

# وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Université Badji Mokhtar  
Annaba

Badji Mokhtar University -  
Annaba



جامعة باجي مختار  
عنابة

Faculté des Sciences  
Département de Mathématiques

## THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de  
Doctorat en Mathématiques  
Option : Mathématiques Appliquées

### Sur la stabilité et les dynamiques diffusives dans des domaines non bornés

Par:

NISSE Khadidja

Sous la direction de  
NISSE Lamine MC(A)

#### Devant le jury

<b>PRESIDENT :</b>	LASKRI Yamina	Prof.	UBM-Annaba
<b>EXAMINATEUR :</b>	CHORFI Lahcen	Prof.	UBM-Annaba
<b>EXAMINATEUR :</b>	BENZINE Rachid	Prof.	EPST Annaba
<b>EXAMINATEUR :</b>	BOUSSETILA Nadjib	MC(A)	U. Guelma
<b>EXAMINATEUR :</b>	NOUAR Ahmed	MC(A)	U. Skikda

Année : 2014

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction</b> . . . . .	7
0.1 Position du problème . . . . .	9
0.2 Plan de la thèse . . . . .	11
<b>1. Préliminaires et rappels d'analyse fonctionnelle</b> . . . . .	13
1.1 Rappels sur la théorie des opérateurs . . . . .	13
1.1.1 Notations et définitions . . . . .	14
1.1.2 Opérateurs symétriques, et opérateurs auto-adjoints . . . . .	15
1.2 Opérateurs de Fredholm . . . . .	16
1.3 Bases orthonormales et analyse de Fourier . . . . .	18
<b>2. Formulation opérationnelle du problème</b> . . . . .	21
2.1 Stabilité linéaire : paramètres critiques . . . . .	21
2.2 Reformulation du problème stationnaire . . . . .	24

2.2.1	Notations et reformulation . . . . .	24
2.3	Forme opérationnelle du problème . . . . .	28
2.3.1	Définition de l'opérateur linéaire $\mathcal{L}_{\alpha,s,r}$ . . . . .	28
2.3.2	Définition de l'opérateur non linéaire $\mathcal{N}_{\alpha,s,r}$ . . . . .	28
2.4	Cadre fonctionnel . . . . .	30
2.4.1	Notations et définitions . . . . .	30
2.4.2	Le cadre abstrait de l'opérateur $\mathcal{L}_{\alpha,s,r}$ . . . . .	31
2.5	Propriétés de l'espace $\dot{H}_{per}^1(\Omega)$ . . . . .	32
2.6	Etude de l'opérateur $\Delta_{sr}$ . . . . .	39
2.7	Le caractère Fredholm de l'opérateur $\mathcal{L}_{\alpha,s,r}$ . . . . .	44
2.7.1	Le noyau de $\mathcal{L}_{\alpha_c,s_c,r_c}$ . . . . .	44
2.7.2	Régularité de l'opérateur non linéaire $\mathcal{N}_{\alpha,s,r}$ . . . . .	47
<b>3.</b>	<b>Réduction du problème stationnaire . . . . .</b>	<b>48</b>
3.1	Description de la méthode de réduction de Lyapunov-Schmidt . . . . .	49
3.2	Application de la méthode de réduction . . . . .	52
3.2.1	Le principe de réduction . . . . .	53
3.2.2	L'équation réduite . . . . .	55
<b>4.</b>	<b>Symétries du problème et structure de l'équation réduite . . . . .</b>	<b>58</b>

4.1	Action et effets des symétries . . . . .	58
4.1.1	La réduction de Liapunov-Schmidt avec symétrie . . . . .	59
4.1.2	Les symétries du problème . . . . .	63
4.1.3	Action des symétries sur l'équation réduite . . . . .	65
4.1.4	Conséquences sur l'équation réduite . . . . .	73
4.2	Calcul de la fonction de réduction $f$ . . . . .	75
4.2.1	Forme générale de $f$ et $\mathcal{U}$ . . . . .	75
4.2.2	Procédure du calcul des premiers termes . . . . .	76
4.2.3	Calcul des premiers termes du développement de $f$ . . . . .	79
4.2.4	Résultats et conséquences des calculs . . . . .	83
<b>Conclusion générale</b> . . . . .		84
<b>5. Annexe</b> . . . . .		86
A	Premiers termes dans le développement des opérateurs . . . . .	86
B	Outils et procédure de calcul . . . . .	88
B.1	Identification du terme en $\rho_1^3 S$ . . . . .	89
B.2	Identification du terme en $\rho_1^3 SR$ . . . . .	91
<b>Bibliographie</b> . . . . .		93