



N° d'ordre :
N° de série :

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE D'EL-OUED
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE
Département D'électronique

Mémoire de fin d'étude présenté
Pour l'obtention du diplôme de

Licence ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et techniques**
Filière : **Electronique**
Spécialité : **Télécommunications**

Présenté par : - salem mohamed moulood
-ben khelifa abderraouf

compression d'image par ondelette géométrique : les curvelets

Déposé le 01-06- 2014

Au niveau du jury composé de :

M.	MA	Président
M.	MA	Examineur
M.	Himma abdelkadder	MA	Directeur du mémoire

2013-2014



Remerciements

En premier lieu, Nous tenons à remercier notre DIEU, pour nous avoir la force pour accomplir ce travail.

Nous tenons à présenter nos remerciements à notre promoteur, *himma abdelkadder* qui nous a suivi et dirigé tout au long de la réalisation de ce travail, et qui a été d'une aide très précieuse sur le plan scientifique et moral.

Nous voudrions aussi remercier tous nos enseignants du département d'électronique et télécommunication

Nos derniers remerciements et ce ne sont pas les moindres, vont à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour l'aboutissement de ce travail.

SALEM MOHAMED MOULOU

BEN KHELIFA ABDERRAOUF





DEDICACE



J'ai le grand honneur de dédier ce travail :

- ❖ *A mon très cher père.*
- ❖ *A ma très chère mère.*
- ❖ *A tous mes frères .*
- ❖ *A toute ma famille.*
- ❖ *A tous mes amis et mes collègues du groupe télécommunication.*
- ❖ *A tous mes enseignants de l'université d'ELoued et particulièrement mon encadreur himma abdelkadder .*



Salem



Abderraouf

RÉSUMÉ :

Le développement remarquable dans le domaine des technologies de l'information et la diversité des applications multimédias dans les dernières années implique le développement des techniques de compression d'image plus efficaces dont l'objectif est d'améliorer la capacité de transmission et le stockage des données.

Les travaux de recherche récents ont montré que les ondelettes classiques ne sont pas en mesure d'exploiter de façon optimale les régularités géométriques le long des contours et aux bords des objets.

Nous proposons dans ce travail une méthode de compression basée sur des ondelettes géométriques appelées Curvelets.

Mots-Clés : Compression d'image, ondelettes géométriques, Curvelets, PSNR, RC.

ABSTRACT:

The remarkable development in the field of information technology and the diversity of multimedia applications in recent years imply the development of more efficient image compression techniques to improve the data transmission and storage capacity.

The recent researches showed that classical wavelets which are the basis of image compression standards are not able to exploit optimally the geometric regularities along objects contours and edges.

We propose in this work, a new compression method based on geometric wavelets called Curvelets

Key-words: Image compression, geometric wavelets, Curvelets, PSNR, RC.

ملخص:

التطور الملحوظ في مجال تقنيات المعلومات وتنوع التطبيقات متعددة الوسائط في السنوات الأخيرة يستلزم تطوير تقنيات ضغط صور أكثر فعالية لتحسين قدرات إرسال و تخزين المعلومات.

أظهرت الأبحاث أن الموجات الكلاسيكية التي هي أساس معايير ضغط الصور الأكثر حداثة غير قادرة على الاستغلال الأمثل للانتظام الهندسي على طول معالم و حواف الأجسام.

نقترح في هذا العمل طريقة ضغط جديدة تعتمد على موجات هندسية تسمى

.Curvelets

الكلمات المفتاحية: ضغط الصور، الموجات الهندسية، الكورفليت، RC، PSNR.

LISTE DES FIGURES :

Figure I-1:Schéma d'un système de compression par transformation	4
Figure II-1 Transformée de Ridgelets d'une image filtrée passe-bande	10
Figure II-2 : Des Curvelets à différentes orientations et positions.	12
Figure III-1:Exemple d'une quantification scalaire à 8 niveaux.....	16
Figure III-2: (a) Quantificateur midtread (b) Quantificateur Midrise	18
Figure III-3 : Quantificateur uniforme à zone morte.....	19
Figure III-4: Processus de quantification non uniforme par Companding	22
Figure III-5 : Exemples des fonctions de compression et d'expansion.....	22
Figure III-6: Fonctions à loi de puissance pour ($p=0.2$, $p=0.4$, $p=0.6$).	23
Figure III-7: La fonction de compression M-law ($\mu =1, 10,255$).....	24
Figure III-8: (a)-Etapes de quantification par Companding. (b)-quantification M-law à 8 niveaux. ($\mu=25$).....	25

LISTE D'ABREVIATIONS

L^2	Espace des fonctions à énergie finie.
DCT	Transformée en cosinus discrète.
CWT	Transformée en ondelettes continue.
DWT	Transformée en ondelettes discrète.
FFT	Transformée de Fourier rapide.
FFT2D	Transformée de Fourier rapide à deux dimensions.
IFFT2D	Transformée de Fourier rapide inverse à deux dimensions.
DRT	Transformée de Ridgelets discret.
DCTG1	Transformée en Curvelets discret de première génération.
FDCT	Transformée en Curvelets discret rapide.
USSFFT	Unequally spaced FFT.
JPEG	Joint Photographic Expert Group.
JPEG2000	Standard de compression d'images fixes récent, introduit par JPEG.
EZW	Embedded zero tree wavelets.
SPHIT	Set Partitioning In Hierarchical Trees.
MPEG4	Moving Picture Experts Group 4.
MSE	Erreur quadratique moyenne.
PSNR	Rapport signal sur bruit crête.
SNR	Rapport signal sur bruit.
RC	Rapport de compression.
Bpp	bit par pixel.
PDF	Fonction de distribution de la probabilité.
Q_{MR}	Quantificateur scalaire midrise
Q_{MT}	Quantificateur scalaire midtread
RLE	Codage de longueur de séquence.
AC	Codeur arithmétique.
LZW	Lempel Zip Welch.
VTC	Volume Texture Compression
ISO	International Organization for Standardization.
GIF	Graphic Interchange Format.
ITU	International Telecommunication Union

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I: INTRODUCTION À LA COMPRESSION D'IMAGES FIXES.	
3	
I.1. Introduction :.....	4
I.2. ÉTAPES de compression par transformation.....	4
I.2.1 Transformation :	4
I.2.2 Quantification :	6
I.2.3 Codage entropique :	6
I.3. Conclusion.....	7
CHAPITRE II: TRANSFORMÉE EN CURVELETS.....	8
II.1. Introduction :.....	9
II.2. Transformée en Curvelets de 1^{ère} génération :.....	9
II.2.1 Description :	9
II.2.2 Mise en œuvre numérique.....	11
II.3. Conclusion :.....	13
CHAPITRE III: QUANTIFICATION ET CODAGE. خطأ! الإشارة المرجعية غير	
معرفّة.	
III.1. Introduction :.....	15
III.2. Quantification scalaire :.....	15
III.2.1 Quantification scalaire uniforme :	16
III.2.2 Quantification uniforme à zone morte	19
III.2.3 Quantification non uniforme.....	20
III.2.4 Algorithme de Lloyd-Max :	20
III.2.5 Quantification non uniforme par compression (companding) :	21
III.2.6 Mu-Law Companding.....	23
III.3. Conclusion :.....	25
CONCLUSION GENERALE.....	26
BIBLIOGRAPHIE	27

Introduction générale

Les évolutions récentes des technologies de l'information et systèmes de communication, ainsi que la diversification des applications et fonctionnalités du multimédia dans plusieurs domaines (télémédecine, télédétection... etc.) impliquent la manipulation de données très volumineuses. Il est donc indispensable de disposer d'outils performants pour la transmission et le stockage d'énormes quantités d'information. Pour remédier à ces contraintes, les chercheurs ont développé au cours des dernières décennies de nombreuses méthodes de compression de données déduites de la théorie de l'information et faisant appel à de nombreux domaines des mathématiques et de l'informatique.

Parmi les données les plus volumineuses, on compte les images et vidéos numériques, qui ont de ce fait un besoin particulièrement important d'un traitement adapté à leurs spécificités. Les méthodes de compression de ce type de données peuvent être classées suivant la nécessité de récupération parfaite ou non de l'information originale en deux grandes catégories : La compression sans pertes d'information ou réversible qui a l'avantage de préserver la qualité de l'image originale mais avec un taux de compression relativement faible et la compression avec pertes qui regroupe des algorithmes caractérisés par leur taux de compression assez élevé tout en gardant le mieux possible une acceptable qualité de l'image originale. Elle est basée généralement sur une phase de transformation qui sert à compacter l'information utile dans un nombre minimum de coefficients non nuls.

La transformation la plus courante est celle par ondelettes classiques qui est à la base des standards de compression les plus récents comme le JPEG2000. Cependant, elle présente des limites dans la représentation des régularités géométriques. Ceci étant dû au fait que les bases de transformée en ondelettes bidimensionnelle sont obtenues par le produit tensoriel de deux ondelettes unidimensionnelles appliquées suivant les lignes et les colonnes de l'image.

De nouvelles méthodes fondées sur l'amélioration des ondelettes classiques, en exploitant la corrélation statistique intra ou inter-échelles entre les coefficients d'ondelettes ont été introduites, telles que le modèle d'arbre de zéros (zero-tree), ce qui a été largement adopté dans diverses applications telles que l'EZW et le SPIHT (1) (2). Bien que ces méthodes soient en mesure d'exploiter certaines quantités de la régularité géométrique, l'utilisation de véritables représentations géométriques semble être plus optimale pour un large éventail de classes d'images.

Dans ce mémoire, nous avons fixé comme objectif l'exploitation de potentiel d'une transformée multirésolutions directionnelle, plus précisément, la transformée en Curvelets, pour améliorer les performances de la compression d'images fixes (PSNR et RC) par rapport aux performances des ondelettes classiques. Le travail effectué est consacré à la phase de quantification qui représente l'étape la plus importante dans l'algorithme de compression d'image avec pertes.

Pour ce faire, nous étudierons un système basé sur l'utilisation de la transformée en Curvelets

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre présente les concepts généraux de compression d'images fixes, les étapes principales de l'algorithme de compression.

Nous introduisons dans le deuxième chapitre, les Curvelets, leurs propriétés principales, et les techniques d'implémentation numérique de la transformée en Curvelets de première génération.

Dans le troisième chapitre, nous étudions les techniques de quantification scalaire les plus utilisés, dans la compression d'images.

*CHAPITRE I: INTRODUCTION À
LA COMPRESSION D'IMAGES
FIXES.*

I.1. INTRODUCTION :

La compression d'images est au cœur d'avancement des technologies de l'information. Elle est utilisée dans la majorité des standards de communications pour réduire le nombre de bits nécessaire pour la représentation des données volumineuses telles que les images ou les séquences vidéo. Dans ce chapitre, nous introduisons les principes de la compression d'images fixes avec pertes, et les différentes étapes du schéma standard de sa construction.

I.2. ÉTAPES DE COMPRESSION PAR TRANSFORMATION

Le schéma d'un système de compression classique est représenté sur la figure I.1. La première étape est la transformation. Elle permet d'exploiter les redondances statistiques de l'image. Ensuite vient l'étape de quantification, elle est l'étape la plus critique puisque, c'est l'étape où la perte d'information aura lieu. La dernière étape est le codage entropique des données quantifiées. Elle permet d'organiser le train binaire en compressant les données sans altérer l'information.

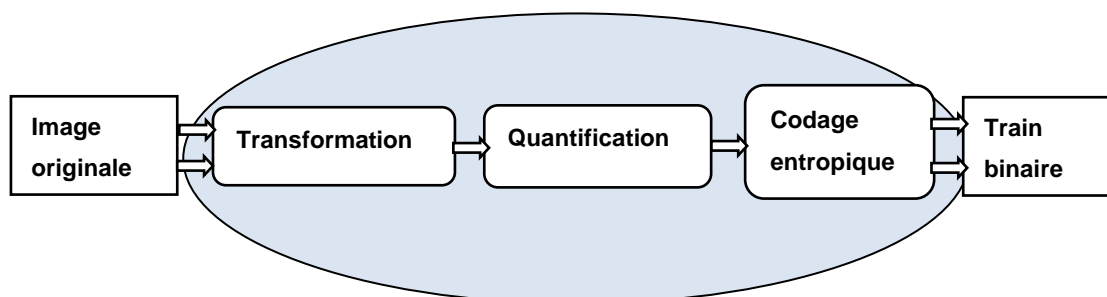


Figure I-1: Schéma d'un système de compression par transformation

I.2.1 TRANSFORMATION :

Elle a comme but la dé-corrélation de l'information, elle permet de minimiser les redondances statistiques présentes dans l'image, et de concentrer l'information pertinente dans un petit nombre de coefficients significatifs, cela permet d'attribuer plus de bits à ces coefficients lors de phase de quantification et codage. Cette étape est réversible sans pertes ou presque sans pertes.

Les recherches menées dernièrement en compression par transformation tendent à montrer que l'adaptation de la transformée aux caractéristiques locales de l'image permet une

amélioration notable des performances. En pratique, l'optimisation de la transformée peut être réalisée à deux niveaux :

- Dans le domaine spatial, en adaptant le support de la transformée.
- Dans le domaine transformé, en adaptant les atomes de la base de projection aux caractéristiques du signal que l'on cherche à décrire.

L'adaptation du support de la transformée exploite l'idée d'appliquer la transformation sur des blocs de l'image plutôt que sur l'image en entier. Cette approche peut en effet, non seulement, avoir un intérêt en termes de cout de calcul, mais également en termes de performance débit-distorsion.

Plusieurs techniques peuvent être considérées. La plus simple est le découpage de l'image en blocs de taille fixe, par exemple, de taille 8×8 pixels comme dans le format de compression JPEG.

Parallèlement, des nouvelles transformées ont émergé, tendant vers une meilleure prise en compte des caractéristiques de l'image. Le transformée en ondelettes utilisé dans le standard de compression d'images JPEG2000 [3] constitue un exemple typique pour ces transformées. Depuis leur introduction, les ondelettes ont fait l'objet de beaucoup d'attention dans des domaines aussi diversifiés que le dé-bruitage, la compression, le codage, l'imagerie médicale ou satellitaire.

Récemment, il est apparu évident que les transformations usuelles de type séparable, telles que la transformée en ondelettes, semblent former une catégorie restreinte et limitée des possibilités de représentations des images et de signaux multidimensionnels. Cette limitation est due en premier lieu au fait que de telles représentations ne prennent pas en compte la régularité des structures géométriques d'une image. Comprendre comment représenter les structures géométriques complexes est devenu donc un enjeu important pour améliorer l'état de l'art du traitement d'images.

Basés sur cette observation, des travaux récents montrent qu'il est possible de définir des cadres théoriques de représentations multiéchelles plus vastes, donnant naissance à de nouvelles transformées directionnelles plus adaptées à l'extraction de structures géométriques lisses et continues telles que les contours d'objets.

On peut classer ces transformées dans deux catégories :

a-Transformées adaptatives :

Elles cherchent à définir une base dont les fonctions sont choisies au mieux pour s'adapter à une image donnée. Pour cela, une étape préalable d'estimation de la géométrie de l'image est nécessaire avant de procéder à la décomposition. De nombreuses représentations géométriques adaptatives ont été étudiées ces dernières années pour les applications du traitement d'images, on peut citer Beamlets, Wedgelets, Bandelettes.

b-Transformées non adaptatives :

Elles utilisent des bases de projection fixes, mais elles cherchent à corriger l'aspect isotrope de transformées en ondelettes classiques. Ces approches ne dépendent pas de l'image à analyser. Elles ont donc le mérite de ne pas nécessiter de surcoût pour spécifier, lors de la synthèse, la configuration utilisée à l'analyse. À titre d'exemple, on peut citer : la transformée en Ridgelets, Curvelets ou Contourlets.

I.2.2 QUANTIFICATION :

C'est la seule étape non réversible du schéma de compression. Dans de nombreuses applications de compression avec perte, nous sommes tenus de représenter la sortie de la source en utilisant un petit nombre de mots de code. Le nombre de valeurs distinctes possibles de sortie de source est généralement beaucoup plus grand que le nombre de mots de code disponibles pour les représenter. Le processus de représenter une grande éventuellement infini-ensemble de valeurs avec un ensemble beaucoup plus petite est appelée quantification.

La quantification peut être vectorielle ou scalaire. La quantification vectorielle permet la quantification simultanée de plusieurs coefficients. Elle est coûteuse en termes de complexité calculatoire et n'est utile que si les données ne sont pas décorrélées. La quantification scalaire est moins complexe et plus efficace si elle est précédée par une transformation bien adaptée aux caractéristiques de l'image, qui génère des coefficients quasi indépendants. On étudie ce type de quantification avec plus de détails dans le chapitre III.

I.2.3 CODAGE ENTROPIQUE :

Le codage entropique permet la compression des coefficients quantifiés en générant un train binaire de longueur proche de la limite basse théorique du Shannon. Plusieurs types de codage entropique existent, nous citons à titre d'exemple :

-Le codage par longueur de séquences RLE est utilisé dans le fax, mais aussi dans le standard JPEG[3] .

-Le codage par dictionnaire, comme le codeur LZW utilisé dans le format d'image GIF.

-Le codage par statistique, comme le codage de Huffman utilisé aussi dans le format JPEG, ou le codage arithmétique est effectué dans le standard JPEG2000 par le codeur MQ (3).

I.3. CONCLUSION

La compression d'image par ondelettes est maintenant bien développée pour les algorithmes de compression d'images, on la trouve dans le dernier standard de compression JPEG2000. Ces algorithmes ont prouvé leur capacité à détecter les singularités horizontales, verticales, ou ponctuelles. Cependant, les ondelettes ne sont pas en mesure de détecter les régularités géométriques le long des bords des objets. Ceci étant dû au fait que les bases de transformée en ondelettes bidimensionnelle sont obtenues par le produit tensoriel de deux ondelettes unidimensionnelles appliquées suivant les lignes et les colonnes de l'image.

Pour remédier à ce problème, il est recommandé d'utiliser des transformations capables à exploiter efficacement les régularités géométriques. Le chapitre suivant présente un nouveau membre de cette famille nommé les Curvelets.

*CHAPITRE II: TRANSFORMÉE EN
CURVELETS*

II.1. INTRODUCTION :

Tandis que les ondelettes classiques sont à la base des standards de compression les plus récents, elles ne sont pas en mesure d'exploiter complètement les régularités géométriques qui existent le long des contours et bords des objets dans l'image. Par conséquent, l'utilisation d'autres transformés plus adaptés à ces structures, comme la transformée de Curvelets, semble plus approprié pour la conception d'un schéma de compression plus performant.

Dans ce chapitre nous décrivons le principe du transformée de Curvelets et son mise en œuvre numérique, ainsi que ses principales propriétés, qui lui permet de représenter les régularités géométriques de façon plus efficace.

II.2. TRANSFORMEE EN CURVELETS DE 1^{ERE} GENERATION :

II.2.1 DESCRIPTION :

En 1999, la transformée en Ridgelets a été proposée par Candès et Donoho (4) (5) où les éléments de base sont des ondelettes géométriques anisotropes. Cette transformée dotée par une sélectivité directionnelle arbitraire fournit une clé pour l'analyse des singularités à hautes dimensions. Malheureusement, la transformation Ridgelets ne s'avère efficace que dans la représentation des objets avec singularités ou contours rectilignes, qui sont rarement observés dans les applications réelles. Afin d'analyser les singularités curvilignes ou linaires locales, une idée naturelle est de partitionner l'image, puis d'appliquer la transformation Ridgelets aux sous-images obtenues. Cette transformation basée, sur des blocs Ridgelets, qui est nommée Curvelets, a été d'abord proposée par Candès et Donoho en 2000 (6).

La transformée de CurveletG1 (7), (8) ouvre la possibilité d'analyser une image avec des blocs de différentes tailles, mais avec une transformation unique.

L'idée est d'abord de décomposer l'image en un ensemble de bandes d'ondelettes et d'analyser chaque bande par un Ridgelet local, aux échelles fines, les courbatures rassemblent à des lignes droites comme illustré dans la Figure II-1.

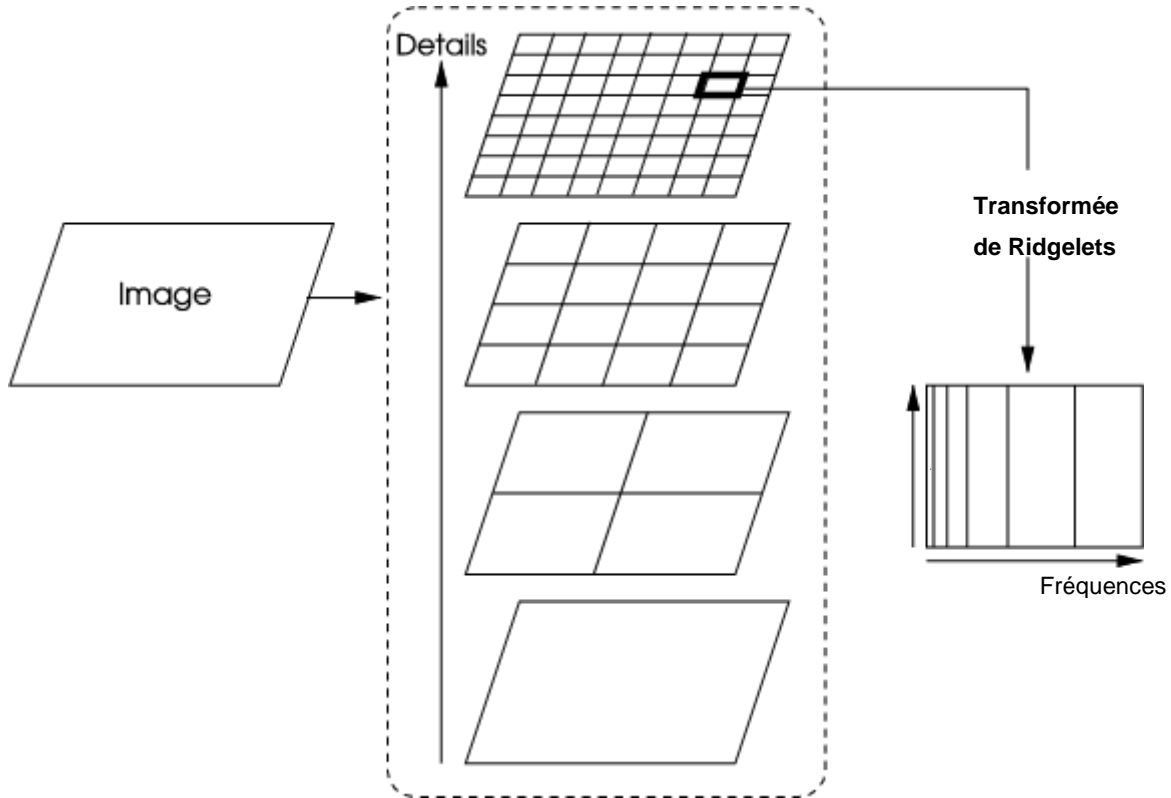


Figure II-1 Transformée de Ridgelets d'une image filtrée passe-bande

La taille de bloc peut être changée, à chaque niveau d'échelle. Grosso modo, les différents niveaux de la pyramide Ridgelets multiéchelles sont utilisés pour représenter les différents sous-groupes d'une sortie de banque de filtres.

En même temps, cette décomposition en sous-bande impose une relation entre la largeur et la longueur des éléments analysants afin qu'ils soient anisotropes et obéissent, approximativement, la loi d'échelle parabolique. Largeur \approx longueur.

Le transformée en Curvelets discret de première génération (DCTG1), d'une fonction continue $f(t)$, utilise une séquence dyadique d'échelles et une banque de filtres avec la propriété que le filtre passe-bande j est concentrée à proximité des fréquences $[2^{2j}, 2^{j+2}]$ ce qui est:

$$\Delta_j f = \Psi_{2j} * f, \hat{\Psi}_{2j}(\omega) = \hat{\Psi}(2^{-2j}\omega)$$

Dans la théorie des ondelettes, on utilise une décomposition en sous-bandes dyadiques $[2^j, 2^{j+1}]$. En revanche, les sous-bandes utilisées dans le DCTG1 ont la forme non standard $[2^{2j}, 2^{2j+2}]$. Cette fonctionnalité non standard de l'DCTG1 est utile à rappeler (c'est là que la loi d'échelle approximative parabolique entre en jeu).

La décomposition DCTG1 est la séquence des étapes suivantes :

- Décomposition sous bande : L'image f est décomposée en sous-bandes.
- Partitionnement lisse : Chaque sous-bande est fenêtrée en « carrés » de tailles dépendantes de l'échelle (côté est de longueur $\sim 2^{-j}$).
- L'analyse Ridgelets : Chaque carré est analysé par l'intermédiaire du DRT.

Dans cette définition, les deux sous-bandes dyadiques $[2^{2j}, 2^{2j+1}]$ et $[2^{2j+1}, 2^{2j+2}]$ sont fusionnées avant d'appliquer la transformée en Ridgelets.

II.2.2 MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE

Cette approche particulière a été appelée par la suite, la transformée de Curvelet-99 et une implémentation numérique a été rapportée dans (9) en utilisant le transformée en ondelettes non décimées à trous qui a un facteur de redondance élevé de $16J + 1$, où J est le nombre total d'échelles dans la décomposition. La même mise en œuvre a également été utilisée dans l'amélioration de contraste d'image (10) et la fusion d'image (11). L'algorithme décompose une image discrète $f[i_1, i_2]$ de taille $n \times n$ comme une superposition de la forme :

$$f[i_1, i_2] = c_j[i_1, i_2] + \sum_{j=1}^J \mathcal{W}_j[i_1, i_2] \quad (\text{EQ : II-1})$$

Où c_j est la version grossière ou la version lisse de l'image originale f et \mathcal{W}_j représente les détails de f au niveau de résolution j . ainsi l'algorithme génère $J+1$ tableaux de sous-bandes chacun de taille $N \times N$.

L'algorithme curvelet-99 de calcul de DCTG1 d'une image f ($N \times N$), basant sur la DRT, peut être décrite comme suit :

Paramètres : nombre d'échelles J , taille minimale de bloc B_{\min} .

- 1) Appliquer la transformée en ondelettes à trous sur l'image f et obtenir l'ensemble $\mathcal{W} = \{w_1, \dots, w_J, c_j\}$.
- 2) Initialiser $B_1 = B_{\min}$. puis Pour chaque échelle $j=1 \dots, J$:
 - Partitionner la sous-bande w_j , par des blocs de taille B_j , et appliquer le DRT sur chaque bloc, on obtient les coefficients de Curvelets α_j .
 - Si $J \text{ modulo } 2=1, B_{j+1} = 2 B_j$, sinon $B_{j+1} = B_j$.

- 3) L'ensemble des coefficients de Curvelets DCTG1 de l'image f : $C = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, c_j\}$.

La longueur du côté des blocs B est doublée à chaque sous-bande dyadique. Donc, le maintien de la propriété fondamentale du transformée en Curvelets, qui dit que les éléments d'une longueur d'environ $2^{-j/2}$ servent pour l'analyse et la synthèse de la sous-bande j , $[2^j, 2^{j+1}]$.

Notons également que la description grossière (c_j), de l'image est sauvée. L'algorithme DCTG1 bénéficie d'une reconstruction exacte et stable parce que, chaque étape d'analyse dans l'algorithme de transformée, est elle-même inversible.

La figure II-2 montre un peu de Curvelets à différentes échelles, orientations et positions.

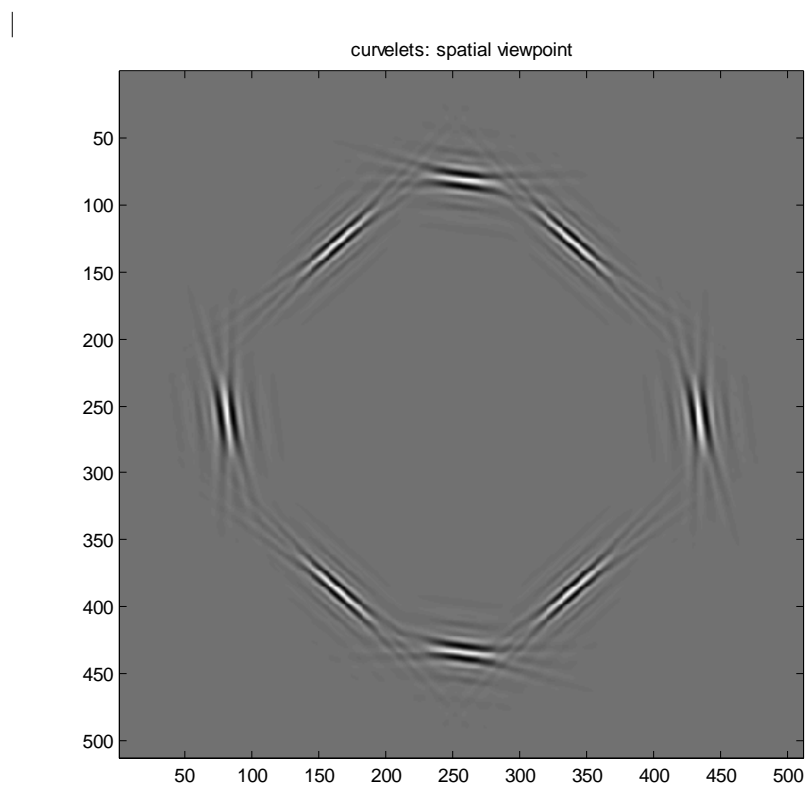


Figure II-2 : Des Curvelets à différentes orientations et positions.

II.3. CONCLUSION :

La nécessité d'avoir des représentations parcimonieuses capables à représenter efficacement les régularités géométriques présentes dans les images naturelles a motivé les chercheurs pour développer une nouvelle famille d'ondelettes, dite les ondelettes géométriques.

Les Curvelets proposées par E. Candes et D. Donoho, constituent une nouvelle famille des frames d'ondelettes géométriques. Elles sont conçues pour représenter de façon parcimonieuse les régularités curvilignes.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les Curvelets et la raison derrière sa supériorité dans la représentation des régularités géométrique comparant aux ondelettes classiques. Ainsi que ses principales propriétés qui font de Curvelets un outil efficace dans plusieurs applications. Tels que le dé-bruitage, la représentation des images astronomiques et la fusion d'images.

Dans ce mémoire, on essaye d'exploiter la forte parcimonie des coefficients de Curvelets dans la compression d'images fixes.

*CHAPITRE III: Quantification et
codage*

III.1. INTRODUCTION :

La quantification est la seule étape non réversible du schéma de compression. Son objectif est double : extraire l'information jugée pertinente et faciliter le codage entropique. L'information quantifiée doit alors pouvoir être décrite par un nombre de symboles suffisamment petit pour atteindre de bonnes performances en débit, mais aussi suffisamment grand pour ne pas trop détériorer l'information originale.

Pour un signal entré $X \in \mathfrak{R}$, une quantification scalaire estime chaque coefficient du signal indépendamment les uns des autres de sorte que le signal quantifié obtenu est constitué par N opérations séparées. Lorsque les coefficients de X sont très interdépendants, un quantificateur vectoriel qui quantifie ensemble les N coefficients de X peut nettement améliorer la performance d'un quantificateur scalaire. Cependant, un quantificateur vectoriel est d'une plus grande complexité qu'un quantificateur scalaire. Si une étape de structuration de la redondance est utilisée en outre de la quantification, les coefficients qui en résulteront seront par définition moins dépendants les uns des autres, et le gain apporté par le quantificateur vectoriel ne vaudra pas le coût de calcul.

La quantification scalaire est donc la plus souvent utilisée en pratique. On présente dans ce chapitre les différentes méthodes de quantification scalaire dans un système de compression d'images.

III.2. QUANTIFICATION SCALAIRE :

Dans la pratique, une quantification est composée de deux blocs : un bloc codeur et un bloc décodeur. Le codeur divise la plage de valeurs du signal entré en un certain nombre d'intervalles $[b_{i-1}; b_i]$. Chaque intervalle est représenté par indice distinct I_i . Le codeur représente l'ensemble des valeurs de signal entré X qui se situent dans un intervalle donné par le niveau de reconstruction y_i représentant l'intervalle.

Notons les limites de décision par $\{b_i\}_{i=0}^M$ et les niveaux de reconstruction par $\{y_i\}_{i=1}^M$, et l'opération de quantification par $Q(\cdot)$. Alors : $Q(x) = y_i$ si $b_{i-1} < x \leq b_i$.

Cette opération est irréversible parce que les différentes valeurs de coefficients qui peuvent appartenir au même intervalle, seront codés par un seul indice. Connaître l'indice nous informe seulement sur l'intervalle auquel appartient la valeur d'échantillon.

Il ne nous permet pas de savoir laquelle, parmi les nombreuses valeurs dans l'intervalle, est la valeur réelle de l'échantillon.

Pour chaque indice I_i généré par le codeur, le décodeur génère une valeur de reconstruction y_i qui, dans un certain sens, représente le mieux les valeurs de l'intervalle. Plus tard, nous verrons comment utiliser l'information que nous avons sur la répartition de signal d'entrée pour obtenir une valeur représentative. Pour l'instant, nous utilisons simplement le milieu de l'intervalle comme valeur représentative généré par le décodeur.

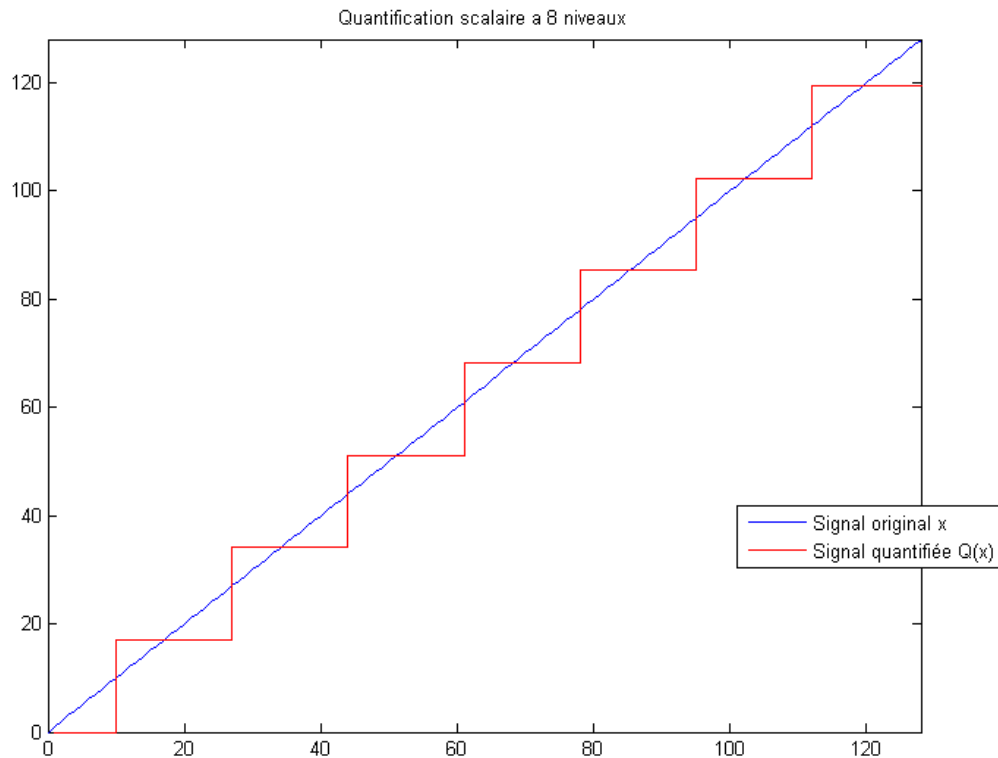


Figure III-1: Exemple d'une quantification scalaire à 8 niveaux.

Supposons que nous ayons une entrée modélisée par une variable aléatoire X de PDF $f_x(x)$. Si l'on voulait quantifier cette source en utilisant un quantificateur avec M intervalles, il faudrait préciser $M + 1$ points d'extrémité pour les intervalles, et une valeur représentative pour chacun des M intervalles. Les extrémités des intervalles sont connues en tant que limites de décision, alors que les valeurs représentatives sont appelées niveaux de reconstruction.

III.2.1 QUANTIFICATION SCALAIRE UNIFORME :

La Quantification uniforme est la technique de quantification scalaire la plus simple, elle consiste à diviser la dynamique du signal original en un ensemble d'intervalles identiques $B^i = [b_i; b_{i+1}]$, et des niveaux de reconstruction y_i espacés régulièrement.

La largeur fixe des intervalles $\Delta = b_{i+1} - b_i$ est souvent appelée un pas de quantification. Lorsque le pas de quantification est plus grand, nous obtenons des valeurs beaucoup plus redondantes dans le signal de sortie, et par conséquent une capacité de compression plus importante, mais contre une précision plus faible lors de la reconstitution à cause de distorsion introduite. En revanche, on peut obtenir moins de distorsions de quantification (meilleure précision) en utilisant un pas de quantification plus petite, mais ça sera au détriment de la compression.

Considérons un signal à temps discret $X(k)$ prenant ses valeurs dans l'intervalle $[-A, +A]$. Définir un quantificateur scalaire avec une résolution de n bits par échantillon consiste à réaliser trois opérations :

1. une partition de l'intervalle $[-A, +A]$ en $L = 2^b$ intervalles distincts $\{ B^1 \dots B^L \}$ de longueur Δ .
2. une numérotation des intervalles $\{ I^1 \dots I^L \}$.
3. la sélection d'un représentant par intervalle, l'ensemble de ces représentants composant un dictionnaire (codebook) $Y = \{y_1 \dots y_L\}$.

Nous citons deux types des quantificateurs en fonction de principe de reconstitution, le premier est appelé « Midrise » et sera désigné par Q_{MR} . Le second est appelé « Midtread » et sera désigné par Q_{MT} . Cette terminologie est basée sur ce qui se passe au voisinage du zéro, et utilise l'analogie de représenter la fonction IN-Out de quantificateur sous forme d'un escalier. Le quantificateur « Midtread » a un niveau de reconstruction y nulle, cependant le quantificateur « Midrise » a un seuil de classification du niveau de quantification b nulle.

Ces deux types de quantificateurs sont définis par les équations suivantes :

$$y = Q_{MR}(x) = \text{sign}(x) \cdot \Delta \cdot \left(\left\lfloor \frac{|x|}{\Delta} \right\rfloor + \frac{1}{2} \right), \quad y = Q_{MT}(x) = \text{sign}(x) \cdot \Delta \cdot \left\lfloor \frac{|x|}{\Delta} + \frac{1}{2} \right\rfloor \quad (\text{EQ : III-1})$$

Ou $\lfloor \cdot \rfloor =$ arrondissement vers Zéro

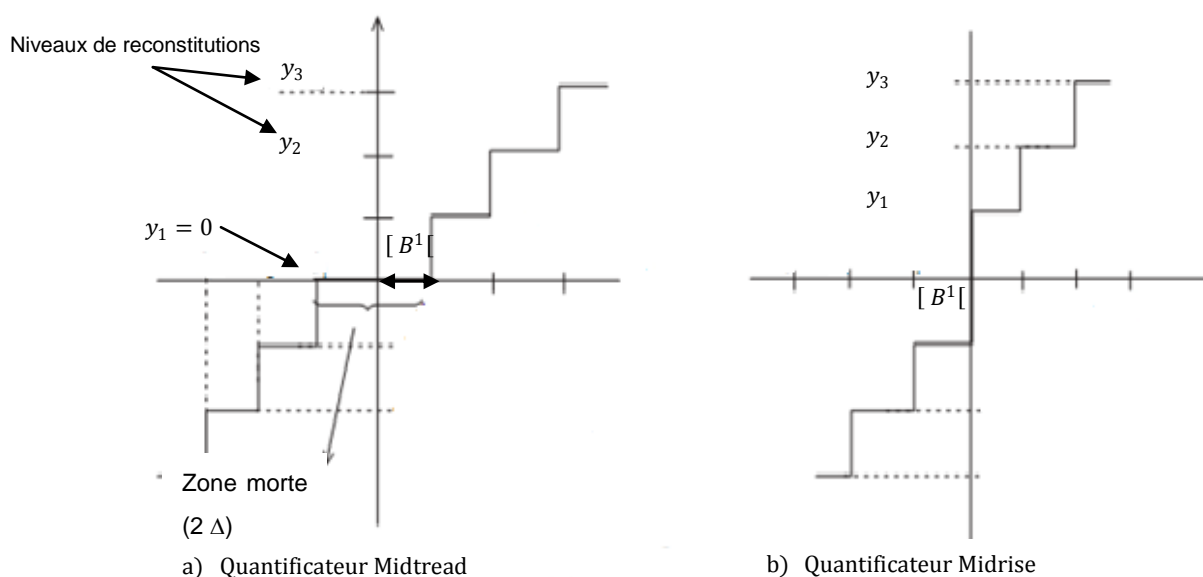


Figure III-2: (a) *Quantificateur midtread* (b) *Quantificateur Midrise*

Les deux types de quantificateurs sont décrits graphiquement par la figure : III-2 dans le cas où $\Delta = 4$.

D'après ces figures, on peut noter la non-symétrie du Q_{MR} par rapport aux deux axes x et y . On note aussi que les deux quantificateurs ont un niveau de quantification irrégulier près de l'origine. Ce niveau représente un échantillon de moins que les autres ($\Delta - 1$ au lieu de Δ). En examinant les graphes **a** et **b** on peut encore noter que $Q_{MR}(0) = \frac{\Delta}{2}$ et que $Q_{MT}(0) = 0$. En d'autres mots, le niveau zéro est représenté par $\frac{\Delta}{2}$ dans le cas d'un Q_{MR} tandis qu'il est codé parfaitement par un Q_{MT} .

Le choix d'utiliser un Q_{MR} ou un Q_{MT} est surtout motivé par l'importance du niveau zéro dans l'application utilisant le quantificateur. Si la probabilité d'une amplitude nulle est forte dans le signal original, alors un Q_{MT} est le meilleur choix. C'est le cas dans le traitement des signaux audio où les faibles amplitudes sont hautement probables et perceptuellement importantes. Il en va autrement en vidéo puisqu'il est recommandé dans cette industrie de ne pas générer d'images ayant des amplitudes extrêmes. Cette contrainte donne une marge de manœuvre aux modules de traitement qui suivent la génération d'images. En effet, en gardant les amplitudes dans un domaine restreint, les effets de débordement sont évités. Plus

particulièrement, il n'est pas recommandé de générer des amplitudes nulles de luminances. Les quantificateurs de type Q_{MR} sont donc favorisés dans le domaine de la vidéo.

III.2.2 QUANTIFICATION UNIFORME A ZONE MORTE

La quantification scalaire à zone morte (dead-zone en anglais) est une quantification scalaire où l'intervalle autour de zéro est plus large. La zone morte notée T qualifie cet intervalle, qui permet à l'ensemble des valeurs considérées comme petites, d'être quantifiées à une seule et même valeur égale à zéro.

Au sens strict, ce type de quantification est non uniforme ($T \neq \Delta$). Toutefois, si tous les autres pas de quantification sont égaux, on appelle cette quantification, uniforme à zone morte.

Ce type de quantification est très répandu en compression d'image. Elle peut être vue comme l'association d'une quantification uniforme et une opération de seuillage par rapport à une valeur Q . Cette quantification est utilisée dans le schéma de compression proposé dans (12), et (13).

La Figure III-3 présente une illustration d'un quantificateur scalaire uniforme et un quantificateur scalaire uniforme à zone morte.

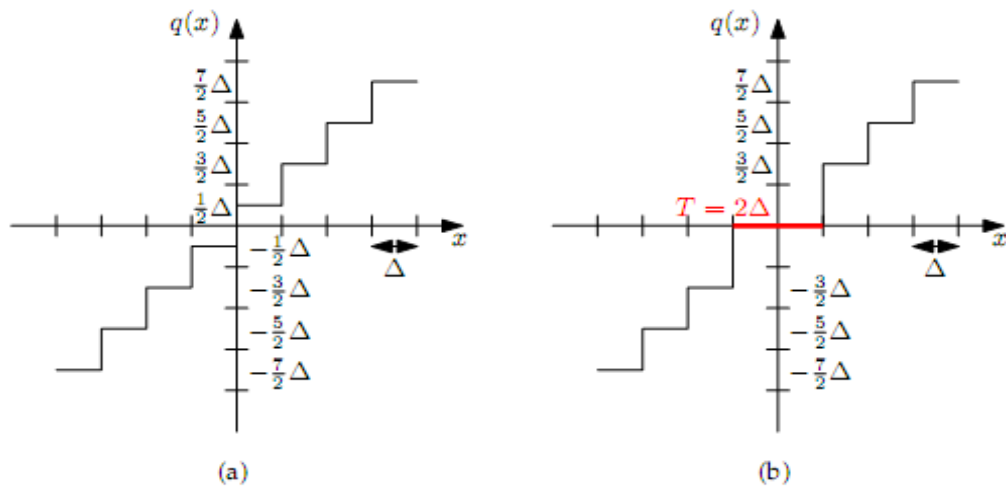


Figure III-3 : *Quantificateur uniforme à zone morte*

Sur la Figure III-3 (a) est représenté graphiquement un quantificateur scalaire uniforme de pas de quantification Δ tandis que la Figure III-3 (b) montre un quantificateur scalaire uniforme à zone morte de largeur $T = 2\Delta$.

III.2.3 QUANTIFICATION NON UNIFORME

La quantification non uniforme est motivée par le constat qu'un quantificateur uniforme n'est pas optimal que dans le cas où le signal d'entrée a une distribution uniforme, ce qui n'est pas le cas pour la plupart des signaux, elles suivent des distributions différentes et des fois aléatoires : Les signaux de parole ont une densité de probabilité proche d'une loi de Laplace, tandis que les signaux de musique ont souvent une distribution gaussienne. La distribution des valeurs des pixels d'une image peut varier beaucoup d'une image à l'autre, mais est rarement uniforme. Ainsi, certaines valeurs de quantification, correspondant à des valeurs d'échantillons peu probables, sont peu utilisées, ce qui représente un gaspillage de bits.

III.2.4 ALGORITHME DE LLOYD-MAX :

Une approche directe pour trouver le meilleur quantificateur non uniforme, si nous avons un modèle de probabilité pour la source $f_x(x)$, est de trouver les bornes des intervalles $\{b_i\}$ et les niveaux de reconstitution $\{y_i\}$ qui minimisent la distorsion introduite lors du processus de quantification. (La différence entre les entrées x du quantificateur et la sortie $y = Q(x)$, est appelé l'erreur de quantification).

Lorsqu'on choisit, comme une mesure de distorsion, l'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$\sigma_q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - Q(x))^2 F_x(x) dx = \sum_{i=1}^M \int_{b_{i-1}}^{b_i} (x - y_i)^2 F_x(x) dx \quad (\text{EQ : III-2})$$

Le meilleur quantificateur peut être trouvé en supposant le dérivé de l'équation (Eq:III-3) par rapport à y_i égal à zéro, et résoudre l'équation pour y_i , on obtient

$$y_i = \frac{\int_{b_{i-1}}^{b_i} x f_x(x) dx}{\int_{b_{i-1}}^{b_i} f_x(x) dx} \quad (\text{Eq : III-3})$$

Le point de sortie pour chaque intervalle de quantification est le centre de gravité de la masse de probabilités dans cet intervalle. En prenant la dérivée par rapport au b_i , et le considère égal à zéro, on obtient l'expression suivante pour b_i

$$b_i = \frac{y_{i+1} + y_i}{2} \quad (\text{EQ : III-4})$$

La limite de décision est tout simplement le point milieu des deux niveaux de reconstruction voisins. La résolution de ces deux équations nous donne les valeurs des niveaux de reconstruction et les limites de décision qui minimisent l'erreur quadratique moyenne de quantification.

Malheureusement, pour résoudre pour y_i , nous avons besoin des valeurs de b_i et b_{i-1} , et pour résoudre pour b_i , nous avons besoin des valeurs de y_i et y_{i+1} .

Une approche itérative pour trouver la meilleure quantification a été décrite par Stuart P. Lloyd dans (14). Trouver l'ensemble des limites de décision et des valeurs quantifiées pour une quantification non uniforme optimale en utilisant l'algorithme Max-Lloyd implique généralement un grand nombre d'itérations, d'où peut être un calcul intensif, surtout lorsqu'il s'agit d'un grand nombre M . L'exigence de stockage de ces limites de décision et des niveaux de reconstitution peut aussi devenir excessive, en particulier pour le décodeur. Une solution qui permet de surmonter ces difficultés est le modèle companding.

III.2.5 QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR COMPRESSION (COMPANDING) :

Pour un signal de source non uniformément répartie, on pourrait utiliser une fonction non linéaire $F(x)$ pour le convertir en un autre signal avec une PDF proche d'une distribution uniforme. Ensuite, le quantificateur uniforme simple et efficace pourrait être utilisé.

Après les indices de quantification sont transmis (codés) et reçus ensuite par les décodeurs, ils sont d'abord quantifiés inversement pour reconstituer les valeurs quantifiées de manière uniforme, puis la fonction inverse $F^{-1}(x)$ est appliqué afin de produire les valeurs finales quantifiées.

Ce processus est illustré dans le schéma de FigureIII-4.

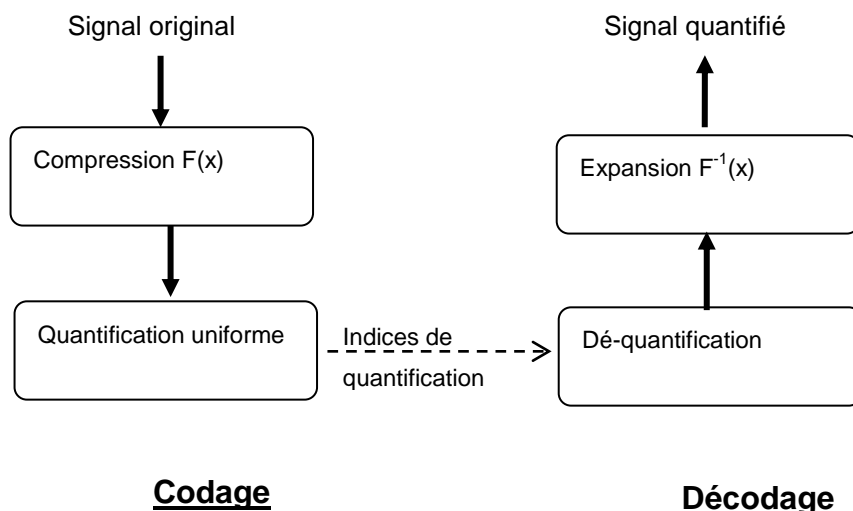


Figure III-4: Processus de quantification non uniforme par Companding

La fonction non linéaire $F(x)$ est appelée une fonction de compression, car elle a généralement une forme analogue à celle représentée sur la Figure III-5 qui amplifie les faibles amplitudes de signal source et comprime les échantillons de grandes amplitudes.

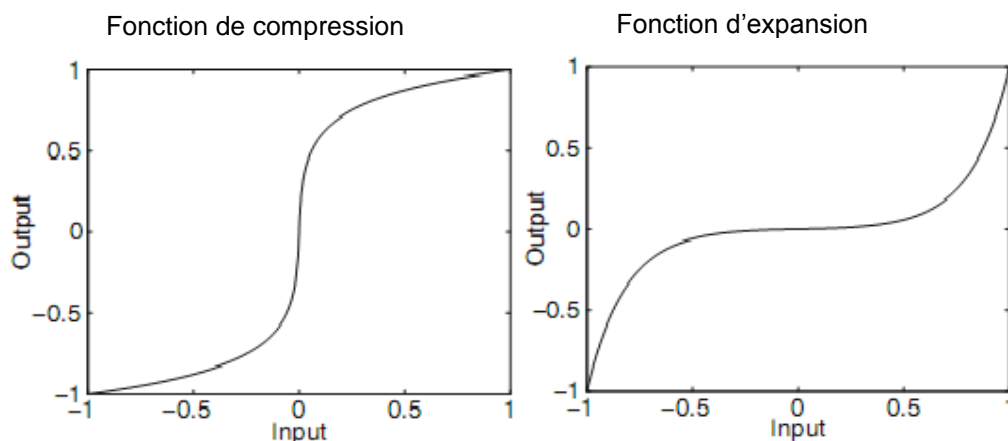


Figure III-5 : Exemples des fonctions de compression et d'expansion

La fonction inverse est appelée une fonction d'expansion (expand en Anglais) en raison que l'inverse de la compression est l'expansion. Après cette opération de compression-expansion, abrégée par « companding », les bornes de décision efficaces seront non uniformes, lorsqu'elles sont vues à partir de la sortie de bloc d'expansion. Ainsi l'effet global est une quantification non uniforme. Cette forme de compression est généralement utilisée avec des formes de PDF qui possède une densité de probabilité importante pour les petites valeurs absolues d'échantillons et décroît en direction de grandes valeurs absolues

d'échantillons, tel que la distribution gaussienne et laplacienne, afin de rendre le PDF de signal converti similaire à une distribution uniforme.

Deux types des fonctions communes sont utilisés dans le quantificateur non uniforme : la quantification (companding) à loi de puissance (A-law) et la quantification (companding) logarithmique. Ces techniques réduisent le nombre de bits nécessaire à coder le signal et maintiennent un rapport signal à bruit acceptable.

Pour le companding à loi de puissance, une fonction de la forme $c_{\text{power}}(|x|) = |x|^p$ est utilisée.

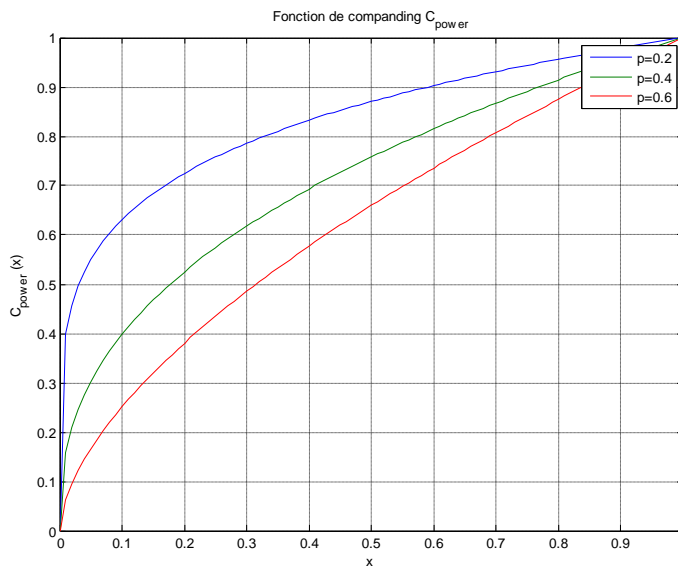


Figure III-6: Fonctions à loi de puissance pour ($p=0.2$, $p=0.4$, $p=0.6$).

Alors qu'une fonction de forme $\log_2(x)$ est utilisée dans le companding logarithmique, les fonctions souvent utilisées sont les fonctions A-law et μ -law, cette dernière sera détaillée en plus puisqu'elle sera introduite dans la méthode de quantification proposée ultérieurement.

III.2.6 MU-LAW COMPANDING

μ -law companding est une forme de quantification par compression logarithmique, elle été introduit pour la première fois dans l'industrie téléphonique au Japon et les États-Unis (le standard G.711), pour les données audio elle exploite le fait que le système de perception auditive humaine est un processus logarithmique, dans laquelle les signaux sonores de hautes amplitudes ne nécessitent pas la même résolution que celles de faibles amplitudes.

L'oreille humaine est plus sensible au bruit de quantification dans les petits signaux que les signaux forts. « μ -law » applique une fonction de quantification logarithmique $F(x)$ pour ajuster la résolution de données en proportion du niveau du signal d'entrée. Les petits signaux sont représentés avec plus de précision que les grands signaux.

La fonction $F(x)$ de compression μ -law est définie par l'équation (III-6), où μ est le coefficient de compression ($\mu = 255$ aux États-Unis et le Japon) et x est l'entier normalisé pour être comprimé. (15)

$$F(x) = \frac{\text{sign}(x) \times \ln^{\mu}(1 + \mu|x|)}{\ln^{\mu}(1 + \mu)} \quad 0 \leq |x| \leq 1 \quad (\text{EQ : III-5})$$

La Figure III-7 présente cette fonction pour les trois valeurs de $\mu = 1, 10,$ et 255 . Plus la valeur de μ est grande plus les valeurs de faibles amplitudes sont amplifiées.

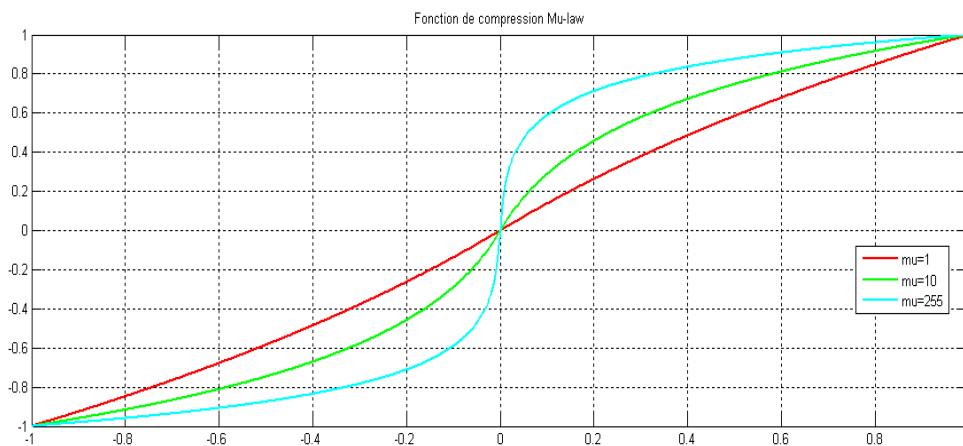


Figure III-7: La fonction de compression μ -law ($\mu = 1, 10, 255$)

Le décodage des données codées n'est ensuite qu'une question d'inverser les étapes de l'encodage. Les étapes de quantification par compression μ -law peuvent être représentées par le schéma de la Figure III-8.

Il est clair que les grandes valeurs de μ provoquent une quantification grossière pour les grandes amplitudes et plus précis pour les faibles amplitudes.

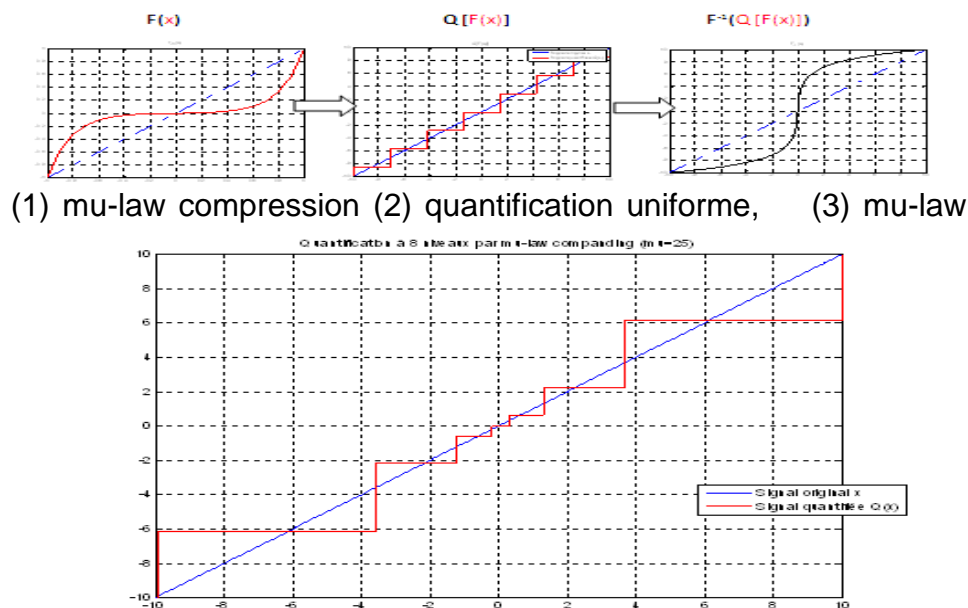


Figure III-8: (a)-Etapes de quantification par Companding. (b)-quantification M-law à 8 niveaux. ($\mu=25$)

III.3. CONCLUSION :

La quantification est la phase la plus importante dans le schéma de compression avec perte, elle a un double objectif, d'une part elle sert à extraire l'information jugée pertinente de l'ensemble de coefficients, et d'autre part elle les prépare pour la phase de codage entropique.

La quantification scalaire est plus utile que la quantification vectorielle, si elle est précédée par une transformation qui génère des coefficients fortement dé-corrélés. Elle peut être plus performante en adaptant le dictionnaire de quantification aux caractéristiques de signal à traité, ainsi on obtient des coefficients statistiquement plus redondants.

Deux codeurs entropiques sont souvent utilisés dans la compression d'image, le codage de Huffman et le codage arithmétique. Pourtant ce dernier semble plus compliqué et plus lent, il fera toujours un meilleur ou aussi bon travail que le codage de Huffman en terme de taux de compression.

Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire à la compression d'images fixes par ondelettes géométriques et plus précisément les Curvelets, pour améliorer les performances de la compression d'images fixes (PSNR et RC) par rapport aux performances des ondelettes classiques.

En guise de résumé, La méthode de quantification proposée permet, au même temps, d'améliorer l'entropie des coefficients obtenus, et d'écarter les coefficients les moins significatifs.

Bibliographie

1. **M.Shapiro, Jerome.** Embedded Image Coding Using Zero Trees of Wavelets Coefficients. *IEEE Transactions on Signal Processing*. December 1993, Vol. 41, 12.
2. **Amir Said, William A.Pearlman.** A New ,Fast, and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees. *IEEE Transactions on signal processing*. June 1996, Vol. 6, 3.
3. **S.Medouakh, Z-E. Baarir.** *Study of the Standard JPEG2000 in Image Compression* . s.l. : International Journal of Computer Applications, March 2011.
4. **L.Donoho, David.** *Fast Ridgelet Transforms in dimension 2*. s.l. : Departement of statistics ,Stanford University, October 1997. 514.
5. **Donoho, Emmanuel J. Candes and David L.** *Ridgelets: a key to higher-dimensional intermittency?* s.l. : Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1999. 2495–2509..
6. **Donoho, E. Candès and D.L.** *Curvelets: a surprisingly effective nonadaptive representation of objects with edges*. Nashville : Vanderbilt University Press. ISBN 0-8265-1357-3..
7. **David L. Donoho, Emmanuel J. Candès.** New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with C2 singularities. *Applied and Computational Mathematics*. November 2002.
8. **Duncan, David L. Donoho & Mark R.** *Digital Curvelet Transform: Strategy, Implementation and Experiments*. s.l. : Department of Statistics Stanford University, November, 1999.
9. **Jean-Luc Starck, Emmanuel J. Candès,David L. Donoho.** The Curvelet Transform for Image Denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*. June 2002, Vol. 11, 6.
10. **Jean-Luc Starck, Fionn Murtagh, Emmanuel J. Candès, and David L. Donoho.** Gray and Color Image Contrast Enhancement by the Curvelet Transform. *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*. June 2003, Vol. 12, 6.
11. *Curvelet transform for image fusion.* **M. Choi, R.Y. Kim, and M.G. Kim.** Istanbul : s.n., July 2004. Vols. pages 59–64.
12. **M.S. Joshi, R.R.Manthalkar, and Y.V. Joshi.** *Image Compression Using Curvelet, Ridgelet and Wavelet Transform, A Comparative Study*.
13. **KAMLESH GUPTA, SANJAY SILAKARI.** *Performance Analysis Of Image Compression Using Curvelets Transform*.
14. **LLOYD, STUART P.** least Squares Quantization in PCM . *IEEE Transactions on information theory*. March 1982 , Vols. IT-28, 2.
15. **Pu, Ida Mengyi.** *Fundamental Data Compression*. s.l. : Elsevier's Science and Technology. ISBN-10:0-7506-6310-3.
16. **Starck, Jalal Fadili and Jean-Luc.** Curvelets and Ridgelets . *Encyclopedia of Complexity and Systems Science* . 2009, Vols. Part 3, Pages 1718-1738.

17. **Said, Amir.** *Introduction to Arithmetic Coding - Theory and Practice.* s.l. : Imaging Systems Laboratory -HP Laboratories Palo Alto -, April 21, 2004* . HPL-2004-76 .
18. *A New Method Which Combines Arithmetic Coding with RLE for Lossless Image Compression .* **Med Karim Abdmouleh, Atef Masmoudi, Med Salim Bouhlel.** s.l. : Journal of Software Engineering and Applications, , January 2012 .
19. **HUFFMAN, DAVID A.** *A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes.* s.l. : Proceedings of the I.R.E., September 1952.
20. **Foued DERRAZ, Mohamed BELADGHAM, M'hamed KHELIF.** *Mesure Objective de la Qualité d'Image Médicale Dérivée de l'Index de Similarité Structurale.* s.l. : Laboratoire de Génie Biomédicale –TLEMCEM-ALGERIE.
21. **Emmanuel Candes, Laurent Demanet, David Donoho, and Lexing Ying.** *Fast Discrete Curvelet Transforms.* *Applied and Computational Mathematics, Department of Statistics, Stanford University.* July 2005, revised March 2006.
22. **Demanet, Emmanuel J. Candès and Laurent.** *The Curvelet Representation of Wave Propagators is Optimally Sparse.* *Communications on Pure and Applied Mathematics - COMMUN PURE APPL MATH.* 2005, Vols. 58, pp. , no. 11 (1472-1528).
23. *Evaluation of Huffman and Arithmetic Algorithms for Multimedia Compression Standards.* **Asadollah Shahbahrani, Ramin Bahrampour, MobinS abbasti Rostami, Mostafa Ayoubi Mobarhan.** 4, s.l. : International Journal of Computer Science, Engineering and Applications (IJCSA), August 2011, Vol. 1.
24. **ABDELKRIM, OUAFI.** *Compression d'images fixes biomédicales par les transformées en ondelettes associées aux algorithmes de quantification vectorielle et de codage entropique.* *Mémoire de Magister.* s.l. : Université MOHAMED KHIDER de BISKRA, 2001.
25. *DATASET OF STANDARD 512X512 GRAYSCALE TEST IMAGES.* *departement Ciencias de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de l'Université de Grenade .* [Online] [Cited: Octobre 7, 2012.] <http://decsai.ugr.es/cvg/CG/base.htm>.
26. **G.Jagadeeswar Reddy, T.Jayachandraprasad, M.N.Giriprasad, M. Madhavi Latha & T. Satya Savithri.** *Curvelets with new quantizer for image compression.* *Global journal of computer science and technology.* 12, April 2012, Vol. 12, 0975-4172.