

Contribution à l'étude des instabilités d'un écoulement tournant entre deux cylindres coaxiaux

H. Fekir^{1,a}, Z. Laffane¹, A. Azzi¹.

¹ Laboratoire Aéro-Hydrodynamique Navale Faculté de Génie Mécanique Université des Sciences et Technologiques d'Oran
USTO M-B, Algérie

.....
slkhali@hotmail.com

Résumé—Ce travail porte sur l'étude numérique des modes d'instabilités hydrodynamiques dans les anneaux cylindriques de Couette-Taylor, ce dernier est l'un des systèmes modèles les plus pertinents pour étudier l'influence de la rotation sur la turbulence et qui permet de faire mieux avancer la compréhension des mécanismes complexes par celle des mécanismes de base. Cet expositif contient deux cylindres coaxiaux dont les anneaux disposés à chaque extrémité de l'entrefer sont séparés en une partie tournante solidaire du cylindre intérieur et une partie fixe solidaire du cylindre extérieur. L'objectif essentiel de ce modeste travail est le traitement par simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent d'un fluide newtonien incompressible entre deux tubes coaxiaux afin de diminuer la recirculation d'Ekman et d'étudier l'influence sur l'écoulement. Le code de calcul ANSYS CFX 14.0 a été abordé pour effectuer cette tâche. L'écoulement de base dépend principalement du nombre de Reynolds, du rapport d'aspect de la cavité et le rapport des rayons des cylindres. La confrontation de nos résultats avec ceux d'autres littératures montre une bonne concordance.

Mots clés—Taylor-Couette, écoulement tournant, cylindres coaxiaux, nombre de Reynolds, fluide newtonien

NOMENCLATURE

Symboles

R_1 : Rayon du cylindre intérieur.

R_2 : Rayon du cylindre extérieur.

D : Espace annulaire entre les deux cylindres.

H : Hauteur de remplissage dans le cas du système vertical

Re : Nombre de Reynolds classique.

Lettres Grecque

μ : Viscosité dynamique.

ν : Viscosité cinématique.

η : Rapport des rayons.

Γ : Facteur d'aspect ou Taux de remplissage.

Ω : Vitesse angulaire du cylindre intérieur.

I. INTRODUCTION

Les développements techniques au fil des siècles ont vu l'apparition d'une classe de systèmes mécaniques appelés « turbomachines », c'est-à-dire de dispositifs impliquant un fluide interagissant avec un ou plusieurs éléments en rotation. On peut citer parmi les exemples les plus récents les turbines, dynamos ou alternateurs de centrales électriques, les turbines présentes dans les turboréacteurs d'avions, ou encore les pompes à centrifugation. Le système de Couette-Taylor est rencontré dans de nombreuses applications industrielles comme les systèmes de refroidissement des machines tournantes ou des composants électriques. La compréhension des écoulements confinés entre ces systèmes rotatifs reste aujourd'hui encore, une question ouverte dans la littérature. Dans le cadre d'étudier l'influence de la rotation sur la turbulence plusieurs études ont été faites numériques ou bien expérimentales.

En 1884, Maurice Couette [1] fut le premier à utiliser un dispositif annulaire pour mesurer la viscosité ν d'un liquide. Son dispositif était constitué d'un cylindre intérieur fixe et d'un cylindre extérieur tournant à une vitesse angulaire Ω_e . G.I. Taylor, (1923) [2] proposa une explication par une analyse expérimentale et analytique de la stabilité de l'écoulement et démontra que l'écoulement de Couette pouvait se déstabiliser lorsque la force centrifuge liée à la rotation d'un des cylindres dominait le gradient radial de pression. Gregory S. Lewis et al [3] ont fait une étude expérimentale sur l'écoulement entre les cylindres concentriques avec le rayon intérieur en rotation pour un nombre de Reynolds varie entre 2. 103 et 106, leur système a un entrefer étroit (0.724). Biage et Campos [4] ont observé la persistance des rouleaux le long du cylindre intérieur pour un intervalle du nombre de Reynolds de 2,04.105 et 2,77.105 proches des vortex toroïdaux et l'écoulement devient turbulent avec une présence de structures à grandes échelles à partir de $Re = 5.104$. Lepiller et al [5] ont fait une étude expérimentale sur l'influence d'un gradient de température au système de Couette-Taylor avec seul le cylindre intérieur en rotation dans le cadre de combiner entre les instabilités hydrodynamiques et thermiques. Hua-Shu Dou et al [6] ont utilisé la théorie de gradient d'énergie pour étudier l'instabilité de l'écoulement de Taylor-Couette entre les cylindres concentriques rotatifs. Dont elle est applicable pour l'écoulement à paroi bornée parallèlement.

Burin et al [7] ont développé en 2009 un système expérimental de Couette-Taylor original dont les anneaux disposés à chaque extrémité de l'entrefer sont séparés en une partie tournante solidaire du cylindre intérieur et une partie

fixe solidaire du cylindre extérieur. Guillermin et al. [8] ont effectué une étude numérique des écoulements de Couette-Taylor Turbulents, ils ont comparé les résultats issus de modèles de turbulence disponibles dans CFX et STAR CCM+ avec les mesures de Burin et al. [7]

L'écoulement de base dépend principalement du nombre de Reynolds, du rapport d'aspect de la cavité et le rapport des rayons des cylindres. Une simulation numérique a été menée au sein du laboratoire d'aérodynamique navale à l'aide du code ANSYS-CFX afin d'avoir une comparaison entre nos résultats et ceux d'expérimentales [7].

II. MODÉLISATION NUMÉRIQUE

A. Equations gouvernantes

Le fluide utilisé est le l'eau considéré newtonien et incompressible, l'écoulement est supposé turbulent stationnaire en moyen et tridimensionnel. Les équations fondamentales qui régissent notre écoulement sont décrites ci-dessous.

Equation de continuité

$$\text{div}(\bar{U}) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0$$

Equation de quantité de mouvement

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right)$$

Equation de continuité moyenne

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0$$

Equation de quantité de mouvement moyenne

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right)$$

B. Modèle de Turbulence

Dans cette étude on a utilisé le modèle de turbulence k- ω SST. C'est un modèle qui combine les avantages de k- ω près de la paroi et ceux de k- ϵ loin du corps mais qui n'a pas la même notoriété que k- ω . Il joue un rôle important près de la paroi (intensification du transfert de chaleur) sous un gradient de pression défavorable. Il comporte également un terme supplémentaire de diffusion dans l'équation de transport de la dissipation pour que la prédiction dans les zones transitoires soit bonne. La formulation de l'énergie cinétique et sa dissipation du modèle SST a une forme semblable au modèle (Fluent, 2003). La formulation du modèle de SST est comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega$$

Les diffusivités effectives du modèle k- ω SST sont données par :

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$$

Où σ_k et σ_ω dénotent, respectivement, les nombres turbulents de Prandtl pour k et ω .

C. Géométrie

Le système considéré est celui conçu par Burin et al. [4]. Il est constitué de deux cylindres coaxiaux verticaux de longueur $H=0,28m$ (figure 1). Le rayon du cylindre intérieur est $R_1=0,071m$ et celui du cylindre extérieur est $R_2=0,203m$. L'entrefer entre les deux cylindres est donc $d=0,132m$. Le dispositif est caractérisé par un faible rapport d'aspect $\Gamma=2,12$ et un entrefer large (rapport des rayons $\eta=R_1/R_2=0,35$). La particule du système réside dans le fait que chaque extrémité haute et basse de l'entrefer est séparée en deux $(R_1+R_2)/2$: un anneau intérieur tournant et un anneau extérieur fixe. Le cylindre intérieur ainsi que les deux anneaux intérieurs tournent à la vitesse angulaire constante Ω , tandis que les autres parois demeurent immobiles. L'écoulement de base dépend également du nombre de Reynolds basé sur la largeur de l'entrefer : $Re = \Omega R_1 d / \nu$. Le nombre de Reynolds varie ici entre 5×10^4 et 4×10^5 .

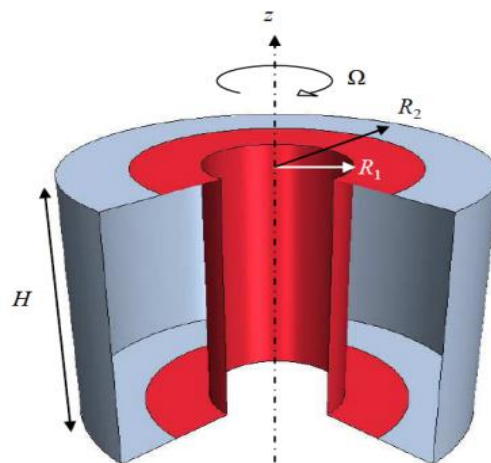


Fig.1. Schéma du système de Couette-Taylor d'après Burin et al. [4]. Les parties en rouge sont tournantes à la vitesse angulaire Ω et les parties en gris sont immobiles.

D. Conditions aux limites

- Cylindre intérieur solidaire avec les deux anneaux intérieurs: ils sont considérés comme des parois solides rotatives avec une vitesse angulaire calculée selon la formule :

$$\Omega = (Re * \mu) / (R_1 * D)$$

R_1 : Rayon du cylindre intérieur

D : Entrefer entre les deux cylindres.

Re : Nombre de Reynolds

μ : Viscosité dynamique

- Cylindre extérieur solidaire avec les deux anneaux extérieurs : il est considéré comme paroi immobile.

E. Maillage

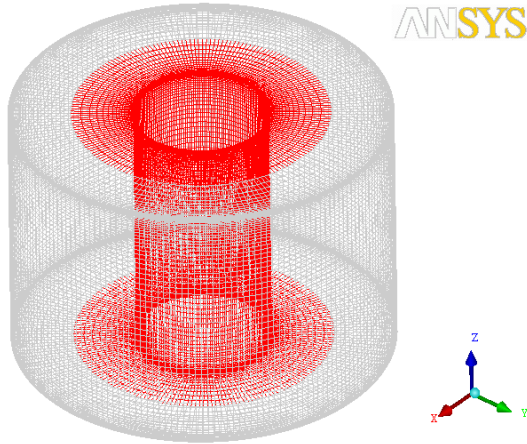


Fig. 2. Maillage hexaédrique

Le maillage effectué est un maillage structuré de type hexaédrique dont il est illustré dans la figure 2, il est réalisé en créant un seul block ; ce block est ensuite maillé dans une étape dite « pre-mesh » dont la zone au voisinage des parois des deux cylindres et même à l'entrée et à la sortie sont bien raffinée.

TABLE.I CONFIGURATION DE MAILLAGE

Maillage	3D	
	Nombres des nœuds	Nombre des mailles
Héxa	458640	478632

III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

A. Validation du modèle

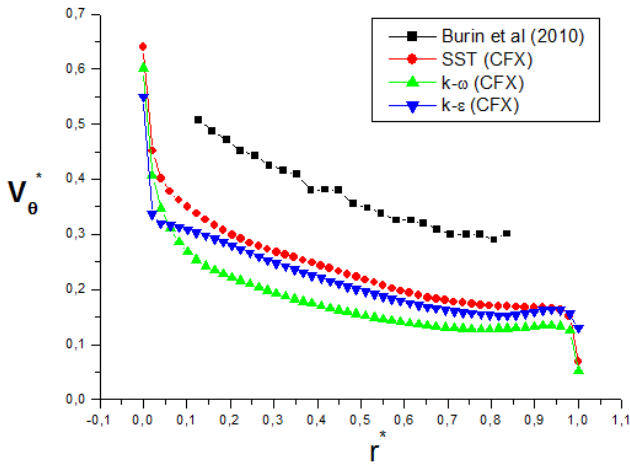


Fig. 3. Profils radiaux de la vitesse tangentielle moyenne en $z=H/4$ pour $Re = 10^5$

La figure 3 présente des comparaisons systématiques qui sont réalisées entre les différents modèles numériques

utilisées et les données de Burin et al [4] en termes de vitesse tangentielle moyenne à une position axiale donnée $z=H/4$. Les résultats des différents modèles sont comparés pour $Re=10^5$ afin d'écartier les modèles les moins pertinents. D'après la figure 3, les courbes obtenues ont la même allure que celle obtenue expérimentalement. Si en comparant les modèles présentés (SST, $k-\epsilon$ et $k-\omega$) par rapport aux mesures de Burin et al [4], en remarquant que le modèle SST a des valeurs plus proches que les autres modèles. La vitesse tangentielle moyenne décroît avec le rayon, ce qui est caractéristique des écoulements de type Couette-Taylor.

B. Influence du nombre de Reynolds

L'évolution de la vitesse tangentielle moyenne en fonction du rayon est illustrée dans la figure 4 pour la même position axiale $z = H/4$ et avec des nombres de Reynolds différents. Cette variable est maximale au contact immédiat avec la paroi interne, puis décroît en se dirigeant vers le tube externe jusqu'à devenir nulle. La décroissance est plus rapide d'autant qu'on s'éloigne de la zone de mouvement. Il est clair qu'avec chaque augmentation du nombre de Reynolds la vitesse tangentielle moyenne diminue.

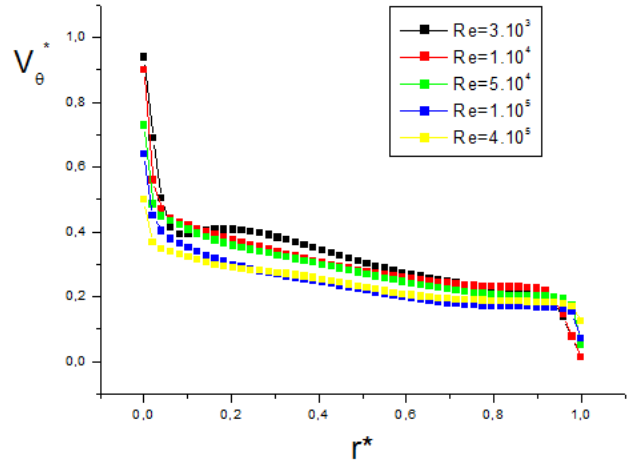


Fig. 4. Profils radiaux de la vitesse tangentielle moyenne en $z=H/4$ pour différentes valeurs de nombre de Reynolds en utilisant le modèle SST.

C. Les lignes de courant

La figure 4 présente une comparaison des lignes de courant. On observe l'évolution de l'écoulement de couette laminaire stable vers celui de la première instabilité avec apparition des rouleaux axisymétriques ou rouleaux de Taylor jusqu'à la deuxième instabilité avec l'apparition des ondes azimutales ou Wavy Mode.

Pour le cas des faibles vitesses de rotation on observe l'apparition des cellules d'Eckman au niveau des extrémités du système d'écoulement. Ce phénomène est toujours présent dans ce type d'écoulement, conduit par la rotation du cylindre. Cette dernière est à l'origine du développement des cellules de Taylor dans l'espace annulaire en fonction de l'augmentation de la vitesse de rotation du cylindre tournant.

Les cellules d'Ekman correspondent à la première rupture de symétrie de l'écoulement laminaire, due à une balance entre les forces visqueuses et la force de Coriolis.

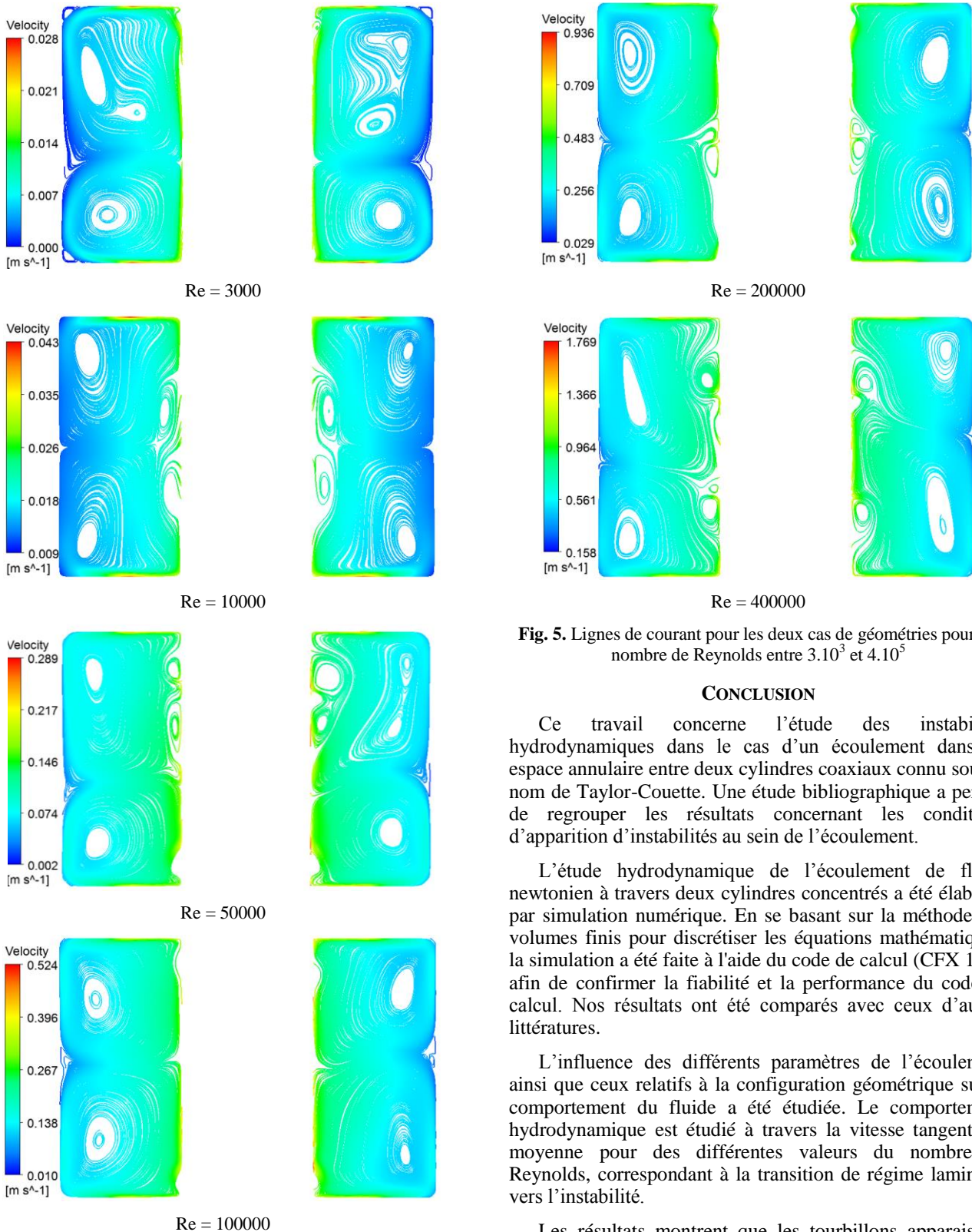


Fig. 5. Lignes de courant pour les deux cas de géométries pour un nombre de Reynolds entre $3 \cdot 10^3$ et $4 \cdot 10^5$

CONCLUSION

Ce travail concerne l'étude des instabilités hydrodynamiques dans le cas d'un écoulement dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux connu sous le nom de Taylor-Couette. Une étude bibliographique a permis de regrouper les résultats concernant les conditions d'apparition d'instabilités au sein de l'écoulement.

L'étude hydrodynamique de l'écoulement de fluide newtonien à travers deux cylindres concentriques a été élaborée par simulation numérique. En se basant sur la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations mathématiques, la simulation a été faite à l'aide du code de calcul (CFX 14.0) afin de confirmer la fiabilité et la performance du code de calcul. Nos résultats ont été comparés avec ceux d'autres littératures.

L'influence des différents paramètres de l'écoulement ainsi que ceux relatifs à la configuration géométrique sur le comportement du fluide a été étudiée. Le comportement hydrodynamique est étudié à travers la vitesse tangentielle moyenne pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds, correspondant à la transition de régime laminaire vers l'instabilité.

Les résultats montrent que les tourbillons apparaissent dans l'espace annulaire et que leur croissance se fait radialement. Sous l'effet de la rotation du cylindre intérieur les structures tourbillonnaires occupent toute la longueur de l'espace annulaire. Nous avons ensuite étudié les différentes transitions des modes d'instabilités observés dans le système de Couette-Taylor en co-rotation. Les cellules d'Ekman correspondent à la première rupture de symétrie de l'écoulement laminaire, due à une balance entre les forces visqueuses et la force de Coriolis.

REFERENCES

- [1] M. Couette, 1888, *Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides*, *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 107, 388-390.
- [2] G. I. Taylor, 1923, *Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders*, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A*, 223-289.
- [3] Gregory S. Lewis et Harry L. Swinney, Velocity structure functions, scaling and transition in high-Reynolds number Couette-Taylor flow, *PHYSICAL REVIEW E*, 1999.
- [4] Biage M., Campos J.C.C., Visualization study and quantitative velocity measurements in turbulent Taylor-Couette flow tagging: a description of the transition to turbulence, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 25 (4): 378-390, 2003.
- [5] Lepiller V., Guillerm R., Prigent, A., & Mutabazi I., *Influence d'un gradient de température dans le système de Couette-Taylor*, LMPG, Université du Havre, 53 rue de Prony, BP 540, 76058 Le Havre cedex. Non Linéaire Publication. Bât.510. Université de Paris-sud. 91405 Orsay. 2007.
- [6] Hua-Shu Dou, Boo Cheong Khoo, Khoon Seng Yeo, *Instability of Taylor-Couette flow between concentric rotating cylinders*, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 1422–1435.
- [7] Burin M.J., Schartman E., Ji H., *Local measurements of turbulent angular momentum transport in circular Couette flow*, *Exp. Fluids* 48: 763-769, 2010.
- [8] R. GUILLERM, R. DA SOGHE, S. PONCET, S. VIAZZO, *Benchmark numérique des écoulements de Couette-Taylor turbulents*, 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, 29 août au 2 septembre 2011.

• **Remarques**

- Concernant le test de maillage : le nombre de maillage utilisé était choisi comme celui de l'article de Burin et al [7]
- Concernant l'amélioration de nos résultats avec ceux de l'expérimental est au cours d'essayer de faire mieux.