

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA

RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ D'EL OUED

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE



Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE

Pour l'obtention du diplôme de Licence LMD

Spécialité : Génie mécanique

Option : Mécanique Energétique

Thème :

Etude numérique de l'échange de chaleur dans un métal liquide.

Réalisé par :

- Ghemima Mohammed
- Debili Abd El Hak
- Moumen Bekkouche Rachid

Encadreur :

Boukhari Ali

2013-2014

Dédicace

À nos parents,

À nos familles,

À nos amis.

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, nous remercions ALLAH, notre créateur de nous avoir donné les forces pour accomplir ce travail.

Nous adressons le grand remerciement à notre encadreur qui a proposé le thème de ce mémoire, aussi pour ses conseils et ses orientations.

Nous avons également l'honneur de remercier l'Administration du Département de Mécanique d'avoir facilité le processus de sélection du mémoire et de l'encadreur, ainsi que de l'organisation et la bonne coordination.

Un grand merci est adressé aux examinateurs d'avoir accepté la lecture et l'évaluation de notre mémoire.

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont participé à réaliser ce mémoire.

Tableau des matières

Index des figures.....	i
Nomenclature	ii
Introduction générale.....	1
I. MODELE MATHEMATIQUE.....	3
I.1 Convection	3
I.1.1 Convection dans les cavités.....	4
I.1.1.1 Cavity avec gradient de température vertical	4
I.1.1.2 Cavity avec gradient de température horizontal	5
I.2 Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide).....	6
I.3 Propriétés de quelques métaux liquides	6
I.3.1 Le Gallium	6
I.3.2 Le Mercure	7
I.4 Applications aux métaux liquides	8
I.4.1 Les méthodes d'élaboration des monocristaux	8
a. La méthode de Bridgman.....	8
b. Méthode de Czochralski	10
I.4.2 Refroidissement des composants électroniques	11
I.5. Les équations de transport.....	12
I.5.1 Configuration	12
I.6 Equations gouvernantes	13
I.6.1 L'équation de continuité.....	13
I.6.2 Les équations de quantité de mouvement.....	13
I.6.3 L'équation de l'énergie	14
I.7 Modèle mathématique du problème étudié	15
I.7.1 Equations dimensionnelles	15
I.7.2 Equations adimensionnelles	17
II.SOLUTION NUMERIQUE.....	19
II.1 Les logiciels CFD de résolution.....	19
II.1.1 Préprocesseur Gambit	19
II.1.2 Le solveur Fluent	20
II.1.3 Condition aux limites utilisée par le code FLUENT.....	21
II.1.4 Modèle Numérique utilisée par le code FLUENT	22
II.2 Discrétisation implicite de l'équation générale de transport :.....	23
II.2.1 Equation générale de transport.....	23

II.2.2 Algorithmes de résolution:.....	23
II.2.3 Algorithme SIMPLER :	24
II.2.4 Algorithme TDMA :	30
III.QULQUES RESULTATS NUMERIQUES ET DISCUSSION	33
III.1 Régime stationnaire:.....	33
III.1.2- Interprétations:.....	34
III.2 Régime instationnaire (transitoire):	37
III.2.1- Interprétations:.....	37
Conclusion générale	39
Références	40

Index des figures

Figure I.1	Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.....	04
Figure I.2	Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.....	05
Figure I.3	Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température vertical....	06
Figure I.4	Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger verticale.....	09
Figure I.5	Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger horizontale.....	10
Figure I.6	Schéma de principe de la méthode de Czochralski.....	11
Figure I.7	Une configuration parmi les cas considérés.....	13
Figure II.1	Interface de Gambit.....	21
Figure II.2	Démarrage de Fluent version 6.3.....	22
Figure II.3	Volume de contrôle de l'équation de continuité.....	27
Figure III.1	Les trois configurations étudiées numériquement, a) 100×100, b)200×100, c)300×100....	25
Figure III.2	Contours de la température dans la cavité en régime stationnaire.....	26
Figure III.3	Les lignes de courant pour l'écoulement stationnaire.....	26
Figure III.4	Les lignes de courant pour l'écoulement stationnaire	27
Figure III.5	Répartition de la température le long de la ligne centrale horizontal	27
Figure III.6	Vecteurs de vitesse dans la cavité de la deuxième configuration.....	28
Figure III.7	Les lignes de courant dans la cavité de la deuxième configuration.....	28
Figure III.8	Les lignes de courant dans la cavité de la troisième configuration.....	28
Figure III.9	Historique de la température au point central de la cavité étudiée.....	29
Figure III.10	Evolution temporelle de la vitesse au point central.....	29
Figure III.11	Nombre de Nusselt local Nu le long du coté bas de la cavité (échauffement T=293).....	30

Nomenclature

A	Rapport d'aspect, $A = L / H$
A_p, A_e, A_w, A_s, A_n	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée.
C_p	Chaleur spécifique à pression constante, [J/kg .K]
De, Dw, Dn, Ds	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
Fe, Fw, Fn, Fs	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
g	Accélération de la pesanteur, [m.s ⁻²]
H	Hauteur de la cavité, [m]
i, j	Coordonnées logiques des points.
L	Longueur de la cavité, [m]
Nu	Nombre de Nusselt.
P	Pression totale, [Pa]
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \nu / \alpha$
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = g\beta\Delta TH^4 / \nu\alpha L$
S	Terme source de l'équation de transport discrétisée.
T	Température dimensionnelle, [K]
t	Temps dimensionnel, [s]
U, V	Composantes de la vitesse adimensionnelles.
u, v	Composantes de la vitesse dimensionnelles, [m.s ⁻¹]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.
x, y	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles, [m]

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique, [m ² .s ⁻¹]
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante, [K ⁻¹]
λ	Conductivité thermique, [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
Φ	Variable dépendante.
μ	Viscosité dynamique, [kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
ν	Viscosité cinématique, [m ² .s ⁻¹]
θ	Température adimensionnelle.
ρ	Masse volumique, [kg.m ⁻³]
τ	Temps adimensionnel.
ψ	Fonction de courant adimensionnelle.
$\Delta\tau$	Incrément du temps adimensionnel.
ΔT	Différence de température, [K]

Introduction générale

Dans ce travail on a mené une étude de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire contenant du métal liquide et soumise à un gradient horizontal de température. La convection naturelle dans les métaux liquides a fait l'objet d'études menées par les métallurgistes et les ingénieurs des réacteurs nucléaires parce que les métaux liquides sont un excellent milieu de transfert de chaleur.

L'intérêt pour l'étude de ce problème est également son implication dans la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs. En effet, l'apparition de la convection pendant la croissance cristalline peut conduire à des inhomogénéités qui conduisent à des striations et à des défauts qui affectent la qualité des cristaux obtenus par les techniques de Bridgman et de Czochralski . Les oscillations de température dues aux instabilités de l'écoulement dans les métaux liquides induisent également un refroidissement non uniforme au niveau du front de la solidification Dans ce cas, la convection est étudiée dans le but de l'éviter ou de la réduire .

En plus de cet aspect pratique, l'étude des écoulements convectifs dans les métaux liquides présente un intérêt certain du point de vue recherche fondamentale. En effet ce type de fluides opaques à basses températures de fusion (par exemple 302.8 K pour le gallium) sont des fluides à bas nombre de Prandtl (Pr) et leurs comportements lorsqu'ils sont soumis à des gradients de température sont assez différents de ceux observés dans les fluides à haut nombre de Pr (tel l'eau).

De nombreuses études ont été menées ces dernières années et qui ont permis de mieux comprendre les comportements des métaux liquides lorsqu'ils sont sollicités thermiquement.

Les résultats expérimentaux de la convection naturelle et de transfert de chaleur dans les métaux liquides sont très limités à cause de la difficulté à mener des mesures dans ce type de fluides opaques. Seuls le nombre de Nusselt moyen ou la variation temporelle de la température sont disponibles dans la littérature.

Ces résultats ont été corrélés en fonction des nombres de Grashof ou de Rayleigh.

Notre étude est présentée en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur les métaux liquides, leurs descriptions ainsi que leurs applications. Une brève recherche bibliographique sur la convection naturelle dans les cavités contenant des métaux liquides est également présentée.

Le deuxième chapitre présente la modélisation du problème et la procédure de simulation numérique en utilisant un solveur CFD pour la résolution des équations gouvernantes et son préprocesseur pour le prétraitement.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations et comparaisons avec les résultats contenus d'ailleurs.

Au cours de cette étude, on a considéré les paramètres suivants :

- Le type de fluide utilisé (gallium),
- Le problème considéré est dans le plan (2D),
- Le gradient de température vertical appliqué,
- Le régime d'écoulement (laminaire)

I. MODELE MATHEMATIQUE

I.1 Convection

La convection caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide, gaz ou liquide, dont les molécules sont en mouvement (Figure I.1).

Imaginons un solide baignant dans un fluide en mouvement. Si le solide et le fluide ne sont pas à la même température, de la chaleur est échangée entre le solide et les particules fluides qui sont à son contact. Cet échange se fait par conduction. Mais la particule de fluide, dès qu'elle a échangé de la chaleur, se déplace et est remplacée, au contact du solide, par une autre particule. Par ailleurs, la particule fluide initiale rencontre, au cours de son déplacement, d'autres particules fluides avec lesquelles elle échange de la chaleur par conduction. Le mécanisme élémentaire de transfert de chaleur est la conduction thermique mais le phénomène global, qui est la convection thermique, résulte de la combinaison de cette conduction avec les mouvements du fluide qui obéissent à des lois spécifiques. Deux types de convection sont généralement distingués :

La convection naturelle dans laquelle le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules du fluide.

La convection forcée dans laquelle le mouvement est provoquée par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques ; c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide. L'étude de la transmission de chaleur par convection est donc étroitement liée à celle de l'écoulement des fluides.

Les applications du transfert de chaleur par convection sont beaucoup trop nombreuses pour que l'on puisse envisager de les citer toutes. Elles interviennent chaque fois que l'on chauffe ou que l'on refroidit un liquide ou un gaz, qu'il s'agisse de faire bouillir de l'eau dans une casserole, du radiateur de chauffage central, du radiateur associé au moteur d'une voiture ou de l'échangeur dans un procédé, évaporateur ou condenseur. La convection s'applique même si la surface d'échange n'est pas matérialisée par une paroi, ce qui est le cas des condenseurs par mélange ou des réfrigérants atmosphériques.

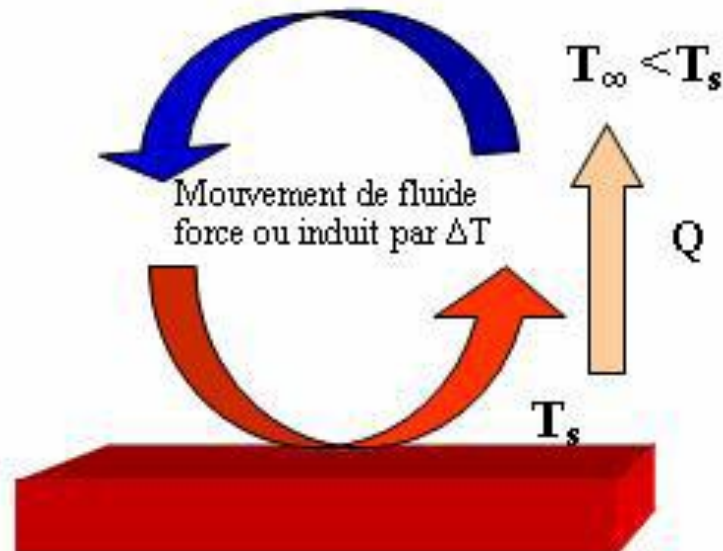


Fig. I.1 : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection

I.1.1 Convection dans les cavités

Une revue de la littérature montre que la cavité rectangulaire est un exemple de configuration extensivement étudiée [1]...[2]. Les travaux s'y rattachant sont en fait si nombreux et variés qu'il devient impensable de les citer tous. De plus, malgré cette abondance apparente, le problème reste loin d'être épuisé. La poursuite de la recherche se rapportant au cas de la cavité rectangulaire apporte souvent des renseignements précieux et montre que les connaissances déjà acquises restent loin d'être suffisantes pour prédire correctement l'état de l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans de telles configurations. Aussi, la recherche actuelle témoigne-t-elle de la carence relative des études se rapportant aux fluides à faible nombre de Prandtl.

I.1.1.1 Cavité avec gradient de température vertical

La cavité horizontale chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes et soumis au champ de la gravitation. La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale.

Une perturbation fait monter rapidement une particule de façon qu'elle garde sa masse volumique constante. Deux cas peuvent se produire :

- Si $\rho_2 > \rho_1$, la force d'Archimède est inférieure à son poids, la particule redescend,

le mouvement est stable.

- Si $\rho_2 < \rho_1$, la force d'Archimède est supérieure à son poids, la particule continue à monter, le mouvement est instable. Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure I.2)

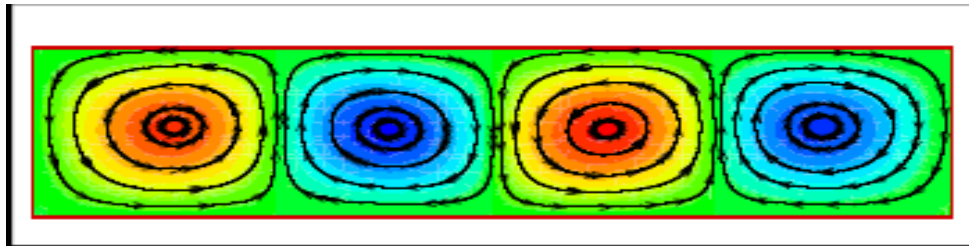


Fig. I.2 : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard

I.1.1.2 Cavité avec gradient de température horizontal

Dans cette configuration, les parois horizontales sont chauffée et refroidie, alors que les parois verticales sont considérées comme adiabatiques (Figure I.3). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide en mouvement permanent. Pour $Ra \leq 10^3$, le transfert de la chaleur est principalement par conduction dans le fluide et le nombre de Nusselt est égal à l'unité [6].

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec desavit s qui contiennent un fluide à faible nombre de Prandtl (métal liquide) comme fluide de convection .

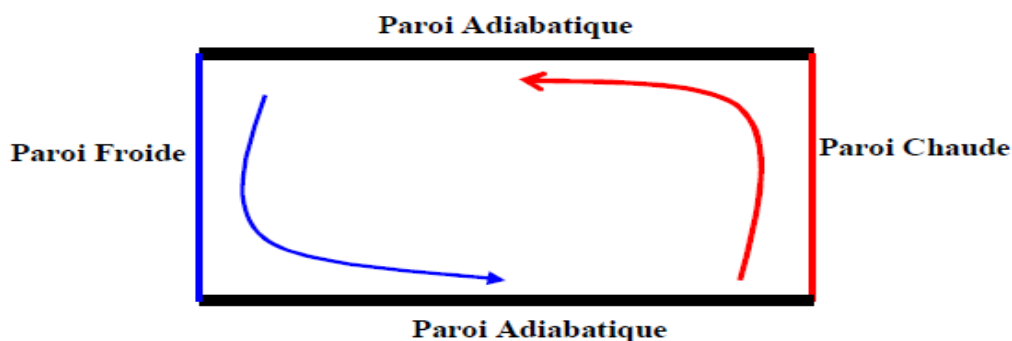


Fig. I.3 : Schéma de la convection dans uneavit  avec gradient de température horizontal

I.2 Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide)

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuels, ayant des Pr élevés, et les métaux liquides à bas Pr ; nous donnons (Tableau (I.1)) à titre d'exemple les caractéristiques d'un liquide à haut nombre de Pr (eau, $Pr = 1.72$) et d'un métal liquide à bas nombre de Pr (sodium, $Pr = 0.0072$).

Tableau (I.1) : Propriétés Thermo-physiques de l'eau et du sodium [4].

	ρ	$\mu \times 10^4$	λ	C_p	$\beta \times 10^4$	$\nu \times 10^7$	Pr
Eau à 100°C	958	2,81	0,68	4205	7,42	2,8	1,72
Na à 200°C	1130	4,4	81,5	1335	2,57	3,9	0,0072

Ces caractéristiques ne diffèrent fortement que par la conductivité et la viscosité et, corrélativement, par le nombre de Prandtl.

Au sein de la classe des métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables. Mais la conductivité thermique λ est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et $Pr \ll 1$.

Les coefficients de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides ; d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaire notamment) [4].

I.3 Propriétés de quelques métaux liquides

I.3.1 Le Gallium

Généralement, la bauxite est considérée comme la meilleure source de la production de gallium. Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl ($Pr = 0.025$ à 300K) et a un point de fusion de 29.78°C.

Le Gallium a plusieurs propriétés qui lui donnent l'avantage, sur le silicium dans beaucoup d'applications. Ces avantages sont particulièrement appréciés dans les applications de l'optoélectronique. Le gallium arsenic (GaAs) est ainsi utilisé pour fabriquer des diodes de laser, applications pour lequel le silicium ne peut être utilisé. Le GaAs et le silicium peuvent convertir la lumière en énergie électrique, ce qui les rend utiles pour la fabrication des photodiodes et des cellules solaires, mais le GaAs peut convertir plus de lumière disponible en énergie électrique.

Le gallium arsenic est environ dix fois plus résistant à la radiation que le silicium. Cette résistance est essentielle dans les utilisations dans l'espace où les composants sont exposés aux intenses radiations du soleil [7].

I.3.2 Le Mercure

En comparaison avec d'autres métaux, le mercure et ses minerais sont rares dans la croûte terrestre. Le mercure élémentaire possède les caractéristiques d'un métal lourd et précieux. Il a de grandes conductivités électrique et thermique et une faible pénétrabilité à la lumière. Il est malléable à l'état solide. Son poids spécifique est plus élevé que celui du plomb et il est relativement résistant aux influences chimiques. Propriété particulière du mercure, il se présente sous forme liquide à des températures beaucoup plus basses que les autres métaux, le point de fusion se situe à -38.84°C et la température d'ébullition à 356.5°C . Il est ainsi le seul métal qui est liquide à température ambiante. Il possède en outre un coefficient de dilatation thermique élevé, proportionnel à la température entre 0 et 100°C . Les domaines d'utilisation du mercure et de ses composés sont nombreux et très divers : instruments de mesure et de contrôle, fabrication des tubes fluorescents, etc....Le grand inconvénient du mercure est qu'il est toxique, ce qui a conduit à une forte diminution de son utilisation au cours des dernières années [7].

L'oxyde mercurique qui existe sous deux variétés (jaune et rouge) d'une même espèce cristalline est très peu soluble dans l'eau, il se décompose sous l'effet de la lumière ou de hautes températures en mercure et oxygène. Le sulfure mercurique qui existe sous deux formes cristallines allotropiques (rouge et noire) est pratiquement insoluble dans l'eau.

Le chlorure mercurique, qui se présente sous forme de cristaux nacrés à saveur métallique désagréable, est facilement soluble dans l'eau, l'oxyde de d'éthyle et l'acétate d'éthyle, très soluble dans les alcools et l'acétone. Les solutions aqueuses sont légèrement acides par suite de l'hydrolyse du sel. Les cristaux émettent des vapeurs dès la température ordinaire.

Le sulfate mercurique, poudre cristalline blanche noircissant à la lumière, s'hydrolyse dès qu'il est en contact avec l'eau, avec formation de sulfate basique jaune, insoluble et d'acide sulfurique.

I.4 Applications aux métaux liquides

Quelques chercheurs se sont intéressés aux problèmes de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité de contrôler la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs ou d'améliorer le refroidissement des composants électroniques [7].

I.4.1 Les méthodes d'élaboration des monocristaux

Semi-conducteur est le nom donné à un matériau caractérisé par des propriétés particulières, il s'agit d'un cristal qui conduit l'électricité mieux qu'un isolant et moins bien qu'un métal.

Dans la vie quotidienne, le terme semi-conducteur évoque l'ensemble des composants, dispositifs et même des systèmes microélectroniques ou électroniques, fabriqués à partir d'éléments semi-conducteurs. Le principe des méthodes d'élaboration des monocristaux est de provoquer la solidification progressive d'une masse plus ou moins grande de métal liquide à partir d'un cristal « germe » unique [5,7]. La plupart des cristaux élaborés sont produits par les méthodes de Bridgman et de Czochralski qui vont être brièvement décrites dans ce qui suit:

a. La méthode de Bridgman.

On distingue deux types :

i/ Technique de bridgman-stockbarger verticale

Le principe de la technique de Bridgman-Stokbarger est illustré dans la figure (1.4.a), avec un exemple schématique de la réalisation pratique dans la figure (1.4.b). Le métal est fondu dans un creuset scellé de verre ou de quartz. L'ampoule se déplace dans un four dans lequel un gradient de température est établi. Elle passe ainsi progressivement d'une zone chaude au-dessus du point de fusion T_m dans une zone froide au-dessous du point de fusion.

Le composé est solidifié progressivement à partir de l'extrémité inférieure de l'ampoule. En pratique, on utilise un four tubulaire vertical à deux zones de chauffage éventuellement séparées par un déflecteur thermique [5,6,7].

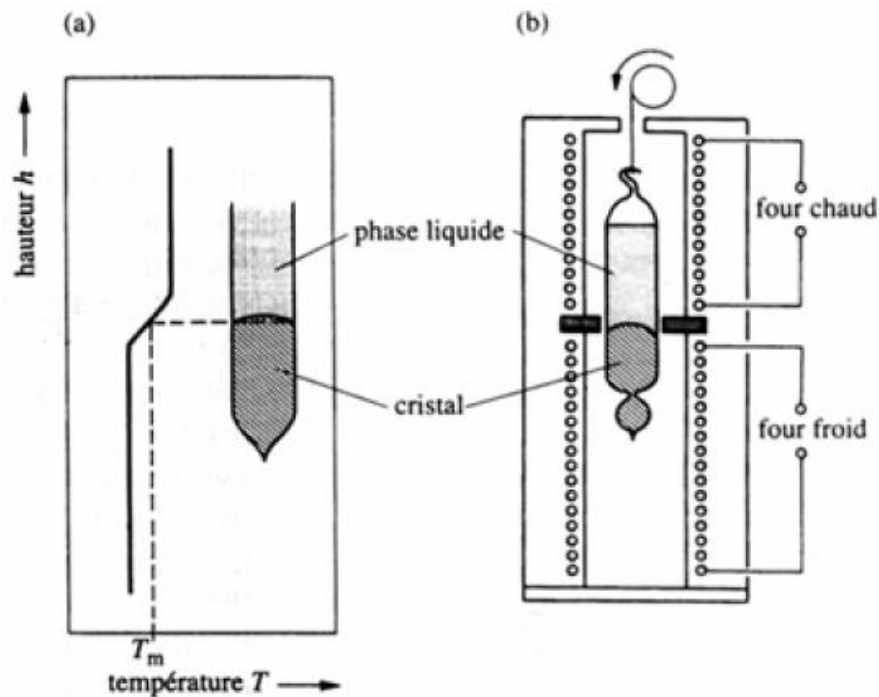


Fig. I.4 : Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger verticale

ii/ Technique de bridgman-stockbarger horizontale

Le principe de la technique de bridgman-stockbarger horizontale est semblable à celui de la technique verticale. Le matériau en fusion est contenu dans un creuset en forme de «bateau allongé ». Il est progressivement solidifié à partir d'une extrémité (figure I.5). Cette technique est utilisée, par exemple, pour la production industrielle de monocristaux de gallium arsenic dont le diamètre peut atteindre plusieurs centimètres [5,6,7].

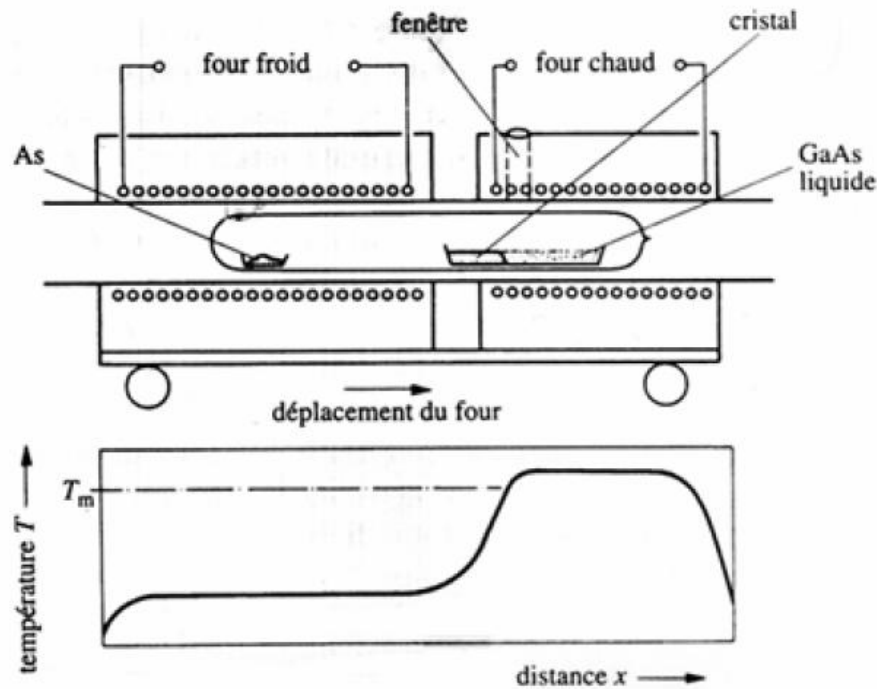
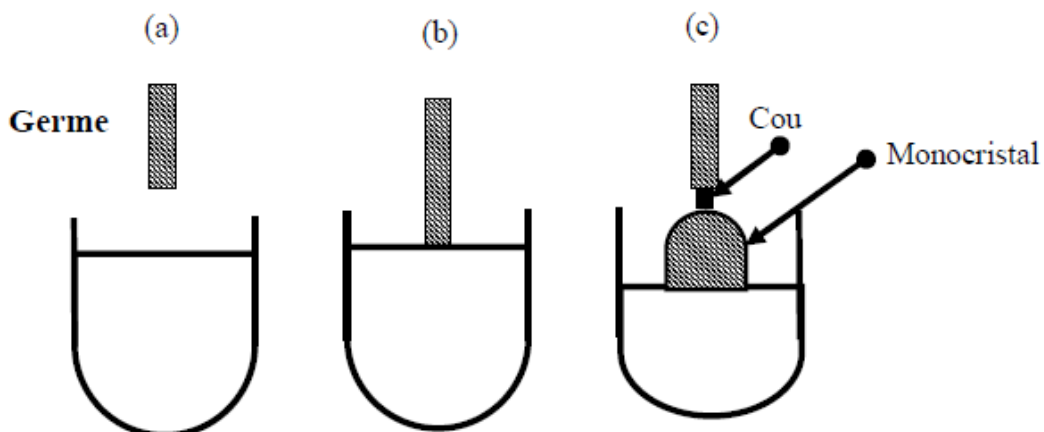


Fig. I.5 : Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger horizontale

b. Méthode de Czochralski

Le procédé impliquant cette méthode est souvent désigné sous le nom d'étirage de cristaux. Pour un matériau donné, le premier procédé décrit par Czochralski en 1918 est encore aujourd'hui la méthode de croissance de cristaux la plus rapide. L'étirage de cristaux est également la méthode qui produit un cristal de bonne qualité du point de vue pureté et homogénéité. Actuellement, la moitié des cristaux de haute qualité sont produits en utilisant la méthode de Czochralski.



Silicium fondu dans un creuset en verre de silice

Fig. I.6 : Schéma de principe de la méthode de Czochralski

Par exemple la plupart des cristaux de silicium utilisés en microélectronique sont produits par cette méthode. Les cristaux les plus courants ont généralement des diamètres d'au moins 50 mm, les plus gros peuvent atteindre 200 mm de diamètre. Le principe du procédé est illustré dans la figure (1.6) et se déroule de la manière suivante : du silicium polycristallin est chauffé dans un creuset de verre de silice, au-dessus du point de fusion du silicium, $T_m = 1420$ C. Après homogénéisation de la masse fondue, un « germe » monocristallin est plongé depuis le haut, partiellement fondu, puis retiré graduellement. La formation d'un étranglement par diminution du diamètre favorise l'élimination des défauts. Le diamètre du monocristal en croissance est ensuite augmenté par la réduction de la vitesse de tirage. Des monocristaux de diamètre de l'ordre de 15-20 cm et de 1-2 m de long sont ainsi fabriqués.

Les perfectionnements de la technique de tirage consistent à agir principalement sur les courants de convection dans le bain liquide. Ainsi, l'écoulement au voisinage de l'interface solide/liquide influence le processus de croissance et la qualité structurale du cristal. En plus des courants de convections naturels liés aux gradients de température et aux tensions superficielles, interviennent des convections forcées causées par les rotations respectives du cristal et du creuset, ainsi que par le tirage du cristal [5,6,7].

I.4.2 Refroidissement des composants électroniques

Dans un tout autre ordre d'idée, la miniaturisation croissante des circuits électroniques demande une dissipation de plus en plus efficace de la chaleur qui y est générée. Il s'agit en fait d'un des principaux obstacles à surmonter afin d'augmenter la puissance des ordinateurs et de l'électronique en général. Pour sa simplicité, le système de refroidissement actuellement le plus courant est la convection (naturelle ou forcée) en utilisant l'air ambiant. Un MCP (matériau à changement de phase), peut alors absorber une grande quantité de chaleur en fondant, ce qui en fait une alternative très intéressante pour dissiper la chaleur émanant des composants électroniques. Etant donné que le phénomène de fusion se produit à l'intérieur d'une plage de température étroite, il est alors possible de contrôler la température de ces composantes. La quantité de chaleur dissipée serait aussi de beaucoup supérieurs à ce qu'il est possible d'obtenir en refroidissant les composants électroniques par l'air ambiant. Il suffirait donc de juxtaposer à ces composants une enceinte de MCP qui permettrait de dissiper l'énergie produite par les sources de chaleur pour un temps d'utilisation donné. Ce système est particulièrement bien adapté à l'utilisation cyclique d'équipements électroniques. Le MCP peut alors céder sa chaleur (en se ressolidifiant) pendant la période d'inactivité [7].

Les études expérimentales dans des cavités avec des parois latérales chauffées différemment et remplies de métal liquide, avec de hauts nombres de Ra , sont très limitées. La plupart des études ont été menées en régime laminaire. Wolf et al. [4] ont mesuré les profils de température dans une cavité remplie d'étain liquide ($Pr = 0.011$) pour $Ra = 3.66 \times 10^5$. Leurs résultats ont montré que l'écoulement fluctue, mais aucune analyse supplémentaire n'a été menée pour vérifier si l'écoulement était turbulent ou non. Des chercheurs ont examiné la convection naturelle turbulente de l'écoulement, dans des cavités avec des gradients de température horizontal et vertical, avec des fluides à bas nombre Prandtl. Ils ont montré des profils de température mesurés dans une cavité remplie de gallium ($Pr = 0.0208$), pour $Ra = 1.08 \times 10^6$. Des résultats en simulations numérique directe (DNS) et avec le modèle $k-\varepsilon$ en 2D ont été comparés aux résultats expérimentaux. Pour la cavité avec un gradient de température horizontal, les résultats du transfert de chaleur peuvent être corrélés en fonction du nombre de Boussinesq ($B = Ra \times Pr$). Une corrélation a été suggérée pour l'écoulement turbulent pour les cavités de rapport d'aspect de 1 jusqu'à 1/6 et pour $Ra > 5 \times 10^3$ et Pr allant de 0.022 à 0.005. Ils ont également trouvé que l'écoulement dans les cavités, chauffées différemment et avec un rapport de forme égal à l'unité, devient turbulent pour $B = 4.8 \times 10^3$.

Ces dernières années, des études ont été menées sur la transmission de chaleur par convection naturelle en présence de champs magnétiques [9]. Un exemple de ces recherches, est l'étude numérique sur les effets d'un champ magnétique sur la convection dans le gallium liquide. Le champ magnétique a été appliqué suivant une direction perpendiculaire à l'écoulement principal, ce qui a réduit la convection. Il est montré que les oscillations observées même à des gradients de températures élevés peuvent être supprimées par l'application du champ magnétique.

I.5. Les équations de transport

I.5.1 Configuration

Une enceinte rectangulaire de dimension $L \times H$ et de rapport d'aspect $A = L/H = 2$ contient un fluide à faible nombre de Prandtl (gallium), chauffée du fond et les autres parois sont adiabatiques (figure I.7), avec un maillage de 200×100

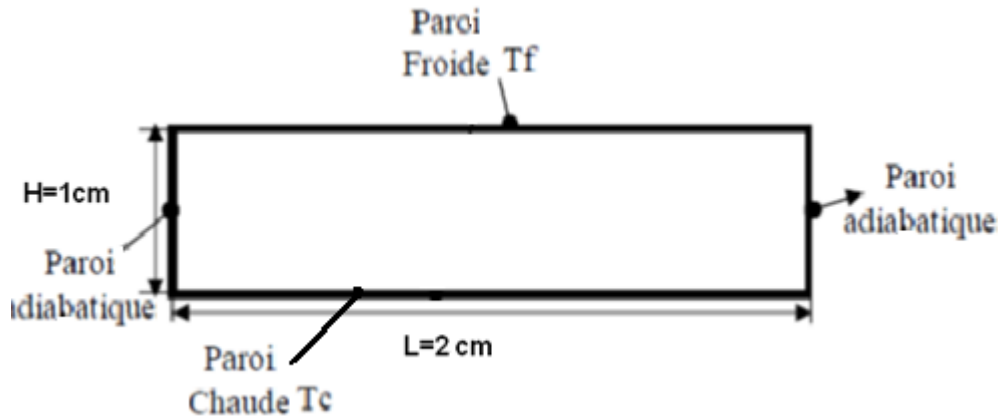


Fig. I.7 : Une configuration parmi les cas considérés

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier Stokes et l'équation d'énergie, qui expriment la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous allons considérer quelques approximations entre autres les approximations de Boussinesq.

Nous supposons alors que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volume; le fluide étant supposé newtonien, et incompressible

I.6 Equations gouvernantes

Les équations qui gouvernent le phénomène de convection naturelle dans l'enceinte sont :

I.6.1 L'équation de continuité

Elle est déduite du principe de conservation de masse et s'exprime en notation tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (\text{I.1})$$

($j=1,2,3$: indice de sommation)

Pour un fluide Newtonien incompressible, l'équation (II.1) se réduit à :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{I.2})$$

I.6.2 Les équations de quantité de mouvement

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, le taux temporaire de changement de quantité de mouvement d'une particule fluide est égal à la somme des forces extérieures sur cette particule. L'équation de la dynamique sous forme tensorielle s'écrit alors comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (I.3)$$

où :

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)$: Représente le taux de variation de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i)$: Représente le taux nette de transport de quantité de mouvement suivant la direction i, par mouvement du fluide.

F_i : Représente les force du volume suivant la direction i.

$\frac{\partial P}{\partial x_i}$: Représente les forces dues à la pression.

$\left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$: Représente les forces nettes de viscosité.

L'équation (I.3) représente la conservation de quantité de mouvement (équation de Navier Stokes) d'un fluide visqueux incompressible pour un régime transitoire.

I.6.3 L'équation de l'énergie

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique. Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j T) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad (I.4)$$

Où : $\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$

α : La diffusivité thermique.

K : La conductivité thermique.

C_p : La chaleur spécifique à pression constante.

I.7 Modèle mathématique du problème étudié

I.7.1 Equations dimensionnelles

Considérons l'équation de quantité de mouvement suivant y qui est parallèle au vecteur de gravité g :

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho g \quad (I.5)$$

Sachant que :

$$p' = p + \rho_0 g y \quad (I.6)$$

avec :

p' : Pression hydrodynamique.

p : Pression totale.

$\rho_0 g$: Pression hydrostatique.

On a encore :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial p'}{\partial y} + \rho_0 g \quad (I.7)$$

Rajoutant aux deux membres de l'équation (II.7) le terme $\tilde{(\rho_0 g)}$ on obtient :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho g) = -\frac{\partial p'}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g \quad (I.8)$$

On écrit le terme droit de l'équation (I.8) sous la forme :

$$-\frac{\partial p'}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g$$

Négligeant la Pression P' mais considérant que p est la pression hydrodynamique.

On considère l'hypothèse de Boussinesq qui exige que :

$\rho = \rho_0$ Dans tous les termes des équations de mouvement, sauf dans le terme de gravité (ρg) , et en supposant que la masse volumique varie linéairement avec la température. En faisant un développement de Taylor d'ordre 1 de la masse volumique, on obtient :

$$\rho = \rho_0 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p (T - T_0) + o(\Delta T) \quad (\text{I.8.a})$$

$$\rho = \rho_0 + \frac{1}{\rho_0} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p (T - T_0) + o(\Delta T) \quad (\text{I.8.b})$$

d'où:

$$\rho_0 - \rho = -\beta \rho_0 (T - T_0) \quad (\text{I.9})$$

avec :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p \quad (\text{I.10})$$

β : Le coefficient d'expansion thermique.

En substituant l'équation (I.10) dans (I.8) on aura :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_0 g \beta (T - T_0) \quad (\text{I.11})$$

avec les hypothèses du fluide Newtonien incompressible, l'hypothèse de Boussinesq est vérifiée, la convection naturelle bidimensionnelle se modélise alors comme suit :

• **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.12})$$

• **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uu) + \frac{\partial}{\partial y} (vu) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{I.13})$$

• **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (vv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho_0 g \beta (T - T_f) \quad (\text{I.14})$$

• **Equation de l'énergie:**

$$\rho_0 C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uT) + \frac{\partial}{\partial y} (vT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{I.15})$$

I.7.2 Equations adimensionnelles

Au lieu de parler des coordonnées x, y d'une particule à l'instant t , de composante u, v d'une vitesse et de pression p , nous utiliserons de nouvelles variables définies de la manière suivante :

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad \tau = \frac{t}{(H^2/\alpha)}$$

$$U = \frac{u}{(\alpha/H)}, \quad V = \frac{v}{(\alpha/H)}, \quad P = \frac{p}{\rho_0(\alpha/H)^2} \quad (I.16)$$

$$\theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

L'emploi des variables réduites dans les équations (I.12-I.15) permet de s'approcher de la réalité des phénomènes physiques, car leurs existences et leurs déroulements sont indépendants du système d'unités de mesure utilisé. Les équations adimensionnelles deviennent alors :

• **Equation de continuité:**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (I.17)$$

• **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right\} \quad (I.18)$$

• **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\} + \text{Ra. Pr. } \theta. A \quad (I.19)$$

• **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{I.20})$$

avec :

$A = L/H$: le rapport d'aspect de la cavité

$Pr = \nu/\alpha$: le nombre de Prandtl

$Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$: le nombre de Rayleigh

• **Nombre de Prandtl:**

$Pr = \nu/\alpha = \text{viscosité cinématique}/\text{diffusivité thermique}$

Le nombre de Prandtl est donc le rapport de deux grandeurs ayant les mêmes dimensions, soient m^2/s . La viscosité cinématique représente la diffusion de la vitesse (qui dépend des forces visqueuses) alors que la diffusivité thermique est la capacité du fluide de conduire de la chaleur. Aussi, Pr nous donnera une indication sur le rapport des effets thermiques et visqueux. Avec un Pr donné, il est possible de savoir à quel type de fluides nous avons à faire.

• **Nombre de Rayleigh:**

$Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$

Le nombre de Rayleigh est directement lié à la convection. Cette dernière a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à la hausse de température) crée le mouvement du fluide. Cependant, il faut que cette force d'Archimède soit assez grande pour contrer les forces visqueuses qui s'opposent au mouvement de la particule. De plus, si l'équilibre thermique est atteint, il n'y a plus de force d'Archimède. La capacité d'une particule d'entrer en équilibre avec son environnement plus ou moins rapidement dépend de sa diffusivité thermique (α). Le nombre Ra nous donne le rapport entre le temps pour que la chaleur diffuse et celui pour que la particule entre en mouvement.

II.SOLUTION NUMERIQUE

L'utilisation de logiciel pour la résolution de problèmes physiques est de nos jours très fréquente. En effet, la plus part de ces problèmes surtout la résolution des phénomènes (transfert de chaleur rayonnement changement de phases ...) couplés à la mécanique des fluides n'est possible que sous certaines hypothèses simplificatrices qui ne permettent pas de faire une étude plus réelle des phénomènes physiques observés expérimentalement.

Pour notre travail, nous aurons recours à la version 6.3 du code CFD Fluent, commercialisé par ANSYS.

II.1 Les logiciels CFD de résolution

II.1.1 Préprocesseur Gambit

C'est un préprocesseur intégré pour l'analyse en CFD (computationnel fluide Dynamics), il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques, Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle. Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage éventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO peut être importée dans ce préprocesseur. Les options de génération de maillage de Gambit offrent une flexibilité de choix.

On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés. L'interface de Gambit est présentée sur la figure 1.8, c'est une interface facile à manipuler.

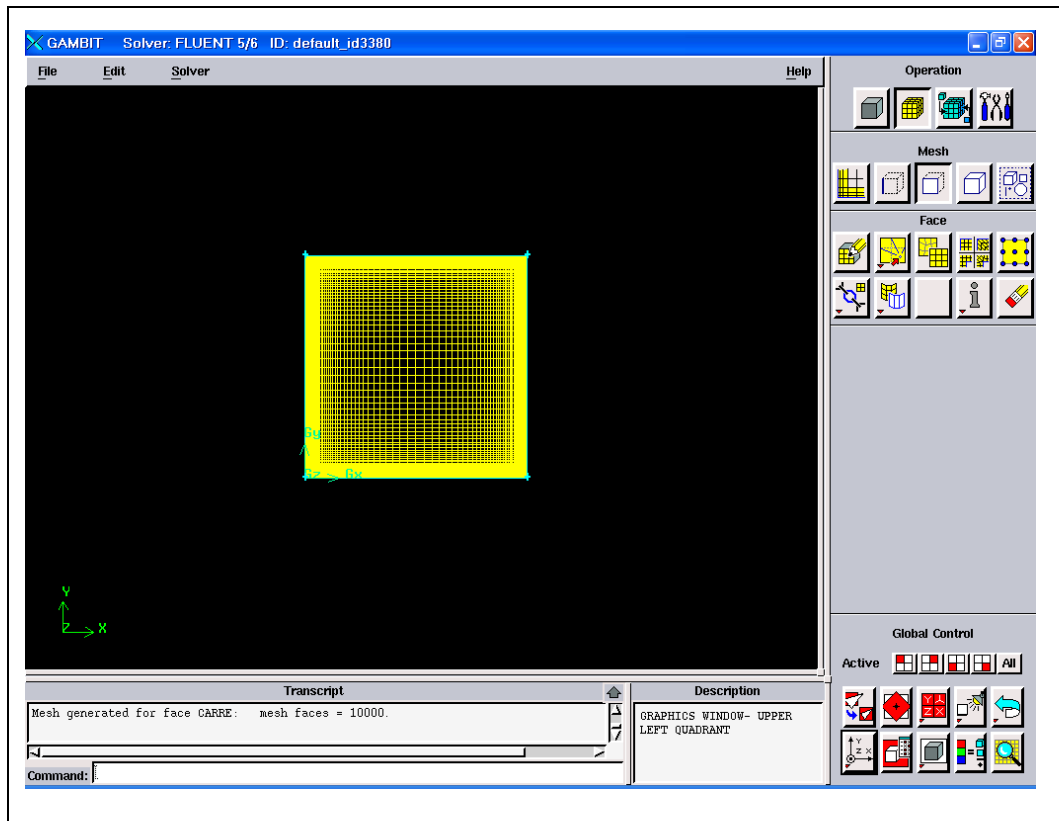


Fig. II.1 : Interface de Gambit

II.1.2 Le solveur Fluent

Fluent est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes.

Il présente une grande flexibilité des résultats et une adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il permet le raffinement du maillage en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenue. Cela est très utile dans la région à gradients importants (couches limites, couches à cisaillement libre).

Fluent écrit en langage C, il emploie toute la flexibilité et la puissance qu'offre ce langage. Il utilise l'architecture serveur client nécessaire au calcul parallèle sur plusieurs machines. Fluent dispose d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation.

On peut aussi exporter les résultats vers un autre logiciel de graphisme, et l'option UDF permet de résoudre des équations additionnelles ou des termes sources additionnelles définies par l'utilisateur.

-Interface du code Fluent

On peut démarrer quatre variantes de ANSYS Fluent 2d, 3d, 2ddp, 3ddp ayant la même interface (figure II.2).



Fig. II.2 : Démarrage de Fluent version 6.3.

- **2d** (2 Dimensions)
- **2ddp** (2 Dimensions Double Précision)
- **3d** (3 Dimensions)
- **3ddp** (3 Dimensions Double Précision)

Les fonctions disponibles pour la procédure numérique sont :

File: pour les opérations concernant les fichiers: lecture, sauvegarde, importation...etc.

Grid : pour la vérification et la manipulation du maillage et de la géométrie.

Define : pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

Adapt : pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

Surface: pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et plot: pour l'exploitation des résultats.

Report : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

Parallel : pour le calcul parallèle.

Help : pour l'exploitation du contenu du code.

II.1.3 Condition aux limites utilisée par le code FLUENT

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classés comme suite

a) Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission

(intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust)

b) Mur et conditions du pole : mur (wall), axe de symétrie (wall), conditions périodique, plan de symétrie (wall).

c) Cellules des zones internes : fluide ou solide (de différent type).

d) Condition des faces internes : ventilation, radiation, mur intérieur.

Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :

1-- à l'entrée du domaine : la valeur du variable est connue.

2-- à la sortie du domaine : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.

3-- à la paroi : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).

4-- Sur l'axe de symétrie : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

5-- Le fluide utilisé dans cette étude est Le Gallium, de propriété physique suivants :

$$\rho = 6095 \text{ kg/m}^3 \quad C_p = 395.6 \text{ J/kg.K}$$

$$\mu = 1.95 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} \quad \lambda = 31 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$$

$$T_c = 293 \text{ K} \quad T_f = 273 \text{ K}$$

II.1.4 Modèle Numérique utilisée par le code FLUENT

Le code Fluent utilisé la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations de transport. Dans cette méthode, on intègre des équations de conservation que l'on applique sur chaque volume de contrôle élémentaire. A partir des variables connues aux centres des volumes, on évalue les flux aux surfaces des volumes par interpolation. La grille est a priori quelconque, permettant ainsi de traiter des écoulements à géométrie complexe. Cette méthode donne de

très bon résultat, car elle garantit la conservation des bilans massique et thermique sur tout le domaine étudié.

II.2 Discrétisation implicite de l'équation générale de transport :

II.2.1 Equation générale de transport

Considérons l'équation de transport de la variable ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (\text{II-1})$$

(j : indice de somme ; i = 1, 2 dans le cas bidimensionnel)

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: représente le terme transitoire.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi)$: représente le transport par convection de ϕ .

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$: représente la diffusion de ϕ .

S_ϕ : représente le terme source.

Pour cette étude on donne la définition de ϕ , Γ et S_ϕ dans le tableau suivant :

Table 2.1 : Différentes quantités transportées et leurs termes de transport

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra \cdot Pr \cdot \theta \cdot A$
L'énergie	Θ	1	0

II.2.2 Algorithmes de résolution:

Pour résoudre les systèmes d'équations algébriques résultants des discrétisations des équations régissant le mouvement par la méthode des volumes finis, il faut remédier aux deux difficultés mentionnées à la fin de la section (III.2). Pour cette raison, on a fait appel à l'algorithme SIMPLER (Patankar [16]) pour construire les coefficients formant

les systèmes des équations algébriques. Puis on les résout par l'algorithme TDMA [16], qui est plus approprié à ce genre de systèmes algébriques.

II.2.3 Algorithme SIMPLER :

La résolution des équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité donne en principe le champ des vitesses et le champ de pression. La question est : comment peut-on obtenir les pressions de l'équation de continuité si les vitesses sont obtenues des équations de quantité de mouvement? L'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equation Revised) est une méthode itérative qui permet justement le calcul des vitesses et la pression. Après convergence de la solution, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément l'équation de continuité et l'équation de quantité de mouvement.

Après intégration sur un volume fini et discrétisation des différents termes on aboutit à la forme algébrique des équations de quantité de mouvement.

$$\left. \begin{aligned} a_e u_e &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i u_i + b_u + (P_p - P_E) \cdot A_e \\ a_n v_n &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i v_i + b_v + (P_p - P_N) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad (II-2)$$

Sur la base d'un champ de pression estimée P^* , ces équations donnent un champ de vitesses u^* et v^* , qui ne satisfont pas l'équation de continuité. On a les relations :

$$\left. \begin{aligned} a_e u_e^* &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i u_i^* + b_u + (P_p^* - P_N^*) \cdot A_e \\ a_n v_n^* &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i v_i^* + b_v + (P_p^* - P_N^*) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad (II-3)$$

Pour aboutir à des champs corrects de vitesse et de pression u, v et P il faut corriger u^*, v^* et P^* Comme suit :

$$u = u^* + \tilde{u}$$

$$v = v^* + \tilde{v}$$

$$P = P^* + \tilde{P}$$

Comment déterminer les corrections de vitesse $\tilde{u}$ et $\tilde{v}$ et la pression $\tilde{P}$?

Soustrayons (II-3) de (II-2) on obtient :

$$\left. \begin{aligned} a_e \tilde{u}_e &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{u}_i + b_u + (\tilde{P}_P - \tilde{P}_E) \cdot A_e \\ a_n \tilde{v}_n &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{v}_i + b_v + (\tilde{P}_P - \tilde{P}_N) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad (II-4)$$

A ce stade les termes $\sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{u}_i$ et $\sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{v}_i$ sont omis. A noté que la solution finale des champs de vitesse et de pression ne contiendra pas d'erreur due à cette omission puisque tous les termes de ces équations tendent vers zéro. On obtient donc, pour les 4 faces e, w, n, s du volume central.

$$\left. \begin{aligned} u_e &= u_e^* + d_e(\tilde{P}_P - \tilde{P}_E) & \text{Où} & \quad d_e = A_e/a_e \\ u_w &= u_w^* + d_w(\tilde{P}_P - \tilde{P}_P) & & \quad d_w = A_w/a_w \\ v_n &= v_n^* + d_n(\tilde{P}_P - \tilde{P}_N) & & \quad d_n = A_n/a_n \\ v_s &= v_s^* + d_s(\tilde{P}_S - \tilde{P}_P) & & \quad d_s = A_s/a_s \end{aligned} \right\} \quad (II-5)$$

$$A_e = A_w : \text{Surface } (\Delta y \times 1)$$

$$A_s = A_n : \text{Surface } (\Delta x \times 1)$$

En fait les vitesses peuvent être corrigées à condition que l'on ait une estimation du champ des corrections des pressions. C'est l'équation de continuité qui va être transformée pour donner une équation des corrections de pression.

L'intégration et la discrétisation de l'équation de continuité par rapport à un volume de contrôle central (pour un fluide compressible) donne.

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y}{\Delta \tau} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x = 0 \quad (\text{II-6})$$

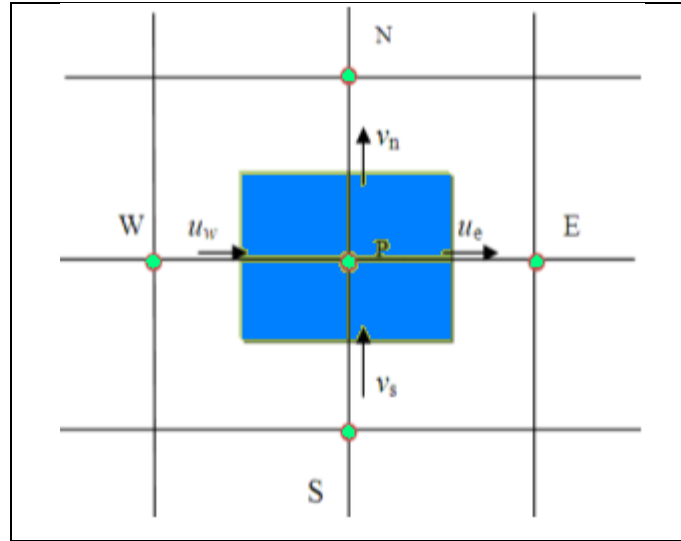


Fig. II.3 : Volume de contrôle de l'équation de continuité

Substituons maintenant à la place des vitesses les expressions reliant les corrections de pression $\tilde{P}_P, \tilde{P}_E, \tilde{P}_W, \tilde{P}_N, \tilde{P}_S$:

$$a_P \tilde{P}_P = a_E \tilde{P}_E + a_W \tilde{P}_W + a_N \tilde{P}_N + a_S \tilde{P}_S + b_m \quad (\text{II-7})$$

Où

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \rho d_e \Delta y, a_W = \rho d_w \Delta y, a_N = \rho d_n \Delta x, a_S = \rho d_s \Delta x \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \end{aligned} \right\} \quad (II-8)$$

$$b_m = \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y}{\Delta \tau} + [(\rho u^*)_e - (\rho u^*)_w] \Delta y + [(\rho v^*)_n - (\rho v^*)_s] \Delta x = 0 \quad (II-9)$$

- **Equation de la pression**

L'équation utilisée pour obtenir le champ de pression et interprétée comme suite :

L'équation de mouvement (II-2) (pour le coté Est) peuvent s'écrire :

$$u_e = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{a_i u_i + b_m}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (II-10)$$

où d_e donner par l'équation (II-5)

Maintenant nous définissons les pseudo-vitesses $\hat{u}$ et $\hat{v}$ donnée par les équations

$$\hat{u}_e = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_e)}{a_e} \quad (II-11a)$$

$$\hat{u}_w = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_w)}{a_w} \quad (II-11b)$$

$$\hat{v}_n = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_n)}{a_n} \quad (II-11c)$$

$$\hat{v}_s = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_s)}{a_s} \quad (II-11d)$$

Ici b_e, b_w, b_n, b_s sont les termes de source ne contenant pas les gradients de pression.

Ainsi les vitesses s'écrivent :

$$u_e = \hat{u}_e + d_e(P_P - P_E) \quad (\text{II-12a})$$

$$u_w = \hat{u}_w + d_w(P_W - P_P) \quad (\text{II-12b})$$

$$v_n = \hat{v}_n + d_n(P_P - P_N) \quad (\text{II-12c})$$

$$v_s = \hat{v}_s + d_s(P_S - P_P) \quad (\text{II-12d})$$

Il est facile de voir la similitude entre ces équations et (II-5)). Ici $\hat{u}$ et $\hat{v}$ apparaissent au lieu de u^*, v^* . et la pression P lui-même remplace $\hat{P}$ une équation pour la pression résulte :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad (\text{II-13})$$

avec a_P, a_E, a_W, a_N et a_S donner par Eq (III -19)

$$b = \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y}{\Delta \tau} + [(\rho \hat{u})_e - (\rho \hat{u})_w] \Delta y + [(\rho \hat{v})_n - (\rho \hat{v})_s] \Delta x = 0 \quad (\text{II-14})$$

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLER [62] est la suivante :

1-Deviner un champ de vitesse

2-Calculer les coefficients de l'équation de quantité de mouvement et par conséquent calculer les pseudo-vitesses $\hat{u}$ et $\hat{v}$

3-Calculer les coefficients de l'équation de pression (II-13), et on la résoudre pour obtenir le champ de pression

4-Considérer le champ de pression comme estimation P^* , et résoudre l'équation de mouvement pour obtenir u^*, v^* .

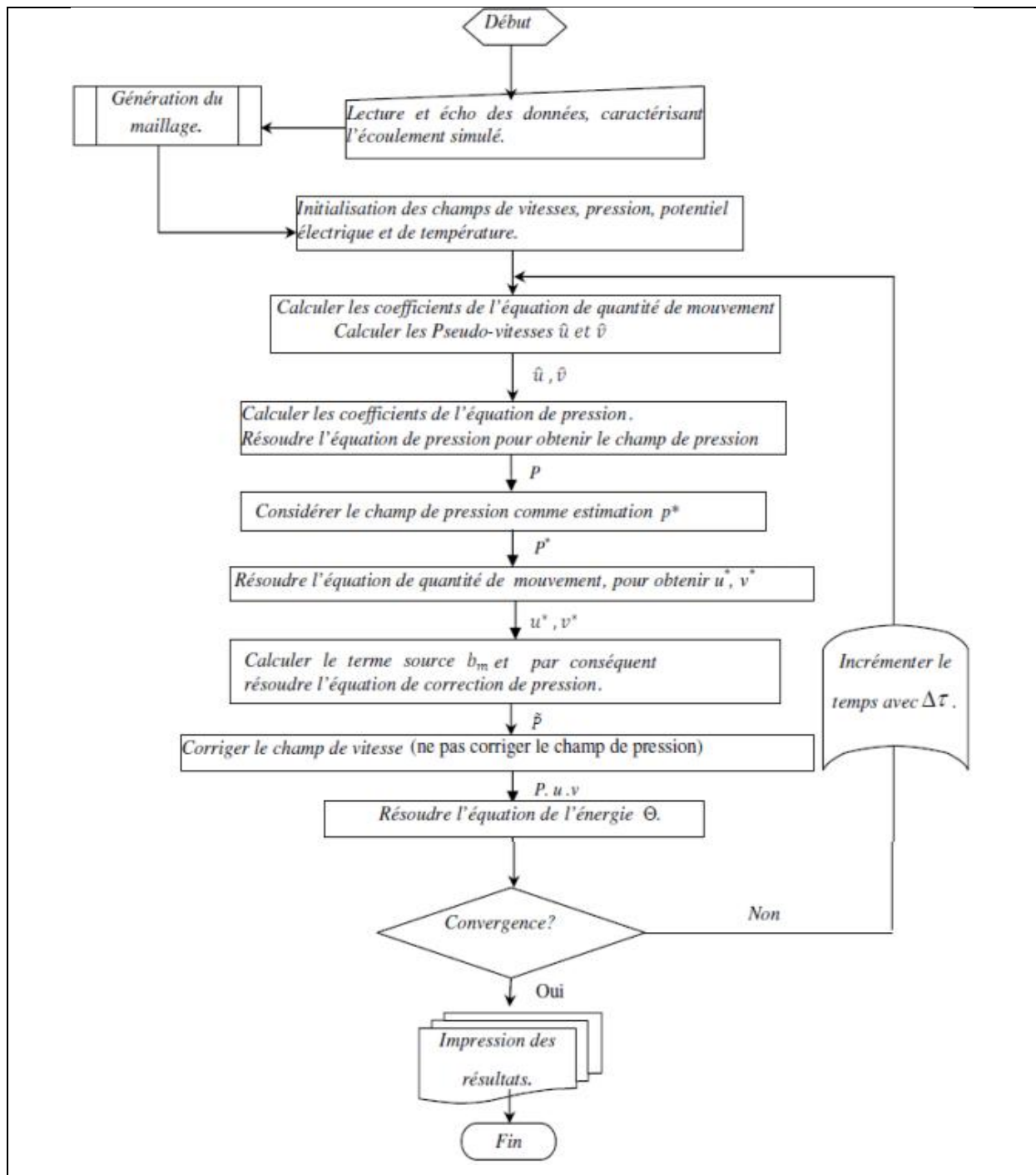
5-Calculer le terme source b_m (Eq. II-9) et par conséquent résoudre l'équation de correction de pression $\tilde{P}$.

6-Corriger le champ de vitesse en utilisant l'équation (II-5), mais ne pas corriger la pression.

7-l'équation de l'énergie, pour obtenir Θ .

8-Retourner à l'étape 2, avec le nouveau champ de vitesse jusqu'à convergence.

L'organigramme suivant montre les étapes entreprises pour programmer la méthode numérique de résolution et simuler le phénomène étudié.



II.2.4 Algorithme TDMA :

Dans le but de résoudre le système d'équations algébriques bidimensionnelles résultant on effectuera un double balayage qui consiste à déterminer les valeurs de la variable ϕ sur chaque ligne du domaine de calcul indépendamment des autres lignes, en conséquence, le système se transforme en un système unidimensionnel, et on considère les termes des autres dimensions comme des constantes en les ajoutant au terme source de la dimension dont-on veut résoudre son système. Le système d'équations en vertu du

balayage est constitué d'une matrice tridiagonale qui peut être résolu par l'algorithme de TDMA [16].

Pour le nœud (i, j) du maillage, l'équation (II-1) peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle.

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + b_i, \quad i \text{ variant de } 1 \text{ à } N \quad (\text{II-15})$$

En réécrivant cette équation pour $i = i + 1$ et en combinant les deux formes on peut écrire une relation liant uniquement ϕ_i et ϕ_{i+1} .

$$\phi_i = G_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (\text{II-16})$$

Où G et Q sont deux tableaux de forme :

$$G_i = \frac{b_i}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad ; \quad Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad (\text{II-17})$$

L'équation (II-15) pour $i=1$ (bord gauche) donne :

$$a_1 \phi_1 = b_1 \phi_2 + d_1 \quad (\text{II-18})$$

Naturellement il n'y pas de point en (i-1) étant donné que l'on est au bord.

Maintenant pour $i=N$ (bord droit) on a :

$$a_N \phi_N = b_N \phi_{N-1} + d_N \quad (\text{II-19})$$

De même que précédemment, il n'y a pas cette fois de point à droite en $i + 1$.

Le calcul de G et Q en ces deux points donne :

$$\left. \begin{array}{ll} \text{a) } i = 1 & G_1 = \frac{b_1}{a_1} ; Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \\ \text{b) } i = N & G = 0 ; Q_1 = \frac{d_N + c_N Q_{N-1}}{a_N - c_N G_{N-1}} \end{array} \right\} \quad (\text{II-20})$$

Etant donné les relations (II-17) liant G_i et Q_i et G_{i-1} et Q_{i-1} , la séquence de calcul est la suivante :

- a) calcul de G_1 et Q_1
- b) pour $i = 2$ à N calcul des G_i et Q_i
- c) Au point N , la relation (II-16) donne directement : $\phi_N = Q_N$
- d) Le calcul des ϕ_i s'effectue en « redescendant » :

Pour $i = N - 1$ à 1 calcul des ϕ_i par la relation (II-16).

Cet algorithme permet donc la résolution d'un système de N équation à N inconnues, en évitant l'utilisation de matrices. Le surcoût de stockage est uniquement de deux tableaux de dimension N .

III. QULQUES RESULTATS NUMERIQUES ET DISCUSSION

Afin de donner une vision constructive et objective des résultats obtenus par nos simulations numériques et de donner des interprétations aux phénomènes observés, il est primordial de signaler que tous nos calculs ont été effectués avec le code commercial FLUENT 6.3. Et ces simulations sont toutes en régime laminaire.

III.1 Régime stationnaire:

Dans les simulations effectuées trois grilles de maillages 100×100 , 200×100 et 300×100 pour inspecter l'influence du rapport d'aspect sur la convection naturelle dans ces cavités du métal liquide, en gardant la même densité du maillage pour les trois configurations étudiées.

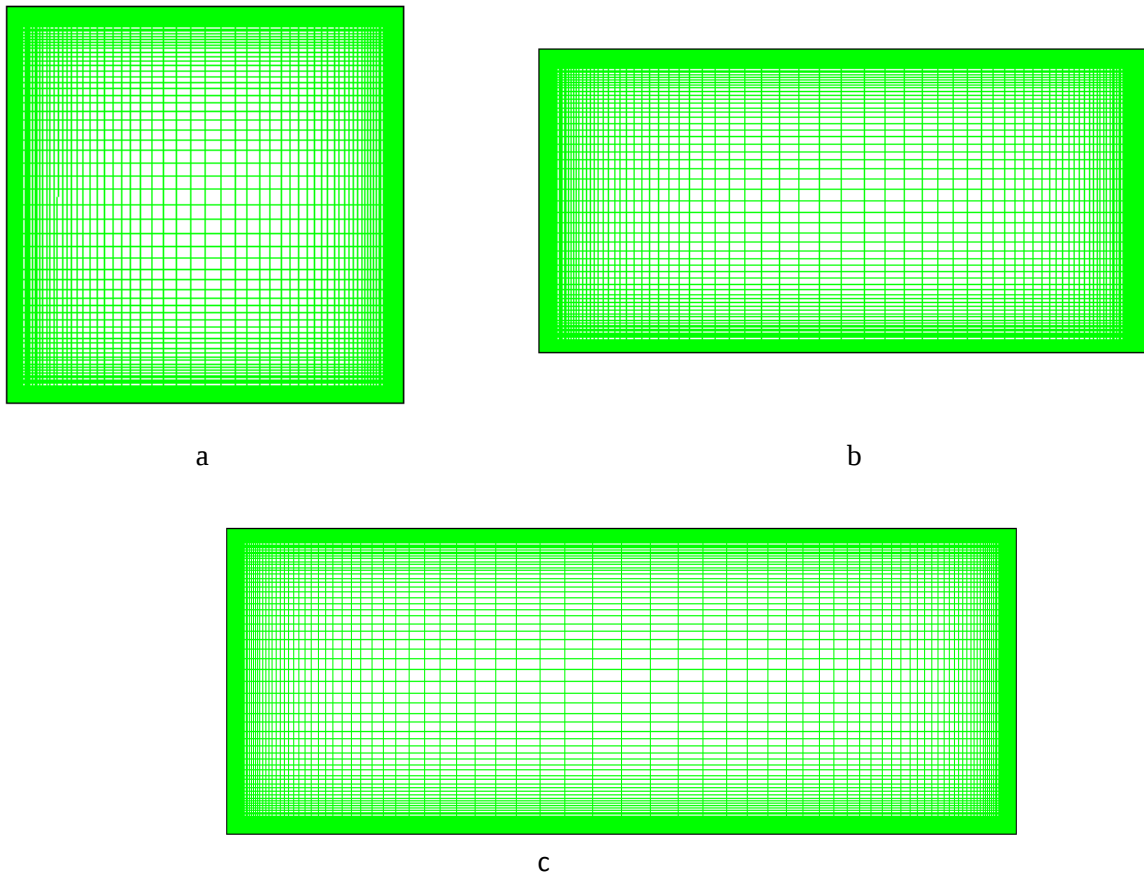


Fig. III. 1 : Les trois configurations étudiées numériquement

a) 100×100 , b) 200×100 , c) 300×100

III.1.2- Interprétations:

On peut voir clairement la dominance du régime conductif par rapport au régime convectif au sein de chaque cavité étudiées (figures 3.2, 3.5), et le fluide en question (galium liquide) comporte comme un solide vis-à-vis du transfert de chaleur

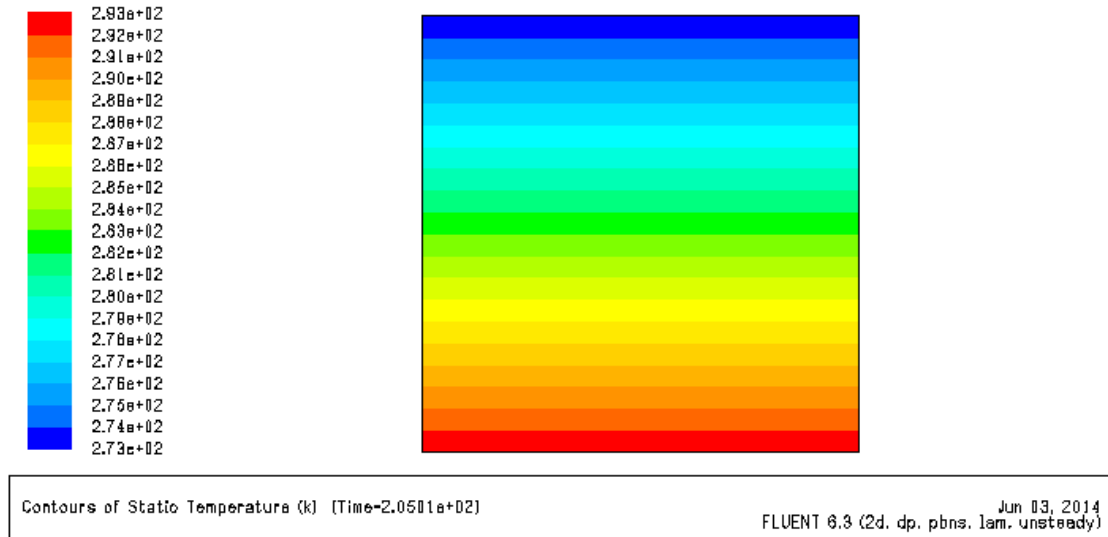


Fig. III.2 : Contours de la température dans la cavité en régime stationnaire.

Mais pour les vitesses on peut constater d'après la figure (3.3 et 3.6) qu'elles sont très faibles, et voient leurs valeurs maximales au centre de chaque cavité.

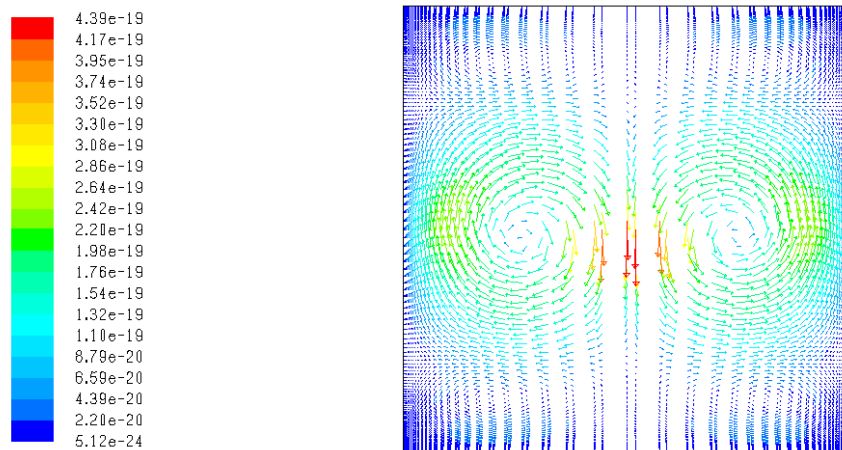


Fig. III.3 : Champ de vitesse dans la cavité en régime laminaire.

Alors pour les lignes de courant ($\psi = cste$), les débits sont négligeables (*débit = différence entre deux lignes de courant adjacentes*). Ceci est dû aux faibles magnitudes des vecteurs vitesses (figures 3.4 et 3.8).

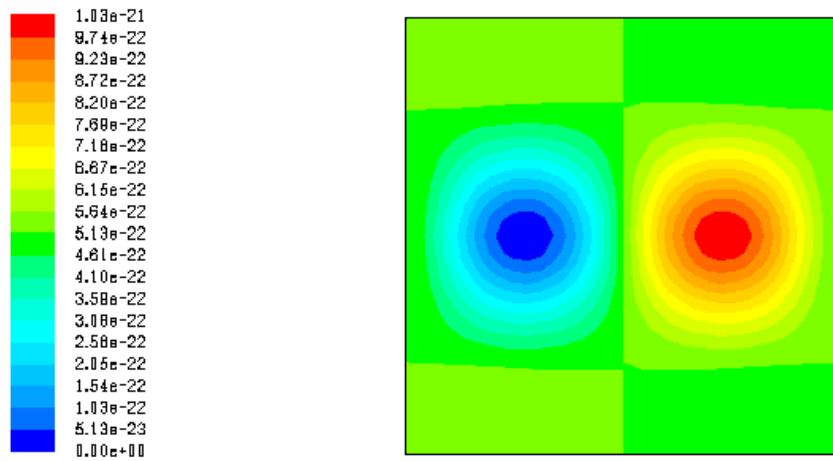


Fig. III.4 : Les lignes de courant pour l'écoulement stationnaire.

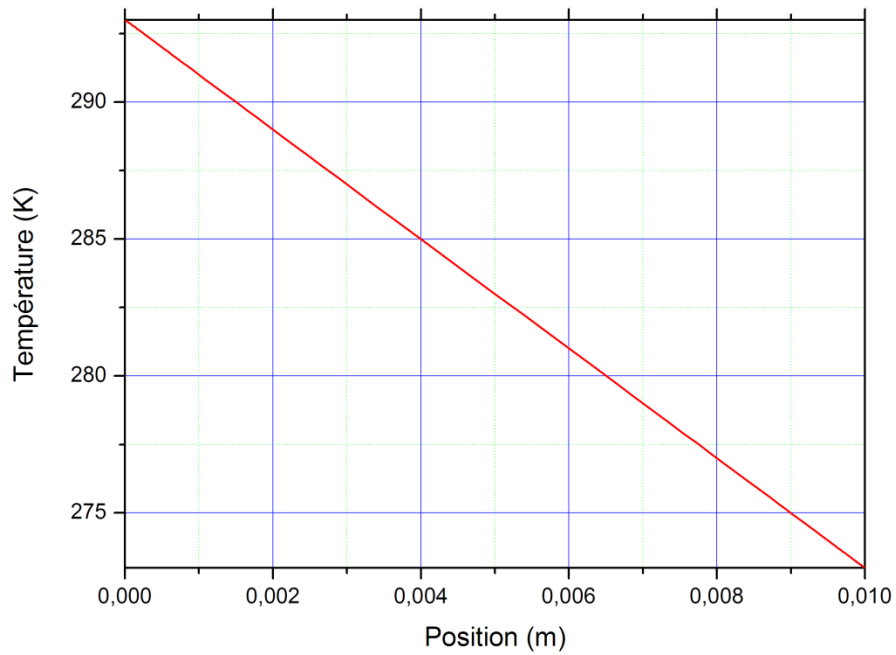


Fig. III.5 : Répartition de la température le long de la ligne centrale verticale.

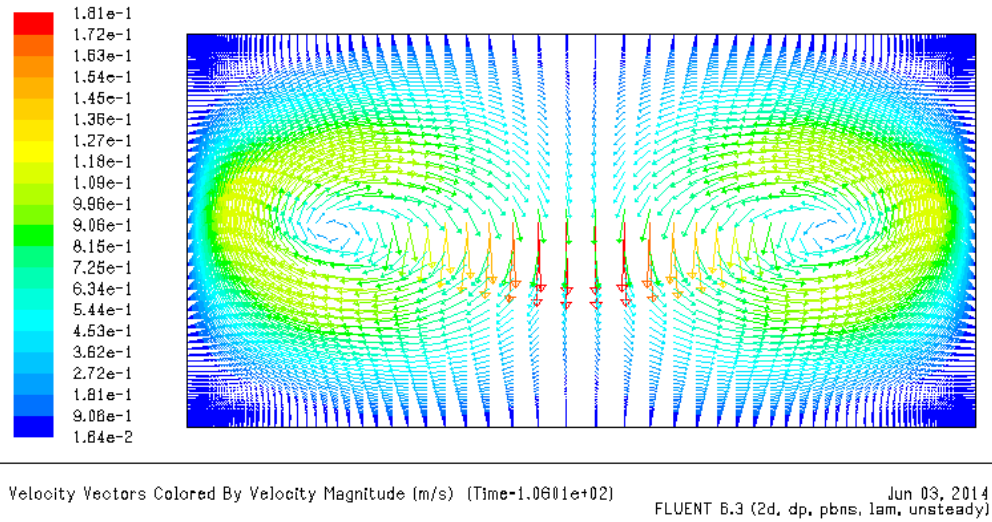


Fig. III.6 : Vecteurs de vitesse dans la cavité de la deuxième configuration.

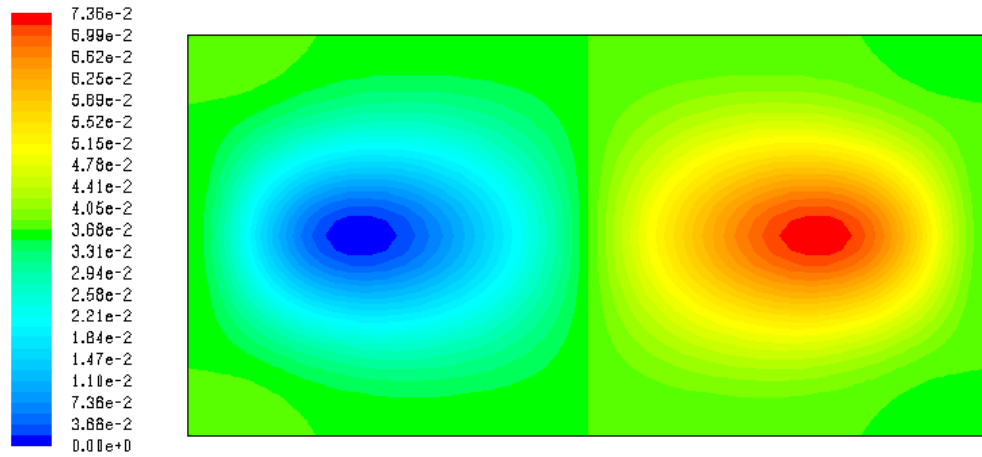


Fig. III.7 : Les lignes de courant dans la cavité de la deuxième configuration.

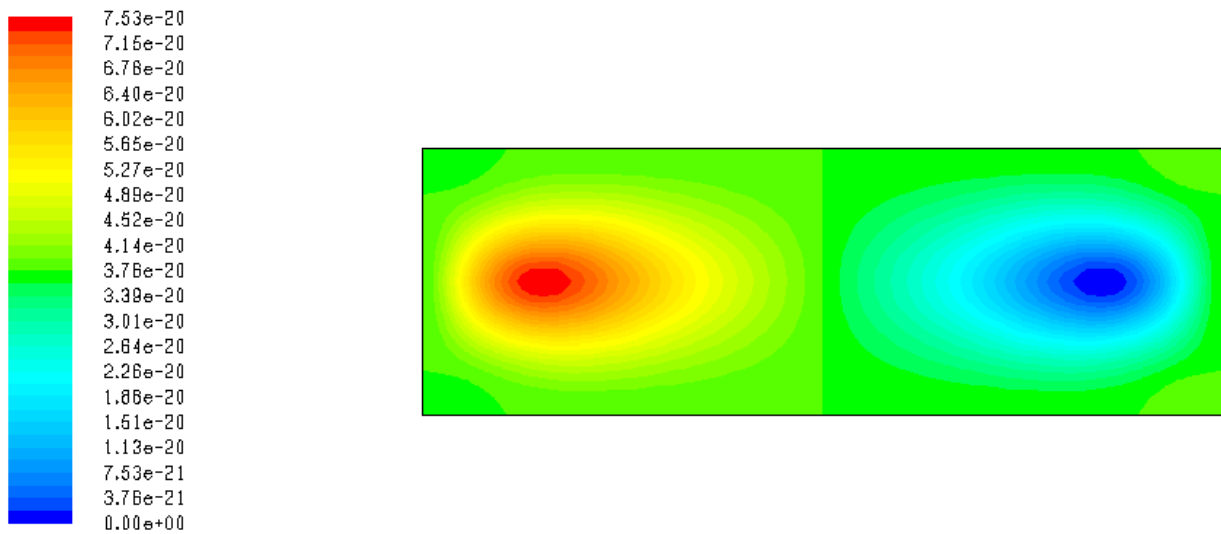


Fig. III.8 : Les lignes de courant dans la cavité de la troisième configuration.

III.2 Régime instationnaire (transitoire):

III.2.1- Interprétations:

Les calculs en régime transitoire effectués avec le code FLUENT 6.3 montrent que le régime stationnaire domine rapidement, et la répartition de température atteint un état final (qu'on a déjà mentionné dans la section précédente où domine la conductivité du métal liquide (figure 3.9)).

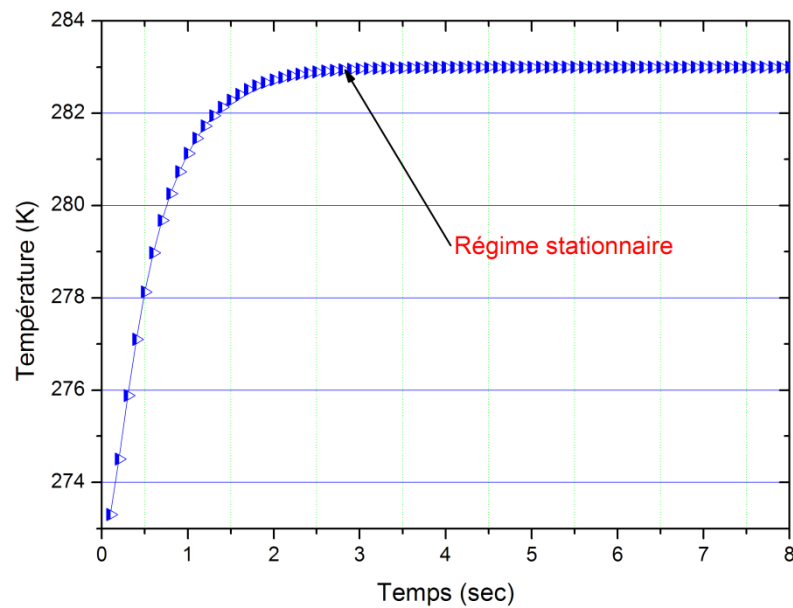


Fig. III.9 : Historique de la température au point central de la cavité étudiée.

Une valeur limite de la vitesse est atteinte aussi pour le point central de chaque cavité, après un laps de temps ne dépassant pas 3 secondes (figure 3.10), mais reste trop petite pour créer une instabilité ou une transition vers la turbulence.

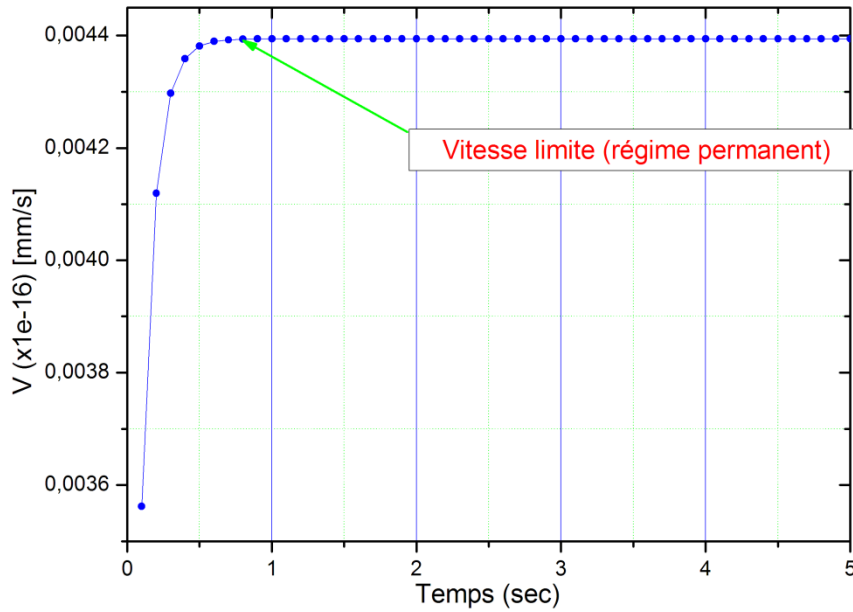
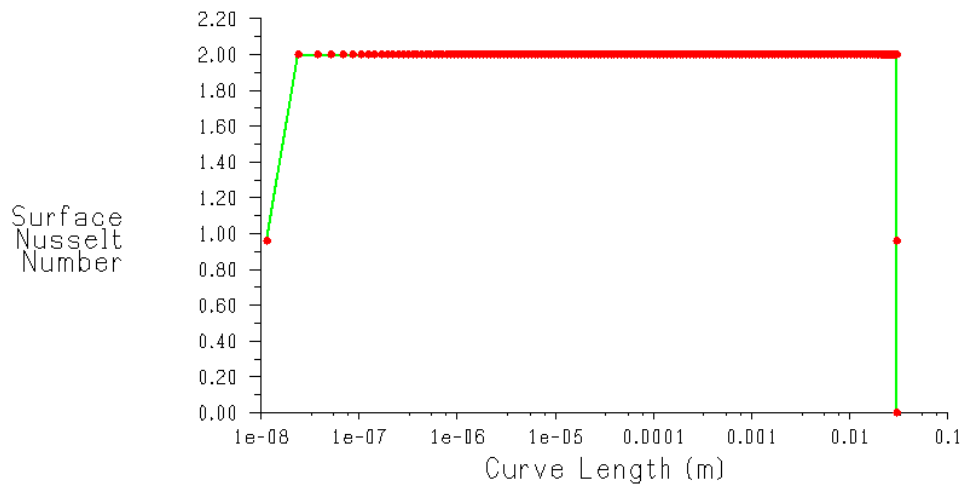


Fig. . III.10 : Evolution temporelle de la vitesse au point central.

— sud



Surface Nusselt Number vs. Curve Length (Time=4.0010e+01)

Jun 03, 2014
FLUENT 6.3 (2d, dp, pbns, lam, unsteady)

Fig. III.11 : Nombre de Nusselt local Nu le long du coté bas de la cavité
(échauffement $T = 293$).

L'inspection du nombre de Nusselt local à l'extrémité basse de chaque cavité (figure 3.11) où on a appliqué un chauffage donne une vision de la grandeur de la convection par rapport à la conduction $\overline{Nu} \approx 2$.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, on a essayé de mener une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte soumise à un gradient vertical de température. Une modélisation du problème, en 2D, a été menée en utilisant le code FLUENT 6.3, qui se base sur la méthode des volumes fins.

Pour montrer l'influence de la nature du fluide sur les écoulements convectifs, des fluides à bas nombres de Prandtl (tel que le mercure et le gallium), on a utilisé le gallium. On a obtenu des résultats qui montrent que ce type de fluides opaques (métaux liquides), à basses températures de fusion et à bas nombres de Prandtl (Pr), ont des comportements assez différents de ceux observés dans les fluides à haut nombre de Pr (comme l'eau).

Une étude en fonction des paramètres de contrôle de notre configuration, à savoir le gradient de température appliqué (nombre de Grashof ou nombre de Rayleigh). La géométrie (rapport d'aspect), a été également menée. On a pu ainsi voir à travers les champs de température, de vitesse et le nombre de Nusselt, l'influence de ces paramètres sur les structures convectives observées, sur le régime convectif ainsi que sur le taux de transfert de chaleur.

L'influence de la troisième dimension pourra être également considérée, ce qui va donner une vision exacte sur le phénomène en réalité physique.

Références

- [1] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals I. Theoretical analysis", J. Crystal Growth, 12, 217-227 (1972).
- [2] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals II-Experimental observation", J. Crystal Growth, 12, 228-238 (1972).
- [3] T. L. Bergman, A. S. Lavine, F. P. Incropera, D. P. Dewitt, Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7th Ed. John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [4] R. Giblin, « Transmission de la chaleur par convection naturelle », Edition Eyrolles, Paris (1974)
- [5] F. Lévy, « Physique et technologie des semi-conducteur », Presses polytechnique et université Romandes, Première édition, Lausanne (1995)
- [6] R.Bessaih, « Etude de la convection naturelle laminaire et turbulente dans une enceintes », Thèse de Doctorat, Institut de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine, Avril 2000.).
- [7] N. Ibrir, « Etude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide », Thèse de Magister, université de Batna (2006).
- [8] A. Boutout, « Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique lors du refroidissement à air des sources de chaleur », Thèse de Magister, université de Constantine (2006)
- [9] A. Yu. Gelfgal and P.Z. Bar-Yoseph, "The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity". Physics of Fluids, vol 13, number 8, (2001)
- [10] M. Hortman , M. Peric and G. Scheuerer, "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solution", International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol.11, pp.189-207 (1990).
- [11] Prof. Dr. Deyi Shang, "Free Convection Film Flows and Heat Transfer", Springer

[12] A. Boukhari, Étude de l'instabilité hydrodynamique des écoulements tournants. Université MENTOURI-CONSTANTINE, 2006.

[13] Y. A. Çengel et J. M. Cimbala, Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications. 1st ed. McGraw-Hill Companies, Inc., 2006.

[14] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill, 1980.

[15] Wikipedia l'encyclopédie libre, URL: http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9598/travaux/optmfn/ANC/COMPTE_RENDUS/S5_COTH/HALINE.html#MOD

[16] FLUENT 6.3 User's Guide, Fluent Inc., 2006.

Résumé

Dans le présent travail on a réalisé une série de simulations numériques de la convection naturelle d'un fluide à faible nombre de Prandtl $Pr=0.015$ (galium liquide) contenu dans une enceinte rectangulaire, ayant un rapport d'aspect $A=1, 2$ et 3 , soumise à un gradient vertical de température. Ces simulations du problème en 2D, ont été menées en utilisant le code FLUENT 6.3 qui se base sur la méthode des volumes fins. On a montré l'effet de faible nombre de Prandtl sur les écoulements des métaux liquides. On a pu ainsi voir à travers les champs de température, de vitesse et le nombre de Nusselt, la dominance du régime conductif laminaire. Un passage en configurations tridimensionnelles pourra être nécessaire pour que les résultats numériques puissent refléter la réalité physique.

Mots clés : Nombre de Prandtl, Métal liquide, Convection naturelle, Fluent.

ملخص

في العمل الحالي نحن نفذت سلسلة من عمليات المحاكاة العددية من الحمل الحراري الطبيعي من السوائل مع انخفاض عدد برانتل العلاقات العامة $= 0.015$ (الغاليوم السائل) الواردة في الضميمة مستطيلة، مع الجانب نسبة $A = 1, 2, 3$ ، تعرض إلى درجة حرارة التدرج الرأسي. أجريت هذه المحاكاة للمشكلة في D2،

FLUENT 6.3 رمز بطلاقة الذي يقوم على أسلوب وحدات التخزين. أظهرنا تأثير انخفاض عدد برانتل على تدفق المعادن السائلة. ولذا كان من الممكن أن نرى من خلال مجالات درجة الحرارة والسرعة ونسبت العدد، وهيمنة النظام الصفحي موصل. ممر في تكوينات ثلاثية الأبعاد قد تكون ضرورية لقد تعكس النتائج العددية الواقع المادي.

الكلمات الرئيسية: العدد برانتل ، المعدن السائل، والحمل الحراري الطبيعي، بطلاقة.