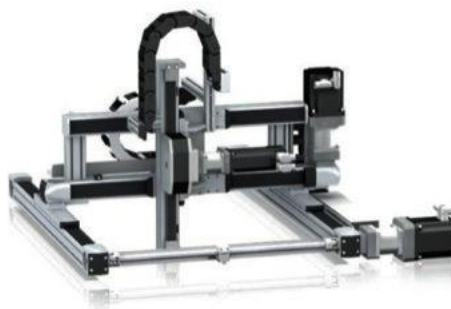


Figure1. 2:Robot articulé

1.6.3. Robots à coordonnées cylindriques

Les robots à coordonnées cylindriques se caractérisent par leur articulation rotative à la base et au moins une articulation prismatique reliant ses biellettes. Ils peuvent se déplacer verticalement et horizontalement en glissant. La conception compacte de l'effecteur permet au robot d'atteindre des espaces de travail restreints sans aucune perte de vitesse.

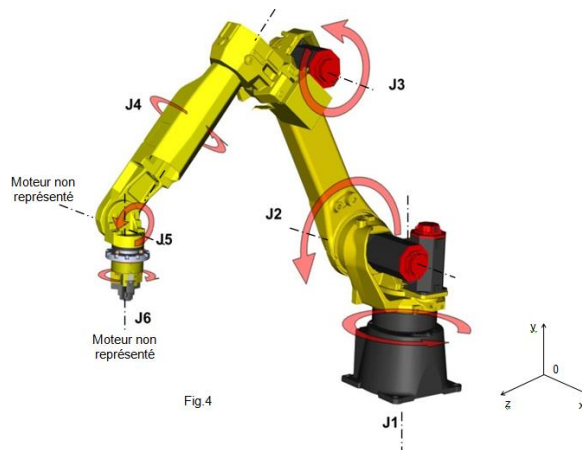


Figure1.3:Robots à coordonnées cylindriques

1.6.4. Robots à coordonnées sphériques

Les robots à coordonnées sphériques n'ont que des joints rotatifs. C'est l'un des premiers robots à avoir été utilisé dans des applications industrielles. Ils sont couramment utilisés pour l'entretien des machines dans le moulage sous pression, l'injection et l'extrusion de plastique et pour le soudage. [1] [3]



Figure1. 4:Robots à coordonnées sphériques

1.6.5. Robots SCARA

SCARA est l'acronyme de Selective Compliance Assembly Robot Arm. Les robots SCARA se reconnaissent à leurs deux articulations parallèles qui assurent le mouvement dans le plan X-Y. Les arbres rotatifs sont positionnés verticalement au niveau de l'effecteur.

Les robots SCARA sont utilisés pour les travaux nécessitant des mouvements latéraux précis. Ils sont idéaux pour les applications d'assemblage. [4]



Figure1.5 :Robots SCARA

1.6.6. Robots Delta

Les robots Delta sont également appelés robots à liaison parallèle. Ils sont constitués de liaisons parallèles reliées à une base commune. Les robots Delta sont particulièrement utiles pour les tâches de contrôle direct et les opérations de manœuvres importantes (telles que les tâches rapides de prise et de placement). Les robots Delta tirent parti des systèmes de liaison à quatre barres ou parallélogramme.

De plus, les robots industriels peuvent avoir une architecture série ou parallèle. [4]



Figure1.6 : Robots Delta

1.7. Définition du robot SCARA

Le SCARA est un type de robot industriel. L'acronyme signifie Selective Compliance Assembly Robot Arm ou Selective Compliance Articulated Robot Arm.

En vertu de la disposition des articulations à axe parallèle du SCARA, le bras est légèrement souple dans la direction X-Y mais rigide dans la direction Z, d'où le terme : conformité sélective. Ceci est avantageux pour de nombreux types d'opérations d'assemblage, c'est-à-dire l'insertion d'une broche ronde dans un trou rond sans liaison.

Le deuxième attribut du SCARA est la disposition des bras articulés à deux liaisons similaires aux bras humains, d'où le terme souvent utilisé, Articulé. Cette caractéristique permet au bras de s'étendre dans des zones confinées, puis de se rétracter ou de se "plier" hors du chemin. Ceci est avantageux pour le transfert de pièces d'une cellule à une autre ou pour le chargement ou le déchargement de stations de traitement fermées.

Les SCARA sont généralement plus rapides que les systèmes robotiques cartésiens comparables. Leur montage sur socle unique nécessite un faible encombrement et offre une forme de montage facile et sans entrave. D'autre part, les SCARA peuvent être plus chers que les systèmes cartésiens comparables et le logiciel de contrôle nécessite une cinématique inverse pour les mouvements interpolés linéaires. Cependant, ce logiciel est généralement fourni avec le SCARA et est généralement transparent pour l'utilisateur final.

Sankyo Seiki, Pentel et NEC ont présenté le robot SCARA comme un tout nouveau concept de robots d'assemblage en 1981. Le robot a été développé sous la direction de Hiroshi Makino, professeur à l'Université de Yamanashi. Son bras était rigide dans l'axe Z et pliable dans les axes XY, ce qui lui permettait de s'adapter aux trous des axes XY. [5]

1.8. Applications industrielles

Il y a de nombreuses applications pour ce type de robots : ils sont utilisés pour le secteur pharmaceutique et médical (pour le packaging précis et rapide) et dans l'industrie automobile, pour l'assemblage complexe... [5]

1.9. Structure de SCARA

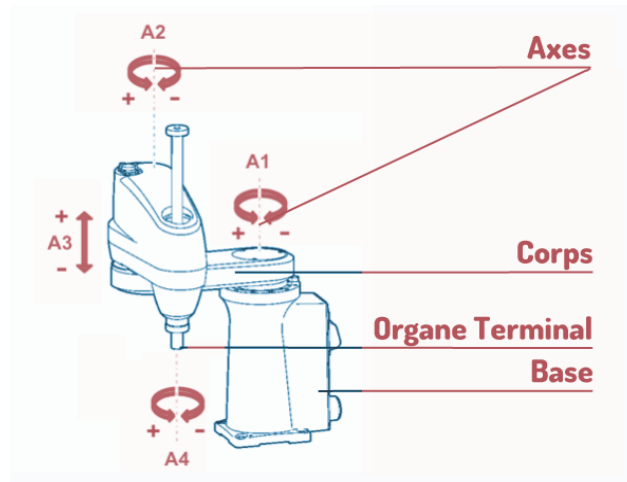


Figure1. 7: Structure de SCARA

La structure de base du robot SCARA est une chaîne d'éléments (bras) rigides reliés par des liaisons articulées (pivot) parallèles, à axes verticaux. Certains SCARA peuvent faire un mouvement de translation linéaire le long de l'axe de la base et peuvent également avoir un mouvement vertical du poignet attaché à l'élément d'extrémité.

La structure à axes parallèles de SCARA le rend flexible ou conforme dans les directions X et Y et rigide dans la direction verticale ou Z. Le nom de SCARA n'est dérivé de cette manière qu'en étant sélectivement conforme. Une telle structure rend SCARA adapté aux opérations de pick-and-insert utilisées principalement dans l'assemblage de circuits et de dispositifs électroniques. [6]

1.10. Les caractéristiques de SCARA

Les robots SCARA peuvent automatiser et accélérer les processus de report de composants et d'assemblage de petites pièces, par exemple le transfert entre différentes étapes de production, le vissage et la distribution. Ils sont également capables d'effectuer des tests de fonctionnement comme l'activation de boutons.

À l'instar de toutes les technologies antérieures d'automatisation industrielle, les robots apportent une valeur ajoutée en améliorant la productivité et en réduisant les coûts de fonctionnement. Pour garantir un retour sur investissement satisfaisant, les projets industriels doivent concilier une vitesse et un temps de cycle optimaux tout en veillant à ce que la précision, la répétabilité et la fiabilité soient constantes. [6]

En parallèle, les fonctions et les performances des robots SCARA ne cessent de progresser. Les nouveaux modèles permettent à des robots plus petits de traiter des projets de plus grande ampleur, avec des déplacements plus rapides et un temps de cycle qui reste court. Les systèmes de vision sont désormais prêts à l'utilisation, ce qui simplifie l'intégration et la programmation. Enfin, de nouvelles fonctions viennent réduire l'usure mécanique et faciliter la maintenance. Pour bien comprendre ces avancées, observons de près les robots SCARA modernes. [6]

1.10.1. Mouvement et équilibre

Les innovations portant sur l'amélioration du contrôle du mouvement de la pointe contribuent à améliorer la vitesse et la précision du positionnement. En effet, le processus de report de composant exige que le mouvement vertical, ou de l'axe Z, ainsi que le mouvement rotatif, de l'axe R, soient parfaitement contrôlés.

Historiquement, c'est une vis-mère actionnée par un moteur à engrenage vertical qui contrôle le mouvement en Z, tandis que l'axe R est actionné par une courroie depuis le moteur à arbre tournant. Les deux transmissions par courroie peuvent désormais être remplacées par des entraînements directs afin d'éliminer toute usure et tout risque de rupture ou d'étirement des courroies. La précision à long terme s'en trouve allongée et la maintenance réduite. Yamaha a ainsi mis au point un mécanisme d'entraînement direct par vis à billes pour contrôler l'axe Z sans courroie. C'est là le fruit de son expérience en matière de robots à axe unique, et de l'association d'un moteur creux et d'un réducteur de vitesse coaxial qui aide à la maîtrise du mouvement de l'axe R .

Non seulement le moteur creux et le réducteur garantissent la précision et la durée de vie de l'entraînement sans courroie, mais ils permettent aussi une vitesse de rotation sur l'axe R plus élevée avec de fortes charges qui entraînent un décalage important. Contrairement à un axe R conventionnel à courroie, qui doit décélérer pour placer les charges qui présentent un grand moment d'inertie, la transmission sans courroie tolère un moment d'inertie supérieur car l'axe de rotation de la pointe correspond directement au réducteur de vitesse.

Par ailleurs, l'optimisation des rapports d'entraînement assure une vitesse de rotation et un mouvement x-y maximum sur toute la zone de travail de la machine, d'où une réduction du temps de cycle. Cette nouveauté est particulièrement intéressante pour les processus impliquant des transferts d'objets sur de longues distances. [7]

Les robots SCARA actuels, dotés d'une transmission sans courroie, affichent une longueur de bras allant jusqu'à 1 200 mm ainsi qu'une charge utile maximale de près de 50 kg. Les plus petits modèles vont jusqu'à 120 mm, pour une charge utile totale d'un kilo. Leurs utilisateurs s'en servent pour configurer des cellules d'assemblage compactes et haute performance dans des espaces restreints.

En cas de manque d'espace, les robots SCARA orbitaux montés au plafond permettent d'accéder à n'importe quel emplacement dans l'enveloppe de travail ci-dessous (Schéma 2), offrant ainsi plus de liberté pour réduire l'empreinte de production. [7]

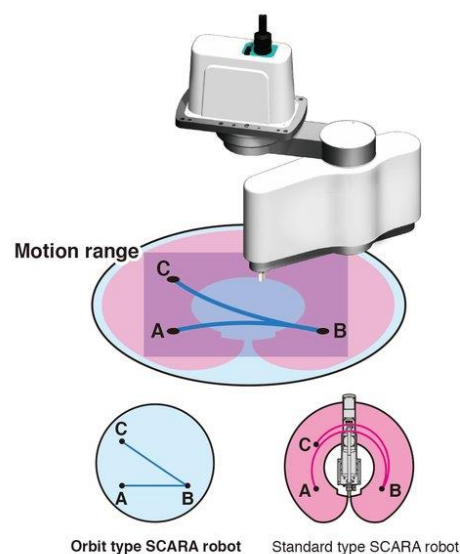


Figure1.8 : Système d'équilibre.

Avec les robots SCARA orbitaux, la répartition optimale des masses est essentielle pour atteindre une vitesse de déplacement élevée quelle que soit la charge. Yamaha utilise des matériaux légers et tire profit de son savoir-faire en matière de moteur creux et d'entraînement, ce qui, en plus du positionnement optimisé du moteur en interne, permet un temps de cycle moyen de 0,29 secondes pour déplacer une charge d'1 kg sur 300 mm à l'horizontale et 25 mm à la verticale, soit un gain de 36 % par rapport aux modèles précédents. La charge utile maximale est de 5 kg.

Outre ces avantages liés à un meilleur équilibre et à une inertie plus faible, on note une pression réduite exercée sur le support de montage à installer pour soutenir le robot. Le gain de poids et la conception simplifiée sont alors synonymes d'économies et de facilité d'installation en usine. [7]

1.10.2. L'innovation au service du temps de fonctionnement

La précision de placement à long terme et la résistance aux contaminants environnementaux comme l'humidité, la poussière et la graisse peuvent être renforcées en remplaçant les encodeurs optiques par des résolveurs de position magnétiques. Ces derniers supportent par nature les chocs et le bruit électrique, contrairement aux encodeurs optiques. De plus, la structure des résolveurs magnétiques est simple, avec un minimum de composants électroniques, d'où leur grande fiabilité et leur tenue à haute température. En outre, le soin apporté à simplifier la maintenance allonge significativement la durée de fonctionnement des équipements. Les panneaux peuvent être retirés facilement, sans avoir à toucher au câblage ni aux conduites, ce qui permet d'effectuer rapidement l'entretien de routine ou les réparations. Enfin, les dernières formules de graisses longue durée évitent de perdre du temps à démonter et lubrifier les machines pendant toute leur durée de vie.

1.10.3 Exigences spécifiques

Pour finir, de nouvelles configurations peuvent être étudiées pour satisfaire des demandes spécifiques. Des robots SCARA inverses sont spécialement conçus pour soulever la pièce de travail par-dessous, ce qui évite la contamination par d'éventuelles particules (poussière, humidité) accumulées sur la surface du robot. Il existe également des robots SCARA de chambre blanche fonctionnant sans courroie pour prévenir toute contamination due à l'usure de la courroie, et dotés d'un mécanisme d'aspiration intégré à l'arrière de la machine pour éviter l'émission de poussière. [5] [6] [7]

Chapitre II

Modélisation Géométrique

de Robot Scara à 4 d.d.l

2.1. Introduction :

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que [16] :

Les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement,
- Les modèles cinématiques directes et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction de la vitesse articulaire et inversement,
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

Avant de commencer la modélisation dans ce chapitre nous présenterons les divers outils mathématiques utiles pour modéliser les mouvements des corps solides dans l'espace. [8]

2.2. Description des matrices de transformation:

La représentation d'une matrice de dimension 4x4, noté ${}^i T_j$, appelée matrice de transformation homogène est basée sur les coordonnées homogènes soit :

- Représentation d'un point : une transformation homogène, la représentation d'un point se fait

par une matrice colonne : $\mathbf{p} = (X_x X_y X_z \mathbf{1})^T$

- Représentation d'une direction : Cette représentation se fait par quatre composantes, quoique

la quatrième soit nulle. $\mathbf{u} = (u_x u_y u_z \mathbf{0})^T$

Pour une matrice de transformation complète d'un repère $\mathbf{R}_j$ ayant subi des rotations et des translations par rapport un repère $\mathbf{R}_i$, il est possible d'utiliser une écriture générale. Cette écriture prend en compte les différents vecteurs (s, n, a) de la matrice de passage[8].

$${}^i T_j = [{}^i s_j, {}^i n_j, {}^i a_j, {}^i p_j] = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 2.01$$

La matrice de transformation complète ${}^i T_j$ résulte par un vecteur (3x1) de translation ${}^i P_j$ et une matrice (3x3) de rotation soit :

$${}^i T_j = [{}^i s_j, {}^i n_j, {}^i a_j, {}^i P_j] = \begin{bmatrix} {}^i A_j & {}^i P_j \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad 2.02$$

Où ${}^i s_j$, ${}^i n_j$ et ${}^i a_j$ de la matrice ${}^i A_j$ désignent respectivement les vecteurs unitaire suivant les axes x_j, y_j et z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i et ${}^i P_j$ est l'origine de repère R_j exprimés dans le repère R_i .

Les éléments de la matrice ${}^i A_j$ sont appelés **cosinus directeurs**, car ils représentent les coordonnées des trois vecteurs de la base R_j exprimés dans R_i . Par définition, les colonnes de R sont orthogonales entre elles et par conséquent la connaissance de deux colonnes suffit. [9]

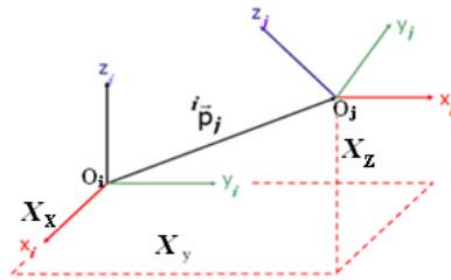
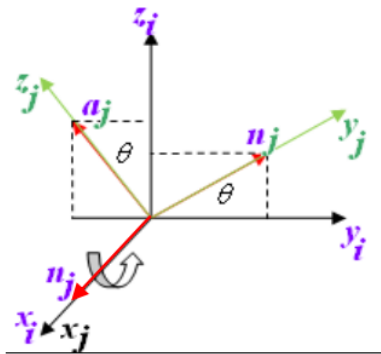


Figure 2.1 : transformation d'un repère à translation pure, [16].

- **Matrice de transformation à rotation pure autour des axes principaux :** Soient $\text{Rot}(x, \theta)$, $\text{Rot}(y, \theta)$ et $\text{Rot}(z, \theta)$ qui sont des rotations (les figures ci-dessous), les composants des vecteurs unitaires ${}^i s_j$, ${}^i n_j$ et ${}^i a_j$ portés respectivement par les axes x_j , y_j et z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i . [9]

Rotation autour axe x

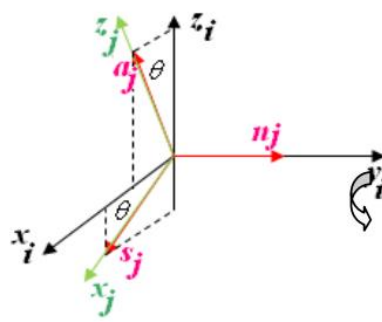


${}^i T_j = \text{Rot}(x, \theta)$, est égale :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

axe z

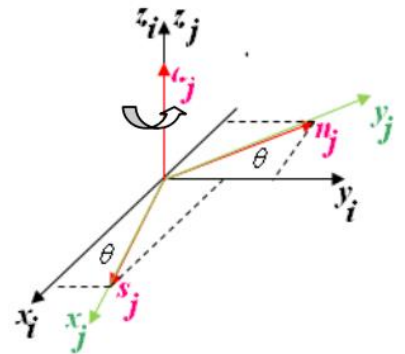
Rotation autour axe y



${}^i T_j = \text{Rot}(y, \theta)$ est égale :

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotation autour



${}^i T_j = \text{Rot}(z, \theta)$ est égale

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tableau 2.1 : les matrices de transformation à rotation pure

➤ **Matrice de transformation à translation pure :**

Soit $\text{Trans}(a, b, c)$ une transformation a , b , et c qui désigne respectivement une translation le long des axes x , y , et z . [10]

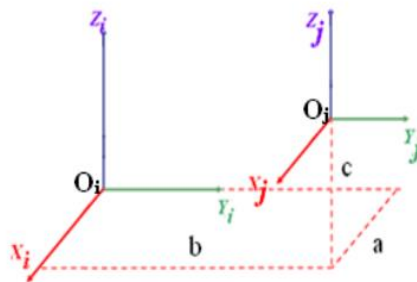


Figure 2.2 : transformation d'un repère à translation pure, [16]

Soit :

$${}^i T_j = Trans(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.03)$$

2.3. Description d'un solide dans l'espace [11] :

Un solide **S** est dit indéformable si pour toute paire de points de ce solide de coordonnées

m et n , $\|m(t) - n(t)\| = \|m(0) - n(0)\|$ est constante au cours du temps.

La situation d'un solide **S** est donnée par trois coordonnées de position plus trois de l'orientation d'un repère **R** lié à ce solide par rapport à autre repère référence.

a. Les coordonnées de rotation :

Il existe plusieurs représentations soit, les angles d'Euler, les angles de Roulis-Tangage Lacet, soit les paramètres d'Euler ou soit les cosinus directeurs «angle autour d'un axe unitaire». Quelle que soit la représentation utilisée, ces quatre paramètres permettent de définir une matrice de rotation unique. [11]

Les coordonnées de Position :

Ces coordonnées peuvent être définies par les coordonnées cartésiennes, sphériques ou cylindriques. Le choix des coordonnées est fonction des caractéristiques du manipulateur et de celles de la tâche réalisée.

2.4. Description d'une structure géométrique du robot [16] :

On suppose que le robot est constitué d'une chaîne de $n+1$ corps solide ($Cr_0 Cr_1 \dots Cr_n$). Le corps Cr_0 désigne la base du robot et Cr_n désigne le corps qui porte l'organe terminal. Ces corps sont liés entre eux par des articulations rotoïdes ou prismatiques. A chaque corps j , on associe un repère orthonormé R_j . Les repères sont numérotés de **0** à **n**. La $j^{\text{ème}}$ articulation, dont la position est notée q_j , au point qui relie les corps (Cr_{j-1}) avec le corps Cr_j .

Les angles de rotation ou les longueurs de translation des différentes articulations sont appelés coordonnées articulaires de dimension **n**, leurs paramètres constituent le vecteur de configuration articulaires :

$$q = (q_1 \dots q_n)^T$$

La situation **P** de l'OT (l'Organe Terminal) du bras manipulateur est alors définie par m coordonnées indépendantes dites coordonnées opérationnelles de dimension $m \leq 4$, appelées espace opérationnel. On note [20] :

$$P = (X_1 X_2 \dots X_m)^T$$

La méthode la plus répandue pour la description des paramètres géométriques d'un robot à chaîne ouverte est celle de la formalisation de Denavit-Hartenberg (DH) modifiée par Khalil-Kleinfinger cette formalisation basée sur les paramètres suivants [12] :

- La variable d'articulation j est noté q_j .
- Le corps j est noté Cr_j .
- Les paramètres qui permettent de définir R_j par rapport au repère antécédent soient indices(j).
- Le repère R_j est lié au corps Cr_j , est défini de telle sorte que :
- L'axe Z_j du repère R_j est porté par l'axe de l'articulation j .
- L'axe X_j du repère R_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes R_j et R_{j+1}
- Le passage R_{j-1} à R_j est exprimé en fonction des quatre paramètres suivants :

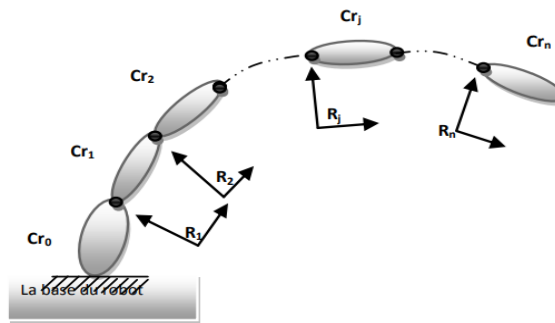


Figure 2.3: robot a structure ouvert et simple [16].

- α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j correspondant à une rotation autour X_{j-1} .
- d_j : distance entre Z_{j-1} et Z_j le long de X_{j-1} .
- θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j correspondant à une rotation autour Z_{j-1} .
- r_j : Distance entre X_{j-1} et X_j le long de Z_{j-1} .

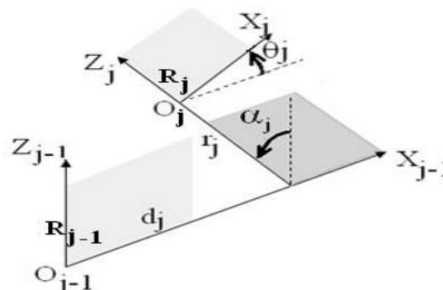


Figure 2.4 : Paramètre géométrique dans le cas d'une structure ouverte simple, [12].

Le variable d'articulation q_j associée à la $j^{\text{ème}}$ articulation est soit θ_j ou r_j respectivement articulation de type rotoïde ou prismatique, qui se traduit par la relation :

$$\bar{\sigma}_j = 1, \sigma_j = 0 \quad (2.04)$$

Le coefficient binaire σ_j et son conjugué $\bar{\sigma}_j = 1 - \sigma_j$ définissent le type de la $j^{\text{ème}}$ liaison :

$\sigma_j = 0 \Rightarrow \bar{\sigma}_j = 1$ Si articulation rotoïde.

$\sigma_j = 1$ Si articulation prismatique

Nous avons montré les différentes transformations homogènes dans une structure mécanique ouverte, qu'il s'agisse d'une notation pratique pour exprimer les transformations de repères usuelle. Cela est à la base de toute modélisation des éléments géométriques constituant le robot et son entérinement. [13]

2.5. Modélisation géométrique :

Le modèle géométrique donne la relation entre les variables opérationnelles, X , représentant la position/orientation de l'organe terminal et les variables articulaires q qui représentent les translations et les rotations des liaisons articulaires du robot. Le vecteur des variables opérationnelles défini par la matrice :

$$X = [P_x \ P_y \ P_z \ S_x \ S_y \ S_z \ n_x \ n_y \ n_z \ a_x \ a_y \ a_z]$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \quad (2.05)$$

Est le vecteur position de l'origine du repère lié à l'organe terminal par rapport au repère fixe :

$$R(O_0 ; x_0, y_0, z_0)$$

Et

$$A = [s \ n \ a] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix} \quad (2.06)$$

$A = [s \ n \ a]$ est la matrice d'orientation de l'organe terminal exprimée par les cosinus directeurs voir paragraphe 4.1.1.

Le modèle géométrique direct donne les variables opérationnelles X en fonction des variables articulaires q : $X = f(q)$.

Le modèle géométrique inverse donne les variables articulaires q en fonction des variables opérationnelles X :

$$q = f^{-1}(X).$$

Pour déterminer ces modèles, nous lions à chaque corps solide de la structure un repère : $R(O_j, x_j, y_j, z_j)$ en respectant à la convention de Khalil-Kleinfinger, pour déterminer les paramètres géométriques du robot, les origines de tous les repères sont prises au centre des articulations de la structure. [13]

2.5.1. Paramètre géométrique du robot SCARA série 4 ddl:

Dans notre travail, l'étude faite sur les deux structures proposées dans le chapitre 3, porteur SCARA avec un poignet concourant et avec poignet non concourant. En utilisant la notation de Khalil-Kleinfinger pour déterminer les paramètres géométriques, on procède dans une première étape à la définition des repères fixes par rapport à chaque corps. Dans la deuxième étape, nous calculons les matrices de changement de repères. La figure 4.5 montre le schéma cinématique de ces robots et l'affectation des repères associés. [14]

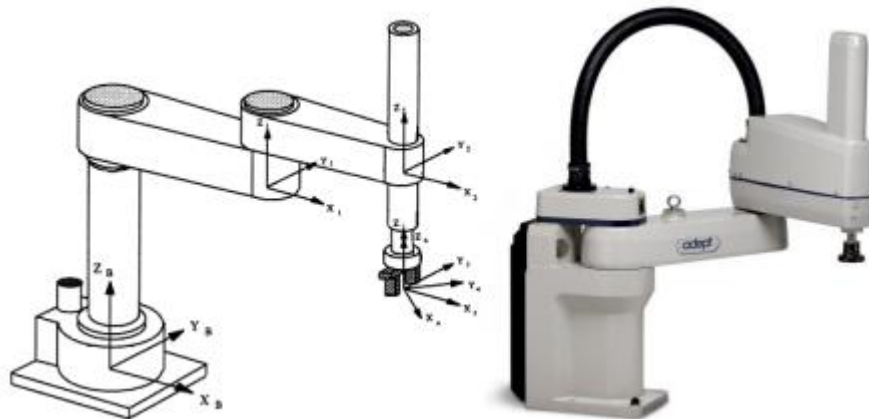


Figure 2.5 : Modéliser et coordonner les cadres du manipulateur

J	σ_j	α_j	d_j	θ_j	R_j
1	0	0	θ_1	0	R1
2	0	180°	θ_2	0	R2
3	1	0	0	D_3	0
4	0	0	θ_4	D_4	0

Tableau 2.2: Les paramètres Dinavit Hartenburg de Robot Scara à 4d.d.l

$$T(1) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.01)$$

$$T(2) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -R2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.02)$$

$$T(3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.03)$$

$$T(4) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & D4 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.04)$$

➤ Matrices de passage globales:

Le produit T_4^0 de ces matrices a pour composantes :

$$u(1) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D3 + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D3 \\ -\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) & 0 & \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D3 - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D3 \\ 0 & 0 & -1 & -R2 + R1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donc les coordonnées opérationnelles du point final sont données par les équations

$$\text{suivantes : } \begin{cases} Px = \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D3 + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D3 \\ Py = \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D3 - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D3 \\ Pz = -R2 + R1 \end{cases} \quad (3.05)$$

2.5.2. Modélisation géométrique directe (MGD)

Définition

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un bras manipulateur exprime la situation de son OT (organe terminale) en fonction de sa configuration [14] :

$$\begin{cases} f: N \rightarrow M \\ q \rightarrow X = f(q) \end{cases} \quad (3.06)$$

Le calcul du MGD consiste donc à exprimer la position du point $n+1$ et l'orientation du repère R_n lié à l'OT, en fonction de sa configuration. Il faut pour cela multiplier entre

elles les matrices de passage homogènes successives reliant le repère $\mathbf{R}_0$ lié au bâti au repère $\mathbf{R}_n$ lié à l'OT :

$${}^0T_n = {}^0T_1 * {}^1T_2 * {}^2T_3 * \dots * {}^{n-1}T_n \quad (3.07)$$

La matrice (4.02) s'exprime alors comme suit :

$${}^0T_n = \begin{bmatrix} {}^0A_n & {}^0A_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.08)$$

Les variables articulaires d'une structure mécanique sont des angles de rotation et des distances de translations des liaisons rotoïdes et prismatiques. Le vecteur des variables articulaires $\mathbf{q}$ de notre structure est donné par :

$$\mathbf{q} = (r_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T$$

Calcul du MGD du porteur SCARA avec un poignet concourant :

La relation géométrique entre la base et l'effecteur notée par 0T_4 est déterminée par les produits des matrices élémentaires de transformation entre les corps $\mathbf{Cr}_{j-1}$ et $\mathbf{Cr}_j$ avec $(j=1\dots4)$. [15]

D'après les positions des repères dans la figure 4.5(a) et les paramètres géométriques dans le tableau 4.2, le robot présente cinq transformations principales $\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{R}_2 \rightarrow \mathbf{R}_3 \rightarrow \mathbf{R}_4$, et le déplacement d'articulation q_1 encloue dans la transformation $\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{R}_2$ pour minimiser le nombre de multiplication des matrices. Les transformations élémentaires de première structure donné par suit : [15]

- La matrice de transformation 0T_2 (exprime les repères $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ dans le repère $\mathbf{R}_0$) :

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- La matrice de transformation 2T_3 (exprime $\mathbf{R}_3$ dans $\mathbf{R}_2$) :

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

➤ La matrice de transformation 3T_4 (exprime R_4 dans R_3) :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & D_4 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Le valeur D_4 définit la distance entre le centre d'articulation q_3 et le point de contact sonde/peau où se trouve le repère d'articulation q_4 .

Les notations étant généralement lourdes, on adopte un certain nombre de conventions. On note, pour i, j compris entre 1 et n :

$$C_i = \cos(\theta_i).$$

$$S_i = \sin(\theta_i).$$

$$C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j) \rightarrow C_{ijk} = \cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k).$$

$$S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j) \setminus S_{ijk} = \sin(\theta_i + \theta_j + \theta_k).$$

Les longueurs des corps Cr_2 et Cr_3 sont égales c'est-à-dire $D_3 = D_4 = D$

La transformation globale qui permet de passer du repère R_6 lié à la pointe de l'instrument au repère R_0 lié à la base du robot est : [13]

$${}^0T_4 = {}^0T_2 * {}^2T_3 * {}^3T_4$$

Qui donne :

$${}^0T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D_3 + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D_3 \\ -\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) & 0 & \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D_3 - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D_3 \\ 0 & 0 & -1 & -R_2 + R_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

➤ La matrice de rotation donnée par :

$${}^u(1) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) D_3 + \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) D_3 & D_3(-\cos(\theta_1) \sin(\theta_2) + \sin(\theta_1) \cos(\theta_2)) & 0 & \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D_3 + \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D_3 \\ \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) D_3 + \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) D_3 & D_3(-\sin(\theta_1) \sin(\theta_2) - \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)) & 0 & \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * D_3 - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * D_3 \\ 0 & 0 & -1 & -R_2 + R_1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

2.5.3. Modélisation géométrique inverse (MGI) :

Définition [16] :

Le modèle géométrique inverse (MGI) d'un bras manipulateur permet d'obtenir la ou les configurations correspondant à une situation de l'OT donnée. Un MGI est donc tel que: [13]

$$\begin{cases} f: M \rightarrow N \\ q = f^{-1}(X) \end{cases} \quad (4.26)$$

La résolution du MGI, c'est-à-dire l'existence d'un nombre fini de solutions, est fondamentale en matière de conception. Supposons que la situation P d'un bras manipulateur à n liaisons soit exprimée par un nombre m minimal de paramètres. Supposons par ailleurs que P soit une situation accessible par le bras manipulateur, c'est-à-dire que la situation appartient à l'espace de travail. Alors (dans la majorité des cas) :

- si $n < m$, il n'existe pas de solution au modèle géométrique inverse (MGI) ;
- Si $n = m$, il existe un nombre fini de solutions en dehors de certaines configurations, appelées configurations singulières ;
- Si $n > m$, il existe une infinité de solutions.

On sait que dans les cas où $n < 4$ les bras manipulateurs n'ont pas de singularité, c'est-à-dire qu'il existe une solution connue au MGI. C'est aussi le cas de la plupart des structures à six liaisons, notamment celles possédant un poignet sphérique (trois dernières liaisons rotoïdes concourantes). Enfin, seul le calcul du MGI permet de connaître le nombre de solutions. [16]

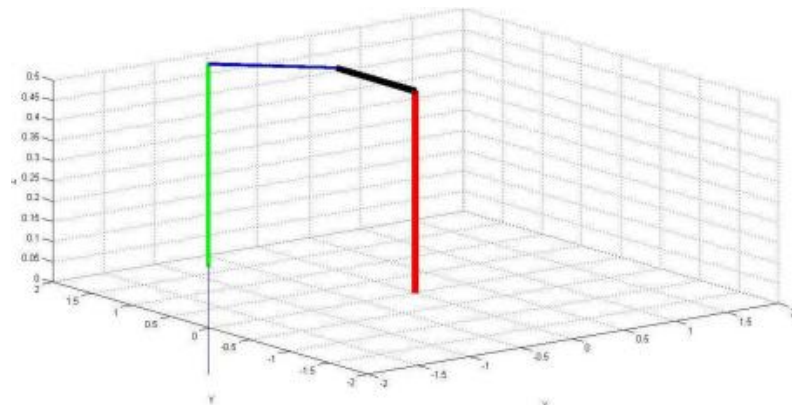


Figure 2.6. Structure de Robot Scara à 4d.d.l

Chapitre III

Modélisation Cinématique de Robot Scara à 4 d.d.l

3.1. Modélisation Cinématique :

Le modèle cinématique directe du robot décrit les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaire. Il est noté :

$$\begin{cases} d\mathbf{x} = \mathbf{J}(\mathbf{q})d\mathbf{q} \\ \mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{cases} \quad (03.01)$$

($\mathbf{q}$) : désigne la matrice jacobéenne de dimensions (m x n) du mécanisme, et est égale $\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{q}}$ en fonction de la configuration articulaire $\mathbf{q}$, [17].

Elle est à la base du modèle cinématique inverse, permettent de calculer de façon initiative les variables articulaires $\mathbf{q}$ connaissant les coordonnées opérationnelles $\mathbf{P}$.

Le modèle cinématique directe, déterminé par les dérivées par rapport au temps $\dot{\mathbf{P}}$ et $\dot{\mathbf{q}}$ des coordonnées opérationnelles et des coordonnées articulaires, exprime les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses articulaires [17].

3.2. Modélisation cinématique inverse (MCI) :

L'objectif du modèle différentielle inverse est de calculer, à partir de la configuration $\mathbf{q}$ donnée, la différentielle articulation $d\mathbf{q}$ à commander pour satisfaire une différentielle des coordonnées opérationnelles $d\mathbf{X}$ imposée [17].

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}^{-1} * \dot{\mathbf{X}} \quad (03.02)$$

Pour obtenir le modèle cinématique inverse des deux structures (a) et (b), on inverse le modèle cinématique direct de ces derniers en résolvant un système d'équations linéaires dont la solution est donnée par la relation (4.53) :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1} \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{pmatrix} \quad (03.03)$$

Les résultats obtenus dans le calcul du MG et du MC sont plus lourds à calculer, pour faciliter ces calculs, nous utilisons un outil de calcul formel, permettant d'automatiser la procédure de calcul. En utilisant le logiciel MATLAB pour le calcul des modèles

géométrique et cinématique directe et inverse par l'utilisation des résultats obtenus dans le MG et le MC. [18]

Le modèle de manipulateur SCARA et les cadres de coordonnées qui lui sont attachés sont illustrés à la figure 3.2. Où

θ_1, θ_2, d_3 , et θ_4 représente les variables conjoints de révolution et articulations prismatique et a_1, a_2 sont des longueurs de liens. [18]

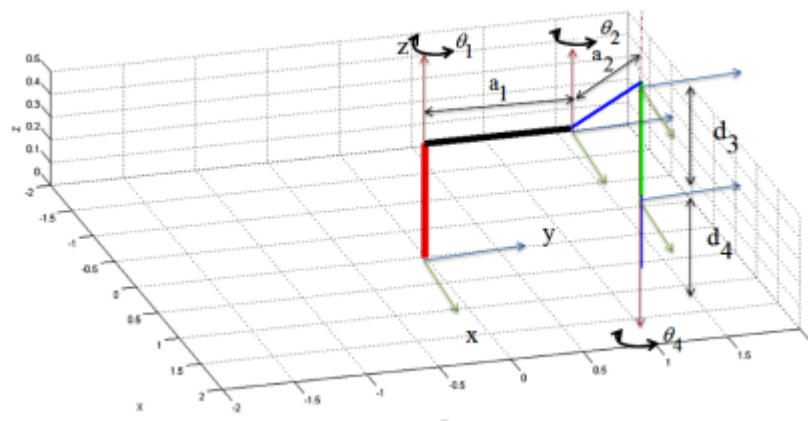


Figure 3.1 : Robot Scara à 4d.d.l

3.3. Méthode de calcul de la matrice jacobienne du robot :

Nous indiquons tout d'abord comment déterminer la matrice jacobienne d'un robot manipulateur à chaîne ouverte simple et la vitesse exprimée dans le repère de la base du robot. Pour calculer les composantes de la jacobienne, on peut utiliser la méthode présentée comme suit.

$$\dot{P} \text{ et } W = J(q) \cdot \dot{q} \quad (4.27)$$

$\dot{P}$: Représentant la vitesse linéaire absolue de la sonde par rapport à R_0

W : représentant le vecteur de rotation absolue de la sonde par rapport à R_0 .

$J(q)$: la matrice jacobienne en fonction des variables articulaires de dimension $(m \times n)$

Avec :

- n : le nombre de degrés de liberté de la structure articulée
- $m \leq 4$ degrés de liberté de l'OT. Si $m=4$ c'est-à-dire 2 pour la vitesse de translation et 2 pour la vitesse de rotation.

La vitesse linière de l'OT est déterminée par le dérivé par rapport au temps du vecteur de positionnement du robot. [18]

$$\dot{P} = \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (4.28)$$

Les relations (4.27) et (4.28) donnent :

$$\dot{P} = \begin{pmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Les vitesses de rotation de la sonde sont déterminées par la relation suivante [16] :

$$W = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix} = [\bar{\sigma}_1 *^0 A_1 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j *^0 A_j a_j \dots \bar{\sigma}_n *^0 A_n a_n] * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_j \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

$^0 A_j$: c'est une matrice de rotation exprimée le repère R_i dans la base R_0 .

$a_j = (0, 0, 1)^T$: vecteur unitaire porté par l'axe z_j de l'articulation q_i .

σ_i : coefficient binaire de l'articulation($\sigma_i = 1$: prismatique et $\bar{\sigma}_j = 1$ rotoïde)

Les équations (4.30) et (4.29) donnent le produit de la jacobienne et les vitesses articulaires[19]

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ w \end{pmatrix} = j(q) * \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_j \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

C'est-à-dire :

$$J(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \\ \bar{\sigma}_1 *^0 A_1 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j *^0 A_j a_j \dots \bar{\sigma}_n *^0 A_n a_n \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

La matrice Jaccobienne de Robot Scara à 4d.d.l : [19]

3.4. Matrice Jacobienne :

$$j_{0,1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 - \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 \\ \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 + \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$j_{0,2} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 + \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 \\ -\cos(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$j_{0,3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$j_{0,4} = \begin{bmatrix} [-U(5)_{2,4} \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) \\ - \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2)) +] U(5)_{1,4} \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) - \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) \\ * \sin(\theta_2) - \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) \\ * \cos(\theta_2)], [[-U(5)_{2,4} \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) - \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) \\ - \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2))] + U(5)_{1,4} (-\sin(\theta_4) \\ * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) + \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) - \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) \\ - \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2))], [0], [0], [0], [-1] \end{bmatrix}$$

$$j_{0,4} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 - \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 & -\cos(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 + \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 & 0 \\ \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 + \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 & -\cos(\theta_1) \cos(\theta_2) D3 - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) D3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Conclusion

Générale

L'analyse cinématique inverse de toute configuration de manipulateur de robot joue un rôle majeur rôle pour le système robotique. Du point de vue des différentes configurations à la simulation et la relation cinématique de contrôle en temps réel du robot joue un rôle crucial pour réalisation d'une tâche donnée. Complexités mathématiques des formulations cinématiques inverses l'utilisation d'approches conventionnelles sont coûteuses et prennent du temps, mais en dehors de la dépenses mathématiques, il fournit la solution de forme fermée. Pour surmonter le problème des opérations mathématiques de la cinématique inverse du robot manipulateur on a déterminer :

- les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement.
- les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement.

- **Finalement comme perspective :**

- pourrait motiver d'autres étudiants à développer de nouvelles méthodes pour l'inversion cinématique.
- les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercées par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] **Panchanand jha**« Inverse Kinematic Analysis of Robot Manipulators
«NATIONAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ROURKELA, INDIA July-2015
- [2] Nathalie Palous , Le développement industriel futur de la robotique personnelle et de service en France, Date de parution : 12 avril 2012 Couverture , Brigitte Baroin
Édition : Nicole Merle-Lamoot, Gilles Pannetier.
- [3] L’histoire des robots, par Asimov, Isaac.
- [4] Laetitia Matignon , Introduction à la robotique ,Université de Caen, France.
- [5] Jean-Louis Boimond,Robotique, ISTIA, Université Angers
- [6] P. Coiffet, Hermes, La Robotique, principes et applications.
- [7] H. Hamdi, Introduction à la Robotique. Les éditons de l’université Mentouré
Constantine 2002-2003 .
- [8] E. Dombre, Analyse et Modélisation des Robots Manipulateurs, 22 janvier 2002.
- [9] A. Chrifa, Analyse Cinématique des Robots Parallèles. Thèse Docteur D’état.
Université Mentouri Constantine 2007/2008.
- [1] J.L. Boimond, Robotique, Université Angers.
- [11] Généralités sur la robotique mobile par ISTIA, Université Angers
- [12] Toufik BENTALEB , Ingénieur d’Etat en Génie Mécanique ,Contribution à
l’étalonnage géométrique des robots industriels .
- [13] Clavel, R. (1991). Conception d’un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté.
PhD thesis, EPFL, Lausanne, Switzerland.
- [14] Analyse et modélisation des robots manipulateurs .Hermès Science Publications.
- [15] W. Khalil and E. Dombre, "Modeling, Identification and Control of robots
Hermes," Penton. Paris et Londres, 2002,
- [16] J.-P. Merlet, Parallel robots. Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] R. Gourdeau, ELE4203 — Robotique : Modélisation des Robots Manipulateurs,
Département de génie électrique, Ecole Polytechnique de Montréal, 4 novembre
2010.

- [18] Denavit J., Hartenberg R.S., "A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices", Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 22, juin 1955, p. 215-221.
- [19] Sheth P.N., Uicker J.J., "A generalized symbolic notation for mechanism", Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry, Vol. 93, 1971, p. 102-112.

Résumé :

Dans ce mémoire , nous avons traité le problème cinématique inverse de robot Scara à 4 d.d.l en suivant des procédures et des techniques qui ont abouti aux solutions satisfaisantes pour les robots série .

Ainsi, déterminer les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement et les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement.

Mots-clés : Robot manipulateur , Modélisation géométrique Direct , Modélisation Cinématique , Modélisation géométrique Inverse , structure série .

Summary :

In this thesis, we have treated the inverse kinematic problem of Scara robot at 4 d.d.l by following procedures and techniques which have led to satisfactory solutions for serial robots.

Thus, determining the direct and inverse geometric models which express the situation of the end organ according to the joint variables of the mechanism and vice versa and the direct and inverse kinematic models which express the speed of the end organ according to the articular velocities and vice versa .

Keywords: Manipulator robot , Direct geometric modeling , Kinematic modeling , Inverse geometric modeling , series structure .