



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur
Et de la Recherche scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued
Faculté de Technologie

Mémoire de Fin d'Étude
En vue de l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Technologies

Filière : Electromécanique

Spécialité : Electromécanique

Thème

*Analyse Cinématique Des Robots
Parallèles*

Devant le jury composé de :

Zine Ali

Lkrket Soulef

Mme. Meziane Assia

Président

Examineur

Encadreur

Présenté par :

Zellouma Rabiea

Berchaoua Manel

Soutenue le : 06/2018

Remerciements

Nous voulons remercier en premier lieu Dieu Tout-Puissant qui nous a donné la volonté, la santé et le courage d'accomplir ce travail.

Nous aimerions exprimer notre gratitude au superviseur, M.MEZIANE ASSIA, professeur au Département de génie électrique pour nous avoir permis d'offrir ce travail avec soutien, conseils, patience et encouragement tout au long de cette période.

Nous remercions les membres du jury M.ZINE ALI et M.LARRET SOULEF, qui a accepté de nous honorer en les acceptant pour revoir et évaluer notre mémoire.

À tous ceux qui ont contribué directement ou indirectement au développement de ce travail, nous disons, merci.

Enfin, nous exprimons nos remerciements à nos chers parents, frères et amis, qui nous ont encouragés et aidés durant les moments difficiles et douloureux de ce travail.

Dédicace

Nous dédions ce travail à la personne qui porte le nom de notre père,

Le symbole de notre amour de ma mère

Aux vents de ma vie nos frères

Tous les membres de la famille Mahmoudi et Charef

A tous mes amis,

Et à tous ceux qui m'aiment.

Liste des matières

Remerciement	
Dédicace	
Liste des matières.....	IV
Liste des figures.....	VI
Liste des symboles et abréviations.....	X
Introduction générale.....	XII
CHAPITRE I	
I .Etat de l’art.....	3
I.1. Historique.....	3
I.2. Quelques définitions de base.....	5
I.2.1. La structure mécanique articulée (SMA).....	5
I.2.1.1. SMA à chaîne cinématique simple.....	5
I.2.1.2. SMA à chaîne cinématiques fermée.....	6
I.2.2. Les liaisons usuelles.....	6
I.2.3. Les manipulateurs parallèles.....	6
I.2.3.1. Les manipulateur parallèles à chaîne cinématique élémentaire, la jambe	7
I.2.3.2. Les manipulateurs pleinement parallèles.....	7
I.2.3.3. Les manipulateurs à deux degrés de liberté:	8
I.2.3.4. Les manipulateurs plans à trois degrés de liberté :	8
I.2.4. Espace articulaire.....	9
I.2.5. Espace opérationnel.....	9
I.3. Etat de l’art.....	9
I.3.1. Nouveau manipulateur à 3d.d.l.....	10
CHAPITRE II	
II. Description géométrique.....	13
II.1. Description de la géométrie d’une structure arborescente.....	13
II.2 Description de la géométrie d’une structure fermée.....	17
II.3 Application aux robots parallèles.....	17
CHAPITRE III	
III. Modélisations géométriques.....	22
III.1 Modèles géométriques d’une jambe i.....	22
III.2 Exemples d’application.....	23
III.2.1 Le robot de Gough-Stewart.....	23
III.2.2 Description du robot.....	23
III.3 Le modèle géométrique direct.....	25
III .4 Le modèle géométrique inverse.....	27

CHAPITRE IV

IV. Le Modèle Cinématique.....	31
IV.1.Le Modèle Cinématique Direct.....	31
IV.2.Le Modèle Cinématique Inverse du robot de Gough-Stewart.....	33
IV.4.4.l'espace de travail	35
IV.4.4.1. La structure mécanique d'un robot parallèle.....	35
IV.4.4.2 complexité de représentation de l' espace de travail.....	35
IV.4-3 L'espace de travail limité par les intersections entre segment.....	36
IV.4-3-1 Notion de distance entre segment.....	36
CONCLUSION GENERALE.....	39
BIBLIOGRAPHIE.....	40
ANNEXE.....	44

Résumé

Liste des figures

- Figure I.1.** Schéma provenant du brevet de Pollard
- Figure I.2.** Photo d'origine de la plate-forme de Gough
- Figure I.3.** Photos de différents simulateurs de vol et d'une base mobile
- Figure I.4.** Robot sériel
- Figure I.5.** Manipulateur possédant une chaîne cinématique fermée
- Figure I.6.** Robot parallèle à 6 d.d.l
- Figure I.7.** Manipulateur pleinement parallèle simple à 3 degrés de liberté de type 3-RPR
- Figure I.8.** Les manipulateurs à deux degrés de liberté
- Figure I.9.** Les différents robots pleinement parallèles plans à 3 d.d.l
- Figure I.10.** Nouveau manipulateur parallèle à 3 d.d.l
- Figure I.11.** Paramètres géométriques du nouveau manipulateur parallèle à 3 d.d.l
- Figure II.1.** Notations associées à une structure arborescente
- Figure II.2.** Paramètres géométriques pour une structure avec arborescence
- Figure II.3.** Notations associées à une structure parallèle
- Figure II.4.** Schéma représentatif du robot de Gough-Stewart
- Figure II.5.** Repère de la base Σ_0 et repère de la plate-forme Σ_p
- Figure III.1** Le robot de Gough-Stewart
- Figure III.2.** Repère de la base Σ_0 et repère de la plate-forme Σ_p du robot de Gough-Stewart
- Figure III.3.** Placement des repères d'une jambe
- Figure IV.1.** Chemin de la base à la plate-forme au long de la jambe
- Figure IV.2.** Les deux chemins possibles pour le calcul de la vitesse à la connexion entre la jambe i et la plate-forme
- Figure .IV.3.** bloc de similink
- Figure .IV.4.** de vitesse de rotation
- Figure .IV.5.** de vitesse de translation
- Tableau III.1.** Paramètres géométriques des repères de la jambe i du robot de Gough-Stewart

Liste des symboles et abréviations

SMA	structure mécanique articulée
D.D.L	De degrés de liberté
C	forment une chaîne cinématique fermée
R	articulations de type rotoïde
P	articulations de type prismatique
Σ_i	est le repère fixe par rapport au corps C_i
z_i	l'axe de ce repère est porté par l'axe de l'articulation i
X_i	l'axe est porté par la perpendiculaire commune à z_i et à un des axes des articulations suivantes portées par le corps C_i
α_j	angle entre z_i et z_j autour de x_i
d_j	distance entre z_j et z_i selon l'axe x_i
θ_j	angle entre x_i et x_j autour de z_i
r_j	distance entre x_i et x_j selon l'axe z_j
R_{ij}	La matrice de dimension (3×3) définit l'orientation du repère Σ_j par rapport au repère Σ_i
p_{ij}	Le vecteur de dimension (3×1) définit la position de l'origine du repère Σ_j par rapport au repère Σ_i
jT_i	La transformation inverse
C. et S	désignent respectivement $\cos(.)$ et $\sin(.)$
γ_j	angle entre x_i et u_j autour de z_i
b_j	distance entre x_i et u_j selon l'axe z_i
α_j	angle entre z_i et z_j autour de u_j
d_j	distance entre z_i et z_j selon l'axe u_j
θ_j	angle entre u_j et x_j autour de z_j
r_j	distance entre u_j et x_j selon l'axe z_j
q_j	La variable articulaire associée à la j ème articulation est soit θ_j , soit R_j
N	variables articulaires correspondantes permet de déterminer la configuration du robot
q_a	représente le vecteur $(N \times 1)$ des variables articulaires actives
MGD:	Le modèle géométrique direct
X	le vecteur des coordonnées opérationnelles
MGI	le modèle géométrique inverse
DH	matrice Denavit-Hartenberg
T	matrices de passage intermédiaires
U	matrices de passage globales
P_{xi}, P_{yi}, P_{zi}	les coordonnées du point P_i dans le repère Σ_B
μ_0	matrice de transformation homogène de dimension
MCD	Le modèle cinématique direct
MCI	Le modèle cinématique inverse
J_i	la matrice jacobienne de la jambe i
D_1, D_2	les droites associées aux segments

Introduction Générale

Introduction général

Le développement dans le domaine de la robotique a été poussé en premier lieu par une motivation d'imitation des capacités basiques de l'être humain, afin de lui faciliter les tâches difficiles et répétitives dans le domaine de l'industrie, telles que le soulèvement de pièces lourdes, serrage, découpage, assemblage, etc. Les premiers robots furent alors des robots à structure série simple, cette catégorie de robots a eu et a encore de nos jours du succès dans le domaine industriel, mais le progrès atteint par l'assistance de ces robots a fait que les ambitions des chercheurs se sont dirigées vers la création de structures capables d'effectuer des tâches de plus en plus complexes et variées demandant de meilleures performances, d'où vient l'idée des robots parallèles.

La structure parallèle, formée de plusieurs jambes portant en parallèle une plate-forme mobile avec son effecteur, paraît être la plus adaptée à des tâches demandant de hautes performances telles que la rapidité et la précision qui peuvent être assurées par ces structures qui procurent un bon rapport charge utile/masse du robot du fait que la charge est distribuée sur les jambes parallèles. Cependant, pour leur utilisation pratique, les robots parallèles souffrent souvent de leur volume de travail réduit, comparé à celui des robots série.

Afin de regrouper les avantages des deux précédents types de structures (série et parallèle) Cependant, les robots parallèles et hybrides sont des structures articulées complexes souvent difficiles à modéliser.

- Ce mémoire est organisé de la manière suivante :
- ✓ Le premier chapitre est consacré à L'état de l'art et quelques définitions de base des robots parallèles .
- ✓ Dans le deuxième chapitre, en se basant sur les caractéristiques architecturales des robots parallèles et la descriptions géométriques des robots parallèles et aussi application aux robots parallèles.
- ✓ Le troisième chapitre est dédié à La modélisation Géométrique direct et inverse et ainsi un exemple d'application le robot de Gough Stewart.
- ✓ Dans le quatrième chapitre, nous avons traité La modélisation cinématique et déterminer la matrice Jacobienne et aussi l'espace de travail .
- ✓ Le document se termine par une conclusion général sur les travaux menés dans cette étude.

CHAPITRE I

Etat de l'art

Dans ce premier chapitre nous commençons par rappeler un bref historique des robots à structure parallèle avant de présenter quelques définitions de base pour faciliter la lecture de la thèse.

I.1. Historique

Un ingénieur du domaine automobile dénommé Pollard fut réellement le précurseur de la robotique parallèle en déposant son brevet de mécanisme pour peindre automatiquement les carrosseries de voitures en 1938. Il ne put compléter son idée car il n'existait pas de moyens électroniques et informatiques adéquats pour le commander. On peut même affirmer que c'est la première idée de robot industriel. Il a mis au point une structure à trois chaînes cinématiques que l'on nomme maintenant Tripodes. Son principe assurait les mobilités d'orientations en ajoutant un poignet à trois degrés de liberté en série avec la structure parallèle. Son idée préfigure bien ce que vont faire la plupart des concepteurs de robots classiques: trois degrés de liberté pour localiser l'extrémité du robot et trois autres distincts pour l'orienter [1] .

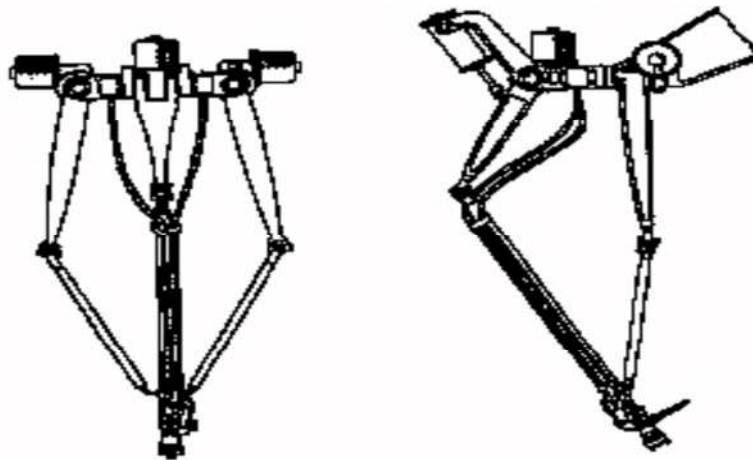


Figure I.1. Schéma provenant du brevet de Pollard

A la fin des années cinquante, Gough, [2] un ingénieur mécanicien du domaine aéronautique proposa et réalisa, le premier, un mécanisme à structure parallèle dont le but était de tester les pneus des avions à l'aide d'une plate-forme mobile. Il est le premier à avoir mis au point une structure à six chaînes cinématiques que l'on nomme maintenant Hexapode.

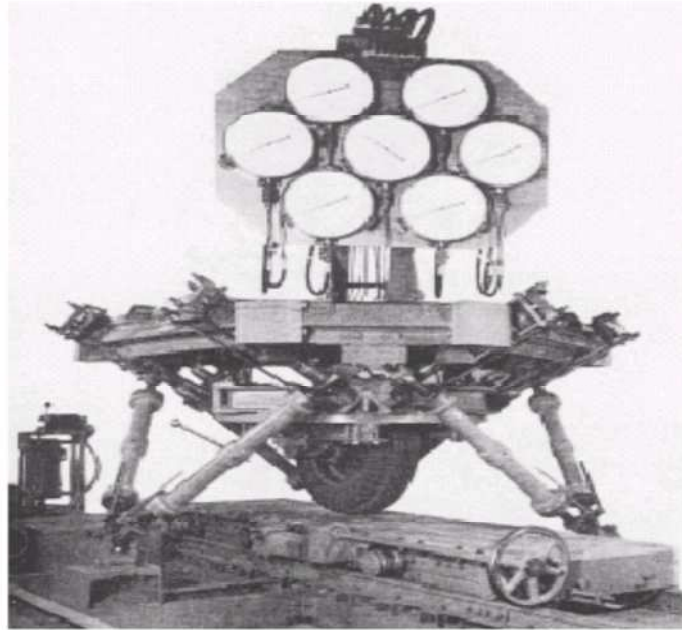


Figure I.2. Photo d'origine de la plate-forme de Gough

On prête à Stewart [3] d'avoir adapté la plate-forme de Gough au domaine des simulateurs de vols en proposant une structure parallèle commandée comme base mobile. [1]



Figure I.3. Photos de différents simulateurs de vol et d'une base mobile.

Avant de présenter quelques références importantes relatives aux robots parallèles à trois degrés de liberté, nous allons rappeler quelques définitions de base, couramment rencontrées dans la littérature [4], [5], permettant une meilleure compréhension des robots étudiés dans cette thèse. Nous porterons notre attention sur une certaine classe de robots parallèles ayant leurs applications principales dans les domaines médicales, spatiales, industrielles, des simulateurs et des machines-outils.[1]

I.2. Quelques définitions de base

I.2.1. La structure mécanique articulée (SMA)

Un robot manipulateur est constitué généralement par deux sous-ensembles distincts: un organe terminal qui est le dispositif destiné à manipuler des objets, et une structure mécanique articulée (SMA), constituée d'un ensemble de solides reliés entre eux, généralement les uns à la suite des autres où chaque solide est mobile par rapport au précédent. Cette mobilité s'exprime en terme de degrés de liberté (d.d.l) qui est par définition le nombre de mouvements indépendants possibles d'un solide S_1 par rapport au solide qui lui est directement relié S_2 . [1]

Une structure mécanique articulée peut être représentée par une architecture composée de plusieurs chaînes de corps rigides assemblés par des liaisons appelées articulations. Les chaînes peuvent être dites soit ouvertes ou en série dans lesquelles tous les corps ont au plus deux liaisons, ou bien arborescentes où au moins l'un des corps a plus de deux liaisons. Les chaînes peuvent aussi être fermées dans lesquelles l'organe terminal est relié à la base du mécanisme par l'intermédiaire de plusieurs chaînes. [1]

I.2.1.1. SMA à chaîne cinématique simple

C'est une chaîne cinématique dont chaque membre possède un degré de connexion (nombre de liaisons mécaniques) inférieur ou égal à deux. Un robot sériel est formé d'une chaîne cinématique simple dont la base et l'organe effecteur possèdent un degré de connexion de un (c'est-à-dire qu'il n'est relié qu'à un seul corps) et les autres éléments un degré de connexion de deux. Ainsi, chaque corps C_i est relié par ses deux extrémités à un seul corps, et la base B et l'effecteur P ne sont liés qu'à un seul corps C_i (Figure I. 4).

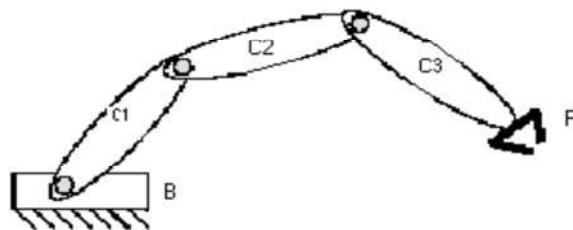


Figure I.4. Robot sériel.

I.2.1.2. SMA à chaîne cinématiques fermée

C'est une chaîne cinématique dont l'un des membres, différent de la base, possède un degré de connexion supérieur ou égal à trois [4].

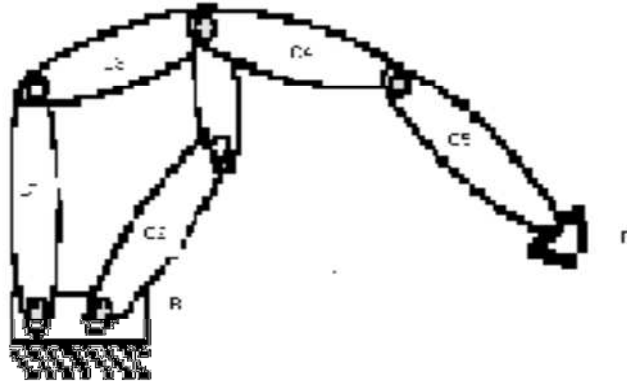


Figure I.5. Manipulateur possédant une chaîne cinématique fermée

Dans notre exemple (Figure I.5), les corps C1, C2, C3 et C4 forment une chaîne cinématique fermée. Ces manipulateurs sont intrinsèquement plus rigides que les manipulateurs sériels.**[1]**

I.2.2. Les liaisons usuelles

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degrés de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de d.d.l. résultant ou encore appelé mobilité de l'articulation, la mobilité est telle que 0 et 6.

Lorsque $m = 1$ ce qui est le cas le plus fréquent en robotique, l'articulation est soit rotoïde, soit prismatique. On peut créer des liaisons de mobilité supérieure à un, en combinant des articulations simples. Par exemple, une liaison sphérique (rotule) est obtenue avec trois articulations rotoïdes d'axes concourants.

I.2.3. Les manipulateurs parallèles

Ce sont des manipulateurs, en chaîne cinématique fermée, constitués d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par des chaînes cinématiques indépendantes [4]. Cette définition restreint considérablement les possibilités de conception

des manipulateurs possédant des chaînes cinématiques fermées. Nous pouvons par exemple remarquer que ce type de manipulateur ne possède qu'un seul organe terminal.[1]

En faisant varier le nombre et la topologie des chaînes du manipulateur, nous obtenons un grand nombre de manipulateurs parallèles. De plus, nous pouvons trouver des manipulateurs parallèles redondants pour lesquels le nombre d'actionneurs est supérieur au nombre de degrés de liberté commandés de la plate-forme mobile, ce qui permet de supprimer des configurations singulières [7][8].

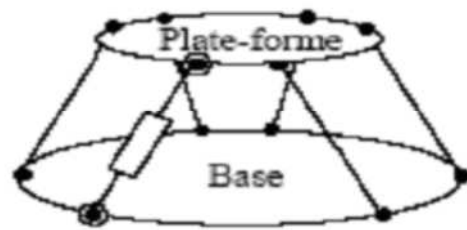


Figure I.6. Robot parallèle à 6 d.d.l

I.2.3.1. Les manipulateurs parallèles à chaîne cinématique élémentaire, la jambe

En parlant d'un manipulateur parallèle, une chaîne cinématique élémentaire est une chaîne cinématique reliant la base fixe à l'effecteur du manipulateur. On appelle aussi celle-ci, jambe d'un manipulateur [9]. Contrairement aux manipulateurs sériels, toutes les articulations ne sont pas forcément motorisées. Leur placement est un problème important lors de la conception car les configurations singulières du manipulateur sont dépendantes du choix des articulations motorisées. Un manipulateur parallèle est donc constitué de jambes, d'une plate-forme mobile et d'une base fixe. Ces jambes peuvent posséder plusieurs degrés de liberté. Ainsi, dans [10], on trouve les différentes combinaisons d'articulations permettant d'obtenir une jambe possédant le nombre de degré de liberté souhaité. Aussi, Merlet propose toutes les jambes possibles d'un manipulateur plan à trois degrés de liberté [11].

I.2.3.2. Les manipulateurs pleinement parallèles

Ce sont des manipulateurs comportant autant de jambes que l'effecteur présente de degrés de liberté. Chaque jambe comporte au plus un actionneur. De plus, aucun segment

d'une jambe ne doit être relié à plus de deux corps (chaîne cinématique série) [12]. Ces manipulateurs sont donc non redondants.

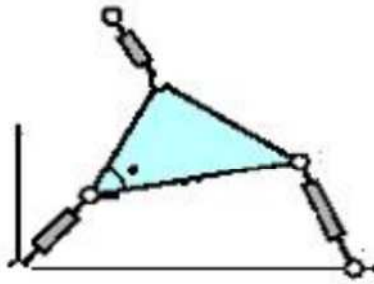


Figure I.7. Manipulateur pleinement parallèle simple à 3 degrés de liberté de type 3-RPR

La figure I.7 présente un manipulateur pleinement parallèle possédant 3 degrés de liberté, 3 jambes et 3 articulations prismatiques motorisées.

I.2.3.3. Les manipulateurs à deux degrés de liberté:

Nous intéressons ici aux manipulateurs plans à 2 d.d.l en translation. Nous ne considérons que les robots constitués d'articulations de type rotoïde et prismatique.

La combinaison des architectures possibles a été étudiée par McCloy [13] qui a montré qu'il pouvait y avoir 20 architectures différentes. Ce nombre se réduit à 6 si l'on suppose que les actionneurs sont attachés au sol, qu'il n'y a pas d'articulation prismatique passive et qu'aucun actionneur ne supporte le poids d'un autre actionneur. Les combinaisons se réduisent alors à RPRPR, RRRPR, RPRRP, RRRRR, RRRRP, PRRRP. Les articulations soulignées sont les articulations motorisées. [1]

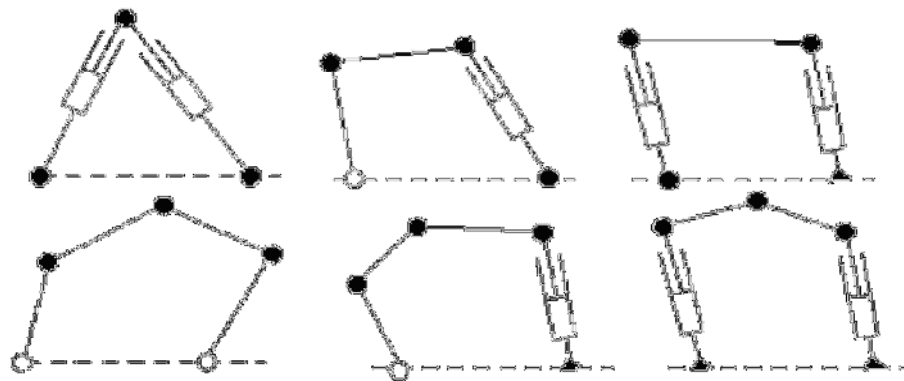


Figure I.8. Les manipulateurs à deux degrés de liberté

I.2.3.4. Les manipulateurs plans à trois degrés de liberté

Dans le plan, nous considérons une plate-forme dont on veut pouvoir commander les trois degrés de liberté : les deux translations selon les axes X, Y, d'un repère de référence et l'orientation q autour de l'axe Z perpendiculaire au plan. Nous recherchons une structure de robot pleinement parallèle, donc possédant trois chaînes cinématiques indépendantes motorisées par trois actionneurs.[1]

Chacune de ces chaînes devant être liées à la fois au sol et à la plate-forme mobile, nous aurons donc trois points d'attache au sol et sur la plate-forme mobile. On peut donc considérer sans perte de généralités une plate-forme triangulaire [14].

On peut décrire une chaîne par la séquence de ces trois articulations en partant de la base. On aura, comme possibilité pour les chaînes, les séquences suivantes : RRR, RPR, RRP, RPP, PRR, PPR, PRP, PPP, (Figure 1.9) il faut cependant rappeler que les articulations doivent être indépendantes, ce qui exclut la séquence PPP.[1]

On peut noter que, par simple échange de la base et du plateau mobile, les robots du type RRP sont équivalents aux PRR et les RPP équivalents aux PPR. Nous n'avons volontairement pas spécifié l'articulation motorisée qui peut être indifféremment l'une des trois. Cependant, on évitera en général de placer la motorisation sur l'organe terminal pour alléger l'équipage mobile. Il faut aussi remarquer qu'il est tout à fait possible de concevoir des robots dont les chaînes sont de nature différente.[1]

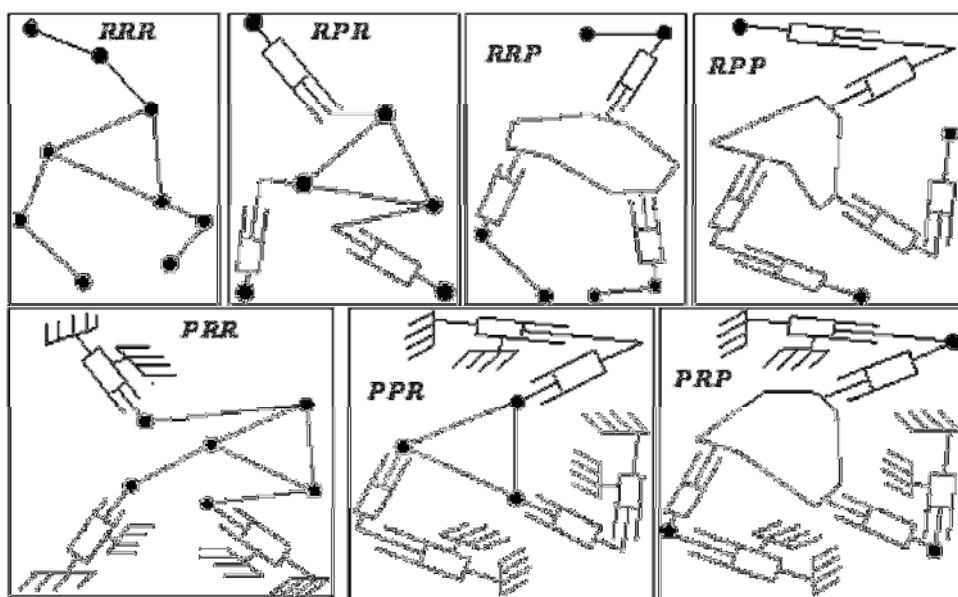


Figure I.9. Les différents robots pleinement parallèles plans à 3 d.d.l

I.2.4. Espace articulaire

L'espace articulaire d'un robot est celui dans lequel est représentée la situation de tous ces corps. La solution la plus simple consiste à utiliser les variables ou coordonnées articulaires. L'espace de ces variables est appelé aussi espace des configurations. Sa dimension N est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de d.d.l de la structure mécanique.[1]

I.2.5. Espace opérationnel

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal. On considère donc autant d'espaces opérationnels qu'il y a d'organes terminaux. La dimension de l'espace opérationnel constitue le nombre de degrés de liberté maximum que peut avoir l'organe terminal et est égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire la situation de l'organe terminal dans l'espace.[1]

I.3. Etat de l'art

Dans les deux dernières décennies, il y a eu des développements considérables dans le domaine des mécanismes parallèles parce qu'ils peuvent être employés en tant que robots industriels [15], simulateurs [16], capteurs de force et de couple [17], micromanipulateurs [18], [19], et les machines-outils parallèles [20]. Depuis les années 80, quelques études ont mené à l'identification de plusieurs architectures mécaniques avec des applications potentielles dans des manipulateurs. Hunt [21] a présenté une étude systématique des mécanismes parallèles et a présenté beaucoup de géométries applicables aux bras de robot. On a également proposé d'autres configurations pour les manipulateurs parallèles avec un nombre et un type indiqués de degrés de liberté. Behi [22] a décrit une configuration 6-dof avec trois jambes où chaque jambe se compose d'une chaîne de PRPS. Hudgens et Tesar [23] ont étudié un dispositif avec six jambes inextensibles où chaque jambe est conduite par un mécanisme de quatre-barres monté sur la base. Romiti et Sorli [24] ont présenté un robot parallèle 6-ddl appelé TuPaMan avec trois jambes, dont chacune se compose d'un double parallélogramme. Austad [25] a conçu une architecture hybride avec 5 ddl basée sur deux mécanismes parallèles. Pierrot et Company [26] ont présenté une nouvelle famille des robots parallèles avec 4 ddl, qui sont trois translations et une rotation. Kim et autres [27] ont proposé un mécanisme parallèle à 6ddl appelé Eclipse-II, qui a l'avantage de permettre une rotation de 360 degrés de la plate-forme mobile. Dans la famille des manipulateurs parallèles, on s'est

intéressé particulièrement aux manipulateurs parallèles à 3 d.d.l. En 1996, Tsai [28] a présenté la cinématique d'un robot à structure parallèle à 3 d.d.l de type UPU. En 2003 Kim et Tsai [29] ont analysé une structure parallèle de type RPS. Joshi [30] a étudié une structure parallèle à trois degrés de liberté et quatre barres. Kim [31], Stock [32] et Callergari [33] ont développé la cinématique d'un manipulateur parallèle à 3 d.d.l en translation pure. Nous présentons dans ce qui suit en détail quelques nouveaux manipulateurs à 3 d.d.l.[1]

I.3.1. Nouveau manipulateur à 3d.d.l

Le manipulateur parallèle spatial à 3 d.d.l proposé par Liu [34] se compose d'une plateforme fixe (14) qui a la forme d'un triangle isocèle (Figure I.10) reliée à une plateforme mobile par deux jambes identiques (1) et (12) dont chacune est composée d'une liaison à 2 d.d.l (15) et (13) et de deux liaisons à 1d.d.l (10),(11),(3) et (4) et d'une troisième jambe formée par un parallélogramme planaire (8) composé de quatre barres et de trois liaisons à 1 d.d.l. (5),(6) et (16) (Figure I.11). Le manipulation est mis en mouvement par trois actionneurs linéaires (2),(7) et (9).

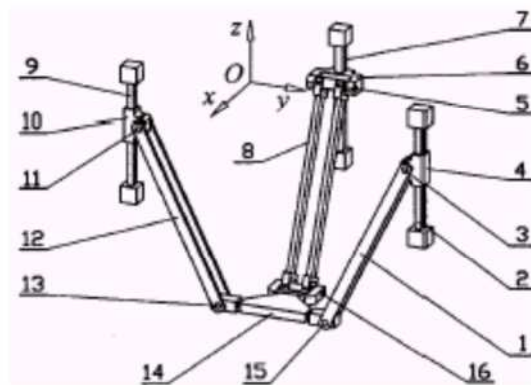


Figure I.10. Nouveau manipulateur parallèle à 3 d.d.l

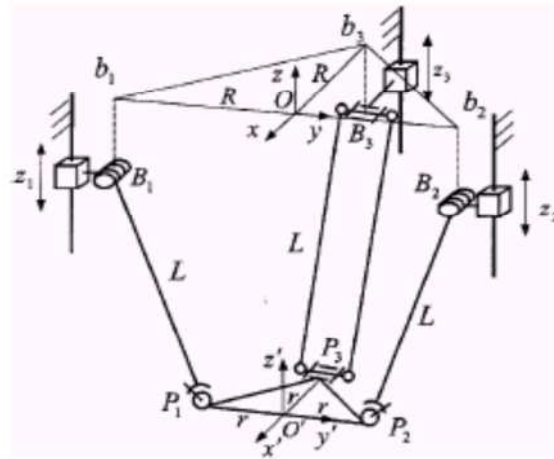


Figure I.11. Paramètres géométriques du nouveau manipulateur parallèle à 3 d.d.l

CHAPITRE II

Description géométriques

Plusieurs méthodes et notations ont été proposées pour la description des paramètres géométriques des structures: série, arborescentes ou comportant des boucles fermées [35], [36], [37], [38], mais aucune méthode systématique n'a été proposée pour la description des robots parallèle.

Nous allons utiliser une méthode basée sur la notation de Khalil et Kleinfinger qui est largement utilisée pour paramétrer les robots à structure sérielle, arborescente ou fermée. Les robots parallèles ayant des structures complexes qui comportent en général des arborescence set des boucles fermées, on commence par faire un rappel des descriptions géométriques des structures arborescentes et fermées [39].

II.1. Description de la géométrie d'une structure arborescente

Dans ce paragraphe nous présentons la description d'une chaîne arborescente en notant qu' une structure ouverte simple constitue un cas particulier de la structure arborescente.

Une structure arborescente est constituée de n articulations, de $n+1$ corps rigides notés $C_0, C_1, \dots, C_n$, et éventuellement de plusieurs corps terminaux.

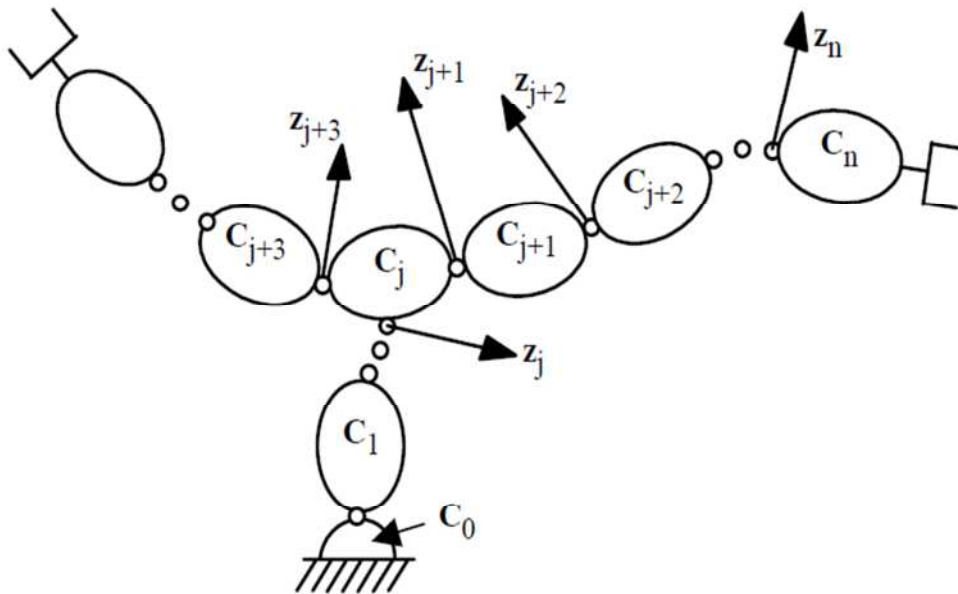


Figure II.1. Notations associées à une structure arborescente.

Par convention, les corps et les articulations sont numérotés de la manière suivante (Figure II.1) :

- la base est fixe et constitue le corps C_0 , le corps c_n est un corps terminal ;
- les numéros des corps et des articulations sont croissants sur chaque branche en partant de la base vers un organe terminal ;
- l'articulation j connecte le corps c_j au corps $C_{a(j)}$, avec $a(j)$ désigne le numéro du corps antécédent du corps c_j lorsque l'on parcourt la chaîne depuis la base, par conséquent $a(j) < j$. On note que dans le cas d'une structure série $a(j) = j-1$;
- les articulations sont considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité), soit rotoïdes, soit prismatiques. Les articulations complexes peuvent être décomposées en plusieurs articulations simples connectant des corps fictifs de masses et longueurs nulles, par exemple, une liaison sphérique peut être représentée par 3 articulations rotoïdes à axes concourants et sera notée par S ou (RRR), et une liaison cardan peut être représentée par 2 articulations rotoïdes à axes concourants et sera notée par C ou (RR);

La topologie du système est complètement définie par la donnée des $a(j)$ pour $j = 1, \dots, n$. Pour déterminer les paramètres géométriques nécessaires à la définition des transformations entre les différents repères liés aux corps, on place les repères de la manière suivante :

- le repère Σ_i est fixe par rapport au corps C_i ,
- l'axe z_i de ce repère est porté par l'axe de l'articulation i ,
- l'axe x_i est porté par la perpendiculaire commune à z_i et à un des axes des articulations suivantes portées par le corps C_i ,
- si le corps C_i , $i = a(j)$, n'a pas d'arborescence, x_i est la perpendiculaire commune à z_i et z_j .
- dans le cas où le corps C_i porte plus d'un corps (Figure II.2), il est proposé de choisir de référence celui relatif à la branche menant à l'organe terminal principal.

Deux cas doivent être envisagés pour définir la matrice de transformation homogène

T_j avec $i = a(j)$:

1) si x_i est la perpendiculaire commune à z_i et z_j , alors le passage Σ_i à Σ_j s'écrit à l'aide des quatre paramètres géométriques suivants :

- α_j : angle entre z_i et z_j autour de x_i ,
- d_j : distance entre z_j et x_i selon l'axe x_i ,
- θ_j : angle entre x_i et x_j autour de z_i ,
- r_j : distance entre x_i et x_j selon l'axe z_j ,

et la matrice de transformation homogène sera donnée par :

$$\begin{aligned} {}^i T_j &= \text{Rot}(x, \alpha_j) \text{Trans}(x, d_j) \text{Rot}(z, \theta_j) \text{Trans}(z, r_j) \\ &= \begin{bmatrix} {}^i R_j & {}^i P_j \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [2.1]$$

La matrice R_{ij} de dimension (3×3) définit l'orientation du repère Σ_j par rapport au repère Σ_i . Le vecteur p_{ij} de dimension (3×1) définit la position de l'origine du repère Σ_j par rapport au repère Σ_i . Il s'ensuit que :

$${}^i R_j = \begin{bmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j \end{bmatrix} \quad [2.2]$$

et :

$${}^i P_j = \begin{bmatrix} d_j \\ -r_j S\alpha_j \\ r_j C\alpha_j \end{bmatrix} \quad [2.3]$$

La transformation inverse ${}^j T_i$ écrit :

$${}^j T_i = \begin{bmatrix} {}^i R_j^T & -d_j C\theta_j \\ & d_j S\theta_j \\ & -r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.4]$$

C. et S. désignent respectivement $\cos(\cdot)$ et $\sin(\cdot)$.

2) si x_i est la perpendiculaire commune à z_i et à un autre axe z_k [Figure II.2], on construit la perpendiculaire commune u_j aux axes z_i et z_j . La transformation de Σ_i à Σ_j s'effectue à l'aide de six paramètres :

- γ_j : angle entre x_i et u_j autour de z_i ;
- b_j : distance entre x_i et u_j selon l'axe z_i ;

et les quatre paramètres usuels (α_j , d_j , θ_j , r_j) :

- α_j : angle entre z_i et z_j autour de u_j ;
- d_j : distance entre z_i et z_j selon l'axe u_j
- θ_j : angle entre u_j et x_j autour de z_j ;
- r_j : distance entre u_j et x_j selon l'axe z_j ;

Ces six paramètres permettent de construire la matrice de transformation suivante :

$${}^i T_j = \text{Rot}(z, \gamma_j) \text{Trans}(z, b_j) \text{Rot}(x, \alpha_j) \text{Trans}(x, d_j) \text{Rot}(z, \theta_j) \text{Trans}(z, r_j)$$

où :

$$= \begin{bmatrix} {}^i R_j & {}^i P_j \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [2.5]$$

$${}^i R_j = \begin{bmatrix} C\gamma_j C\theta_j - S\gamma_j C\alpha_j S\theta_j & -C\gamma_j S\theta_j - S\gamma_j C\alpha_j C\theta_j & S\gamma_j S\alpha_j \\ S\gamma_j C\theta_j + C\gamma_j C\alpha_j S\theta_j & -S\gamma_j S\theta_j + C\gamma_j C\alpha_j C\theta_j & -C\gamma_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j \end{bmatrix} \quad [2.6]$$

$${}^i P_j = \begin{bmatrix} d_j C\gamma_j + r_j S\gamma_j S\alpha_j \\ d_j S\gamma_j - r_j C\gamma_j S\alpha_j \\ r_j C\alpha_j + b_j \end{bmatrix} \quad [2.7]$$

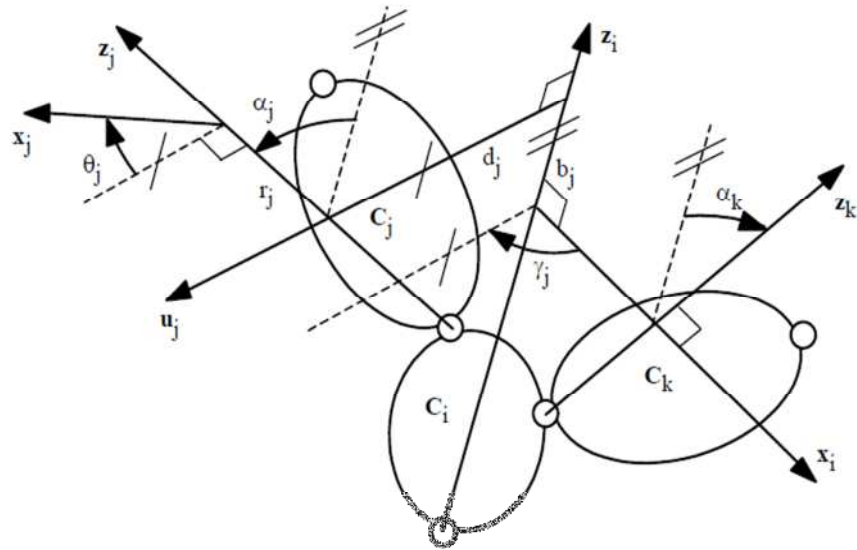


Figure II.2. Paramètres géométriques pour une structure avec arborescence

On remarque que la relation [2.5] représente la forme générale de la matrice de transformation. Quand b_j et γ_j sont nuls, ce qui correspond au cas assez fréquent où x_i et u_j sont confondus, ou encore lorsque x_i est perpendiculaire à Z_i et Z_j , on se ramène alors au cas des chaînes ouvertes simples (relation [2.1]).

La variable articulaire q_j associée à la j ème articulation est soit θ_j , soit R_j , selon que cette articulation est de type rotoïde ou prismatique, ce qui se traduit par la relation :

$$q_j = \bar{\sigma}_j \theta_j + \sigma_j r_j \quad [2.8]$$

avec :

- $\sigma_j=0$ si l'articulation j est rotoïde ,
- $\sigma_j=1$ si l'articulation j est prismatique,
- $\sigma_j=2$ s'il s'agit d'un repère fixe.

II.2 Description de la géométrie d'une structure fermée

Une structure fermée est constituée de $n+1$ corps, la base étant le corps C_0 , éventuellement de plusieurs organes terminaux et dispose de L articulations ($L > n$). Le nombre de boucles fermées est alors donné par la relation :

$$B = L - n \quad [2.9]$$

Parmi les L articulations, N seulement sont pourvues d'actionneurs. On suppose que la structure est compatible avec les contraintes de fermeture des boucles, que le nombre de degrés de liberté du robot est égal au nombre d'articulations motorisées N et que la connaissance des N variables articulaires correspondantes permet de déterminer la configuration du robot, c'est-à-dire la situation de tous les corps du robot.

On introduit le paramètre μ_j telle que :

- $\mu_j = 1$ si l'articulation j est motorisée (active),
- $\mu_j = 0$ si l'articulation j est non motorisée (passive).

II.3 Application aux robots parallèles

Un robot parallèle est donc formé par un ensemble de chaînes cinématiques, appelées par la suite jambes, liées par l'une de leurs extrémités à un corps de référence appelé «base » et à l'autre extrémité à une « plate-forme mobile » qui porte l'organe terminal. On désignera par « points d'articulation » les liaisons entre la plate-forme (ou la base) et les jambes, ces points seront notés par P_i (ou B_i) respectivement. Les jambes d'un robot parallèle peuvent être à structure ouverte simple (le cas le plus courant), et éventuellement elles peuvent contenir des boucles fermées généralement sous forme de parallélogrammes comme par exemple dans le cas du robot DELTA. On identifie l'architecture des robots parallèles selon le nombre de jambes et les initiales des articulations qu'elles contiennent par exemple, le robot de Gough-Stewart sera identifié par 6-RRPS, où le premier chiffre indique le nombre de jambes, la succession de lettres représente les types d'articulations dans la jambe à partir de la base, dont celles soulignées sont actionnées, et la dernière, en gras, représente la liaison passive avec la plate-forme. Dans le cas où le robot comporte des jambes de structures différentes, le nombre et les initiales correspondantes à ces jambes seront ajoutés avec un signe+, par exemple on identifie le robot DELTA par 3-RRPAR+1-RCPC, où Pa désigne une liaison type parallélogramme.

Pour la description des robots parallèles, on définit d'abord le repère Σ_0 fixé à la base, son origine est le point O , et le repère Σ_p fixé à la plate-forme mobile avec P comme origine. Ensuite, on décrit la structure arborescente équivalente (les jambes avec la base). On note que le corps 0 (la base) est l'antécédent de tous les premiers corps des jambes, et chaque

jambe sera décrite à partir de la base jusqu'au corps terminal sans prendre en considération les articulations qui relient ce dernier à la plate-forme.

L'énumération des corps de la structure arborescente sera faite jambe par jambe .

On ajoute sur le numéro de chaque corps l'indice de la jambe comme il est montré dans la (Figure II.3) avec « m » le nombre de jambes et « ni » le nombre de corps dans la jambe i. On définit un repère $j,i\Sigma$ attaché à chacun des corps tel que j'est le numéro du corps et i représente le numéro de la jambe. La matrice de transformation entre les repères $j,i\Sigma$ et $j+1,i\Sigma$ peut être obtenue par [2.1]. On définit également un repère Σ_{bi} confondu avec $\Sigma_{1,i}$ lorsque $q_{1i} = 0$, par la prise de ce repère comme repère de référence dans le calcul du modèle dynamique d'une jambe il y aura moins d'opérations qu'en prenant Σ_0 comme repère de référence.

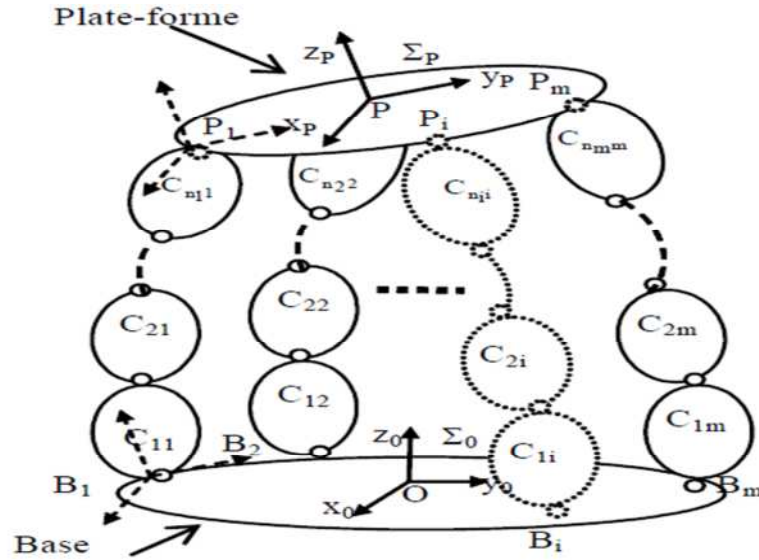


Figure II.3. Notations associées à une structure parallèle

On note qu'il est judicieux de placer les repères Σ_0 et Σ_P comme il est montré dans la (Figure II.5) pour le robot de Gough-Stewart [41],[42], de telle sorte que :

- L'origine du repère Σ_0 est le point d'articulation B_1 , son axe x_0 est le long de B_1, B_2 et le plan (x_0, y_0) est défini par (B_1, B_2, B_6) . Ce placement permet de réduire le nombre de coordonnées non nulles du point B_i dans le repère Σ_0 , car $P_{Bx1}, P_{BY1}, P_{BZ1}, P_{BY2}, P_{BZ2}, P_{BZm}$ seront nulles dans le repère Σ_0
- L'origine du repère Σ_P est le point d'articulation P_1 , son axe x_P est le long de p_1, p_2 , et le plan (p_x, p_y) est défini par (p_1, p_2, p_6) . Ce placement permet de réduire le nombre de

coordonnées non nulles du point P_i dans le repère Σ_p , car P_{px1} , P_{py1} , P_{pz1} , P_{py2} , P_{pz2} , P_{pzm} seront nulles dans le repère Σ_p .

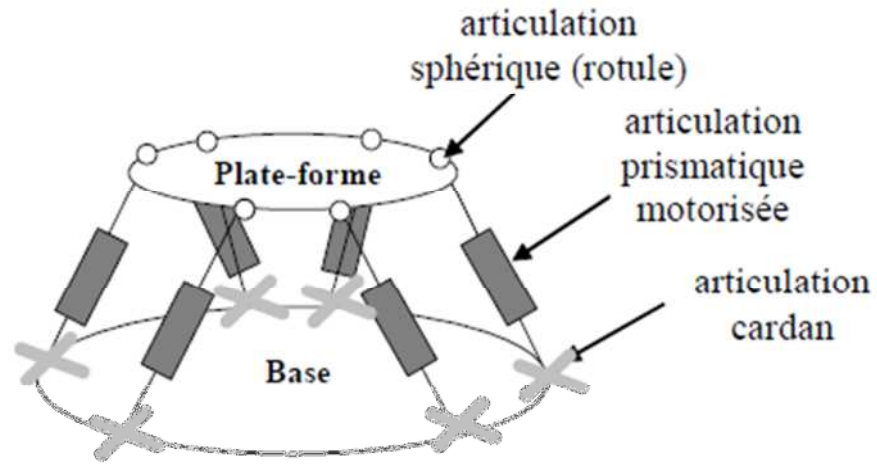


Figure II.4. Schéma représentatif du robot de Gough-Stewart

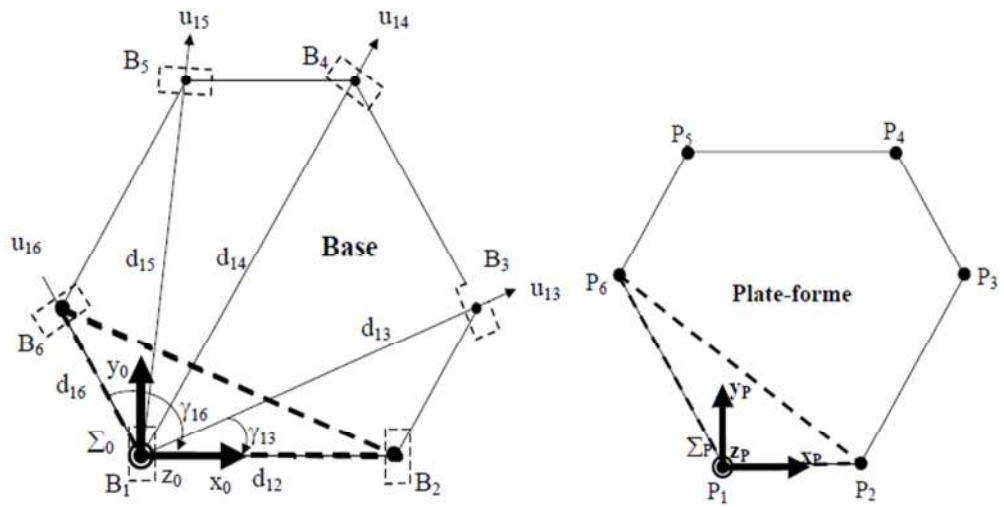


Figure II.5. Repère de la base Σ_0 et repère de la plate-forme Σ_p

Néanmoins on peut choisir de définir différemment Σ_p et Σ_0 pour des robots dont l'asymétrie nous permet de faire des propositions plus intéressantes, ou bien dans des cas où l'application de cette procédure n'est pas possible, par exemple pour le robot 3-RPS dans lequel le nombre de degrés de liberté au point d'articulation P_i est différent du nombre de ddl au centre de la plate-forme.

CHAPITRE III

Modélisations géométrique

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un robot parallèle exprime les coordonnées opérationnelles décrivant la situation (la position et l'orientation) de sa plate-forme par rapport à sa base, en fonction de ses variables articulaires motorisées, ce modèle est donné par la relation suivante :

$$X = f(q_a) \quad [3.1]$$

où :

q_a représente le vecteur ($N \times 1$) des variables articulaires actives (motorisées), et X le vecteur des coordonnées opérationnelles, En général pour les robots parallèles le modèle géométrique inverse (MGI) est plus facile à obtenir, ce modèle permet d'exprimer les variables articulaires motorisées en fonction de la situation de la plate-forme dans l'espace opérationnel, il est exprimé par la relation suivante :

$$q_{a_q} = f^{-1}(X) \quad [3.2]$$

- Pour un robot dont le nombre de degrés de liberté $N = 6$, le vecteur X représente les coordonnées de position et d'orientation de la plate-forme par rapport à son repère de base.
- Pour un robot à $N < 6$ ddl , le vecteur X représente les composantes correspondantes aux N degrés de liberté de la situation de la plate-forme.

III.1 Modèles géométriques d'une jambe i

Le modèle géométrique direct de la jambe i exprime les coordonnées opérationnelles décrivant la situation du corps terminal de la jambe i en fonction de ses variables articulaires, ce modèle est donné par la relation suivante :

$$X_i = f(q_i) \quad [3.3]$$

où q_i représente le vecteur ($n_i \times 1$) des variables articulaires de la jambe i , et X_i le vecteur des coordonnées opérationnelles du dernier corps de la jambe i . Les composantes de X_i représentent les ddl contraints entre la plate-forme et la jambe (les ddl ne faisant pas partie des ddl de l'articulation entre plate-forme et jambe).

Le modèle géométrique inverse de la jambe i exprime les variables articulaires de la jambe i en fonction des cordonnées opérationnelles terminales de cette jambe, ce modèle est donné par la relation suivante :

$$q_i = f^{-1}(X_i) \quad [3.4]$$

En général ce modèle peut être obtenu analytiquement. Par exemple pour le robot de Gough-Stewart ce modèle comprend uniquement 3 articulations .

III.2 Exemples d'application

III.2.1 Le robot de Gough-Stewart

Comme premier exemple on considère le robot de Gough-Stewart qui est considéré comme le robot présentant des problèmes communs aux robots parallèles.

III.2.2 Description du robot

Le robot de Gough-Stewart (Figure 3.1) est composé d'une plate-forme mobile connectée à une base fixe par six jambes extensibles, une des extrémités de chaque jambe est fixée par une liaison cardan (2 ddl) à la base fixe et l'autre extrémité est liée à la plate-forme par une liaison sphérique (3 ddl). Les longueurs des jambes sont actionnées par des articulations prismatiques actives.

On définit B_i le point de connexion de la jambe i à la base et P_i le point de connexion de la jambe i à la plate-forme. On définit le repère 0Σ fixé à la base, son origine est le point B_1 , et le repère Σ_p fixé à la plate-forme mobile avec P_1 comme origine. On place ces repères comme il est montré dans la(Figure III.2) [42]

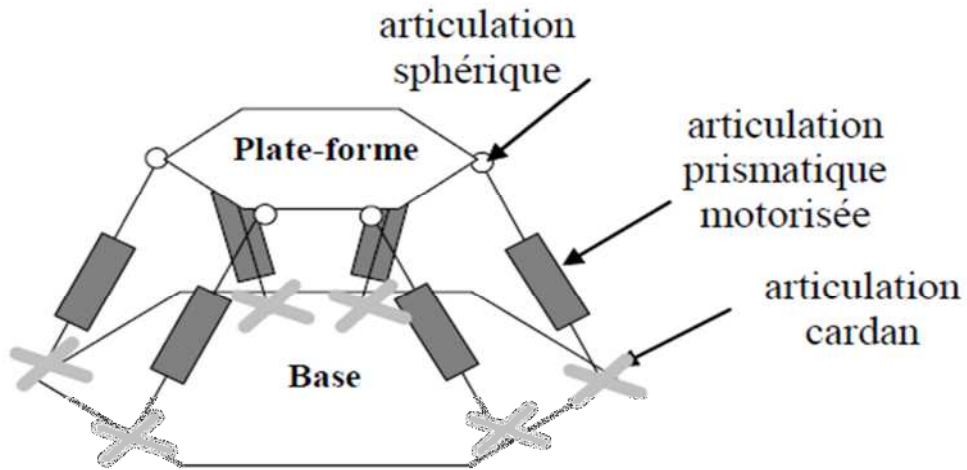


Figure III.1 Le robot de Gough-Stewart

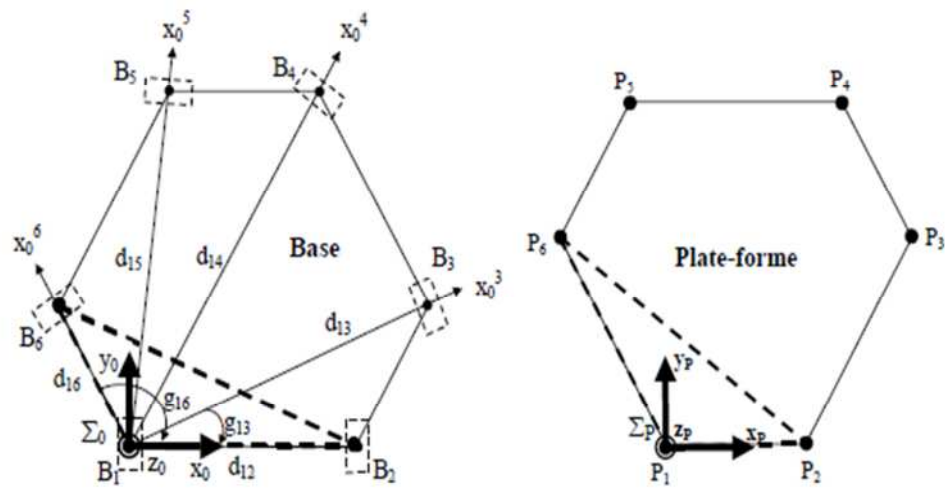


Figure III.2. Repère de la base Σ_0 et repère de la plate-forme Σ_p du robot de Gough-Stewart

Les notations de [38] sont utilisées pour décrire la géométrie de la structure arborescente composée de la base et des jambes. Le placement des repères de chaque jambe est indiqué sur la Figure III.3, et les paramètres géométriques sont donnés dans le tableau III.1.

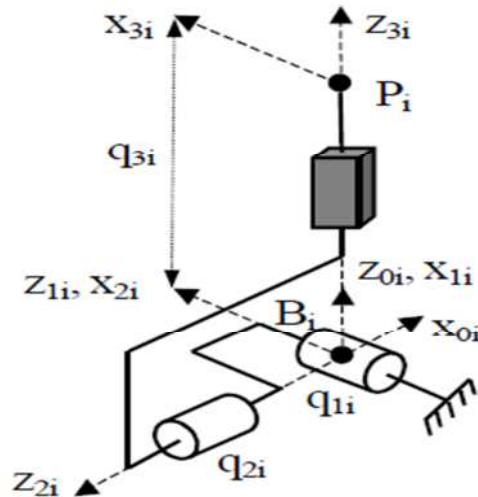


Figure III.3. Placement des repères d'une jambe

Pour $i = 0$ et $\gamma_{11} = b_{11} = d_{11} = \gamma_{12} = b_{12} = b_{16} = 0$

J_i	$a(j_i)$	μ_{j_i}	σ_{j_i}	γ_{j_i}	b_{j_i}	α_{j_i}	d_{j_i}	θ_{j_i}	r_{j_i}
1_i	0	0	0	γ_{1i}	b_{1i}	$-\pi/2$	d_{1i}	q_{1i}	0
2_i	1_i	0	0	0	0	$\pi/2$	0	q_{2i}	0
3_i	2_i	1	1	0	0	$\pi/2$	0	0	q_{3i}

Tableau III.1. Paramètres géométriques des repères de la jambe i du robot de Gough-Stewart

III.3 Le modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct d'une jambe i du robot de Gough-Stewart exprime les coordonnées opérationnelles du point P_i (représentant le centre de la liaison sphérique) dans le repère de la base en fonction des variables articulaires ($q_i = [q_{1i} \ q_{2i} \ q_{3i}]^T$ pour $i=0$). On utilise alors la relation [2.5]-[2.7] et (le tableau III.1). Pour simplifier le calcul, on projette les coordonnées de P_i dans le repère ΣB_i dont la matrice de transformation dans $\Sigma 0$ est constante.

Les paramètres de Denavit-Hartenberg:

$$DH := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\pi & dl & q_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\pi & 0 & q_2 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2}\pi & 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad [3.1]$$

ou :

calcul des matrices de passage intermédiaires:

$$T(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & dl \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.2]$$

$$T(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.3]$$

$$T(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.4]$$

$$T(4) := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.5]$$

En utilisant [3.1] la matrice de transformation homogène qui définit le repère Σ_{3i} dans le repère Σ_{Bi} et qui représente le modèle géométrique direct de la jambe i est donnée par: cacul des matrices de passage globales:

$$U(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.6]$$

$$U(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & \sin(q_2) & \sin(q_2) r_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & -\cos(q_2) & -\cos(q_2) r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.7]$$

$$U(1) := \begin{bmatrix} [\cos(q_1) \cos(q_2), \sin(q_1), \cos(q_1) \sin(q_2), \\ \cos(q_1) \sin(q_2) r_3 + dI], \\ [\sin(q_2), 0, -\cos(q_2), -\cos(q_2) r_3], \\ [-\sin(q_1) \cos(q_2), \cos(q_1), -\sin(q_1) \sin(q_2), -\sin(q_1) \sin(q_2) r_3] \\], \\ [0, 0, 0, 1] \end{bmatrix} \quad [3.8]$$

$$U(4) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.9]$$

III .4 Le modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse d'une jambe du robot de Gough-Stewart calculé dans [Gue 03], permet d'exprimer les variables articulaires actives ($q_i=[q_{1i} \ q_{2i} \ q_{3i} \ q]$ pour $i=1$ à 6) en fonction des coordonnées opérationnelles terminales de la jambe i . Les variables prismatiques q_{3i} sont obtenues par l'équation suivante qui représente la distance entre le point B_i et le point P_i de la jambe i :

$$q_{3i} = \sqrt{B_i P_{xi}^2 + B_i P_{yi}^2 + B_i P_{zi}^2}$$

P_{xi} , P_{yi} , P_{zi} sont les coordonnées du point P_i dans le repère ΣB_i .

Les variables des cardans P_{1i} et q_{2i} sont données par les équations suivantes obtenue en utilisant la méthode de Paul [50], matrice de transformation homogène de dimension:

$$u_0 := \begin{bmatrix} s_x & N_x & a_x & p_x \\ s_y & N_y & a_y & p_y \\ s_z & N_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.10]$$

$$V_1 := \begin{bmatrix} \cos(q_1) p_x - \sin(q_1) p_z - \cos(q_1) dl \\ -\sin(q_1) p_x - \cos(q_1) p_z + \sin(q_1) dl \\ p_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(q_2) r_3 \\ 0 \\ -\cos(q_2) r_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.11]$$

$$f := \cos(q_1) P_x + \sin(q_1) P_y = 0 \quad [3.12]$$

$$q_1 := -\arctan\left(\frac{P_x}{P_y}\right) \quad [3.13]$$

$$V_3 := \begin{bmatrix} \sin(q_2) r_3 \\ -\cos(q_2) r_3 \\ -r_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.14]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{p_x Py + P_x p_z - d l Py}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \\ p_y \\ \frac{Px p_x - p_z Py - P_x d l + r_3 Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$fl := \sin(q_3) Pz = 0 \quad [3.15]$$

$$q_3 := 0 \quad [3.16]$$

calcul les matrices de rotations:

$$AI(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & dl \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.17]$$

$$AI(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.18]$$

$$AI(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.19]$$

$$A(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 \end{bmatrix} \quad [3.20]$$

$$A(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

$$A(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.22]$$

avec :

$$\text{Det} = {}^{Bi}P_{zi}^2 + \left({}^{Bi}P_{xi}C_{li} + {}^{Bi}P_{yi}S_{li} \right)^2 \neq 0 \quad [3.24]$$

La condition [3.24] est toujours valable car pour que D et soit nul, il faudrait que ${}^{Bi}P_{zi} = 0$ et $({}^{Bi}P_{xi}C_{li} + {}^{Bi}P_{yi}S_{li}) = 0$ soient nuls. Ce qui est physiquement impossible car ${}^{Bi}P_{zi}$ est strictement positif sinon la jambe serait colinéaire avec la base.

Notant que la variable q_1 possède théoriquement deux solutions, mais seulement une solution sera retenue car la valeur de q_1 est physiquement comprise entre zéro et π .

CHAPITRE IV

Le modèle cinématique direct

IV.1. Le Modèle Cinématique Direct

Le modèle cinématique direct d'une jambe i du robot de Gough-Stewart exprime la vitesse linéaire $\mathbf{v}_i$ en fonction de la vitesse des articulations

($\dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{q}_{1i} \ \dot{q}_{2i} \ \dot{q}_{3i}]^T$ pour $i=0$). Ce qui correspond au modèle cinématique direct d'une structure série avec trois articulations (RRP) :

$$\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{J}_i \quad [4.1]$$

où $\mathbf{J}_i$ est la matrice jacobienne cinématique (3×3) de la jambe i . La matrice $\mathbf{J}_i$ est calculée par :

$$\mathbf{J}_i = [\mathbf{a}_{1i} \times \mathbf{B}_i \mathbf{P}_i \ \mathbf{a}_{2i} \times \mathbf{B}_i \mathbf{P}_i \ \mathbf{a}_{3i}] \quad [4.2]$$

avec :

$\mathbf{a}_{ji}$ vecteur unitaire selon l'axe de l'articulation j de la jambe i ,

$\mathbf{B}_i \mathbf{P}_i$ vecteur position du point B_i au point P_i , $\mathbf{B}_i \mathbf{P}_i = \mathbf{a}_{3i} \ q_{3i}$, où q_{3i} représente la longueur de la jambe i ,

En substituant $\mathbf{a}_{1i}$, $\mathbf{a}_{2i}$, $\mathbf{a}_{3i}$ et $\mathbf{B}_i \mathbf{P}_i$ obtenus en fonction des paramètres géométriques de la jambe i du tableau 2.1, on obtient $\mathbf{J}_i$.

Pour simplifier l'expression de la matrice jacobienne de la jambe i , on calcule la matrice

${}^{3i}\mathbf{J}_i$ du point terminal de la jambe i exprimée dans le repère du même point Σ_{3i} et on obtient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_k + (1 - \sigma_k) (-p_y^k + p_x^k) \\ 1 - \sigma_k \end{bmatrix} \quad [4.3]$$

$$X([0]) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.4]$$

Puis on inverse analytiquement ${}_{3i}\mathbf{J}$ pour calculer ${}_{3i-1}\mathbf{J}$. À la fin on projette cette matrice dans le repère ${}_0\Sigma$ en la multipliant par la matrice d'orientation du repère Σ_{3i} dans le repère de base ${}_0i\mathbf{R}$:

$$X(1) := \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} & \frac{Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} & -\frac{1}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} & 0 \end{bmatrix} \quad [4.5]$$

$$X(2) := \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \frac{\cos(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, -\frac{\sin(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \\ -\frac{Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \end{array} \right], \\ \left[\sin(q_2), \cos(q_2), 0 \right], \\ \left[\frac{Px \cos(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, -\frac{Px \sin(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{1}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \right] \end{bmatrix} \quad [4.6]$$

$$X(3) := \begin{bmatrix} \left[\frac{\cos(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, -\frac{Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{\sin(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \right], \\ \left[\sin(q_2), 0, -\cos(q_2) \right], \\ \left[\frac{Px \cos(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{1}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{Px \sin(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \right] \end{bmatrix} \quad [4.7]$$

IV.2.Le Modèle Cinématique Inverse du robot de Gough-Stewart

Le modèle cinématique inverse (MCI) d'un robot parallèle exprime le vecteur des vitesses des variables articulaires motorisées en fonction de la vitesse cartésienne de la plate-forme ,ce modèle est donné par la relation suivante :

$$\mathbf{q}_a = \mathbf{J}_r^{-1} \mathbf{V}_r \quad [4.8]$$

Le modèle cinématique inverse du robot exprime les vitesses des articulations actives (pour $i = 0$) en fonction de la vitesse spatiale de la plate-forme du robot, il est donné par la relation suivante :

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{V}_p \quad [4.9]$$

La matrice jacobienne inverse du robot est :

$$J_{0,3} := \begin{bmatrix} \left[\frac{\sin(q_2) r_3 Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{r_3 \cos(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{\sin(q_2)}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \right], \\ \left[0, \sin(q_2) r_3, -\cos(q_2) \right], \\ \left[-\frac{\sin(q_2) r_3}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{r_3 Px \cos(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, \frac{Px \sin(q_2)}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}} \right], \\ \left[0, -\frac{Px}{Py \sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, 0 \right], \\ \left[1, 0, 0 \right], \\ \left[0, \frac{1}{\sqrt{\frac{Px^2 + Py^2}{Py^2}}}, 0 \right] \end{bmatrix} \quad [4.10]$$

Résulta de calcul les vitesse

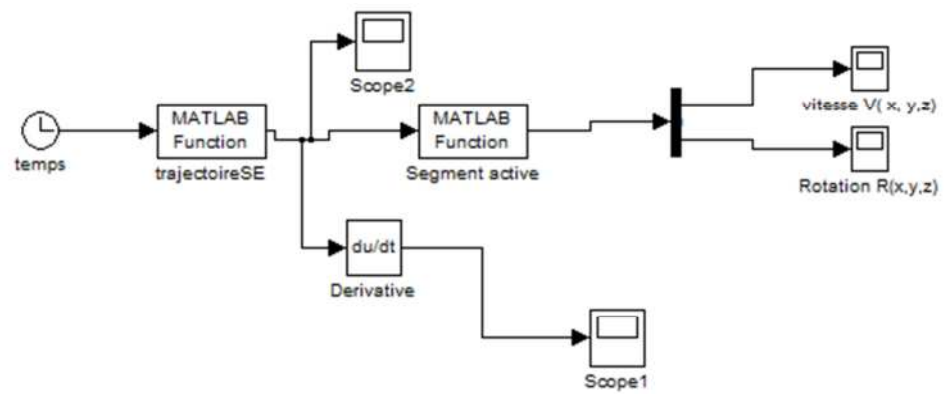


Figure .IV.1. bloc de similink

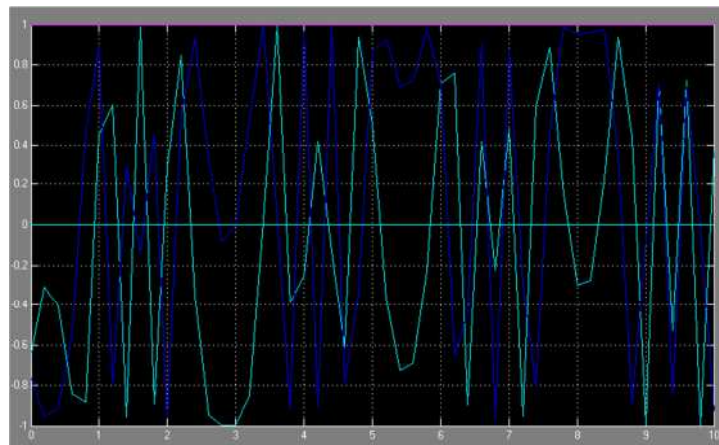


Figure .IV.2. vitesse de rotation

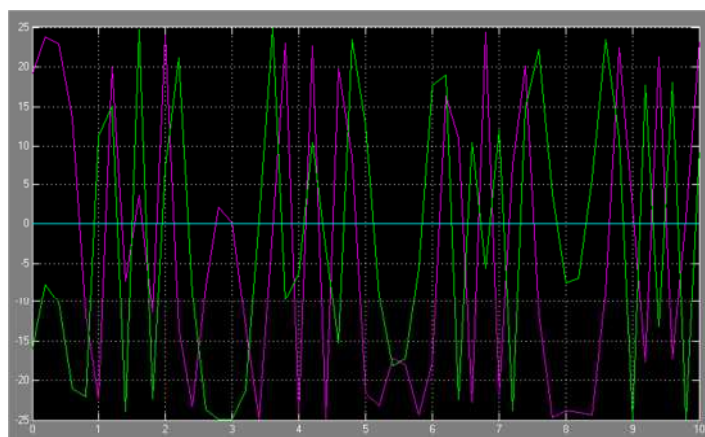


Figure .IV.3. vitesse de translation

IV.4.4.l'espace de travail

IV.4.4.1. La structure mécanique d'un robot parallèle

Considérons un robot parallèle à 6 degrés de liberté tel que celui représenté sur la (Figure IV.3) est constitué d'une base supposée fixe et d'un plateau mobile ,reliés par 6 segments .une extrémité de ces segments est reliée à la base par un joint de cardan de center A_i ,l'autre extrémité étant reliée au plateau mobile par un rotule de center B_i .dans chacun des segments un actionneur linéaire permet de modifier la longueur ρ du segment .par une commande appropriée de ces longueur il est alors possible de placer un point $C(x_c, y_c, z_c)$ du plateau mobile dans position donnée par rapport a un référentiel (O, x, y, z) lié à la base et de fixer l'orientation de ce plateau (que l'on représentera par les angles d'Euler φ, θ, ϕ ou par la matrice de rotation R).on commande donc les 6 degrés de liberté du plateau mobile .on obtient ainsi un manipulateur dont l'architecture mécanique est très différente celle des robots sériels .

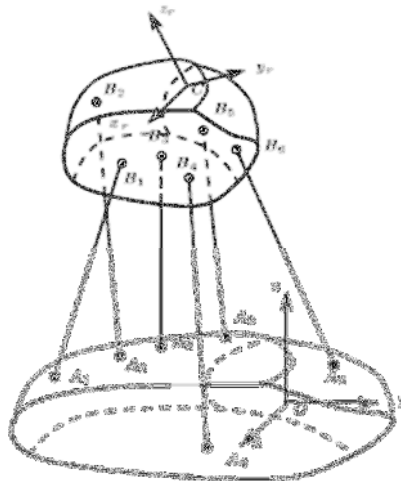


Figure IV.4. un robot parallèle a 6 degrés de liberté

La réalisation de ce type de mécanisme est récent puisque le premier prototype semble pouvoir être attribué à Gough [8] en 1949.cette architecture a connu un regain d'intérêt dans les années pour réalisation de plate-forme pour les simulateurs de vol[21].l'utilisation de cette structure en tant que robot est encore plus récente puisqu'elle remonte à 1979 [15], avec son apparition dans une cellule d'assemblage .Ici les intérêts supplémentaires qui apparaissent sont la précision de positionnement et la rigidité de la structure .Depuis, l'étude des robots parallèles est en plein développement [51,52,53,54,55,56,57] Cependant une caractéristique pourtant importante n'a reçu, d'un point de vue théorique, qu'une faible attention jusqu'à maintenant :la détermination de l'espace de travail.

IV.4.4.2 complexité de représentation de l' espace de travail

Le calcul de l' espace de travail est évidemment très important dans un phase de conception .le fait que les travaux dans ce domaine sont peu nombreux se justifie cependant par la complexité du problème .En effet ,si l'on considère un robot sérial classique (a poignet découplé) la représentation de l'espace de travail généralement basée sur l'utilisation en dimension 3 de l'espace accessible par le centre de son poignet(caractéristique des translations) et par celui accessible par l'extrémité de l'organe terminal (caractéristique des orientations), ces deux zones étant découplées .ce n'est malheureusement pas le cas pour les robots parallèles: la zone accessible par le centre du plateau mobile est dépondente l' orientation de ce plateau .la dimension de l'espace dans lequel on doit faire la représentation est donc 6 ce qui est peu favorable .

Heureusement la majeure partie des applications de ce type de robot permet de simplifier ce problème : en effet de robot est le plus souvent utilisé soit avec une orientation constant , soit en maintenant fixe un des points du plateau mobile .On ne s'intéresse donc qu'à une restriction de l' espace totale dans espace de dimension 3.Usuellement on simplifie encore le problème en fixant un des degré de liberté restants de façon à n'avoir à déterminer que des sections plans .

Nous intéressons ici au cas où l'on fixe l'orientation et un paramètres de translation .On cherche donc à déterminer l'ensemble des positions accessible par un point fixé du plateau mobile lorsqu'il se déplace dans un plan connu .

Les contraintes qui limitent l'évolution du robot sont trois types :

- les limitations sur les coordonnées articulaires : les segments ont une longueur minimum et une longueur maximum.
- les butées mécaniques sur les articulations passives : joint de cardan et rotule .
- les collisions entre segment .

Nous allons étudier successivement l'influence de ces trois facteurs sur la frontière de l'espace de travail .

IV.4-3 L'espace de travail limité par les intersections entre segment

IV.4-3-1 Notion de distance entre segment

Notre but ici de rechercher les lieux de l'espace de travail w tels que la distance minimum entre tous les points appartenant à des couples de segment soit égale à une constante d non nulle appelée distance de sécurité, dont on supposera, pour des raisons évidentes qu'elle est inférieure au minimum des distances entre les points A_i, B_i des couples de segment considéré. La distance de sécurité a une valeur qui est associée au couple choisi de segments

. par la suite nous considérons le couple particulier de segment 1,2 pour illustrer notre propos. Une telle approche permet de traiter le cas des intersections entre segments de type cylindrique en imposant comme distance de sécurité pour la recherche de l'intersection entre deux segments la somme des rayons de chacun des segments. Par la suite pour simplifier on dira que tous les segments sont à la distance de sécurité d pour exprimer que la distance entre tous les couples de segments est au moins égale à leur distance de sécurité.

La distance entre deux segments 1 et 2 est définie de la manière suivante :

- ✓ Soient D_1, D_2 les droites associées aux segments et P, Q les points perpendiculaires communs à D_1, D_2 . Si P appartient au segment 1 et Q appartient au segment 2 alors la distance entre les segments est la distance entre les droites $// PQ //$.
- ✓ Sinon soient les projections des points A_1, B_1 sur la droite 2 et les projections des points A_2, B_2 sur la droite 1 et soient les points dont la projection est sur le segment opposé. Si l'ensemble de ces points est non vide la distance d est alors le minimum des distances des points à leur projection, sinon la distance est définie comme le minimum des distances entre les couples de points $(A_1, B_2), (B_1, A_2), (A_1, A_2), (B_1, B_2)$.

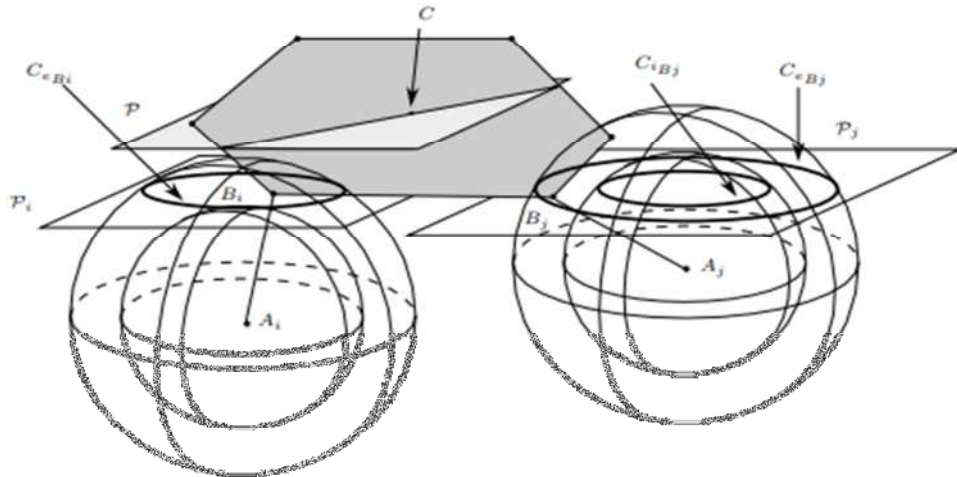


Figure IV.5 : Les constraint articulaires imposent que lorsque C se déplace dans C plan P les points B_i soient à l'interieur des cercles et à l'extérieur des cercles obtenus par intersection des sphères avec le plan P_i .

Pour les manipulateurs parallèles l'espace de travail peut être restreint par trois facteurs: les débattements des articulations passives, les intersections entre segments et limitations dues aux actionneurs.

Pour notre structure nous avons utilisés un programme sur le MATLAB qui détermine l'espace de travail (**Figure IV.6.**)

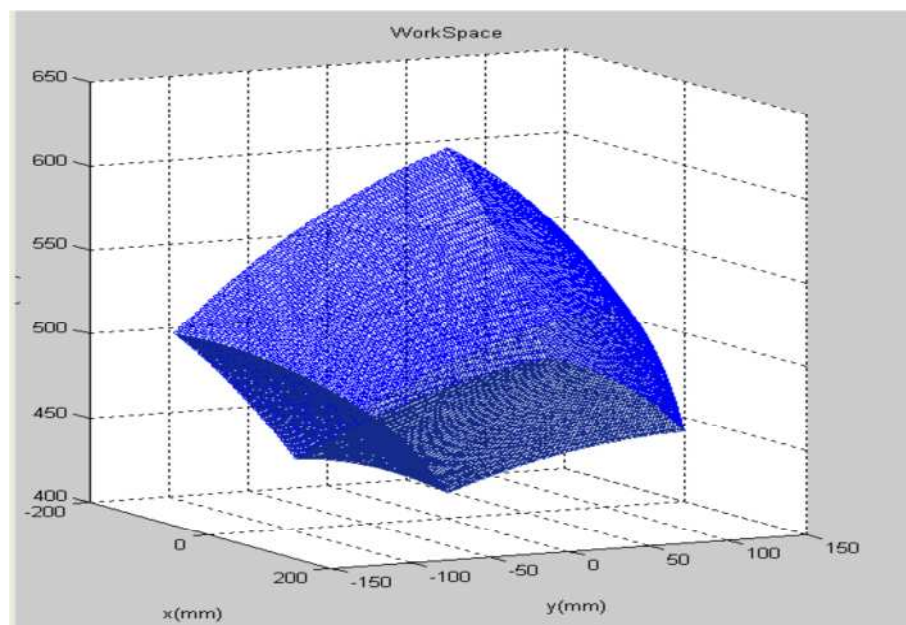


Figure IV.6 : Vue 3D de l'espace de travail

L'espace de travail d'un manipulateur parallèle à 6 degrés de liberté borné en raison des limitations sur les longueurs des segments. Des limitations sur le débattement des articulations passives ainsi que par les collisions entre segments. Usuellement on suppose que l'orientation de l'organe terminal est constante et l'on cherche des coupes planes de l'espace de travail en fixant un degré de liberté en translation. Nous montrons qu'à l'aide d'une modélisation géométrique simple des débattements limites des articulations passives et de l'encombrement des segments il est possible d'obtenir de manière exacte la géométrie de la frontière de l'espace de travail en prenant en compte les limitations sur les longueurs des segments, les débattements des articulations passives ainsi que les intersections entre segments.

Conclusion Générale

Conclusion général:

Le travail présenté dans ce mémoire a été consacré à la modélisation géométrique et cinématique ainsi qu' à la détermination de l'espace de travail .

La résolutions des modèles géométrique directe et inverse est un problème important de la robotique et plus généralement de l'étude des manipulateurs .

- Le modèle géométrique inverse d'un manipulateurs parallèle doit permettre de trouver l'ensemble des configurations articulaires permettant de placer la plate-forme du manipulateur dans la configurations voulue .
- Alors que le modèle géométrique directe doit permettre de trouver l'ensemble des configurations de la plate-mobile des manipulateur en fonction d'une configuration articulaire donnée .

Le modèle cinématique exprime les relations réciproques entre le torseur cinématique de la plate- forme et les vitesses articulaire.

La détermination de l'espace de travail est plus complexe que pour les manipulateurs série, en raison du couplage entre les translation et les orientation. Nous avons cependant calculer rapidement la frontière de l'espace de travail et déterminer sa structure topologique pour une orientation donnée ,si on limite les contraintes aux intervalles de variation des coordonnées articulaires.

Sujet d'étude restent encore ouverts ; dans l'état actuel de nos connaissances l'utilisation d'un robot parallèle en milieu industriel est tout à fait envisageable et permettrait ,sans aucun doute ;une augmentation de la flexibilité et des possibilités des systèmes automatisés.

Références

Références

- [1] Cherfia Abdelhakim « Analyse Cinématique Des Robots Parallèles» thèse de doctorat 24 /06 /2007
- [2] V. E. Gough, « Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance », Proceedings Auto Div. Inst. Mech. Eng,1956-1957.
- [3] D. Stewart, “ a platform with six degrees of freedom”, proc instn mech engrs vol 180 N°15, pp. 371-379, 1965-1966.
- [4] J.P. Merlet, “les robots parallèles”, Hermes 1997
- [5] Chablat D.and Wenger Ph., « Working Modes and Aspects in Fully- Parallel Manipulator», Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1964-1969, May 1998.
- [6] C. M Gosselin, “Kinematic Analysis, Optimisation and Programming of Parallel robotic Manipulators”, Thèse de doctorat, McGill, 1988.
- [7] S. Leguay-Durand , “Conception et Optimisation de Mécanismes Parallèles à Mobilités Restreintes” , Thèse de Doctorat, Toulouse, Juin 1998.
- [8] S. Kock , W. Schumacher , “A Parallel x-y Manipulator with Actuation Redundancy for High-Speed and Active-Stiffness Applications”, Proceedings IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp. 2295-2300, Leuven, Belgium, May 1998.
- [9] J. Angeles, “Fundamentals of Robotic Mechanical Systems”, Theory, Methods and Algorithms, Springer, 1997.
- [10] K. H. Hunt, “Structural kinematics of in-parallel-actuated robotarms,”Trans. ASME J. Mech., Transmis., Automa. in Des., vol. 105, pp.705–712, 1983.
- [11] J.P. Merlet, “Direct Kinematics of Planar Parallel Manipulators”, Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3744-3749, Minneapolis, Minnesota, April 1996.

Références

- [12]F. Pierrot, "Robot Pleinement Parallèle Légers: Conception, Modélisation et Commande", Thèse de Doctorat, Montpellier, Avril 1991.
- [13]D. McCloy , " Some comparisons of serial- driven and parallèl driven manipulators", Robotica 8: pp.355-362, 1990.
- [14] D. McCloy , " Some comparisons of serial- driven and parallèl driven manipulators", Robotica 8: pp.355-362, 1990.
- [15]K. Cleary and T. Brooks, "Kinematics analysis of a novel 6-DOF parallel manipulator," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, TX, pp. 708–713, 1993.
- [16]S. E. Salcudean et al., "A six degree-of-freedom, hydraulic, one person motion simulator," in Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, CA, pp. 2437–2443, 1994.
- [17] D. R. Kerr, "Analysis, 'Properties and design of Stewart platform transducer, "Trans. ASME J. Mech. Transm. Automn. Des., vol. 111, pp. 25–28, 1989.
- [18]C. Reboulet and R. Pigeyre, "Hybrid control of a 6-DOF in-parallel actuated micro-manipulator mounted on a Scara robot," in Proc. Int. Symp. on Robotics and Manufacturing: Research, Education and Applications, Burnaby, Canada, pp. 293–298, 1990.
- [19]X.-J. Liu, J. Wang and F. Gao, "Design for 6-DOF parallel microrobotics mechanisms," J. Tsinghua Univ., vol. 41, no. 8, pp. 16– 20, 2001.
- [20]M. Valenti, "Machine tools get smarter," ASME Mech. Eng., vol. 17, N°. 11, pp. 70–75, 1995.
- [21]K. H. Hunt, "Structural kinematics of in-parallel-actuated robotarms,"Trans. ASME J. Mech., Transmis., Automa. in Des., vol. 105, pp.705–712, 1983.
- [22]F . Behi, "Kinematics analysis for a six-degree-of-freedom 3-PRPS parallel manipulator," IEEE J. Robot. Automat., vol. 4, pp. 561–565, Oct.1988.
- [23]J. Hudgens and D. Tesar, "A fully-parallel six degree-of-freedom micromanipulator: Kinematics analysis and dynamic model," in Proc. 20thBiennial ASME Mechanisms Conf., vol. 15-3, 1988, pp. 29–38.

Références

- [24] A. Romiti and M. Sorli, "A parallel 6-DOF manipulator for cooperative work between robots in deburring," in Proc. 23rd Int. Symp. On Industrial Robots, Barcelona, pp. 437–442, Spain, 1992
- [25] A. Austad, "Arm device," IPN WO no. 87,03239, June 4, 1987.
- [26] F. Pierrot, "Robot Pleinement Parallèle Légers: Conception, Modélisation et Commande", Thèse de Doctorat, Montpellier, Avril 1991.
- [27] J. Kim et al., "Eclipse-II: A new parallel mechanism enabling continuous 360-degree spinning plus three-axis translational motions," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics & Automation, Seoul, Korea, pp. 3274–3279, 2001.
- [28] L.W. Tsai, "kinematics of tree dof platform with tree extensible limbe", recent advances in robot kinematics, pp. 401-410, 1996.
- [29] H. S. Kim et L.W. Tsai, "Kinematic synthesis of spatial 3-RPS parallel manipulator", Vol 125, pp. 92- 97, 2003.
- [30] S.A. Joshi et L.W. Tsai, "the kinematics of a class of 3. dof 4 legged parallel manipulators", Transactions of the ASME vol 125, pp.52-60, 2003.
- [31] D. Kim et W. K. Chung, " Kinematic condition analysis of tree dof pure traslational parallèl manipulators", Journal of mechanical design vol 125, pp. 323-331, 2003.
- [32] M. Stock et K. Miller, " Optimal Kinematic design of spatial parallel manipulators : application of linear Delta- Robot", transactions of the ASME, Vol 125, pp292 – 300, 2003.
- [33] M. Callergari et M. tarantini « Kinematic analysis of translation al platform». translations of the ASME, Vol 125pp 308 – 315 , 2003.
- [34] X.-J. Liu, J. Wang, and F. Gao, "On the Analysis of a New Spatial Three- Degrees-of-Freedom Parallel Manipulator," IEEE transactions on robotics and automation, vol. 17, no. 6, pp. 959-961, december 2001.
- [35] Denavit J., Hartenberg R.S., "A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices", Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 22, juin 1955, p.215-221.

Références

- [36] Sheth P.N., Uicker J.J., "A generalized symbolic notation for mechanism", Trans. Of ASME, J. of Engineering for Industry, Vol. 93, 1971, p. 102-112.
- [37] Craig J.J.: Introduction to robotics: mechanics and control, Addison Wesley Publishing Company, Reading, USA, 1986
- [38] Khalil W., Kleinfinger J.-F., "A new geometric notation for open and closed loop robots", Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, avril 1986, p. 1174-1180.
- [39] Khalil W., Dombre E., Modeling, identification and control of robots, Hermès Penton, London-Paris, 2002.
- [40] Merlet J.-P., Les robots parallèles, Hermès, Paris, 1997.
- [41] Zhang H., "Self-calibration of a class of parallel mechanisms with a case study on Stewart platform", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 13(3), 1997, p. 387-397.
- [42] Guegan S., "Contribution à la modélisation et l'identification dynamique des robots parallèles", Thèse de doctorat, ECN, Nantes, 2003.
- [43] Khalil W., Besnard S., "Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 15(6), 1999, p.1116-1121.
- [44] Sciavicco L., and Siciliano B., Modeling and control of robot manipulators McGraw Hill, New York, 1994.
- [45] Gogu G., Coiffet P., Barraco A. : Représentation des déplacements des robots, Edition Hermès, Paris, 1997.
- [46] Angeles J., Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [47] Gugliemetti P., Longchamp R., "A Closed form Inverse Dynamic Model of the Delta Parallel Robot", In 4th IFAC Symp. on Robot Control, Syroco, Capri, 19-21 September 1994, p. 51-56.

Références

- [48] Chablat D., Wenger P., "Design of a spherical wrist with parallel architecture application to vertebrae of an eel robot", Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, Barcelona, 2005, p.3347-3352. .
- [49] Beji L., "Modélisation, identification et commande d'un robot parallèle", Thèse de doctorat, université d'Evry Val d'Essonne, 1997.
- [50] Paul R.C.P., Robot manipulators: mathematics, programming and control, MIT Press, Cambridge, 1981.
- [51] Gosselin C. Kinematic analysis optimization and programming of parallele robotique manipulators .Thèse de doctorat ,McGill University , Montréal , 15 Juin 1988.
- [52] Hervé J-M . et Spracino F .Structural synthesis of parallel robots generating spatial translation .In ICAR ,page 808-813,Pise , 19-22 Juin 1991.
- [53] Hunt K.H .Structural Kinematics of in parallel actuated robot arms. J. of Mechanisms , Transmissions and Automation in Design , 105:705-712, Mars 1983.
- [54] Inoue H. Tsusaka Y. et Fukuizumi T. Parallel manipulator . In Proc . 3rd ISRR, pages 321-327, Gouvieux , France, 7-11 Octobre 1985.
- [55] Merlet J-P .Les Robots parallèles . Hermés , Paris, 1990.
- [56] Reboulet C. et Berthomieu T. Dynamie model of a six degree of freedom parallel manipulator .In ICAR . pages 1153-1157, pise , 19-22 Juin 1991.
- [57] Zamanov V.B et Sotirov Z.M . Structures and Kinematics of parallel topology manipulating systems . In Proc . Int . Symp. On Design and Synthesis , pages 453-458, Tokyo, 11-13 Juillet 1984.

ANNEXE DE MEBLE

```
function [N]=Segmentactive(q)
j11=cos(q(1))*cos(q(2))*r3-sin(q(1))*sin(q(2))*r3
j12= r3*(cos(q(1))*cos(q(2))-sin(q(1))*sin(q(2)))
j13= 0
j21=cos(q(1))*sin(q(2))*r3+sin(q(1))*cos(q(2))*r3
j22=r3*(cos(q(1))*sin(q(2))+sin(q(1))*cos(q(2)))
j23=0
j31=0
j32=0
j33=0
j41=0
j42=0
j43=cos(q(1))*sin(q(2))+sin(q(1))*cos(q(2))
j51=0
j52=0
j53=sin(q(1))*sin(q(2))-cos(q(1))*cos(q(2))
j61=1
j62=1
j63=0
N=[j11,j12,j13,j21,j22,j23,j31,j32,j33,j41,j42,j43,j51,j52,j53,j61,j62,j63]
```

```
function [q]=trajectoire(t)
Px=20*t;
Py=24*t;
Pz=63*t;
ra=350;rb=650;
B1=0;B2=120;B3=240;
e4=2*ra*sin(B2)-2*rb*sin(B2);
e5=2*ra*sin(B3)-2*rb*sin(B3);
e6=-2*ra+2*rb;
e7=2*ra*cos(B2)-2*rb*cos(B2);
e8=2*ra*cos(B3)-2*rb*cos(B3);
e9=ra^2+rb^2-2*ra*rb;
q(1)=(Px)^2+(Py)^2+(Pz)^2+e9+Px*e6
q(2)=(Px)^2+(Py)^2+(Pz)^2+e9-Px*e7-Py*e4
q(3)=(Px)^2+(Py)^2+(Pz)^2+e9-Px*e8-Py*e5
q=[q(1),q(2),q(3)]
plot(q);
```

```

> restart;
=
> with(linalg):
=
> n:=3;

```

$$n:=3$$

```

=
> i:=0;

```

$$j:=0$$

= les paramètres de Denavit-Hartenberg:

```

> DH:=matrix([[0,-Pi/2,d1,q[1],0],[0,Pi/2,0,q[2],0],[1,Pi/2,0,0,r[3]]]);

```

$$DH := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}\pi & d_1 & q_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\pi & 0 & q_2 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2}\pi & 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}$$

= calcul des matrices de passage intermédiaires: T(1),T(2),T(3).

```

> for j from 1 to n do T(j):=matrix([[cos(DH[j,4]),-sin(DH[j,4]),0,DH[j,3]],[cos(DH[j,2])*sin(DH[j,4]),cos(DH[j,2])*cos(DH[j,4]),-sin(DH[j,2]),-DH[j,5]*sin(DH[j,2])],[sin(DH[j,2])*sin(DH[j,4]),sin(DH[j,2])*cos(DH[j,4]),cos(DH[j,2]),DH[j,5]*cos(DH[j,2])],[0,0,0,1]]);end do;

```

$$T(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

= calcul des matrices de passage intermédiaires: T(1),T(2),T(3).

```

> for j from 1 to n do T(j):=matrix([[cos(DH[j,4]),-sin(DH[j,4]),0,DH[j,3]],[cos(DH[j,2])*sin(DH[j,4]),cos(DH[j,2])*cos(DH[j,4]),-sin(DH[j,2]),-DH[j,5]*sin(DH[j,2])],[sin(DH[j,2])*sin(DH[j,4]),sin(DH[j,2])*cos(DH[j,4]),cos(DH[j,2]),DH[j,5]*cos(DH[j,2])],[0,0,0,1]]);end do;

```

$$T(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```

> T(n+1):=matrix([[0,0,0,0],[0,0,0,0],[0,0,0,r[n]],[0,0,0,1]]);

```

$$T(4) := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

= calcul des matrices de passage globales:

calcul des matrices de passage globales:

```
> U(3):=T(3);
```

$$U(3) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
=
> for j from n-1 by -1 to 1 do
> U(j):=multiply(T(j),U(j+1));end do;
>
```

$$U(2) := \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & \sin(q_2) & \sin(q_2)r_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & -\cos(q_2) & -\cos(q_2)r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1)\cos(q_2) & \sin(q_1)\cos(q_2) & \cos(q_1)\sin(q_2) & \cos(q_1)\sin(q_2)r_3 + dI \\ \sin(q_2) & 0 & -\cos(q_2) & -\cos(q_2)r_3 \\ -\sin(q_1)\cos(q_2) & \cos(q_1)\cos(q_2) & -\sin(q_1)\sin(q_2) & -\sin(q_1)\sin(q_2)r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
=
> U(4):=matrix([[1,0,0,0],[0,1,0,0],[0,0,1,0],[0,0,0,1]]);
```

$$U(4) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

=

modèle géométrique inverse

méthode de paul

matrice de transformation homogène de dimension(4*4):

```
u[0]:=<<s[x] |N[x]| a[x] |p[x]>, <s[y]|N[y]| a[y] |p[y]>, <s[z] | N[z]| a[z] |p[z]>, <0 | 0 | 0 |1>>;
```

$$u_0 := \begin{bmatrix} s_x & N_x & a_x & p_x \\ s_y & N_y & a_y & p_y \\ s_z & N_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

'our calculer q1,q2 :

```
V[1]:=<simplify(multiply(inverse(T(1)),col(u[0],4)))> = <simplify(multiply(inverse(T(1)),col(U(1),4)))>;
```

$$V_1 := \begin{bmatrix} \cos(q_1)p_x - \sin(q_1)p_z - \cos(q_1)dI \\ -\sin(q_1)p_x - \cos(q_1)p_z + \sin(q_1)dI \\ p_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(q_2)r_3 \\ 0 \\ -\cos(q_2)r_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
f:=cos(q[1])*Px+sin(q[1])*Py=0;
```

$$f := \cos(q_1)Px + \sin(q_1)Py = 0$$

```
q[1]:=solve(f,q[1]);
```

$$q_1 := -\arctan\left(\frac{Px}{Py}\right)$$

```
V[3]:=<simplify(multiply(inverse(T(3)),(multiply(inverse(T(1)),col(U(1),4))))> = <simplify(multiply(inverse(T(3)),(multiply(inverse(T(1)),col(u[0],4))))>;
```

```

· V[3]:=<simplify(multiply(inverse(T(3)),(multiply(inverse(T(1)),col(U(1),4))))>=<simplify(multiply(inverse(T(3)),(multiply(inverse(T(1)),col(u[0],4))))>;

```

$$V_3 := \begin{bmatrix} \sin(q_2) r_3 \\ -\cos(q_2) r_3 \\ -r_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_x p_y + p_x p_z - d l p_y}{p_y \sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} \\ p_y \\ \frac{p_x p_x - p_z p_y - p_x d l + r_3 p_y \sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}}{p_y \sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

```

· f1:=cos(q[3])*cos(q[1])*Px+cos(q[3])*sin(q[1])*Py+sin(q[3])*Pz=0;
  fl:=sin(q[3])*Pz=0

```

```

· q[3]:=solve(f1,q[3]);

```

$$q_3 := 0$$

```

·
·

```

alcul les matrices de rotations de A(1)àA(3):

```

· for j from 1 to n do A1(j):=matrix([row(T(j),1..3)]) end do;

```

$$A1(1) := \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & d l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_1) & -\cos(q_1) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le modèle cinématique direct

Pour calculer la matrice jacobienne on applique la relation suivant:

```

·
·
· <sigma[k]*((a[k])^i+(1-sigma[k])*(-(p[y])^k*((s[k])^i+(p[x])^k*(N[k])^i),(1-sigma[k])*(a[k])^i);

```

$$\begin{bmatrix} \sigma_k + (1 - \sigma_k) \left(-p_y^k + p_x^k \right) \\ 1 - \sigma_k \end{bmatrix}$$

Pour Calculer La Matrices Jacobienne J(3,0);

```

> i:=0;

```

$$i := 0$$

```

> X(i):=matrix([[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]]);

```

$$X(0) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```

> for j from i to (n-1) do X(j+1):=simplify(multiply(X(j),A(j+1))); end do;

```

$$X(1) := \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} & \frac{p_x}{p_y \sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{p_x}{p_y \sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} & -\frac{1}{\sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_y^2}}} & 0 \end{bmatrix}$$

```

for j from (i-1) by -1 to 1 do X(j):=simplify(inverse(multiply(A(j+1),inverse(X(j+1))));end do;
J:=matrix(3,3);

```

```

J:=array(1..3,1..3,[ ])

```

```

for K from 1 to n do j[i,K]:= <(DH[K,1]*<col(X(K),3)>)+((1-DH[K,1])*(-U(K+1)[2,4])*<col(X(K),1)>)+U(K+1)[1,4]*<col(X(K),2)>),(1-DH[K,1])*<col(X(K),3)>>>;end do;

```

$$j_{0,1} := \begin{bmatrix} \frac{\sin(q_2) r_3 P_x}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ 0 \\ -\frac{\sin(q_2) r_3}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$j_{0,2} := \begin{bmatrix} \frac{r_3 \cos(q_2)}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ \sin(q_2) r_3 \\ \frac{r_3 P_x \cos(q_2)}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ P_x \end{bmatrix}$$

$$^{-U,3} \begin{bmatrix} P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```

j[i,n]:= Matrix([j[i,1],j[i,2],j[i,3]]);

```

$$j_{0,3} := \begin{bmatrix} \frac{\sin(q_2) r_3 P_x}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & \frac{r_3 \cos(q_2)}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & \frac{\sin(q_2)}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ 0 & \sin(q_2) r_3 & -\cos(q_2) \\ -\frac{\sin(q_2) r_3}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & \frac{r_3 P_x \cos(q_2)}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & \frac{P_x \sin(q_2)}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} \\ 0 & -\frac{P_x}{P_y \sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\frac{P_x^2 + P_y^2}{P_y^2}}} & 0 \end{bmatrix}$$

Abstract

A parallel robot is a closed kinematic chain mechanism, consisting of a terminal member with n degrees of freedom and a fixed base, interconnected by independent kinematic chains. In this thesis, we present the inverse geometrical model of the parallel robot and the inverse and direct kinematics model, leading us to draw the working spaces of the robot. To do this, we propose a method to obtain a 3D representation of the workspace. This method is accurate in that it determines the geometric nature of the workspace boundary.

key word: parallel robot, kinematic, geometric, workspaces.

Résumé :

Un robot parallèle est un mécanisme en chaîne cinématique fermée, constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par des chaînes cinématiques indépendantes.

Dans ce mémoire, nous présentons le modèle géométrique inverse du robot parallèle et le modèle cinématique inverse et direct, nous amène à tracer les espaces de travail du robot. Pour ce faire, nous proposons une méthode permettant d'obtenir une représentation 3D de l'espace de travail. Cette méthode est exacte dans le sens où elle permet de déterminer la nature géométrique de la frontière de l'espace de travail.

Mots clés: robot parallèle, cinématique, géométrie, les espaces de travail.

ملخص :

في هذه الأطروحة، نقدم النموذج الهندسي العكسي للروبوت الموازي وهو آلية سلسلة حركية مغلقة، ونموذج الحركة الحركية المعكوسة والمباشرة، مما يؤدي بنا إلى رسم مساحات العمل للروبوت، والروبوت الموازي، تربطه سلاسل كيميائية مستقلة تتكون من عضو طرفي ذو 3 درجات من الحرية وقاعدة ثابتة، هذه الطريقة دقيقة من حيث أنها تحدد الطبيعة الهندسية لحدود مساحة العمل للقيام بذلك نقترح طريقة للحصول على تمثيل ثلاثي الأبعاد لمساحة العمل.

الكلمات المتاحة: روبوت متوازي، حركي، هندسي، ومساحات عمل.