رقم الترتيب :
رقم التسلسل :

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العــالي والبحث العلمــي

جامعة الشهيد حمة لخضر – الوادي

كلية العلوم والتكنولوجيا

مذكرة التخرج

ليسانس أكاديمي

الميدان: الرياضيات و الإعلام الآلي
شعبة: رياضيات
التخصص: نمذجة رياضية و محاكاة عددية

الموضوع

المسلمة الخامسة لإقليدس و بداية ظهور الهندسات غير الإقليدية

من إعداد :
الاسود الجيلاني
العايب مروان
رمضاني فائزة

الاستاذ المؤطر:
تواتي ابراهيم محمد السعيد

الموسم الجامعي 2015 – 2014

بسم الله الرحمن الرحيم

اللهم لك الحمد و اليك المشتكى،

و انت المستعان، و عليك التكلان، و افضل الصلاة و السلام على

عبدك، نبيك سيدنا محمد و على آله و اصحابه اجمعين و نسالك

اللهم ان تخرجنا من ظلمات الوهم، و تكرمنا بنور الفهم، وان تفتح

علينا بمعرفة العلم، و ان تلهمنا شكر نعمتك، و تجعل عملنا خالصا

لوجهك الكريم انك سميع مجيب قريب

بسم الله الرحمان الرحيم

يرفع الله الذين آمنوا منكم والذين أوتوا العلم درجات

صدق الله العظيم

شكر وعرفان

الحمد لله الذي زيننا بالإسلام و أكرمنا بالعقول و أنار لنا طريق العلم و المعرفة، و هدانا و وفقنا لإنجاز هذا العمل.

و امتثالا لقوله تعالى:" لئن شكرتم لأزيدنكم" وقول رسوله الكريم صلى الله عليه وسلم: (لا يشكر الله من لا يشكر الناس)

نرفع جزيل الشكر و امتنانا، و كذا جميل عرفاننا لأساتذتنا الذين أناروا دربنا و شرحوا صدورنا وعشنا في ظلال فردوسهم المعرفي)

لا يفوتنا أن نتقدم بخالص الشكر و التقدي مع فائق الإحترام إلى الأستاذ المشرف

" تواتي إبراهيم محمد ا السعيد "

على نصائحه و إرشاداته السديدة فهو لم يبخل علينا لإخراج هذا البحث في أبهى صورة، كما أنه لم يبخل علينا بالتشجيع و المثابرة و بذل الجهد أكثر كي نستطيع أن نلم بجزئيات الموضوع، فقد كان بمثابة الدليل الذي يدلنا على الطريق الصحيح للبحث، فله منا كل الشكر و العرفان متمنيين له النجاح و التوفيق و الصعود أرقى درجات العلم.

نتقدم بأسمى عبارات الشكر والعرفان لكل من الأستاذين القديرين:

"حريز بكار العرابي" و"غمام حامد العيد"

لتقديمها يد المساعدة وتقديم التوجيه و النصح والإرشاد

كما نتقدم بالشكر إلى كل من ساعدنا بوضع بصمات أنامله، وإلى كل من ساهم ولو بكلمة طيبة في إعداد هذا البحث و إخراجه على هذه الصورة.

لكم جميعا نتقدم بأسمى التشكرات و أبلغ معاني العرفان و جزاكم الله عنا كريم الجزاء

فهرس المحتويات

مقدمة

مقدمــة

أسالت نظرية التوازي "المسلمة الخامسة لإقليدس" الكثير من الحبر، كما أخذت مكانا كبيرا من التاريخ منذ عصور ما قبل التاريخ، إذ أثارت هذه المسالة جدلا كبيرا لدى الرياضياتيين اليونان و غيرهم حول صحتها من عدمه، لوجود خطوط تقترب من بعضها البعض دون أن تلتقي كما هو الحال في القطع الزائد، و لهذا قرروا عدم قبولها و الاستغناء عنها أو العمل بها دون برهان، فظهرت عدة محاولات للبرهان عليها إما بطريقة مباشرة أو باستعمال مبرهنات مكافئة لها مبرهن عليها، نجد بين المحاولات محاولة بطليموس (Ptolémée)(85-165م) وبركلوس (Proclus) (410-485م) .

إنتقل إشكال هذه المسلمة أيضا إلى البلاد الإسلامية، إذا أن مشكل الرياضياتيين هنا يعود إلى نفس السبب السابق و إلى أسباب أخرى منها إن هذه المسلمة ظهرت لبعضهم غير واضحة و يجب الاستغناء عنها و استبدالها بمسلمة أخرى أوضح منها، و منهم من رأى انه من المستحيل الأخذ بهذه المسلمة دون البرهان عليها، إذ أن عكسها قد برهن، كل هذا دفع بالرياضياتيين في البلاد الإسلامية إلى محاولة إيجاد برهان لهذه المسلمة نذكر من بينهم ابن الهيثم (965-1041م)، و عمر الخيام(1048-1131م).

بعد ركود الحضارة الإسلامية استأنف علماء الرياضيات في الغرب البحث عن برهان لهذه المسلمة ابتداء من القرن السابع عشر، من بينهم ساكيري (Saccheri) (1667-1733م) وليجندر (Legendre) (1752-1833م)، لكن كل المحاولات باءت بالفشل و ظلت دون جدوى.

جراء ذلك، اكتشفت في القرن التاسع عشر هندسات غيرإقليدية، و هي التي تستند إلى مصادرات غير مصادرات إقليدس، و يعود فضل اكتشافها إلى كل من لوبتشفسكي (Lobatcheveski) (1792-1856م) صاحب الهندسة الزائدية و ريمان (Riemann)(1826-1866م) صاحب الهندسة الناقصية و التي سميت بإسميهما .

سنقوم بتسليط الضوء على المراحل التاريخية لنشأة هذه الهندسات في مذكرتنا من خلال ثلاث فصول :

الفصل الأول : تناولنا فيه الهندسة الإقليدية و تم التركيز فيه على المسلمة الخامسة لإقليدس.

الفصل الثاني : تطرقنا فيه إلى محاولات البرهنة على المسلمة الخامسة قديما و حديثا.

الفصل الثالث : تعرضنا فيه إلى هندستي كل من لوبتشفسكي و ريمان .

الفصل الأول

الهندسة الإقليدية و إشكالية المسلمة الخامسة

قدم إقليدس خدمة كبيرة للإنسانية منذ كتابه لكتاب الأصول "العناصر" إلى حد الساعة، حيث تضمن كتابه تعريفات، بديهيات ومسلمات صاغ بها أسس علم الهندسة بأسلوب واضح

1-1 إقليدس

1-1-1 حياته

إقليدس هو تعريب للفظ اليوناني Εὐκλείδης، والتي تعني "المجد الحسن".
هو فيلسوف و من أشهر علماء الرياضيات الذين عرفهم التاريخ ولد حوالي (300 ق.م) بالإسكندرية من أصول يونانية، وقد كان مشواره العلمي بالإسكندرية أيام حكم الملك بطليموس لاغوس (323-283 ق.م)، حيث كان أول أستاذ بدرجة بروفيسور في علم الرياضيات بمدرسة الإسكندرية التي أسسها الملك بطليموس سنة(306 ق.م)، وقد كان ينتمي فكريا إلى مدرسة أفلاطون التي كانت تؤمن بمملكة الأفكار وقد كتب كتابه الأشهر الأصول (العناصر) وفقا لرؤية هذه المدرسة، وقد أستخدم هذا الكتاب في تدريس الرياضيات وخصوصا الهندسة منذ بداية نشره إلى نهاية القرن 19م وبداية القرن 20 م.

2-1-1 إسهاماته

يعتبر إقليدس مؤسس علم الحساب الهندسي حيث وسع نظام البديهيات، كما وضع 13 كتابا في شتى مواضيع الرياضيات وبالأخص في صفات الأرقام والهندسة المسطحة والمجسمة، كما أنشئ بعض المصنفات في حقول عديدة : كالمنظور – القطع المخروطي – الهندسة الكروية ونظرية الأعداد وغيرها.

وله العديد من المؤلفات نذكر منها:

1. الأخطاء الهندسية.
2. كتاب البصريات.
3. القطوع المخروطية.
4. المجال الهندسية للسطوح
5. مبادئ الموسيقى.
6. كتاب الظواهر: ويهتم بالهندسة الكروية اللازمة للفلك.

لكن يبقى أهم ما أنجز إقليدس كتابه الأصول (العناصر) الذي يعتبر الأكثر تأثيرا في تاريخ الرياضيات عموما وفي (الهندسة) خصوصا.

2-1 كتاب الأصول(العناصر) [3]

1-2-1 تعريفه

العنوان الأصلي باليونانيةΣτοιχεῖα:

يعدّ كتاب الأصول (العناصر) حجر الأساس لعلم الهندسة وظلّ لأكثر من 20 قرنا يعتبر قاعدة علم الهندسة، وضعه إقليدس حوالي 300 قبل الميلاد وقد جمع فيه كل معارف البشر المتاحة له آنذاك في العلوم الرياضية وشرحها وصاغها بأسلوب منطقي، كما سد الثغرات في العديد من تلك المعارف الهندسية. وضع إقليدس فيه عددا كبيرا من التعاريف المتعلقة بالموضوعات الهندسية، ترجمه إسحاق بن حنين في العصر العبّاسي و اشتغل عليه الخوارزمي و بن الهيثم وغيرهم .

و ينقسم كتاب الأصول إلى 13 فصلا، تشرح الفصول الستة الأولى منها الهندسة المستوية، و الفصل السابع إلى التاسع عن نظرية الأرقام، و الفصل العاشر عن نظرية الأرقام الجذرية،

و الفصول الحادي عشر إلى الثالث عن هندسة الأجسام المصمتة اللافراغية .

و يختتم الكتاب بمناقشة خصائص الأجسام متعددة الأسطح الخمسة، و يلخص إلى انه لا يمكن أن يكون هناك أكثر من خمسة أجسام من هذا النوع، و يتميز كتاب العناصر بشدة الوضوح في اختيار و ترتيب و شرح الفرضيات و النظريات مما يجعله سهل الفهم و الاستيعاب من قبل الدارسين.

2-2-1 أهميته

يعد كتاب الأصول جامعا شاملا لمعظم جوانب الرياضيات خاصة الهندسة حيث قدم إقليدس فيه أسس الهندسة في أسلوب منطقي واضح كما عمل فيه على علم الجبر ونظرية الأرقام، ولقد أدركت الشعوب أهمية هذا الكتاب حتى أصبح من أكثر الكتب التي درست، شرحت وترجمت، لذلك استخدم هذا الكتاب في تدريس الرياضيات منذ بداية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين وهذا لبساطة معلوماته وترتيب المادة فيه والتعبير عنها بشكل واضح مفهوم ومنطقي.

1-2-3 بناء الهندسة في كتاب الأصول

وضع إقليدس منهجا محكما في كتابه يعتمد على التعريفات البديهيات و المسلمات ثم بناء النظريات وفق ترتيب منطقي و استدلال رياضي.

1-2-3-1 التعريفات [4]

وهي مجموعة من القضايا يضعها عالم الهندسة لتوضيح معاني حدوده وتحديد مدلولها نذكر منها :

1. النقطة شيء له موضع فقط وليس له طول ولا عرض ولا عمق.
2. الخط طول بدون عرض ولا عمق.

   فرع نهايتا خط نقطتان وموضع تقاطع خطين نقطة.
3. السطح أو البسيط ما كان له طول وعرض بدون عمق، فرع.نهايات سطح خطوط .وموضع تقاطع سطحين خط.
4. السطح المستوي هو سطح إذا فرضت فيه نقطتان فالخط المستقيم الموصل بينهما يقع جميعه في ذلك السطح.
5. إذا قام خط مستقيم على أخر مستقيم واحدث زاويتين متساويتين على جانبيه فالخط قائم ويسمى العمود وكل زاوية منهما قائمة.
6. قطر الدائرة خط مستقيم مار بمركزها ونهايتاه في محيطها.
7. ذو الأربعة الأضلاع شكل أحاط به أربعة خطوط مستقيمة.
8. المثلث المتساوي الساقين هو ما كان ضلعان من أضلاعه الثلاثة متساويين.
9. المستطيل هو ما كانت كل زواياه قائمة ولكن ليس كل أضلاعه متساوية.
10. المربع شكل يحيط به أربعة خطوط مستقيمة متساوية وكل زواياه قائمة.
11. المعين ما كانت أضلاعه متساوية وليست فيه زاوية قائمة.
12. الخطوط المستقيمة المتوازية هي الواقعة ف سطح احد مستوي لا تلتقي ولو أخرجت في جهتيها إلى مالا نهاية.
13. الشكل الكثير أضلاع ما أحاط به أكثر من أربعة خطوط مستقيمة.

2-3-2-1 البديهيات [4]

وهي أبسط القضايا و أشدها وضوحاً في العقل، وهي صادقة بذاتها.

1. الأشياء المساوية لشئ واحد تكون متساوية بعضها البعض.
2. إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء متساوية تكون المجموعات متساوية.
3. إذا طرحت أشياء متساوية من أشياء متساوية تكون البقايا متساوية.
4. إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء غير متساوي تكون المجموعات غير متساوي.
5. إذا طرحت أشياء متساوية إلى أشياء غير متساوي تكون البقايا غير متساوي.
6. الأشياء التي هي مضاعف لشيء واحد هي متساوية.
7. الأشياء التي تعدل نصف شيء واحد هي متساوية.
8. المقادير المتطابقة أي التي تملا مساحة واحدة هي متساوية.
9. الكل أعظم من الجزء.
10. جميع الزوايا القائمة متساوية.
11. إذا تقاطع خطان مستقيمان لا يكونان موازيين لخط آخر مستقيم.

3-3-2-1 المسلمات [3]

وهي قضايا مقترحة ليست واضحة بذاتها، يسلّم بها الرياضي بدون برهان بشرط أن يبني عليها بناء متماسك. وهي مبدأ أولي في العلم، ولكنها ليست مبدأ أولي في العقل.

1. نخرج خطا مستقيما من كل نقطة إلى نقطة.
2. نمدد خطا مستقيما في سطح مفروض على استقامة إلى حيث أردنا.
3. رسم دائرة حول أي مركز و بأي نصف قطر كان.
4. كل الزويا القائمة متساوية.

5. إذا قطع مستقيم مستقيمين و جعل الزاويتين الداخليتين على نفس الجانب اقل من قائمتين فانه إذا امتد لانهائيا يتقابلان على جانب الذي تكون فيه الزاويتين اقل من قائمتين.

3-1 مسلمة التوازي [4]

"إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين وجعل الزاويتين الداخليتن اللتين في جهة واحدة أقل من قائمتين، فإن الخطين إذا أخرجا بغير نهاية يلتقيان في الجهة التي فيها الزاويتان اللتان أقل من قائمتين"

1-3-1 الصيغ المكافئة لمسلمة التوازي

تعتبر مسلمة التوازي أساس الهندسة الإقليدية، ومن زمن إقليدس إلى القرن19 أثارت هذه المسلمة جدلا كبيرا لدى الرياضياتيين وهذا لتميزها عن باقي المسلمات الأخرى بالغموض والتعقيد مما جعلها صعبة البرهان، لذلك عبر عنها بمبرهنات مكافئة لها أكثر بساطة ووضوح ومن بين الصيغ المكافئة نذكر:

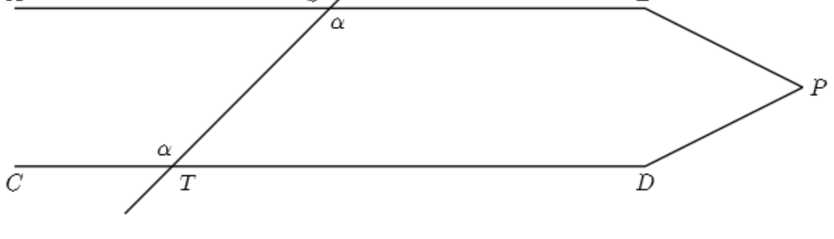
- **مسلمة "John Playfair"**

"من أي نقطة خارج مستقيم ما يمر مستقيم وحيد على الأكثر يوازي المستقيم المذكور".

الشكل 01

- **القضية 27 من كتاب الأصول**

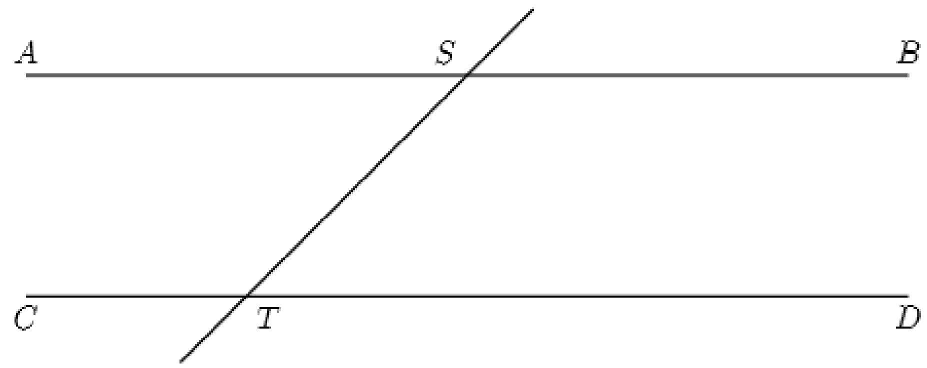
إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين آخرين وجعل الزاويتين المتبادلتين متساويتين فالخطان متوازيان.



الشكل 02

- **القضية 28 من كتاب الأصول**

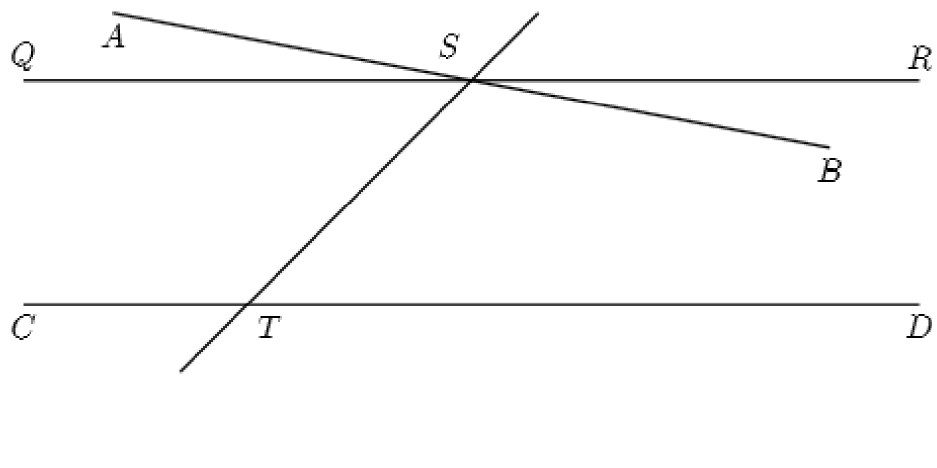
إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين واحدث زاوية خارجية تعدل الداخلة المتقابلة على جانب واحد منه أو داخليتين على جانب واحد منه تعدلان معا قائمتين فالخطان متوازيان .



الشكل 03

- **القضية 29 من كتاب الأصول**

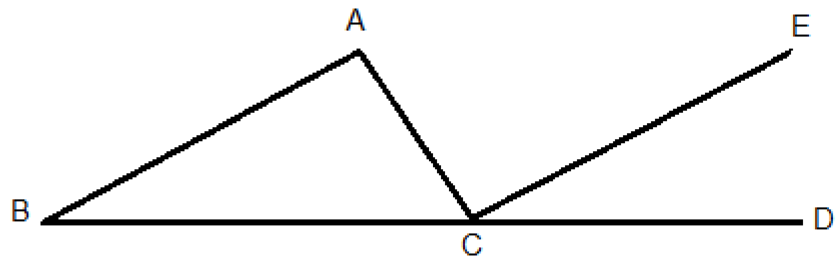
إذا وقع مستقيم على خطين متوازيين فالزاويتين المتبادلتان الحادثتان متساويتان والزاوية الخارجية تعدل الداخلة المتقابلة على جانب واحد تعدلان قائمتين .



الشكل 04

- **القضية32 من كتاب الأصول**

إذا اخرج ضلع من أضلاع مثلث فالزاوية الخارجية تعدل الداخلتين غير الجاورتين لها والزوايا الثلاث الداخلية من كل مثلث تعدل قائمتين .



الشكل 05

خلاصة

أعتبرت المسلمة الخامسة "مسلمة التوازي " من أهم المسلمات في كتاب الأصول ليس لبساطتها و لا لأهميتها ولا الصيغ المكافئة لها، و لكن لما أحدثته من نقاشات في أوساط الرياضياتيين.

الفصل الثاني

محاولات برهان المسلمة الخامسة

لاقت مسلمة التوازي اهتماما خاصا من طرف شارحي الأصول، إذ منذ القدم وهم يحاولون البرهان عليها.

يمكن تقسيم محاولي البرهان على مسلمة التوازي إلى مجموعتين، الأولى استعملت وبشكل لا شعوري موضوعة مكافئة لها منطقيا، ومبرهن عليها، فكانت طريقة منطقية لكن غير مقنعة، والثانية استبدلتها بمبرهنة أخرى بدت أكثر وضوحا وبساطة، وبالطبع استخدمت بقية مسلمات كتاب الأصول في كلتا الحالتين.

وسنستعرض في ما يلي محاولات البرهان على هذه الموضوعة بدءا من القدماء (بطليموس وبركلوس) مرورا بالعرب (عمر الخيام وابن الهيثم)،ثم المستحدثين (ساكيري و ليجندر) .

2-1 محاولة برهان مسلمة التوازي عند القدماء

2-1-1 محاولة بطليموس

حياته

عالم رياضيات، فلك وجغرافيا إغريقي ولد سنة 83 ق.م وسمي الحكيم كلاوديوس بطليموس، و ترجح بعض المصادر أنه من إغريقي مصر وليس يونانيا توفي سنة 161 ق.م بالإسكندرية .

أشتهر بطليموس بكتابه "المجسطى" الذي نقله إلى العربية إسحاق بن حنين وشرحه إبن سينا في كتابيه "تصحيح المجسطي" ، " الشفاء".

ويذكر راسمو خريطة الأمريكتين أنهم استندوا لأعمال عمرها 1300 عام للجغرافي بطليموس .

محاولة البرهنة [6]

قام بركلوس بتقديم مبرهنة بطليموس التي نقلها لنا من كتابه "حول التقاء المستقيمات الممتدة انطلاقا من زوايا أقل من قائمتين ".

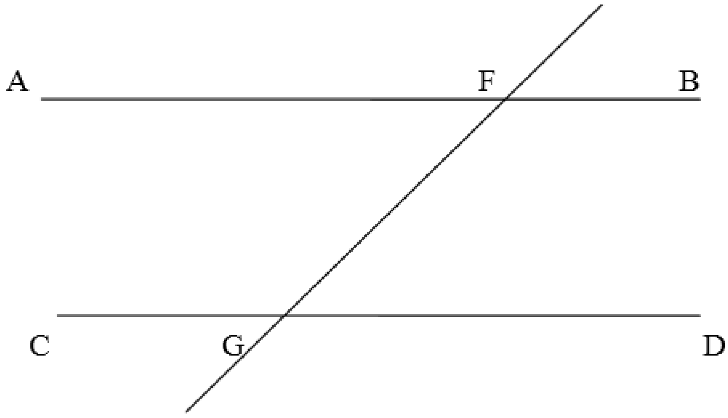
نص المبرهنة

"إن المستقيم الذي يقطع متوازيين يكون زاويتين داخلتين وفي نفس الجهة مجموعها إما مساوى، أقل، أو أكبر من قائمتين".

لقد أكد بطليموس على أن القاطع لا يشكل زاويتين داخليتين وفي نفس الجهة أكبر من القائمتين.

من أجل مبرهنة على هذه الأخيرة قام بطليموس بأخذ :

(AB)، (CD) مستقيمين متوازيين، (FG) قاطع لهما.



الشكل 06

ثم فرض أن $C\widehat{G}F+A\widehat{F}G>2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (1-2)

ومنه $D\widehat{G}F+B\widehat{F}G<2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (2-2)

لكن $D\widehat{G}F+B\widehat{F}G>2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (2-3)

لأن المستقيمين (CG) و(AF) ليسا أقل توازيا من(FB)،(GD).

لدينا حسب الفرض (CG) // (AF) و (GF) قاطعا لهما .

إذن $A\widehat{F}G+\frac{D\widehat{G}F}{C}>2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (4-2)

ولدينا أيضا (FB) // (GD) و (GF) قاطع لهما.

ومنه $D\widehat{G}F+B\widehat{F}G>2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (5-2)

ومن هنا نصل إلى تناقض كون

$$\begin{cases} D\hat{G}F + B\hat{F}G \rangle 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \wedge \\ D\hat{G}F + B\hat{F}G \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$ في الوقت نفسه . (2- 6)

وبالطريقة نفسها يبرهن على أنه لا يمكن أن يكون مجموع الزاويتين الداخلتين أقل من قائمتين

ومنه الزاويتان الداخليتان مجموعها يعادل قائمتين.

إذن برهن بطليموس على المبرهنة 29دون الاعتماد على المصادرة الخامسة .

بعد البرهان السابق يقوم بطليموس ببرهان المصادرة الخامسة.

محاولة البرهان

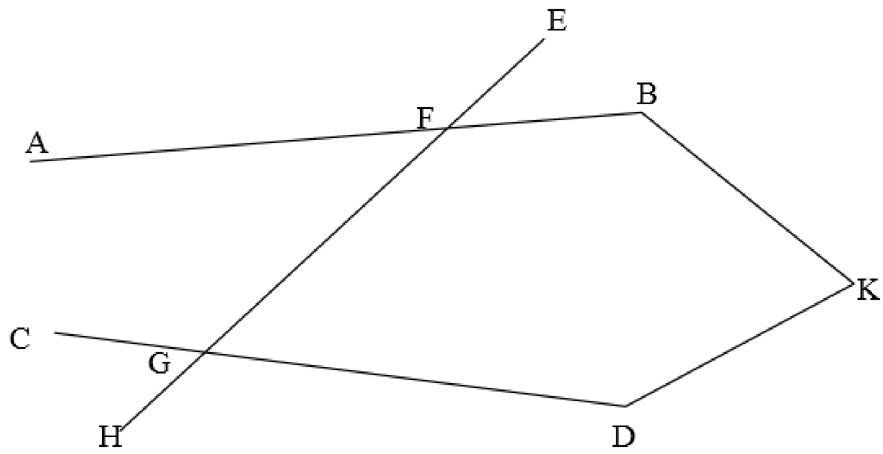
نفرض أن (AB) و (CD) لا يلتقيان في الجهة التي يكون فيها مجموع الزاويتين الداخليتين من نفس الجهة أقل من قائمتين ، وهما لا يلتقيان حتما في الجهة التي يكون فيها مجموع الزاويتين أكبر من قائمتين ، ومنه (AB) يوازي (CD)

وحسب ما سبق برهانه فإن $$\begin{cases} A\hat{F}G + C\hat{G}F = 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \wedge \\ A\hat{F}G + C\hat{G}F \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$ وهذا تناقض

ومنه (AB) و (CD) يلتقيان.

يعلل بطليموس سبب إلتقاء الخطوط المستقيمة في جهة الزاويتين اللتين مجموعهما أقل من قائمتين :

يفرض أولا أنهما يتقاطعان من الجهة الأخرى.



الشكل 07

إذن إذا إلتقى المستقيمان من الجهة الأخرى فإنه يحدث مثلث مجموع زواياه اكبر من قائمتين، وهذا بحد ذاته لم يهتم به بطليموس، ولكنه لاحظ أن

$$C\hat{G}F < G\hat{F}A \Leftarrow \begin{cases} C\hat{G}F + A\hat{F}G < 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \wedge \\ G\hat{F}B + A\hat{F}G = 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

وهذا مستحيل (حسب المبرهنة 16 من المقالة الأولى من كتاب الأصول لإقليدس)

وبما أننا بينا أنهما يلتقيان، فلا بد أن يلتقيا من جهة الزاويتين $A\hat{F}G$ و $C\hat{G}F$ اللتين مجموعهما أقل من قائمتين .

ذكر بركلوس في معرض إشارته إلي محاولة بطليموس أفكارا لرياضيين إغريق لم يعطي أسمائهم :

ليكن (AB) و (CD) مستقيمين، (AC) قاطع لهما مع $B\hat{A}C + A\hat{C}D \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$

اعتقد هؤلاء الإغريق أنهم إستطاعوا البرهان ي هذه الحالة على أن(AB) و (CD) لا يلتقيان .

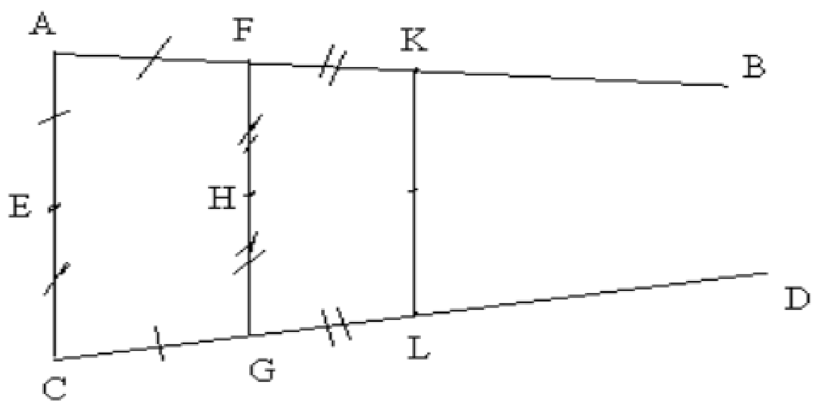
محاولة البرهان

ننصف (AC) في E ونأخذ على (AB) و (CD) الأطولAF و CG حيث $AF=CG=\frac{AC}{E}$.

من الواضح أن (AF) و (CG) لا يتقاطعان في أي نقطة من نقاط (FG).

لأنه لو حدث ذلك لكان في المثلث AFC أو في المثلث AGC المتساوي الساقيين AF+CG=AC و هذا مستحيل .

- ليكن القاطع (FG) نأخذه من جديد و ننصفه مثلا في H و نأخذ على (FB) و (GD) الأطوال FK و GL بحيث : FK=GL=FH=HG.



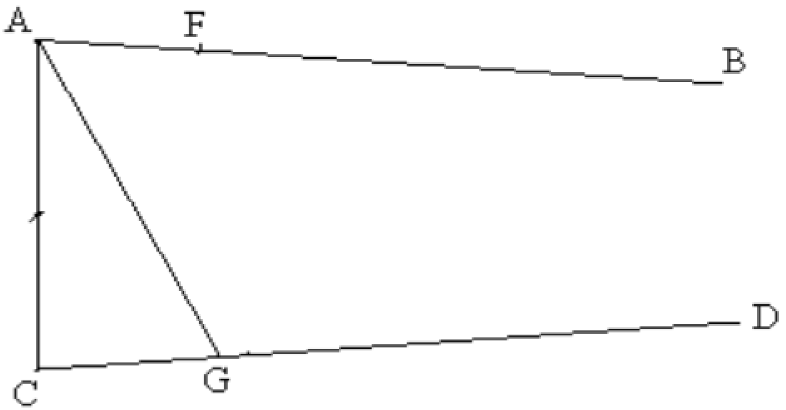
الشكل 08

للسبب ذاته نرى أن (FK) و (GL) لا يلتقيان على نقاط (KL) أي لا يمكنهما أن يتقاطعا .

نواصل العمل بحيث يتبين أن النقاط لا تلتقي إلي ما لا نهاية، و بهذا اعتقد القدماء أنهم قد أثبتوا أن(AB) و (CD) لا يلتقيان أبدا.

لاحظ بركلوس أنه بالفعل لا نحصل على نقاط التقاطع للمستقيمين(AB) و (CD) بهذه الإنشاءات المتكررة، ولكن هذا لا يؤكد عدم وجود هذه النقطة، و يبرر ذلك بالملاحظتين التاليتين :

1. عند إيصال النقطة A بالنقطة G (وهذا ممكن حسب المسلمة الأولى لإقليدس)، فان المستقيمين (AG) و (CD) يتقاطعان في جهة الزاويتين اللتين مجموعهما اقل بكثير من قائمين .



الشكل 09

لدينا
$$\begin{cases} A\hat{C}G + C\hat{A}G = A\hat{C}G + C\hat{A}F \\ \wedge \\ A\hat{C}G + C\hat{A}F \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad (2\text{-}8)$$

ومنه
$$A\hat{C}G + C\hat{A}G \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (2\text{-}9)$$

2. العملية التي قام بها القدامى للبرهان على أن (AB) و (CD) لا يلتقيان تجعل المقاطع المتقطعة في كل مرة في تناقص و أطوالها تعتبر حدودا لسلسلة متقاربة مجموعها يعادل البعد بين النقطتين A أو C مع نقطة التقاطع.

ركز بركلوس في الملاحظة الأولى على تحديد مقدار الزاويتين الداخليتين الواقعتين في نفس الجهة ، ففي حالة تصغير الزاويتين بشكل غير محدود فتوجد تلك الدرجة من التصغير بحيث لا يلتقي فيها المستقيمان أما في درجة أقل فإنهما يلتقيان .

2-1-2 محاولة بركلوس [1]

حياته

بركلوس(412-485 م)هو فيلسوف ورياضياتي إفلاطوني محدث ولد بالقسطنطينية ودرس بالإسكندرية على يدي ألمفيودورس الشيخ ، ثم درس في مدرسة فلطورخس وسوريانوس. أصبح رئيسا لمدرسة الأكادمية الأفلاطونية في أثينا خلفا لدوميونوس.

وقد ذكر إبن تيمية إن من أشهر أتباع أرسطو من الأولين هو بركلوس.

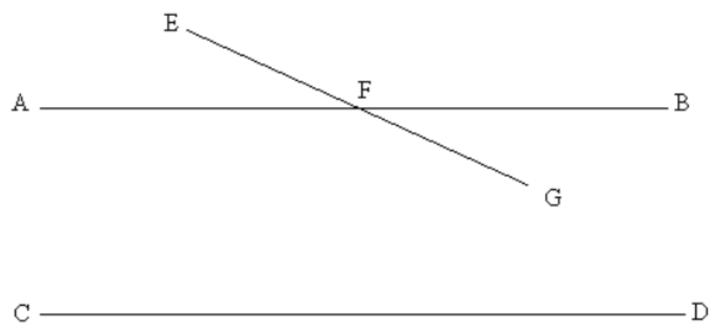
وضع بركلوس مبرهنة المكافئة للمسلة الخامسة انطلاقا من فكرة أرسطو القائلة :"إذا امتد مستقيمان من نقطة فان المسافة بينهما تصبح أكبر من أي مقدار نهائي في حالة امتدادهم اللانهائي ".

نص المبرهنة

"إذا قطع مستقيم ما أحد المستقيمين المتوازيين فإنه يقطع الآخر أيضا" .

البرهان

نفرض أن (AB) و (CD) مستقيمان متوازيان، و ليكن المستقيم (EG) قاطعا لـ (AB) في F .



الشكل 10

نبرهن أن (EG) يقطع (CD) أيضا .

التعليل

إن المستقيمين (FG) و (BF) يمتدان من النقطة F لا نهائيا. فالبعد بينهما في نقاط مختلفة يكبر ويكون اكبر من أي مقدار معين، و بالتالي يمكن إيجاد بعد بينهما أكبر من البعد الذي بين المستقيمين المتوازيين. معنى هذا أنهما يقعان بعيدا عن بعضهما بمسافة أكبر من المسافة التي هي بين المتوازيين.

إذن (FG) يقطع (CD) أيضا.

بعد أن برهن بروكلوس على مبرهنته المكافئة للمسلمة الخامسة قام ببرهان المسلمة الخامسة .

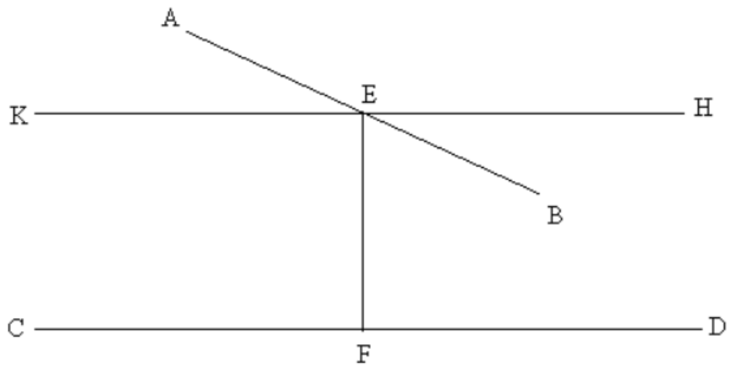
محاولة البرهان

يفرض أن المستقيم (EG) يقطع المستقيمين (AB) و (CD) بحيث $B\hat{E}F + D\hat{F}E \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ عندئذ يؤكد بروكلوس ان (AB) و (CD) يلتقيان في جهة الزاويتين التي مجموعها اقل من قائمتين، و برهانه على ذلك هو كالآتي :

بما أن $D\hat{F}E + B\hat{E}F \langle 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ فإننا :

نرسم المستقيم (KH) بحيث يقطع (AB) في E ويشكل معه زاوية تحقق ما يلي :

$H\hat{E}B + \left(D\hat{F}E + B\hat{E}F\right) = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (أي أن الزاوية $H\hat{E}B$ متممة للزاوية $\left(D\hat{F}E + B\hat{E}F\right)$)



الشكل 11

عندئذ(EF) يقطع (KH) و (CD)

ومنه لدينا $\left(D\hat{F}E + B\hat{E}F\right) = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (2- 10)

إذن المستقيمان (HK) و (CD) متوازيان، لكن (AB) يقطع (KH) .

ومنه من خلال البرهان السابق الذي أجري على المبرهنة السابقة يكون لدينا(AB) يقطع (CD) أيضا.

إذن (AB) و (CD) يتقاطعان من جهة الزاويتين اللتين مجموعها اقل من قائمتين .

وبهذا قد تم البرهان على المسلمة الخامسة لإقليدس حسب بركلوس، لكن في حالة خاصة وهي حالة القاطع عمودي على أحد المستقيمين .

2-2 محاولة برهان مسلمة التوازي عند العرب (المسلمين)

1-2-2 محاولة عمر الخيام

حياته

هو أبو الفتاح عمر بن إبراهيم الخيام عالم وفيلسوف وشاعر مسلم (1048 -1131م) ، كان يشغل في صفره مع والده يصنع وبيع الخيام ، وقد كان شديد التنقل لطلب العلم منذ نعومة أظفاره، ولقد كانت إبداعات في الفلك والفقه والأدب، وهو أول من إخترع طريقة حساب المثلثات والمعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة بواسطة قطع المخروط والرباعيات المشهورة لكنه ركز على دراسة هندسة إقليدس.

محاولة البرهنة[1]

تظهر محاولات عمر الخيام في البرهان على المصادرة الخامسة لإقليدس ، من خلال رسالته :"رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات إقليدس". حيث يركز فيها على ضرورة البرهان على هذه المصادرة .

وضع الخيام في الرسالة 8 مبرهنات قام بإثباتها، و اقترح أن تكون واردة في الكتاب الأول من الأصول بعد المبرهنة 28 من نفس الكتاب، سنوردها مرتبة كما أرادها الخيام، لكن قبل ذلك لا بد من ذكر التعاريف التالية : البعد بين مستقيمين، تقارب مستقيمين، وهذا عند عمر الخيام .

"البعد بين كل خطين هو الخط الواصل بينهما، بحيث تكون الزاويتان الداخليتان متساويتين ".

مثال ذلك

(AB) و (CD) مستقيمان، E من (AB).

نعين F من (CD) بحيث $C\hat{F}E = A\hat{E}F$.

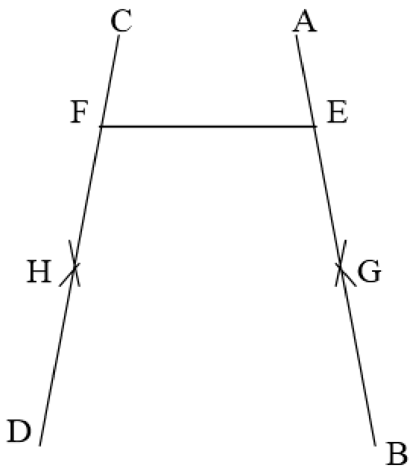
إن EF بعد بين (AB) و (CD).

ليكن G من (AB) .نعين H من (CD) بحيث $E\hat{G}H = C\hat{H}G$.

إن GH بعد كذلك بين (AB) و (CD)

إذا كان HG>EF فان (AB) و (CD) إلي التضايق (التقارب) من جهة A و C.

إذا كان HG<EF فان (AB) و (CD) إلي التضايق (التقارب) من جهة B و D.



الشكل 12

3-1-2-2 مبرهنات عمر الخيام

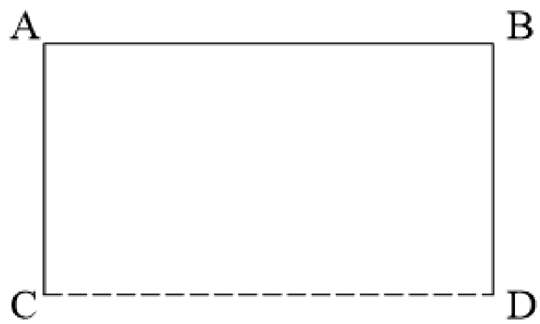
المبرهنة الأولى

(AB) مستقيم مفروض، (AC) و (BD)عمودان على (AB) بحيث AC=BD.

إن (BD) // (AC) (حسب إقليدس :المبرهنة 27 من الكتاب الأول للأصول)

نصل بين C و D

إن $A\hat{C}D = B\hat{D}C$.



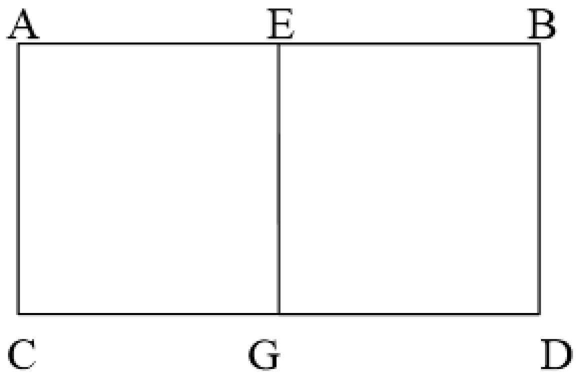
الشكل 13

المبرهنة الثانية

نعيد الشكل ABCD نعين E من (AB) بحيث $EA=\frac{1}{2}AB$

نعين(EG)بحيث (AB) ⊥ (EG)

ان CD=2GD و (EG) ⊥ (CD)



الشكل 14

المبرهنة الثالثة

تنطبق صياغتها مع المبرهنتين الرابعة لإبن قرة، و الأولى لإبن الهيثم، فهي مكافئة في جوهرها للمسلمة الخامسة .

نعيد شكل ABCD

إن $(B\widehat{D}C = \frac{\pi}{2}) \wedge (A\widehat{C}D = \frac{\pi}{2})$

المبرهنة الرابعة

ABCD رباعي قائم الزاوي.

ان (AD=BC) ∧ (AB=CD)

المبرهنة الخامسة

(AB)، (CD) مستقيمان متحاذيان

كل عمود على (AB) هو عمود على (CD) .

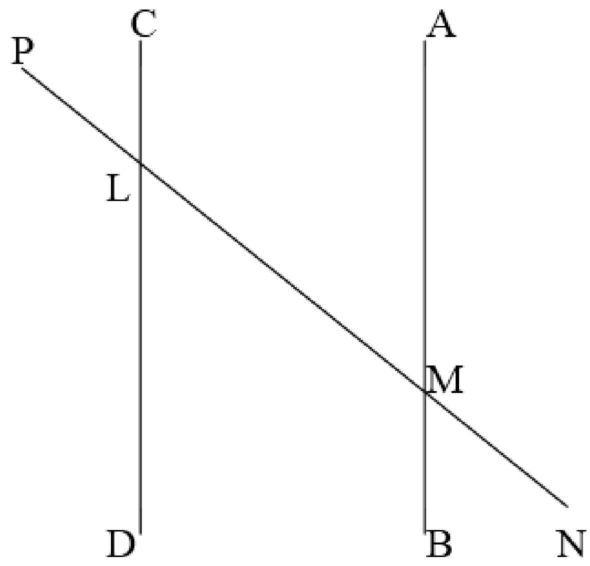
المبرهنة السادسة

إذا كان (AB)، (CD) متوازيين، فهما متحاذيين،

المبرهنة السابعة

(CD) // (AB) ، (PN) قاطع لـ (AB) و(CD) في L و M على الترتيب.

إن $N\hat{L}D = A\hat{M}L$



الشكل 15

المبرهنة الثامنة وهي المسلمة الخامسة لإقليدس

(EG) مستقيم ،نخرج منه (AE) و (CG) بحيث $A\hat{E}G+C\hat{G}E<\frac{\pi}{2}$ مع ($C\hat{G}E = \frac{\pi}{2}$)

إن (AE)، (CG) إذا اخرجا في جهة A و C التقيا.

محاولة البرهان

نمدد (AE) و (CG) من جهة E و G إلي النقطتين B و D على الترتيب.

لدينا $A\hat{E}G<E\hat{G}D$، و منه نعين $H\hat{E}G$ بحيث $E\hat{G}D= H\hat{E}G$

إذن (CD) // (HT) (حسب إقليدس).

ليكن (AE) قاطع لـ (HT)، إذن (AE) يقطع (CD) في جهة A.

2-2-2 محاولة إبن الهيثم

حياته

أبو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم (965 - 1040م) ولد بالبصرة، عالم موسوعي مسلم قدم إسهامات كبيرة في مختلف المجالات كالرياضيات، البصريات، الفيزياء و علم الفلك.

له العديد من المؤلفات، حيث انه كتب أكثر من 200 كتاب، من أبرزها "كتاب المناظر" ، " شرح أصول إقليدس"

محاولة البرهنة [2]

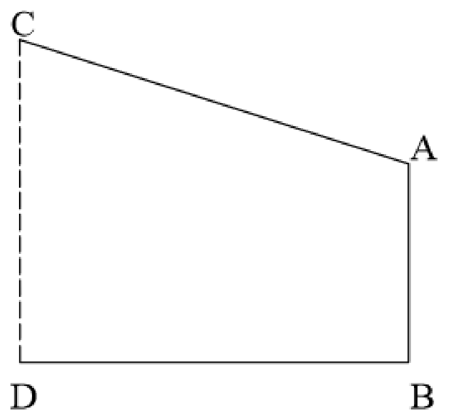
تطرق ابن الهيثم لمشكلة الخطوط المتوازية في كتابيه : "شرح مصادرات إقليدس في الأصول" و "حل شكوك كتاب إقليدس في الأصول وشرح معانيه".

الكتاب الأول

وضع ابن الهيثم طريقة لرسم المتوازيات، مبنية على منطلقات علم الحركة ، مفادها أن الخطوط المتوازية ليست إلا خطوطا يكون البعد بينهما متساويا دائما، وهذا مكافئ للمسلمة الخامسة التي يعتبرها مبرهنة لابد من البرهان عليها، ولذلك يضع المقدمة التالية والتي تنطبق صياغتها مع صياغة المبرهنة الرابعة لابن القرة (أي إثبات وجود مستطيل).

(AB) مستقيم، نخرج من A مستقيما (AC)، ومن B مستقيما (BD). حيث $D\widehat{B}A = C\widehat{A}B = \frac{\pi}{2}$

نصل C ب D حيث (BD) ⊥ (CD)



الشكل 16

لدينا

- $CD = AB$
- كل عمود يخرج من (AC) على (BD) فهو مساوي في طوله لطول (AB).
- إن $D\widehat{C}A = \frac{\pi}{2}$

ثم يبرهن ابن الهيثم على المسلمة الخامسة

(ABC)، (EDG) مستقيمان، (BD) قاطع لهما بحيث $C\widehat{B}D + B\widehat{D}G < 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$

إن (AC) و (EG) إذا أخرجا إلى غير نهاية في جهة G و C التقيا.

محاولة البرهان

بما أن $C\widehat{B}D + B\widehat{D}G < 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$

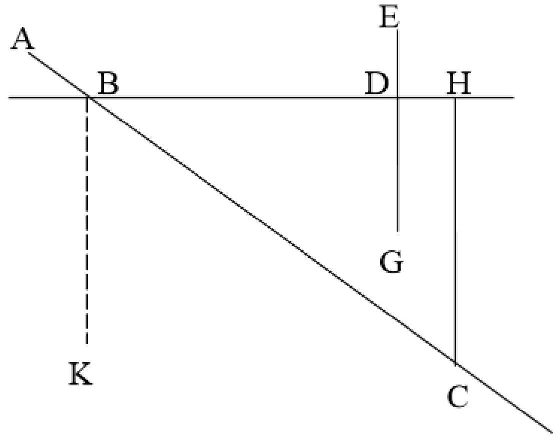
فان $\left(C\widehat{B}D < \frac{\pi}{2}\right) \vee \left(B\widehat{D}G < \frac{\pi}{2}\right)$

لنأخذ مثلا $C\widehat{B}D < \frac{\pi}{2}$

إذن $\left(B\widehat{D}G < \frac{\pi}{2}\right) \vee \left(B\widehat{D}G > \frac{\pi}{2}\right) \vee \left(B\widehat{D}G = \frac{\pi}{2}\right)$

الحالة الأولى $B\widehat{D}G = \frac{\pi}{2}$

- نخرج من B المستقيم (BK) بحيث $D\widehat{B}K = \frac{\pi}{2}$



الشكل17

- نخرج من C عمودا على (BD) وليكن (CH)، نحصل على أربع حالات :

- وقوع العمود بين B و D
- وقوعه على D
- وقوعه من جهة D
- وقوعه من جهة B

1- وقوعه من جهة B

لا يمكن ذلك في المثلث BCH نجد $\left(C\widehat{H}B = \frac{\pi}{2}\right) \wedge \left(C\widehat{B}H > \frac{\pi}{2}\right)$، وهذا مستحيل.

2- وقوعه على D

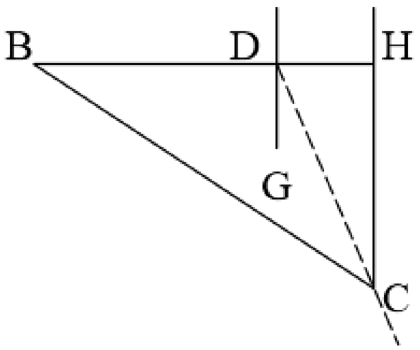
لا يمكن ذلك : لأنه في حالة العكس نجد زاوية قائمة أصغر من $B\widehat{D}G$ القائمة وهذا لأن المستقيم الخارج من نقطة C إلى نقطة D يقطع المستقيم (DG) عند نقطة D إذا لم تكن نقطة C على (DG)، فتكون زاويتان قائمتان غير متساويتين ، وهذا مستحيل.

3- وقوعه من جهة D

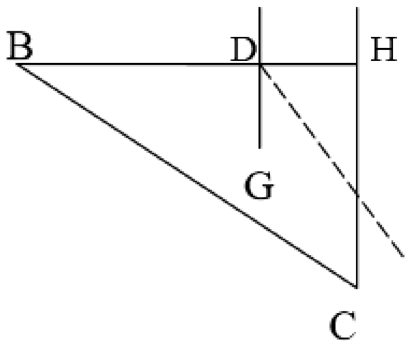
في المثلث القائم الزاوية BCH لدينا : $D \in (BH)$ ، و(DG) عمود يقع داخل المثلث .

إذن (DG) يقطع (BC) أو (CH) ، أو أنه يمر بالرأس C .

إن (DG) لا يمر بالرأس C ولا يقطع الضلع (CH) لأنه في حالة العكس نحصل على مثلث ذو زاويتين قائمتين وهذا مستحيل . (انظر المبرهنتين 29 و 30 من الكتاب الأول للأصول).



الشكل19



الشكل18

إذن (DG) يقطع (BC).

4- وقوع العمود بين B وD

نمدد (BC) إلى N، ونمدد (CH) إلى نقطة T حيث $CN = CB$ و $CT = CH$.

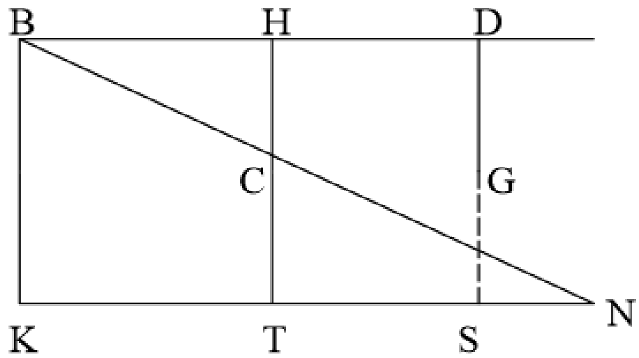
لدينا $B\hat{C}H = N\hat{C}T$ (متقابلتين بالرأس)

إذن المثلثان NCT و BCH متقايسان.

ومنه $NT = BH$ و $C\hat{T}N = C\hat{H}B$

لكن $C\hat{H}B = \frac{\pi}{2}$، إذن $C\hat{T}N = \frac{\pi}{2}$

- نخرج من T عمودا على (BK) ، وليكن (TK)



الشكل 20

إذن حسب المقدمة السابقة فان $TK = HB$ و $K\hat{T}H = \frac{\pi}{2}$

لكن $C\hat{T}N = \frac{\pi}{2}$.

ومنه (KTN) مستقيم.

لدينا $TN = HB$ ، ومنه $KN = 2HB$

إذا كان $KN > BD$، ومددنا (DG)، فانه يقطع (KN) في نقطة ولتكن S، حيث S تقع بين K و N.

إذن (DG) يقطع (BN)

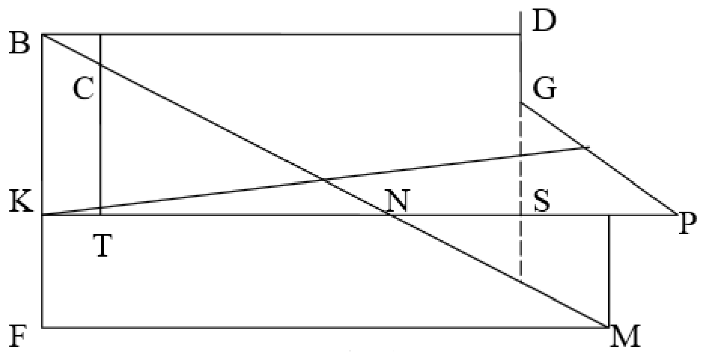
أما إذا كان $KN < BD$ فاننا نمدد (BN) من جهة N إلى نقطة M، بحيث BN = NM، ونمدد (KN) من جهة N إلى نقطة P، بحيث PN = KN

لدينا $K\widehat{N}B = P\widehat{N}M$ (متقابلتين بالرأس). إذن المثلثان KNB و PNM متقايسان.

ومنه $(MP = KB) \wedge \left(M\widehat{P}N = N\widehat{K}B = \frac{\pi}{2}\right) \wedge (PN = KN)$

لكن KN = 2HB إذن PK = 4BH

نخرج من النقطة M عمودا على (BK) ، وليكن (MF)



الشكل 21

إذن MF = PK ومنه MF = 4BH

- نمدد (BM) و (MF) من جهة M ، بحيث نحصل على خطين مساويين لهما فنحصل بذلك على مثلث مقايس للمثلث BMF .

- نرسم من رأس المثلث عمودا على (BF)، فيكون العمود مساويا ثمانية أضعاف BH، وبتكرار العملية نحصل على أعمدة خارجة من المستقيم (BM) على المستقيم (BK)، كل واحد منها أضعاف BH، وكل واحد منها ضعف لما قبله.

لدينا حسب إقليدس "كل خطين مختلفين، فان الأصغر إذا ضوعف أضعافا لا نهاية فانه ستنتهي الأضعاف إلى مقدار أعظم من المقدار الأعظم".

لنأخذ العمود المستقيم (MF) الخارج من نقطة من المستقيم (BM) ، والواقع على (BK).

لدينا $MF = PK$ ومنه $PK > PD$

نعين S نقطة على (KP) بحيث $KS = BD$

إن (DG) إذا مدد على استقامة فانه يقطع (KP) في النقطة S، ولا يمكن أن يحدث غير ذلك .

التعليل

إذا أخرجنا عمودا (KY) على (DG) فان (KY) يختلف عن (KP).

لأنه إذا حدث العكس، فان $Y\in (KP)$ ، $Y\in (DY)$

ومنه$(DY) \cap (KP) = \{Y\}$

إذن $(DY) \cap (KP) \neq \emptyset$

لكن $(DY) \cap (KP) = \emptyset$ (حسب الفرض)

وإن $(KP) \neq (KY)$ و $(KY) \cap (KP) \neq \emptyset$

لأن $K \in (KY)$ و $K \in (KP)$

إذن $B\widehat{K}Y \neq B\widehat{K}P$

لكن $B\widehat{K}Y = \frac{\pi}{2}$ و $B\widehat{K}P = \frac{\pi}{2}$ (حسب المقدمة) وهذا تناقض.

نستنتج من ذلك انه لا يوجد غير (KP) عمودا على (DY)، وهو لا يلقاه إلا في النقطة S .

لنفرض أن (DY) يلقى (KP) في نقطة غير S لتكن O.

نميز وضعيتين للنقطة O :

1- O تقع بين K و S

2- O تقع خارج S

الوضعية الأولى : O خارج S

معناه أن $KO > KS$

لكن $KS = BD$ ومنه $KO > BD$

إذن (وحسب المقدمة) $KO = BD$

لكن $KO > BD$ وهذا مستحيل

إذن (DG) لا يلقى (KS) في نقطة S (1)

الوضعية الثانية : O بين K و S أي أن $KO < KS$

لكن $KS = BD$ ومنه $KO < BD$

إذن حسب المقدمة $KO = BD$ وهذا تناقض

إذن (DG) لا يلقى (KS) في نقطة بين K وS (2)

من (1) و (2) نجد أن (DG) يلقى (KP) في S

إن النقطة S تقع بين K و P ، لان $KP > KS$

ومنه نميز ثلاث حالات لوضعية S وهي :

1. S هي النقطة N معناه أن $KN = BD$

إذن (DG) قد انتهى إلى N، لكن $N \in (BC)$ ومنه (BC) و(DG) قد التقيا في N.

2. S بين K وN

ويكون ذلك إذا كان $BD < KN$

لدينا (DS) قد انتهى إلى S حيث $S \in (KN)$

ومنه (DS) يقطع (BN) قبل أن يقطع (KN) في نقطة بين S و D

إذن (DG) يقطع (BC)

3. S تقع بين N وP

$K\hat{S}G = \frac{\pi}{2}$ (حسب المقدمة)

معناه أن (DS) يقطع (MP).

إن (DS) إذا مدد من جهة S فانه يقع داخل المثلث NMP.

و إذا حدث ذلك فانه يقطع احد ضلعيه (NM)، أو (NP)، أو يقطع M، وهاتان الأخيرتان غير ممكنتين.

إذن (DS) يقطع (NM) في النقطة X.

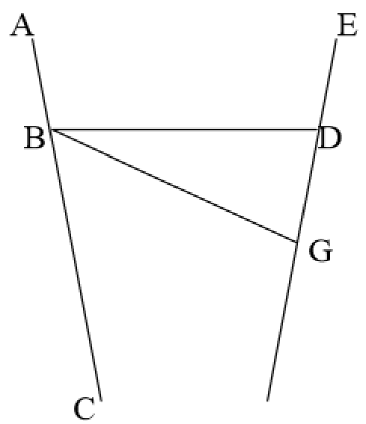
أي أن (DG) يقطع (BC)

نتيجة

إذا كان $C\hat{B}D < \frac{\pi}{2}$ و $B\hat{D}G = \frac{\pi}{2}$

فان (EG) و(AC) ، إذا أخرجا من جهة C و G التقيا.

الحالة الثانية : $B\hat{D}G$ حادة و $C\hat{B}D < \frac{\pi}{2}$



الشكل 22

إن هذا العمود يقع في جهة G.

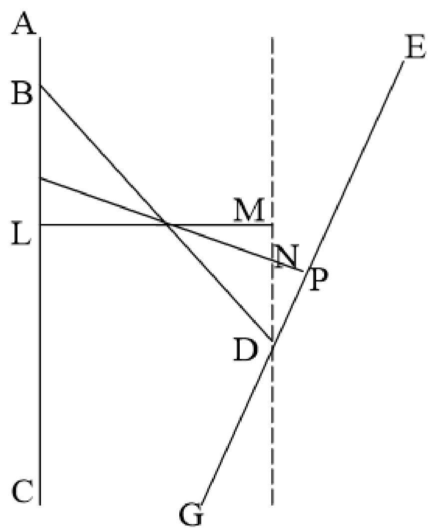
لنفرض انه يقع في جهة E

نحصل على مثلث به زاويتان $B\hat{D}E > \frac{\pi}{2}$ و $B\hat{E}D = \frac{\pi}{2}$ وهذا مستحيل.

ومنه العمود لا يقع إلا في جهة G ، وبالتالي فهو يقطع الزاوية $D\widehat{B}C$.

إذن فالعمود يشكل مع المستقيم (BC) زاوية حادة، ويشكل مع (DG) زاوية قائمة ، وما هذه إلا الحالة الأولى، فبنفس الطريقة يتم البرهان على تلاقي (AC) و (DG).

الحالة الثالثة $\frac{\pi}{2} < B\widehat{D}G$ و $C\widehat{B}D$ حادة



الشكل 23

- نقسم (BD) إلى نصفين عند النقطة S .

- نعين من S عمودا على (EDG).

إن هذا العمود لا يقع في جهة G لأنه لو حدث ذلك لتحصلنا على مثلث به زاويتان مجموعهما اكبر من قائمتين و هذا مستحيل.

ومنه العمود يقع على الخط (ED) ، وليكن (SP) هذا العمود.

لدينا $\left(B\widehat{D}G + P\widehat{D}B = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) \wedge \left(D\widehat{B}C + B\widehat{D}G < 2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

ومنه $P\widehat{D}B > D\widehat{B}C$

نعين الزاوية $S\widehat{D}N$ بحيث $S\widehat{D}N = S\widehat{B}C$ ونمدد (DN) إلى النقطة M.

لدينا $2\left(\frac{\pi}{2}\right) > \widehat{DPN} + \widehat{PND}$ (لانهما من المثلث PND)

و$\frac{\pi}{2} = \widehat{DPN}$ ومنه $\frac{\pi}{2} > \widehat{PND}$

ولدينا $\widehat{PND} = \widehat{SNM}$ (التقابل بالرأس)

ومنه $\frac{\pi}{2} > \widehat{SNM}$

نعين من S عمودا على (NM) (أنظر الشكل 23)

انه يقع في جهة M لأن $\frac{\pi}{2} > \widehat{SNM}$ و $\frac{\pi}{2} < \widehat{SND}$

لنعتبر (SM) هذا العمود، ونعين من S عمودا على (AC) وليكن (SL)

إن $\frac{\pi}{2} = \widehat{SMD} = \widehat{SLB}$ و $\widehat{SDN} = \widehat{SBL}$ و SB = SD

ومنه المثلثان SPL وSMD متقايسان.

ومنه $\widehat{MSD} = \widehat{BSL}$ ، أي أن (MSL) مستقيم .

إن (SNP) يقطع $\widehat{MSD}$

ومنه (SNP) يشكل مع (SL) زاوية هي $\widehat{LSP}$ و(LP) وترا لها.

لدينا $\frac{\pi}{2} = \widehat{SPD}$ ومنه $\frac{\pi}{2} > \widehat{LPD}$

و $\frac{\pi}{2} = \widehat{SLC}$ ومنه $\frac{\pi}{2} > \widehat{CLP}$

نعين من L عمودا على (PG) فهو يقع في جهة G لان $\frac{\pi}{2} > \widehat{LPD}$

إن هذا العمود يقطع الزاوية $\widehat{CLP}$، فهو يشكل مع (LC) زاوية حادة، وقد يشكل مع (PG) زاوية قائمة.

فإذا كانت $\frac{\pi}{2} > \widehat{BDG}$ ، فانه بإمكاننا إيجاد مستقيم يقطع (BC) و(DG)، بحيث يشكل مع (BC) زاوية حادة، ومع (DG) زاوية قائمة ، وبالتالي يعود البرهان إلى مثل ما تقدم.

نتيجة ذلك

مهما كان المستقيم (BD) ، فانه يوجد مستقيم يشكل مع (BC) زاوية حادة ، ومع (DG) زاوية قائمة ، و بإيجاد هذا الخط المحقق لهذه الصفات يتبين بالبرهان الذي تقدم أن المستقيمين (ABC) و (EDG) إذا اخرجا في جهة C وG إلتقيا .

بهذه الطريقة فإن إبن الهيثم قد برهن على المسلمة الخامسة لإقليدس، معتمدا على مقدمة مضمونها مكافئ للمسلمة الخامسة بحد ذاتها، وهو يشير إلى أنه إعتمادا على البرهان فإن المصادرة الخامسة تكافئ القول : "إن الخطين المستقيمين المتقاطعين ليسا موازيين لخط واحد" أي من نقطة لا يمكن تمرير خطين مختلفين وموازيين لخط واحد. وأن هذا القول هو أكثر وضوحا و أكثر تقبلا من المصادرة الخامسة .

3-2 محاولة برهنة موضوعة التوازي عند الأوروبيين (المحدثين)

1-3-2 محاولة ساكيري

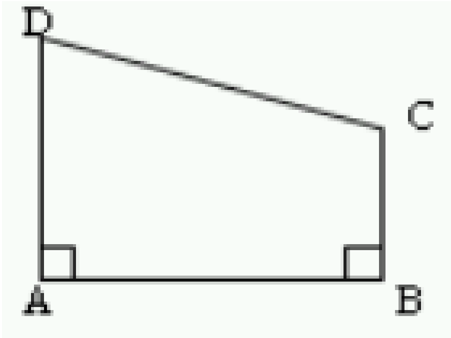
حياته

جيوفاني جيرلامو ساكيري (1667 - 1733م) كاهن يسوعي، فيلسوف و رياضي ايطالي، يعرف بعمله الأخير الذي نشره عام 1733، قبل وقت قصير من وفاته"التحرير من كل الأخطاء الإقليدية".

كانت الكثير من أفكار التي طرحها ساكيري سبقه إليها العالم عمر الخيام في القرن الحادي عشر في كتابه "رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب إقليدس" و هي حقيقية تجاهلتها معظم المصادر الغربية حتى وقت قريب، من غير المعروف ما إذا كان ساكيري قد واصل ترجمة هذا العمل أو وضعت أفكاره بشكل مستقل.

محاولة البرهنة [5]

حاول ساكيري تبيين أنه من خلال الافتراض أن مسلمة التوازي لإقليدس خاطئة (من غير الممكن البرهان عليها)، فارضا انه من خلال أي نقطة خارج مستقيم لا يوجد مستقيم يوازي المستقيم المذكور، حيث انه كان يتعارض مع المسلمة الثانية لإقليدس، الأمر الذي يتطلب الخطوط المستقيمة اللامتناهية الطول. القائمة على أن هناك أكثر من موازي، برهن نقيضها لكنه لم يحصل على تناقض منطقي، اعتمد في برهانه للرباعيات.
الرباعي ذو الجانبين العموديين على الجانب الثالث، يسمى الرباعي العمودي.
AB يسمى القاعدة وCD يسمى القمة. AD وBC يسميان ساقي الرباعي. الزاويتين $B\hat{C}D$ و $C\hat{D}A$ زاويتا القمة. (الشكل 26).



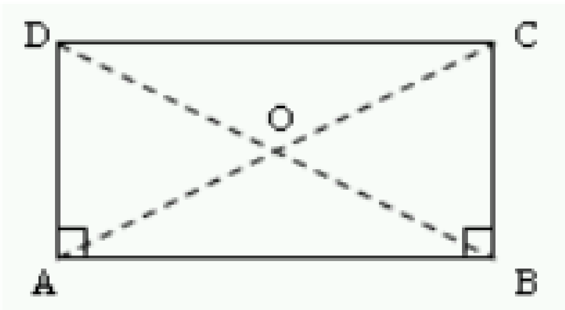
الشكل 26

نظرية 1 : في الرباعي ثنائي العمودين، الساق الطويل عكس الزاوية الكبيرة.

هذه مستقلة عن المسلمة الخامسة وتعتمد فقط على فكرة الزاوية الكبرى. إذا كانت $C\hat{D}A < B\hat{C}D$، فان $BC > AD$.

إذا تساوى ساقي الرباعي ثنائي العمودين، الرباعي يسمى برباعي ساكيري.

نظرية 2 : زوايا القمة بالنسبة لرباعي ساكيري متساوية. (هنا أيضا، لا نستخدم المسلمة الخامسة أو أيا من مكافئاتها.)، (الشكل 27)



الشكل 27

البرهان

ليكن المثلثين DAB و CAB .

$C\hat{B}A = D\hat{A}B = 90°$ ، $AD = BC$ ، AB (مشترك).

من خلال مسلمة (SAS)، المثلثين DAB و CBA متطابقين $\Leftarrow$ $DB = CA$.

ليكن المثلثين ACD و BCD.

$AD = BC$ ،$AC = BD$. CD (مشترك).

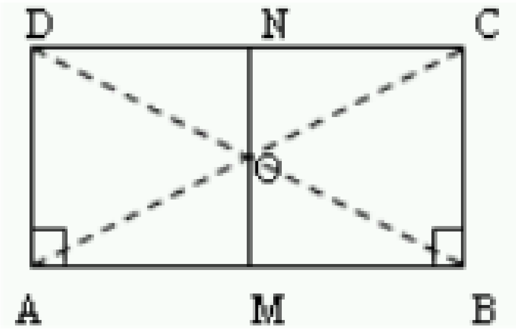
من خلال مسلمة (SSS)، المثلثين ACD وBCD متطابقان.

⟸ : $A\widehat{D}C = B\widehat{C}D$، أي، زاويتي القمة متساويتين.

أيضا : $A\widehat{C}D = B\widehat{D}C$، اذا : $OD = OC$ و $OB = OA$.

نظرية أخرى، تتطلب مزيد من الدراسة، نصل خط مستقيم بمنتصفي القمة والقاعدة، هذه النتيجة أيضا ما إذا كانت مستقلة عن المسلمة الخامسة أو لا.

نظرية 3: القطعة المستقيمة الموصولة بمنتصفي القمة والقاعدة عمودية عليهما.(الشكل 28)



الشكل 28

البرهان: M منتصف AB و N منتصف CD، نصل ON، OM.

من خلال النظرية السابقة $OD = OC$، أيضا $DN = CN$ و ON (مشترك).

من خلال مسلمة (SSS)، المثلثين OCN و ODN متطابقان.

⟸: $C\widehat{N}O = D\widehat{N}O = 90°$، أي أن ON عمودي على CD.

بالمثل، المثلثين OAM و OBM متطابقان.

⟸: $O\widehat{M}B = O\widehat{M}A = 90°$، أي أن OM عمودي على AB.

بالإضافة إلى $C\widehat{O}N = D\widehat{O}N$ ،$C\widehat{O}B = D\widehat{O}A$ ،$B\widehat{O}M = A\widehat{O}M$.

إذن : $C\widehat{O}N + C\widehat{O}B + B\widehat{O}M = D\widehat{O}N + D\widehat{O}A + A\widehat{O}M = 180°$

⟸ MON خط مستقيم، MN عمودي على كل من AB و CD.

وهذا ما يثبت أن زوايا القمة بالنسبة لرباعي ساكيري متساوية، هناك 3 احتمالات للمساواة :

1- كلاهما زاويتين قائمتين .

2- كلاهما زاويتين منفرجتين.

3- كلاهما زاويتين حادتين.

الاحتمال 1 : نستنتج مباشرة من المسلمة الخامسة لإقليدس ، الزوايا متكاملة، AB موازي ل BC

الاحتمال 2: نفترض أن زاويتي القمة متساويتين ومنفرجتين.

$\Longleftarrow B\hat{C}D = C\hat{D}A$ ومنفرجتين.

M ، N منتصفي AB و CD على التوالي، إذا المستقيم MN عمودي على كل من AB و CD (انظر الرباعي $CNMB$).

$C\hat{N}M = N\hat{M}B = 90°$ ، إذا $CNMB$ رباعي عمودي الأطراف، حيث أن زاويتي القمة $B\hat{C}N$ (زاوية منفرجة) $< M\hat{B}C$ (زاوية قائمة).

$\Longleftarrow CN < MB$ من خلال النظرية 1، إضافة إلى أن M، N منتصفي AB و CD على التوالي، نستنتج : $AB < CD$.

وهذا يعطي النظرية التالية :

نظرية 4 : قمة رباعي ساكيري اقل من القاعدة.

الاحتمال 3 : نفرض أن زاويتي القمة متساوتين وحادتين، وبالتالي نستنتج عكس الاحتمال2 :

نظرية *4 : قمة رباعي ساكيري أطول من القاعدة.

2-3-2 محاولة ليجندر

حياته

ليجندر أدريان ماري (1752- 1833م)، ولد في تولوز بفرنسا عالم رياضيات فرنسي، ألف كتاب عناصر الهندسة (1794م) الذي اثر على تدريس علم الهندسة، كذلك ساعد ليجندر في وضع النظام المتري، و عمل على نظرية الأعداد، الدوال الناقصة، و جداول النسب المثلثية.

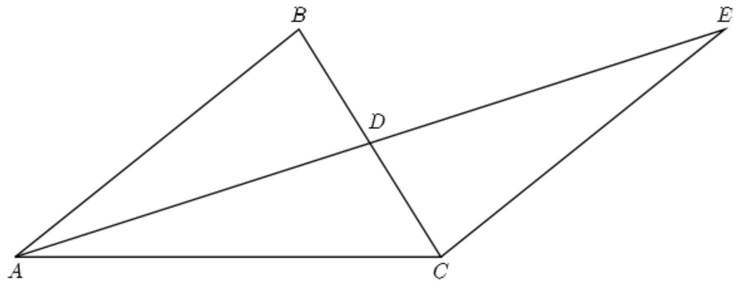
محاولة البرهنة[5]

لم يقدم ليجندر إسهامات جديدة في محاولته للبرهان على المسلمة الخامسة لإقليدس، حيث أن نتائجه قد حصلت سابقا من طرف من سبقوه لأن محاولته كانت مبنية على محاولة ساكيري، لكن الأسلوب السهل والبسيط في البراهين التي قدمها جلب له إهتمام كبير والعديد من المؤيدين لمحاولته.

إختار ليجندر الزوايا الثلاث للمثلث واقترح ثلاث فرضيات لمجموع زوايا مثلث أيا كان وهي: مساوي ل، اكبر من، واصغر من زاويتين قائمتين، املا في قبول رفض الاثنتين الأخيرتين تلقائيا ، مخمننا وفارضا الخط الصحيح اللامتناهي، حيث كان يقبل حذف الهندسة القائمة على الفرضية الثانية من خلال إثبات النظرية التالية:

"مجموع زوايا المثلث ليست اكبر من زاويتين قائمتين"

بالتالي مجموع زوايا المثلث ABC (الشكل) تساوي (ε +°180) والزاوية $C\hat{A}B$ ليست أكبر من الزاويتين الباقيتين.



الشكل 29

نصل النقطة A بالنقطة D متنصف BC ، ثم نمد AD إلى E بحيث أن DE مساوي ل AD، نرسم CE، ومنه المثلثين BDA وCED متطابقان.

نستنتج ببساطة أن مجموع زوايا المثلث AEC مساوي لمجموع زوايا المثلث ABC، حيث المجموع يساوي (ε +°180) ، وأن إحدى الزاويتين $C\hat{A}E$ أو $C\hat{E}A$ مساوية أو اقل من نصف الزاوية $C\hat{A}B$.

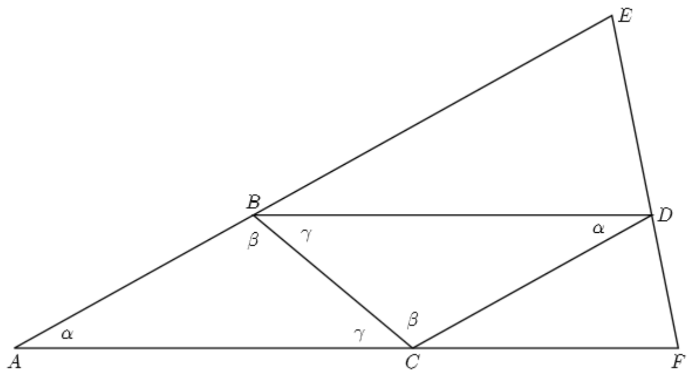
مجموع *ثالث مثلث على نحصل* AEC *للمثلث المد عملية نفس تطبيق خلال من* زواياه (ε + °180) و إحدى زواياه مساوية أو اقل من $\frac{1}{4}$ $C\hat{A}B$.عند تكرار العملية n مرة، المثلث المتحصل عليه مجموع زواياه يساوي (ε +°180) وإحدى زواياه مساوية أو اقل من $C\hat{A}B$ 2^n

على الرغم من ان ε صغير، يمكن ان يكون اكبر من الزاوية $C\hat{A}B$، أي : $C\hat{A}B < \mathcal{K}\varepsilon$، إذا اخترنا n كبير، $\mathcal{K} < 2^n$

إذن: $2^n\ C\hat{A}B < \varepsilon$ ، و منه مجموع زوايا المثلث الاخير المتحصل عليه اكبر من زاويتين قائمتين، لكن هذا مستحيل.

لكن على الرغم من أن ليجندر قام بالعديد من المحاولات لم يكن باستطاعته إثبات الفرضية الثالثة، نعلم جيدا أن هذه الجهود لا يمكن الاعتماد عليها لأنها عديمة الجدوى لكن يمكن الاستفادة من محاولة البرهان على أن مجموع زوايا المثلث لا يمكن أن يكون أقل من زاويتين قائمتين.

نفرض أن مجموع زوايا المثلث ABC (الشكل) يساوي ε +180°، والزاوية $B\hat{A}C$ ليست اكبر من الزاويتين الباقيتين [إذن قياس هذه الزاوية اقل من° 60].



الشكل 30

من BC ننشئ المثلث BCD مطابق ل ABC ، والزاويتين $A\hat{B}C$ و $D\hat{C}B$ متساويتين تبادليا ، نرمز ب$(\beta \wedge \gamma)$ للزاويتين $B\hat{C}A$ و$C\hat{B}A$ على التوالي ، نمد AB نحو E و AC إلى F ، ثم نرسم الخط الذي يمر ب B ويقطع EF في D .

مجموع زوايا المثلث BCD يساوي (ε -180°) ، كما برهن سابقا أن مجموع زوايا المثلث لا يمكن أن يكون اكبر من زاويتين قائمتين. مجموع زوايا المثلث BDE وكذلك المثلث CDF لا يمكن أن تكون اكبر من 180°، إذن مجموع زوايا المثلثات الأربعة لا يمكن أن يكون أكبر من2ε- °720، ينتج ان مجموع الثلاث الزوايا بالنسبة للمثلث AEF لا يمكن أن يكون اكبر من 2ε -180°.

لو نعيد إنشاء n مثلث بنفس الطريقة، آخر مثلث سيكون مجموع زواياه لا يتعدى

$\varepsilon\,2^n$ - °180. لكن أضعاف ε ، يمكن أن يكون اكبر من زاويتين قائمتين، إذا اخترنا n كبير، فالبتالي المثلث المحصل عليه مجموع زواياه سيكون سالبا، وهذا غير ممكن لان مجموع زوايا المثلث موجب دوما.

خلاصة :

عمل القدامى والمحدثون على محاولة البرهنة على المسلمة الخامسة لإقليدس إلا أن كل محاولاتهم باءت بالفشل، رغم الطرق العديدة والمختلفة وكذلك الصيغ المكافئة لها.

الفصل الثالث

الهندسات الغير إقليدية

ظهور الهندسات الغيرإقليدية

ظلت الجهود ومحاولات البرهان على المسلمة الخامسة دون جدوى لفترة تزيد عن عشرين قرنا ، مما جعل العديد من الرياضياتيين يقتنعون بأنه لا يمكن البرهان على هذه المصادرة، وبقيت نظرية المتوازيات تطبق على نفس الحال الذي كانت تطبق عليه زمن إقليدس. ومع مطلع القرن 18 و بالضبط في عامي 1770 ، 1733 قدم على التوالي كل من ساكيري (Saccheri) ولامبير(Lambert) طريقة للبرهان هي الإستدلال بالخلف، و كانا يعتقدان بأن نفي المصادرة سيسمح لهما بالحصول على نتائج متناقضة، لكن هذا لم يحصل مما عزز الإعتقاد بأن نظريات إقليدس مستقلة عن هذه المصادرة .

في بداية القرن 19 م ظهرت محاولات ريمان (Riemann) (1826-1866م) و لوبتشفسكي (Lobatchevski) (1793-1856 م) لبناء هندسات جديدة مغايرة للهندسة الإقليدية سميت بالهندسات الغير إقليدية.

3-1 هندسة لوبتشفسكي[7]

3-1-1 حياته

نيكولاي لوبتشفسكي (1792-1856 م)، رياضياتي روسي درس في جامعة قازان وأصبح أستاذا في 1822 م. وفي عام 1826 م أصبح لوبتشفسكي رئيس الجامعة لمدة 19 سنة ومن أهم أعماله إكتشاف الهندسة الغير إقليدية "الهندسة الزائدية" .

تظهر محاولاته في المقالة التي قدمها يوم 11فيفري 1826م لمعهد الفيزياء الرياضية بجامعة قازان (Kazan) بالإضافة إلى المذكرات التي نشرها إبتداء من سنة 1829م ،والتي أظهرت وبينت أن المسلمة الخامسة لإقليدس مستقلة عن المسلمات الأربع الأخرى وأنه بالإمكان بناء هندسة جديدة لا تستند إليها.

وفي سنتي 1931م،1934م وبشكل مستقل وضع كل من بولاي (Bolyai) ولوبتشفسكي هندسة سميت بالهندسة الزائدية أو الهذولولية.

3-1-2 تعريف التوازي عند لوبتشفسكي

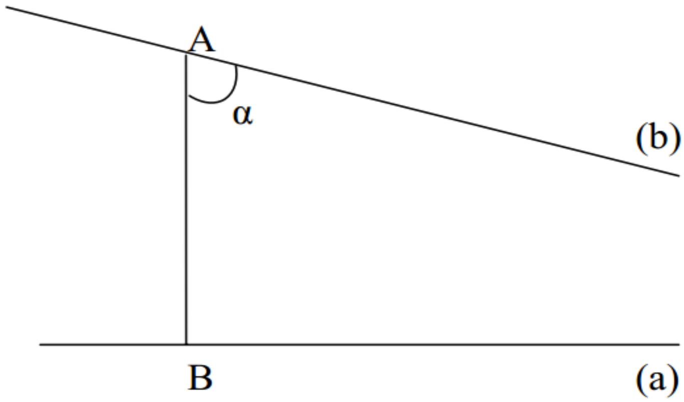
نقول عن مستقيم (b) أنه مواز للمستقيم (a) إذا وفقط إذا كان (b) نهاية لحزمة من المستقيمات $(b_i)_{i\in I}$ تمر من نقطة على (b) ولا تقطع المستقيم (a).(أي أن (a) سقف لحزمة المستقيمات $(b_i)_{i\in I}$ تمر من نقطة على (b) ولا تقطع المستقيم (a)).

لبناء نظامه الهندسي ، وضع لوبتشفسكي ثلاث مسلمات هي :

- لتكن A نقطة كيفية من المستوي، (a) مستقيم لا يمر من A، وليكن (AB) عمودا على (d) في B .

إن الزاوية α التي يصنعها المستقيم (b) المار من A و المواز لـ (a)، هي زاوية حادة، متعلقة بالطول AB.

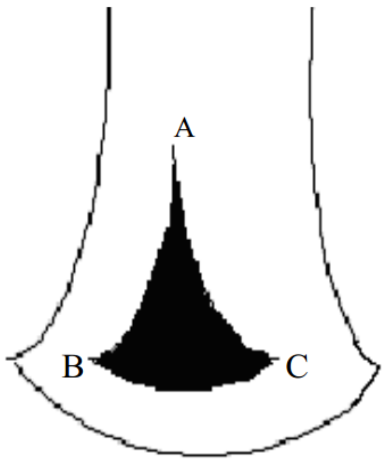
يسمي لوبتشفسكي الزاوية α زاوية التوازي .



الشكل 31

✓ **مجموع زوايا مثلث ما اقل من قائمتين .**

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}<2\left(\frac{\pi}{2}\right)$$



الشكل 32

- من نقطة A واقعة خارج مستقيم معطى (a)، يمر على الأقل مستقيمان موازيان لهذا المستقيم .

تدعى هذه المسلمة بالمسلمة الأساسية للوبتشفسكي، ومن خلالها وضع المبرهنة التالية :

3-1-3 نص المبرهنة

يوجد عدد غير منته من المستقيمات التي تمر بـA ولا تقطع (a).

البرهان

ليكن (a_1)،(a_2) مستقيمين يمران ب A ولا يقطعان (a) . إن مسلمة لوبتشفسكي تضمن وجودها.

نعين على المستقيم (a_2) نقطة B تقع على جانب (a_1) الذي لا يمر بالمستقيم (a) .

نصل B بنقطة كيفية B من (a).

إن القطعة $[B_2B]$ تقطع المستقيم (a_1) في نقطة B_1.

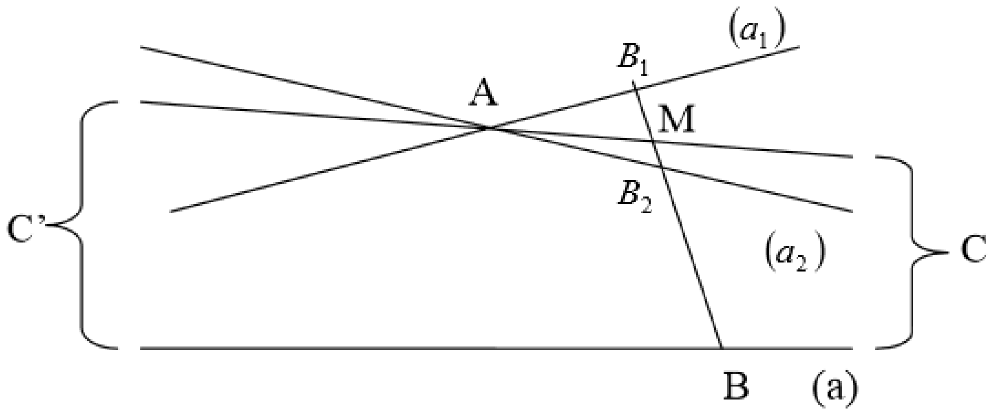
ننشئ نقطة كيفية M من القطعة $[B_1B]$، ينتج بسهولة أن المستقيم (AM) لا يقطع المستقيم (a).

بالفعل لو كان (AM) يتمتع بنقطة تقاطع C مع المستقيم (a) في الاتجاه $\overrightarrow{AM}$ ،

فإننا نشكل مثلثا MBC حيث (MB) يمر عبر المستقيم (a_1).

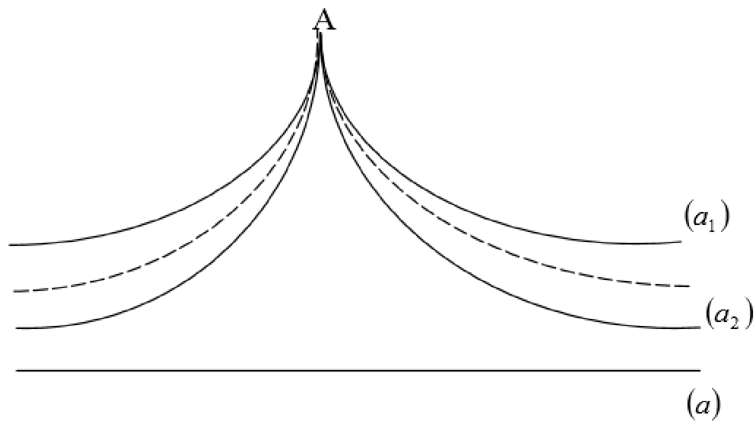
من مسلمة باش (Pasch) فان المستقيم (a_1) يقطع أيضا (a). وهذا مستحيل.

من جهة أخرى، لو انه قطع (a) في نقطة 'C من (AM)في الاتجاه $\overrightarrow{MA}$، فإننا نشكل مثلثا 'MBC حيث ('MC) يمر بالمستقيم (a_2) .في هذه الحالة نجد من مسلمة باش أن المستقيم (a_2) يقطع المستقيم (a)، وهذا مستحيل أيضا.



الشكل 33

كل مستقيم آخر يمر بـ A ويكون انحناؤه إلى الداخل بالنسبة للزاويتين المتقابلتين بالرأس لـ (a_1) و (a_2) لا يقطع (a). كما هو موضح في الشكل التالي :



الشكل 34

نرمز للطول AB بالرمز x

إن : α تابع ل x ، ونكتب $\alpha = \pi(x)$

خواص

- π تابع معرف كما يلي

$$\pi : R^{+} \rightarrow \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

$$\pi : R(x) = a$$

- π مستمر.
- π رتيب، متناقص، غامر.
- $\lim_{x \to 0} \pi(x) = \frac{\pi}{2}$
- $\lim_{x \to \infty} \pi(x) = 0$.

4-1-3 مميزات هندسة لوبتشفسكي

بعد أن وضع لوبتشفسكي أسسا لهذه الهندسة، قام بتقديم نموذج إقليدي يوضحها وهو شبه الكرة ومن أهم مميزاتها:

- ❖ التقوس دائما سالبا.
- ❖ من نقطة ليست على مستقيم معلوم يمكن رسم ما لا نهاية من المستقيمات التي توازي المستقيم المعلوم.
- ❖ المستقيمات في هذه الهندسة هي منحنيات على سطح شبه الكرة.
- ❖ مجموع زوايا المثلث أقل من $180°$.

2-3 هندسة ريمان

1-2-3 حياته

جورج فريدريك برنارد ريمان(1824 -1866 م)، عالم رياضيات ألماني ولد ببرلين ، بدء دراسته سنة 1846 م في برلين وتولى منصب أستاذ سنة 1859 م.

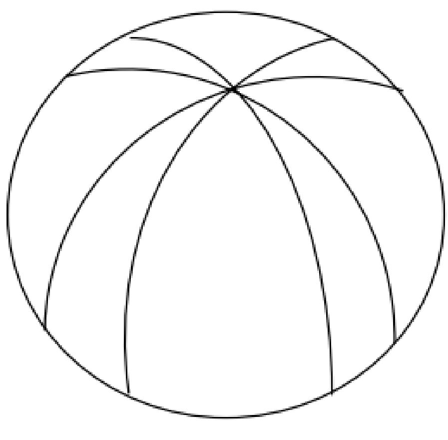
رغم قصر حياته إلا أن أعماله كانت مهمة فهو يعتبر مؤسس نظرية الدوال والهندسة الريمانيةوأعتبرت دراسته حول نظرية الأعداد من أهم انجازاته.

2-2-3 الهندسة الريمانية [8]

هندسة ريمان نسبة إلى عالم الرياضيات الألماني ريمان و تسمى أيضا بالهندسة الإهليلجية أو الهندسة الناقصيةو في هذه الهندسة تستبدل مسلمة التوازي التي أنشأها إقليدس بالمسلمة التالية : من نقطة لا تقع على مستقيم معلوم لا يمكن رسم مستقيم لا يقاطع المستقيم المعلوم . بعبارة أخرى المستقيمات المتوازية لا وجود لها في هذه الهندسة .

"من النقطة خارج مستقيم ، لا يمر اي مواز لهذا المستقيم ".

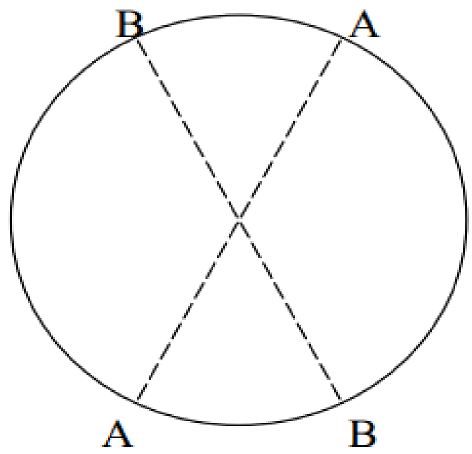
ويمكننا تخيل هذه الفرضية بسطح الكرة الأرضية، فخطوط الطول الموجودة فوق سطح هذه الكرة تمثل الخطوط المستقيمة لأننا لا يمكننا أن نجد خطوط أكثر إستقامة من خطوط الطول الموجودة على سطح الكرة المقعر. كما أننا لا نستطيع من أي نقطة رسم خط طول يوازي خط طول آخر. لأن خطوط الطول على سطح الكرة الأرضية تتقاطع كلها عند القطبين.أي أن خطوط الطول كلها ليست متوازية.



الشكل 35

3-2-3 تعريف النقطة عند ريمان

النقطة هي زوج مركب من نقطتين على سطح الكرة متقابلتين قطريا



الشكل 36

حيث (AA) يمثل نقطة واحدة

4-2-3 مميزات هندسة ريمان [8]

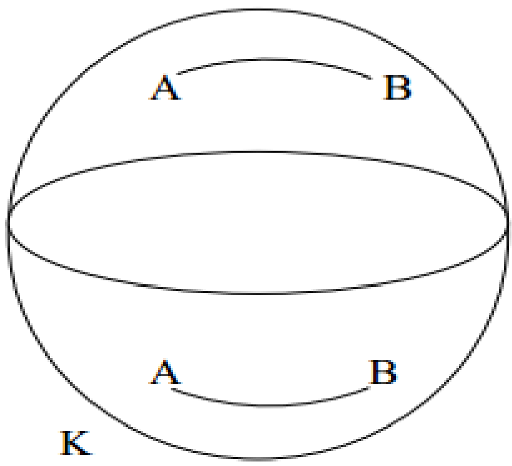
تبنى هذه الهندسة على سطح الكرة ومن أهم مميزاتها :

- ✓ التقوس في هذه الهندسة دائما موجب.
- ✓ المستقيمات في هذه الهندسة هي الدوائر العظمى على سطح الكرة .
- ✓ من نقطة ليست على مستقيم معلوم لا يمكن رسم مستقيم يوازي المستقيم المعلوم.
- ✓ مجموع زوايا المثلث في هذه الهندسة أكثر من 180 درجة :فمثلا إذا نظرنا الي مثلث كروي أي أنه موجود فوق سطح الكرة وضلعاه هما خطي الطول ما فوق سطح الكرة الأرضية ،بينما ضلعه الثالث يقع فوق خط الاستواء ،فنجد أن كل زاوية بين خطي الطول وخط الاستواء تساوي90 درجة،أي أن مجموعهما هما الإثنين فقط يعطي 180 درجة .
- ✓ المثلث لا يأخذ شكل المثلث المستوي وإنما يكون كرويا.
- ✓ إن المرور بين نقطتين من الكرة تمر بأقصر طريق ينبغي المرور على الدائرة الكبرى التي تمر بالنقطتين المعتبرتين . ذلك هو المبدأ المتبع في الملاحة البحرية و الجوية .
- ✓ نسبة محيط الدائرة التي قطرها في الهندسة أكبر من النسبة الثابتة .

ملاحظة

لا يوجد أي مستقيم على سطح الكرة الأرضية في العالم يجزئ المعلم الرماني إلى جزئيين:

معناه من أجل كل مستقيم (a) على الكرة k، ومن أجل نقطتين B,A لا تقعان على (a) نجدا دوما قطعة مستقيمة تصل A بـ B . ولا تقطع المستقيم (a) .

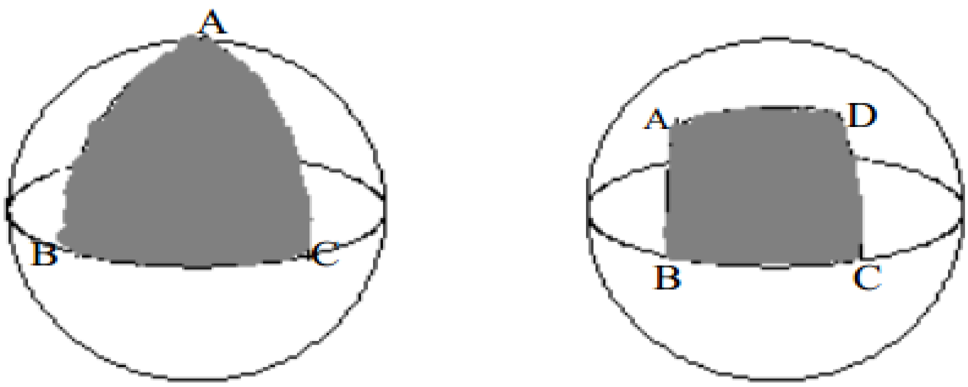


الشكل 37

مجموع زوايا مثلث أكبر من قائمتين .

مجموع زوايا رباعي الأضلاع لساكيري أكبر من أربع قوائم.

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} > 4\left(\frac{\pi}{2}\right)$$



الشكل 38

كما أن من مسلمات هندسة ريمان بالنسبة للأسطح الكروية أن نظرية فيثاغورس لا تراعى لحساب المسافة بين نقطتين الا في حالة النقاط القريبة جدا من بعضها أي أن نظرية فيثاغورس لحساب المسافة بين النقطتين ترى فقط بصورة نظرية .

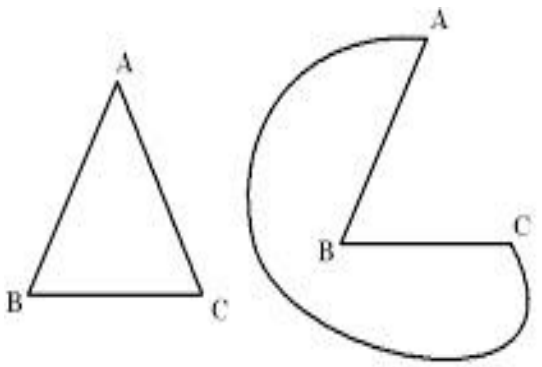
و لقد أعجب العالم الكبير ألبرت أينشتاين بهندسة ريمان،فكان هدفه الوصول إلى قانون يحسب المسافة بين الأحداث الزمكانية الرباعي الأبعاد. ولحساب هذه المسافة ينبغي ان يكون على غرار قوانين مينكوفسكي التي هي في الحقيقة تطوير لنظرية فيثاغورس .

و كما رأينا سابقا فان قانون فيثاغورس يعمل بصورة محلية بين النقاط القريبة من هندسة ريمان ،و كان هذا ما يحتاجه أينشتاين تماما.

فلحساب المسافة بين حدثتين البعيدتين عن بعضهما في الزمكان نستطيع أن نقسم المسافة بين الحدثتين، ثم نحسب كل مسافة صغيرة على حدى ثم نجمع هذه المسافات لنصل الي النتيجة النهائية .

ومن السطوح التي تتسع لهذه الخاصية هو سطح شريط موبيوس فالخط على هذا السطح لا يفصل الصفحة الي نصفين وإنما يلتقي ابتداء الخط بنهايته .

نضع هذه الخاصية الهندسية أمام واقعية جديدة وهي احتساب نقطتين على أطراف الخط نقطة واحدة وبالتالي ليس بالضرورة أن نعين أضلاع المثلث من خلال رؤوسه.



الشكل 39

الشكل 40

الخلاصة الشك في المسلمة الخامسة دفع بكل من لوتشفسكي و ريمان إلى إعادة النظر في الهندسة الإقليدية برمتها، مما ثراء هندسيا و بناء هندسات جديدة.

قائمة المراجع

المراجع باللغة العربية

[1] ب، أ، روزنفيلد و أ، ب. يوسكوفيتش : نظرية الخطوط المتوازية في المصادر العربية ،ترجمة :سامي شلهوب و كمال نجيب و عبد الرحمان م.ج.ح 1989

[2] خليل جاويش : نظرية الخطوط المتوازية في الهندسة الاسلامية، قرطاج، بيت الحكمة، 1988.

[3] رشيد راشد معاونة (ريجيس مورلون) : موسوعة تاريخ العلوم العربية الجزء الثاني : بيروت1997.

[4] كوثيليوس فان ديك : (كتاب الاصول الهندسة) سنة 1963

المراجع باللغة الاجنبة

[5] marvin jay Greenberg : Euclidean end non-Euclidean Geometries :University of California1994.

[6] Vitrac, B : Euclide , Les Eléments ,Paris,Puf,Vol.1,1994.

[7] Luciano, B : Le probéme mathématique de l'espace, Spring.

[8] éfimov, N : Géométrie Superieur.traduction francaise Edition, Mir,1981.

الملاحق


علي مولا
مركز دراسات الوحدة العربية
مؤسسة عبدالحميد شومان
سلسلة تاريخ العلوم العربية (٤)
موسوعة
تاريخ العلوم العربية
الجزء الثاني
الرياضيات والعلوم الفيزيائية
الرياضيات العددية • الجبر • الهندسة • المثلثات • الرياضيات التحليلية
الموسيقى • الستاتيكا • المناظر والبصريات
منتدى مكتبة الاسكندرية www.alexandra.ahlamontada.com
إشراف : رشدي راشد

-

كتاب

الاصول الهندسية

وهو مشتمل على

كتب اقليدس الستة

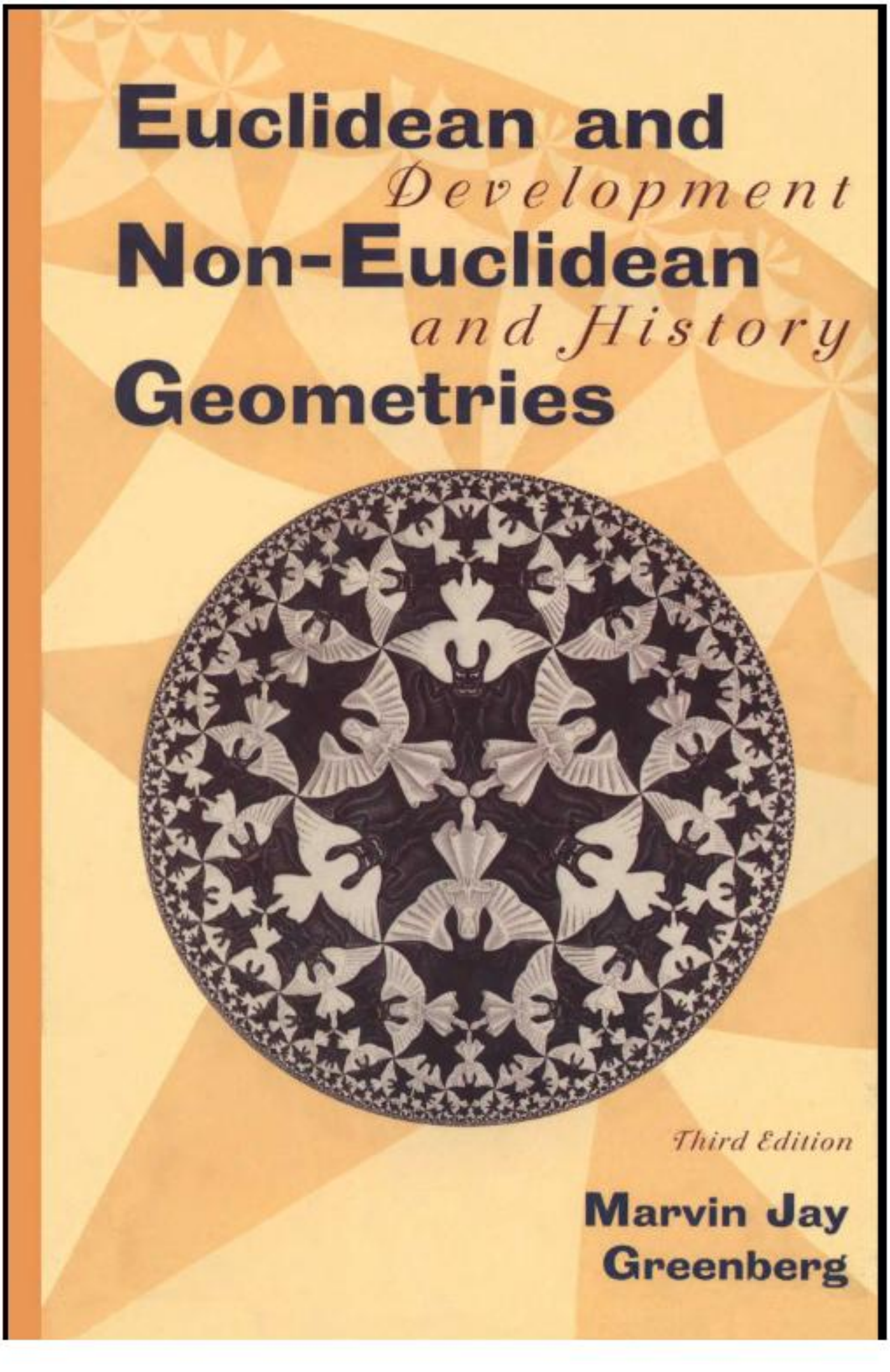
ومضافات في تربيع الدائرة

وهندسة الاجسام

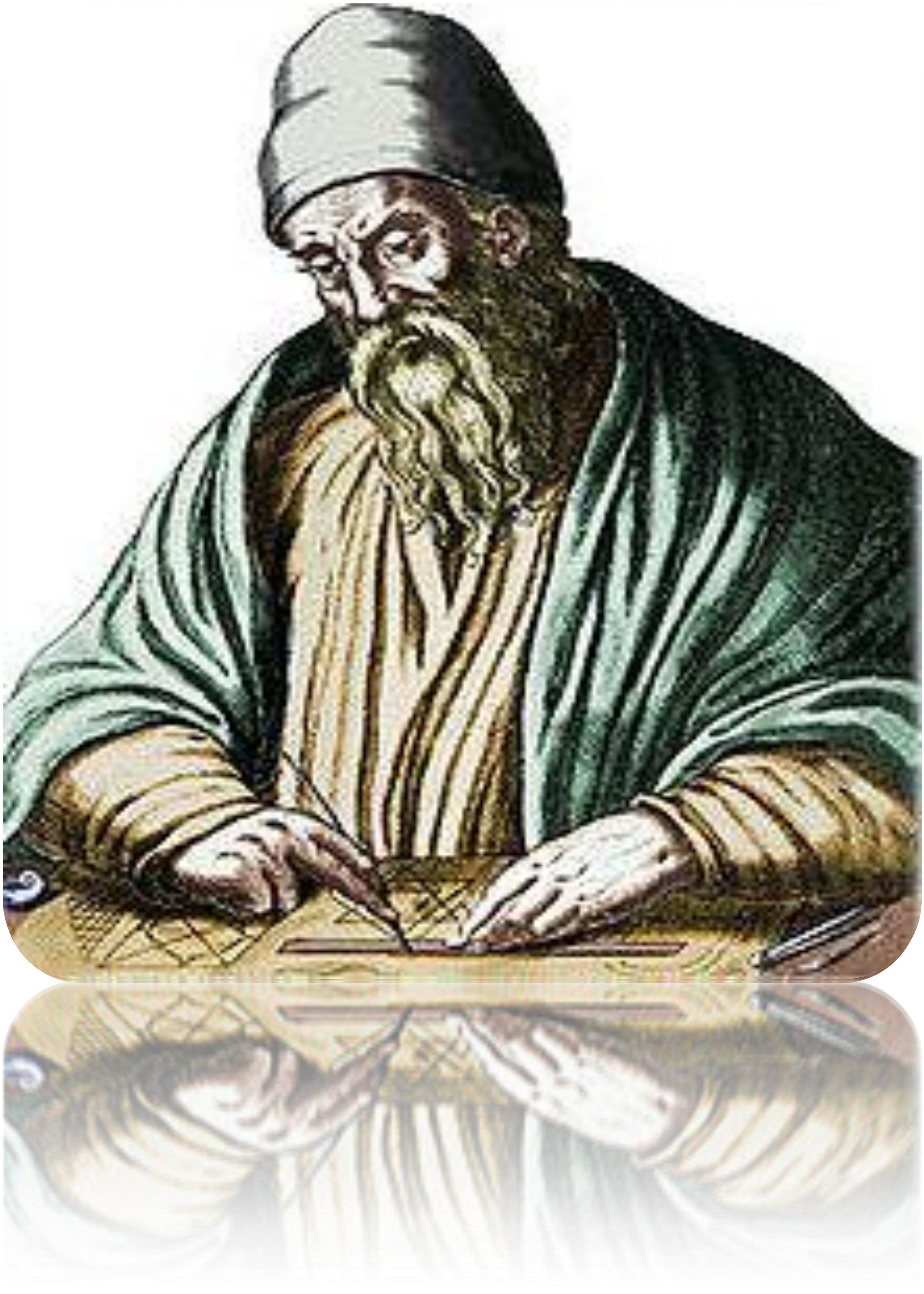
واصول قياس المثلثات المستوية والكروية

ترجمة

كرنيليوس فان ديك


Euclidean and
Development
Non-Euclidean
and History
Geometries
Third Edition
Marvin Jay
Greenberg

.



رسم تخيلي لاقليدس

نيكولاي لوباتشيفسكي

برنارد ريمان

ملخص

قدمنا عملنا هذا حول محاولات البرهنة على المسلمة الخامسة لاقليدس وما اثارته من جدل كبير، لدى الرياضياتيين العرب منهم والغربيون عبر مر العصور وبداية ظهور هندسات غير اقليدية تعتمد على مصادرات غير مصادرات اقليدس ابرزها:

هندسة لوبتشفيسكي "الهندسة الزائدية"

هندسة ريمان "الهندسة الناقصية".

الكلمات المفتاحية

اقليدس – مسلمة التوازي – هندسة لوبتشفيسكي – هندسة ريمان.

Résumé

Nous avons consacré notre travail pour éssayer de démontrer la cinquième postulat d'Euclide, et quel sont les grande controverse qu'il faire entre les mathématiciens de les Arabes et les Occidentaux à travers les âges, et le début de l'émergence des géométries non-euclidiennes comptent sur les confiscations autre que les confiscations Euclidiciens. Les géométries plus importants sont:

La géométrie de Lobatcheveski (génie hyperbolique).

La géométrie de Riemann(génie elliptique).

Les mots clés

Euclid - postulat des parallèles- la géométrie Lobatcheveski - la géométrie de Riemann

Abstract

We have dedicated our work to demonstrate the fifth postulate of Euclid and stirred great controversy among mathematicians, Arabs and Westerners,through the age; and the beginning of the emergence of non-Euclidean geometries rely on confiscations Euclid is the most prominent To

Lobatcheveski geometry (hyperbolic Engineering).

Riemann geometry (elliptic Engineering).

Key words

Euclid - parallel postulate - Lobatcheveski geometry- Riemann geometry.