

Impact de l'effet du gradient de texture sur le comportement anisotrope d'une tôle

O. Chahaoui

Engineering Sciences and Advanced
Materials Laboratory (ISMA),
department of mechanical engineering
Laghrou-Abbes University of
Khenchela
Khenchela, Algeria
oualid.chahaoui@gmail.com

S. Boulahrouz

Department of mechanical engineering
Laghrou-Abbes University of
Khenchela
Khenchela, Algeria
boulahrouz_salim@yahoo.fr

A. Abboudi

Department of mechanical
engineering
Laghrou-Abbes University of
Khenchela
Khenchela, Algeria
abboudiabdalaziz@yahoo.fr

N. Meneceur

Hamma Lakhdar University of El Oued
El Oued, Algeria
meneceur-noureddine@univ-eloued.dz

R. Meneceur

Hamma Lakhdar University of El Oued
El Oued, Algeria
meneceurredha22@yahoo.fr

Résumé - Les aciers inoxydables ferritiques laminés à chaud, présentent généralement un fort gradient de texture cristallographique suivant l'épaisseur de la tôle. L'hétérogénéité des textures résulte des effets mécaniques de cisaillement des cylindres sur la peau de la tôle et leur intensité. Cette anisotropie plastique des tôles est caractérisée au moyen d'essais de traction uniaxiale et orthogonale. Le cas d'une tôle hétérogène bicouche a été traité au moyen de deux approches l'une dite simplifiée et l'autre généralisée.

Mots-clés : modélisation mécanique, texture cristallographique, critère de Hill1948, Tôle sandwich.

I. INTRODUCTION

L'anisotropie plastique des tôles est généralement caractérisée au moyen d'essais de traction uniaxiale effectués dans le plan de laminage suivant diverses directions faisant un angle θ . Les essais effectués sur une tôle hétérogène ne donnent que la réponse mécanique globale de celle-ci et ne permettent pas d'évaluer l'effet de zones de comportement différent suivant la profondeur, en particulier au voisinage de la surface du produit. Un tel effet peut par contre être prédit à l'aide de deux approches mécaniques simples que nous avons abordées dans le cadre de cette présente contribution.

II. ESSAI DE TRACTION ORTHOGONALE

Rappelons tout d'abord les relations classiques relatives à l'essai de traction uniaxiale sur une tôle orthotrope dont le comportement plastique est décrit par le critère de Hill quadratique et la loi d'écoulement associée par le principe de normalité :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4 \theta + G \cos^4 \theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta)^{1/2}} \quad (1a)$$

$$R(\theta) = \frac{H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (1b)$$

Où $\sigma(\theta)$ et $R(\theta)$ désignent respectivement la contrainte de traction et le coefficient de Lankford et F, G, H, N les paramètres du critère de Hill [1]. Nous avons analysé le cas extrême où la vitesse de cisaillement $\dot{\epsilon}_{xy}$ est nulle (essai de traction orthogonale). Dans ces conditions, le tenseur des vitesses de déformation est diagonal, et le tenseur des contraintes comporte une cission non nulle σ_{xy} :

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} = \frac{V^2}{A+B} \quad (2a)$$

Avec

$$A = F (V \sin^2 \theta + U \sin 2\theta)^2 + G (V \cos^2 \theta - U \sin 2\theta)^2$$

$$B = H (V \cos 2\theta - 2U \sin 2\theta)^2 + \frac{N}{2} (V \sin 2\theta + 2U \cos 2\theta)^2$$

$$U = [G \cos^2 \theta - F \sin^2 \theta + (2H - N) \cos 2\theta] \sin 2\theta$$

$$V = (F + G + 4H) \sin^2 2\theta + 2N \cos^2 2\theta$$

Et:

$$R(\theta) = \frac{[N(F + G) - 2S](\sin^2 \theta \cos^2 \theta) + HN}{[2N(F + G) - 4S] \cos^4 \theta + [-N(3F + G) + 4S] \cos^2 \theta + FN} \quad (2b)$$

III. ANISOTROPIE D'UNE TÔLE HÉTÉROGÈNE

On considère maintenant le cas d'une tôle constituée de deux couches (1 et 2) de mêmes axes orthotropes, dont le comportement est régi par le critère de Hill quadratique et la loi d'écoulement associée, avec des paramètres $F_1, \dots, N_1$ et $F_2, \dots, N_2$. Les deux couches sont supposées parfaitement collées l'une à l'autre et leurs épaisseurs sont définies par $e_1 = \lambda e$ et $e_2 = (1 - \lambda)e$, où e désigne l'épaisseur totale de la tôle (figure 1) et λ son fraction

volumique. La tôle est soumise à un essai de traction uniaxiale suivant la direction faisant l'angle θ avec la direction de laminage.

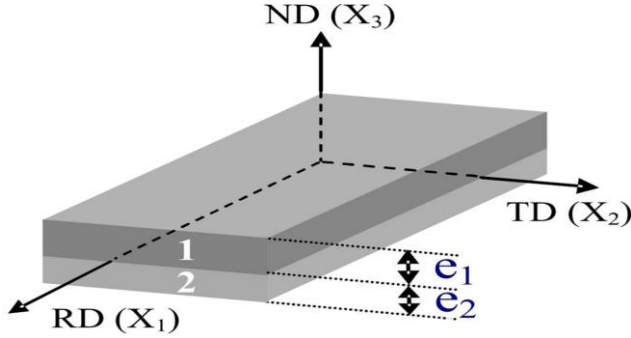


Figure1: schéma de la tôle hétérogène (tôle sandwich) : (1) La peau (2) Le cœur.

III.1. Approche simplifiée

On suppose préalablement que le comportement mécanique de la tôle globale est également décrit par un critère de Hill quadratique de paramètres F, G, H, N. Selon les hypothèses de Taylor il est raisonnable d'admettre que les déformations sont identiques dans les deux couches; En traction uniaxiale suivant la direction DL on a :

$$\sigma_{11} = \frac{e_1 \sigma_{11}^{(1)} + e_2 \sigma_{11}^{(2)}}{e_1 + e_2} = \lambda \sigma_{11}^{(1)} + (1 - \lambda) \sigma_{11}^{(2)} \quad (3)$$

$$\text{Soit } \frac{\sigma_0}{\sqrt{G+H}} = \frac{\lambda \sigma_0}{\sqrt{G_1+H_1}} + \frac{(1-\lambda) \sigma_0}{\sqrt{G_2+H_2}} \quad (3a)$$

De même, en identifiant les réponses en traction suivant DT, puis en traction équibiaxiale et en cisaillement simple suivant (DL, DT), on obtient 4 équations:

$$F = \frac{1}{2} \left[\frac{(F_1 + H_1)(F_2 + H_2)}{(\lambda \sqrt{F_2 + H_2} + (1-\lambda) \sqrt{F_1 + H_1})^2} + \frac{(F_1 + G_1)(F_2 + G_2)}{(\lambda \sqrt{F_2 + G_2} + (1-\lambda) \sqrt{F_1 + G_1})^2} - \frac{(G_1 + H_1)(G_2 + H_2)}{(\lambda \sqrt{G_2 + H_2} + (1-\lambda) \sqrt{G_1 + H_1})^2} \right] \quad (4)$$

$$N = \frac{N_1 N_2}{\lambda \sqrt{N_2} + (1-\lambda) \sqrt{N_1}}$$

(G et H se déduisent de F par permutations circulaires).

III.2 Approche générale

On utilise maintenant la seule hypothèse que les tenseurs des vitesses de déformation sont identiques dans les deux couches, soit :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{(1)} = \dot{\epsilon}^{(2)} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Où la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_{xx} = \dot{\epsilon}$ est imposée. Les tenseurs des contraintes sont quant à eux différents dans les deux couches et dans le matériau global :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma^{(1)} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{(1)} & \sigma_{xy}^{(1)} & 0 \\ \sigma_{xy}^{(1)} & \sigma_{yy}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \sigma^{(2)} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{(2)} & \sigma_{xy}^{(2)} & 0 \\ \sigma_{xy}^{(2)} & \sigma_{yy}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Les inconnues du problème auxquelles il faut ajouter les deux multiplicateurs plastiques $\dot{\lambda}_1$

et $\dot{\lambda}_2$ sont

donc

$\dot{\epsilon}_{yy}, \dot{\epsilon}_{xy}, \sigma, \sigma_{xx}^{(1)}, \sigma_{yy}^{(1)}, \sigma_{xy}^{(1)}, \sigma_{xx}^{(2)}, \sigma_{yy}^{(2)}, \sigma_{xy}^{(2)}$, soit au total 11 inconnues. Les équations disponibles sont les deux critères de plasticité (2 équations) et les deux lois d'écoulement associées (4 équations), plus les conditions de liaison entre les deux couches, soit $\dot{\epsilon}_{yy}^{(1)} = \dot{\epsilon}_{yy}^{(2)}$ et $\dot{\epsilon}_{xy}^{(1)} = \dot{\epsilon}_{xy}^{(2)}$ (2 équations) et les relations de moyenne, soit

$$\sigma_{xx} = \lambda \sigma_{xx}^{(1)} + (1-\lambda) \sigma_{xx}^{(2)}, \sigma_{yy} = \lambda \sigma_{yy}^{(1)} + (1-\lambda) \sigma_{yy}^{(2)} = 0$$

et $\sigma_{xy} = \lambda \sigma_{xy}^{(1)} + (1-\lambda) \sigma_{xy}^{(2)} = 0$ (3 équations), ce qui donne bien un total de 11 équations. Ce système d'équations à 11 inconnues a été résolu de manière partiellement analytique, débouchant sur une équation polynomiale de degré 6 et d'inconnue le rapport $\dot{\lambda}_1 / \dot{\lambda}_2$. Qui a été résolue numériquement [2].

III. APPLICATION

Les paramètres d'anisotropie ont été choisis de manière à ce que R (θ) de chacune des couches soit toujours positif. Comme $R(0) = H/G$ et $R(\pi/2) = H/F$ et qu'un seul des paramètres F, G et H peut être négatif, pour assurer la convexité de la frontière d'écoulement, F, G et H doivent être tous trois positifs. De plus, on montre simplement que pour assurer la positivité du minimum de R (θ), N doit être compris entre $(1/2)(F+G)$ et $(1/2)(F+G) + 2H$.

Table 1 Le Choix des divers paramètres d'anisotropie utilisés dans les applications.

Cas	Couche	F	G	H	N
A	1	0.75	0.25	1	1
	2	0.25	0.75	1	1
B	1	1	1	0.25	1
	2	1	1	0.75	1
C	1	1	1	1	1.25
	2	1	1	1	1

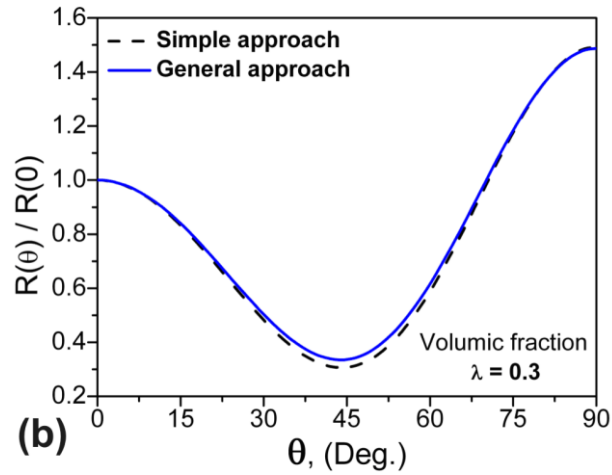
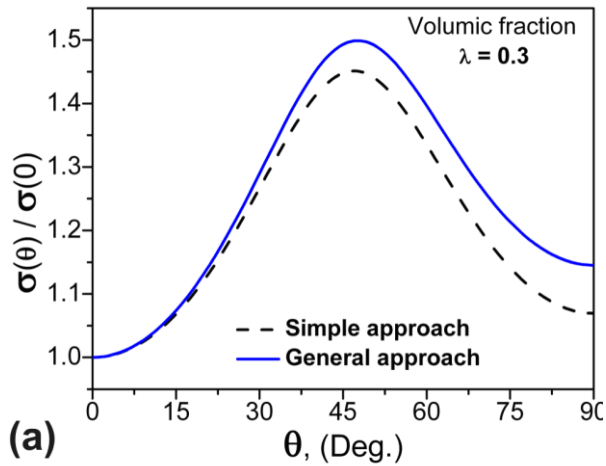


Figure 2: Contrainte d'écoulement et Coefficient de Lankford calculé par les 2 méthodes (simplifiée et généralisée) pour $F = 0, 25$; $G = 0, 75$; $H = 1$; $N = 1$,

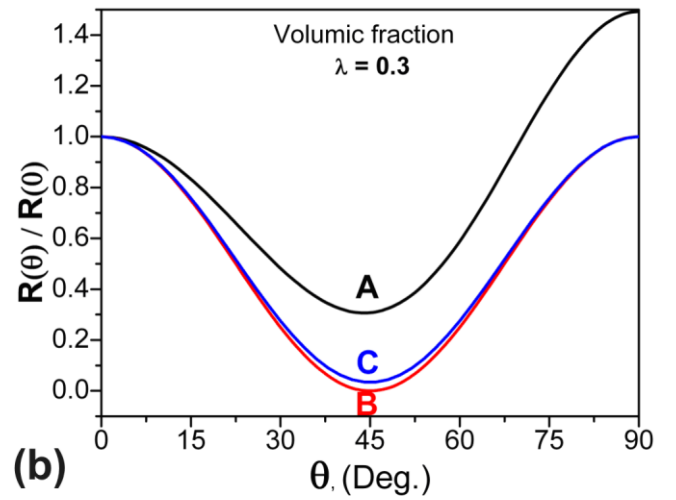
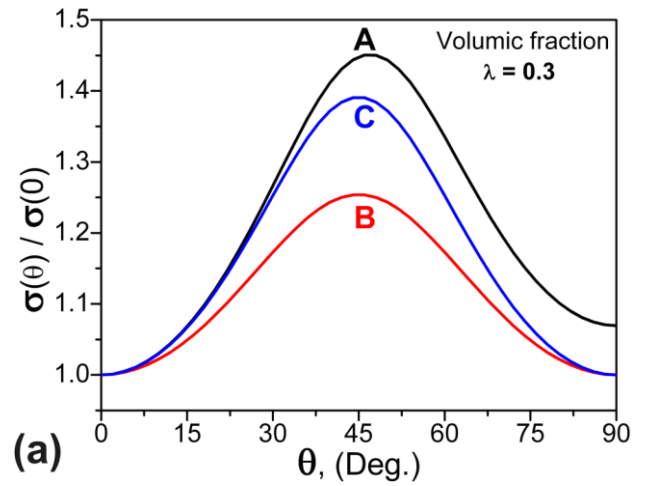


Figure3: Contrainte d'écoulement et Coefficient de Lankford calculé par les 2 méthodes (simplifiée et généralisée) pour les trois cas (A,B,C) du tableau et dans le méthode simplifiée.

IV. CONCLUSIONS

Dans un premier temps, l'analyse du cas classique d'une tôle homogène a permis de montrer que les résultats peuvent être sensiblement différents suivant que l'essai de traction est uniaxial (hypothèse communément admise) ou orthogonal (cisaillement interdit dans le plan de la tôle). Le cas d'une tôle bicouche constituée de deux matériaux de Hill de mêmes axes mais de paramètres différents a été traité dans un premier temps par une approche simplifiée, entièrement analytique. Puis un modèle semi analytique a été mis en place en supposant les tenseurs des vitesses de déformation identiques dans les deux couches. Dans les trois cas d'école testés, les résultats de ces deux approches sont très voisins. L'étude va se poursuivre en prenant en compte le fait que la peau des tôles laminées relève de la symétrie monoclinique prismatique [3] (et non orthotrope) ayant pour axe la direction transverse, en raison du cisaillement imposé par les cylindres.

REFERENCES

- [1]-R. Hill. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proc. Roy. Soc. London, **A193**, 281 (1948).
- [2]- Chahaoui O (2010) Modélisation mécanique et l'étude expérimentale d'une tôle ferritique présentant des hétérogénéités texturales (gradient de texture et écart à l'orthotropie). PhD Thesis, Université d'Annaba, Algeria
- [3]- M. Darrieulat et F.Montheillet, Extension of the Hill 1948 yield criterion to the case of prismatic monoclinic symmetry. *Int. J. Mech. Sci.* **38**, 1273-1284 (1996).