



**République Algérienne Démocratique et
Populaire**



**Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la
Recherche Scientifique**

UNIVERSITE D'EL-OUED

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

LICENCE ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Spécialité : Génie mécanique

Option : Energétique

Thème

Etude de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

Présenté par :

- ❖ Soualmi Noredine
- ❖ Djeghbala Tawfiq
- ❖ Laifawi Redha

Dirigé par:

- ❖ Mr: Boukhari Ali

2013-2014

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A ma très chère mère.

A mon très chers père.

A mon frère et mes sœurs.

A tous Les professeurs

A Mr: A. Boukhari

A tous mes amis.

A tous ceux qui m'aiment.

A toute ma famille

A toute personne qui m'apprécie...

Je dédie ce mémoire

D. Tarfiq

S. Neuredine

L. Ridha

Remerciements

En premier lieu, nous remercions Dieu tout puissant, qui nous a donné le courage, la force et la volonté pour réaliser ce modeste travail.

Nos sincères et chaleureux remerciements à Mr. Boukhari pour son aide, son appui moral et ses qualités humaines.

Nous tenons à remercier nos parents car ce travail représente un petit fruit de leur souffrance et qui sans eux nous ne pouvons traverser ces longues années d'études et de travail.

J'adresse mes vifs remerciements à tous les professeurs ayant contribué à notre formation trouvent ici notre profonde reconnaissance pour ses conseils, ses encouragements et ses qualités humaines.

Enfin, nous remercions tous ce qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

SOMMAIRE

Nomenclature.....a

Introduction Générale1

Chapitre I : Physique de la convection de Rayleigh-Bénard

I.1 Définition de la convection..... 3

I.2 Convection naturelle.....3

I.3 Convection forcée.....4

I.4 Principe physique.....4

I.5 La convection de Rayleigh-Bénard.....4

I.5.1- Démarrage de la convection.....5

I.5.2- Phénomènes convectifs.....5

I.5.3- Mouvements de convection.....7

I.5.4- Convection sans nuage8

I.5.5- Usage de la convection en aéronautique.....9

I.5.6- Circulation thermohaline et courant marin (Océanographie)9

I.5.7- Dans le noyau externe.....10

Chapitre II: Formulation mathématique de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

II.1- Théorie de Rayleigh-Bénard.....11

II.2- Approximation de Boussinesq.....12

II.3- Nombre de Rayleigh.....13

II.4- Équations sous forme adimensionnelle.....13

II.5- Conditions aux limites.....15

II.6- État de base.....15

II.6.1- Conditions initiales.....16

II.6.2- Conditions aux limites.....	16
II.7- Outils d'analyse de l'écoulement.....	17
II.7.1- La fonction de courant	17
II.7.2- La vorticité	17
II.7.3- Le nombre de Nusselt	18
 Chapitre III: Résultats et discussion	
III.1- Introduction.....	19
III.2- Objective.....	20
III.3- Rappel théorique de convection de Rayleigh-Bénard.....	20
III.3.1- Approximation de Boussinesq.....	20
III.3.2- La configuration de Rayleigh-Bénard.....	20
III.3.3- Inconditionnellement stable.....	21
III.3.4- Conditionnellement stable.....	21
III.5- Système dynamique instable.....	22
III.5.1- Détermination du nombre de Rayleigh critique.....	22
III.5.1.1- Comparaison avec l'expérience.....	22
III.5.1.2- Comparaison avec les résultats d'un autre code (Phoenics)	24
III.6- Calcul instationnaire/stationnaire.....	25
III.6.1- Influence des conditions initiales	26
III.6.2- Apparition des rouleaux.....	27
III.7 Conclusion	27
Conclusion générale	28
Références.....	29
Résumés	31

Table des figure

Chapitre I modèle mathématique

Fig. I.1 : Description du cycle convectif naturel.....	4
Fig. I.2 : Présentation de la convection dans une casserole.....	6
Fig. I.3 : Convection sans nuage A: Brise de mer, B: Brise de terre.....	8
Fig. I.4 : Circulation thermohaline.....	9

Chapitre II: Formulation mathématique de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

Fig. II.1 : Convection naturelle.....	12
Fig. II.2 : Schéma du mécanisme de convection de Rayleigh-Bénard pour une couche de fluide d'épaisseur d située entre deux plaques ([17])	13
Fig. II.3: Schéma des rouleaux de convection d'une couche fluide chauffée par le bas.....	16

Chapitre III: Résultats et discussion

Fig. III.1 Diagramme de stabilité.....	21
Fig. III. 2 Champ de vitesse dans un écoulement de Rayleigh-Bénard.....	23
Fig. III. 3 Champ de température dans l'écoulement de Rayleigh-Bénard.....	23
Fig. III. 4 Seuil critique d'instabilité.....	24
Fig. III. 5 Répartition des vecteurs de vitesse pour $t = 100s$	25
Fig. III.6 Répartition des vecteurs de vitesse avec apparition de 4 rouleaux.	26
Fig. III.7 Répartition des vecteurs de vitesse pour un calcul instationnaire.	27

Nomenclature

d	distance entre les deux plaques, m
e_x, e_y, e_z	vecteurs unitaires selon l'axe x, y, z resp.
g	accélération de la pesanteur, m^2s^{-1}
h	coefficient de transfert convectif, $\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$
Nu	nombre de Nusselt
p	pression, Pa
Pr	nombre de Prandtl
Ra	nombre de Rayleigh
t	temps, s
T	température, K
$U = (u, v, w)$	champ de vitesse, m^2s^{-1}
α	coefficient de dilatation thermique isobare, K^{-1}
ΔT	différence de température entre les deux plaques, $\Delta T = T_1 - T_2$
θ	écart de température au profil conductif adimensionné
κ	diffusivité thermique à volume constant, m^2s^{-1}
λ	conductivité thermique, $\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
μ	viscosité dynamique, $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$
ν	viscosité cinématique, m^2s^{-1}
Π	pression généralisée, Pa
ρ	masse volumique, kg/m^3
ψ	fonction de courant
T_1	température de la plaque inférieure, K

Nomenclature

T_2	température de la plaque supérieure, K
c	conditions critiques
$cond$	conduction
Δ	Laplacien
∇	gradient

Introduction Générale

De nombreux procédés industriels induisent un transfert de chaleur via la convection thermique. En dépit des larges et nombreuses applications associées aux fluides non newtoniens et plus particulièrement aux fluides viscoplastiques, les études de stabilité pour ces fluides restent très limitées, probablement à cause des difficultés liées au traitement des deux phases. Dans les écoulements rencontrés dans les procédés (échangeurs, mélangeurs), la complexité du couplage entre les écoulements secondaires, les instabilités hydrodynamiques ou convectives et les propriétés rhéologiques non newtoniennes rendent les analyses relativement complexes. Afin de pouvoir découpler les phénomènes, la configuration que nous avons choisie d'étudier est la configuration académique de Rayleigh-Bénard associée à différents types de fluide. Cette configuration permettra de comprendre les phénomènes physiques en l'absence d'écoulement de base. Dans la configuration de Rayleigh-Bénard, l'origine de l'instabilité convective est due à un gradient vertical de température entre deux plaques horizontales qui induisent une force de poussée, caractérisée par le nombre de Rayleigh. L'équilibre entre les facteurs stabilisant et déstabilisant dans cette situation est décrit par le nombre de Rayleigh

L'écoulement de base correspond à un état statique purement conductif. Pour des fluides visqueux, tant que le nombre de Rayleigh est suffisamment petit, les forces de poussée ne peuvent pas vaincre les effets stabilisants de la diffusion visqueuse et thermique. A partir d'une valeur critique R_{ac} , l'équilibre est rompu et des rouleaux thermo-convectifs apparaissent. Dans le cas des fluides à seuil, le déclenchement des instabilités ne sera possible que si la force de poussée est suffisamment importante pour vaincre à la fois la contrainte seuil et les effets conjugués de dissipation thermique et visqueuse.

La configuration de Rayleigh-Bénard a été largement étudiée pour des fluides newtoniens et représente l'archétype du problème de stabilité, où la bifurcation primaire est supercritique. L'analyse détaillée de ces problèmes est présentée dans [1, 2 et 3]. Cependant la plupart des fluides rencontrés dans les procédés industriels (verres, industries alimentaires, chimiques, fabrication de bétons) ou ceux rencontrés en géologie (laves, manteaux terrestres) sont non newtoniens.

En ce qui concerne les fluides viscoplastiques, la configuration de Rayleigh-Bénard a reçu très peu d'attention. Le premier article qui a traité ce problème est dans le cas d'un fluide de Bingham. L'écoulement de base est statique, et comme la viscosité est indéterminée dans les régions en dessous du seuil, les auteurs montrent dans ce cas, que l'analyse de stabilité basée sur l'approche par modes normaux, ne peut être utilisée. Ils ont montré que l'écoulement est linéairement stable pour tous les nombres de Rayleigh. Ces résultats analytiques sont complétés par une modélisation numérique. Si des perturbations sont initialement imposées, les résultats numériques trouvés mettent en évidence la diminution des perturbations en un temps fini. Les auteurs montrent donc que les fluides viscoplastiques inhibent l'apparition de la convection lorsque le système est soumis à des

perturbations infinitésimales, même si la contrainte seuil est faible. Ces conclusions ont été confirmées par des observations expérimentales [5]. De récentes expériences ont mis en évidence la présence d'une instabilité pour les fluides ayant une contrainte seuil très faible [6].

L'objectif de cette étude est collecter les informations expérimentales et numériques concernant le déclenchement et développement éventuel de l'instabilité dans le cas des fluides à seuil, pour la configuration connue de Rayleigh-Bénard. Ce travail passe au préalable obligatoirement par une caractérisation rhéologique fine, le choix d'un modèle le plus proche des propriétés du fluide, et la mise en place d'un dispositif expérimental permettant de détecter l'apparition de l'instabilité dès son déclenchement.

Chapitre I :

Physique de la convection de Rayleigh-Bénard

I.1 Définition de la convection

La convection est un mode de transfert qui implique un déplacement de matière dans le milieu, par opposition à la conduction thermique ou à la diffusion de la matière. La matière est advectée (transportée-conduite, mais ces termes sont en fait impropres) par au moins un fluide. Ainsi, durant la cuisson de pâtes, l'eau se met en mouvement spontanément. Les groupes de particules de fluide proches du fond de la casserole sont chauffés, se dilatent donc deviennent moins denses (cf. masse volumique) et montent. Ceux de la surface de la casserole sont refroidis par le contact de la surface avec un milieu moins chaud, se contractent donc gagnent en densité et plongent. Le transfert thermique est alors plus efficace que dans le cas de la conduction thermique ou du transfert radiatif, qui sont les deux autres modes de transfert thermique. Ce phénomène physique très commun se produit dans de nombreux systèmes (casserole, atmosphère, manteau terrestre, étoile...) sous des formes diverses.

I.2 Convection naturelle

La convection naturelle est un phénomène de la mécanique des fluides, qui se produit lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide. Le gradient peut être de différente nature, telle la température ou la concentration d'un soluté. La masse volumique est en général fonction de la température et un gradient de température implique une différence de masse volumique au sein du fluide. Cette différence de masse volumique implique une différence de la poussée d'Archimède et donc crée un mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection. Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (courants marins), météorologiques (orages), géologiques (remontées de magma) par exemple. La convection thermique n'est pas le seul moyen de créer des mouvements verticaux dans des fluides. Ceux-ci vont se stratifier selon leur densité, à température uniforme, par l'effet de la gravité. Cette convection gravitationnelle se déroule comme la convection thermique avec les zones du fluide

plus dense descendant et les parties moins denses poussées vers le haut. Cependant, il n'y a pas de variation de températures dans ces échanges.

I.3 Convection forcée

La convection forcée est provoquée par une circulation artificielle (pompe, turbine) d'un fluide. Le transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle. Voici quelques exemples de convection forcée dans des appareillages : chauffage central avec accélérateur, chauffages électriques avec soufflerie, chauffe-eau solaire et four à convection de cuisinière. Le corps humain a son propre système de convection forcée, la circulation sanguine.

I.4 Principe physique

Une particule de fluide chauffée à la base devient moins dense du fait de sa dilatation thermique et remonte sous l'action de la poussée d'Archimède. Arrivée au sommet de la couche, le fluide échange sa chaleur, se refroidit et s'alourdit. Il redescend alors et crée un transfert retour de chaleur. La première approche physique a été mise en place par Henri Bénard, avec l'étude de la convection dans une couche de fluide soumise à un gradient de température vertical. Ces expériences sont connues sous le nom de cellules de Bénard.

I.5 La convection de Rayleigh-Bénard

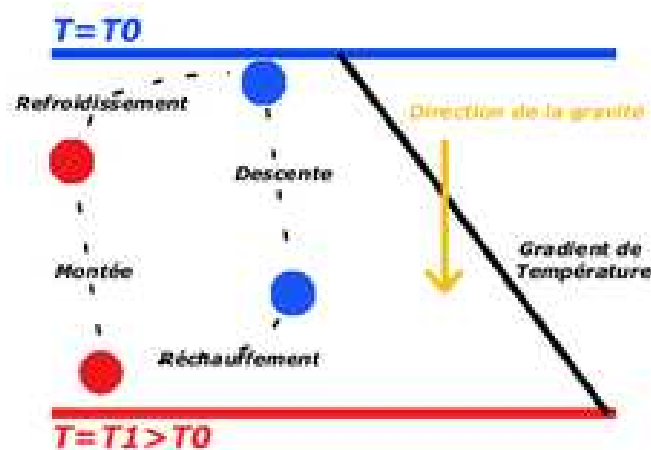


Fig. I.1 : Description du cycle convectif naturel

Les cellules de Bénard sont le cas d'école étudié par Henri Bénard et Lord Rayleigh. On considère ici un système simple et on suppose un fluide newtonien, incompressible, dans l'approximation de Boussinesq, c'est-à-dire que la seule propriété physique qui change est la masse volumique.

I.5.1- Démarrage de la convection

Le transfert thermique dans une couche de fluide horizontale s'effectue par la conduction thermique et le mouvement du fluide. Quand on commence à imposer un gradient thermique entre les surfaces de la couche, un gradient de la masse volumique s'installe. Expérimentalement, on observe qu'au bout d'un certain temps, le fluide se met en mouvement spontanément : c'est le démarrage de la convection. Celui-ci est déterminé par un nombre sans dimension appelé nombre de Rayleigh Ra , sans dimension :

$$Ra = \frac{\text{Poussée d'Archimède}}{\text{Dissipation}} = \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot g \cdot d^3}{k\nu}$$

Où :

d épaisseur de la couche du fluide, (m),

k diffusivité thermique, (W/m/K),

ν viscosité cinématique, (m²/s),

α coefficient d'expansion thermique, (sans dimension),

ΔT différence de températures entre les plaques, (K),

g l'accélération gravitationnelle (m/s²).

À noter : ces valeurs peuvent être variables dans le fluide et il est important de vérifier que l'on utilise bien des grandeurs caractéristiques.

I.5.2- Phénomènes convectifs

La convection crée des patrons cycliques de montée de l'air chaud et descente de l'air froid en rouleaux, cellules ou panaches. Il y a une série de domaines où l'on retrouve ce phénomène.

❖ Vie courante

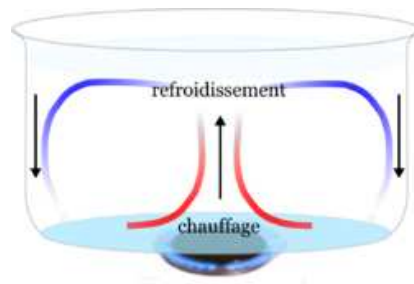


Fig. I.2 : Présentation de la convection dans une casserole

- Le mouvement dans une casserole posée sur le feu s'explique par les différences de densité créées par le chauffage. Le fluide se met en mouvement spontanément quand la différence de température entre le haut et le bas de la couche d'eau atteint une valeur critique.
- La fumée de cigarette ou de cheminée monte car la combustion crée une zone très chaude et très légère par rapport à l'environnement. Cette zone de fluide monte sous l'action de la poussée d'Archimède.
- Le chauffage par le sol relève du même principe. La couche chaude à la base des pièces, du fait de la dilatation thermique, devient plus légère (relativement) et engendre une circulation dans la maison.
- Le fonctionnement de la lampe à lave est basé sur ce phénomène: La cire est chauffée par le fond jusqu'à ce que sa densité soit inférieure à celle du fluide environnant. Elle s'élève alors en formant des panaches qui, une fois au sommet de la lampe, refroidissent et retombent au fond du récipient.
- Les courants de convection sont à l'origine des contraintes de compression et des contraintes d'expansion (selon leurs mouvements), ce qui cause la déformation des roches.
- Pour l'isolation thermique d'une habitation, l'air enfermé entre la toiture et le plancher des combles, ou entre le mur porteur et un mur intérieur n'assure aucunement l'isolation à cause du phénomène de convection accéléré par une différence de température entre paroi chaude et paroi froide: pour réaliser l'isolation, il faut ajouter dans cet espace un matériau isolant dans lequel l'air enfermé dans des bulles ou entre des fibres ne peut pas participer à la convection.

❖ Technologie

- Le brûleur de la montgolfière réchauffe l'air au-dessus de lui et fait monter la nacelle.
- L'eau du circuit de refroidissement des réacteur des centrales nucléaires est refroidie dans les grandes cheminées en utilisant la capacité d'extraction de chaleur de la convection associée à la chaleur d'évaporation de l'eau particulièrement élevée.
- Les tours solaires utilisent également la convection : l'air chauffé par le soleil à la base de la tour remonte dans la tour.

❖ Météorologie

La convection est un phénomène omniprésent dans l'atmosphère terrestre. Elle peut être déclenchée par un réchauffement du sol par le soleil, par le mouvement d'une masse d'air froid au-dessus d'un plan d'eau relativement chaude, ou par d'autres phénomènes (dont les différences d'albédo) qui provoquent le réchauffement relatif du bas d'une couche atmosphérique par rapport à son sommet. Elle joue un rôle dans la chimie de l'atmosphère, en contribuant à certains transferts d'aérosols ou de polluants des basses couches (troposphère) vers les hautes couches, et inversement (pour l'ozone [3] par exemple).

I.5.3- Mouvements de convection

Le mouvement convectif ascendant est causé par la différence de température entre la parcelle d'air soulevée et l'environnement plus froid en altitude. En effet, la parcelle se refroidit en montant mais selon le gradient thermique adiabatique, soit moins que la température de l'environnement dans les cas instables. Elle est donc moins dense que l'environnement et subit une poussée d'Archimède vers le haut. Cette différence est l'énergie potentielle de convection disponible (EPCD). Elle sera plus importante si de la chaleur latente est relâchée par la condensation de vapeur d'eau contenue dans la parcelle. La vitesse de déplacement de la parcelle d'air sera proportionnelle à l'EPCD.

Ce mouvement ascendant s'accompagne du mouvement descendant d'un volume correspondant d'air plus dense (plus froid) par le même principe. La masse de l'air descendant est supérieure à celle de l'air ascendant ; il y a donc une baisse du centre de gravité du système, interprétable comme une conversion d'énergie potentielle gravitationnelle, en énergie cinétique.

Les quantités d'énergie impliquées dans cette conversion peuvent être considérables et se traduire par des mouvements ascendants et descendants importants, créant de la turbulence. S'il y

a condensation, on assiste à la formation de nuages convectifs qui peuvent donner de forts coups de vent, des précipitations intenses et de la foudre. Si le cisaillement des vents avec l'altitude est favorable à un transfert de tourbillon, on peut voir se former des tornades. Si le contenu en eau est très important, on peut obtenir des pluies torrentielles et même de la grêle.

I.5.4- Convection sans nuage

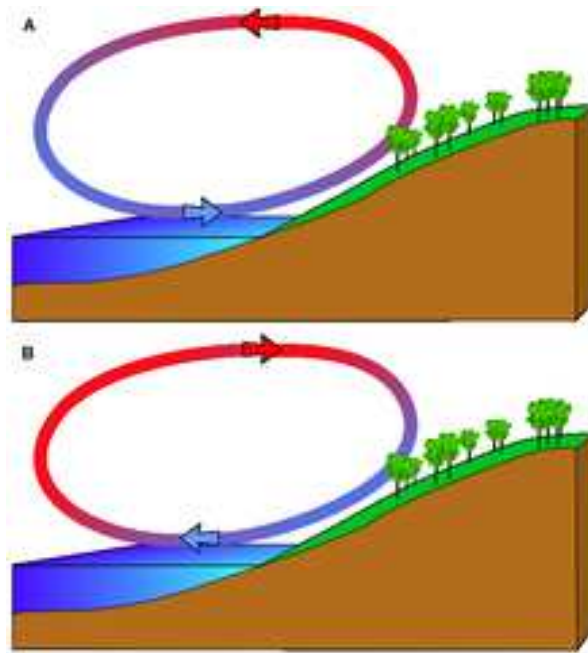


Fig. I.3 : Convection sans nuage **A:** Brise de mer, **B:** Brise de terre

La convection atmosphérique peut se produire sans nécessairement donner des nuages. En effet, elle n'est créée que par la structure thermique et si l'humidité n'est pas suffisante dans la parcelle d'air en ascension, il n'y aura pas de condensation. La brise de mer est un exemple typique de cellule convective en air clair. L'air se réchauffe plus rapidement sur terre que sur l'eau et une circulation thermique se développe durant la journée. Les thermiques qui se développent le long des pentes des montagnes sont un autre exemple où la différence de réchauffement crée une cellule convective à petite échelle, alors que la génération des alizés provient d'une boucle convective à large échelle. On peut mentionner encore les tourbillons de poussière et les vents générés dans un incendie.

I.5.5- Usage de la convection en aéronautique

Sous sa forme bénigne, la convection peut donner aux planeurs et autres aéronefs non motorisés la poussée ascendante dont ils ont besoin pour se maintenir en vol. Les montgolfières utilisent aussi la convection comme moyen de sustentation, en emprisonnant une quantité d'air chaud (moins dense que l'air environnant) à l'intérieur d'un ballon. Par contre, les forts mouvements verticaux, dans et autour des orages, sont à éviter car ils produisent de la turbulence intense. De plus, le givrage dans ces nuages est important, car les gouttes y sont en surfusion, et la grêle va endommager les aéronefs.

I.5.6- Circulation thermohaline et courant marin (Océanographie)

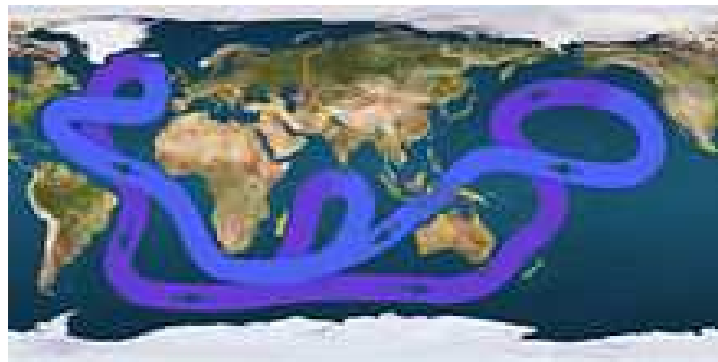


Fig. I.4 : Circulation thermohaline

L'océan est animé de courants marins mettant en œuvre des phénomènes de convection [19]. Les eaux de surface réchauffées par le Soleil à l'équateur se déplacent en courants superficiels ayant une épaisseur jusqu'à 800 mètres sous l'action des vents. Le réchauffement a comme conséquence une évaporation en surface qui concentre le sel contenu dans l'eau et donc la salinité de ces courants. Ce sont d'abord les alizés qui les poussent d'est en ouest puis, aux abords des continents, le courant remonte vers les hautes latitudes dans les vents généralement d'ouest. Les eaux se refroidissent ensuite à l'approche des calottes polaires et du fait de leur plus grande densité due à leur salinité, s'enfoncent au fond de l'océan. Elles terminent le cycle en retournant vers l'équateur. Cette convection océanique est dite aussi thermohaline, car elle est liée à la température et à la salinité de l'eau de mer [19].

Cependant, la boucle ne se limite pas à un bassin océanique mais plutôt encercle la Terre en plusieurs sous-boucles. L'eau chaude produite dans l'Atlantique équatorial se déplace vers l'Amérique du Nord avant de tourner vers l'Europe en surface dans le Gulf Stream. Elle plonge

ensuite en profondeur et se dirige vers le sud de l'Afrique. Ce faisant l'eau se réchauffe et le sel se dilue lentement, Il finit par remonter en surface au nord de l'océan Indien et du Pacifique. Les eaux font un nouveau cycle en surface qui se termine le long de la côte ouest de l'Amérique et replongent en profondeur pour éventuellement resurgir dans l'Atlantique. Une boucle semblable se produit dans l'hémisphère sud. Le cycle complet de cette circulation thermohaline est estimé, de 600 à 800 ans [19].

Le rôle de ces boucles convectives est essentiel car il permet le transport de chaleur, libérée dans l'atmosphère, de l'équateur vers les pôles. Si ce transfert n'existait pas, il ferait plus chaud à l'équateur et plus froid aux hautes latitudes. Le Gulf Stream et le Kuro Shivo réchauffent ainsi les eaux respectivement situées au large de l'Europe et du Japon. La convection océanique joue aussi un rôle important dans le cycle du carbone. En effet, en plongeant les eaux marines entraînent une grande quantité de dioxyde de carbone (CO_2) qui a été capturé de l'atmosphère et qui y est dissous. Ce dioxyde de carbone est restitué en partie à l'atmosphère lorsque les eaux profondes refont surface [19].

I.5.7- Dans le noyau externe

Plus profond encore, sous le manteau, se trouve le noyau terrestre. Il est composé d'une graine métallique (appelé aussi noyau interne, sorte d'agrégat de liquides solidifiés sous l'effet de la pression) entourée d'une épaisse coquille, métallique elle aussi mais demeurant à l'état liquide : le noyau externe. On peut considérer ici que le liquide contenu dans le noyau externe est confiné entre deux solides. Le noyau externe en question est animé de mystérieux mouvements de convection aux formes inhabituelles. Plusieurs phénomènes physiques de natures différentes (thermique, mécanique, magnétique) agissent de concert pour animer le noyau fluide. Dans un souci de simplification, nous présentons ces différentes causes séparément.

La plus simple et la plus évidente d'entre toutes ces causes est certainement la poussée d'Archimède qui provoque des ascensions de parcelles dans le noyau fluide. Le noyau dans son ensemble se refroidit et cristallise lentement à l'interface entre le noyau interne et le noyau externe : de la chaleur et des éléments légers sont relargués par endroits à la base du fluide. Celui-ci, plus léger que son entourage (voir plus haut), se met naturellement à convecter. C'est une forme de convection dont les deux aspects thermiques et chimiques sont aussi importants l'un que l'autre. On parle de convection thermochimique.

Chapitre II :

Formulation mathématique de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

Ce chapitre, comportant huit sections, décrit la mise en équation du problème de Rayleigh-Bénard en situation bidimensionnelle pour un fluide non-Newtonien incompressible ainsi que la méthode de résolution choisie pour le résoudre.

Dans la première section, on donne la théorie générale gouvernant le problème. La deuxième section montre l'approximation de Boussinesq largement utilisée dans la convection naturelle. Enfin, les dernières sections traitent de la mise en équations de ce phénomène et les conditions initiales et aux limites sous-jacentes sous forme dimensionnelle puis adimensionnelle en indiquant les paramètres sans dimension utilisés.

II.1- Théorie de Rayleigh-Bénard

Le phénomène étudié est celui de la stabilité / l'instabilité d'un fluide compris entre deux plaques planes de longueur infinie. Ces deux surfaces étant maintenues à des températures différentes, le fluide soumis à la gravité peut, sous certaines conditions, être mis en mouvement. En effet, la stratification thermique peut être stable ou instable selon le gradient de température imposé. En cas d'instabilité, l'instabilité de Rayleigh-Bénard apparaît (mouvements thermo-convectifs).

Ce phénomène prend naissance lorsque la paroi inférieure, qui est à une température plus élevée que la paroi supérieure, atteint une valeur de température critique, ce qui correspond à un nombre de Rayleigh critique que nous allons définir par la suite. L'instabilité est dûe aux variations de masse volumique, qui est plus élevée vers le haut du domaine. Cette inhomogénéité de masse volumique déstabilise le fluide (soumis à la poussée d'Archimède) et des rouleaux contra-rotatifs apparaissent.

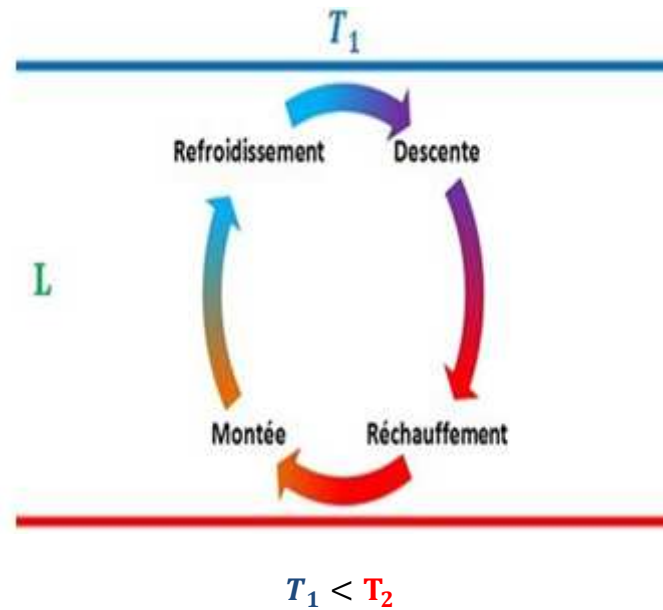


Fig. II.1 : Convection naturelle

II.2- Approximation de Boussinesq

Dans ce problème, le fluide est considéré newtonien, incompressible et dans l'approximation de Boussinesq. Les équations mises en jeu sont les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie.

$$\rho(\partial \vec{v} / \partial t + \text{grad} \vec{v} \cdot \vec{v}) = \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} - \rho_0 \vec{g} \quad (\text{II.1})$$

On utilise le modèle de Boussinesq en définissant la masse volumique comme fonction de la température. Dans ce modèle, $\rho = \text{cte}$ dans toutes les équations sauf dans le terme de flottabilité :

$$\rho = \rho_0 + \partial \rho / \partial T (T - T_0) = \rho_0 [1 - \alpha_0 (T - T_0)] \quad (\text{II.2})$$

ρ_0 : masse volumique

T_0 : température correspondante

$T - T_0$: différence de température

α : coefficient d'expansion thermique

II.3- Nombre de Rayleigh

Lorsque l'instabilité apparaît et que le fluide se met en mouvement, la convection démarre. Ce phénomène est contrôlé par le nombre de Rayleigh noté Ra , rapport de la poussée d'Archimède et des forces visqueuses. Il caractérise le mode de transfert thermique au sein du fluide : conduction ou convection. On le note :

$$Ra = \frac{\alpha g (T_1 - T_2) L^3}{\nu k} \quad (\text{II.3})$$

L : distance entre les plaques

II.4- Équations sous forme adimensionnelle

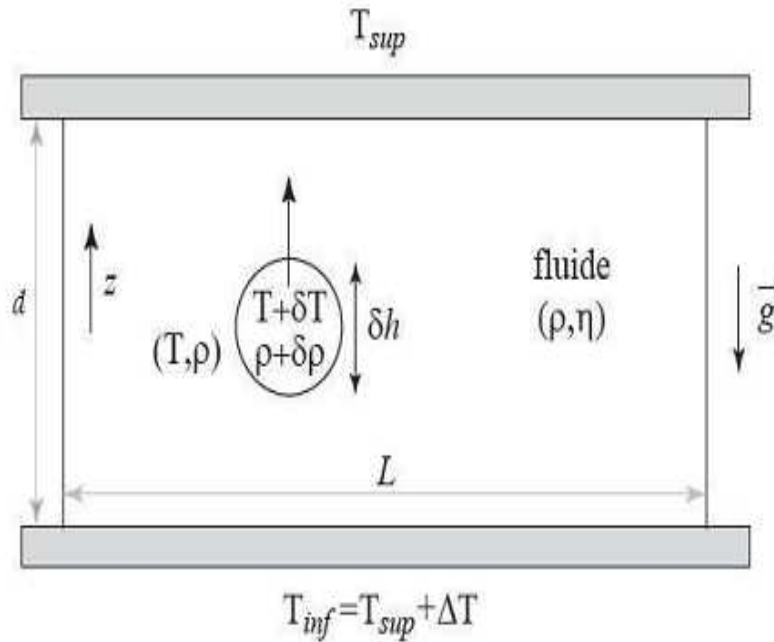


Fig. II.2 : Schéma du mécanisme de convection de Rayleigh-Bénard pour une couche de fluide d'épaisseur d située entre deux plaques ([17])

Les équations $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$ et $\rho C_p \frac{dT}{dt} = \lambda \Delta T$ avec les conditions aux limites

$$T(z = 0) = T_1 \quad \text{et} \quad T(z = d) = T_2 \quad (\text{II.4})$$

$$\begin{cases} \text{en } z = 0 : U = L_G \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{z=0} ; W = 0 \\ \text{en } z = d : U = -L_G \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{z=d} ; W = 0 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

sont mises sous forme adimensionnelle en utilisant les échelles caractéristiques suivantes :

- la distance d entre les deux plaques comme échelle de longueur ;
- le temps de diffusion thermique d^2/k comme échelle de temps. Le choix de ce temps caractéristique est pertinent pour des fluides dont le temps de diffusion thermique est plus élevé que le temps de diffusion visqueuse donc pour des fluides dont le nombre de Prandtl est supérieur à 1 ;
- la vitesse de diffusion thermique $d(d^2/k)$ comme échelle de vitesse ;
- l'écart de température $(T_1 - T_2)$ comme échelle de température ;
- $\rho_r k^2 / d^2$ comme échelle de pression.

Dans ces expressions k est la diffusivité thermique.

On obtient alors les équations adimensionnées suivantes :

- **Équation de continuité**

$$\nabla U = 0 \quad (\text{II.6})$$

- **Équation du mouvement**

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla) U = -\nabla \Pi + Ra Pr \theta e_z + Pr \nabla \cdot \tau \quad (\text{II.7})$$

- **Équation de l'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (U \cdot \nabla) \theta = W + \Delta \theta \quad (\text{II.8})$$

où on a posé Π la pression généralisée :

$$\Pi = P + g z - \alpha g z [T_1 - T_r - 1/2(T_1 - T_2)z]$$

et

$$\theta = \frac{T - T_{Cond}}{T_1 - T_2}$$

II.5- Conditions aux limites:

De la même manière, les conditions aux limites (II.4)-(II.5) se réécrivent :

- pour la température :

$$T(z = 0) = \theta_1 \quad \text{et} \quad T(z = 1) = \theta_2 \quad (\text{II.9})$$

- pour la vitesse :

$$\begin{cases} U = L_G \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0} \text{ et } W = 0 \text{ en } z = 0 \\ U = -L_G \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=1} \text{ et } W = 0 \text{ en } z = 0 \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Le problème fait intervenir deux paramètres adimensionnels : le nombre de Prandtl Pr et le nombre de Rayleigh Ra . Le nombre de Prandtl permet de caractériser les propriétés thermiques du fluide. C'est le rapport du temps caractéristique de diffusion thermique $\tau_k = \frac{d^2}{K}$ sur le temps caractéristique de diffusion visqueuse $\tau_v = \frac{d^2}{\nu}$:

$$Pr = \frac{\nu}{k}$$

Le nombre de Rayleigh caractérise le transfert de chaleur à l'intérieur d'un fluide. C'est le rapport entre les effets déstabilisants (force d'Archimède) qui provoquent la mise en mouvement du fluide et les effets stabilisants (force visqueuse et diffusion thermique) :

$$Ra = \frac{\alpha g (T_1 - T_2) d^3}{\nu k} = Gr Pr$$

On remarque que le nombre de Prandtl intervient dans le calcul du nombre de Rayleigh.

Gr est le nombre de Grashof, rapport de la poussée d'Archimède sur la diffusion thermique :

$$Gr = \frac{\alpha g (T_1 - T_2) d^3}{\nu^2} \quad (\text{II.11})$$

ν est la viscosité cinématique du fluide et k sa diffusivité thermique à volume constant.

II.6- État de base

L'état de base correspond à un fluide au repos dont la température suit la loi de Fourier :

$$T_{\text{Cond}}(z) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{d} z \quad (\text{II.12})$$

De plus, sous forme adimensionnelle, l'état de base est défini par :

$$U_b = 0; \theta_b = 0 \text{ et } \Pi_b = p_b + gz - \alpha g z [T_1 - T_r - 1/2 (T_1 - T_2) z]$$

II.6.1- Conditions initiales

Cette expérience numérique montre le caractère imprédictible d'une dynamique chaotique, car une erreur (la plus petite soit elle) sur les conditions initiales entraîne à long terme une trajectoire (et donc un comportement) complètement différente.

II.6.2- Conditions aux limites

On considère un fluide compris entre deux plaques planes horizontales délimitant les frontières d'équations $Z = 0$ et $Z = d$ (figure II.3). L'épaisseur de la couche fluide est donc la distance d .

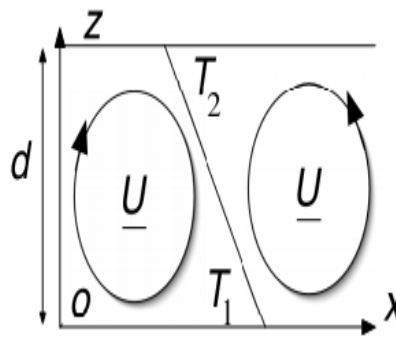


Fig. II.3: Schéma des rouleaux de convection d'une couche fluide chauffée par le bas.

Pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans l'approximation de Boussinesq, il est nécessaire de spécifier des conditions aux limites pour la température et pour la vitesse. Pour ces deux catégories de conditions aux limites, plusieurs variantes sont possibles suivant la nature du problème physique considéré. Nous énumérons ici les principales configurations.

On considère deux types de conditions aux limites en température :

Températures fixées : $T = T_1$ en $Z=0$; $T = T_2$ en $Z=d$

Flux fixe : $k \frac{\partial T}{\partial z} = q$ en $Z=0$ et $Z=d$

Les conditions aux limites en températures fixées correspondent au cas où les parois planes sont infiniment conductrices et relient le fluide à des thermostats de températures fixées. Les conditions aux limites en flux fixe correspondent à un chauffage délivrant une quantité de chaleur d'exterminée. Lorsque $q < 0$ ou $T_1 < T_2$ le fluide est dit stratifié. Le problème de Rayleigh-Bénard, que l'on considère ici, s'intéresse aux cas où $q > 0$ ou $T_1 > T_2$ pour lesquels des mouvements de convection peuvent se développer.

On considère deux types de conditions aux limites en vitesses :

Libres :
$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{et } w = 0 \quad \text{en } z = 0 \text{ et } z = d$$

Rigides :
$$u = v = w = 0 \quad \text{en } z = 0 \text{ et } z = d$$

Les conditions aux limites libres correspondent au cas idéalisé où la couche fluide considérée est comprise entre deux autres fluides et où la déformation des interfaces est négligée. Les conditions aux limites rigides correspondent au cas où les frontières sont des parois rigides.

II.7- Outils d'analyse de l'écoulement :

Après la résolution des équations régissant la convection mixte de la cavité cylindrique remplie du fluide considéré, les cinq inconnues u, v, w, p et Θ donnent quantitativement une vue sur le phénomène étudié mais, ils existent d'autres paramètres qui peuvent attribuer aux solutions plus de clarté et substantialité quantitativement et qualitativement, et facilitent l'analyse du phénomène étudié. Quelques paramètres dont la nature peut différer (critère adimensionnel, fonction mathématique, ...etc.), sont utilisés dans ce travail pour éclaircir la vision physique du problème.

II.7.1- La fonction de courant :

Nous utilisons cet intelligent dispositif seulement pour identifier les lignes de courant hydrodynamique, et les débits d'écoulement. La fonction de courant ψ (dite de Stokes) est définie en coordonnées cartésiennes pour un écoulement incompressible [13] par :

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II.13})$$

ici les lignes $\psi(x, y) = \text{Cste}$ sont les lignes de courant, et le débit entre deux lignes de courant est :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = (\psi_2 - \psi_1) \quad (\text{II.14})$$

II.7.2- La vorticité :

Un autre outil, la vorticité qui est associée au vecteur vitesse local $\vec{V} = (u, v)$, est définie par [13] :

$$\omega = \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{V} \quad (\text{II.15})$$

Mais dans les calculs on s'intéresse seulement à la composante azimutale de la vortacité, en la nommant vortacité elle-même :

$$\omega = \omega_{\theta} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{II.16})$$

II.7.3- Le nombre de Nusselt :

Cet outil est un nombre adimensionnel, aide à analyser les transferts thermiques par convection aux frontières, puisque il est inversement proportionnel à l'épaisseur δ_t de la couche limite thermique, et défini localement comme [14]:

$$Nu(x) = -\frac{\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y^*} \right) \Big|_{y^*=0}}{\frac{T_h - T_f}{H}} = -\gamma \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \quad (\text{II.17})$$

Aussi, nous utilisons le nombre de Nusselt moyen calculé pour chaque disque d'extrémité de l'enceinte Cartésiennes:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{X} \int_0^1 \int_0^X Nu(x) \, x \, dx \quad (\text{II.18})$$

Donc

$$\overline{Nu} = 2 \int_0^1 Nu(x) \, x \, dx \quad (\text{II.19})$$

Chapitre III :

Résultats et discussion

Ce chapitre montre les résultats de l'analyse linéaire de stabilité. On y présentera les courbes de stabilité marginale en conditions d'adhérence et de glissement sans frottement ainsi que les conditions critiques en fonction de la longueur de glissement. les résultats seront montrés d'après la littérature ([15], [16]) et en particulier, que le glissement a un effet déstabilisant et conduit à des structures convectives de plus grande taille. Aussi, en considérant le cas d'une convection bidimensionnelle, nous montrerons le comportement asymptotique de la solution au voisinage des conditions critiques. Une analyse du champ de viscosité et son influence sur la structure de l'écoulement pour Ra nettement plus grand que Ra_c .

III.1- Introduction

La chaleur radiative de l'atmosphère est responsable de mouvements de circulation océanique. En effet, cette chaleur radiative crée des différences de densité. Cependant, ces différences sont effectives seulement lors de la production de mouvements dus à la gravité. La quantité $(-\rho \cdot g)$ est appelée flottabilité, le signe négatif venant du fait qu'une particule est d'autant plus flottante qu'elle est légère. Ainsi, l'océan est le siège de circulations dues à des contrastes de flottabilité, mais ceux-ci peuvent être dus aussi bien à des différences de salinité qu'à des gradients de température.

Lors de cette tâche sur Fluent, une étude progressive du problème de la convection thermo-haline sera donc réalisée. Ainsi, après avoir retrouvé des résultats cohérents avec ceux obtenus sur Phoenix concernant la convection de Rayleigh-Bénard, nous étudierons les convections halines et thermo-halines sur Fluent.

Enfin, cette tâche est l'occasion pour explorer Fluent et compléter son manuel [20].

III.2- Objective

Cette partie sur la convection de Rayleigh-Bénard a pour but d'une part, prendre contact avec le code Fluent en ayant comme moyen de comparaison, l'expérience et les résultats fournis par d'autres codes. D'autre part, avoir un aperçu de la convection de Rayleigh-Bénard en tant que système dynamique instable.

III.3- Rappel théorique de convection de Rayleigh-Bénard

III.3.1- Approximation de Boussinesq

Pour les flux de convection naturels, on peut accélérer la vitesse de convergence grâce au modèle de Boussinesq en définissant la masse volumique comme fonction de la température. Ce modèle traite la masse volumique comme constante dans toutes les équations résolues sauf pour le terme de flottabilité dans l'équation suivante :

$$(\rho - \rho_0)g \cong -\rho_0\beta(T - T_0)g$$

ρ_0 : est la masse volumique constante

T_0 : est la température correspondante

β : est le coefficient d'expansion thermique

ΔT : la différence de température entre T et T_0

Cette équation est obtenue en utilisant l'approximation de Boussinesq suivante pour éliminer ρ du terme de flottabilité:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta \cdot \Delta T)$$

III.3.2- La configuration de Rayleigh-Bénard

On cherche par exemple à étudier la stabilité d'un fluide contenu entre deux plaques planes horizontales d'extension infinie maintenues à des températures différentes. Un fluide pesant inséré entre ces deux plaques peut être le siège, sous certaines conditions, de mouvements thermo-convectifs. En effet, en fonction du gradient de température imposé, la stratification

thermique est soit inconditionnellement stable soit conditionnellement stable. En situation conditionnellement stable, on peut observer l'instabilité de Rayleigh-Bénard.

III.3.3- Inconditionnellement stable

Si la paroi supérieure est à une température plus importante que la paroi inférieure, la stratification thermique est inconditionnellement stable. En effet, dans ce cas, une particule déplacée vers le haut se trouvera dans une zone où la masse volumique du fluide environnant est plus faible (le fluide "lourd" est en-dessous du fluide "léger"). La force d'Archimède "globale" est stabilisante, elle ramène la molécule à sa position d'origine. On observe une répartition linéaire de température.

III.3.4- Conditionnellement stable

Si la paroi supérieure est à une température plus faible que la paroi inférieure (le fluide "lourd" est au-dessus du fluide "léger"), l'expérience montre qu'au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs prennent naissance au sein du fluide. C'est l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Au-delà de ce Rayleigh critique une particule déplacée vers le haut se trouve dans une région où la masse volumique du fluide environnant est plus grande. La poussée d'Archimède globale est cette fois-ci de stabilisante. La force de traînée et les mécanismes de diffusion thermique stabilisants ne sont pas suffisamment importants. Le déséquilibre de position de la particule est accru. La stratification thermique est alors instable. On peut ainsi obtenir des diagrammes de bifurcations de la forme suivante :

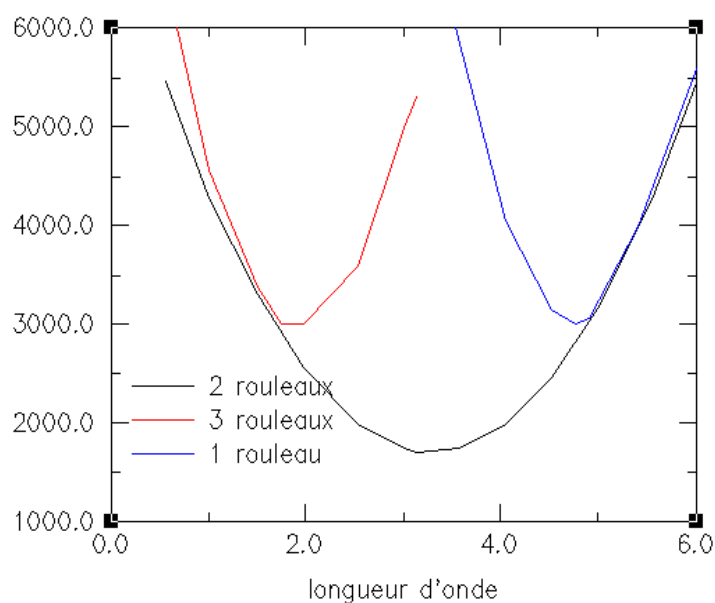


Fig. III.1 : Diagramme de stabilité

III.5- Système dynamique instable

III.5.1- Détermination du nombre de Rayleigh critique

III.5.1.1- Comparaison avec l'expérience

On connaît la valeur expérimentale du Rayleigh critique (1708), on en déduit donc la valeur expérimentale du gradient de température minimal à imposer pour obtenir l'apparition de rouleaux contra-rotatifs:

$$\Delta T = \frac{Ra \cdot \mu \alpha}{g \beta h^3}$$

avec

- $g=9.81 \text{ m/s}^2$
- $\beta=0.000276$
- $h^3=1.E-06 \text{ m}^3$
- $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$
- $\alpha=1.43.E-07$
- $Ra=1790$
- $Nu=1.E-03$

D'où $\Delta T_c = 9. E - 02 \text{ K}$

On obtient effectivement l'apparition de rouleaux contra-rotatifs et la répartition thermique suivante pour par exemple $\Delta T_c = 0.25$, et ce en effectuant un calcul stationnaire :

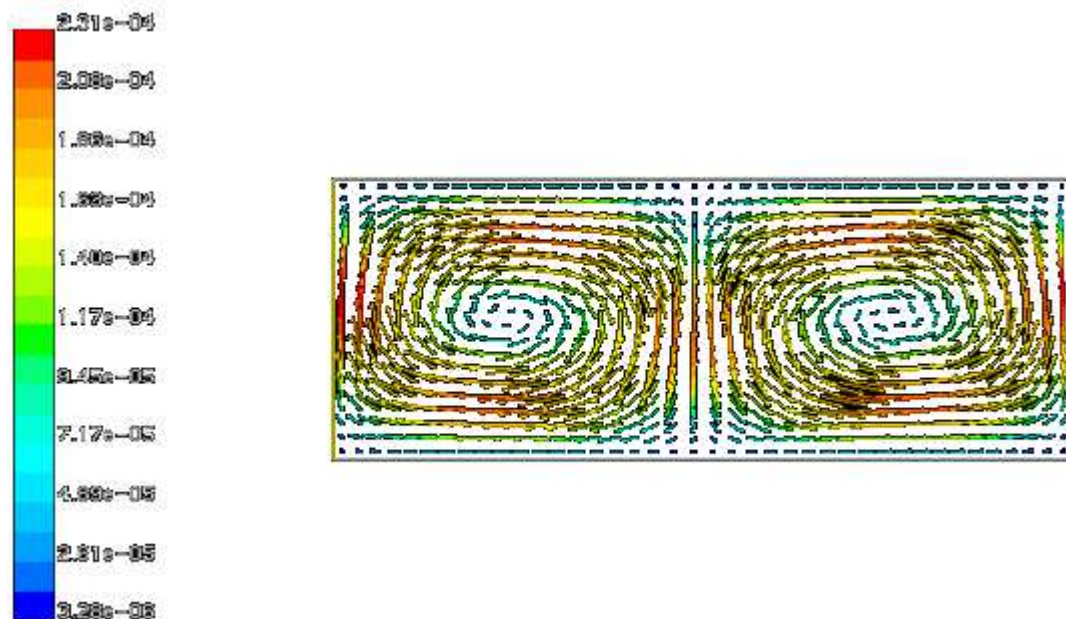


Fig. III. 2 : Champ de vitesse dans un écoulement de Rayleigh-Bénard

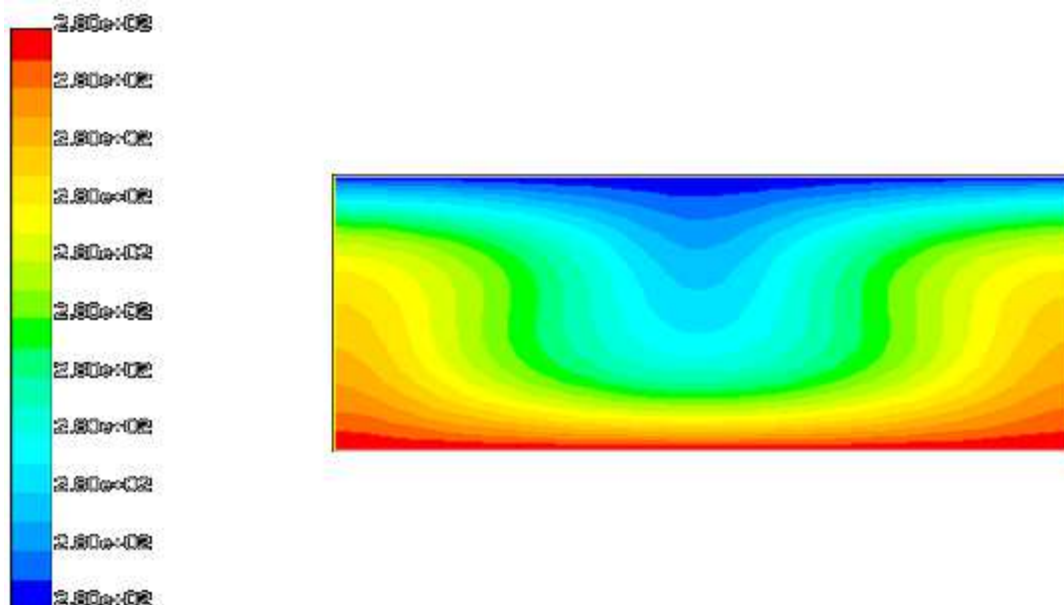


Fig. III. 3 : Champ de température dans l'écoulement de Rayleigh-Bénard

Après avoir obtenu cette instabilité, on détermine le gradient de température critique à l'aide des histogrammes de Fluent qui donnent une idée de la vitesse moyenne dans la cellule

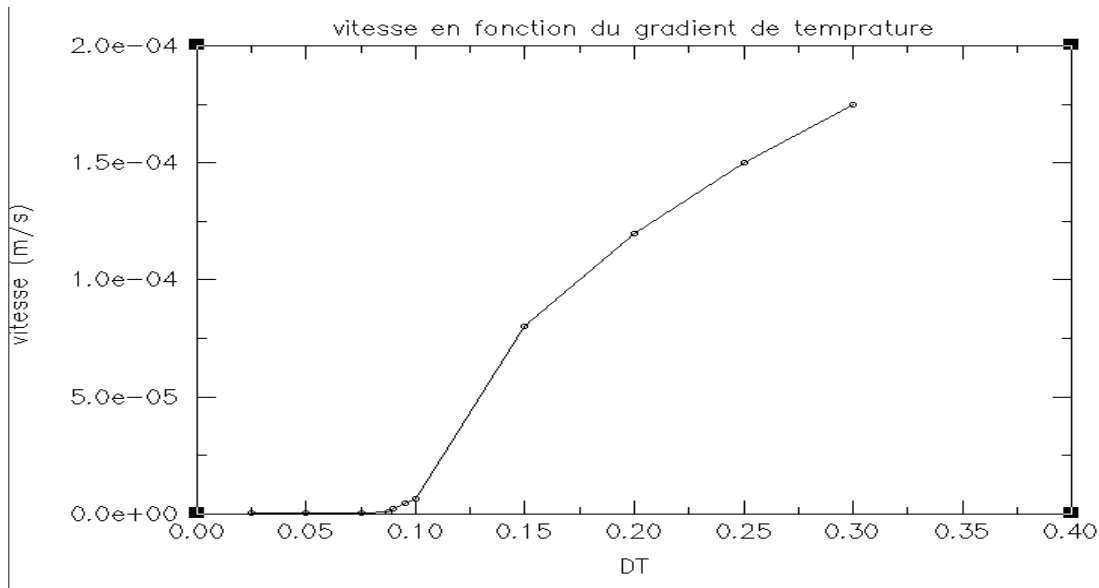


Fig. III. 4 : Seuil critique d'instabilité

Ce graphe confirme que le gradient de température critique est aux alentours de 9E-02 K.

Et donc le problème de Rayleigh Bénard est correctement simulé, même si l'on aurait pu raffiner la recherche du seuil critique. L'objectif était juste de retrouver le phénomène d'instabilité de Rayleigh Bénard afin d'avoir une base thermique pour la convection thermo-haline.

III.5.1.2- Comparaison avec les résultats d'un autre code (Phoenics)

On connaît la valeur du Rayleigh critique obtenue sur Phoenics ($1775 < Ra_c < 1790$), on en déduit donc une valeur du gradient de température à imposer :

$$\Delta T = \frac{Ra \cdot \mu \alpha}{g \beta h^3 \rho}$$

avec

- $g=9.81 \text{ m/s}^2$
- $\beta=0.000276$
- $h^3=1.E-06 \text{ m}^3$
- $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$
- $\alpha=1.43.E-07$
- $Ra=1790$
- $Nu=1.E-03$

D'où $\Delta T_c = 9.45 \text{ E} - 02 \text{ K}$.

Or $\Delta T_c \sim 9.45 \cdot 10^{-2} \text{ K}$ sous Fluent, les résultats sont donc cohérents. Il est à noter qu'on obtient beaucoup plus rapidement le seuil critique avec Fluent qu'avec Phoenix, de par les histogrammes de vitesse que fournit Fluent. De plus, Fluent permet d'accéder à une valeur de gradient de température critique relativement meilleure que celle de Phoenix, par rapport aux résultats expérimentaux.

III.6- Calcul instationnaire/stationnaire

Nous allons montrer les états stationnaires comme la limite d'un calcul instationnaire avec une condition initiale et un temps de simulation. Cette étude a pour but d'atteindre un état oscillant de la convection instable de Rayleigh Bénard.

Cas $\Delta T = 1\text{K}$ (assez fort gradient de Température)

$t = 100\text{s}$

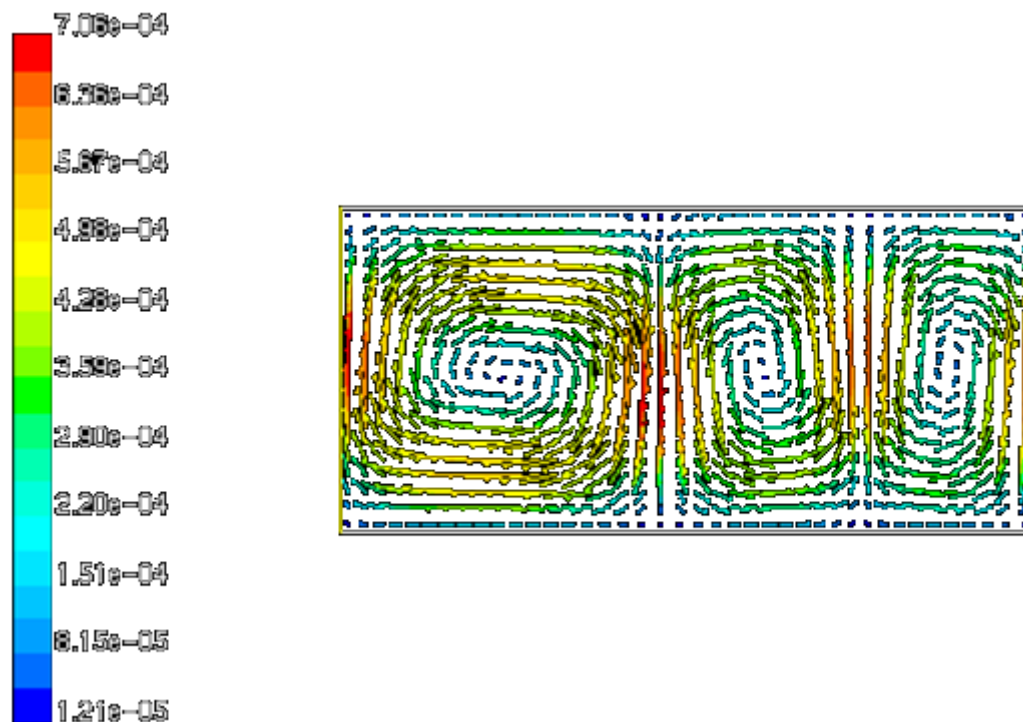


Fig. III. 5 : Répartition des vecteurs de vitesse pour $t = 100\text{s}$.

Sachant que l'instabilité se déclenche pour $\Delta T = 0.09K$, le fait d'obtenir 3 rouleaux en fin de simulation est tout à fait plausible.

Cependant, l'état oscillant n'étant pas atteint, on visualise les résultats pour des pas de temps plus resserrés. Même en effectuant ce travail, nous n'atteignons pas l'état oscillant

Concernant le calcul stationnaire, il est à noter que les calculs in stationnaire et stationnaire ne donnent pas les mêmes résultats puisque le calcul stationnaire donne 4 rouleaux (figure III.6).

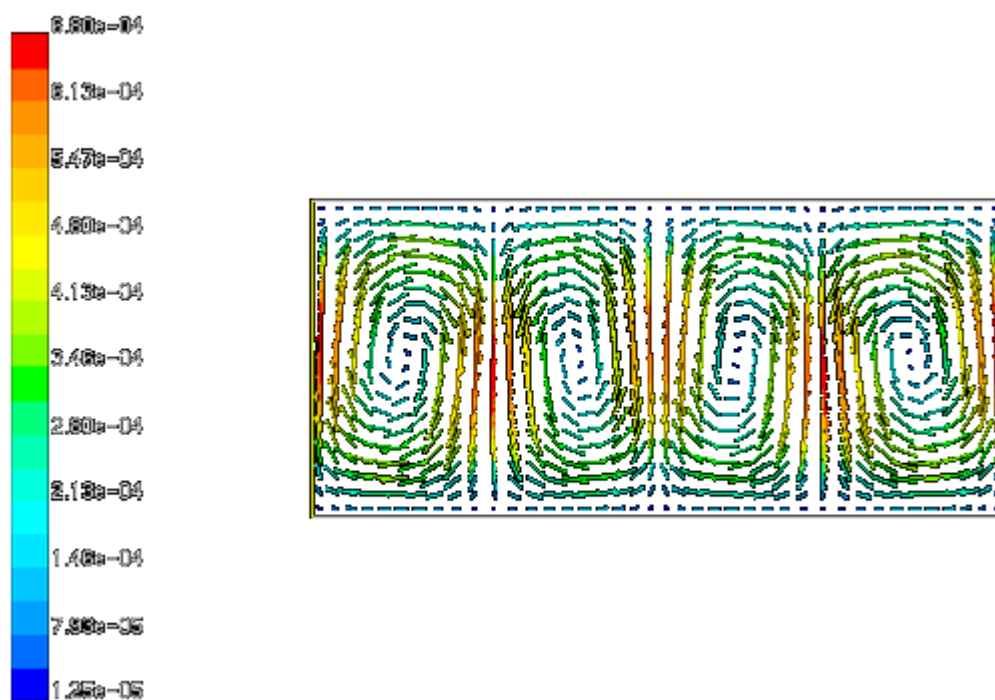


Fig. III.6 : Répartition des vecteurs de vitesse avec apparition de 4 rouleaux.

Il existe donc une différence non négligeable dans Fluent concernant les résultats des calculs stationnaires et in stationnaires.

III.6.1- Influence des conditions initiales

On fait varier la condition initiale en température sur le fluide dans le cas instationnaire. Cette partie a pour but d'étudier l'instabilité dynamique du système dynamique qu'est la convection de Rayleigh-Bénard en regardant l'influence des conditions initiales sur l'état final.

$$T = 280.25K, \quad t = 200s$$

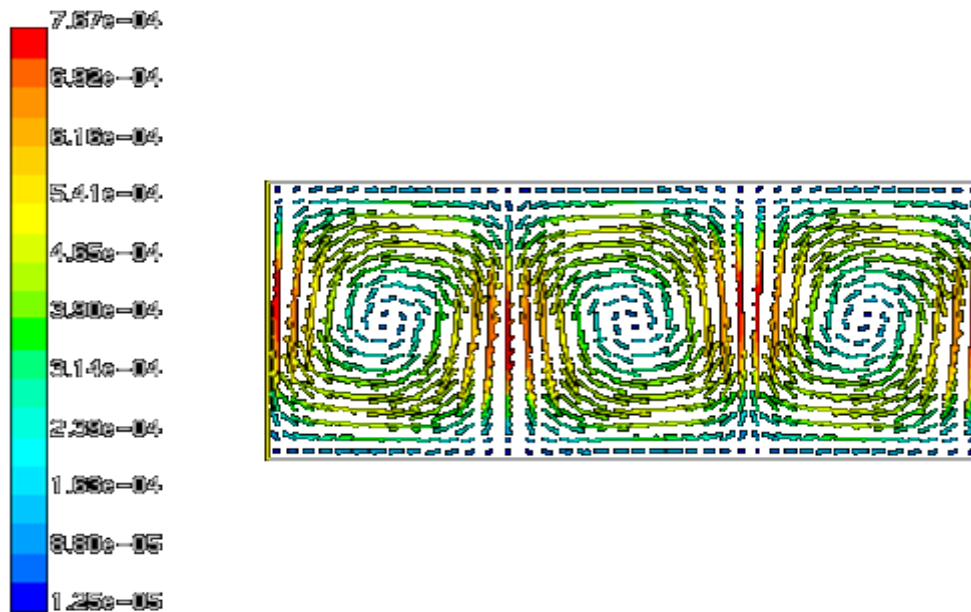


Fig. III.7 : Répartition des vecteurs de vitesse pour un calcul instationnaire.

- **Rapidité du calcul instationnaire**

Tout d'abord, on signale que plus l'initialisation est proche de la température inférieure, plus le calcul instationnaire atteint le régime établi rapidement. Ceci est surprenant car plus le fluide est chauffé, plus il est léger et plus l'instabilité apparaît rapidement. Ainsi, on peut penser que plus le fluide est initialisée à une forte température, plus celui-ci atteint rapidement son état stationnaire, ce qui est en contradiction avec les résultats de Fluent.

III.6.2- Apparition des rouleaux

De plus, les conditions initiales ont une influence sur les formes des rouleaux de l'état stationnaire du calcul instationnaire, mais pas sur le nombre.

III.7 Conclusion

La convection de Rayleigh-Bénard est un système dynamique dont il est relativement facile de trouver le premier point de bifurcation, que ce soit avec Phoenics ou Fluent. Cependant il est difficile de cerner l'influence des conditions initiales et aussi d'atteindre des états oscillants lors des calculs instationnaires. Enfin, Fluent est relativement accessible pour les simulations stationnaires et instationnaires.

Conclusion

Dans cette étude, nous sommes intéressés à l'instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard, c'est-à-dire au problème d'une couche de fluide chauffée par le bas. En considérant une convection bidimensionnelle, une étude linéaire avant de s'intéresser aux cas faiblement non-linéaire et non-linéaire est faite. On a retrouvé les valeurs critiques connues du nombre de Rayleigh et du nombre d'onde à partir desquelles la convection se déclenche. Ces valeurs sont indépendantes du nombre de Prandtl et sont $Ra_c = 1707.8$ et $kc = 3.12$ dans le cas de conditions aux limites d'adhérence aux parois et $Rac = 657.5$ et $kc = 2.2$ dans le cas d'un glissement sans frottement aux parois. Pour comparer ces deux types de conditions aux limites, la longueur de glissement L_G est introduite. Elle est nulle si l'on est en présence d'une adhérence aux parois et grande dans le cas d'un glissement aux parois. Nous avons observé que les cellules de convection, qui prennent la forme de rouleaux contrarotatifs sont plus larges. Grâce au tracé de la courbe de stabilité, il est montré que le système est plus stable en présence de petites structures. Pour représenter la température et la fonction de courant, on a utilisé des développements sous la forme de modes propres.

Dans cette étude, l'importance de l'influence des conditions aux limites d'adhérence au moyen des diagrammes de bifurcation ont permis de voir que le caractère héofluidifiant favorise l'apparition d'un régime sous-critique. D'autre part, le nombre de Nusselt est observé pour augmenter. Et l'adhérence aux parois entraîne un nombre de Nusselt plus faible. Pour des nombres de Prandtl supérieurs à 0.2.

Il serait intéressant de continuer cette étude en considérant le cas d'une convection tridimensionnelle dans le cas de conditions aux limites d'adhérence aux parois.

Références

- [1] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and hydromagnetic stability (Clarendon Press, Oxford, 1961).
- [2] P.G. Drazin & H.W. Reid, Hydrodynamic stability, Cambridge University Press (1981).
- [3] E. L. Koschmieder, Bénard Cells and Taylor vortices, Cambridge University Press, (1993).
- [4] J. Zhang, D. Vola, I. Frigaard, Yield stress effects on Rayleigh-Bénard convection, J. Fluid Mech., 566, 389-419, (2006).
- [5] A.C. Rust, N. Balmforth, and A.M. Jellinek, The nature of yield strength and effects on Rayleigh-Bénard convection, Geophysical Research Abstracts, 8, 1173-1178 (1969).
- [6] A. Abdelali, A. Magnin, J.-M. Piau, C. Métivier, private communication(2008).
- [7] S. Schmitt and M. Lücke. Amplitude equation for modulated rayleigh-bénard convection. Phys. Rev. A, 44 :4986–5002, 1991.
- [8] V. Vidal. Intéraction des différentes échelles de convection dans le manteau terrestre. PhD thesis, Institut de Physique du Globe, Paris, 2004.
- [9] APM-INPTthu-rayben(2003), O. Thual July 10, 2005
- [10] B. Hof, A. Juel and T. Mullin, "Magnetohydrodynamic damping of convective flows in molten gallium", Journal of Fluid Mechanics, vol. 482, pp. 163–179, 2003.
- [11] A. Spohn, Ecoulement et éclatement tourbillonnaires engendrés par un disque tournant dans une enceinte cylindrique. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble I, 1991.
- [12] R. Bessaih, Ph. Marty and M. Kadja, "Hydrodynamics and heat transfer in disk driven rotating flow under axial magnetic field", International Journal of Transport Phenomena, vol. 5, pp. 259-278, 2003.
- [13] A. Boukhari, Étude de l'instabilité hydrodynamique des écoulements tournants. Université MENTOURI-CONSTANTINE, 2006.
- [14] H. Schlichting, Boundary-Layer Theory. 6th ed. McGraw-Hill, 1968.
- [15] T. L. Bergman, A. S. Lavine, F. P. Incropera, D. P. Dewitt, Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7th Ed. John Wiley & Sons, Inc., 2011.

- [16] Y. A. Çengel et J. M. Cimbala, Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications. 1st ed. McGraw-Hill Companies, Inc., 2006.
- [17] Y. A. Çengel et J. M. Cimbala, Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications. 1st ed. McGraw-Hill Companies, Inc., 2006.
- [18] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill, 1980.
- [19] Wikipedia l'encyclopédie libre, URL: http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9598/travaux/optmfn/ANC/COMPTE_RENDUS/S5_COTH/HALINE.html#MOD
- [20] FLUENT 6.3 User's Guide, Fluent Inc., 2006.

Résumé

De nombreux procédés industriels induisent un transfert de chaleur via la convection thermique. En dépit des larges et nombreuses applications associées aux fluides non newtoniens et plus particulièrement aux fluides viscoplastiques, les études de stabilité pour ces fluides restent très limitées, probablement à cause des difficultés liées au traitement des deux phases. Dans cette étude, nous sommes intéressés à l'instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard. En considérant une convection bidimensionnelle, une étude linéaire avant de s'intéresser aux cas faiblement non-linéaire et non-linéaire est faite.

Les valeurs critiques connues du nombre de Rayleigh et du nombre d'onde à partir desquelles la convection se déclenche ont été retrouvées. Ces valeurs sont indépendantes du nombre de Prandtl et sont $Ra_c = 1707.8$ et $kc = 3.12$ dans le cas de conditions aux limites d'adhérence aux parois et $Ra_c = 657.5$ et $kc = 2.2$ dans le cas d'un glissement sans frottement aux parois. Pour comparer ces deux types de conditions aux limites, la longueur de glissement L_G est introduite. La température et la fonction de courant, sont représentées au moyen des développements sous la forme de modes propres.

Mots clés

Instabilité, Convection de Rayleigh-Bénard, écoulement, turbulent.

ملخص

إن العديد من العمليات الصناعية للحث على نقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري .على الرغم من التجارب العديدة المرتبطة بالسوائل النيوتونية وعلى الأخص على سوائل التطبيقات الصناعية. ودراسات استقرار هذه السوائل محدودة للغاية ، وربما بسبب الصعوبات المتعلقة بمعاملة النظامين المستقر و المضطرب، ونحن مهتمون في هذه الدراسة بالحمل الحراري لرايلي-بينارد في هندسة ثنائي الأبعاد ، مع دراسة خطية للحالات الضعيفة.

القيمة الحرجة لعدد رايلي و قيمة الموجة الابتدائية التي نأخذها لانطلاق الحمل الحراري . هذه القيم مستقلة عن عدد بروننت و هي $Ra_c = 1707.8$ و $kc = 3.12$ في حالة الشروط الحدية للالتصاق على جدران $Ra_c = 657.5$ و $kc = 2.2$ في حالة انزلاق دون الاحتكاك على الجدران. من أجل مقارنة نوعين من الشروط الحدية ، طول انزلاق L_G و درجة الحرارة بدلالة التيار وتوضح مستوى التطور في الشكل والنوع المثالي .

الكلمات المفتاحية

غير مستقر, الحمل الحراري لرايلي-بينارد, السريان, مضطرب