

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ ECHAHID HAMMA LAKHDAR EL-OUED
FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE DES PROCÉDÉS

INTITULE DE LA LICENCE
GENIE DES PROCÉDES

Transfert de *chaleur*

Cours et exercices corrigés

CONDUCTION



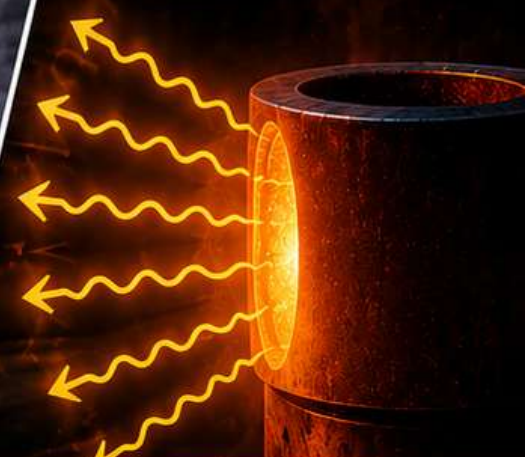
Transfert de chaleur à travers
un milieu solide immobile

CONVECTION



Transfert de chaleur entre une surface
et un fluide en mouvement

RAYONNEMENT



Transfert de chaleur par
ondes électromagnétiques

Présenté par :
GUEMARI Fathi



Année : 2025/2026

Résumé

Cet ouvrage propose une étude complète et structurée du **transfert de chaleur**, discipline fondamentale en génie des procédés et dans les sciences de l'ingénieur. Il vise à fournir à l'étudiant les bases physiques, les outils mathématiques et les méthodes d'analyse nécessaires pour comprendre et résoudre les problèmes thermiques.

Le livre débute par une présentation des trois modes de transfert de chaleur : **la conduction, la convection et le rayonnement**, en mettant en évidence leurs caractéristiques principales. Il développe ensuite le transfert par conduction à travers la loi de Fourier, en étudiant différents cas pratiques tels que les parois simples et composites, les géométries cylindriques et sphériques, ainsi que les phénomènes d'isolation thermique et d'épaisseur critique. L'équation générale de la conduction et les problèmes d'ailettes sont également abordés.

Le transfert par convection est traité à travers les définitions fondamentales, le coefficient d'échange thermique, l'analyse dimensionnelle et les corrélations empiriques en convection naturelle et forcée, utilisées pour le calcul des flux thermiques.

Enfin, le transfert par rayonnement est présenté à travers ses lois fondamentales (Lambert, Kirchhoff), ainsi que le rayonnement des corps noirs et non noirs, et les échanges radiatifs entre surfaces.

L'ouvrage adopte une démarche pédagogique progressive permettant de relier efficacement la théorie aux applications pratiques.

Mots-clés : Transfert de chaleur, conduction thermique, convection thermique, rayonnement thermique, loi de Fourier, isolation thermique, épaisseur critique, analyse dimensionnelle, nombre de Nusselt, nombre de Reynolds, nombre de Prandtl, corps noir, échange radiatif.

المُلخَص

يقدم هذا الكتاب مدخلاً متكاملًا وشاملاً لمجال انتقال الحرارة، الذي يُعد من الركائز الأساسية في هندسة الطرائق والعلوم الهندسية المرتبطة بالطاقة والأنظمة الحرارية. يهدف هذا العمل إلى تمكين الطالب من فهم الآليات الفيزيائية لانتقال الحرارة، وتحليلها باستخدام النماذج الرياضية، وتطبيقها في حل المشكلات الهندسية الواقعية.

يعرض الكتاب في بدايته نظرة عامة على أنماط انتقال الحرارة الثلاثة: التوصيل، والحمل، والإشعاع، مع توضيح الخصائص الأساسية لكل نمط. ثم يتناول بالتفصيل انتقال الحرارة بالتوصيل من خلال قانون فورييه، مع دراسة حالات متعددة تشمل الجدران البسيطة والمركبة، والأنظمة الأسطوانية والكروية، بالإضافة إلى مفاهيم العزل الحراري والسماكة الحرجة. كما يتم التطرق إلى المعادلة العامة للتوصيل الحراري، ودراسة الزعانف كوسيلة لتحسين انتقال الحرارة.

فيما يخص الحمل الحراري، يقدم الكتاب المفاهيم الأساسية ومعامل انتقال الحرارة، ويعتمد على التحليل البعدي لتطوير الفهم، مع عرض أهم العلاقات التجريبية في حالي الحمل الطبيعي والقسري، وتطبيقها في حساب التدفق الحراري. أما في مجال الإشعاع الحراري، فيتناول الكتاب القوانين الأساسية المنظمة له، مثل قوانين لامبرت وكيرشوف، ويعرض سلوك الأجسام السوداء وغير السوداء، بالإضافة إلى تحليل التبادل الإشعاعي بين عدة أسطح.

يعتمد هذا الكتاب على مقارنة بيداغوجية تدريجية تربط بين الجانب النظري والتطبيق العملي، مما يسمح للطالب باكتساب فهم عميق وقدرة تحليلية فعالة في مجال انتقال الحرارة.

الكلمات المفتاحية: انتقال الحرارة، التوصيل الحراري، الحمل الحراري، الإشعاع الحراري، قانون فورييه، العزل الحراري، السماكة الحرجة، التحليل البعدي، عدد نوسلت، عدد رينولدز، عدد برانتل، الأجسام السوداء، التبادل الإشعاعي.

إهداء إلى الوالد رحمه الله

إلى روح أبي الغالي المرحوم قماري علي، الذي كان مصدر القوة والقُدوة والعطاء رحلت جسداً، لكن أثرك الطيب وتعاليمك النبيلة ما زالت تنير طريقي في كل خطوة. أسأل الله أن يجعل هذا العمل صدقة جارية في ميزان حسناتك، وأن يرحمك رحمة واسعة ويسكنك فسيح جناته.

إهداء إلى الأم إلى أُمي الغالية

إلى من كانت الدعاء الصادق في كل خطوة، والقلب الذي منحني القوة والأمل دون مقابل. أشكرك على صبرك، وحنانك، وتضحياتك التي لا تُقدّر بثمن، فكل نجاح أصل إليه يحمل جزءاً من تعبك ودعواتك المباركة. حفظك الله وأدامك نوراً وسنداً في حياتي.

إهداء إلى زوجتي العزيزة

إلى زوجتي الغالية، رفيقة الدرب وشريكة النجاح، أهدي أصدق كلمات الشكر والامتنان على دعمك الدائم وصبرك الكبير خلال مسيرتي في إنجاز هذا العمل. لقد كنت دائماً مصدر قوة وأمل، تمنحيني الثقة والعزيمة في أصعب اللحظات، وكان وجودك إلى جانبي أعظم سند لي. كل نجاح أصل إليه يحمل جزءاً من محبتك وتضحياتك وتشجيعك الذي لا ينقطع. فلك مني كل الحب والتقدير، وأسأل الله أن يديمك نعمة جميلة في حياتي.

إهداء إلى الإخوة والأخوات

إلى إخوتي وأخواتي الأعزاء، الذين كانوا دائماً سنداً وعاوناً في مختلف مراحل حياتي، أهديكم هذا العمل عربون محبة ووفاء. شكراً لكم على دعمكم الصادق، وتشجيعكم المستمر، وعلى كل لحظة أخوة جميلة منحني القوة والثقة للمضي قدماً. دامت بيننا المحبة والمودة وروابط العائلة الطيبة.

إهداء إلى الأصدقاء والزملاء الأساتذة والأستاذات

إلى جميع أصدقائي وزملائي من الأساتذة والأستاذات، الذين جمعني بهم مسيرة العلم والعمل، وكانوا دائماً مثلاً للتعاون وتبادل المعرفة والخبرة. أهديكم هذا العمل تقديرًا لروح الزمالة الصادقة، ولكل كلمة دعم وتشجيع ساهمت في مواصلة هذا الطريق العلمي. راجياً أن يبقى العلم دائماً جسراً يجمعنا نحو المزيد من العطاء والتميز.

الدكتور قماري فتحي

Résumé	I
المخلص	II
Dédicaces et Remerciements	III
Table des matières	IV
Liste des tableaux	XI
Liste des figures	XII
Liste des abbreviations	XVI
Introduction générale	1
Références bibliographiques de l'introduction générale	3
Présentation générale du module Transfert de chaleur	4

Chapitre I : Introduction aux différents modes de transfert de chaleur

I.1. Introduction:	9
I.2.Objectif pédagogique:	9
I.3. Prérequis :.....	10
I.4. Question déclenchante :	10
I.5. Annonce du plan :	10
I.6. Généralités sur le transfert de chaleur :	10
I.6.1. Modes du transfert de la chaleur:.....	10
I.6.1.1. La conduction:	10
I.6.1.2. La convection:.....	12
I.6.1.3. Le rayonnement:	13
I.7. Exercices d'application :	15
I.8. Conclusion :	20
Références bibliographiques de chapitre I.....	21

Chapitre II : Transfert de chaleur Par conduction Loi de Fourier

II.1 Introduction :.....	22
II.2. Objectifs pédagogiques :.....	22

Table des matières

II.3. Prérequis :	22
II.4. Question déclenchante :	22
II.5. Annonce du plan :	23
II.6. Generalite sur le transfert de chaleur :	23
II.6.1. Introduction :	23
II.6.2. Définitions :	23
II.6.3. Gradient de température :	23
II.6.4. Régimes thermiques :	24
II.6.4.1. Régime permanent :	24
II.6.4.2. Régime périodique établi :	24
II.6.5. Flux de chaleur :	24
II.6.6. Densité de flux de chaleur :	24
II.6.7. Bilan d'énergie :	25
II.6.7.1. Stockage d'énergie :	25
II.6.7.2. Génération d'énergie :	25
II.6.8. Modes de transfert de chaleur :	26
II.7. Conduction thermique :	26
II.7.1. Définition :	26
II.7.2. Loi fondamentale de la conduction-Loi de Fourier :	27
II.7.3. Conduction unidirectionnelle en régime permanent :	27
II.7.3.1. Hypothèses :	27
II.7.3.2. Définition :	27
II.7.3.3. Transfert de chaleur à travers un Mur multicouches :	29
II.7.3.4. Transfert de chaleur à travers un cylindre creux à faces isothermes :	30
II.7.3.5. Transfert de chaleur à travers un Cylindre creux multicouches :	31
II.7.3.6. Transfert de chaleur à travers une sphère creuse à faces isothermes :	32
II.7.3.7. Transfert de chaleur à travers une Sphère creuse composite :	33
II.7.3.8. Généralisation :	34

Table des matières

II.7.3.9. Isolation thermique :	34
II.7.3.10. Épaisseur critique d'un mur composé entre deux fluides :	34
II.7.3.11 Calorifugeage des cylindres :	35
II.7.3.12. Calorifugeage des Sphère :	36
II.8. Equation générale de la conduction :	37
II.8.1. Développement de l'équation différentielle générale de la conduction :	37
II.8.2. Equation différentielle générale de la conduction coordonnée cylindriques :	40
II.8.3. Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées sphériques : ..	40
II.9. Les ailettes :	41
II.9.1. Introduction :	41
II.9.2.2. Déférentes type d'ailerres :	41
II.9.3. Importance d'utilisation de l'ailette :	42
II.9.4. Domaines technologiques et application des ailerres existant :	42
II.9.4.1. Électronique et Informatique :	42
II.9.4.2. La Mécanique de l'automobile :	43
II.9.4.3. Moteur Mécanique :	43
II.9.4.4. Les radiateurs :	44
II.9.5. La distribution de température le long de l'ailette :	45
II.9.6. Ailette à section transversale constante (uniforme) :	46
II.9.6.1. Résolution de l'équation :	46
II.9.6.1. Le cas A (convection à l'extrémité de l'ailette) :	47
II.9.6.1. Le cas B (extrémité adiabatique de l'ailette) :	49
II.9.6.1. Le cas C (la température est prescrite à l'extrémité des ailerres) :	49
II.9.6.1. Le cas D (La très longue ailette) :	50
II.9.7. Performance d'une ailette :	50
II.9.7.1. L'efficacité d'une ailette ϵ_f :	50
II.9.7.2. Rendement d'une ailette :	51
II.10. Exercices :	51

Table des matières

II.11. Conclusion générale :	65
Références bibliographiques de chapitre II.....	66
 <i>Chapitre III : Transfert de chaleur par convection</i>	
III.1. Introduction:	69
III.2. Objectifs du chapitre :	69
III.3. Prérequis :	69
II.4. Question déclenchante :	70
II.5. Annonce du plan :	70
II.6. Généralités sur le transfert de chaleur par convection :	70
II.6.1. Définition de la convection :	71
II.6.2. Phénomène physique du transfert convectif et couche limite thermique :	71
III.6.3. Paramètres influençant le transfert de chaleur par convection :	72
III.7. Classification des mécanismes de mise en mouvement du fluide :	73
III.7.1. Types de la convection:	73
III.7.1.1. La convection forcée:	73
III.7.1.2. La convection naturelle ou libre:	74
III.8. Régime d'écoulement et son influence sur le transfert de chaleur :	75
III.8.1. Écoulement en régime laminaire :	75
III.8.2. Écoulement en régime turbulent :	75
III.9. Nombres adimensionnels :	76
III.9.1. Nombre de Reynolds :	76
III.9.1.1. Interprétation physique :	77
III.9.1.2. Choix de la longueur caractéristique dans le nombre de Reynolds :	77
III.9.2. Nombre de Prandtl :	78
III.9.2.1. Interprétation physique :	78
III.9.2.2. Signification en convection :	78
III.9.3. Nombre de Nusselt :	78
III.9.3.1. Interprétation physique :	79

Table des matières

III.9.3.2. Lien avec le coefficient de convection :	79
III.9.4. Nombre de Rayleigh :	79
III.9.4.1. Interprétation physique :	80
III.9.4.2. Lien avec la convection naturelle :	80
III.9.5. Nombre de Grashof :	81
III.9.5.1. Interprétation physique :	81
III.9.5.2. Rôle en convection naturelle :	81
III.10. Expression du flux de chaleur en convection :	81
III.10.1. Loi du refroidissement de Newton :	82
III.10.2. Interprétation physique :	82
III.10.3. Convention de signe :	83
III.10.4. Remarque importante :	83
III.11. Corrélations empiriques :	83
III.11.1. Introduction et principe :	83
III.11.2. Forme générale des corrélations :	83
III.11.3. Corrélations empiriques usuelles :	84
III.11.4. Exemple d'application : Corrélation de Dittus–Boelter :	84
III.11.5. Remarques importantes :	85
III.12. Calcul du coefficient de convection (h) – méthodes complètes :	87
III.12.1. Introduction :	87
III.12.2. Relation fondamentale :	87
III.12.3. Méthodes de détermination de h :	88
III.12.3.1. Méthode des corrélations empiriques :	88
III.12.3.2. Méthode expérimentale :	88
III.12.3.3. Méthode des analogies (approche théorique simplifiée) :	89
III.12.4. Choix de la longueur caractéristique L :	89
III.13. Exercices d'applications :	90
III.14. Conclusion générale :	105

Références bibliographiques de chapitre III.....	106
 <i>Chapitre IV : Transfert de chaleur par rayonnement</i>	
IV.1. Introduction :	108
IV.2. Objectifs du chapitre :	108
IV.3. Prérequis :	108
IV.4. Question déclenchante :	109
IV.5. Annonce du plan :	109
IV.6. Généralités sur le transfert de chaleur par rayonnement :	109
IV.6.1. Définition :	110
IV.6.2. Les propriétés du transfert thermique par rayonnement :	110
IV.6.2.1. L'émissivité (ϵ) :	110
IV.6.2.2. L'absorptivité (α) :	110
IV.6.2.3. La réflectivité (ρ) :	110
IV.6.2.4. La transmissivité (τ) :	111
IV.7. Loi de Lambert:	111
IV.7.1. Définition:	111
IV.7.2. Expression mathématique de la loi de Lambert:	112
IV.7.3. Surface diffuse et hypothèses de validité :	112
IV.7.4. Les hypothèses principales de validité de la loi sont :	112
IV.7.5. Importance de la loi de Lambert en transfert thermique :	112
IV.8. Loi de Kirchhoff :	113
IV.8.1. Énoncé de la loi de Kirchhoff :	113
IV.8.2. Interprétation physique :	113
IV.8.3. Conditions de validité :	113
IV.8.4. Importance en transfert de chaleur :	114
IV.9. Rayonnement des corps noirs:	114
IV.9.1. Définition du corps noir :	114
IV.9.2. Propriétés radiatives du corps noir : :	114
IV.9.3. Loi de Planck :	114
IV.9.4. Loi de déplacement de Wien :	115
IV.9.5. Loi de Stefan–Boltzmann :	115
IV.9.6. Importance du corps noir en ingénierie :	115
IV.10. Rayonnement des corps non noirs (corps gris) :	115
IV.10.1. Définition des corps non noirs :	115
IV.10.2. Propriétés radiatives des corps gris :	116

Table des matières

IV.10.3. Rayonnement émis par un corps gris :	116
IV.10.4. Importance des corps gris en ingénierie :	116
IV.10.5. Importance des corps gris en ingénierie :	116
IV.11. Rayonnement réciproque entre plusieurs surfaces : (Échange de chaleur par rayonnement – Facteurs de forme) :	117
IV.11.1. Introduction générale :	117
IV.11.2. View Factor, Shape Factor, Facteur de Configuration F :	117
IV.11.3. Définition du facteur de forme :	117
IV.11.4. Propriétés fondamentales des facteurs de forme :	117
IV.11.4.1. Relation de summation:	117
IV.11.4.2. Reciprocity Relation:	117
IV.11.4.3. Échange radiatif entre deux surfaces noires :	117
IV.11.4.4. Échange radiatif entre surfaces grises :	118
IV.11.4.5. Analogie avec les résistances thermiques :	118
IV.11.4.6. Exemple d'application :	118
IV.11.5. Importance pratique :	118
IV.12. Facteur de forme :	121
IV.12.1. Facteur de forme entre deux rectangles parallèles, alignés et de mêmes dimensions :	121
IV.12.2. Facteur de forme entre deux rectangles perpendiculaires avec arête commune :	122
IV.12.3. Facteur de forme – Cas des cylindres concentriques:	123
IV.12.4. Facteur de forme entre deux disques parallèles et coaxiaux.....	124
IV.12.5 Transfert de chaleur par rayonnement dans une enceinte à deux surfaces :	125
IV.13. Exercices :	127
IV.14. Conclusion générale du chapitre :	135
Références bibliographiques de chapitre IV.....	136
Conclusion générale.....	138

<i>Chapitre I : Introduction aux différents modes de transfert de chaleur</i>	
Tableau I.1 : Conductivité thermique λ des matériaux ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)	12
<i>Chapitre II : Transfert de chaleur Par conduction Loi de Fourier</i>	
Tableau (II.1) : Conductivité ou conductibilité thermique, est une propriété physique caractéristique du milieu matériel. Son unité.	27
Tableau (II.2) : Les résultats ci-dessus sont résumés dans le tableau 1.	50
<i>Chapitre III : Transfert de chaleur par convection</i>	
Tableau (III.1) : Convection forcée – Écoulement interne (dans un tube).	84
Tableau (III.2) : Convection forcée – Écoulement externe (plaque plane).	84
Tableau (III.3) : Convection naturelle (exemple : plaque verticale).	84
Tableau (III.4) : Tableau récapitulatif des corrélations en convection naturelle[2].	86
Tableau (III.5) : Écoulement externe sur une plaque plane.	86
Tableau (III.6) : Écoulement interne (tubes et conduits).	86
Tableau (III.7) : Le choix de L dépend de la géométrie.	89
<i>Chapitre IV : Transfert de chaleur par rayonnement</i>	
Tableau (IV.1) : Comparaison des propriétés radiatives : corps noir vs corps gris.	116

Présentation générale du module	
Figure.1: Carte mentale de module.	8
Chapitre I: Introduction aux différents modes de transfert de chaleur	
Figure I.1: illustration des trois modes du transfert de la chaleur.	15
Chapitre II : Transfert de chaleur Par conduction Loi de Fourier	
Figure (II.1) : Bilan des flux de chaleur dans un système thermodynamique.	25
Figure (II.2): Transfert de chaleur par conduction avec diffusion d'énergie due à l'activité moléculaire.	26
Figure (II.3) : Loi fondamentale de la conduction-Loi de Fourier.	27
Figure (II.4) : Transfert de dans une paroi plane.	28
Figure (II.5) : Schéma électrique équivalent.	28
Figure (II.6) : Transfert de chaleur à travers un Mur multicouches.	29
Figure (II.7) : Schéma électrique équivalent.	30
Figure (II.8) : Transfert de chaleur à travers un cylindre creux.	30
Figure (II.9) : Transfert de chaleur dans une couche cylindrique composite.	31
Figure (II.10) : Analogie électrique des résistances thermiques en série et résistance équivalente.	32
Figure (II.11) : Transfert de chaleur d'une sphère creuse.	32
Figure (II.12) : Transfert de chaleur d'une sphère creuse en contact de deux fluides.	33
Figure (II.13) : Mur composé entre deux fluides.	34
Figure (II.14) : Calorifugeage des tubes.	35
Figure (II.15) : Modelé de volume infinitésimal.	37
Figure (II.16) : Énergie interne due à l'agitation thermique.	39
Figure (II.17) : Schéma de bilan énergétique.	39
Figure (II.18) : Étude et Décomposition de l'Équation de Chaleur en Coordonnées Cylindriques.	40
Figure (II.19) : Étude et Décomposition de l'Équation de Chaleur en Coordonnées Sphériques.	40
Figure (II.20) : Ailette rectangulaire a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.	41

Liste des figures

Figure (II.21) : Ailette cylindrique a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.	42
Figure (II.22) : Ailette rectangulaire parabolique a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.	42
Figure (II.23) : Microprocesseur.	43
Figure (II.24) : Refroidisseur d'huile.	43
Figure (II.25) : Refroidisseur d'eau.	43
Figure (II.26) : Moteur Mécanique.	44
Figure (II.27) : Radiateur.	44
Figure (II.28) : Bilan énergétique pour une surface étendue.	45
Figure (II.29) : Ailette droite à section constante, (b) ailette en forme d'aiguille à section constante.	46
Figure (II.30) : Conduction et convection dans une ailette de section uniforme.	48
Chapitre III : Transfert de chaleur par convection	
Figure (III.1) : Développement de la couche limite dans le transfert de chaleur par convection.	72
Figure (III.2) : Processus de transfert de chaleur par convection. (A) Convection forcée. (B) Convection naturelle.	74
Figure (III.3) : Processus de transfert de chaleur par convection. (C) Ébullition. (D) Condensation.	74
Chapitre IV : Transfert de chaleur par rayonnement	
Figure (IV.1) : représentée les Incident, Absorbe, Réfecte, Transmîtes radiation.	111
Figure (IV.2) : Le facteur de vue d'une surface sur elle-même est nul pour les surfaces planes ou convexes, et non nul pour les surfaces concaves.	119
Figure (IV.3) : Dans une géométrie constituée de deux sphères concentriques, le facteur de vue $F_{1 \rightarrow 2} = 1$, car tout le rayonnement quittant la surface de la sphère plus petite sera intercepté par la sphère plus grande.	119
Figure (IV.4) : Par conséquent, la somme des facteurs de vue de la surface ivers chacune des surfaces de l'enclos doit être égale à 1 :	119
Figure (IV.5) : Facteur de forme entre deux rectangles parallèles, alignés et de mêmes	122
Figure (IV.6) : Facteur de forme entre deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.	123

Liste des figures

Figure (IV.7) : Facteurs de forme pour deux cylindres concentriques de longueur finie :(a) de la surface du cylindre extérieur vers le cylindre intérieur ; (b) de la surface du cylindre extérieur vers elle-même.	124
Figure (IV.8) : Facteur de forme entre deux disques parallèles et coaxiaux.	125
Figure (IV.9) : Schéma d'une enceinte à deux surfaces et d'un réseau de rayonnement à plateaux associé.	126

Abréviation		Signification
T	:	Température (K ou °C)
q''	:	La densité de flux de chaleur (W/m ²)
q'	:	Flux thermique linéaire (W/m)
Q	:	Débit de chaleur (W)
λ	:	Conductivité thermique (W/m·K)
h	:	Coefficient de convection (W/m ² ·K)
S	:	Surface d'échange (m ²)
e	:	Épaisseur (m)
r	:	Rayon (m)
L	:	Longueur (m)
R _{th}	:	Résistance thermique (K/W)
Nu	:	Nombre de Nusselt
Re	:	Nombre de Reynolds
Pr	:	Nombre de Prandtl
Gr	:	Nombre de Grashof
Ra	:	Nombre de Rayleigh
ρ	:	Masse volumique (kg/m ³)
μ	:	Viscosité dynamique (Pa·s)
ν	:	Viscosité cinématique (m ² /s)
C _p	:	Chaleur spécifique à pression constante (J/kg·K)
α	:	Diffusivité thermique (m ² /s)
β	:	Coefficient de dilatation thermique (1/K)
σ	:	Constante de Stefan-Boltzmann (5.67×10 ⁻⁸ W/m ² ·K ⁴)
ε	:	Émissivité
α_r	:	Absorptivité
τ	:	Transmissivité
F _{ij}	:	Facteur de forme
E	:	Émittance
G	:	Irradiation
J	:	Radiosité

1. Introduction générale:

La chaleur est une forme d'énergie que nous rencontrons chaque jour, souvent sans même nous en rendre compte. Elle se manifeste lorsque nous préparons notre café du matin, lorsque le soleil réchauffe notre peau, ou lorsque nous ressentons la chaleur émanant d'un moteur en fonctionnement[1]. Mais au-delà de ces expériences quotidiennes, la chaleur est une composante essentielle de presque toutes les activités industrielles et technologiques. Elle intervient dans la production d'énergie, le conditionnement des bâtiments, le chauffage et le refroidissement des machines, ainsi que dans de nombreux procédés chimiques et métallurgiques[2]. Comprendre comment la chaleur se déplace est donc non seulement un impératif scientifique, mais aussi une nécessité pratique pour concevoir des systèmes sûrs, efficaces et économes en énergie[3].

Le transfert de chaleur se fait essentiellement selon trois modes distincts : **la conduction, la convection et le rayonnement**[4]. Chaque mode possède ses propres mécanismes et règles, et chacun a des implications spécifiques pour l'ingénierie et la conception. La **conduction** désigne le passage de la chaleur à travers un matériau, sans déplacement visible de la matière, comme lorsque la chaleur traverse les murs d'un bâtiment ou les parois d'un tuyau métallique[5]. La **convection**, quant à elle, résulte du mouvement des fluides, liquides ou gaz, et joue un rôle crucial dans le refroidissement des moteurs, le chauffage des pièces ou le transfert de chaleur dans les échangeurs industriels[6], [7]. Enfin, le **rayonnement** permet à la chaleur de se propager sous forme d'ondes électromagnétiques, même dans le vide, comme c'est le cas pour l'énergie solaire qui atteint la Terre[8], [9].

Ce livre a été conçu pour offrir une **approche progressive et structurée** du transfert thermique. L'objectif est de guider le lecteur du concept fondamental jusqu'à l'application pratique, en combinant théorie, équations, exemples industriels et illustrations pédagogiques. Chaque chapitre est construit pour faciliter la compréhension, avec des explications claires, des analogies parlantes et des schémas qui rendent l'apprentissage plus concret et intuitif.

L'approche adoptée ici vise à **marier rigueur scientifique et accessibilité**. Les concepts sont expliqués de manière détaillée mais compréhensible, les équations sont commentées pas à pas, et chaque notion est illustrée par des cas pratiques ou des exemples de la vie réelle. Ce livre s'adresse aux étudiants en génie chimique, en génie mécanique, en

génie des procédés, ainsi qu'aux professionnels qui souhaitent renforcer leur compréhension des phénomènes thermiques et améliorer leurs compétences en conception et optimisation thermique.

En parcourant cet ouvrage, le lecteur sera capable de :

- Identifier et distinguer clairement les différents modes de transfert de chaleur.
- Appliquer les lois fondamentales à des situations pratiques et industrielles variées.
- Résoudre des problèmes de conception thermique, qu'il s'agisse d'isolation, de refroidissement ou de chauffage.
- Développer une intuition solide sur le comportement thermique des matériaux et des systèmes.

Ainsi, ce livre se veut à la fois **un guide académique rigoureux** et **un outil pratique pour l'ingénieur**, offrant une vision complète du transfert de chaleur, depuis les principes fondamentaux jusqu'aux applications industrielles concrètes et aux défis technologiques contemporains. En maîtrisant ces concepts, le lecteur pourra concevoir des systèmes plus efficaces, anticiper les comportements thermiques et participer activement à l'innovation dans le domaine de l'ingénierie thermique. La chaleur, bien que souvent invisible, devient alors un outil que l'ingénieur apprend à comprendre, contrôler et utiliser à son avantage.

- [1] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 1: Conduction et convection*, vol. 1. ISTE Group, 2022.
- [2] D. Année, “LIVRET DES COURS”.
- [3] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, *Fundamentals of heat and mass transfer*, vol. 6. Wiley New York, 1996.
- [4] A. TOUATI, “Transfert de chaleur”.
- [5] Y. Jannot and A. Degiovanni, *Mesure des propriétés thermiques des matériaux: 2e édition revue et augmentée*. ISTE Group, 2024.
- [6] F. Ferrag, “Introduction aux modes de transfert de chaleur et exercices d’application,” 2020.
- [7] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 2: Rayonnement et échangeurs*, vol. 2. ISTE Group, 2022.
- [8] M. Becker, *Heat transfer: a modern approach*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [9] T. L. Bergman, *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2011.

TRANSFERT DE CHALEUR :**Description du cours :**

Le cours « Transfert de chaleur » constitue une unité d'enseignement fondamentale dans la spécialité Génie des procédés. Il a pour objectif de fournir à l'étudiant une compréhension claire et progressive des mécanismes de transfert d'énergie thermique, en s'appuyant sur l'étude des trois modes fondamentaux : la conduction, la convection et le rayonnement, avec une attention particulière portée aux applications industrielles.

Dans un premier temps, le cours introduit les notions de base du transfert de chaleur et met en évidence les différences essentielles entre les trois modes ainsi que les paramètres qui les influencent. Il développe ensuite de manière approfondie la conduction thermique à travers la loi de Fourier, en s'appuyant sur des cas concrets tels que les parois simples et composites, les géométries cylindriques et sphériques, ainsi que la notion de résistance thermique et son analogie électrique. Les aspects liés à l'isolation thermique, notamment l'épaisseur critique, ainsi que l'étude des ailettes sont également abordées.

Le cours se poursuit par l'étude de la convection thermique, en introduisant les notions fondamentales, le coefficient d'échange, l'analyse dimensionnelle et les principales corrélations empiriques utilisées en convection naturelle et forcée, avec des applications directes au calcul du flux thermique.

Enfin, une attention particulière est accordée au rayonnement thermique à travers ses lois fondamentales (Stefan-Boltzmann, Lambert, Kirchhoff), ainsi que les échanges radiatifs entre surfaces. L'ensemble du cours vise ainsi à permettre à l'étudiant de comprendre, analyser et optimiser les systèmes thermiques dans des contextes industriels réels.

Informations du cours :

Intitulé du cours : Transfert de chaleur.

Enseignant : Dr. GUEMARI Fathi.

Faculté : Faculté de technologie.

Département : Génie des procédés et pétrochimie.

Niveau : 3ème année Licence – spécialité Industries pétrochimiques.

Résumé du cours :

Le module « Transfert de chaleur » a pour objectif de fournir aux étudiants de troisième année en Génie des procédés les bases fondamentales relatives aux mécanismes de transfert thermique. Il porte sur l'étude des trois modes de transfert de chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement, en s'appuyant sur les lois physiques associées, notamment la loi de Fourier pour la conduction, ainsi que les lois du rayonnement thermique.

Ce module intègre l'analyse de différentes configurations (murs simples et composites, géométries cylindriques et sphériques) ainsi que l'étude de phénomènes spécifiques tels que le calorifugeage et les ailettes. Il aborde également les mécanismes de convection à travers l'analyse dimensionnelle et l'utilisation de corrélations empiriques en convection naturelle et forcée.

Il vise à développer chez l'étudiant des compétences en analyse, en modélisation et en calcul des systèmes thermiques, ainsi qu'en dimensionnement des équipements industriels, en mettant l'accent sur l'optimisation énergétique et la réduction des pertes thermiques.

Objectifs du cours :

- **Connaissances** :
Identifier les différents modes de transfert de chaleur ainsi que les lois fondamentales associées.
- **Compréhension** :
Expliquer les mécanismes de transfert thermique dans différents systèmes et configurations.
- **Application** :
Résoudre des problèmes pratiques liés au calcul du flux thermique et au dimensionnement des systèmes.
- **Analyse** :
Analyser le comportement thermique des systèmes en fonction des paramètres physiques et géométriques.

- **Synthèse** :
Concevoir des modèles thermiques et représenter les échanges de chaleur à l'aide de schémas explicatifs.
- **Évaluation** :
Évaluer les performances des systèmes thermiques et choisir les solutions les plus adaptées en termes d'efficacité énergétique, de coût et d'impact environnemental.

Compétences visées :

À l'issue de ce module, l'étudiant sera capable de :

- Modéliser les phénomènes de transfert thermique dans différents systèmes ;
- Calculer les flux de chaleur et dimensionner des équipements thermiques ;
- Utiliser des corrélations empiriques adaptées aux conditions d'écoulement ;
- Analyser et optimiser les performances thermiques des installations industrielles ;
- Intégrer les trois modes de transfert dans une approche globale.

Plan du cours :

Chapitre 1 : (1 semaine) :

Introduction générale aux différents modes de transfert de chaleur

Chapitre 2 : (6 semaines) :

Transfert de chaleur par conduction :

- Loi de Fourier.
- Mur simple et murs composites.
- Couches cylindriques et sphériques.
- Résistance thermique et analogie électrique.
- Épaisseur critique d'isolant.
- Problèmes des ailettes.

- Équation générale de la conduction.

Chapitre 3 : (5 semaines) :

Transfert de chaleur par convection :

- Définitions.
- Coefficient de transfert thermique.
- Analyse dimensionnelle.
- Corrélations empiriques.
- Convection naturelle et forcée.
- Calcul du flux thermique.

Chapitre 4 : (3 semaines) :

Transfert de chaleur par rayonnement :

- Lois du rayonnement.
- Loi de Lambert.
- Loi de Kirchhoff.
- Corps noirs et non noirs.
- Échanges radiatifs entre surfaces.

Prérequis :

Pour suivre ce module dans de bonnes conditions, l'étudiant doit maîtriser :

- Les bases de la thermodynamique ;
- Les notions fondamentales de mécanique des fluides ;
- Les outils mathématiques (dérivées, équations différentielles, analyse dimensionnelle).

Applications industrielles :

Les notions abordées dans ce cours trouvent des applications dans plusieurs domaines :

- Échangeurs de chaleur et systèmes énergétiques ;
- Isolation thermique des installations industrielles ;
- Génie chimique et procédés pétrochimiques ;
- Systèmes de refroidissement et de chauffage ;
- Optimisation énergétique dans l'industrie.

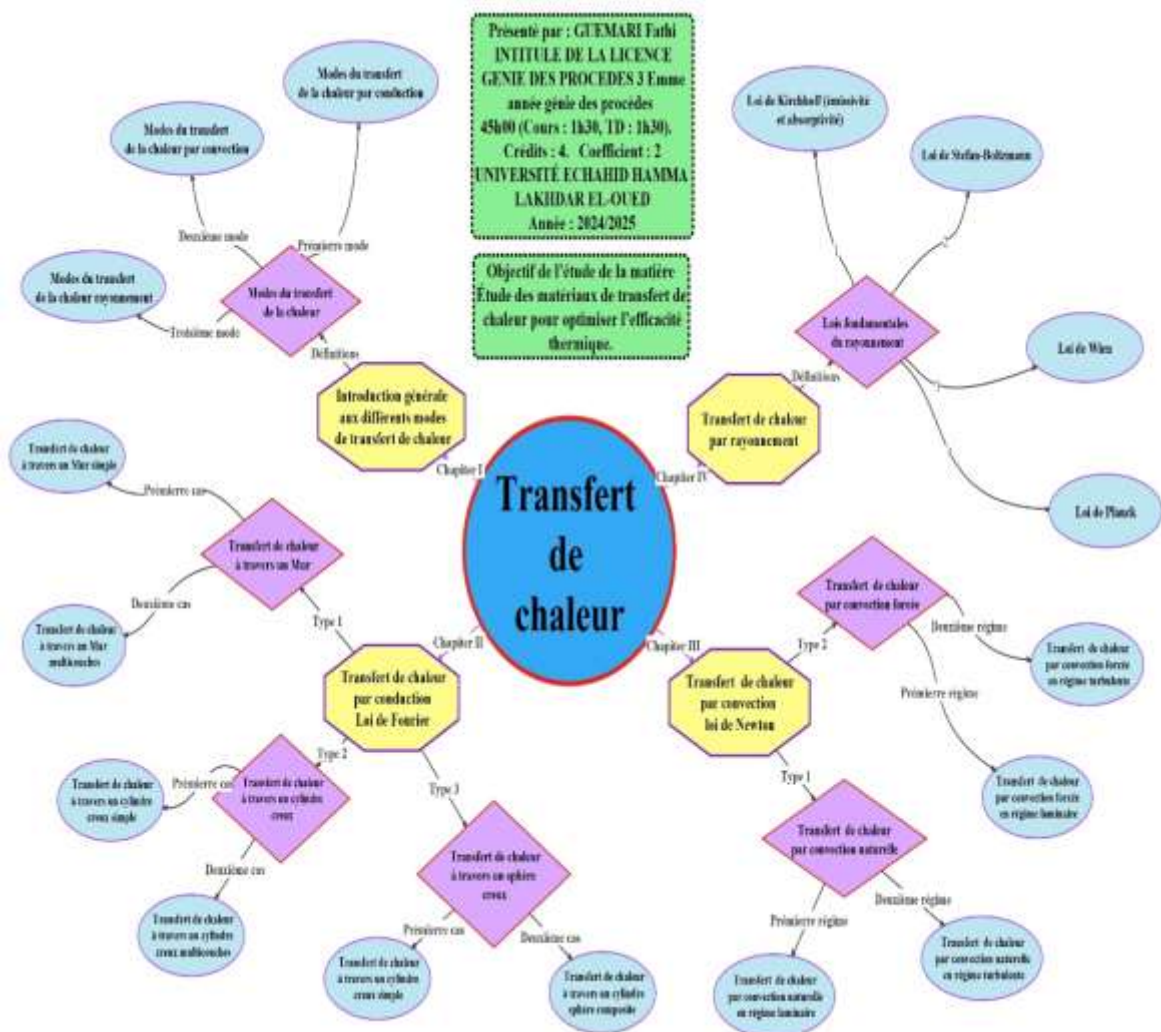


Figure.1: Carte mentale de module.

I.1. Introduction:

Les procédés utilisés dans l'industrie sont très souvent le siège d'échanges de chaleur (fours, échangeurs de chaleur, induction, refroidissement, chauffage)[1]. Les phénomènes de transfert thermique et en particulier de la chaleur, ont une importance décisive pour l'étude et le fonctionnement des appareils tels que; les générateurs de vapeur, les fours, les échangeurs de chaleur, les condenseurs, etc [2]. En raison de développement rapide de l'industrie et l'accroissement de la demande et du prix de l'énergie, l'utilisation efficace d'une installation (d'échange de chaleur) pour une dépense d'énergie minimale est le but recherché dans tous les cas.

Le transfert thermique est la science qui tente à prédire le transfert d'énergie entre les molécules ou les particules de la matière à différentes températures[3]. Le but est d'expliquer la manière et de prédire le taux d'échange de la chaleur sous certaines conditions spécifiques.

Le transfert de chaleur est une science qui contient plusieurs concepts pratiques de base. et est utilisés dans de nombreuses applications industriels[4]. Le transfert de chaleur peut s'effectuer au moyen de trois mécanismes différents:

- La conduction.
- La convection.
- Le rayonnement.

Les connaissances de base dans ce domaine, sont donc indispensables pour comprendre et maîtriser l'utilisation pratique de ces phénomènes.

I.2.Objectif pédagogique:

À l'issue de ce chapitre, l'étudiant sera capable de:

- Identifier les différents modes de transfert de chaleur ;
- Comprendre les principes physiques associés à chaque mode ;
- Distinguer les conditions d'apparition de chaque mécanisme ;
- Faire le lien entre théorie et applications industrielles ;
- Distinguer les mécanismes de conduction, convection et rayonnement.

I.3. Prérequis :

- Notions de base en thermodynamique ;
- Grandeurs physiques fondamentales (température, énergie, flux) ;
- Notions de gradient et de champ scalaire ;
- Bases en mécanique des fluides (élémentaire).

I.4. Question déclenchante :

Comment la chaleur se propage-t-elle d'un corps chaud vers un corps froid dans différentes situations physiques (solide, fluide, vide) ?

I.5. Annonce du plan :

Dans ce chapitre, nous allons aborder :

- V.1. Les mécanismes fondamentaux du transfert de chaleur
- V.2. Les domaines d'application en ingénierie
- V.3. Importance des modes de transfert dans les systèmes thermiques

I.6. Généralités sur le transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur peut se produire selon trois mécanismes principaux :

- **La conduction** : transfert à travers un milieu matériel immobile ;
- **La convection** : transfert entre une surface et un fluide en mouvement ;
- **Le rayonnement** : transfert par ondes électromagnétiques sans support matériel.

Ces trois modes peuvent intervenir simultanément dans de nombreux systèmes réels.

I.6.1. Modes du transfert de la chaleur:**I.6.1.1. La conduction:**

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur au sein d'un milieu opaque (solide, liquide ou gazeux), sans déplacement de la matière, en présence d'un gradient de température[5]. Elle s'effectue selon deux mécanismes différents: une transmission par vibration des molécules ou atomes et une transmission par les électrons

libres. Ce mode se produit au sein d'une même phase au repos ou mobile, en présence d'un gradient de température. Dans ce cas, le transfert de chaleur résulte d'un transfert d'énergie cinétique d'une molécule à une autre molécule adjacente. Ce mode de transfert est le seul à exister dans un solide opaque (qui absorbe tous les rayons)[6]. Pour les solides transparents, une partie de l'énergie peut être transmise par rayonnement. Avec les fluides (gaz ou liquides), la convection et le rayonnement peuvent se superposer à la conduction[7].

Une autre définition simple:

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts: une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres. La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier: la densité de flux est proportionnelle au gradient de température.

$$q'' = -\lambda \nabla T \quad \text{Ou} \quad q'' = -\lambda \text{grad}^{\rightarrow}(T)$$

Signification des termes :

- q'' : La densité de flux de chaleur (W/m²).
- λ : Conductivité thermique du matériau (W·m⁻¹·K⁻¹).
- $\text{grad}^{\rightarrow}(T)$: Gradient de température.
- Le signe indique que la chaleur se propage du chaud vers le froid.

Forme algébrique en 1D :

$$Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}$$

Avec :

- Q : Débit de chaleur (W).
- S : Surface de transfert (m²).
- λ : Conductivité thermique du matériau (W·m⁻¹·K⁻¹).
- x : Direction du flux thermique (m).

Cette équation représente ***la loi fondamentale de la conduction thermique (Loi de Fourier)***.

Matériau	Conductivité thermique λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)	Matériau	Conductivité thermique λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)
Argent	419	Plâtre	0,48
Cuivre	386	Amiante	0,16
Aluminium	204	Coton	0,059
Acier doux	45	Liège	0,044 – 0,049
Acier inox	14,9	Laine de roche	0,038 – 0,041
Glace	1,88	Laine de verre	0,035 – 0,051
Béton	1,4	Polystyrène expansé	0,036 – 0,047
Bois (feuillu-résineux)	0,12 – 0,23	Polyuréthane (mousse)	0,030 – 0,045
Brique terre cuite	1,1	Polystyrène extrudé	0,027
Verre	0,78	Air	0,026

Tableau I.1 : Conductivité thermique λ des matériaux ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)

1.6.1.2. La convection:

La convection consiste essentiellement en la transmission de l'énergie par le mouvement ou le déplacement macroscopique d'une parcelle (grand nombre de molécules), généralement d'un fluide d'une région à autre. Ce mécanisme est accompagné toujours par le transfert d'énergie dû au mouvement moléculaire et qui représente le côté conductif de ce mode. On distingue deux types de convection[8].

La convection naturelle (convection libre) où le mouvement des particules est dû aux différences de température qui sont imposées au fluide. La différence de température implique une différence de masses volumiques (déplacement des particules, dilatation), exemple (chauffage de l'air pour une montgolfière, chauffage de l'eau dans un récipient)[9].

La convection forcée où le mouvement des particules résulte de la pression appliquée au fluide par l'intermédiaire des moyens mécaniques, (d'une pompe par exemple). Le transfert de la chaleur par convection, se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement, en présence d'un gradient de température. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masses volumiques (ρ) due aux différences de températures[10].

Une autre définition simple:

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régie par la loi de Newton:

$$q'' = h (T_s - T_\infty)$$

Signification des paramètres :

- q'' : La densité de flux de chaleur (W/m^2).
- h : Coefficient de convection thermique ($W/m^2 \cdot K$).
- T_s : Température de la surface.
- T_∞ : Température du fluide loin de la surface.

Forme avec surface d'échange :

$$Q = h S (T_s - T_\infty)$$

- Q : Débit de chaleur (W).
- S : Aire de la surface de change Ou de contact Solide/Fluide (m^2).

Représentation graphique :

$$q'' = h (T_s - T_\infty)$$

Remarque:

La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa Vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

I.6.1.3. Le rayonnement:

Le rayonnement est le transfert d'énergie électromagnétique d'un milieu à haute température vers un autre milieu à basse température sans aucun support matériel (il peut s'effectuer dans le vide)[11]. En général, tout corps opaque ou partiellement opaque porté à une température supérieure à zéro Kelvin rayonne de l'énergie dans toutes les directions. Cette énergie est transportée sous forme d'une onde électromagnétique dont la propagation n'exige pas du support matériel[12]. Ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière et il ne nécessite aucun support matériel, contrairement aux

écoulements. Les gaz, les liquides et les solides sont capables d'émettre et d'absorber les rayonnements thermiques[11].

Une autre définition simple:

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation:

Le transfert de chaleur par rayonnement est décrit par la ***loi de Stefan-Boltzmann***:

$$q'' = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4) \quad \text{Ou} \quad Q = \varepsilon \sigma S (T_s^4 - T_{sur}^4)$$

Signification des paramètres :

- q'' : La densité de flux de chaleur (W/m^2).
- Q : Débit de chaleur (W).
- ε : Émissivité de la surface.
- σ : Constante de Stefan-Boltzmann $5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$.
- T_s : Température de la surface (K).
- T_{sur} : Température de l'environnement (K).
- S : Aire de la surface (m^2).

Remarque:

Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de la chaleur coexistent mais, généralement, au moins une des trois formes pourra être négligée, ce qui simplifiera le traitement mathématique du processus de transfert. Considérons le cas de forgeage d'un Outil par le feu, où peut être visualiser les trois modes de transfert de chaleur en même temps[13].

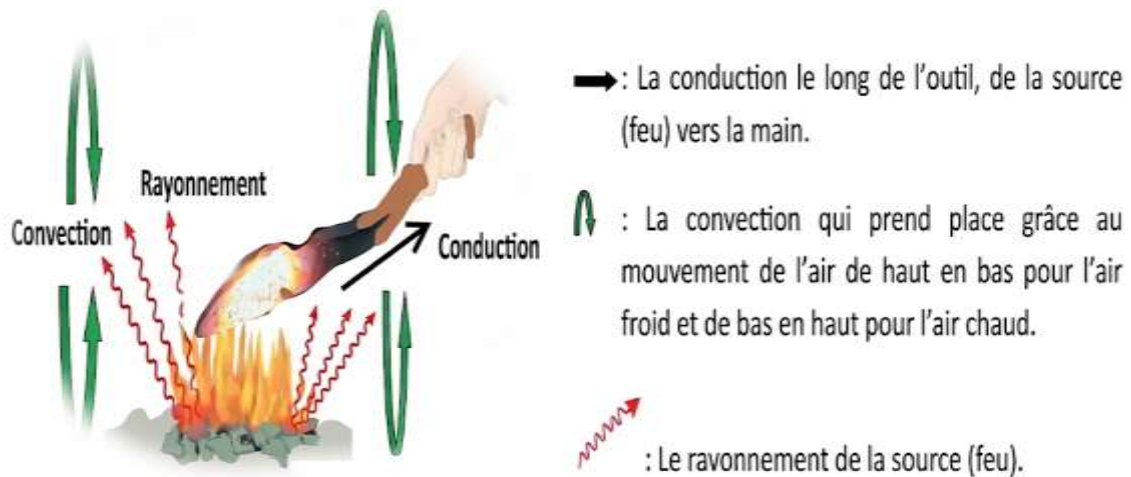


Figure I.1: illustration des trois modes du transfert de la chaleur.

1.7. Exercices d'application :

Exercice n° 1 Conduction thermique:

Une face d'une plaque de cuivre de 3 cm d'épaisseur est maintenue à 400°C, et l'autre face est maintenue à 100°C. Quelle quantité de chaleur est transférée à travers la plaque ? La conductivité thermique pour le cuivre est de 370 W/m·°C à 250°C

Solution :

Hypothèses :

- Régime permanent.
- Conduction unidimensionnelle.
- Propriétés constantes.

Loi utilisée : (Loi de Fourier)

$$q'' = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e}$$

Données :

- $e = 0.03 \text{ m}$
- $T_1 = 400^\circ\text{C}, T_2 = 100^\circ\text{C}$
- $\lambda = 370 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$

Application numérique :

$$q'' = 370 \times \frac{400 - 100}{0.03}$$
$$q'' = 370 \times 10000 = 3.7 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

Résultat final :

$$q'' = 3.7 \text{ MW/m}^2$$

Exercice n° 2 Convection thermique:

De l'air à 20°C souffle sur une plaque chauffante de $50 \times 75 \text{ cm}$ maintenue à 250°C . Le coefficient de transfert de chaleur par convection est de $25 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$. Calculer le transfert de chaleur.

Solution :

Loi utilisée :

$$Q = h S (T_s - T_\infty)$$

Données :

- $S = 0.5 \times 0.75 = 0.375 \text{ m}^2$
- $T_s = 250^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 20^\circ\text{C}$

Application :

$$Q = 25 \times 0.375 \times (250 - 20)$$
$$Q = 25 \times 0.375 \times 230 = 2156.25 \text{ W}$$

Résultat :

$$Q \approx 2.16 \text{ kW}$$

Exercice n° 3 Conduction avec pertes par rayonnement:

En supposant que la plaque de l'exemple 1-2 est en acier au carbone (1 %) d'une épaisseur de 2 cm et que 300 W sont perdus de la surface de la plaque par rayonnement, calculez la température intérieure de la plaque. La conductivité thermique pour acier au carbone (1 %) est de 43 W/m·°C.

Énoncé :

Plaque en acier (épaisseur 2 cm, $k = 43 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$).

Une perte thermique de 300 W se produit par rayonnement.

Déterminer la température interne.

Solution (idée clé) :

On utilise :

- Équilibre énergétique
- Conduction = pertes

$$Q = k S \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{e}$$

On isole T_{int}

$$T_{\text{int}} = \frac{Q e}{k S} + T_{\text{ext}}$$

La surface de la plaque c'est la surface de la plaque de l'exercice N° 1.

Application :

$$T_{\text{int}} = \frac{300 \times 0.02}{16.125} + T_{\text{ext}}$$

$$T_{\text{int}} \approx 0.372 + T_{\text{ext}}$$

Conclusion :

La température interne dépend de la température externe (il manque une donnée pour valeur exacte).

Exercice n° 4 Convection autour d'un fil:

Un courant électrique est passé à travers un fil de 1 mm de diamètre et 10 cm de long. Le fil est immergé dans de l'eau liquide à pression atmosphérique, et le courant est augmenté jusqu'à ce que l'eau bout. Pour cette situation $h = 5000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, et la température de l'eau sera de 100°C . Quelle puissance électrique doit être fournie au fil pour maintenir la surface du fil à 114°C ?

Énoncé :

Fil de diamètre $d = 1 \text{ mm}$, longueur $L = 10 \text{ cm}$.

Température surface 114°C , eau à 100°C .

$$h = 5000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Calculer la puissance électrique nécessaire.

Solution :**Surface latérale :**

$$S = \pi dL = \pi \times 0.001 \times 0.1 = 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Flux :

$$Q = h S (T_s - T_\infty)$$

$$Q = 5000 \times 3.14 \times 10^{-4} \times (114 - 100)$$

$$Q \approx 21.98 \text{ W}$$

Résultat :

$$Q \approx 22 \text{ W}$$

Exercice n° 5 Rayonnement thermique:

Deux plaques noires infinies à 800°C et 300°C échangent de la chaleur par rayonnement. Calculer le transfert de chaleur par unité de surface.

Énoncé :

Deux plaques noires à 800°C et 300°C .

Solution :

Loi de Stefan-Boltzmann :

$$q'' = \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Conversion :

➤ $T_1 = 1073 \text{ K}$

➤ $T_2 = 573 \text{ K}$

Application :

$$q'' = 5.67 \times 10^{-8} (1073^4 - 573^4)$$

$$q'' \approx 6.9 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

Résultat :

$$q'' \approx 69 \text{ kW/m}^2$$

Exercice n° 6 Convection et Rayonnement:

Un tube horizontal en acier d'un diamètre de 5 cm est maintenu à une température de 50°C dans une grande pièce où la température de l'air et des parois est de 20°C. L'émissivité surfacique de l'acier peut être prise égale à 0,8. Pour $h = 6.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, calculez la chaleur totale perdue par le tuyau par unité de longueur.

Énoncé :

Tube acier :

➤ $D = 5 \text{ cm}$

➤ $T_s = 50^\circ\text{C}, T_\infty = 20^\circ\text{C}$

➤ $h = 6.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \varepsilon = 0.8$

Solution :

Convection :

$$q' = h \pi D (T_s - T_\infty)$$

$$q' = 6.5 \times \pi \times 0.05 \times 30 \approx 30.6 \text{ W/m}$$

Rayonnement :

$$Q_{rad} = \varepsilon \sigma \pi D (T_s^4 - T_\infty^4)$$

$$q'_{rad} \approx 25.04 \text{ W/m}$$

Total :

$$q'_{total} = 30.6 + 25.04 = 56 \text{ W/m}$$

Résultat final :

$$q'_{total} \approx 56 \text{ W/m}$$

I.8. Conclusion :

En conclusion, ce chapitre a permis de poser les bases essentielles pour la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur, en introduisant les trois modes fondamentaux que sont la conduction, la convection et le rayonnement. Cette première approche a offert à l'étudiant une vision globale et structurée des mécanismes régissant les échanges thermiques.

Au-delà des définitions, l'objectif est d'amener l'étudiant à développer une compréhension progressive et cohérente des phénomènes physiques, en lien direct avec les applications industrielles. Cette étape constitue un fondement indispensable pour aborder, dans les chapitres suivants, une analyse plus approfondie et quantitative des différents modes de transfert de chaleur.

Ainsi, ce chapitre représente une introduction essentielle qui prépare l'étudiant à maîtriser les outils et les méthodes nécessaires à l'étude et à l'optimisation des systèmes thermiques en génie des procédés.

- [1] Y. Jannot and A. Degiovanni, *Mesure des propriétés thermiques des matériaux: 2e édition revue et augmentée*. ISTE Group, 2024.
- [2] C. Mahboub, “Etude des phénomènes de transfert thermique dans les échangeurs de la chaleur destinés aux applications solaires,” 2016, *Université Mohamed Khider-Biskra*.
- [3] M. Becker, *Heat transfer: a modern approach*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 1: Conduction et convection*, vol. 1. ISTE Group, 2022.
- [5] F. Ferrag, “Introduction aux modes de transfert de chaleur et exercices d’application,” 2020.
- [6] A. TOUATI, “Transfert de chaleur”.
- [7] D. Année, “LIVRET DES COURS”.
- [8] A. Collin, “Transferts de chaleur couplés rayonnement-conduction-convection. Application à des rideaux d’eau soumis à une intense source radiative.,” 2006, *Université Henri Poincaré-Nancy I*.
- [9] A. Triboix and J.-B. Bouvenot, *Transferts thermiques: Méthodes analytiques-49 problèmes d’application résolus-Conduction, Convection, Rayonnement, Échangeurs de chaleur*. Editions Eyrolles, 2021.
- [10] A. LAKROUNE, “Contribution à l’étude des systèmes de réfrigération par l’usage des Nano-fluides.,” 2025, *Faculté des sciences et technologie*.
- [11] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 2: Rayonnement et échangeurs*, vol. 2. ISTE Group, 2022.
- [12] M. Bordjane, “Modes de transfert thermique,” 2017.
- [13] J. Mendonça, “Développement d’un micro-four haute température pour microscope électronique à balayage,” 2022, *Université de Montpellier (UM), FRA*.

II.1 Introduction :

Le transfert de chaleur par conduction est un mode fondamental de transport de l'énergie thermique, se produisant sans déplacement de matière sous l'effet d'un gradient de température. Il joue un rôle essentiel dans de nombreuses applications du génie des procédés, notamment dans les échangeurs de chaleur, les conduites et les systèmes d'isolation[1].

La modélisation de ce phénomène repose sur la loi de Fourier, qui permet d'analyser les transferts thermiques dans différentes géométries et d'introduire des concepts clés tels que la résistance thermique et l'analogie électrique[2].

II.2. Objectifs pédagogiques :

À l'issue de ce chapitre, l'étudiant sera capable de :

- Comprendre le mécanisme du transfert de chaleur par conduction.
- Maîtriser et appliquer la loi de Fourier dans différentes situations.
- Calculer le flux thermique à travers des parois planes simples et composites.
- Déterminer les résistances thermiques et utiliser l'analogie électrique.
- Analyser la conduction thermique dans des géométries cylindriques et sphériques.
- Évaluer l'efficacité d'un isolant et déterminer l'épaisseur critique.
- Résoudre des problèmes pratiques liés aux ailettes thermiques.

II.3. Prérequis :

Pour aborder ce chapitre dans de bonnes conditions, l'étudiant doit maîtriser les notions suivantes :

- Notion de température et d'échelle thermique.
- Principe du flux thermique et bilan d'énergie.
- Notion de gradient (variation spatiale d'une grandeur).
- Bases de physique générale (notamment les phénomènes de transport).

II.4. Question déclenchante :

Pourquoi, dans certains cas, l'ajout d'un isolant thermique peut-il **augmenter** les pertes de chaleur au lieu de les réduire ?

II.5. Annonce du plan :

Ce chapitre est structuré de manière progressive afin de faciliter la compréhension des phénomènes de conduction thermique. Il débute par la présentation de la loi fondamentale de Fourier, suivie de son application à différents cas pratiques, notamment les parois planes simples et composites.

Ensuite, l'étude est étendue aux géométries cylindriques et sphériques, en introduisant la notion de résistance thermique et l'analogie électrique. Une attention particulière est accordée aux phénomènes d'isolation thermique, en particulier à la notion d'épaisseur critique.

Enfin, le chapitre se termine par l'étude de l'équation générale de la conduction et l'analyse des systèmes à ailettes, largement utilisés dans les applications industrielles.

II.6. Generalite sur le transfert de chaleur :**II.6.1. Introduction :**

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre[3].

La thermique (ou la thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final[4].

II.6.2. Définitions :

Un champ de température est la donnée, pour chaque point de l'espace-temps, de la valeur d'une température, il définit mathématiquement par l'équation $T = f(x, y, z, \theta)$.

En chaque point P d'un milieu, on définit une température par certaine coordonnées spatiale et du temps, on distingue des champs instationnaire (variable) et des champs stationnaires (permanent) suivant que la température varie ou non avec le temps[4].

II.6.3. Gradient de température :

On appelle gradient de température T d'un point P de l'espace, le vecteur dont les projections cartésiennes sont[5] :

$$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}. \text{ Il est noté } \overrightarrow{\text{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z \rightarrow$$

II.6.4. Régimes thermiques :**II.6.4.1. Régime permanent :**

La température en tout point du milieu (système) est indépendante du temps[6].

II.6.4.2. Régime périodique établi :

La température, en tout point, effectue des oscillations périodiques indépendantes de la température initiale[7].

II.6.4.3. Régime transitoire :

Qui correspondent à l'évolution d'un système d'un état initial vers un état final provoquée par un changement à l'instant initial des sources ; le champ de température $T(M,t)$ dépend du champ de température initial $T(M,0)$ et du temps[4].

II.6.4.4. Régime variable :

Pour lesquels les sources évoluent constamment, le champ de température $T(M, t)$ dépend des valeurs instantanées des sources et des évolutions antérieures[8].

II.6.5. Flux de chaleur :

Le flux de chaleur (noté Q) entre deux milieux de températures différentes correspond au transfert thermique Q qui s'écoule par unité de temps entre les deux milieux[9].

$$Q = \frac{d\Phi[j]}{d\theta[s]}; [W]$$

- Q est un débit de chaleur, et s'exprime en joules par seconde (**J/s**), c'est-à-dire en **watt (W)**.

Pour les unités de puissance (ou de flux de chaleur), il leur correspond les équivalences :

$$1 \text{ W} = 0,86 \text{ kcal/h}$$

II.6.6. Densité de flux de chaleur :

On définit la densité de flux thermique notée comme la puissance échangée par unité de surface telle que[10] :

$$q'' = \frac{d\Phi[j]}{A d\theta[m^2.s]}; [W/m^2] \text{ ou } [Kcal/hm^2]$$

II.6.7. Bilan d'énergie :

IL faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être : **Figure (II.1)**

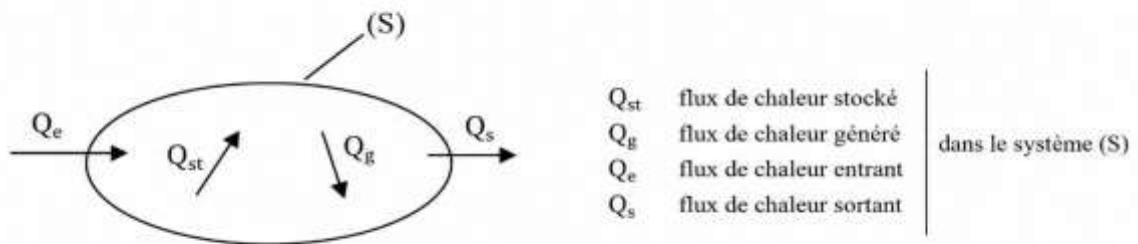


Figure (II.1) : Bilan des flux de chaleur dans un système thermodynamique.

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$[\text{CE QUI RENTRE}] + [\text{CE QUI EST GÉNÉRÉ}] = [\text{CE QUI SORT}] + [\text{CE QUI S'ACCUMULE}]$$

$$Q_e + Q_g = Q_s + Q_{st} \quad (W)$$

II.6.7.1. Stockage d'énergie :

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante)[11] :

Équation corrigée :

$$Q(st) = \rho V c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (W)$$

Avec :

- **Q** : flux de chaleur stocké (W).
- **ρ** : masse volumique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).
- **V** : volume (m^3).
- **c** : chaleur massique ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$).
- **T** : température ($^\circ\text{C}$).
- **t** : temps (s).

II.6.7.2. Génération d'énergie :

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. Nous pouvons l'écrire sous la forme[12] :

$$Q_g = \dot{q} V \quad (W)$$

Avec :

- Q_g : Flux d'énergie thermique générée (W)
- $\dot{q}$: Densité volumique d'énergie générée ($W\ m^{-3}$)
- V : Volume (m^3)

II.6.8. Modes de transfert de chaleur :

Le transfert thermique peut être effectué par trois modes de transmission de la chaleur :

1. Transfert de chaleur par conduction.
2. Transfert de chaleur par Convection.
3. Transfert de chaleur par rayonnement.

II.7. Conduction thermique :

II.7.1. Définition :

La conduction ou la diffusion thermique est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule l'intérieure d'un milieu opaque (solide, liquide ou gazeux) sans déplacement de la matière, d'une région à haute température vers une autre à basse température, ou entre différents milieux mis en contact direct. Elle s'effectue selon deux mécanismes différents : une transmission par vibration des molécules ou atomes et une transmission par les électrons libres[4].

Ce mode de transfert est le seul mécanisme au moyen duquel la chaleur peut s'écouler dans les corps solides (qui absorbe tous les rayons). **Figure (II.2)**

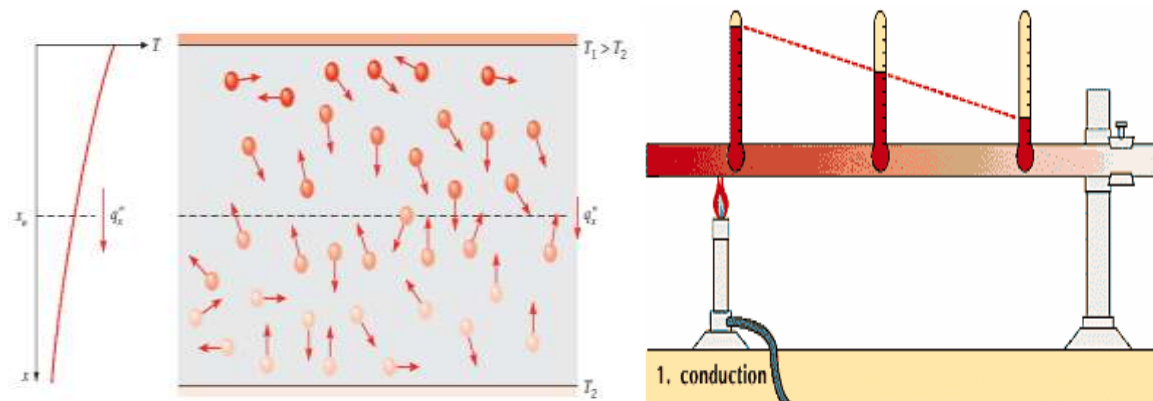


Figure (II.2) : Transfert de chaleur par conduction avec diffusion d'énergie due à l'activité moléculaire.

II.7.2. Loi fondamentale de la conduction-Loi de Fourier :

Le flux de chaleur transféré par conduction dans une direction donnée est proportionnel au gradient de température dans cette direction. Cette loi, dite de Fourier (1822), Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) est un mathématicien et physicien Français propose la loi de la conduction[13] **Figure (II.3).**

$$\vec{Q} = -\lambda \vec{\text{grad}}(T)$$

$$Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}$$

(W)

avec : Q Flux de chaleur transmis par conduction (W)

 λ Conductivité thermique du milieu (W m⁻¹ °C⁻¹)

 x Variable d'espace dans la direction du flux (m)

 S Aire de la section de passage du flux de chaleur (m²)

Figure (II.3) : Loi fondamentale de la conduction-Loi de Fourier.

Tel que : Conductivité ou conductibilité thermique, est une propriété physique caractéristique du milieu matériel. Son unité est :

Système d'unité	Système international (SI)	Système thermiciens (S Th)	Système anglo-saxon (SAS)
Unité	$\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$	$\frac{kcal}{h \cdot m \cdot ^\circ C}$	$\frac{Btu}{hr \cdot ft \cdot ^\circ F}$

Tableau (II.1) : Conductivité ou conductibilité thermique, est une propriété physique caractéristique du milieu matériel. Son unité.

II.7.3. Conduction unidirectionnelle en régime permanent :

II.7.3.1. Hypothèses :

1. La chaleur se propage principalement sur l'axe x (1-D).
2. Régime permanent-Conductivité thermique constante.
3. Pas de génération interne (pas de terme source)

II.7.3.2. Définition :

La conduction thermique (ou diffusion thermique) est un mode de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu, ou entre

deux milieux en contact, et se réalisant sans déplacement global de matière[14]. **Figure (II.4).**

1. L'une des configurations possibles est d'imaginer que chacune des parois est maintenue à une température constante et connue.
2. Le profil de température est linéaire, avec un gradient égal à $-(T_f - T_c) / e$
3. La quantité de flux de chaleur à travers le mur est donnée par la loi de Fourier :

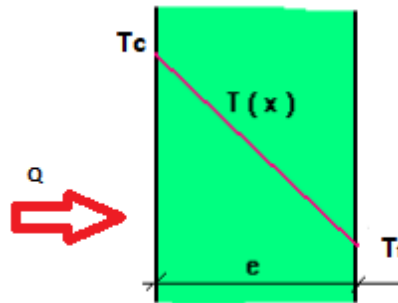


Figure (II.4) : Transfert de dans une paroi plane.

$$\begin{aligned}
 Q &= -\lambda S \frac{dT}{dx} \Rightarrow Q dx = -\lambda S dT \\
 Q \int_0^e dx &= -\lambda S \int_{T_c}^{T_f} dT' \Rightarrow Q = \frac{(T_c - T_f) e}{\lambda S} = \\
 &= \frac{(T_c - T_f)}{R} \Rightarrow R = \frac{e}{\lambda S}
 \end{aligned}$$

Tel que : R appelé **la résistance thermique** de la paroi considérée s'exprime en Kelvin/Watt (K/W) ou en ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$).

Cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique[15]. La température apparait ainsi comme un potentiel thermique et le terme apparait comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de surface latérale S , on a donc le schéma équivalent suivant : **Figure (II.5).**

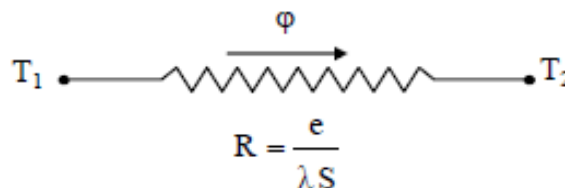


Figure (II.5) : Schéma électrique équivalent.

La densité de flux thermique à travers le mur est donc :

$$q'' = Q / S = \lambda (T_c - T_f) / e \text{ en } (W/m^2)$$

Tel que :

- e : l'épaisseur en (m).
- λ : la conductivité thermique en (W/ m.K).
- S : aire de surface en (m²).

Exercice N° :1 :

Calculer le flux de chaleur par conduction à travers un mur de pierre d'épaisseur 0.35 m, de hauteur 3.5 m, et de longueur 5.7 m. Les températures des faces sont respectivement 22°C et 7 °C. $\lambda = 0.805$ kcal/h.m.°C. (Le régime est permanent, pas de source de chaleur, unidirectionnelle).

Solution :

1. Le régime est permanent.
2. Pas de source de chaleur.
3. Unidirectionnelle.

Pour calculer le flux de chaleur par conduction nous utilisons la loi de Fourier (1822)

$$Q = \frac{(T_c - T_f) \lambda S}{e} \Rightarrow Q = \frac{(22 - 7) \times 0.805 \times 5.7 \times 3.5}{0.35} = 688,275 \frac{kcal}{h} = 0,79916 kW$$

II.7.3.3. Transfert de chaleur à travers un Mur multicouches :

C'est le cas des murs réels constitués de plusieurs couches de matériaux différents illustré ci-dessous avec les dimensions dans les trois directions. Supposant une conduction unidimensionnelle et connaissant les températures des surfaces de gauche et celle de droite respectivement T_1 et T_4 , de même que les conductivités thermiques de ces différentes couches [16]. **Figure (II.6).**

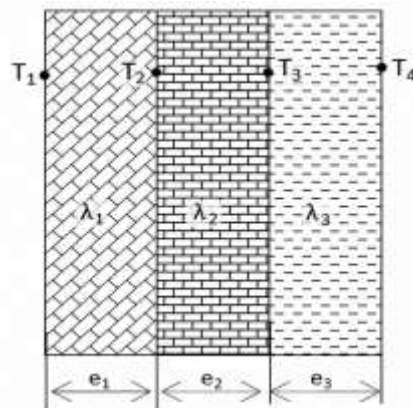


Figure (II.6) : Transfert de chaleur à travers un Mur multicouches.

La conservation du flux thermique implique les égalités suivantes :

$$Q = \lambda_1 \cdot \frac{S}{e_1} \cdot (T_1 - T_2) = \lambda_2 \cdot \frac{S}{e_2} \cdot (T_2 - T_3) = \lambda_3 \cdot \frac{S}{e_3} \cdot (T_3 - T_4) = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S}}$$

$$= \frac{(T_2 - T_3)}{\frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S}} = \frac{(T_3 - T_4)}{\frac{e_3}{\lambda_3 \cdot S}} = \frac{(T_1 - T_4)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(T_1 - T_4)}{\sum_{i=1}^3 R_i} \quad R_e = \sum_{i=1}^n R_i$$

⇒ Le mur composé se comporte donc, comme un mur simple de résistance thermique équivalente R_e . **Figure (II.7).**

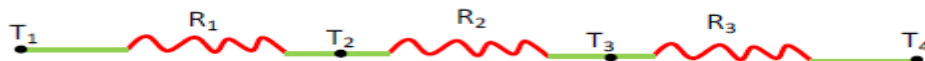


Figure (II.7) : Schéma électrique équivalent.

II.7.3.4. Transfert de chaleur à travers un cylindre creux à faces isothermes :

On considère un cylindre creux homogène et suffisamment long de conductivité thermique, de rayon intérieur r_i , de rayon extérieur r_e , de longueur L , les températures des faces internes et externes étant respectivement T_1 et T_2 tel que $T_1 > T_2$ la figure suivante. On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial[9]. La quantité de flux de chaleur radial transmis par conduction à travers un cylindre est donnée par la loi de Fourier : **Figure (II.8).**

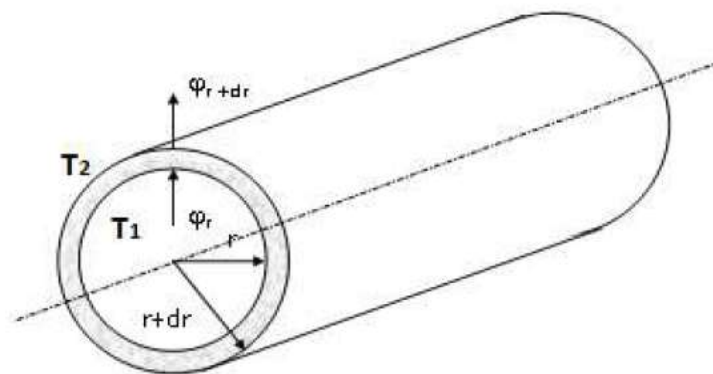


Figure (II.8) : Transfert de chaleur à travers un cylindre creux.

Est le gradient de température dans la direction radiale :

$$Q = -\lambda S \frac{dT}{dr} \quad \text{où } \frac{dT}{dr}$$

Pour le cylindre creux, l'aire est une fonction du rayon r et de longueur L :

$$S = 2 \pi r L$$

$$Q = -\lambda 2\pi r L dT/dr \quad Q \frac{dr}{r} = -\lambda 2\pi L dT \quad Q \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\lambda 2\pi L \int_{T_1}^{T_2} dT \quad Q \ln \frac{r_e}{r_i} = -2\pi \lambda L (T_1 - T_2)$$

$$Q = \frac{2\pi \lambda L (T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_e}{r_i}} \quad \text{Tel que } R_{th} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi \lambda L}$$

Le régime permanent $Q = Cte$

Appelée la résistance thermique d'un cylindre creux s'exprime en Kelvin/Watt (K/W) ou en (°C/W).

Exercice N° :2 :

Calculer la perte de chaleur par conduction à travers la paroi d'un tube de cuivre de 10/12 (diamètre intérieur et extérieur en mm) et de longueur 15m. La température de la paroi interne est de 100°C, celle de la paroi externe 99,8°C. $\lambda_{CU} = 330 \text{ Kcal/h m } ^\circ\text{C}$

Solution On utilise l'équation

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi \lambda L}} = \frac{(100 - 99,8)}{\frac{\ln \frac{12}{10}}{2\pi \times 330 \times 15}} = 34120 \text{ Kcal/h} = 39,674 \text{ KW}$$

II.7.3.5. Transfert de chaleur à travers un Cylindre creux multicouches :

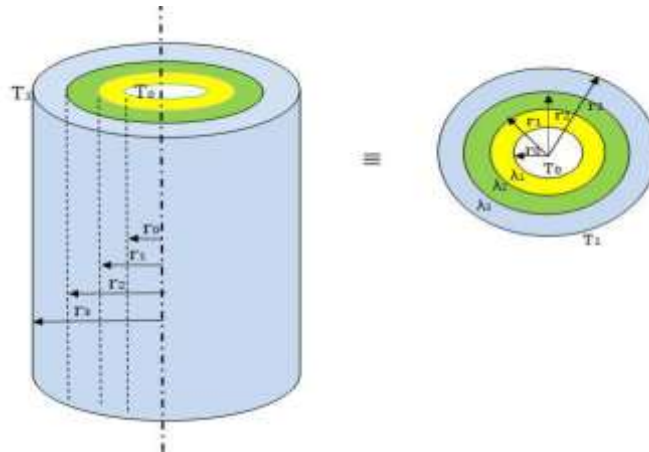


Figure (II.9) : Transfert de chaleur dans une couche cylindrique composite.

En Régime permanent, le flux thermique s'exprime par :

$$Q = \frac{(T_0 - T_1)}{\frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{2\pi \lambda_1 L} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda_2 L} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi \lambda_3 L}}$$

On en déduit, l'expression de la résistance thermique équivalente :

$$R_{eq} = \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{2\pi \lambda_1 L} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda_2 L} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi \lambda_3 L} = R_{th_{cd1}} + R_{th_{cd2}} + R_{th_{cd3}}$$

Le circuit thermique équivalent à ce problème est le montage de 3 résistances thermiques en série : **Figure (II.10)**.

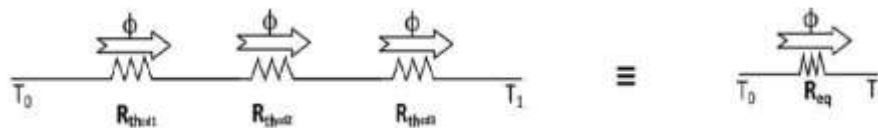


Figure (II.10) : Analogie électrique des résistances thermiques en série et résistance équivalente.

En régime permanent, le flux thermique s'exprime par :

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{\sum_{i=1}^n \ln \frac{r_n}{r_{(n-1)}}}{2\pi\lambda_n L}}$$

Il en résulte ainsi l'expression de la résistance thermique équivalente :

$$R_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln \frac{r_n}{r_{(n-1)}}}{2\pi\lambda_n L}$$

n: nombre de couches cylindriques.

λ_i : conductivité thermique relative à la couche i.

II.7.3.6. Transfert de chaleur à travers une sphère creuse à faces isothermes :

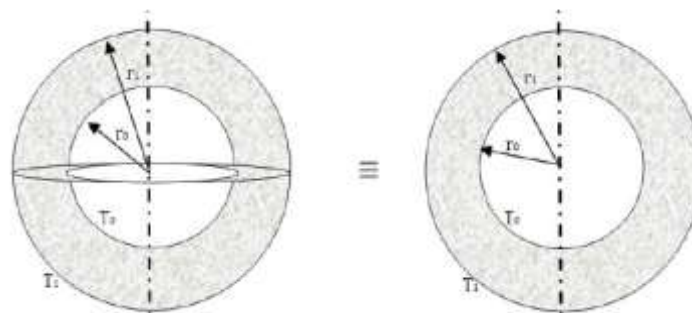


Figure (II.11) : Transfert de chaleur d'une sphère creuse.

La quantité de flux de chaleur radial transmis par conduction à travers une sphère creuse est donnée par la loi de Fourier :

$$Q = -\lambda S \frac{dT}{dr} \quad \text{où } \frac{dT}{dr}$$

Est le gradient de température dans la direction radiale

Pour la sphère creuse l'aire est donnée par la relation suivante :

$$S = 4 \pi r^2$$

Les températures des faces internes et externes étant respectivement T_0 et T_2 tel que $T_0 > T_1$

Le flux de chaleur par conduction peut donc s'exprimer sous la forme :

$$Q = -4 \lambda \pi r^2 dr/dT$$

Le régime permanent $Q = \text{Cte}$

$$Q \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = -4\pi\lambda \int_{T_0}^{T_1} dT \text{ où, } Q \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_0}^{r_1} = 4\pi\lambda(T_0 - T_1)$$

L'expression du flux thermique peut être écrite sous la forme :

$$Q = \frac{4\pi\lambda r_1 r_0 (T_0 - T_1)}{(r_1 - r_0)}$$

La résistance thermique d'une sphère creuse est :

$$R_{th} = \frac{(r_1 - r_0)}{4\pi\lambda r_1 r_0}$$

S'exprime en Kelvin/Watt (K/W) ou en (°C/W).

II.7.3.7. Transfert de chaleur à travers une Sphère creuse composite :

En régime permanent, le flux thermique s'exprime par :

$$Q = \frac{(T_0 - T_1)}{\frac{(r_1 - r_0)}{4\pi\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r_2 - r_1)}{4\pi\lambda_2 r_3 r_2}}$$

On en déduit, l'expression de la résistance thermique équivalente :

$$R_{eq} = \frac{(r_1 - r_0)}{4\pi\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r_2 - r_1)}{4\pi\lambda_2 r_3 r_2} = R_{thcd1} + R_{thcd2}$$

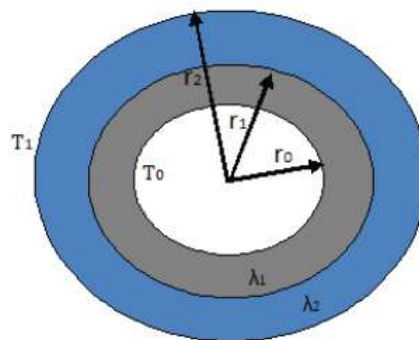
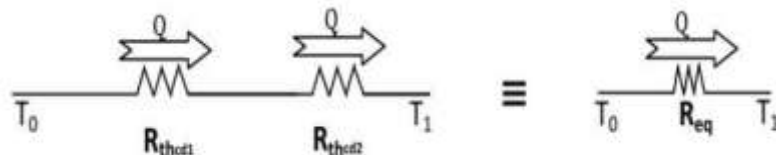


Figure (II.12) : Transfert de chaleur d'une sphère creuse en contact de deux fluides.

Le circuit thermique équivalent à ce problème est le montage de deux résistances thermiques en série :



II.7.3.8. Généralisation :

En régime permanent, le flux thermique s'exprime par :

Remplace i En n dans L'équation

$$Q = \frac{(T_0 - T_1)}{\sum_{i=1}^n \frac{(r_n - r_{n-1})}{4\pi\lambda_i r_n r_{n-1}}}$$

IL en résulte ainsi l'expression de la résistance thermique équivalente :

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n \frac{(r_n - r_{i-1})}{4\pi\lambda_i r_n r_{n-1}}$$

n : nombre de couches sphériques.

λ_i : Conductivité thermique relative à la couche i.

II.7.3.9. Isolation thermique :

L'isolation thermique désigne l'ensemble des techniques mises en œuvre pour limiter les transferts de chaleur entre un milieu chaud et un milieu froid. L'isolation thermique est utilisée dans nombreux domaines incluant notamment : le bâtiment (maintien d'une température de confort à l'intérieur des habitations), l'industrie, l'automobile, et le textile[17].

II.7.3.10. Épaisseur critique d'un mur composé entre deux fluides :

L'épaisseur **e_A** constante et l'épaisseur **e_B** variable, le régime permanent pas de source de chaleur. **Figure (II.13).**

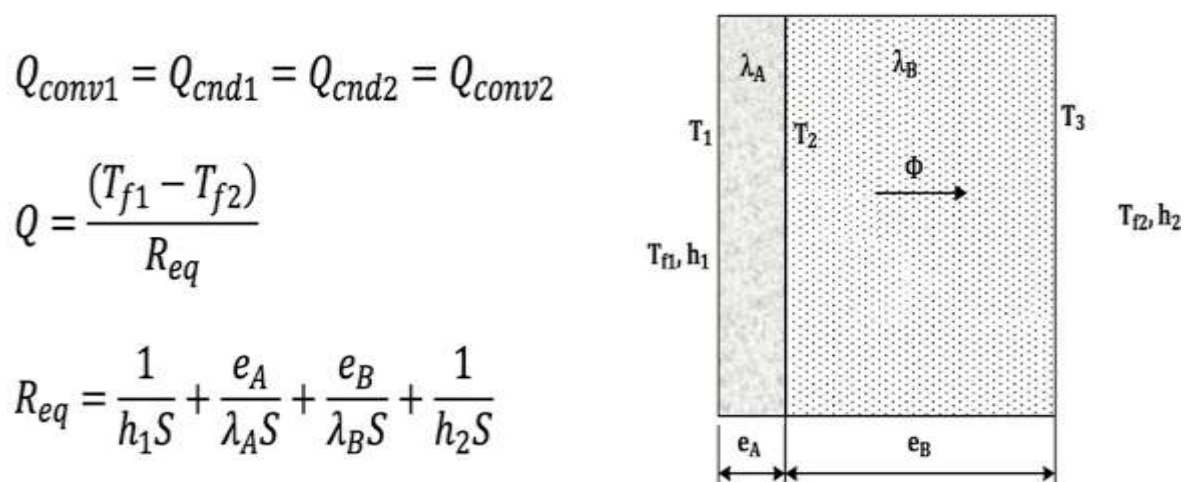


Figure (II.13) : Mur composé entre deux fluides.

Si on augmente **e_B** la résistance R augmente aussi, ainsi que la résistance équivalente **R_{eq}** qui fait diminuer le flux de chaleur **Q**.

II.7.3.11 Calorifugeage des cylindres :

On pourrait penser qu'il suffit de recouvrir une surface par une couche d'un matériau peu conducteur pour réduire les pertes thermiques, et que plus l'épaisseur de revêtement est importante, plus les pertes sont faibles. Ceci est exact pour des surfaces planes, mais ne l'est pas toujours pour des surfaces courbes. Considérons un tube cylindrique composite de longueur L et de rayon r_1 et r_2 . Supposons que de ce tube soit calorifugé par un calorifuge de rayon extérieur r et de conductivité λ_2 . h_1 et h_2 sont les coefficients de convection avec l'air ambiant et le fluide chaud intérieur, le régime permanent pas de source de chaleur[18].

Figure (II.14).

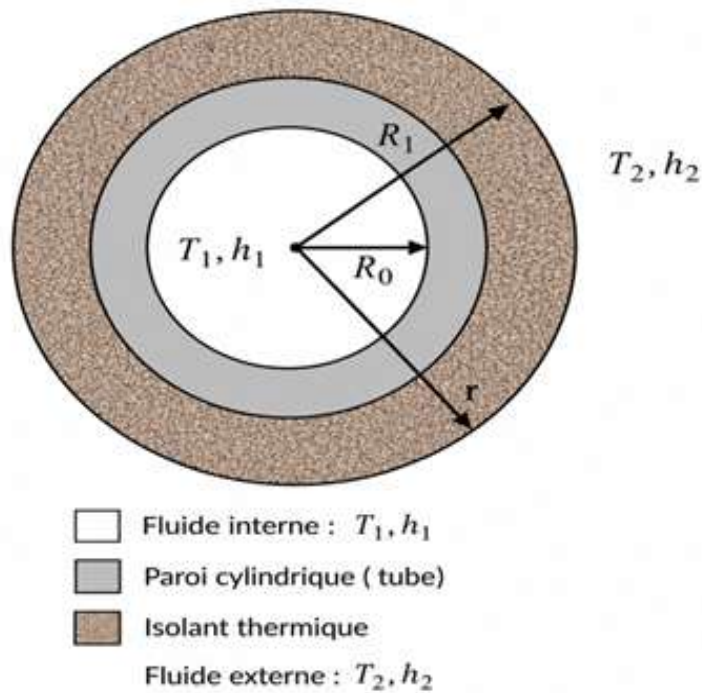


Figure (II.14) : Calorifugeage des tubes.

$$Q = Q_{conv1} = Q_{cnd1} = Q_{cnd2} = Q_{conv2}$$

$$Q = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{R_{conv1} + R_{cnd1} + R_{cnd2} + R_{conv2}} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{h_1 2\pi r_0 L} + \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{2\pi \lambda_1 L} + \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{2\pi \lambda_2 L} + \frac{1}{h_2 2\pi r L}$$

$$\text{Tel que } R_{cnd2} = \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{2\pi \lambda_2 L} \text{ et } R_{conv2} = \frac{1}{h_2 2\pi r L}$$

Si on augmente l'épaisseur du calorifuge r donc R_{cod2} augmente et R_{Cov} diminue.

Pour que flux de chaleur Q augmente il faut que R_{eq} diminue.

$$FR_{eq} = \frac{1}{h_1 2\pi r_0 L} + \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{2\pi \lambda_1 L} + \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{2\pi \lambda_2 L} + \frac{1}{h_2 2\pi r L}$$

On suppose que $\frac{r}{r_2} = x$

$$f(x) = \frac{1}{h_1 r_0} + \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{\lambda_1} + \frac{\ln(x)}{\lambda_2} + \frac{1}{x h_2 r_1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\lambda_2 x} - \frac{1}{x^2 r_1 h_2} = \frac{x r_1 h_2 - \lambda_2}{\lambda_2 x^2 r_1 h_2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda_2}{r_1 h_2} = \frac{r}{r_1}$$

$$\text{Le rayon critique } r_c = \frac{\lambda_2}{h_2}$$

C'est le rayon critique qui donne la valeur max du flux de chaleur Max.

Le calorifugeage peut conduire à une augmentation du flux de perte thermique.

II.7.3.12. Calorifugeage des Sphère :

Pour les mêmes conditions et les mêmes hypothèses simplificatrices on obtient l'équation suivante :

$$Q = \frac{Q_{conv1} = Q_{cnd1} = Q_{cnd2} = Q_{conv2} \Rightarrow (T_{f1} - T_{f2})}{R_{eq}} = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{R_{conv1} + R_{cnd1} + R_{cnd2} + R_{conv2}}$$

$$Q = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\frac{1}{h_1 4\pi r_0^2} + \frac{(r_1 - r_0)}{4\pi \lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r - r_1)}{4\pi \lambda_2 r r_1} + \frac{1}{h_2 4\pi r^2}}$$

$$R_{cnd2} = \frac{(r - r_1)}{4\pi \lambda_2 r r_1} = \frac{1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)}{4\pi \lambda_2 r_1}, \text{ et } R_{conv2} = \frac{1}{h_2 4\pi r^2}$$

Si on augmente l'épaisseur de la couche isolante r donc R_{cod2} diminue et R_{Cov2} diminue.

Pour que flux de chaleur Q augmente il faut que R_{eq} diminue.

$$R_{eq} = \frac{1}{h_1 4\pi r_0^2} + \frac{(r_1 - r_0)}{4\pi \lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r - r_1)}{4\pi \lambda_2 r r_1} + \frac{1}{h_2 4\pi r^2}$$

$$4\pi R_{eq} = \frac{1}{h_1 r_0^2} + \frac{(r_1 - r_0)}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r - r_1)}{\lambda_2 r r_1} + \frac{1}{h_2 r^2}$$

$$\text{On suppose que } 4\pi R_{eq} = f(r) = \frac{1}{h_1 r_0^2} + \frac{(r_1 - r_0)}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{(r - r_1)}{\lambda_2 r r_1} + \frac{1}{h_2 r^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\lambda_2 r^2} - \frac{2}{h_2 r^3} \quad f'(x) = 0 \Rightarrow r = \frac{2\lambda_2}{h_2}$$

Le rayon pour lequel la résistance est Min c'est : $r = \frac{2\lambda_2}{h_2}$

II.8. Equation générale de la conduction :

La conduction est la transmission de la chaleur à travers un corps sans déplacement de la matière. Le transfert de la chaleur comme l'énergie, est associée aux mouvements de vibration et de rotation des molécules et atomes, (énergie transformée en chaleur irréversiblement). Ce mode de transfert de chaleur peut être aisément modéliser et décrit mathématiquement[19].

II.8.1. Développement de l'équation différentielle générale de la conduction :

Pour la description analytique ou mathématique, on doit premièrement développer l'équation générale de la conduction en coordonnées cartésiennes puis, avec le même principe, où en coordonnées cylindriques et sphériques, peuvent être déduites. Considérant un volume infinitésimal (dV) dans un système de coordonnées cartésiennes (**O, x, y, z ; voir Figure (II.15)**)[20].

Le principe de conservation de l'énergie pour le volume de contrôle de la figure (**Figure (II.15)**) pendant le temps dt, peut être formulé comme suit :

L'utilisation de la loi de Fourier permet d'exprimer les quantités de chaleur relativement à la section perpendiculaire à l'axe des (x par exemple).

La chaleur transportée à travers la surface de gauche de (dV) dans la direction (x) est donnée par :

$$dQ_x = -\lambda \cdot dydz \cdot \frac{\partial T}{\partial x}; (ds = dy \cdot dz)$$

La chaleur transportée (sortie) à travers la surface de droite de (dV) dans la direction (x) est donnée par :

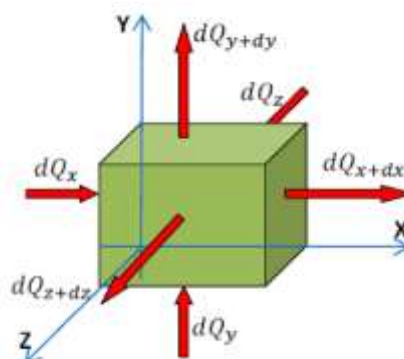


Figure (II.15) : Modelé de volume infinitésimal.

$$dQ_{x+dx} = dQ_x + \frac{\partial}{\partial x}(dQ_x)dx + \dots; (\text{developpement en série de Taylor})$$

$$dQ_{x+dx} = -\lambda \cdot dydz \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot dydz \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$

$$dQ_{x+dx} = -\lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right] dydz$$

Le bilan énergétique sur l'élément (dV) implique que la chaleur transportée à travers la surface à gauche de (dV) dans la direction (x) plus la quantité de chaleur générée dans (dV) est égale à la chaleur transportée à travers la surface à droite de (dV) dans la direction (x) plus le changement en énergie interne[21].

Le bilan thermique relativement à l'axe des (X) est donnée par :

$$\begin{aligned} dQ_x - dQ_{x+dx} &= -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dydz + \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dydz + \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dxdydz = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] dxdydz \\ \Rightarrow dQ_x - dQ_{x+dx} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] dxdydz (2 - 1) \end{aligned}$$

Suivant l'axe des (y) :

$$\begin{aligned} \Rightarrow dQ_y - dQ_{y+dy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] dxdydz (2 - 2) \\ \Rightarrow dQ_z - dQ_{z+dz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] dxdydz (2 - 3) \end{aligned}$$

Suivant les trois directions, le bilan des quantités de chaleur transmises par conduction à travers le volume (dV) est donné par :

$$\begin{aligned} &dQ_x - dQ_{x+dx} + dQ_y - dQ_{y+dy} + dQ_z - dQ_{z+dz} \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dxdydz \end{aligned}$$

Soit la quantité est défini comme étant, le taux de génération de l'énergie par unité de volume à l'intérieur du volume de contrôle.

$$Q'(x, y, z, t)$$

⇒ L'ensemble de la chaleur transmise par conduction et celle générée à l'intérieur du (VC), s'accouplent pour augmenter l'énergie interne de l'élément de volume (dV), avec la quantité (dQ) donnée par :

$$\begin{aligned} dQ &= m \cdot C_p dT = \rho \cdot dV \cdot C_p dT = \rho c dxdydz \frac{\partial T}{\partial t} \\ (C_p = c) &: \text{la chaleur spécifique du matériau.} \end{aligned}$$

D'où l'énergie interne provient du mouvement aléatoire des molécules dans le système de (volume, dv), le mouvement des molécules est fonction de la température donc, l'énergie interne est équivalente à une énergie thermique. **Figure (II.16).**

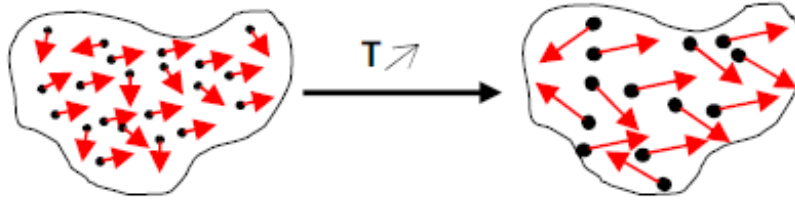


Figure (II.16) : Énergie interne due à l'agitation thermique.

Le bilan énergétique final implique que :

La chaleur entrée par conduction (1) + La chaleur générée dans l'élément (dV) (2) = La chaleur dissipée par conduction (3) + Le changement en énergie interne (4), (voir schéma ci-dessous). **Figure (II.17).**

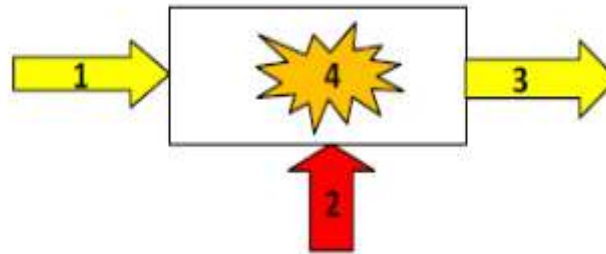


Figure (II.17) : Schéma de bilan énergétique.

3Le bilan énergétique final est donné par $[(2 - 5) = (2 - 3') + (2 - 4)]$:

$$\rho c dx dy dz = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz + Q'(x, y, z, t) dx dy dz$$

$$\Rightarrow \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q' \quad (2-6)$$

Puisque les propriétés des matériaux (K, ρ et C) sont des variables dépendantes des coordonnées (x, y et z) ainsi que le temps (t), cette équation générale de conduction (2-6) est valable même pour les milieux hétérogènes anisotropes.

Pour les corps isotropes et homogènes, cette équation peut être arrangée sous formes suivantes:

(2-8)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q'}{\rho c} \quad (2-7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \nabla^2 T + \frac{Q'}{\rho c} \quad (2-8)$$

Où $\alpha = (\lambda/\rho c)$ est le coefficient de diffusivité thermique.

II.8.2. Equation différentielle générale de la conduction coordonnée cylindriques :

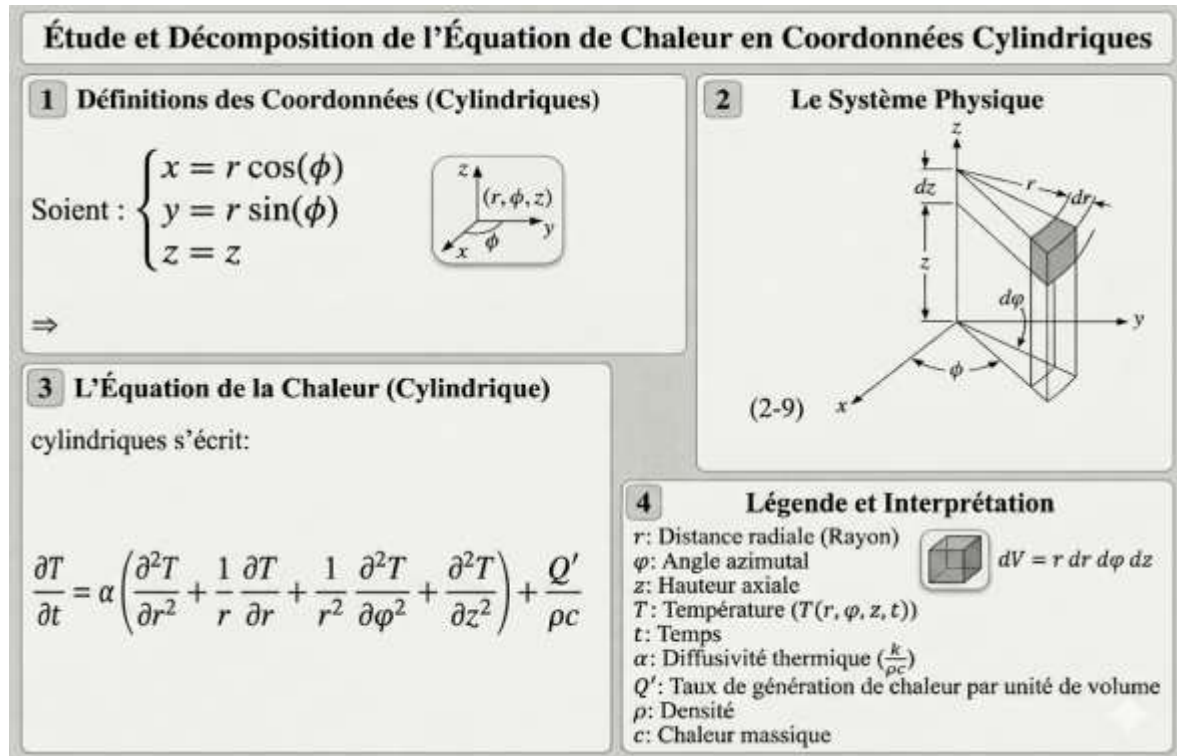


Figure (II.18) : Étude et Décomposition de l'Équation de Chaleur en Coordonnées Cylindriques.

II.8.3. Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées sphériques :

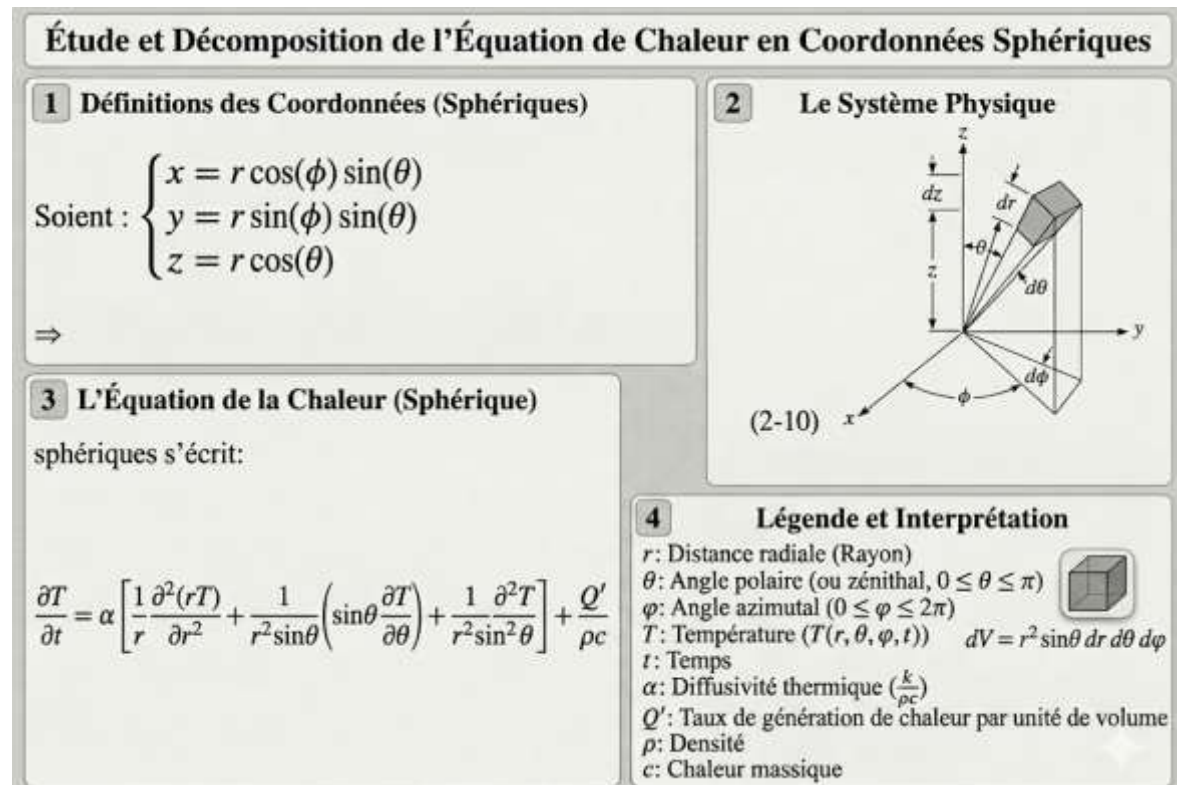


Figure (II.19) : Étude et Décomposition de l'Équation de Chaleur en Coordonnées Sphériques.

II.9. Les ailettes :**II.9.1. Introduction :**

Les travaux étudiant la distribution de température dans les ailettes sont nombreux, en particulier ceux ayant de larges rapports d'aspect des ailettes simples et leurs efficacités. Une ailette est un dispositif thermique visant à augmenter la surface de contact avec un fluide extérieur pour augmenter les échanges convectifs, et donc le transfert de chaleur. Selon les lois de la physique, le coefficient de conductivité de l'air est inférieur d'environ 25 fois à celui de l'eau, pour évacuer la même quantité de chaleur, il faut donc augmenter considérablement la surface métallique en contact avec le fluide de refroidissement. Technologiquement cela se traduit par l'utilisation d'ailettes[22].

II.9.2. Généralités sur les ailettes :**II.9.2.1. Définitions d'une ailette :**

Une ailette est un dispositif thermique visant à augmenter la surface de contact avec un fluide extérieur pour augmenter les échanges convectifs, et donc le transfert de chaleur.

L'ailette est le corps chaud, la chaleur se propage par conduction à travers l'ailette qui est refroidi par convection par le fluide environnant[23].

Le choix des ailettes résulte finalement d'un compromis entre le prix, les pertes de charge et les qualités de chaleur échangée. Parce que les ailettes sont utilisées pour améliorer le transfert de chaleur, leur forme doit être optimisée de telle sorte que le flux de chaleur est maximisé lorsque l'espace et les matériaux utilisés pour les surfaces à ailettes sont contraints[24].

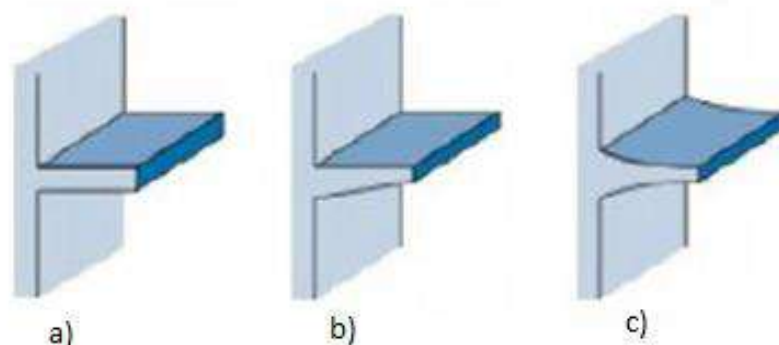
II.9.2.2. Différentes type d'ailettes :

Figure (II.20) : Ailette rectangulaire a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

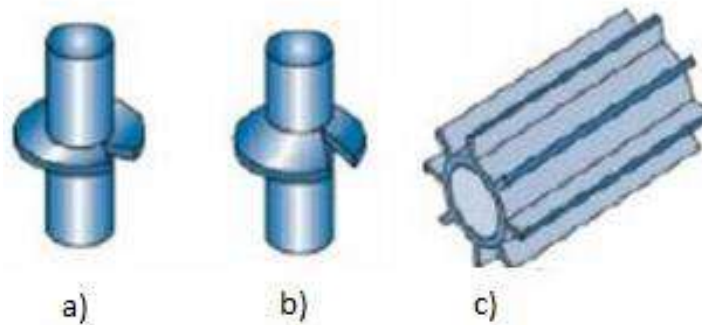


Figure (II.21) : : Ailette cylindrique a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

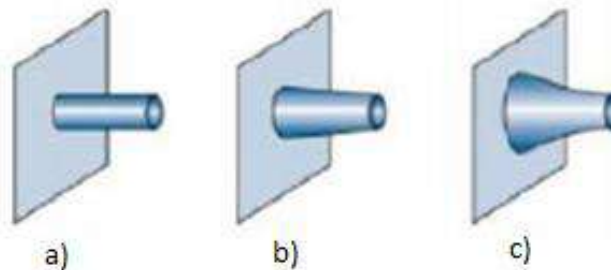


Figure (II.22) : Ailette rectangulaire parabolique a) rectangulaire. b) trapézoïdale. c) parabolique.

II.9.3. Importance d'utilisation de l'ailette :

Les ailettes sont utilisées lorsqu'il faut extraire une quantité de chaleur importante dans un encombrement réduit, par exemple dans le radiateur d'automobile, le carter de moteur refroidi par air, l'évaporateur de climatiseur, etc. L'importance des ailettes, même si leur forme peut beaucoup varier, les ailettes sont indispensables pour améliorer le rendement de tout échangeur de chaleur. Que le but soit de refroidir un élément en transmettant sa chaleur à l'air ambiant, ou au contraire de chauffer un fluide grâce à une résistance électrique, le principe des échangeurs reste toujours le même, et des ailettes y sont presque toujours associées[22].

II.9.4. Domaines technologiques et application des ailettes existent :

II.9.4.1. Électronique et Informatique :

Les circuits intégrés qui composent un ordinateur, le processeur et le processeur graphique notamment, sont des composants actifs dont une grosse partie de l'énergie qu'ils consomment est convertie en chaleur. Ce qui explique la nécessité de refroidir ces composants[25].

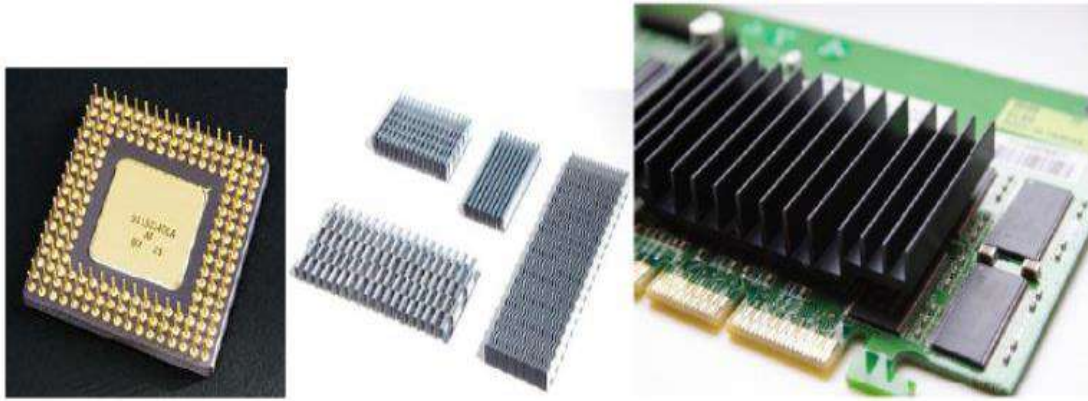


Figure (II.23) : Microprocesseur.

II.9.4.2. La Mécanique de l'automobile :

Dans une automobile le circuit de refroidissement à eau comprend, entre autres tuyaux, la « pompe à eau », le réservoir d'eau, le radiateur et le calorstat.



Figure (II.24) : Refroidisseur d'huile.



Figure (II.25) : Refroidisseur d'eau.

II.9.4.3. Moteur Mécanique :

La chaleur de la combustion du moteur est évacuée par de nombreuses ailettes venues de fonderie avec les cylindres et les culasses. Il est évidemment nécessaire d'avoir un certain vent relatif pour que le système soit efficace et que le moteur ne chauffe pas anormalement ; c'est pourquoi c'est surtout sur les avions et les motos qu'il a été employé. Tous les moteurs d'avions légers sont équipés de moteurs à cylindres à plat refroidis par air[22].



Figure (II.26) : Moteur Mécanique.

II.9.4.4. Les radiateurs :

Les ailettes thermiques peuvent aussi être nommées radiateurs. Leur but est alors de refroidir un élément, en transmettant l'excédent de chaleur au milieu extérieur, c'est-à-dire l'air dans la plupart des cas. Le radiateur d'une voiture permet de refroidir le moteur. Le liquide de refroidissement circule dans des tubes auxquels sont associées des ailettes thermiques qui transmettent cette chaleur à l'air Fig. I.9. La circulation de l'air est assurée par la vitesse du véhicule, ce qui assure un phénomène de convection suffisant[22].

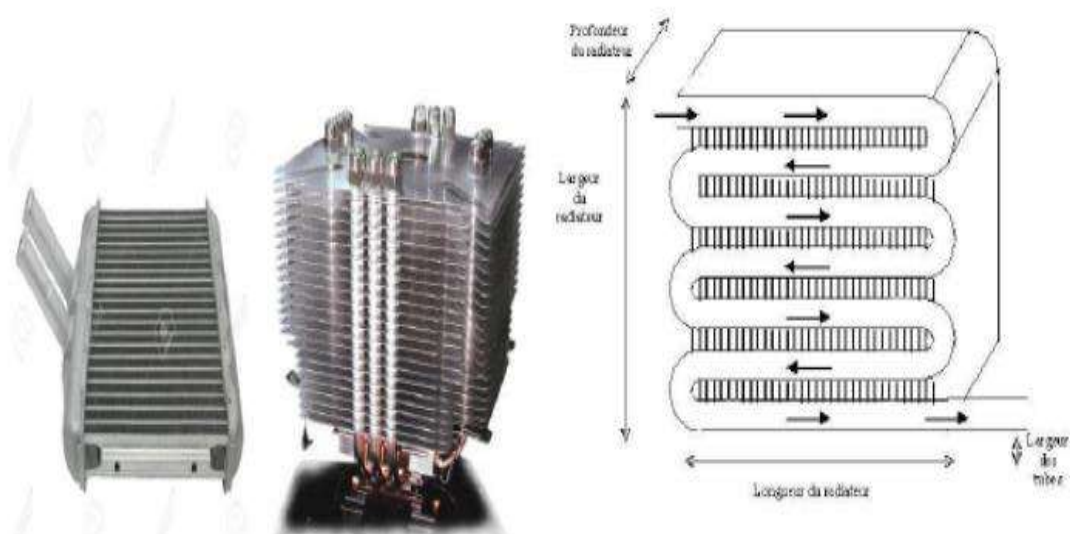


Figure (II.27) : Radiateur.

II.9.5. La distribution de température le long de l'ailette :

Pour déterminer le flux de transfert de chaleur associé à une ailette, il faut d'abord obtenir la distribution de température le long de l'ailette. Comme nous l'avons fait pour les systèmes précédents, nous commençons par effectuer un bilan énergétique sur un élément différentiel approprié. Cependant, en pratique, l'ailette est mince et les variations de température dans la direction transversale à l'intérieur de l'ailette sont faibles par rapport à la différence de température entre l'ailette et l'environnement. Par conséquent, nous pouvons supposer que la température est uniforme sur toute l'épaisseur des ailettes, c'est-à-dire qu'elle n'est qu'une fonction de x . Nous considérerons les conditions de régime permanent et supposerons également que la conductivité thermique est constante, que le rayonnement de la surface est négligeable, que les effets de génération de chaleur sont absents et que le coefficient de transfert de chaleur par convection h est uniforme sur la surface[26].

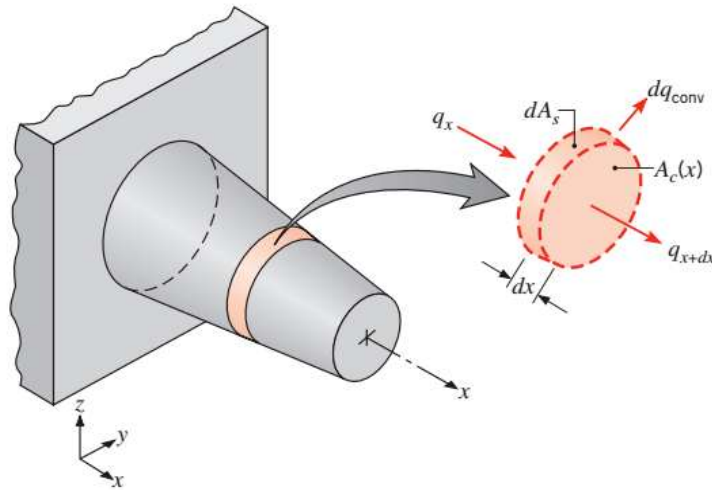


Figure (II.28) : Bilan énergétique pour une surface étendue.

En appliquant l'équation 2.1 de conservation d'énergie à l'élément différentiel de la **Figure (II.28)**, nous obtenons :

$$\dot{E}_{st} \equiv \frac{dE_{st}}{dt} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g \quad (2.1)$$

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} \quad (2.2)$$

De la loi de Fourier, nous savons que :

$$q_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} \quad (2.3)$$

Où A_c est l'aire de la section transversale, qui peut varier avec x . Puisque le flux de chaleur de conduction à $x + dx$ peut être exprimé comme :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \quad (2.4)$$

Il s'ensuit que :

$$q_{x+dx} = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} - \lambda \frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) dx \quad (2.5)$$

Le flux de transfert de chaleur par convection peut être exprimé comme :

$$dq_{\text{conv}} = h dA_s (T - T_\infty) \quad (2.6)$$

Où dA_s est la surface de l'élément différentiel. En remplaçant les équations de flux précédentes dans le bilan énergétique, l'équation 2.2, nous obtenons :

$$\frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) - \frac{h dA_s}{\lambda dx} (T - T_\infty) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h dA_s}{\lambda dx} \right) (T - T_\infty) = 0 \quad (2.8)$$

Ce résultat fournit une forme générale de l'équation d'énergie pour une surface étendue. Sa solution pour les conditions aux limites appropriées fournit la distribution de température, qui peut être utilisée avec l'équation 2.3 pour calculer le flux de conduction à n'importe quel x .

II.9.6. Ailette à section transversale constante (uniforme) :

II.9.6.1. Résolution de l'équation :

Pour résoudre l'équation 2.8, il est nécessaire d'être plus précis sur la géométrie. Nous commençons par le cas le plus simple des ailettes rectangulaires droites et à barres de section transversale uniforme (**Figure (II.29)**).

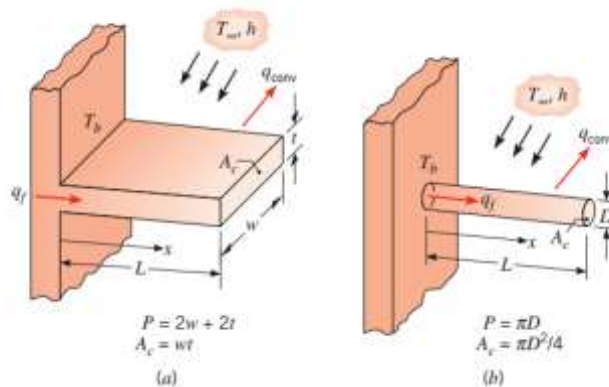


Figure (II.29) : Ailette droite à section constante, (b) ailette en forme d'aiguille à section constante.

Chaque ailette est fixée à une surface de base de température $T(0) = T_b$ et se prolonge dans un fluide de température T_∞ .

Pour les ailettes prescrites, A_c est une constante et $A_s = P.x$, où A_s est la surface mesurée de la base à x et P est le périmètre des ailettes. En conséquence, avec $dA_c / dx = 0$ et $dA_s/dx = P$, l'équation 2.8 se réduit

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c} (T - T_\infty) = 0 \quad (2.9)$$

Pour simplifier la forme de cette équation, nous transformons la variable dépendante en définissant un excès de température θ comme

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \quad (2.10)$$

Où, puisque T_∞ est une constante, $d\theta/dx = dT/dx$. En substituant l'équation 2.10 à l'équation 2.9, nous obtenons alors

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad (2.11)$$

Où

$$m^2 \equiv \frac{hP}{\lambda A_c} \quad (2.12)$$

L'équation 2.11 est une équation différentielle linéaire, homogène, du second ordre à coefficients constants. Sa solution générale est de la forme :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (2.13)$$

Par substitution, on peut facilement vérifier que l'équation 2.13 est bien une solution de l'équation 2.11.

Pour évaluer les constantes C_1 et C_2 de l'équation 2.13, il est nécessaire de spécifier les conditions aux limites appropriées. Une telle condition peut être spécifiée en termes de température à la base de l'ailette ($x = 0$).

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \quad (2.14)$$

La deuxième condition, spécifiée à l'extrémité de l'ailette ($x=L$), peut correspondre à l'une des quatre situations physiques différentes.

II.9.6.1. Le cas A (convection à l'extrémité de l'ailette) :

La première condition, le cas A, considère le transfert de chaleur par convection à partir de la pointe de l'ailette.

En appliquant un bilan énergétique à une surface de contrôle autour de cette pointe (Figure (II.30)), nous obtenons :

$$hA_c [T(L) - T_\infty] = -\lambda A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} \quad h\theta(L) = -\lambda \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad (2.15)$$

Autrement dit, le flux à laquelle l'énergie est transféré au fluide par convection à partir de la pointe (extrémité) doit être égal au flux à laquelle l'énergie atteint la pointe (extrémité) par conduction à travers l'ailette. En substituant l'équation 2.13 aux équations 2.14 et 2.15, nous obtenons, respectivement,

$$\theta_b = C_1 + C_2 \quad (2.16)$$

Et

$$h(C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}) = \lambda m(C_2 e^{-mL} - C_1 e^{mL})$$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/m\lambda) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/m\lambda) \sinh mL} \quad (2.17)$$

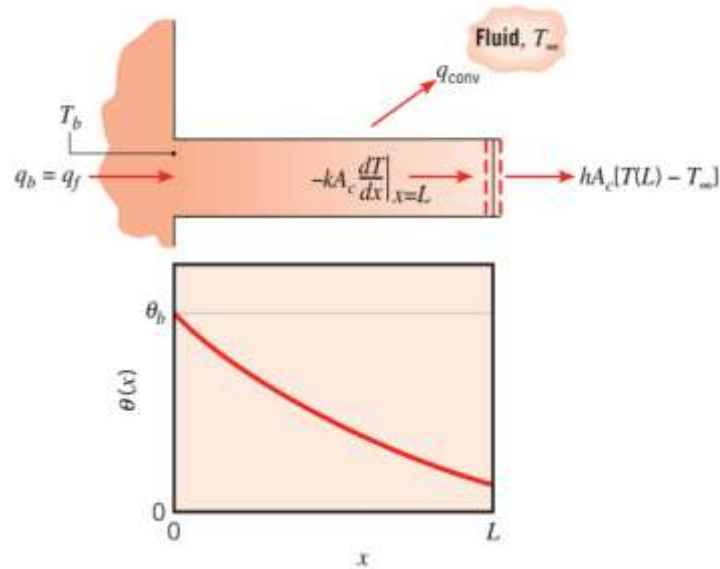


Figure (II.30) : Conduction et convection dans une ailette de section uniforme.

La forme de cette distribution de température est représentée schématiquement sur la **Figure (II.30)**. Notez que l'amplitude du gradient de température diminue avec l'augmentation de x . Cette tendance est une conséquence de la réduction du transfert de chaleur par conduction $q_x(x)$ avec l'augmentation de x due aux pertes par convection continue de la surface des ailettes[27].

D'après la **Figure (II.30)**, il est évident que le flux de transfert de chaleur des ailettes q_f peut être évalué de deux manières différentes, qui impliquent toutes deux l'utilisation de la distribution de température. La procédure la plus simple, et celle que nous utiliserons, consiste à appliquer la loi de Fourier à la base des ailettes[28].

C'est,

$$q_f = q_b = -\lambda A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} \quad (2.18)$$

Conséquent, connaissant la distribution de température, $\theta(x)$, q_f peut être évalué, donnant :

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c} \theta_b \frac{\sinh mL + (h/m\lambda) \cosh mL}{\cosh mL + (h/m\lambda) \sinh mL} \quad (2.19)$$

Cependant, la conservation de l'énergie dicte que le flux à laquelle la chaleur est transférée par convection à partir de l'ailette doit être égale au flux à laquelle elle est conduite à travers la base de l'ailette.

En conséquence, la formulation alternative pour q_f est

$$q_f = \int_{A_f} h [T(x) - T_\infty] dA_s \quad q_f = \int_{A_f} h \theta(x) dA_s \quad (2.20)$$

Où A_f est la surface totale, y compris la pointe (extrémité), de l'ailette. La substitution de l'équation 2.17 dans l'équation 2.20 donnerait l'équation 2.19.

II.9.6.1. Le cas B (extrémité adiabatique de l'ailette) :

La deuxième condition d'extrémité, le cas B, correspond à l'hypothèse que la perte de chaleur par convection de l'extrémité de l'ailette est négligeable, auquel cas la pointe peut être traitée comme adiabatique et En substituant l'équation 2.13 et en divisant par m , on obtient alors :

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.21) \quad C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0$$

En utilisant cette expression avec l'équation 3.16 pour résoudre C_1 et C_2 et en remplaçant les résultats dans l'équation 2.13, nous obtenons :

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \quad (2.22)$$

En utilisant cette distribution de température avec l'équation 2.18, le taux de transfert de chaleur des ailettes est alors

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c} \theta_b \tanh mL \quad (2.23)$$

II.9.6.1. Le cas C (la température est prescrite à l'extrémité des ailettes) :

De la même manière, nous pouvons obtenir la distribution de la température des ailettes et le taux de transfert de chaleur pour le cas C, où la température est prescrite à l'extrémité des ailettes. Autrement dit, la deuxième condition aux limites est $\theta(L) = \theta_L$, et les expressions résultantes sont de la forme :

(2.24)

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$$

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c}\theta_b \frac{\cosh mL - \theta_L/\theta_b}{\sinh mL}$$

(2.25)

II.9.6.1. Le cas D (La très longue ailette) :

La très longue ailette, Cas D, est une extension intéressante de ces résultats. En particulier, comme $L \rightarrow \infty$, $\theta_L \rightarrow 0$ et on vérifie facilement que :

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \quad (2.26)$$

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c}\theta_b \quad (2.27)$$

Cas	Condition à l'extrémité ($x = L$)	Distribution de température θ/θ_b	Débit thermique à l'extrémité q_f (W)
A	Convection : $-\lambda \frac{d\theta}{dx} _{x=L} = h\theta(L)$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/m\lambda) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/m\lambda) \sinh mL}$	$M \frac{\sinh mL + (h/m\lambda) \cosh mL}{\cosh mL + (h/m\lambda) \sinh mL}$
B	Adiabatique : $d\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$	$M \tanh mL$
C	Température prescrite : $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$
D	Ailette infinie ($L \rightarrow \infty$) : $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	M

$\theta = T - T_\infty$	$m^2 = \frac{hP}{\lambda A_c}$	T : Température (K ou °C)
$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$	$M = \sqrt{hP\lambda A_c}\theta_b$	T_∞ : Température du fluide ambiant (K ou °C)
		λ : Conductivité thermique (W/m · K)
		h : Coefficient de convection (W/m ² · K)
		P : Périmètre mouillé (m)
		A_c : Aire de section de l'ailette (m ²)

Tableau (II.2) : Les résultats ci-dessus sont résumés dans le tableau suivant.

II.9.7. Performance d'une ailette :

II.9.7.1. L'efficacité d'une ailette ϵ_f :

Rappelons que les ailettes sont utilisées pour augmenter le transfert de chaleur d'une surface en augmentant la surface efficace. Cependant, l'ailette elle-même représente une résistance de conduction au transfert de chaleur depuis la surface d'origine. Pour cette raison, il n'y a aucune garantie que le flux de transfert de chaleur sera augmenté par l'utilisation d'ailettes. Une évaluation de cette question peut être faite en évaluant l'efficacité des ailettes

ε_f . Il est défini comme le rapport entre le flux de transfert de chaleur de l'ailette et le flux de transfert de chaleur qui existerait sans l'ailette. Par conséquent[29].

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b}$$

Où $A_{c,b}$ est la section transversale des ailettes à la base. Dans toute conception rationnelle, la valeur de ε_f doit être aussi grande que possible et, en général, l'utilisation d'ailettes peut rarement être justifiée à moins que $\varepsilon_f \geq 2$.

II.9.7.2. Rendement d'une ailette :

Une autre mesure de la performance thermique des ailettes est fournie par le rendement des ailettes η_f . Le potentiel maximum d'entraînement pour la convection est la différence de température entre la base ($x = 0$) et le fluide, $\theta_b = T_b - T_\infty$. Par conséquent, la vitesse maximale à laquelle une ailette pourrait dissiper de l'énergie est la vitesse qui existerait si toute la surface de l'ailette était à la température de base.

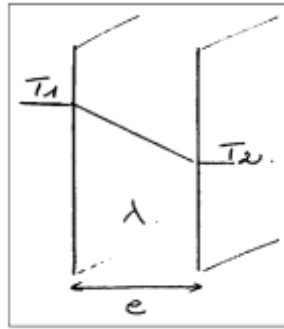
Cependant, comme toute ailette est caractérisée par une résistance de conduction finie, un gradient de température doit exister le long de l'ailette et la condition précédente est une idéalisation. Une définition logique du rendement des ailettes est donc[30].

$$\eta_f \equiv \frac{q_f}{q_{\max}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b}$$

II.10. Exercices :

Exercice n° 1 :

Calculer la perte calorifique au travers d'un mur en briques de 8 cm d'épaisseur, 4 m de hauteur et de 2 m de largeur. Les températures des deux faces du mur sont respectivement de 35 °C et de 3 °C. ($\lambda = 0,69 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$). **(Figure.1)**



Données :

- Épaisseur du mur : $e = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$.
- Hauteur : $H = 4 \text{ m}$.
- Largeur : $L = 2 \text{ m}$.

$$S = H \times L = 4 \times 2 = 8 \text{ m}^2$$

- Températures :

$$T_1 = 35^\circ\text{C}, T_2 = 3^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 32^\circ\text{C}$$

- Conductivité thermique :

$$\lambda = 0,69 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

Loi utilisée (Loi de Fourier) :

$$Q = \frac{\lambda S \Delta T}{e}$$

Application numérique :

$$Q = \frac{0,69 \times 8 \times 32}{0,08}$$

Calcul :

$$\frac{8}{0,08} = 100$$

$$Q = 0,69 \times 32 \times 100$$

$$Q = 0,69 \times 3200 = 2208 \text{ W}$$

Résultat final :

$$\boxed{Q = 2208 \text{ W} \approx 2,21 \text{ kW}}$$

Interprétation physique :

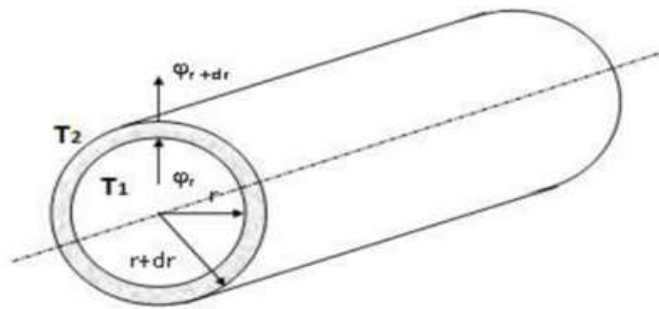
Le mur perd environ **2,21 kW** de chaleur par conduction.

Cela indique que :

- Le mur est relativement mince,
- Et qu'il n'est pas isolé thermiquement.

Exercice n° 2 :

La vapeur à $T_{\infty,1} = 320^\circ\text{C}$ circule dans un tuyau en fonte [$\lambda_1 = 80 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$] dont les rayons intérieur et extérieur sont $r_1 = 2,5 \text{ cm}$ et $r_2 = 2,75 \text{ cm}$, respectivement. La chaleur est perdue dans l'environnement à $T_{\infty,2} = 5^\circ\text{C}$ par convection, avec un coefficient de transfert de chaleur combiné de $h_2 = 18 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. En prenant le coefficient de transfert de chaleur à l'intérieur du tuyau $h_1 = 60 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. Déterminez le flux de chaleur de la vapeur, En prenant $L = 1 \text{ m}$. (**Figure.2**).



Données :

- Température interne (vapeur) :

$$T_{\infty,1} = 320^\circ\text{C}$$

- Température externe (air) :

$$T_{\infty,2} = 5^\circ\text{C}$$

- Conductivité thermique (fonte) :

$$\lambda = 80 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

- Rayons :

$$r_1 = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}$$

$$r_2 = 2,75 \text{ cm} = 0,0275 \text{ m}$$

- Coefficients de convection :

$$h_1 = 60 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, h_2 = 18 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

- Longueur :

$$L = 1 \text{ m}$$

Méthode : Résistances thermiques (analogie électrique) :

Le flux thermique est donné par :

$$Q = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{\text{tot}}}$$

Résistances thermiques :

Convection interne :

$$R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot 2\pi r_1 L}$$

Conduction cylindrique :

$$R_{cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda L}$$

Convection externe :

$$R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi r_2 L}$$

Calcul numérique :

Convection interne :

$$R_{conv,1} = \frac{1}{60 \times 2\pi \times 0,025} \approx 0,106 \text{ °C/W}$$

Conduction :

$$\ln\left(\frac{0,0275}{0,025}\right) = \ln(1,1) \approx 0,0953$$

$$R_{cond} = \frac{0,0953}{2\pi \times 80} \approx 0,00019 \text{ °C/W}$$

Convection externe :

$$R_{conv,2} = \frac{1}{18 \times 2\pi \times 0,0275} \approx 0,321 \text{ °C/W}$$

Résistance totale :

$$R_{tot} = 0,106 + 0,00019 + 0,321 \approx 0,427 \text{ °C/W}$$

Flux thermique :

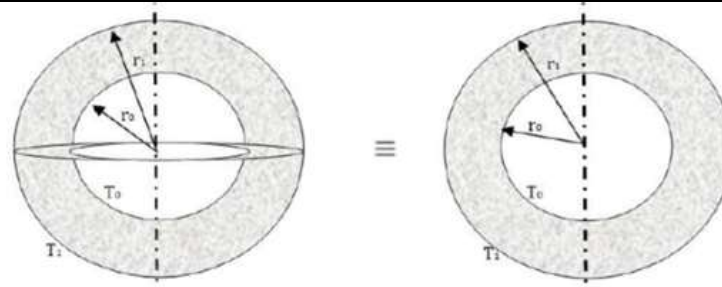
$$Q = \frac{320 - 5}{0,427} = \frac{315}{0,427} \approx 737 \text{ W}$$

Résultat final :

$$\boxed{Q \approx 737 \text{ W}}$$

Exercice n° 3 :

La vapeur à $T_{\infty,1} = 320 \text{ °C}$ circule dans une sphère en fonte [$\lambda_1 = 80 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$] dont les rayons intérieur et extérieur sont $r_0 = 2,5 \text{ cm}$ et $r_1 = 2,75 \text{ cm}$, respectivement. La chaleur est perdue dans l'environnement à $T_{\infty,2} = 5 \text{ °C}$ par convection, avec un coefficient de transfert de chaleur combiné de $h_1 = 18 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$. En prenant le coefficient de transfert de chaleur à l'intérieur de sphère $h_0 = 60 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$. Déterminez le flux de chaleur de la vapeur. **(Figure.3)**



Données :

- Température interne (vapeur) :

$$T_{\infty,0} = 320^{\circ}\text{C}$$

- Température externe :

$$T_{\infty,2} = 5^{\circ}\text{C}$$

- Conductivité thermique (fonte) :

$$\lambda = 80 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

- Rayons :

$$r_0 = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}$$

$$r_1 = 2,75 \text{ cm} = 0,0275 \text{ m}$$

- Coefficients de convection :

$$h_0 = 60 \text{ W/m}^2\text{C}, h_1 = 18 \text{ W/m}^2\text{C}$$

Méthode :

On utilise l'analogie des **résistances thermiques en série** :

$$Q = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}}$$

Résistances thermiques :

Convection interne (surface sphérique) :

$$R_{conv,0} = \frac{1}{h_0 \cdot 4\pi r_0^2}$$

Conduction dans une sphère :

$$R_{cond} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Convection externe :

$$R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot 4\pi r_1^2}$$

Calcul numérique :

Convection interne :

$$R_{conv,0} = \frac{1}{60 \times 4\pi \times (0,025)^2} \approx 2,12^{\circ}\text{C/W}$$

Conduction :

$$\frac{1}{r_0} = 40; \frac{1}{r_1} \approx 36,36$$

$$R_{cond} = \frac{40 - 36,36}{4\pi \times 80} \approx 0,0036 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

Convection externe :

$$R_{conv,1} = \frac{1}{18 \times 4\pi \times (0,0275)^2} \approx 5,86 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

Résistance totale :

$$R_{tot} = 2,12 + 0,0036 + 5,86 \approx 7,98 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

Flux thermique :

$$Q = \frac{320 - 5}{7,98} = \frac{315}{7,98} \approx 39,5 \text{ W}$$

Résultat final :

$$Q \approx 39,5 \text{ W}$$

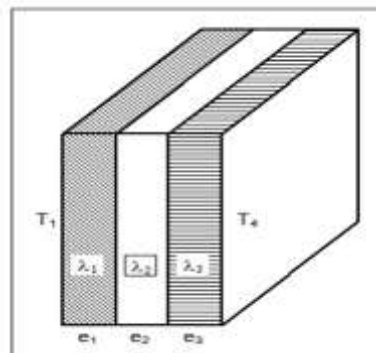
Exercice N°:04:

Le mur d'un four comporte trois couches de matériaux différents accolées les unes aux autres :

- Une couche de briques réfractaires ($\lambda = 1,21 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$).
- Une couche de revêtement calorifuge ($\lambda = 0,08 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$).
- Une couche de briques ($\lambda = 0,69 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$).

Chaque couche a une épaisseur de 10 cm. La température est de $872 \text{ } ^\circ\text{C}$ à l'intérieur du four et de $32 \text{ } ^\circ\text{C}$ à l'extérieur. (**Figure.4**).

1. Si la surface du mur est de 42 m^2 , calculer la perte calorifique par conduction pendant 24 heures.
2. Quelle est la température T_m au milieu du revêtement ?



Données :

- Épaisseurs (identiques) :

$$e_1 = e_2 = e_3 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

- Conductivités :

$$\lambda_1 = 1,21 (\text{brique réfractaire})$$

$$\lambda_2 = 0,08 (\text{isolant})$$

$$\lambda_3 = 0,69 (\text{brique})$$

- Températures :

$$T_1 = 872^\circ\text{C}, T_2 = 32^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 840^\circ\text{C}$$

- Surface :

$$S = 42 \text{ m}^2$$

- Temps :

$$t = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

Méthode : Résistances en série :

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{tot}} \text{ avec } R_{tot} = \sum \frac{e_i}{\lambda_i S}$$

Calcul des résistances :**Couche 1 (réfractaire) :**

$$R_1 = \frac{0,1}{1,21 \times 42} \approx 0,00197$$

Couche 2 (isolant) :

$$R_2 = \frac{0,1}{0,08 \times 42} \approx 0,02976$$

Couche 3 (brique) :

$$R_3 = \frac{0,1}{0,69 \times 42} \approx 0,00345$$

Résistance totale :

$$R_{tot} = 0,00197 + 0,02976 + 0,00345 \approx 0,0352^\circ\text{C/W}$$

Flux thermique :

$$Q = \frac{840}{0,0352} \approx 23863 \text{ W}$$

Énergie perdue en 24 h :

$$E = Q \times t = 23863 \times 86400 \approx 2,06 \times 10^9 \text{ J}$$

$$E \approx 2,06 \text{ GJ}$$

Température au milieu de l'isolant :

On calcule les chutes de température :

Dans la couche 1 :

$$\Delta T_1 = Q \times R_1 \approx 23863 \times 0,00197 \approx 47^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{interface1}} = 872 - 47 = 825^\circ\text{C}$$

Dans la moitié de l'isolant :

$$R_{1/2 \text{ isolant}} = \frac{R_2}{2} \approx 0,01488$$

$$\Delta T_{1/2} = Q \times 0,01488 \approx 355^\circ\text{C}$$

Température au milieu :

$$T_m = 825 - 355 \approx 470^\circ\text{C}$$

Résultats finaux :

$$Q \approx 23,9 \text{ kW}$$

$$E \approx 2,06 \text{ GJ (en 24 h)}$$

$$T_m \approx 470^\circ\text{C}$$

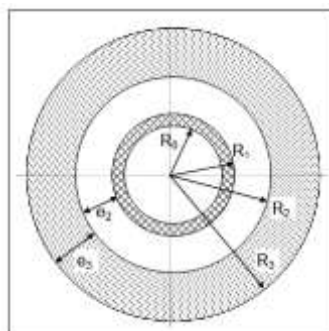
Exercice n° 5 :

Une conduite cylindrique en acier (diamètre intérieur 53 mm, diamètre extérieur 60 mm, $\lambda = 40,4 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) transportant de la vapeur est calorifugée par 32 mm d'un revêtement fondu à haute température, composé de terre à diatomée et d'amiante ($\lambda = 0,101 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$). Ce revêtement est isolé par 65 mm de feutre d'amiante feuilleté ($\lambda = 0,072 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$). (**Figure.5**)

Au cours d'un essai, on a trouvé que la température du milieu environnant était de 30°C , la température moyenne intérieure au tuyau dans lequel circule la vapeur était de 482°C et la température de la surface extérieure du revêtement de 50°C .

On demande de calculer :

1. Les pertes de chaleur exprimées par unité de longueur de tuyau.
2. La température de la surface comprise entre les deux couches de calorifuge.
3. Le coefficient de transfert convectif h_c à l'extérieur de la conduite, exprimé par unité de surface extérieure de revêtement.



Solution:**Données :****Géométrie**

- $D_i = 53 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = 0,0265 \text{ m}$
- $D_e = 60 \text{ mm} \Rightarrow r_2 = 0,03 \text{ m}$
- 1^{re} couche isolante : $e_1 = 32 \text{ mm} \Rightarrow r_3 = 0,062 \text{ m}$
- 2^e couche isolante : $e_2 = 65 \text{ mm} \Rightarrow r_4 = 0,127 \text{ m}$

Propriétés :

- Acier : $\lambda_s = 40,4 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$
- Isolant 1 : $\lambda_1 = 0,101 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$
- Isolant 2 : $\lambda_2 = 0,072 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$

Températures :

- Intérieur : $T_i = 482^\circ\text{C}$
- Extérieur (surface) : $T_s = 50^\circ\text{C}$
- Air ambiant : $T_\infty = 30^\circ\text{C}$

Méthode :

On utilise les résistances thermiques cylindriques :

$$Q' = \frac{T_i - T_s}{R_{cond,tot}} \text{ (flux par unité de longueur)}$$

Résistances de conduction :

$$R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda}$$

Acier :

$$R_s = \frac{\ln(0,03/0,0265)}{2\pi \times 40,4} \approx 0,00049$$

Isolant 1 :

$$R_1 = \frac{\ln(0,062/0,03)}{2\pi \times 0,101} \approx 1,15$$

Isolant 2 :

$$R_2 = \frac{\ln(0,127/0,062)}{2\pi \times 0,072} \approx 1,59$$

Résistance totale :

$$R_{tot} = 0,00049 + 1,15 + 1,59 \approx 2,74 ^\circ\text{C/W}$$

Flux thermique linéique :

$$Q' = \frac{482 - 50}{2,74} = \frac{432}{2,74} \approx 158 \text{ W/m}$$

Température à l'interface entre les deux isolants :

On calcule la chute de température dans la 1^{re} couche :

$$\Delta T_1 = Q' \times R_1 = 158 \times 1,15 \approx 182^\circ\text{C}$$

Température à r_3 :

$$T_{interface} = 482 - (158 \times (R_s + R_1))$$

$$T_{interface} \approx 482 - (158 \times 1,1505) \approx 482 - 182 \approx 300^\circ\text{C}$$

Coefficient de convection externe :

$$Q' = h_c \cdot 2\pi r_4 (T_s - T_\infty)$$

$$h_c = \frac{Q'}{2\pi r_4 (T_s - T_\infty)}$$

$$h_c = \frac{158}{2\pi \times 0,127 \times (50 - 30)}$$

$$h_c \approx \frac{158}{15,96} \approx 9,9 \text{ W/m}^2\text{C}$$

Résultats finaux :

$$Q' \approx 158 \text{ W/m}$$

$$T_{interface} \approx 300^\circ\text{C}$$

$$h_c \approx 9,9 \text{ W/m}^2\text{C}$$

Exercice n° 6 :

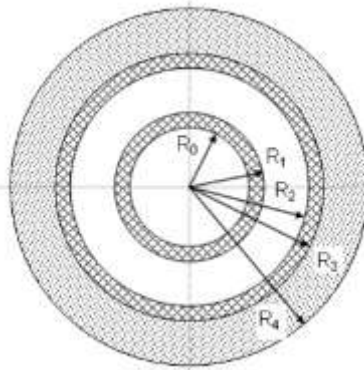
Le dispositif représenté par le schéma, supposé à symétrie sphérique, est destiné à isoler thermiquement de l'extérieur une cavité, initialement remplie d'azote liquide. La paroi $r = R_0$ est donc maintenue à 80 K. Un petit événement, que l'on négligera, impose la pression atmosphérique dans la cavité. La face externe de la première enceinte métallique $R_0 < r < R_1$ et la face interne de la seconde $R_2 < r < R_3$ sont polies, de telle façon que les échanges radiatifs soient négligeables. L'espace intermédiaire $R_1 < r < R_2$ est rempli d'air. La deuxième enceinte métallique est entourée d'une couche d'isolant thermique $R_3 < r < R_4$. La surface externe du dispositif $r = R_4$ est baignée par l'air ambiant à la température $T_{ex} = 25^\circ\text{C}$. On ne considèrera qu'un transfert convectif avec une valeur constante h_c du coefficient de transfert. **(Figure.6)**

1. Calculer les pertes thermiques à travers l'enceinte.
2. Calculer au bout de combien de temps la moitié de l'azote liquide sera vaporisée.

Données :

Masse volumique de l'azote $\rho = 808 \text{ kg/m}^3$. Chaleur latente de vaporisation à la pression atmosphérique $L_V = 2.10^5 \text{ J/kg}$ à 80 K.

$R_0 = 0,146 \text{ m.}$	$R_1 = 0,150 \text{ m.}$	$R_2 = 0,200 \text{ m.}$	$R_3 = 0,204 \text{ m.}$	$R_4 = 0,300 \text{ m.}$
$\lambda_{\text{air}} = 0,025 \text{ W/m. } ^\circ\text{C.}$	$\lambda_{\text{métal}} = 15 \text{ W/m. } ^\circ\text{C.}$	$\lambda_{\text{isolant}} = 0,010 \text{ W/m. } ^\circ\text{C.}$		$h_c = 10 \text{ W/m}^2. ^\circ\text{C.}$



Solution:

Données :

Géométrie :

$$R_0 = 0,146 \text{ m}, R_1 = 0,150 \text{ m}, R_2 = 0,200 \text{ m}, R_3 = 0,204 \text{ m}, R_4 = 0,300 \text{ m}$$

Propriétés thermiques :

- Air : $\lambda_{\text{air}} = 0,025$
- Métal : $\lambda_m = 15$
- Isolant : $\lambda_{\text{iso}} = 0,010$
- Convection externe : $h_c = 10$

Températures :

- Intérieur :

$$T_i = 80 \text{ K}$$

- Extérieur :

$$T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$$

$$\Delta T = 298 - 80 = 218 \text{ K}$$

Méthode :

Flux thermique :

$$Q = \frac{T_{\text{ext}} - T_i}{R_{\text{tot}}}$$

Résistances thermiques sphériques :

$$R = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right)$$

Métal interne $R_0 \rightarrow R_1$

$$R_{m1} = \frac{1}{4\pi \times 15} \left(\frac{1}{0,146} - \frac{1}{0,150} \right) \approx 9,7 \times 10^{-5}$$

Air $R_1 \rightarrow R_2$

$$R_{air} \approx \frac{1}{4\pi \times 0,025} (6,667 - 5) \approx 5,30$$

Métal externe $R_2 \rightarrow R_3$

$$R_{m2} \approx 6,5 \times 10^{-5}$$

Isolant $R_3 \rightarrow R_4$

$$R_{iso} = \frac{1}{4\pi \times 0,010} (4,902 - 3,333) \approx 12,49$$

Convection externe :

$$R_{conv} = \frac{1}{h_c \cdot 4\pi R_4^2} = \frac{1}{10 \times 4\pi \times (0,3)^2} \approx 0,088$$

Résistance totale :

$$R_{tot} \approx 0,0001 + 5,30 + 0,00007 + 12,49 + 0,088 \approx 17,88 \text{ K/W}$$

Flux thermique :

$$Q = \frac{218}{17,88} \approx 12,2 \text{ W}$$

Résultat 1 :

$$\boxed{Q \approx 12,2 \text{ W}}$$

Quantité d'azote :

Volume interne :

$$V = \frac{4}{3} \pi R_0^3 \approx 0,013 \text{ m}^3$$

Masse :

$$m = \rho V = 808 \times 0,013 \approx 10,5 \text{ kg}$$

Moitié vaporisée :

$$m/2 \approx 5,25 \text{ kg}$$

Énergie nécessaire :

$$E = m \times L_v = 5,25 \times 2 \times 10^5 \approx 1,05 \times 10^6 \text{ J}$$

Temps de vaporisation :

$$t = \frac{E}{Q} = \frac{1,05 \times 10^6}{12,2} \approx 86100 \text{ s}$$

$$t \approx 24 \text{ h}$$

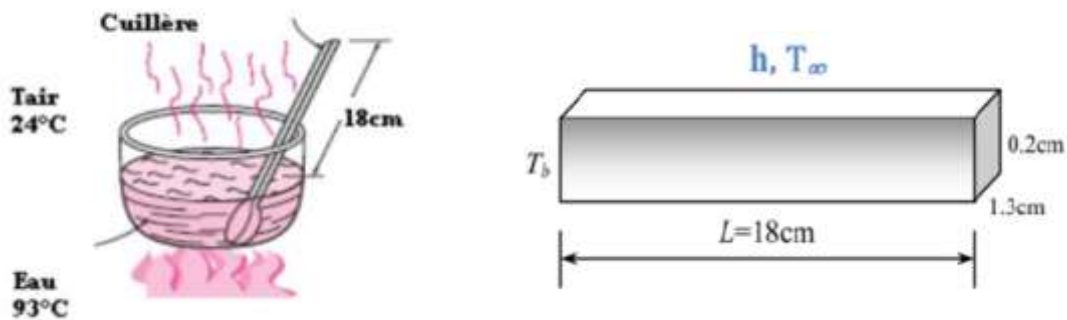
Résultats finaux :

$$Q \approx 12,2 \text{ W}$$

$$t \approx 24 \text{ h}$$

Exercice n° 07 :

Prenons une cuillère en acier inoxydable ($\lambda = 15 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$), partiellement immergée dans l'eau bouillante à 93°C dans une cuisine à 24°C . Le manche de la cuillère est une section de $0,2 \text{ cm} \times 1,3 \text{ cm}$, et s'étend dans l'air de 18 cm de la surface libre de l'eau. Si le coefficient de transfert de chaleur à la surface de la cuillère exposée à l'air est $h = 17 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, déterminer la différence de température à la surface du manche de la cuillère. Indiquez vos hypothèses. (Figure.7)



Solution:

Hypothèses :

La température de la partie immergée de la cuillère est égale à la température de l'eau. La température de la cuillère varie le long de la cuillère $T(x)$. Le transfert de chaleur à partir de l'extrémité de la cuillère est négligeable. Le coefficient de transfert de chaleur est constant et uniforme sur toute la surface de la cuillère. Les propriétés thermiques de la cuillère sont constantes. Le transfert de chaleur par rayonnement est supposé négligeable.

Notant que la section transversale de la cuillère est constante et x a pour origine la surface libre de l'eau. La variation de température le long de la cuillère peut être exprimée comme : **D'après l'équation (II.41) :**

- Conductivité :

$$\lambda = 15 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

- Températures :

$$T_b = 93^\circ\text{C}, T_\infty = 24^\circ\text{C}$$

- Longueur :

$$L = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$$

- Section :

$$S = 0,2 \times 1,3 \text{ cm}^2 = 2,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

- Périmètre :

$$P = 2(0,002 + 0,013) = 0,03 \text{ m}$$

- Coefficient de convection :

$$h = 17 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

Modèle physique (ailette avec extrémité isolée) :

On utilise la solution :

$$\theta(x) = \theta_b \frac{\cosh [m(L - x)]}{\cosh (mL)}$$

Où :

$$\theta = T - T_\infty$$

Paramètre de l'ailette :

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A}}$$

Calcul de m :

$$m = \sqrt{\frac{17 \times 0,03}{15 \times 2,6 \times 10^{-5}}}$$

$$m \approx \sqrt{1307} \approx 36,15 \text{ m}^{-1}$$

Température à l'extrémité ($x = L$) :

$$\theta(L) = \frac{\theta_b}{\cosh (mL)}$$

$$\theta_b = 93 - 24 = 69^\circ\text{C}$$

$$mL = 36,15 \times 0,18 \approx 6,5$$

$$\cosh (6,5) \approx 332$$

$$\theta(L) = \frac{69}{332} \approx 0,21^\circ\text{C}$$

Température à l'extrémité :

$$T(L) = T_{\infty} + \theta(L) = 24 + 0,21 \approx 24,2^{\circ}\text{C}$$

Différence de température demandée :

$$\Delta T = T(L) - T_{\infty} \approx 0,21^{\circ}\text{C}$$

Résultat final :

$$\boxed{\Delta T \approx 0,21^{\circ}\text{C}}$$

II.11. Conclusion générale :

Au terme de ce chapitre, l'étudiant a acquis une compréhension approfondie du phénomène de conduction thermique, considéré comme l'un des mécanismes fondamentaux du transfert de chaleur. À travers la loi de Fourier, il a été possible d'établir un lien direct entre le flux thermique et le gradient de température, constituant ainsi la base de l'analyse des systèmes conductifs.

L'étude progressive des différentes configurations — mur simple, murs composites et géométries cylindriques et sphériques — a permis de mettre en évidence l'influence de la structure et des propriétés des matériaux sur la résistance thermique globale. L'introduction de l'analogie électrique a facilité la compréhension et la modélisation des systèmes complexes en termes de résistances équivalentes.

Par ailleurs, l'analyse du calorifugeage a révélé un aspect particulièrement important en ingénierie : l'existence d'une épaisseur critique d'isolant, au-delà de laquelle l'isolation devient réellement efficace. Ce résultat souligne que l'ajout d'un isolant ne conduit pas systématiquement à une réduction des pertes thermiques, ce qui nécessite une approche rigoureuse dans la conception des systèmes.

Enfin, l'étude de l'équation générale de la conduction et des problèmes d'ailettes a permis d'élargir le champ d'application aux systèmes réels, où les transferts thermiques sont souvent multidimensionnels et couplés à des phénomènes convectifs.

Ainsi, ce chapitre constitue une base essentielle pour l'analyse et le dimensionnement des équipements thermiques en génie des procédés, et prépare l'étudiant à aborder des modes de transfert plus complexes tels que la convection et le rayonnement.

- [1] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, *Fundamentals of heat and mass transfer*, vol. 6. Wiley New York, 1996.
- [2] T. L. Bergman, *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2011.
- [3] A. Safia and B. Dyhia, “Commande PI avec remise à zéro d’un échangeur de chaleur,” 2012, *Université Mouloud Mammeri*.
- [4] A. TOUATI, “Transfert de chaleur”.
- [5] G. Leborgne, “Mécanique : tenseurs 1ère partie vecteurs et formes linéaires (contravariance et covariance), formules de changement de bases, tenseurs uniformes, contractions...,” 2021.
- [6] J.-F. Bennoun, “Étude des milieux continus élastiques et thermodynamiques en relativité générale,” in *Annales de l’institut Henri Poincaré. Section A, Physique Théorique*, 1965, pp. 41–110.
- [7] L. de Broglie, “Sur la variance relativiste de la température,” *Cah. N*, vol. 31, p. 32, 1948.
- [8] J. Ye, “Utilisation de mesures de champs thermique et cinématique pour la reconstruction de sources de chaleur thermomécaniques par inversion de l’équation d’advection-diffusion 1D,” 2015, *Université de Lorraine*.
- [9] F. Ferrag, “Introduction aux modes de transfert de chaleur et exercices d’application,” 2020.
- [10] A. Zribi, “Fluxmètre thermique : conception, modélisation, réalisation et caractérisation. Mesures de températures et de densités de flux thermiques,” 2016, *Université de Franche-Comté*.
- [11] W. Belachi, “Application du séchage solaire pour la conservation des produits agro-alimentaires,” 2009, *Université Kasdi Merbah Ouargla*.
- [12] G. Sarlos, P.-A. Haldi, and P. Verstraete, *Systèmes énergétiques : offre et demande d’énergie : méthodes d’analyse*, vol. 21. EPFL Press, 2003.

- [13] M. Nagels, “Évolutions de quelques concepts de thermodynamique classique dans l’enseignement secondaire et supérieur en France au cours du 20ème siècle,” 2017, *Université de Lille*.
- [14] A.-M. Bianchi, Y. Fautrelle, and J. Etay, *Transferts thermiques*. EPFL Press, 2004.
- [15] A. DJAFER, “Polycopié : Notions aux phénomènes de transfert,” 2016.
- [16] K. Rakem and H. Rakem, “Etude de la conduction thermique dans une structure multicouche par la méthode des quadripôles,” 2022, *Université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou*.
- [17] F. Mnasri, “Étude du transfert de chaleur et de masse dans les milieux complexes : application aux milieux fibreux et à l’isolation des bâtiments,” 2016, *Université de Lorraine*.
- [18] V. Bedel, “Mise en oeuvre et optimisation d’un revêtement conducteur poly (époxy) : fils submicroniques d’argent pour la protection foudre de structures aéronautiques,” 2018, *Université Paul Sabatier-Toulouse III*.
- [19] M. Bordjane, “Modes de transfert thermique,” 2017.
- [20] A. Safia and A. Samir, “Calcul par une méthode semi-analytique des paramètres électriques d’un système électromagnétique,” 2017, *Université Mouloud Mammeri*.
- [21] S. Illouli, “Analyse par éléments finis des effets de couplage de chaleur et de transferts de masse dans le béton a des températures élevées,” 2015, *Université Mouloud Mammeri*.
- [22] K. DJERADI and A. LAGRAA, “Etude numérique de la conduction thermique bidimensionnelle en régime stationnaire dans une ailette,” 2019, *Université Ibn Khaldoun-Tiaret*.
- [23] N. Abdelhamid, “Etude numérique et analitique du profil de temperature dans une ailette a section uniforme,” 2019.
- [24] M. BEN ALIA and M. KETMI, “Simulation d’une ailette de refroidissement: cas d’un Microprocesseur.”

- [25] D. N. E. A. Sais and R. K. Bocoum, “Réduction de la consommation énergétique du processeur lors de l’exécution d’un système informatique en temps réel,” 2018, *Université Ibn Khaldoun-Tiaret*.
- [26] M. A. ZOUI, S. BENTOUBA, and M. BOUROUIS, “Conception et optimisation de la performance d’un module thermoélectrique pour génération d’énergie thermique ou électrique,” 2022, *UNIVERSITE AHMED DRAIA-ADRAR*.
- [27] F. Moisy, “Etude expérimentale des fluctuations de vitesse, de température et de pression en turbulence développée,” 2000, *Université Pierre et Marie Curie-Paris VI*.
- [28] C. Savaro, “Étude expérimentale de l’effet d’un gradient radial de température sur les instabilités du système de Couette-Taylor,” 2014, *Université du Havre*.
- [29] H. Jean-Michel, “Transferts dans les milieux cellulaires à forte porosité,” 2012, *Université d’Aix-Marseille*.
- [30] M. Youcef, C. Mohammed, and K. Zakarya, “ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE AILETTE CYLINDRIQUE”.

III.1. Introduction:

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit entre une surface et un fluide (liquide ou gaz) en mouvement, ou entre différentes régions d'un même fluide[1]. Ce mécanisme combine à la fois la diffusion thermique due à l'agitation moléculaire et le transport d'énergie lié au déplacement macroscopique du fluide[2].

On distingue deux types principaux de convection : la convection naturelle et la convection forcée.

Dans le cas de la convection naturelle, le mouvement du fluide est engendré par des forces de flottabilité résultant des variations de densité, elles-mêmes dues aux différences de température. En revanche, en convection forcée, l'écoulement du fluide est provoqué par une action externe, telle qu'un gradient de pression imposé (pompe, ventilateur, etc.)[3].

Le transfert thermique par convection est généralement caractérisé par un coefficient d'échange thermique, noté h , qui dépend de plusieurs paramètres, notamment les propriétés physiques du fluide (densité, viscosité, conductivité thermique), ainsi que les conditions d'écoulement[4].

III.2. Objectifs du chapitre :

À l'issue de ce chapitre, l'étudiant sera capable de :

- Définir clairement le mécanisme de la convection thermique
- Distinguer entre convection naturelle et convection forcée
- Comprendre le rôle du coefficient de transfert thermique
- Utiliser les nombres sans dimension (Re, Pr, Nu)
- Appliquer des corrélations empiriques adaptées
- Calculer le flux thermique en convection dans différents cas pratiques
- Adopter une démarche méthodique de résolution des problèmes

III.3. Prérequis :

Pour aborder ce chapitre dans de bonnes conditions, l'étudiant doit maîtriser :

- Les notions fondamentales du transfert de chaleur par conduction
- La loi de Fourier et le concept de flux thermique
- Les bases de la thermodynamique (température, énergie interne)
- Les notions élémentaires de mécanique des fluides :
 1. Vitesse d'écoulement.
 2. Viscosité.
 3. Nombre de Reynolds
- Les principes de base de l'analyse dimensionnelle.

II.4. Question déclenchante :

Pourquoi une tasse de café chaud refroidit-elle plus rapidement lorsqu'on souffle dessus ou lorsqu'elle est placée devant un ventilateur, alors que la température ambiante reste la même ?

II.5. Annonce du plan :

Dans ce chapitre, nous aborderons tout d'abord les notions fondamentales de la convection thermique ainsi que les différents mécanismes associés. Nous introduirons ensuite le coefficient de transfert de chaleur par convection et les paramètres qui l'influencent.

Une attention particulière sera portée à l'analyse dimensionnelle et aux nombres sans dimension caractérisant les écoulements thermiques.

Enfin, nous présenterons les principales corrélations empiriques utilisées en convection naturelle et forcée, avant d'appliquer ces outils au calcul du flux thermique dans différentes situations pratiques.

II.6. Généralités sur le transfert de chaleur par convection :

Le transfert de chaleur par convection est un mode d'échange thermique qui se produit entre une surface et un fluide en mouvement, ou entre différentes régions d'un même fluide[5].

Ce mécanisme se distingue par la combinaison de deux phénomènes : la conduction thermique, liée aux interactions microscopiques entre les particules, et le transport d'énergie dû au mouvement global du fluide[6].

L'intensité de ce transfert dépend fortement des conditions d'écoulement, notamment la vitesse du fluide, ainsi que de ses propriétés physiques, telles que la densité, la viscosité et la conductivité thermique[7].

La convection joue un rôle essentiel dans de nombreuses applications industrielles, en particulier dans les systèmes de refroidissement, de chauffage et les échangeurs thermiques[8].

II.6.1. Définition de la convection :

La convection thermique est un mode de transfert de chaleur qui se produit entre une surface solide et un fluide en mouvement, sous l'effet combiné de la conduction thermique et du transport d'énergie lié au déplacement du fluide[9].

Ce mécanisme implique un échange d'énergie entre la surface et les particules du fluide en contact, suivi d'un transport de cette énergie vers le reste du fluide par le mouvement de celui-ci[10].

La convection peut être classée en deux types principaux :

- ***La convection naturelle (ou libre)***, où le mouvement du fluide est généré par des forces de flottabilité dues aux variations de densité provoquées par les différences de température[11].
- ***La convection forcée***, où le mouvement du fluide est imposé par une action extérieure, telle qu'une pompe ou un ventilateur[12].

Ce mode de transfert est généralement caractérisé par un coefficient d'échange thermique, noté h , qui traduit l'intensité des échanges entre la surface et le fluide.

II.6.2. Phénomène physique du transfert convectif et couche limite thermique :

Le transfert de chaleur par convection est principalement dû à la différence de température entre une paroi solide à température T_p et un fluide en mouvement, libre ou forcé, à température T_∞ .

En réalité, la convection résulte de l'action combinée du transport de matière par le mouvement du fluide et de la conduction thermique au sein de celui-ci.

Ce phénomène se développe à proximité de la surface solide, où l'interaction fluide-paroi engendre la formation de deux couches limites :

- Une **couche limite hydrodynamique**, dans laquelle la vitesse du fluide passe de zéro au contact de la paroi à une valeur finie dans l'écoulement extérieur ;
- Une **couche limite thermique**, où la température varie de T_s à la température du fluide T_∞ .

La couche limite thermique peut être plus fine, plus épaisse ou de même ordre de grandeur que la couche limite hydrodynamique, selon les propriétés du fluide et les conditions d'écoulement.

Dans tous les cas, lorsque $T_s > T_\infty$, un transfert de chaleur s'effectue de la surface vers le fluide.

À proximité immédiate de la paroi, où la vitesse du fluide est faible, le transfert par diffusion moléculaire (conduction) domine, tandis que le transport convectif devient prédominant loin de la surface. **Figure (III.1).**

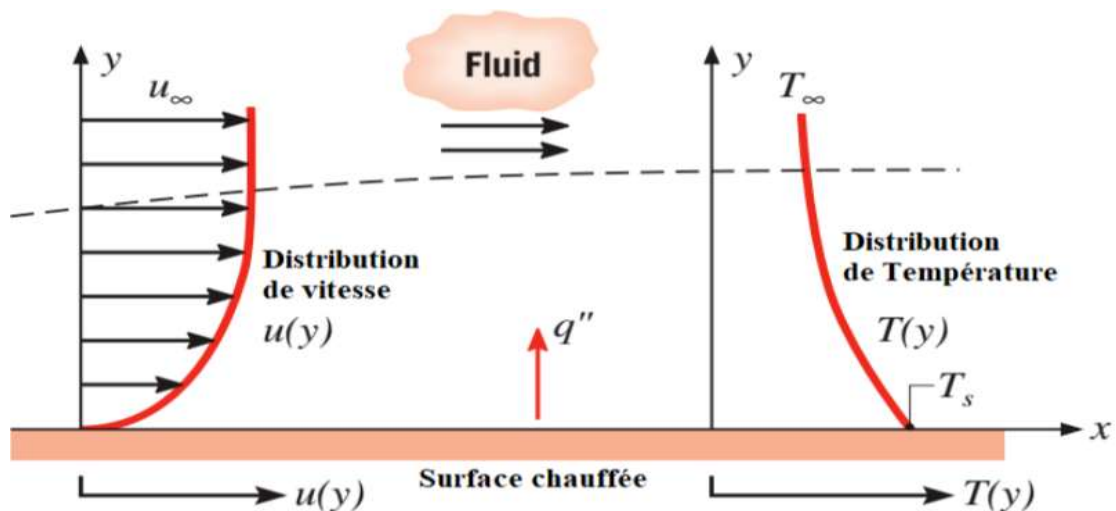


Figure (III.1) : Développement de la couche limite dans le transfert de chaleur par convection.

III.6.3. Paramètres influençant le transfert de chaleur par convection :

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de caractériser les échanges thermiques entre une surface solide et un fluide en mouvement. La quantité de chaleur échangée par unité de temps dépend de plusieurs paramètres physiques et géométriques[13].

Les principaux paramètres influençant ce phénomène sont :

1. La différence de température entre la surface et le fluide.
2. La vitesse du fluide.
3. La capacité thermique massique du fluide.
4. La surface d'échange thermique.
5. L'état de surface du solide (rugosité).
6. Les dimensions caractéristiques du système.

III.7. Classification des mécanismes de mise en mouvement du fluide :

Selon le mécanisme responsable de la mise en mouvement du fluide, on distingue deux types principaux de convection :

1. ***La convection forcée***, dans laquelle le mouvement du fluide est imposé par une action extérieure (pompe, ventilateur, vent...).
2. ***La convection naturelle***, où le mouvement du fluide est généré par des forces de flottabilité dues aux variations de densité provoquées par les différences de température.

III.7.1. Types de la convection:

III.7.1.1. La convection forcée:

III.7.1.1.1. Définition:

Le transfert de chaleur par convection peut être classé en fonction de la nature du flux. On parle de convection forcée lorsque le débit est provoqué par des moyens externes, comme par exemple un ventilateur, une pompe ou des vents atmosphériques[14].

Exemple:

À titre d'exemple, considérons l'utilisation d'un ventilateur pour fournir un refroidissement par air par convection forcée des composants électriques chauds sur une pile de cartes de circuits imprimés (***Figure (III.2)***)

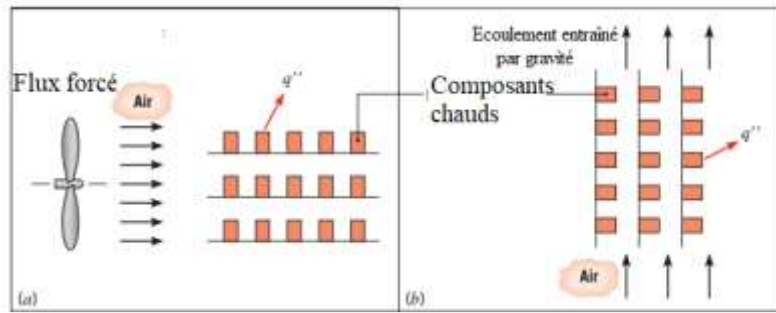


Figure (III.2) : Processus de transfert de chaleur par convection. **(A)** Convection forcée. **(B)** Convection naturelle.

III.7.1.2. La convection naturelle ou libre:

III.7.1.2.1. Définition:

La convection libre (ou naturelle), l'écoulement est induit par des forces de gravité, qui sont dues aux différences de densité provoquées par les variations de température dans le fluide.

Exemple :

Un exemple est le transfert de chaleur par convection libre qui se produit à partir de composants chauds sur un réseau vertical de cartes de circuits imprimés dans l'air (**Figure III.3**) L'air qui entre en contact avec les composants subit une augmentation de température et donc une réduction de densité. Comme il est maintenant plus léger que l'air ambiant, les forces de gravité induisent un mouvement vertical pour lequel l'air chaud remontant est remplacé par un flux d'air ambiant plus frais.

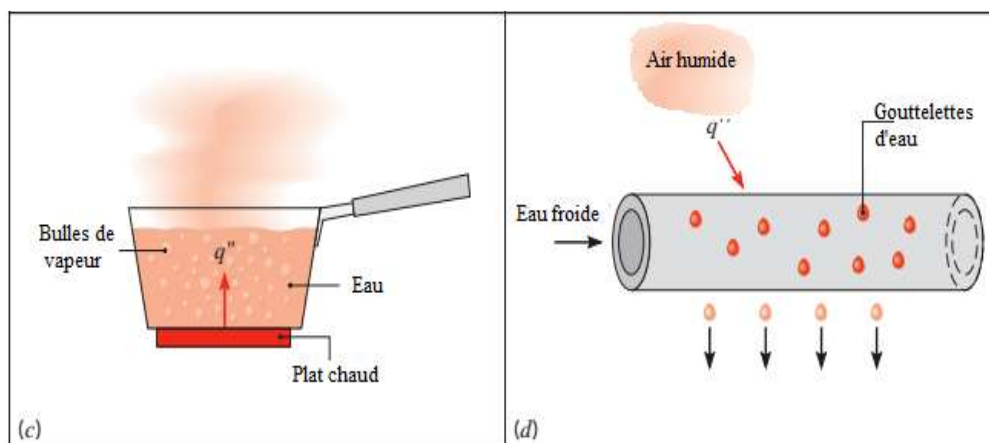


Figure (III.3) : Processus de transfert de chaleur par convection. **(C)** Ébullition. **(D)** Condensation.

Cependant, pour certains procédés de convection, il existe, en plus, un échange de chaleur latente. Cet échange de chaleur latente est généralement associé à un changement de

phase entre les états liquide et vapeur du fluide. Deux cas particuliers d'intérêt dans ce texte sont l'ébullition et la condensation[15].

Par exemple:

Le transfert de chaleur par convection résulte d'un mouvement de fluide induit par des bulles de vapeur générées au fond d'une casserole d'eau bouillante (**Figure III.3 C**) ou par la condensation de vapeur d'eau sur la surface extérieure d'un tuyau d'eau froide (**Figure. 3 D**).

III.8. Régime d'écoulement et son influence sur le transfert de chaleur :

Le régime d'écoulement du fluide joue un rôle fondamental dans les phénomènes de transfert de chaleur par convection. En effet, la structure de l'écoulement influence directement les mécanismes de transport de quantité de mouvement et d'énergie thermique.

Afin d'illustrer cette notion, on considère l'exemple classique de l'écoulement d'un fluide dans une conduite.

III.8.1. Écoulement en régime laminaire :

En régime laminaire, l'écoulement est ordonné et s'effectue sous forme de couches fluides parallèles, appelées filets fluides, qui glissent les uns sur les autres sans mélange transversal significatif.

Dans ce cas, les échanges thermiques entre les différentes couches sont limités et s'effectuent principalement par conduction moléculaire.

Ainsi :

- Dans la direction normale aux filets fluides, le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction.
- Dans les directions parallèles à l'écoulement, les échanges convectifs restent faibles et la conduction est généralement négligeable.

Ce régime est caractérisé par un écoulement stable, prévisible et fortement structuré.

III.8.2. Écoulement en régime turbulent :

En régime turbulent, l'écoulement devient désordonné et tridimensionnel. Il est caractérisé par la présence de fluctuations rapides de vitesse et de trajectoires chaotiques des particules fluides.

Cette agitation intense favorise un mélange important du fluide, ce qui augmente considérablement les échanges thermiques.

Dans ce régime :

- Le transfert de chaleur s'effectue simultanément par conduction moléculaire et par convection turbulente.
- Le mélange des particules permet un transport d'énergie dans toutes les directions.

Ainsi, le régime turbulent est généralement associé à des coefficients de transfert thermique beaucoup plus élevés que ceux observés en régime laminaire.

III.9. Nombres adimensionnels :

Afin de caractériser les phénomènes de transfert de chaleur par convection, il est indispensable d'introduire des nombres sans dimension.

Ces grandeurs permettent de regrouper plusieurs paramètres physiques en expressions simplifiées et de généraliser les résultats expérimentaux à différents systèmes.

Parmi ces nombres, le nombre de Reynolds joue un rôle fondamental dans la détermination du régime d'écoulement.

III.9.1. Nombre de Reynolds :

Le régime d'écoulement d'un fluide peut être laminaire, transitoire ou turbulent. Le passage d'un régime à un autre est caractérisé par le nombre de Reynolds, noté Re .

Ce nombre sans dimension représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses qui s'exercent dans le fluide. Il permet ainsi d'évaluer la stabilité de l'écoulement.

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu}$$

Avec :

- ρ : masse volumique du fluide (kg/m^3)
- U : vitesse caractéristique (m/s)
- L : longueur caractéristique (m)
- μ : viscosité dynamique ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)

III.9.1.1. Interprétation physique :

Lorsque les forces d'inertie dominant (Re élevé), l'écoulement devient instable et tend vers un régime turbulent. En revanche, lorsque les forces visqueuses sont prédominantes (Re faible), l'écoulement reste stable et laminaire.

Valeurs critiques :

Les valeurs critiques du nombre de Reynolds dépendent de la géométrie de l'écoulement :

- **Écoulement dans une conduite (tube) :**
 - $Re < 2300 \rightarrow$ régime laminaire
 - $2300 < Re < 4000 \rightarrow$ régime de transition
 - $Re > 4000 \rightarrow$ régime turbulent
- **Écoulement sur une plaque plane :**
 - Transition vers la turbulence autour de :

$$Re_x \approx 3 \times 10^5$$

III.9.1.2. Choix de la longueur caractéristique dans le nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds dépend d'une longueur caractéristique L , qui varie selon la géométrie de l'écoulement. Le choix correct de cette longueur est essentiel pour déterminer correctement le régime d'écoulement.

Cas usuels de définition de L

- Écoulement parallèle à une plaque plane :

$$L = x$$

Où x représente la distance depuis le bord d'attaque de la plaque.

- Écoulement externe autour d'un cylindre (ou conduite horizontale exposée transversalement) :

$$L = D$$

Où D est le diamètre extérieur.

- Écoulement interne dans une conduite cylindrique :

$$L = D$$

Où D est le diamètre hydraulique de la conduite.

- Écoulement dans un espace annulaire :

$$L = e = D_2 - D_1$$

Où e est l'épaisseur de l'espace annulaire.

III.9.2. Nombre de Prandtl :

Le nombre de Prandtl, noté Pr , est un nombre sans dimension fondamental en transfert de chaleur par convection. Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique dans un fluide[16].

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Avec :

- ν : diffusivité cinématique (m^2/s)
- α : diffusivité thermique (m^2/s)

III.9.2.1. Interprétation physique :

Le nombre de Prandtl exprime la capacité relative d'un fluide à diffuser la quantité de mouvement par rapport à la chaleur.

- Si $Pr \ll 1$: la diffusion thermique est dominante (cas des métaux liquides).
- Si $Pr \gg 1$: la diffusion de la quantité de mouvement domine (cas des huiles).
- Si $Pr \approx 1$: les deux phénomènes sont du même ordre de grandeur (cas de l'air et des gaz).

III.9.2.2. Signification en convection :

Le nombre de Prandtl joue un rôle essentiel dans l'analyse du transfert de chaleur par convection, car il relie directement le champ de vitesse au champ thermique. Il intervient dans la plupart des corrélations empiriques utilisées pour déterminer le nombre de Nusselt.

III.9.3. Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt, noté Nu , est un nombre sans dimension fondamental en transfert de chaleur par convection. Il représente le rapport entre le transfert de chaleur par convection et le transfert de chaleur par conduction dans une couche de fluide d'épaisseur caractéristique[17] L .

$$Nu = \frac{h L}{\lambda}$$

Avec :

- h : coefficient de transfert de chaleur par convection ($\text{W/m}^2\cdot\text{K}$)
- L : longueur caractéristique (m)
- λ : conductivité thermique du fluide ($\text{W/m}\cdot\text{K}$)

III.9.3.1. Interprétation physique :

Le nombre de Nusselt traduit l'intensification du transfert thermique due au mouvement du fluide par rapport à un transfert purement conductif.

- Si $Nu = 1$: le transfert est purement conductif.
- Si $Nu > 1$: la convection améliore le transfert de chaleur.

Ainsi, plus le nombre de Nusselt est élevé, plus l'effet convectif est dominant.

III.9.3.2. Lien avec le coefficient de convection :

À partir de la valeur locale du nombre de Nusselt, il est possible de déterminer le coefficient local de transfert de chaleur par convection :

$$h = \frac{Nu \lambda}{L}$$

Ensuite, on peut définir une valeur moyenne du coefficient de convection h_c ainsi qu'un nombre de Nusselt moyen $\bar{Nu}$, utilisés pour les calculs globaux.

Remarque importante :

Le nombre de Nusselt constitue la variable principale dans les corrélations empiriques reliant le transfert de chaleur aux nombres de Reynolds et de Prandtl :

$$Nu = f(Re, Pr)$$

III.9.4. Nombre de Rayleigh :

Le nombre de Rayleigh, noté Ra , est un nombre sans dimension utilisé principalement pour caractériser le transfert de chaleur par convection naturelle. Il permet de prédire l'apparition et l'intensité des mouvements de convection dans un fluide soumis à un gradient de température[18].

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

Expression détaillée :

$$Ra = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu \alpha}$$

Avec :

- g : accélération de la pesanteur (m/s²).
- β : coefficient de dilatation thermique (1/K).
- T_s : température de la surface.
- T_∞ : température du fluide.
- L : longueur caractéristique (m).
- ν : diffusivité cinématique (m²/s).
- α : diffusivité thermique (m²/s).

III.9.4.1. Interprétation physique :

Le nombre de Rayleigh représente le rapport entre les forces de flottabilité (qui favorisent le mouvement du fluide) et les effets dissipatifs dus à la viscosité et à la diffusion thermique.

- Si Ra est faible : le fluide reste au repos ou en conduction pure.
- Si Ra dépasse une valeur critique : des mouvements convectifs apparaissent spontanément.

III.9.4.2. Lien avec la convection naturelle :

Le nombre de Rayleigh est le paramètre clé qui gouverne la convection naturelle. Il combine :

- Le nombre de Grashof (effet de flottabilité)
- Le nombre de Prandtl (propriétés du fluide)

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

Remarque importante :

En convection naturelle, le nombre de Nusselt est généralement exprimé sous la forme :

$$Nu = f(Ra)$$

Ou plus précisément :

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

III.9.5. Nombre de Grashof :

Le nombre de Grashof, noté Gr , est un nombre sans dimension fondamental en convection naturelle. Il représente le rapport entre les forces de flottabilité dues aux variations de densité et les forces visqueuses qui s'opposent au mouvement du fluide[19].

$$Gr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}$$

Avec :

- g : accélération de la pesanteur (m/s^2)
- β : coefficient de dilatation thermique ($1/K$)
- T_s : température de la surface
- T_∞ : température du fluide
- L : longueur caractéristique (m)
- ν : viscosité cinématique (m^2/s)

III.9.5.1. Interprétation physique :

Le nombre de Grashof joue un rôle similaire à celui du nombre de Reynolds en convection forcée. Il permet de quantifier l'intensité des forces de flottabilité qui génèrent le mouvement du fluide en convection naturelle.

- Si Gr est faible $\rightarrow$ le fluide reste stable, conduction dominante.
- Si Gr est élevé $\rightarrow$ apparition de mouvements convectifs.

III.9.5.2. Rôle en convection naturelle :

Le nombre de Grashof est un paramètre clé pour déterminer le régime de convection naturelle. Il intervient directement dans la formation du nombre de Rayleigh :

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

III.10. Expression du flux de chaleur en convection :**III.10.1. Loi du refroidissement de Newton :**

Quel que soit le mécanisme de transfert thermique par convection (naturelle ou forcée), le flux de chaleur échangé entre une surface solide et un fluide est décrit par la loi du refroidissement de Newton[20].

Expression du flux thermique global :

$$Q = h A (T_s - T_\infty)$$

Avec :

- Q : puissance thermique échangée (W)
- h : coefficient de convection (W/m²·K)
- A : surface d'échange (m²)
- T_s : température de la surface (K ou °C)
- T_∞ : température du fluide loin de la surface

Flux thermique surfacique :

$$q'' = h (T_s - T_\infty)$$

Le flux thermique surfacique est proportionnel à la différence de température entre la surface et le fluide.

III.10.2. Interprétation physique :

La loi de Newton met en évidence que le transfert de chaleur par convection dépend directement :

- De la différence de température ($T_s - T_\infty$)
- De l'intensité des échanges thermiques, représentée par le coefficient h

Ce coefficient traduit l'effet combiné de plusieurs phénomènes liés à la couche limite thermique, notamment :

- La géométrie de la surface
- Le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent)

- Les propriétés thermophysiques du fluide (viscosité, conductivité, etc.)

III.10.3. Convention de signe :

- $Q > 0$: transfert de chaleur de la surface vers le fluide ($T_s > T_\infty$)
- $Q < 0$: transfert de chaleur du fluide vers la surface ($T_\infty > T_s$)

III.10.4. Remarque importante :

Le flux thermique total est relié au flux surfacique par :

$$Q = q'' \cdot A$$

III.11. Corrélations empiriques :**III.11.1. Introduction et principe :**

Dans l'étude du transfert de chaleur par convection, les équations théoriques exactes sont rarement disponibles en raison de la complexité des écoulements et du couplage entre la mécanique des fluides et les phénomènes thermiques[21].

Pour cette raison, on fait largement appel à des corrélations empiriques, établies à partir de résultats expérimentaux et d'analyses dimensionnelles.

Ces corrélations permettent d'exprimer le nombre de Nusselt en fonction des nombres sans dimension caractéristiques de l'écoulement :

$$Nu = f(Re, Pr, Gr, Ra)$$

Elles dépendent principalement :

- De la géométrie du système (tube, plaque, cylindre, etc.),
- Du type d'écoulement (interne ou externe),
- Du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent),
- Ainsi que du mode de convection (forcée ou naturelle).

III.11.2. Forme générale des corrélations :

En pratique, les corrélations prennent souvent les formes suivantes :

- Convection forcée :

$$Nu = C Re^m Pr^n$$

➤ Convection naturelle :

$$Nu = C Ra^m$$

Avec :

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

Où C, m et n sont des constantes déterminées expérimentalement.

III.11.3. Corrélations empiriques usuelles :

Régime	Condition	Corrélation	Domaine de validité
Laminaire	$Re < 2300$	$Nu = 3.66$	Écoulement établi
Turbulent	$Re > 10^4$	$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$	Corrélation de Dittus–Boelter

Tableau (III.1) : Convection forcée – Écoulement interne (dans un tube)[5].

Avec :

- $n = 0.4$ (Chauffage du fluide).
- $n = 0.3$ (Refroidissement).

Régime	Corrélation
Laminaire	$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
Turbulent	$Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$

Tableau (III.2) : Convection forcée – Écoulement externe (plaque plane)[5].

Régime	Corrélation
Laminaire	$Nu = 0.59 Ra^{1/4}$
Turbulent	$Nu = 0.10 Ra^{1/3}$

Tableau (III.3) : Convection naturelle (exemple : plaque verticale)[22].

III.11.4. Exemple d'application : Corrélation de Dittus–Boelter :

Énoncé :

De l'eau circule dans un tube de diamètre $D = 0.02$ m avec les caractéristiques suivantes :

- $Re = 50\,000$
- $Pr = 7$
- $\lambda = 0.6 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

Déterminer le coefficient de convection h .

Solution :

1. Identification du régime

$$Re > 10^4 \Rightarrow \text{écoulement turbulent}$$

On utilise donc la corrélation de Dittus–Boelter :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

2. Calcul du nombre de Nusselt

$$Nu = 0.023 \times (50000)^{0.8} \times (7)^{0.4}$$
$$Nu \approx 362$$

3. Calcul du coefficient de convection

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{D}$$
$$h = \frac{362 \times 0.6}{0.02} \approx 10860 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Conclusion :

Le coefficient de convection obtenu est élevé, ce qui confirme que le régime turbulent améliore significativement le transfert thermique.

III.11.5. Remarques importantes :

- Les constantes C , m et n sont déterminées expérimentalement.
- Chaque corrélation possède un domaine de validité spécifique qu'il est impératif de respecter.
- Le choix de la corrélation dépend fortement :
 1. Du régime d'écoulement,
 2. De la géométrie,

3. Et du type de convection (forcée ou naturelle).

Résumé des corrélations empiriques :

Géométrie	Domaine de validité	Corrélation du nombre de Nusselt (Nu)
Plaque verticale	$10^4 < Ra < 10^9$	$Nu = 0.59 Ra^{0.25}$
Plaque verticale	$10^9 < Ra < 10^{13}$	$Nu = 0.021 Ra^{0.40}$
Cylindre horizontal	$10^{-2} < Ra < 10^2$	$Nu = 1.02 Ra^{0.148}$
Cylindre horizontal	$10^2 < Ra < 10^4$	$Nu = 0.85 Ra^{0.188}$
Sphère	$1 < Gr < 10^5$	$Nu = 2 + 0.392 Gr^{0.25}$

Tableau (III.4) : Tableau récapitulatif des corrélations en convection naturelle[2].

Remarques importantes :

- Les corrélations en convection naturelle dépendent fortement de la **géométrie du solide** et du **régime d'écoulement**.
- Le nombre de Rayleigh (Ra) est le paramètre clé pour les plaques et cylindres, tandis que le nombre de Grashof (Gr) est utilisé pour la sphère.
- Ces relations sont valables uniquement dans leurs domaines de validité et ne doivent pas être extrapolées.
- Les propriétés du fluide doivent être évaluées à la **température film**.

Tableau récapitulatif des corrélations de Nusselt :

Régime	Corrélations (Nu)	Domaine de validité
Laminaire	$Nu_L = 0.628 Re_L^{0.5} Pr^{1/3}$	$Re_L < 5 \times 10^5 \quad 0.5 \leq Pr \leq 10$
Turbulent	$Nu_L = 0.035 Re_L^{0.8} Pr^{1/3}$	$Re_L > 5 \times 10^5 \quad Pr \geq 0.5$

Tableau (III.5) : Écoulement externe sur une plaque plane[9].

Corrélations (Nu)	Domaine de validité	Remarques
$Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^n$	$0.5 < Pr < 120$ $6000 < Re_D < 10^7$ $L/D > 60$	$n = 0.4$ (chauffage) $n = 0.3$ (refroidissement) Dittus–Boelter

Tableau (III.6) : Écoulement interne (tubes et conduits)[13].

3. Conduits non circulaires :

$$\bar{Nu}_{DH} = \bar{Nu}_c \left[1 + \left(0.8 \left(\frac{D_i}{D_0} \right)^{-0.16} \right)^{15} \right]^{1/15}$$

Remarques importantes :

- Ces corrélations sont valables uniquement dans leurs domaines de validité spécifiques.
- Toute extrapolation peut entraîner des erreurs significatives dans les calculs thermiques.
- Les propriétés du fluide doivent être évaluées à la **température moyenne du système**.
- Chaque corrélation dépend fortement de la **géométrie de l'écoulement** et du **régime dynamique**.

À retenir :

Les corrélations empiriques constituent un outil fondamental en génie des procédés, permettant d'estimer rapidement le coefficient de convection sans résoudre les équations complexes du transfert thermique et de la mécanique des fluides.

III.12. Calcul du coefficient de convection (h) – méthodes complètes :

III.12.1. Introduction :

Le coefficient de convection *h* est un paramètre fondamental dans l'étude des transferts thermiques par convection. Il caractérise l'intensité de l'échange thermique entre une surface solide et un fluide en mouvement[4].

Sa détermination repose sur plusieurs approches, allant de méthodes empiriques simples à des techniques expérimentales plus avancées[23].

III.12.2. Relation fondamentale :

Le coefficient de convection est relié au nombre de Nusselt par la relation :

$$h = \frac{Nu \lambda}{L}$$

Où :

- h : coefficient de convection ($\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$)
 - Nu : nombre de Nusselt
 - λ : conductivité thermique du fluide ($\text{W/m} \cdot \text{K}$)
 - L : longueur caractéristique (m)

III.12.3. Méthodes de détermination de h :**III.12.3.1. Méthode des corrélations empiriques :**

C'est la méthode la plus utilisée en ingénierie.

Démarche :

1. Identifier le type de convection (forcée ou naturelle)
2. Déterminer le régime (laminaire ou turbulent) via Re ou Ra
3. Choisir la corrélation appropriée
4. Calculer Nu
5. En déduire h

Avantages :

- Simple et rapide
- Très utilisée en pratique industrielle

Limites :

- Dépend fortement du domaine de validité
- Moins précise hors conditions expérimentales

III.12.3.2. Méthode expérimentale :

Le coefficient h peut être déterminé à partir de mesures expérimentales en utilisant la loi de Newton :

$$Q = h \cdot S \cdot (T_s - T_\infty)$$

D'où :

$$h = \frac{Q}{S(T_s - T_\infty)}$$

Où :

- Q : flux thermique (W)
- S : surface d'échange (m^2)
- T_s : température de la surface
- T_∞ : température du fluide

Avantages :

- Donne des résultats réels
- Très précise

Limites :

- Nécessite des dispositifs expérimentaux
- Coûteuse et parfois complexe

III.12.3.3. Méthode des analogies (approche théorique simplifiée) :

Dans certains cas, on utilise des analogies entre transfert de chaleur et transfert de quantité de mouvement (analogie de Reynolds, Chilton-Colburn).

Forme typique :

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Intérêt :

- Permet d'estimer h à partir de données hydrodynamiques
- Utile en écoulements turbulents

III.12.4. Choix de la longueur caractéristique L :

Géométrie	Longueur caractéristique
Tube	Diamètre D
Plaque plane	Longueur dans le sens de l'écoulement
Cylindre	Diamètre
Sphère	Diamètre

Tableau (III.7) : Le choix de L dépend de la géométrie.

III.13. Exercices d'applications :**Exercice N° 1 : Convection naturelle :**

Une plaque plane verticale de hauteur $L = 0,5 \text{ m}$ est maintenue à une température constante $T_s = 80^\circ\text{C}$. Elle est placée dans de l'air calme à $T_\infty = 25^\circ\text{C}$.

Les propriétés de l'air à la température film sont :

- $k = 0,026 \text{ W/m.K}$
- $\nu = 1,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr = 0,71$
- $\beta = 3,3 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

Travail demandé :

1. Calculer le nombre de Rayleigh Ra_L
2. Déterminer le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent)
3. Déterminer le nombre de Nusselt en convection naturelle :

$$Nu_L = 0,59 Ra_L^{1/4} (10^4 < Ra_L < 10^9)$$

4. Calculer le coefficient de transfert de chaleur h
5. Calculer le flux de chaleur par unité de surface q''

Solution modèle :**1. Température film :**

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = \frac{80 + 25}{2} = 52,5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = T_s - T_\infty = 55\text{K}$$

2. Nombre de Grashof :

$$Gr_L = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$$

$$Gr_L = \frac{9,81 \times 3,3 \times 10^{-3} \times 55 \times (0,5)^3}{(1,6 \times 10^{-5})^2}$$

$$Gr_L \approx 2,8 \times 10^9$$

3. Nombre de Rayleigh :

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr$$

$$Ra_L = 2,8 \times 10^9 \times 0,71 \approx 2,0 \times 10^9$$

4. Régime d'écoulement :

- Si $Ra_L < 10^9 \rightarrow$ laminaire
- Ici : $Ra_L \approx 2 \times 10^9$

Régime : transition vers turbulent :

5. Nombre de Nusselt :

$$Nu_L = 0,59 Ra_L^{1/4}$$

$$Nu_L = 0,59 \times (2,0 \times 10^9)^{1/4}$$

$$Nu_L \approx 0,59 \times 211 \approx 124,5$$

6. Coefficient de convection :

$$h = \frac{Nu_L \cdot k}{L}$$

$$h = \frac{124,5 \times 0,026}{0,5}$$

$$h \approx 6,47 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

7. Flux de chaleur :

Loi de Newton :

$$q'' = h(T_s - T_\infty)$$

$$q'' = 6,47 \times 55$$

$$q'' \approx 356 \text{ W/m}^2$$

Résultat final :

- $Ra_L \approx 2,0 \times 10^9$
- Régime : **transition (proche turbulent).**
- $Nu_L \approx 124,5$
- $h \approx 6,47 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$
- $q'' \approx 356 \text{ W/m}^2$

Exercice N° 2 : Convection forcée :

De l'eau s'écoule à l'intérieur d'un tube circulaire de diamètre $D = 2 \text{ cm}$ et de longueur suffisante pour assurer un régime établi.

Les conditions sont :

- Température de la paroi : $T_s = 60^\circ\text{C}$
- Température moyenne du fluide : $T_m = 30^\circ\text{C}$
- Vitesse moyenne : $V = 0,8 \text{ m/s}$

Propriétés de l'eau :

- $k = 0,6 \text{ W/m.K}$
- $\nu = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr = 7$

Travail demandé :

1. Calculer le nombre de Reynolds.
2. Identifier le régime d'écoulement.
3. Déterminer le nombre de Nusselt (écoulement turbulent) :

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$$

4. Calculer le coefficient de convection h
5. Déterminer le flux thermique q''

Solution modèle :**1. Nombre de Reynolds :**

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$Re = \frac{0,8 \times 0,02}{1,0 \times 10^{-6}}$$

$$Re = 1,6 \times 10^4$$

2. Régime d'écoulement :

- Si $Re < 2300 \rightarrow$ laminaire
- Si $Re > 4000 \rightarrow$ turbulent

Ici : $Re = 16000$ donc : Régime turbulent

3. Nombre de Nusselt :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

$$Nu = 0,023 \times (1,6 \times 10^4)^{0.8} \times 7^{0.4}$$

Calcul intermédiaire :

- $Re^{0.8} \approx 2780$
- $Pr^{0.4} \approx 2,18$

$$Nu \approx 0,023 \times 2780 \times 2,18$$

$$Nu \approx 139$$

4. Coefficient de convection :

$$h = \frac{Nu \cdot k}{D}$$

$$h = \frac{139 \times 0,6}{0,02}$$

$$h \approx 4170 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

5. Flux thermique :

$$q'' = h(T_s - T_m)$$

$$\Delta T = 60 - 30 = 30 \text{ K}$$

$$q'' = 4170 \times 30$$

$$q'' \approx 125100 \text{ W/m}^2$$

Résultat final :

- $Re = 1,6 \times 10^4 \rightarrow$ **turbulent**
- $Nu \approx 139$
- $h \approx 4170 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$
- $q'' \approx 1,25 \times 10^5 \text{ W/m}^2$

Exercice N° 3 : Convection naturelle (plaque verticale) :

Une plaque verticale de hauteur $L = 0,4 \text{ m}$ est maintenue à $T_s = 90^\circ\text{C}$ dans de l'air calme à $T_\infty = 20^\circ\text{C}$.

Propriétés de l'air :

- $k = 0,03 \text{ W/m.K}$
- $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr = 0,72$
- $\beta = 3,4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

Questions :

1. Calculer Ra_L
2. Identifier le régime
3. Déterminer $Nu_L = 0,68Ra_L^{1/4}$
4. Calculer h
5. Calculer q''

Correction :**Température et ΔT :**

$$\Delta T = 90 - 20 = 70\text{K}$$

Rayleigh :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} Pr$$

$$Ra_L \approx 3,1 \times 10^9$$

Régime :

$Ra_L > 10^9 \rightarrow$ transition/turbulent :

Nusselt :

$$Nu_L \approx 0,68(3,1 \times 10^9)^{1/4} \approx 150$$

Coefficient h :

$$h = \frac{Nu_L k}{L} = \frac{150 \times 0,03}{0,4}$$

$$h \approx 11,25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Flux thermique :

$$q'' = h\Delta T = 11,25 \times 70$$

$$q'' \approx 788 \text{ W/m}^2$$

Exercice N° 4 : Convection forcée interne (tube) :

De l'huile s'écoule dans un tube de diamètre $D = 3 \text{ cm}$ avec :

➤ $V = 1,2 \text{ m/s}$

➤ $T_s = 70^\circ \text{C}$

➤ $T_m = 40^\circ \text{C}$

Propriétés :

➤ $k = 0,13 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

➤ $\nu = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

➤ $Pr = 50$

Questions :

1. Calculer Re
2. Régime d'écoulement
3. Calculer $Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{0,4}$
4. Déterminer h
5. Calculer q''

Correction :

Reynolds :

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$Re = \frac{1,2 \times 0,03}{2 \times 10^{-5}} = 1800$$

Laminaire :**Nusselt :**

$$Nu \approx 0,023(1800)^{0,8}(50)^{0,4}$$

$$Nu \approx 72$$

Coefficient h :

$$h = \frac{Nuk}{D} = \frac{72 \times 0,13}{0,03}$$

$$h \approx 312 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Flux :

$$q'' = h(70 - 40)$$

$$q'' = 312 \times 30 = 9360 \text{ W/m}^2$$

Exercice N° 5 : Convection naturelle sur plaque verticale :

Une grande plaque verticale 4 m haute est maintenue à 60 ° C et exposée à l'air atmosphérique à 10 ° C.

Calculez le transfert de chaleur si la plaque est de 10 m de large.

Les propriétés sont : $\beta = 1/308 = 3.25 \times 10^{-3}$, $k = 0,02685 \text{ (W/m. K)}$, $\nu = 16.5 \times 10^{-6}$, $Pr = 0,7$

Solution – Convection naturelle sur plaque verticale :**Données :**

- Hauteur : $L = 4 \text{ m}$
- Largeur : $b = 10 \text{ m}$
- $T_s = 60^\circ \text{C}$, $T_\infty = 10^\circ \text{C}$
- $\Delta T = 50 \text{ K}$
- $\beta = 3,25 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
- $k = 0,02685 \text{ W/m. K}$
- $\nu = 16,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr = 0,7$

➤ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

1. Nombre de Rayleigh :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} Pr$$

Calcul :

- $L^3 = 4^3 = 64$

$$Gr_L = \frac{9,81 \times 3,25 \times 10^{-3} \times 50 \times 64}{(16,5 \times 10^{-6})^2}$$

$$Gr_L \approx 3,8 \times 10^{11}$$

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = 3,8 \times 10^{10} \times 0,7$$

$$Ra_L \approx 2,66 \times 10^{11}$$

2. Régime d'écoulement :

- $Ra_L > 10^9$

Convection naturelle turbulente :

3. Nombre de Nusselt (plaque verticale turbulente) :

Corrélation :

$$Nu_L = 0,10 Ra_L^{1/3}$$

$$Nu_L = 0,10 \times (2,66 \times 10^{10})^{1/3}$$

$$Nu_L \approx 0,10 \times 6400$$

$$Nu_L \approx 640$$

4. Coefficient de convection :

$$h = \frac{Nu_L k}{L}$$

$$h = \frac{640 \times 0,02685}{4}$$

$$h \approx 4,29 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

5. Flux thermique total :

Surface de la plaque :

$$S = 4 \times 10 = 40 \text{ m}^2$$

$$Q = hA(T_s - T_\infty)$$

$$Q = 4,29 \times 40 \times 50$$

$$Q \approx 8590 \text{ W}$$

Résultat final :

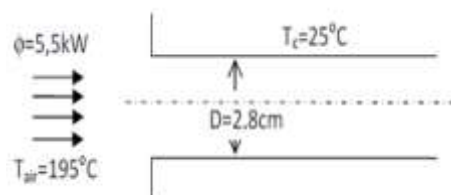
- $Ra_L \approx 2,66 \times 10^{11}$
- Régime : **turbulent**
- $Nu_L \approx 640$
- $h \approx 4,29 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$
- $Q \approx 8,59 \text{ kW}$

Exercice N° 6 :

Dans un cylindre de 2,8 cm de diamètre et de 3 m de long circule de l'air à la température de 195 °C. Le cylindre maintenu à la température de 25 °C, reçoit un flux de chaleur égal à 5500W. **Figure Suivent 2.**

1. Déterminer le coefficient de l'échange de chaleur par convection (***h***).
2. Dédire le nombre de Nusselt de l'écoulement sachant que : ***k* = 0,026 W/m.°C**.
3. Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement.

En admettant que :	$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$	Nombre de Prandtl est égal à 0,73.
--------------------	--------------------------------	------------------------------------



Données :

- Diamètre du cylindre :

$$D = 2,8 \text{ cm} = 0,028 \text{ m}$$

- Longueur :

$$L = 3 \text{ m}$$

- Température de l'air :

$$T_f = 195^\circ C$$

- Température de la paroi :

$$T_p = 25^\circ C$$

- Flux thermique :

$$Q = 5500 \text{ W}$$

- Conductivité thermique de l'air :

$$\lambda = 0,026 \text{ W/m}^\circ C$$

1) Calcul du coefficient de convection h :

La relation de convection est :

$$Q = hA(T_f - T_p)$$

Surface d'échange du cylindre :

$$S = \pi DL$$

$$S = \pi \times 0,028 \times 3$$

$$S = 0,2639 \text{ m}^2$$

Différence de température :

$$\Delta T = T_f - T_p$$

$$\Delta T = 195 - 25 = 170^\circ C$$

Calcul de h :

$$h = \frac{Q}{A\Delta T}$$

$$h = \frac{5500}{0,2639 \times 170}$$

$$h = 122,6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C$$

Résultat :

$$h \approx 123 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C$$

2) Calcul du nombre de Nusselt :

La relation du nombre de Nusselt est :

$$Nu = \frac{hD}{k}$$

$$Nu = \frac{122,6 \times 0,028}{0,026}$$

$$Nu = 132$$

Résultat :

$$Nu \approx 132$$

3) Calcul du nombre de Reynolds :

Pour un écoulement turbulent dans un tube, on utilise souvent la corrélation de Dittus–Boelter :

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$$

Pour l'air, on prend généralement :

$$Pr \approx 0,70$$

Alors :

$$132 = 0,023 \times Re^{0.8} \times (0,70)^{0.4}$$

$$(0,70)^{0.4} \approx 0,867$$

$$132 = 0,01994 \times Re^{0.8}$$

$$Re^{0.8} = \frac{132}{0,01994}$$

$$Re^{0.8} \approx 6619$$

$$Re = (6619)^{1/0.8}$$

$$Re \approx 6,0 \times 10^4$$

Résultat :

$$Re \approx 6 \times 10^4$$

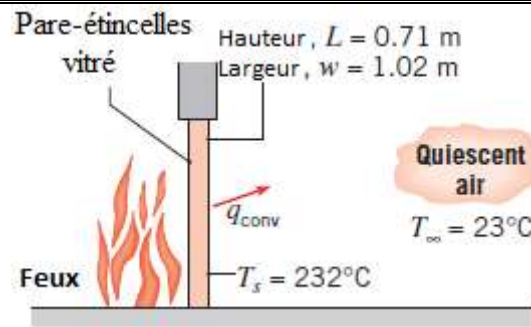
Résultats finaux :

Grandeur :	Valeur
Coefficient de convection h	123 W/m ² .°C
Nombre de Nusselt Nu	132
Nombre de Reynolds Re	6×10^4

Exercice N° 7 :

Un pare-étincelles vitré d'un chauffage à gaz, utilisé pour réduire la fuite de l'air ambiant par le chauffage, a une hauteur de 0,71 m et une largeur de 1,02 m et atteint une température de 232=°C. Si la température de la chambre est de 23=°C, estimez le flux de chaleur par convection du chauffage à la chambre.

Propriétés : air ($T_f = 400$ K) : $k = 33,8 \times 10^{-3}$ W/m K, $\nu = 26,4 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 38,3 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0,690$, $\beta = (1/T_f) = 0,0025$ K⁻¹.



Solution – Convection naturelle (plaque verticale chauffée) :

Données :

- Hauteur : $L = 0,71 \text{ m}$
- Largeur : $b = 1,02 \text{ m}$
- $T_s = 232^\circ\text{C}$, $T_\infty = 23^\circ\text{C}$
- $\Delta T = 209 \text{ K}$

Propriétés de l'air à $T_f = 400 \text{ K}$:

- $\lambda = 33,8 \times 10^{-3} = 0,0338 \text{ W/m.K}$
- $\nu = 26,4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr = 0,690$
- $\beta = 0,0025 \text{ K}^{-1}$
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

1. Nombre de Rayleigh :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} Pr$$

Calcul :

$$L^3 = (0,71)^3 \approx 0,358$$

$$Gr_L = \frac{9,81 \times 0,0025 \times 209 \times 0,358}{(26,4 \times 10^{-6})^2}$$

$$Gr_L \approx 2,64 \times 10^9$$

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr$$

$$Ra_L = 2,64 \times 10^9 \times 0,69 \approx 1,82 \times 10^9$$

2. Régime :

- $Ra_L > 10^9$

Régime turbulent (ou transition) :

3. Nombre de Nusselt :

Corrélation (plaque verticale) :

$$Nu_L = 0,10 Ra_L^{1/3}$$

$$Nu_L = 0,10 \times (1,82 \times 10^9)^{1/3}$$

$$Nu_L \approx 0,10 \times 1215$$

$$Nu_L \approx 121,5$$

4. Coefficient de convection :

$$h = \frac{Nu_L k}{L}$$

$$h = \frac{121,5 \times 0,0338}{0,71}$$

$$h \approx 5,79 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

5. Flux thermique total :

Surface

$$S = 0,71 \times 1,02 = 0,724 \text{ m}^2$$

$$Q = hA(T_s - T_\infty)$$

$$Q = 5,79 \times 0,724 \times 209$$

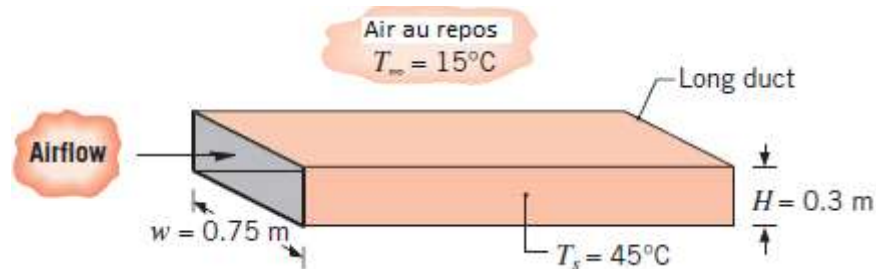
$$Q \approx 876 \text{ W}$$

Résultat final :

- $Ra_L \approx 1,82 \times 10^9$
- Régime : **turbulent (ou transition)**
- $Nu_L \approx 121,5$
- $h \approx 5,79 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$
- **Flux thermique total : $Q \approx 876 \text{ W}$**

Exercice N° 8 :

Le flux d'air à travers un long conduit de cheminée rectangulaire de 0,75 m de largeur et 0,3 m de hauteur maintient la surface extérieure du conduit à 45°C . Si le conduit n'est pas isolé et exposé à de l'air à 15°C dans la chambre, quelle est la perte de chaleur du conduit par mètre de longueur ?

**Solution – Convection naturelle autour d'un conduit rectangulaire****Données :**

- Largeur : $a = 0,75 \text{ m}$
- Hauteur : $b = 0,30 \text{ m}$
- Longueur considérée : 1 m
- $T_s = 45^{\circ}\text{C}$, $T_{\infty} = 15^{\circ}\text{C}$
- $\Delta T = 30 \text{ K}$

Température film :

$$T_f = \frac{45 + 15}{2} = 30^{\circ}\text{C} \approx 303 \text{ K}$$

Propriétés de l'air à T_f :

- $\lambda \approx 0,026 \text{ W/m.K}$
- $\nu \approx 1,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- $Pr \approx 0,71$
- $\beta \approx 1/303 = 3,3 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

1. Surface d'échange par mètre :

Le conduit a 4 faces :

$$S = 2(a + b) \times 1$$

$$S = 2(0,75 + 0,30) = 2,10 \text{ m}^2$$

2. Longueur caractéristique :

Pour convection naturelle autour d'un conduit : on prend une dimension verticale dominante

$$L = 0,75 \text{ m}$$

3. Nombre de Rayleigh :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} Pr$$

$$L^3 = 0,75^3 \approx 0,422$$

$$Gr_L \approx \frac{9,81 \times 3,3 \times 10^{-3} \times 30 \times 0,422}{(1,6 \times 10^{-5})^2}$$

$$Gr_L \approx 1,6 \times 10^9$$

$$Ra_L = 1,6 \times 10^9 \times 0,71 \approx 1,14 \times 10^9$$

4. Régime :

$$Ra_L \approx 10^9$$

✓ Transition (laminaire → turbulent)

5. Nombre de Nusselt :

On utilise :

$$Nu_L = 0,59 Ra_L^{1/4}$$

$$Nu_L = 0,59(1,14 \times 10^9)^{1/4}$$

$$Nu_L \approx 0,59 \times 178 \approx 105$$

6. Coefficient de convection :

$$h = \frac{Nu_L k}{L}$$

$$h = \frac{105 \times 0,026}{0,75}$$

$$h \approx 3,64 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

7. Perte de chaleur :

$$Q = hA(T_s - T_\infty)$$

$$Q = 3,64 \times 2,10 \times 30$$

$$Q \approx 229 \text{ W}$$

Résultat final :

Perte de chaleur par mètre de longueur :

$$Q \approx 230 \text{ W/m}$$

III.14. Conclusion générale :

Ce chapitre a permis d'approfondir l'étude du transfert de chaleur par convection, un mécanisme fondamental intervenant dans de nombreux systèmes thermiques industriels et naturels. Après avoir introduit les définitions essentielles, l'analyse s'est orientée vers la compréhension du coefficient de transfert de chaleur par convection, paramètre clé qui caractérise l'intensité des échanges thermiques entre une surface et un fluide en mouvement.

L'approche par analyse dimensionnelle a ensuite été développée afin de mieux structurer les phénomènes physiques en introduisant les nombres adimensionnels pertinents, facilitant ainsi la généralisation des résultats expérimentaux.

Une attention particulière a été accordée aux corrélations empiriques, aussi bien en convection naturelle qu'en convection forcée, permettant de relier les phénomènes physiques aux expressions pratiques utilisables en ingénierie.

Enfin, le chapitre a abouti à l'établissement des méthodes de calcul du flux de chaleur en convection naturelle et forcée, offrant ainsi des outils concrets pour l'évaluation et la conception des systèmes d'échange thermique.

Ainsi, ce chapitre constitue une base essentielle pour la maîtrise des transferts thermiques en convection, en combinant rigueur théorique et applicabilité pratique dans le domaine du génie des procédés.

- [1] A.-M. Bianchi, Y. Fautrelle, and J. Etay, *Transferts thermiques*. EPFL Press, 2004.
- [2] J. Huetz and J.-P. Petit, *Notions de transfert thermique par convection*. Editions TI, 1990.
- [3] M. Bordjane, “Modes de transfert thermique,” 2017.
- [4] J. Padet, *Principes des transferts convectifs*. Polytechnica Paris, France, 1997.
- [5] F. Ferrag, “Introduction aux modes de transfert de chaleur et exercices d’application,” 2020.
- [6] B. ANASS, “modélisation du transfert de chaleur par convection naturelle d’un nanofluide dans une cavité carrée,” 2020.
- [7] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 1: Conduction et convection*, vol. 1. ISTE Group, 2022.
- [8] A. TOUATI, “Transfert de chaleur”.
- [9] G. des P. de l’Environnement, “TRANSFERT DE CHALEUR”.
- [10] A. Benaouda, “Analyse numérique de l’influence des caractéristiques géométrique et thermique sur le transfert par convection mixte dans les enceintes,” 2024, *Département de Génie Mécanique*.
- [11] J. Padet, *Convection thermique et massique*. Ed. Techniques Ingénieur, 2005.
- [12] K. M. Aboudou and K. M. Aboudou, “Etude numérique et expérimentale des transferts couplés de chaleur et de masse en convection mixte dans un canal,” 2010.
- [13] H. DAGHAB, “ÉTUDE NUMÉRIQUE DES ÉCOULEMENTS ET DES TRANSFERTS DE CHALEUR PAR CONVECTION NATURELLE DES FLUIDES NONNEWTONIENS THERMO-DÉPENDANTS CONFINÉS DANS UNE CAVITÉ CARRÉE PARTIELLEMENT CHAUFFÉE,” 2023.
- [14] M. K. Goni Boulama, *Transferts simultanés de chaleur et de masse en convection mixte confinée*. Université de Sherbrooke, 2007.

- [15] M. KADDIRI, “Etude numérique des écoulements et des transferts de chaleur par convection naturelle dans les fluides non-Newtoniens thermo-dépendants confinés,” 2013.
- [16] M. Nagels, “Évolutions de quelques concepts de thermodynamique classique dans l’enseignement secondaire et supérieur en France au cours du 20ème siècle,” 2017, *Université de Lille*.
- [17] A. Collin, “Transferts de chaleur couplés rayonnement-conduction-convection. Application à des rideaux d’eau soumis à une intense source radiative.,” 2006, *Université Henri Poincaré-Nancy I*.
- [18] A. Triboix and J.-B. Bouvenot, *Transferts thermiques: Méthodes analytiques-49 problèmes d’application résolus-Conduction, Convection, Rayonnement, Échangeurs de chaleur*. Editions Eyrolles, 2021.
- [19] I. HANET and M. KATBI, “ETUDE NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE ENCEINTE RECTANGULAIRE PARTIELLEMENT CHAUFFEE,” 2025, *Université Ibn Khaldoun–Tiaret*.
- [20] T. L. Bergman, *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2011.
- [21] D. Année, “LIVRET DES COURS”.
- [22] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, *Fundamentals of heat and mass transfer*, vol. 6. Wiley New York, 1996.
- [23] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 2: Rayonnement et échangeurs*, vol. 2. ISTE Group, 2022.

IV.1. Introduction :

Le transfert de chaleur par rayonnement constitue un mode fondamental d'échange thermique qui se distingue des autres mécanismes par sa capacité à se produire ***sans support matériel***. En effet, contrairement à la conduction et à la convection, le rayonnement repose sur l'émission et la propagation d'ondes électromagnétiques[1].

Tout corps porté à une température supérieure au zéro absolu émet un rayonnement thermique, dont l'intensité dépend fortement de sa température et de ses propriétés de surface. Ce mode de transfert devient particulièrement dominant dans les systèmes à ***haute température***, tels que les fours industriels ou les applications solaires[2].

Ce chapitre vise à introduire les bases physiques du rayonnement thermique et à analyser les échanges radiatifs entre différentes surfaces, idéales et réelles.

IV.2. Objectifs du chapitre :

À l'issue de ce chapitre, l'étudiant sera capable de :

- Comprendre le mécanisme du transfert de chaleur par rayonnement.
- Identifier et appliquer les lois fondamentales du rayonnement thermique.
- Distinguer entre corps noir et corps réel.
- Évaluer le flux radiatif émis par une surface.
- Analyser les échanges radiatifs entre plusieurs surfaces.
- Utiliser l'analogie des résistances pour modéliser les échanges radiatifs.

IV.3. Prérequis :

Pour bien assimiler ce chapitre, l'étudiant doit maîtriser :

- Les notions de base de la thermodynamique (température absolue, énergie).
- Les modes de transfert de chaleur (conduction et convection).
- Les concepts de flux thermique et de bilan d'énergie.
- Les bases mathématiques (fonctions, puissances, trigonométrie simple).

IV.4. Question déclenchante :

Pourquoi ressent-on la chaleur du soleil ou d'un feu *sans contact direct* et même à travers le vide ?

Cette question met en évidence l'existence d'un mode de transfert de chaleur indépendant de la matière : *le rayonnement thermique*.

IV.5. Annonce du plan :

Dans ce chapitre, nous aborderons successivement :

- Les lois fondamentales du rayonnement thermique.
- La loi de Lambert.
- La loi de Kirchhoff.
- Le rayonnement des corps noirs.
- Le rayonnement des corps non noirs (corps réels).
- Les échanges radiatifs entre plusieurs surfaces (surfaces noires et grises).

IV.6. Généralités sur le transfert de chaleur par rayonnement :

Le rayonnement thermique est un transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques, principalement dans le domaine infrarouge. Il ne nécessite aucun milieu matériel et peut donc se produire dans le vide[3].

Chaque surface émet, absorbe et éventuellement réfléchit une partie du rayonnement incident. Ces interactions sont caractérisées par des propriétés spécifiques :

- *L'émissivité (ϵ)* : capacité d'un corps à émettre du rayonnement.
- *L'absorptivité (α)* : capacité à absorber le rayonnement reçu.
- *La réflectivité (ρ)* : capacité à réfléchir le rayonnement.

Ces propriétés dépendent :

- De la nature du matériau
- De l'état de surface (rugosité, polissage)
- De la température

Contrairement aux autres modes de transfert thermique, le rayonnement dépend de la **puissance quatrième de la température absolue**, ce qui le rend particulièrement important à haute température.

Enfin, l'étude du rayonnement thermique repose souvent sur des modèles idéalisés tels que le **corps noir**, qui permet de simplifier l'analyse et de servir de référence pour les systèmes réels.

IV.6.1. Définition :

Le **rayonnement thermique** est l'émission d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques par toute surface à une température supérieure au zéro absolu. L'énergie émise dépend de la température, de la nature du matériau et de son pouvoir d'émission[4].

IV.6.2. Les propriétés du transfert thermique par rayonnement :

IV.6.2.1. L'émissivité (ϵ) :

Est une propriété fondamentale des matériaux qui détermine leur efficacité à émettre de l'énergie thermique sous forme de rayonnement. Elle est définie comme le rapport entre l'énergie rayonnée par une surface donnée et celle émise par un corps noir idéal à la même température. Le corps noir sert de référence idéale avec $\epsilon = 1$, représentant l'émissivité maximale possible[5].

IV.6.2.2. L'absorptivité (α) :

Caractérise la fraction du rayonnement incident réellement absorbée par une surface. En état d'équilibre thermique, la loi de Kirchhoff stipule que l'absorptivité est égale à l'émissivité ($\alpha = \epsilon$), reflétant la relation intrinsèque entre l'absorption et l'émission de rayonnement thermique. Cette propriété est cruciale pour l'analyse des échanges énergétiques entre les surfaces et leur environnement[5].

IV.6.2.3. La réflectivité (ρ) :

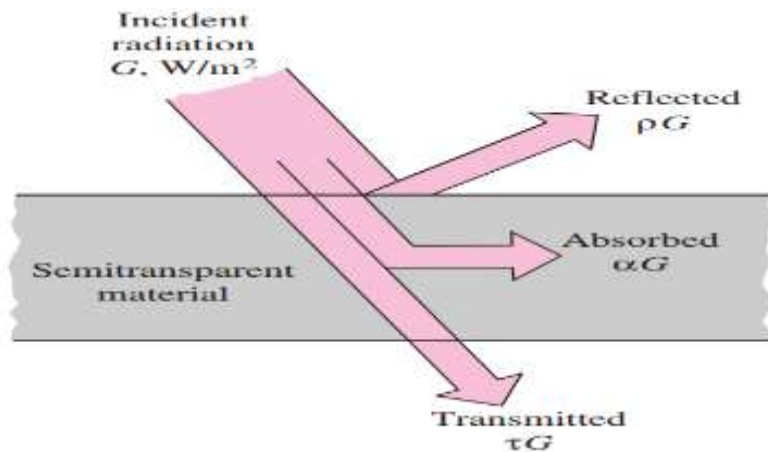
Représente la capacité d'une surface à rediriger le rayonnement incident sans l'absorber. Dans les études d'ingénierie, la réflectivité est considérée comme un facteur complémentaire de l'absorptivité, avec la relation fondamentale $\alpha + \rho + \tau = 1$. Pour les surfaces opaques, la relation se simplifie en $\alpha + \rho = 1$ [6].

IV.6.2.4. La transmissivité (τ) :

Définit la capacité d'un matériau ou d'une surface à laisser passer le rayonnement sans perte d'énergie par absorption ou réflexion. La transmissivité est essentielle pour l'étude des matériaux transparents tels que le verre ou les films minces, jouant un rôle central dans l'analyse du transfert radiatif à travers un milieu[6].

Résumé des relations fondamentales :

- Pour toute surface : $\alpha + \rho + \tau = 1$
- Pour les matériaux opaques : $\tau = 0 \rightarrow \alpha + \rho = 1$
- Pour un corps noir idéal : $\alpha = \varepsilon = 1, \rho = 0, \tau = 0$



Absorptivity:	$\alpha = \frac{\text{Absorbed radiation}}{\text{Incident radiation}} = \frac{G_{\text{abs}}}{G},$	$0 \leq \alpha \leq 1$
Reflectivity:	$\rho = \frac{\text{Reflected radiation}}{\text{Incident radiation}} = \frac{G_{\text{ref}}}{G},$	$0 \leq \rho \leq 1$
Transmissivity:	$\tau = \frac{\text{Transmitted radiation}}{\text{Incident radiation}} = \frac{G_{\text{tr}}}{G},$	$0 \leq \tau \leq 1$

Figure (IV.1) : représentée les Incident, Absorbe, Réfecte, Transmîtes radiation.

$$G_{\text{abs}} + G_{\text{ref}} + G_{\text{tr}} = G$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

IV.7. Loi de Lambert:

IV.7.1. Définition:

La loi de Lambert décrit la répartition directionnelle du rayonnement thermique émis par une surface. Elle établit que l'intensité du rayonnement émis par une surface diffuse idéale est maximale dans la direction normale à la surface et diminue lorsque la direction d'émission s'éloigne de cette normale[7].

Selon cette loi, l'intensité du rayonnement émis dans une direction donnée est proportionnelle au cosinus de l'angle formé entre la direction considérée et la normale à la surface[8].

IV.7.2. Expression mathématique de la loi de Lambert:

La loi de Lambert s'exprime par la relation suivante:

$$I_0 \cos(\theta) = I(\theta)$$

- **$I(\theta)$** : est l'intensité du rayonnement émis dans la direction faisant un angle θ avec la normale à la surface.
- **I_0** : est l'intensité du rayonnement émis dans la direction normale $\theta(0)$.
- **θ** est l'angle entre la direction d'émission et la normale à la surface.

Cette relation montre que le rayonnement est distribué de manière uniforme dans l'espace hémisphérique au-dessus de la surface lorsque celle-ci est diffuse.

IV.7.3. Surface diffuse et hypothèses de validité :

La loi de Lambert s'applique aux surfaces diffuses, c'est-à-dire aux surfaces qui émettent et réfléchissent le rayonnement de façon identique dans toutes les directions de l'hémisphère environnant[7].

IV.7.4. Les hypothèses principales de validité de la loi sont :

- La surface est opaque,
- La surface est isotrope,
- Le rayonnement est indépendant de la longueur d'onde (approximation grise).

Dans la pratique, de nombreuses surfaces industrielles peuvent être considérées comme diffuses, ce qui justifie l'utilisation fréquente de la loi de Lambert dans les calculs d'échange radiatif.

IV.7.5. Importance de la loi de Lambert en transfert thermique :

La loi de Lambert joue un rôle fondamental dans l'analyse des échanges thermiques par rayonnement, notamment pour :

- La détermination du flux radiatif émis par une surface,
- L'établissement des facteurs de forme géométriques,

- Le calcul des échanges radiatifs entre surfaces multiples.

Elle constitue ainsi une base essentielle pour l'étude du rayonnement réciproque entre surfaces noires ou grises, développée dans les sections ultérieures.

IV.8. Loi de Kirchhoff :

La loi de Kirchhoff du rayonnement thermique est une loi fondamentale reliant les propriétés d'émission et d'absorption du rayonnement par une surface. Elle établit qu'à l'équilibre thermodynamique, la capacité d'un corps à émettre le rayonnement thermique est directement liée à sa capacité à absorber ce même rayonnement[9].

IV.8.1. Énoncé de la loi de Kirchhoff :

À l'équilibre thermique, pour une surface donnée, l'émissivité spectrale est égale à l'absorptivité spectrale pour une même longueur d'onde et une même direction :

$$\alpha_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda}$$

Dans le cas d'une surface grise, cette relation peut être écrite sous forme globale :

IV.8.2. Interprétation physique :

La loi de Kirchhoff signifie qu'un bon émetteur de rayonnement thermique est nécessairement un bon absorbeur. Inversement, une surface qui absorbe peu le rayonnement incident émet également peu d'énergie thermique. Cette loi traduit le lien profond entre les propriétés radiatives d'une surface et son état thermodynamique[10].

IV.8.3. Conditions de validité :

La loi de Kirchhoff est valable sous les conditions suivantes :

- Équilibre thermodynamique,
- Même longueur d'onde et même direction pour l'émission et l'absorption,
- Surface opaque.

Dans les applications du transfert de chaleur, on adopte généralement l'approximation de surface grise, ce qui simplifie l'analyse des échanges radiatifs.

IV.8.4. Importance en transfert de chaleur :

La loi de Kirchhoff joue un rôle essentiel dans le calcul des échanges thermiques par rayonnement, notamment pour les surfaces réelles. Elle permet de relier les propriétés radiatives inconnues d'un matériau à des grandeurs mesurables, et constitue une base indispensable pour l'étude du rayonnement réciproque entre surfaces[6][11].

IV.9. Rayonnement des corps noirs:

IV.9.1. Définition du corps noir :

Un corps noir est un modèle idéal en transfert de chaleur par rayonnement. Il est défini comme un corps capable d'absorber la totalité du rayonnement incident, quelle que soit la longueur d'onde ou la direction. Par conséquent, un corps noir est également l'émetteur le plus efficace possible de rayonnement thermique[12].

IV.9.2. Propriétés radiatives du corps noir :

Les principales propriétés du corps noir sont :

- Absorptivité : $\alpha = 1$
- Émissivité : $\varepsilon = 1$
- Réflectivité : $\rho = 0$

Ces propriétés sont indépendantes de la longueur d'onde et de la température.

IV.9.3. Loi de Planck :

La loi de Planck décrit la distribution spectrale de l'énergie émise par un corps noir en fonction de la longueur d'onde et de la température absolue T :

$$E_{\lambda}^0(T) = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad I_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 [\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} \quad (\text{W/m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m})$$

Données :

- $h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ Est la *constante de Planck*.
- $c_0 = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ Est la *vitesse de la lumière* dans le vide.
- $k = 1.38065 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ Est la *constante de Boltzmann*.
- λ Est la *longueur d'onde* en mètres.

- T Est la température absolue en Kelvin.

La puissance spectrale émise par un corps noir est donnée par:

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{b\lambda}(\lambda, T)$$

Et explicitement, en utilisant la loi de Planck :

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc_0^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1}$$

IV.9.4. Loi de déplacement de Wien :

La loi de Wien relie la longueur d'onde correspondant au maximum d'émission à la température du corps noir :

$$\lambda_{max} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$$

IV.9.5. Loi de Stefan–Boltzmann :

La puissance totale rayonnée par unité de surface d'un corps noir est donnée par la loi de Stefan–Boltzmann :

$$E_0 = \sigma T^4$$

Où $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.

IV.9.6. Importance du corps noir en ingénierie :

Le corps noir constitue une référence fondamentale en transfert de chaleur par rayonnement. Il permet de comparer le comportement radiatif des surfaces réelles et de définir les notions d'émissivité et d'absorptivité[13].

IV.10. Rayonnement des corps non noirs (corps gris) :

IV.10.1. Définition des corps non noirs :

Un corps non noir est un corps réel qui n'absorbe pas la totalité du rayonnement incident. Son comportement radiatif dépend de la nature du matériau, de l'état de surface et de la longueur d'onde[14].

Lorsque ses propriétés radiatives sont indépendantes de la longueur d'onde, on parle de corps gris.

IV.10.2. Propriétés radiatives des corps gris :

Pour un corps gris, les propriétés radiatives vérifient :

- $0 < \alpha < 1$
- $0 < \varepsilon < 1$
- $\rho = 1 - \alpha$

À l'équilibre thermique, la loi de Kirchhoff donne :

$$\varepsilon = \alpha$$

IV.10.3. Rayonnement émis par un corps gris :

L'énergie totale émise par unité de surface d'un corps gris à la température Test donnée par :

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

Où ε est l'émissivité du matériau :

Un corps gris émet une fraction de l'énergie émise par un corps noir à la même température[15].

IV.10.4. Importance des corps gris en ingénierie :

<i>Propriété</i>	<i>Corps noir</i>	<i>Corps gris</i>
<i>Absorptivité</i>	$\alpha = 1$	$0 < \alpha < 1$
<i>Émissivité</i>	$\varepsilon = 1$	$0 < \varepsilon < 1$
<i>Dépendance spectrale</i>	<i>Non</i>	<i>Non (hypothèse)</i>
<i>Énergie émise</i>	<i>Maximale</i>	<i>Inférieure</i>

Tableau (IV.1) : Comparaison des propriétés radiatives : corps noir vs corps gris.

IV.10.5. Importance des corps gris en ingénierie :

La majorité des surfaces réelles utilisées en ingénierie peuvent être modélisées comme des corps gris. Cette hypothèse simplifie considérablement les calculs tout en fournissant des résultats suffisamment précis pour les applications pratiques[12].

IV.11. Rayonnement réciproque entre plusieurs surfaces : (Échange de chaleur par rayonnement – Facteurs de forme) :

IV.11.1. Introduction générale :

Dans les systèmes thermiques réels, l'échange de chaleur par rayonnement ne se fait pas entre une surface et l'environnement infini, mais entre plusieurs surfaces finies à des températures différentes[16].

L'étude de ces échanges nécessite l'introduction du facteur de forme (ou facteur de vue), qui prend en compte la géométrie relative des surfaces[17].

IV.11.2. View Factor, Shape Factor, Facteur de Configuration F :

Le facteur de vue $F_{i \rightarrow j}$ est la fraction de l'énergie rayonnée par la surface i qui atteint directement la surface j , en tenant compte de la géométrie relative des surfaces et en supposant qu'il n'y a ni absorption ni réflexion dans le milieu intermédiaire. **Figure (IV.2). Figure (IV.3)**[18].

IV.11.3. Définition du facteur de forme :

Le facteur de forme $F_{i \rightarrow j}$ est la fraction du rayonnement total émis par la surface i qui atteint directement la surface j .

$$0 \leq F_{i \rightarrow j} \leq 1$$

IV.11.4. Propriétés fondamentales des facteurs de forme :

IV.11.4.1. Relation de summation:

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1$$

IV.11.4.2. Reciprocity Relation:

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

IV.11.4.3. Échange radiatif entre deux surfaces noires :

Pour deux surfaces noires 1 et 2, l'échange net de chaleur par rayonnement est :

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \sigma A_1 F_{1 \rightarrow 2} (T_1^4 - T_2^4)$$

IV.11.4.4. Échange radiatif entre surfaces grises :

Pour deux surfaces grises diffuses, l'échange radiatif s'écrit :

$$\dot{Q} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}}$$

Cette relation met en évidence les résistances radiatives.

IV.11.4.5. Analogie avec les résistances thermiques :

Le transfert radiatif peut être modélisé par un réseau de résistances :

- Résistance de surface.
- Résistance géométrique.

Cette approche facilite les calculs dans les systèmes complexes.

IV.11.4.6. Exemple d'application :

Deux plaques parallèles grises de surfaces A , séparées par le vide, échangent de la chaleur par rayonnement.

Les facteurs de forme sont :

$$F_{1 \rightarrow 2} = 1 \text{ et } F_{2 \rightarrow 1} = 1$$

On applique directement la relation précédente.

IV.11.5. Importance pratique :

- Fours industriels.
- Échangeurs thermiques à haute température.
- Isolation thermique.
- Applications spatiales.

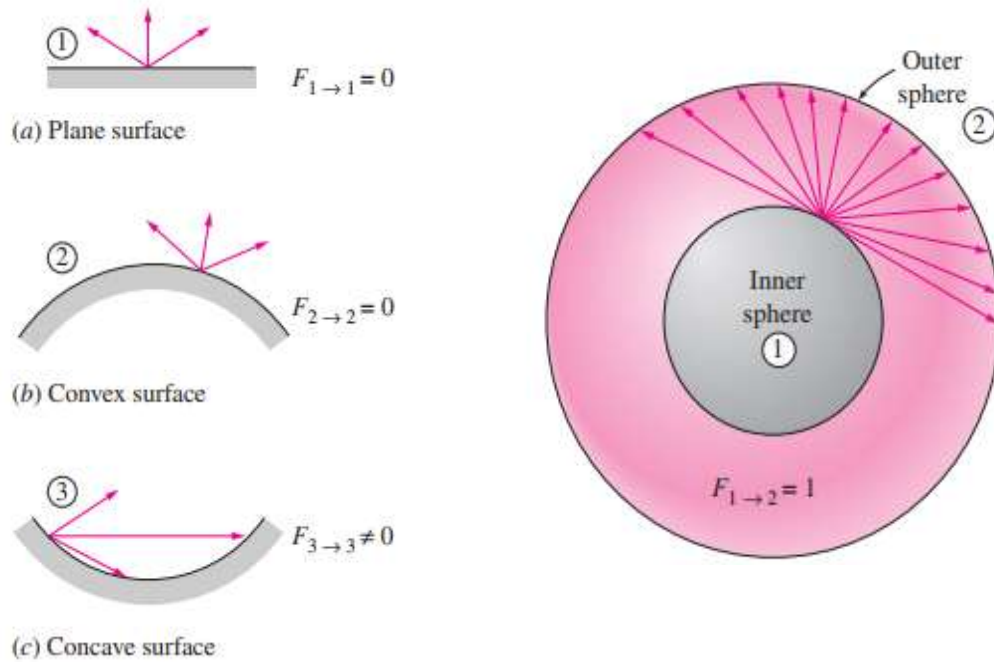


Figure (IV.2) : Le facteur de vue d'une surface sur elle-même est nul pour les surfaces planes ou convexes, et non nul pour les surfaces concaves.

Figure (IV.3) : Dans une géométrie constituée de deux sphères concentriques, le facteur de vue $F_{1 \rightarrow 2} = 1$, car tout le rayonnement quittant la surface de la sphère plus petite sera intercepté par la sphère plus grande.

Règle de sommation des facteurs de vue:

La **règle de sommation** stipule que dans un enclos, la somme des facteurs de vue d'une surface vers toutes les surfaces (y compris elle-même) est **égale à 1** : **Figure (IV.4)**.

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1 \quad \sum_{j=1}^3 F_{1 \rightarrow j} = F_{1 \rightarrow 1} + F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3} = 1$$



Figure (IV.4) : Par conséquent, la somme des facteurs de vue de la surface i vers chacune des surfaces de l'enclos doit être égale à 1 :

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1$$

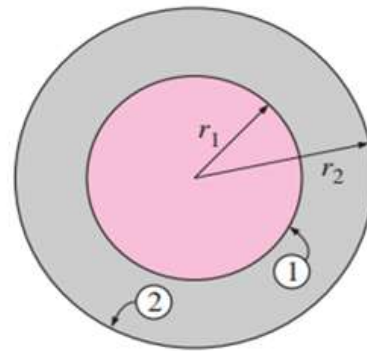
Exemple: Facteurs de vue associés à deux sphères concentriques.

Problème : Déterminer les facteurs de vue associés à un enclos formé par *deux sphères*, comme illustré à la *Figure suivante*.

Solution : Les facteurs de vue associés à *deux sphères concentriques* doivent être déterminés.

Hypothèses : Les surfaces sont des émetteurs et réflecteurs *diffus*.

En réalité, il suffirait de déterminer un seul de ces facteurs par inspection, puisque l'autre peut être trouvé via la règle de sommation appliquée à la surface 1 : $F_{11} = 0$. Car: aucun rayonnement quittant la surface externe d'une surface convexe ne peut frapper cette même surface.



$$F_{11} + F_{12} = 1$$

$$\text{Donc: } F_{12} = 1$$

Tout le rayonnement quittant la surface de la petite sphère est intercepté par la surface interne de la grande sphère.

Détermination de F_{21} : On applique la relation de réciprocité entre les surfaces 1 et 2 :

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

Ce qui donne :

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = ?$$

Or, l'aire d'une sphère est : $A = 4\pi r^2$

Ainsi :

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} \times 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Le texte original donne $F_{21} = 1$ si $A_1 = A_2$? À vérifier selon le contexte.

Détermination de F_{22} : On applique la *règle de sommation* à la surface 2 :

$$F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = 1 - F_{21}$$

$$F_{22} = 1 - F_{21} = 1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Discussion: Lorsque la sphère extérieure est beaucoup plus grande que la sphère intérieure ($r_2 \gg r_1$), F_{22} approche 1, ce qui est logique puisque la fraction du rayonnement quittant la sphère extérieure et interceptée par la sphère intérieure devient négligeable. Les deux sphères n'ont pas besoin d'être concentriques. Cependant, l'analyse du rayonnement est plus précise pour des sphères concentriques, car le rayonnement est plus probablement uniforme sur les surfaces dans ce cas. **Discussion physique :**

- Lorsque $r_2 \gg r_1$: $F_{21} \rightarrow 0$ et $F_{22} \rightarrow 1$

IV.12. Facteur de forme :

IV.12.1. Facteur de forme entre deux rectangles parallèles, alignés et de mêmes dimensions :

Dans l'étude du transfert de chaleur par rayonnement, la détermination du **facteur de forme** est essentielle pour quantifier l'échange radiatif entre deux surfaces.

Le cas des **rectangles parallèles, alignés et de mêmes dimensions** constitue une configuration pratique très utilisée en ingénierie (échangeurs, parois, panneaux). **Figure (IV.5).**

Le graphique présenté permet de déterminer directement le facteur de forme $F_{1 \rightarrow 2}$ en fonction des rapports géométriques :

$$L_1/D$$

$$L_2/D$$

Où D représente la distance entre les deux surfaces.

Ce type d'abaque évite le recours aux expressions analytiques complexes. Il met en évidence l'influence des dimensions et de la distance sur l'échange radiatif

Ainsi, plus les surfaces sont grandes et proches, plus le facteur de forme augmente, traduisant un échange radiatif plus important.

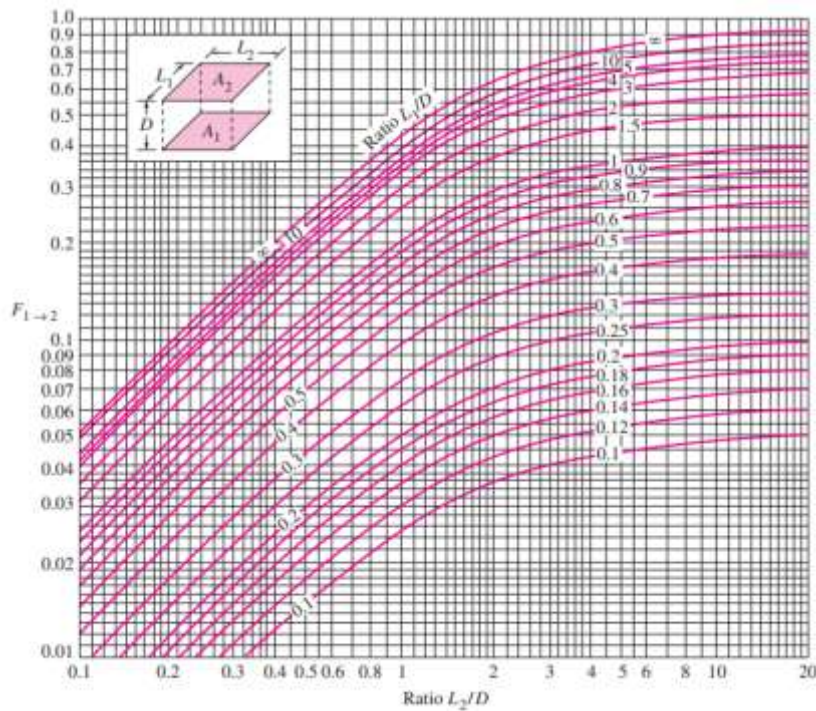


Figure (IV.5) : Facteur de forme entre deux rectangles parallèles, alignés et de mêmes Dimensions.

IV.12.2. Facteur de forme entre deux rectangles perpendiculaires avec arête commune :

Dans le transfert de chaleur par rayonnement, certaines configurations géométriques complexes apparaissent fréquemment, notamment lorsque deux surfaces sont *perpendiculaires et partagent une arête commune*. **Figure (IV.6).**

Ce cas est courant dans :

- Les coins de parois.
- Les échangeurs.
- Les enceintes thermiques.

Le graphique présenté permet de déterminer le facteur de forme $F_{1 \rightarrow 2}$ en fonction des rapports géométriques :

$$L_1/W$$

$$L_2/W$$

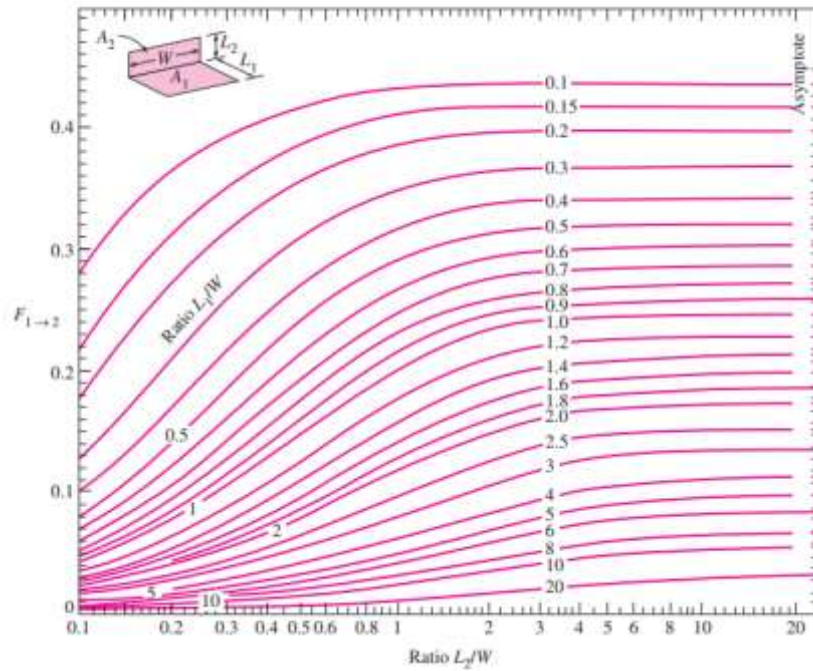


Figure (IV.6) : Facteur de forme entre deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.

IV.12.3. Facteur de forme – Cas des cylindres concentriques:

Le facteur de forme pour des cylindres concentriques permet de mesurer la part du rayonnement émis par une surface qui atteint directement l'autre. Il dépend uniquement de la géométrie et s'évalue à l'aide d'abaques basés sur les rapports dimensionnels. Ce facteur est d'autant plus élevé que les surfaces sont proches, traduisant un échange radiatif plus important. **Figure (IV.7)**[3].

1. Relation de réciprocité :

$$A_1 F_{1 \rightarrow 2} = A_2 F_{2 \rightarrow 1}$$

2. Règle de fermeture (conservation) :

$$\sum_j F_{i \rightarrow j} = 1$$

3. Cas des cylindres concentriques (longs et coaxiaux) :

- Du cylindre intérieur vers l'extérieur :

$$F_{1 \rightarrow 2} = 1$$

- De l'extérieur vers l'intérieur :

$$F_{2 \rightarrow 1} = \frac{A_1}{A_2}$$

4. Expressions des surfaces :

$$A_1 = 2\pi r_1 L, A_2 = 2\pi r_2 L$$

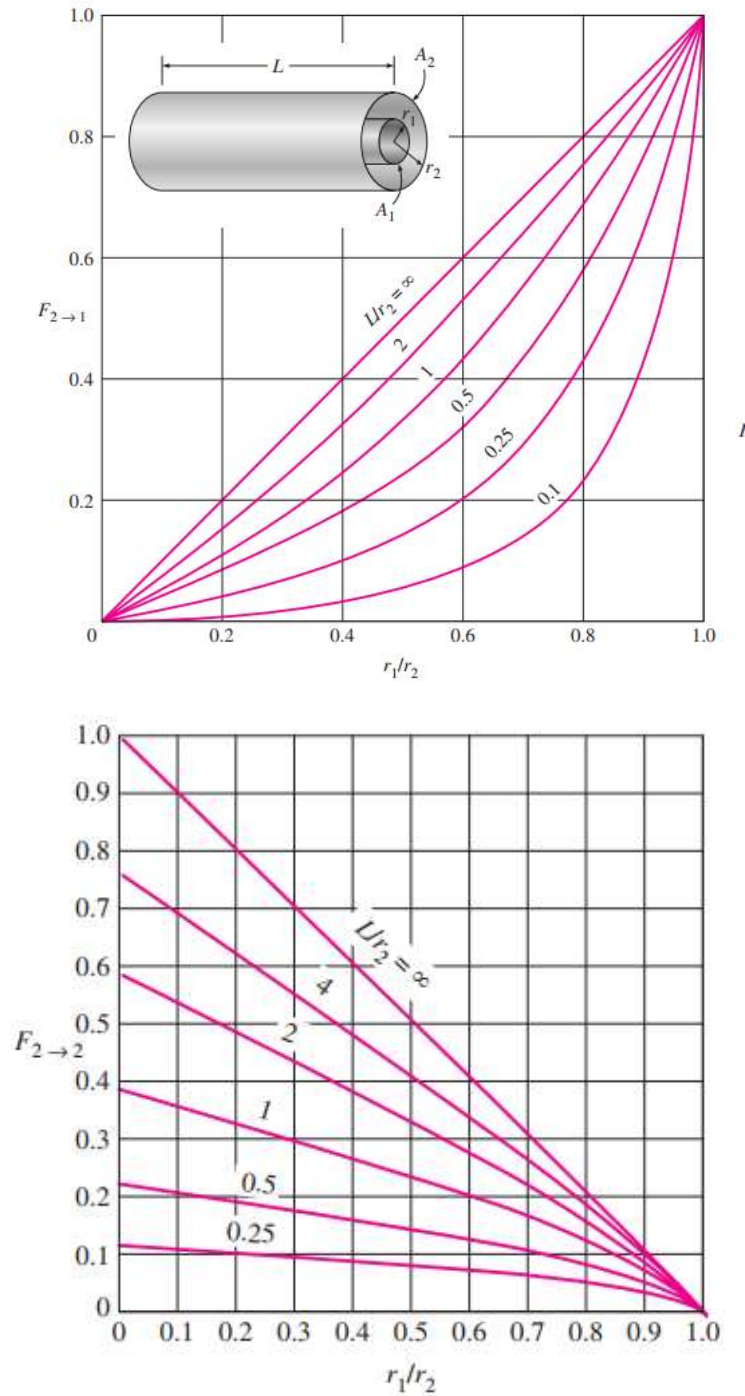


Figure (IV.7) : Facteurs de forme pour deux cylindres concentriques de longueur finie : (a) de la surface du cylindre extérieur vers le cylindre intérieur ; (b) de la surface du cylindre extérieur vers elle-même.

IV.12.4. Facteur de forme entre deux disques parallèles et coaxiaux

Le facteur de forme $F_{1 \rightarrow 2}$ caractérise la fraction du rayonnement émis par un disque (1) qui atteint directement un autre disque parallèle et coaxial (2). Il dépend uniquement de

la géométrie du système : les rayons r_1 , r_2 et la distance axiale L . Il est symétrique via la relation de réciprocité : **Figure (IV.8)**[19].

$$A_1 F_{1 \rightarrow 2} = A_2 F_{2 \rightarrow 1} \quad \text{avec } A = \pi r^2$$

Et respecte la loi de conservation :

$$\sum_j F_{i \rightarrow j} = 1$$

Dans ce cas, le calcul exact de $F_{1 \rightarrow 2}$ ne possède pas d'expression simple et s'effectue généralement à l'aide d'abaques ou de corrélations graphiques en fonction des rapports géométriques r_1/L et r_2/L .

Physiquement, plus la distance L augmente, plus $F_{1 \rightarrow 2}$ diminue, tandis que des disques proches et de tailles comparables favorisent un échange radiatif plus important.

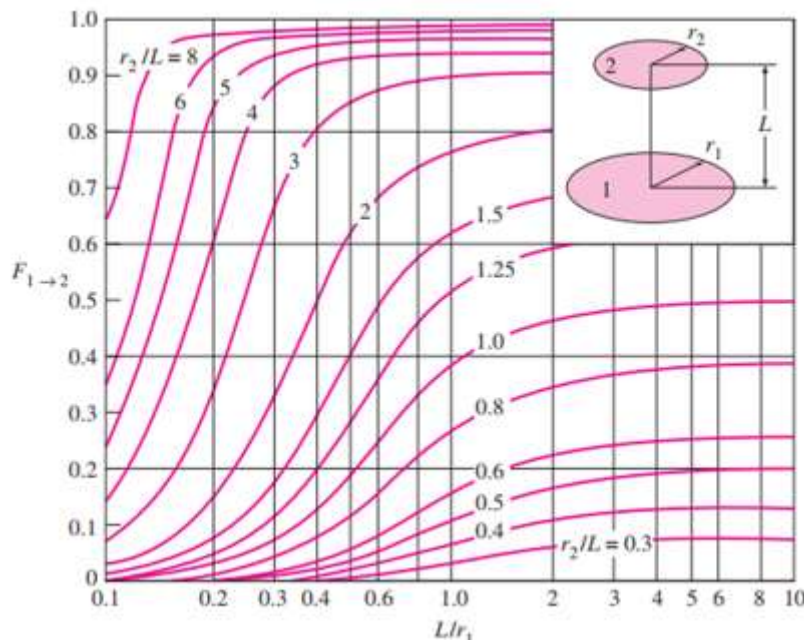


Figure (IV.8) : Facteur de forme entre deux disques parallèles et coaxiaux.

IV.12.5 Transfert de chaleur par rayonnement dans une enceinte à deux surfaces :

Dans une enceinte constituée de deux surfaces opaques aux températures T_1 et T_2 , le transfert radiatif net entre les deux surfaces est unique et vérifie :

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

Le transfert de chaleur par rayonnement peut être modélisé par la **méthode du réseau radiatif**, analogue à un circuit électrique. Dans ce modèle, l'échange est représenté par une succession de résistances thermiques : deux résistances de surface liées aux propriétés radiatives des matériaux et une résistance d'espace liée à la géométrie et au facteur de forme entre les surfaces. **Figure (IV.9)**[20].

Cette approche permet de simplifier l'analyse des échanges radiatifs en les traitant comme un flux traversant des résistances en série, facilitant ainsi le calcul du flux thermique net entre les deux surfaces[21].

Voici les *relations fondamentales* du transfert radiatif entre deux surfaces opaques dans une enceinte :

1. Bilan de flux net :

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

2. Expression générale par réseau radiatif :

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

3. Cas simplifié (surfaces noires : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$) :

$$\dot{Q}_{12} = A_1 F_{1 \rightarrow 2} \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

4. Loi de Stefan-Boltzmann :

$$E_b = \sigma T^4$$

Ces relations permettent de modéliser l'échange radiatif en utilisant l'analogie avec un circuit électrique (résistances de surface et d'espace).

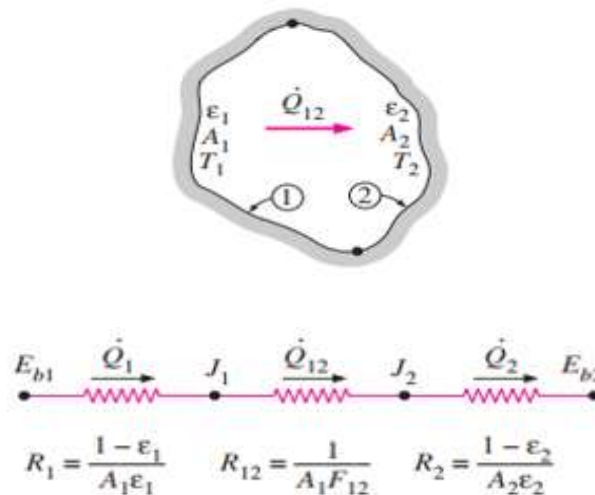


Figure (IV.9) : Schéma d'une enceinte à deux surfaces et d'un réseau de rayonnement à plateaux associé.

IV.13. Exercices :**Exercice N° :01 : Loi de Lambert :**

Une surface diffuse idéale émet un rayonnement thermique tel que son intensité normale est $I_0 = 800 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$.

1. Calculer l'intensité du rayonnement émis dans une direction faisant un angle :
 - $\theta = 30^\circ$
 - $\theta = 60^\circ$
2. Déterminer le rapport entre l'intensité à 60° et celle à 0° .
3. Interpréter physiquement les résultats.

Solution :**1. Application de la loi de Lambert :**

$$I(\theta) = I_0 \cos(\theta)$$

- Pour $\theta = 30^\circ$:

$$I(30^\circ) = 800 \times \cos(30^\circ) = 800 \times 0.866 = 692.8 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

- Pour $\theta = 60^\circ$:

$$I(60^\circ) = 800 \times \cos(60^\circ) = 800 \times 0.5 = 400 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

2. Rapport des intensités :

$$\frac{I(60^\circ)}{I(0^\circ)} = \frac{400}{800} = 0.5$$

3. Interprétation physique :

L'intensité du rayonnement diminue lorsque l'angle d'émission augmente. Elle est maximale dans la direction normale et décroît selon une loi en cosinus. Cela confirme que la surface diffuse répartit son rayonnement de manière non uniforme en direction, mais symétrique autour de la normale.

Exercice N° :02 : Loi de Kirchhoff :

Une surface grise opaque est à l'équilibre thermique. Elle reçoit un rayonnement incident dont l'absorptivité est $\alpha = 0,65$.

1. Déterminer son émissivité ε .
2. Sachant que la surface est opaque, déterminer sa réflectivité ρ .
3. Vérifier la cohérence physique des résultats.

Solution :**1. Application de la loi de Kirchhoff :**

À l'équilibre thermique, pour une surface grise :

$$\varepsilon = \alpha$$

Donc :

$$\varepsilon = 0,65$$

2. Relation de conservation du rayonnement :

Pour une surface opaque :

$$\alpha + \rho = 1$$

Donc :

$$\rho = 1 - \alpha = 1 - 0,65 = 0,35$$

3. Vérification physique :

$$\alpha + \rho = 0,65 + 0,35 = 1$$

La somme est égale à 1, ce qui confirme que le bilan énergétique est respecté. De plus, l'égalité $\varepsilon = \alpha$ valide l'application de la loi de Kirchhoff à l'équilibre thermique.

Interprétation :

Une surface qui absorbe bien le rayonnement (forte α) est également une bonne émettrice (forte ε).

Exercice N°:03 : Rayonnement des corps noirs :

Un corps noir est porté à une température $T = 1000$ K.

1. Déterminer la puissance totale émise par unité de surface.
2. Calculer la longueur d'onde correspondant au maximum d'émission.
3. Calculer la puissance spectrale émise $E_{b\lambda}$ à $\lambda = 2 \mu m$ (on ne demande que l'expression numérique sans calcul détaillé).
4. Interpréter physiquement les résultats.

Donnée : $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

Solution :

1. Loi de Stefan–Boltzmann :

$$E_0 = \sigma T^4$$

$$E_0 = 5,67 \times 10^{-8} \times (1000)^4 = 5,67 \times 10^4 \text{ W m}^{-2}$$

2. Loi de déplacement de Wien : On utilise la loi de déplacement de Wien : $\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m.K}$

$$\lambda_{\max} T = 2,898 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2,898 \times 10^{-3}}{1000} = 2,898 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,9 \mu m$$

3. Loi de Planck (expression) :

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc_0^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1}$$

Avec :

$$\lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ m}, T = 1000 \text{ K}$$

4. Interprétation physique :

- Le corps noir émet une puissance très élevée dépendant fortement de la température (T^4).
- Le maximum d'émission se situe dans l'infrarouge ($\approx 2,9 \mu\text{m}$) pour cette température.
- La loi de Planck montre que l'émission varie avec la longueur d'onde, ce qui explique la distribution spectrale du rayonnement.

Exercice N° :04 : Rayonnement des corps gris :

Une surface grise de température $T = 800 \text{ K}$ possède une émissivité $\varepsilon = 0,7$.

1. Calculer la puissance totale émise par unité de surface.
2. Comparer cette puissance à celle d'un corps noir à la même température.
3. Déterminer l'absorptivité de la surface à l'équilibre thermique.
4. Calculer la réflectivité de cette surface.

Solution :

1. Rayonnement d'un corps gris :

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

$$E = 0,7 \times 5,67 \times 10^{-8} \times (800)^4$$

$$E \approx 0,7 \times 23296 = 16307 \text{ W m}^{-2}$$

2. Cas du corps noir :

$$E_0 = \sigma T^4 = 23296 \text{ W m}^{-2}$$

$$E = 0,7 E_0$$

Le corps gris émet **70 %** du rayonnement d'un corps noir.

3. Loi de Kirchhoff (équilibre thermique) :

$$\alpha = \varepsilon = 0,7$$

4. Réflectivité :

$$\rho = 1 - \alpha = 1 - 0,7 = 0,3$$

Interprétation physique :

- Un corps gris émet moins d'énergie qu'un corps noir à même température.
- Plus ε est élevé, plus la surface est émettrice et absorbante.
- Une partie du rayonnement est réfléchi, ce qui explique que $\rho \neq 0$.

Exercice N : 05 : Échange de chaleur par rayonnement entre deux surfaces grises :

Deux plaques métalliques planes, parallèles et faisant face l'une à l'autre, sont séparées par un vide (absence de convection et de conduction).

Données :

- Surface des plaques : $A_1 = A_2 = 2 \text{ m}^2$
- Températures : $T_1 = 800 \text{ K}, T_2 = 500 \text{ K}$
- Émissivités : $\varepsilon_1 = 0,7, \varepsilon_2 = 0,5$
- Constante de Stefan–Boltzmann : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Les deux surfaces étant parallèles et en vis-à-vis :

$$F_{1 \rightarrow 2} = 1$$

Analyse physique :

- Le milieu est un vide $\Rightarrow$ pas de conduction ni de convection.
- Le transfert thermique s'effectue uniquement par rayonnement.
- Les surfaces sont grises et diffuses.
- On applique la relation du réseau radiatif entre deux surfaces.

Relation utilisée :

$$\dot{Q} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

Calculs détaillés :**1. Différence de température radiative :**

$$T_1^4 = (800)^4 = 4,096 \times 10^{11}$$

$$T_2^4 = (500)^4 = 6,25 \times 10^{10}$$

$$T_1^4 - T_2^4 = 3,471 \times 10^{11}$$

2. Résistances radiatives :

- Résistance de surface (plaque 1) :

$$\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} = \frac{0,3}{2 \times 0,7} = 0,214$$

- Résistance géométrique :

$$\frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} = \frac{1}{2 \times 1} = 0,5$$

- Résistance de surface (plaque 2) :

$$\frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2} = \frac{0,5}{2 \times 0,5} = 0,5$$

3. Résistance totale :

$$R_{\text{tot}} = 0,214 + 0,5 + 0,5 = 1,214$$

4. Flux de chaleur :

$$\dot{Q} = \frac{5,67 \times 10^{-8} \times 3,471 \times 10^{11}}{1,214}$$

$$\dot{Q} \approx 1,62 \times 10^4 \text{ W}$$

$$\dot{Q} \approx 16,2 \text{ kW}$$

Résultat final :

$$\boxed{\dot{Q} \approx 16,2 \text{ kW}}$$

Interprétation physique :

Le flux de chaleur est transféré par rayonnement de la plaque chaude (800 K) vers la plaque froide (500 K). L'intensité de cet échange dépend à la fois des températures élevées (loi en T^4) et des propriétés radiatives des surfaces (émissivités).

Exercice N : 06 : Échange radiatif entre trois surfaces grises :

On considère trois surfaces grises, diffuses, formant un système fermé en *vide*.

Données :

Géométrie :

$$A_1 = 2 \text{ m}^2, A_2 = 3 \text{ m}^2, A_3 = 5 \text{ m}^2$$

$$F_{1 \rightarrow 2} = 0,3, F_{1 \rightarrow 3} = 0,7, F_{1 \rightarrow 1} = 0$$

Thermique :

$$T_1 = 900 \text{ K}, T_2 = 600 \text{ K}, T_3 = 300 \text{ K}$$

$$\varepsilon_1 = 0,8, \varepsilon_2 = 0,6, \varepsilon_3 = 0,4$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Objectif :

Déterminer le *flux radiatif net émis par la surface (1)* vers les surfaces (2) et (3).

1. Détermination des facteurs de forme manquants :

Relation de réciprocité :

$$A_1 F_{1 \rightarrow 2} = A_2 F_{2 \rightarrow 1} \Rightarrow F_{2 \rightarrow 1} = \frac{2 \times 0,3}{3} = 0,2$$

$$F_{3 \rightarrow 1} = \frac{2 \times 0,7}{5} = 0,28$$

Relation de fermeture :

$$F_{2 \rightarrow 3} = 1 - 0,2 = 0,8, F_{3 \rightarrow 2} = 1 - 0,28 = 0,72$$

2. Résistances radiatives :

Résistances de surface :

$$R_{s1} = \frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} = 0,125$$

$$R_{s2} = 0,222, R_{s3} = 0,300$$

Résistances géométriques :

$$R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} = 1,667$$

$$R_{13} = \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 3}} = 0,714$$

3. Calcul des flux radiatifs :

Entre (1) et (2) :

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R_{s1} + R_{12} + R_{s2}}$$

$$T_1^4 - T_2^4 = 5,22 \times 10^{11}$$

$$\dot{Q}_{12} \approx 14,6 \text{ kW}$$

Entre (1) et (3) :

$$\dot{Q}_{13} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{R_{s1} + R_{13} + R_{s3}}$$

$$T_1^4 - T_3^4 = 6,56 \times 10^{11}$$

$$\dot{Q}_{13} \approx 36,3 \text{ kW}$$

Résultat final :

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} = 50,9 \text{ kW}$$

Interprétation physique :

- La surface (1), la plus chaude, émet un flux important vers les surfaces plus froides.

- Le transfert est dominé par l'échange avec la surface (3) malgré sa faible émissivité, en raison du fort écart de température.
- Le modèle du **réseau radiatif** permet de décomposer efficacement un problème complexe en résistances équivalentes.

Exercice N : 07 : Échange radiatif dans une enceinte fermée :

On considère une enceinte fermée constituée de **deux surfaces planes parallèles** séparées par un vide (absence de convection et de conduction).

Données :

$$\begin{aligned}A_1 &= A_2 = 3 \text{ m}^2 \\T_1 &= 900 \text{ K}, T_2 = 600 \text{ K} \\ \varepsilon_1 &= 0,8, \varepsilon_2 = 0,5 \\ \sigma &= 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}\end{aligned}$$

Les deux surfaces étant très grandes et en vis-à-vis :

$$F_{1 \rightarrow 2} = 1$$

Objectifs :

1. Calculer le **flux radiatif net** échangé entre les deux surfaces.
2. Déterminer la **puissance totale échangée**.
3. Comparer avec le cas de **corps noirs**.
4. Interpréter physiquement les résultats.

Analyse physique :

- Le milieu est un **vide** $\Rightarrow$ pas de convection ni conduction.
- Le transfert thermique est **uniquement radiatif**.
- Les surfaces sont **grises et diffuses**.
- Utilisation du **réseau radiatif**.

Solution :

1. Flux radiatif entre deux surfaces grises :

$$q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

2. Calculs numériques :

$$T_1^4 = 900^4 = 6,561 \times 10^{11}$$

$$T_2^4 = 600^4 = 1,296 \times 10^{11}$$

$$T_1^4 - T_2^4 = 5,265 \times 10^{11}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 = 1,25 + 2 - 1 = 2,25$$

$$q = \frac{5,67 \times 10^{-8} \times 5,265 \times 10^{11}}{2,25}$$

$$q \approx \frac{29853}{2,25} \approx 13268 \text{ W m}^{-2}$$

$$\boxed{q \approx 13,3 \text{ kW m}^{-2}}$$

3. Puissance totale échangée :

$$\dot{Q} = q \times A$$

$$\dot{Q} = 13268 \times 3 \approx 39804 \text{ W}$$

$$\boxed{\dot{Q} \approx 39,8 \text{ kW}}$$

4. Cas des corps noirs :

$$q_{\text{noir}} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$q_{\text{noir}} = 5,67 \times 10^{-8} \times 5,265 \times 10^{11} \approx 29853 \text{ W m}^{-2}$$

$$\boxed{q_{\text{noir}} \approx 29,9 \text{ kW m}^{-2}}$$

Comparaison :

$$\frac{q}{q_{\text{noir}}} \approx \frac{13,3}{29,9} \approx 0,44$$

Les surfaces grises n'échangent que **44 %** du flux d'un corps noir.

Interprétation physique :

- Le flux dépend fortement de la température (**loi en T^4**).
- Les émissivités réduisent significativement l'échange radiatif.
- À haute température, le rayonnement devient **prépondérant**.
- Le modèle du **réseau radiatif** permet une analyse simple et efficace.

IV.14. Conclusion générale du chapitre :

Le transfert de chaleur par rayonnement constitue un mode fondamental d'échange thermique, se distinguant des autres mécanismes par sa capacité à se propager sans support matériel. Cette particularité lui confère un rôle essentiel dans de nombreuses applications, notamment à haute température et en milieu raréfié ou sous vide.

Au cours de ce chapitre, les lois fondamentales régissant le rayonnement thermique ont été établies, en particulier les lois de Lambert et de Kirchhoff, ainsi que les lois du corps noir (Planck, Wien et Stefan–Boltzmann), qui constituent des références incontournables pour l'analyse des phénomènes radiatifs.

L'introduction des surfaces réelles, à travers la notion de corps gris et d'émissivité, a permis de rapprocher l'étude théorique des conditions industrielles. Par ailleurs, l'analyse des échanges radiatifs entre plusieurs surfaces a mis en évidence l'influence conjointe de la température, des propriétés radiatives et de la configuration géométrique, notamment via les facteurs de forme.

Enfin, le caractère fortement non linéaire du rayonnement thermique, lié à la dépendance en T^4 , explique son importance croissante dans les systèmes énergétiques modernes.

Ainsi, la maîtrise du rayonnement thermique constitue un enjeu majeur pour l'ingénieur, lui permettant d'améliorer l'efficacité énergétique, de contrôler les transferts thermiques et de concevoir des systèmes optimisés et innovants.

- [1] T. L. Bergman, *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2011.
- [2] Y. A. Cengel and A. J. Ghajar, “Heat and mass transfer: fundamentals and applications,” (*No Title*), 2015.
- [3] J. R. Howell, M. P. Mengüç, K. Daun, and R. Siegel, *Thermal radiation heat transfer*. CRC press, 2020.
- [4] J. Mendonça, “Développement d’un micro-four haute température pour microscope électronique à balayage,” 2022, *Université de Montpellier (UM), FRA*.
- [5] S. M. Stewart and R. B. Johnson, *Blackbody radiation: A history of thermal radiation computational aids and numerical methods*. CRC Press, 2016.
- [6] Y. Jannot, C. Moyne, and A. Degiovanni, *Transfert de chaleur 2: Rayonnement et échangeurs*, vol. 2. ISTE Group, 2022.
- [7] A. TOUATI, “Transfert de chaleur”.
- [8] F. P. Incropera, *Fundamentals of heat and mass transfer: Frank P. Incropera...[et al.]*. John Wiley, 2007.
- [9] F. Ferrag, “Introduction aux modes de transfert de chaleur et exercices d’application,” 2020.
- [10] C. Mahboub, “Etude des phénomènes de transfert thermique dans les échangeurs de la chaleur destinés aux applications solaires,” 2016, *Université Mohamed Khider-Biskra*.
- [11] T. XI and L. D. E. S. F. XV, “STÉPHANE-P. LEMAY MODÉLISATION DES DÉPERDITIONS ÉNERGÉTIQUES DANS UNE SERRE DE VERRE CHAUFFÉE PAR RAYONNEMENT INFRAROUGE ET INFLUENCE D’UN ÉCRAN THERMIQUE Thèse”.
- [12] A. Triboix and J.-B. Bouvenot, *Transferts thermiques: Méthodes analytiques-49 problèmes d’application résolus-Conduction, Convection, Rayonnement, Échangeurs de chaleur*. Editions Eyrolles, 2021.

- [13] I. HANET and M. KATBI, “ETUDE NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE ENCEINTE RECTANGULAIRE PARTIELLEMENT CHAUFFEE,” 2025, *Université Ibn Khaldoun–Tiaret*.
- [14] A.-M. Bianchi, Y. Fautrelle, and J. Etay, *Transferts thermiques*. EPFL Press, 2004.
- [15] S.-P. Lemay, “Modélisation des déperditions énergétiques dans une serre de verre chauffée par rayonnement infrarouge et influence d’un écran thermique,” 1996.
- [16] J. Padet, *Convection thermique et massique*. Ed. Techniques Ingénieur, 2005.
- [17] E. Néron, “Identification de la zone regardée sur un écran d’ordinateur à partir du flou,” 2017.
- [18] A. Collin, “Transferts de chaleur couplés rayonnement-conduction-convection. Application à des rideaux d’eau soumis à une intense source radiative.,” 2006, *Université Henri Poincaré-Nancy I*.
- [19] M. Youcef, C. Mohammed, and K. Zakarya, “ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE AILETTE CYLINDRIQUE”.
- [20] M. LEROUX, “PERFORMANCE ET OPTIMISATION ÉNERGÉTIQUE D’UN ÉDIFICE À BUREAUX EN CLT Mémoire présenté”.
- [21] A. Royer, “Amélioration des méthodes de calcul thermique par réseau de neurones dans les chambres de combustion aéronautiques,” 2023, *Université de Lorraine*.

Conclusion générale :

Au terme de cet ouvrage, il convient de souligner que le transfert de chaleur ne se limite pas à un ensemble de lois et de relations mathématiques, mais constitue avant tout une grille de lecture essentielle pour comprendre et maîtriser les phénomènes énergétiques qui gouvernent les systèmes physiques et industriels.

L'approche adoptée dans ce travail repose sur une progression rigoureuse et cohérente, débutant par une mise en perspective globale des mécanismes de transfert thermique, avant d'en approfondir successivement les trois modes fondamentaux. Cette structuration n'est pas fortuite : elle reflète la nécessité pédagogique et scientifique de passer d'une vision qualitative à une modélisation quantitative maîtrisée.

L'étude de la conduction thermique a permis d'établir un cadre analytique solide, fondé sur la loi de Fourier, et d'explorer des configurations géométriques variées représentatives des situations industrielles réelles. L'introduction des résistances thermiques et de l'analogie électrique a offert un outil conceptuel puissant pour simplifier des problèmes complexes, tandis que l'analyse du calorifugeage et des ailettes a mis en évidence les enjeux liés à l'optimisation des échanges thermiques.

La convection thermique, quant à elle, a révélé toute la richesse et la complexité des phénomènes couplés entre dynamique des fluides et transfert thermique. À travers l'analyse dimensionnelle et l'utilisation de corrélations empiriques, il est apparu que ce mode de transfert exige une approche à la fois théorique et expérimentale, où la compréhension des nombres adimensionnels joue un rôle central dans la généralisation des résultats.

Le rayonnement thermique vient compléter cette trilogie en introduisant un mode de transfert fondamentalement différent, régi par les interactions électromagnétiques. L'étude des lois du rayonnement, des surfaces idéales et réelles, ainsi que des échanges radiatifs entre systèmes multi-surfaces, met en lumière des mécanismes incontournables, notamment dans les environnements à haute température ou en absence de milieu matériel.

Au-delà de l'étude isolée de ces trois modes, l'un des enseignements majeurs de cet ouvrage réside dans leur interdépendance. Dans la quasi-totalité des applications réelles, conduction, convection et rayonnement coexistent et interagissent, imposant une approche globale et intégrée pour une modélisation fidèle des systèmes thermiques.

Ainsi, ce travail ambitionne de fournir au lecteur bien plus qu'un simple contenu académique : il vise à développer une véritable capacité d'analyse, permettant d'identifier les mécanismes dominants, de formuler des hypothèses pertinentes et de choisir les outils de modélisation les plus adaptés.

En définitive, la maîtrise du transfert de chaleur apparaît comme une compétence clé pour relever les défis actuels liés à l'efficacité énergétique, à l'optimisation des procédés industriels et au développement de technologies innovantes. Dans cette perspective, les notions présentées dans cet ouvrage constituent une base solide, appelée à être enrichie et approfondie au fil de l'expérience et de la pratique scientifique.