جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة

محاضرات في الكهرباء والمغناطيسية

موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم المادة

من إعداد: د. باقي محمد

begui–mohamed@univ-eloued.dz

بسم الله الرحمن الرحيم

المحتويات

مقدمة

الفصل الأول: مدخل رياضي

الفصل الثاني: الحقول الكهربائية

الفصل الثالث: النواقل المتوازنة

الفصل الرابع: الكهرباء المتحركة

الفصل الخامس: المغناطيسية

المراجع

مقدمة

يعرّف علم الفيزياء على أنّه العلم المستوحى من الطبيعة، والقائم على التجربة، والقياس، والتحليل الرياضي، والذي يتعامل مع بنية المادة والتفاعلات بين العناصر الأساسية للكون بهدف إيجاد قوانين فيزيائية كميّة يُستفاد منها في تنبّؤ سلوك الكون، و يستخدمها البشر في حياتهم اليومية، ويجدر بالذكر أنّ مجال الفيزياء شامل للغاية، إذ تُعدّ العديد من فروعه علومًا منفصلة بحدّ ذاتها، ومن هذه الفروع نجد الكهرباء والمغناطيسية.

تتناول هذه المحاضرات شرحا لأساسيات فيزياء الكهرباء والمغناطيسية، المقررة من قبل الوزارة لطلاب السنة الأولى علوم المادة. وقد راعيت في عرضها سهولة العبارة ووضوح المعنى، كما وقد جعلتها مصحوبة بالعديد من الأمثلة و ببعض التطبيقات المركزة لمزيد من التوضيح على كل موضوع.

وفي نهاية كل فصل وضعت العديد من التمارين المتنوعة التي تغطي ذلك الفصل ليقوم الطالب بحلها خلال دراسته.

تحتوي هذه المطبوعة على خمسة فصول، خصص الفصل الأول للتذكير ببعض الأدوات الرياضية الضرورية لهذا الموضوع ، ثم كان الفصل الثاني لعرض المفاهيم الأساسية للكهرباء الساكنة و هي القوة الكهربائية، الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي، حيث ومن خلال قانون كولوم وقانون غوص يمكننا إيجاد القوى المتبادلة بين الشحنات وحساب الحقل والكمون الناشيء عن شحنة أو مجموعة من الشحنات (سواءً ذات توزيع منفصل أو متصل). أما الفصل الثالث فقد اهتم بدراسة النواقل المتوازنة والتأثير المتبادل بينها ثم تناول بعض التطبيقات المعتمدة على الكهرباء الساكنة مثل المكثف الكهربائي وحساب سعته. أما الفصل الرابع فقد تناول الكهرباء المتحركة والتي تختص بدراسة التيار الكهربائي والتعرف على ثنائيات الأقطاب الكهربائية (المقاومات، مصدر الجهد، مصدر التيار، إلخ)، ثم تذكر قانون أوم وقوانين كيرشوف التي غالبًا ما تصادف في الدوائر الكهربائية.

أما الفصل الخامس و الأخير فقد اشتمل على بعض المفاهيم الأساسية في المغناطيسية مثل المجال المغناطيسي، القوة المغناطيسية، وكذلك بعض القوانين المعروفة في المغناطيسية مثل قانون بيووسافار وقانون أمبير.

أخيرا أرجو من الله أن أكون قد وفقت في عرض هذه المحاضرات، وأن تكون دعامة لطلبتنا في دراستهم واستيعابهم لهذا المقياس، كما أني منفتح لاستقبال جميع الملاحظات التي تقدم لي بهدف تطوير هذا العمل وجعله أفضل وأكثر فائدة لطلبتنا.

و الله ولي التوفيق.

الفصل الأول

مدخل رياضي

مدخل رياضي

1. تمهيد:

لوصف حركة جسم نقطي في الفضاء، من الضروري اختيار مرجع ونظام إحداثيات مناسب، من بين أنظمة الإحداثيات المعروفة الإحداثيات الديكارتية ، الأسطوانية والكروية.

في ما يلي سنتعرف عن عبارات شعاع الموضع، الإزاحة، عنصر السطح وعنصر الحجم في كل نظام إحداثيات مذكور أعلاه.

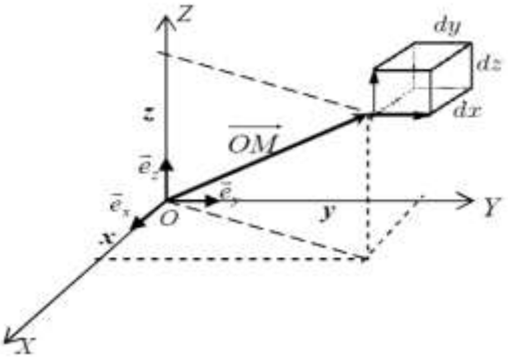
2. أنظمة الاحداثيات:

2. 1. الإحداثيات الكارتيزية:

2. 1. 1. شعاع الموضع وشعاع الانتقال:

يمكن تحديد موضع نقطة M في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(OXYZ)$ مزود بأساس $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ بإحداثياتها (x,y,z) أو بشعاع موضعها $\overrightarrow{OM}$ والمعرف كما يلي:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k} \qquad (1.\text{I})$$



الشكل $(1.\text{I})$ المعلم الديكارتي

عند الانتقال من الموضع $M(x,y,z)$ إلى الموضع $M'(x',y',z')$ نعرف شعاع الانتقال $\overrightarrow{MM'}$ كما يلي:

$$\overrightarrow{MM'} = (x'-x)\vec{\imath} + (y'-y)\vec{\jmath} + (z'-z)\vec{k} \qquad (2.\text{I})$$

من أجل انتقال صغيرة للنقطة M نعرف شعاع عنصر الانتقال كما يلي:

$$d\overrightarrow{OM} = d\vec{l} = dx\vec{\imath} + \mathrm{d}y\vec{\jmath} + dz\vec{k} \qquad (3.\text{I})$$

نعبر عن طول عنصر الانتقال كما يلي:

$$dl = \left\|d\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} \qquad (4.\mathrm{I})$$

2. 1. 2. عنصر السطح وعنصر الحجم:

في الإحداثيات الكارتيزية، نحدد عبارة عنصر السطح dS كما يلي:

$$x = Cste, \qquad dS_{y,z} = \mathrm{d}y.dz \qquad (5.\mathrm{I})$$
$$y = Cste, \qquad dS_{x,z} = \mathrm{d}x.dz \qquad (6.\mathrm{I})$$
$$z = Cste, \qquad dS_{x,y} = dx.\mathrm{d}y \qquad (7.\mathrm{I})$$

عنصر الحجم dV هو:

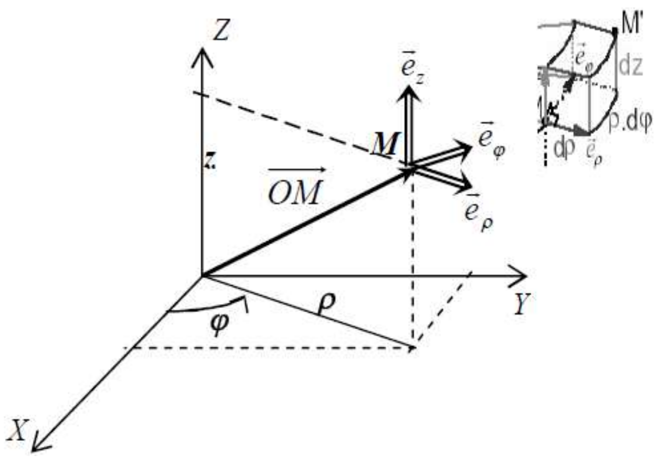
$$dV = dx.\mathrm{d}y.dz \qquad (8.\mathrm{I})$$

2. 2. الإحداثيات الأسطوانية:

2. 2. 1. شعاع الموضع وشعاع الانتقال:

يحدد موضع نقطة M من الفضاء في المعلم الأسطواني المزود بأساس $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_k)$ بتحديد الاحداثيات (ρ, φ, z) أو بشعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ المعرف كما يلي:

$$\overrightarrow{OM} = \rho\,\vec{e}_\rho + z\,\vec{k} \qquad (9.\mathrm{I})$$



الشكل (2. I) المعلم الأسطواني

يمكن من الشكل $(2.\mathrm{I})$ التحقق أن:

$$\vec{e}_\rho = cos\varphi\ \vec{\imath} + sin\varphi\ \vec{\jmath} \qquad (10.\mathrm{I})$$

من أجل انتقال صغير نكتب عبارة شعاع عنصر الانتقال:

$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\ \vec{e}_\rho + \rho\ d\varphi\ \vec{e}_\varphi + dz\ \vec{k} \qquad (11.\mathrm{I})$$

تكتب طويلته:

$$dl = \left\|d\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{(d\rho)^2 + (\rho\ d\varphi)^2 + (dz)^2} \qquad (12.\mathrm{I})$$

2. 2. 2. عنصر السطح وعنصر الحجم:

عبارة عنصر السطح الجانبي لأسطوانة تكون كما يلي:

$$\rho = Cste, \qquad dS_{\varphi,z} = \rho\ d\varphi\ dz \qquad (13.\mathrm{I})$$

عنصر الحجم dV هو:

$$dV = \rho\ d\rho\ d\varphi\ dz \qquad (14.\mathrm{I})$$

2. 3. الإحداثيات الكروية:

2. 3. 1. شعاع الموضع وشعاع الانتقال:

يحدد موضع نقطة M من الفضاء في المعلم الكروي المزود بأساس $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ بتحديد الاحداثيات (r, θ, φ) أو بشعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ المعرف كما يلي:

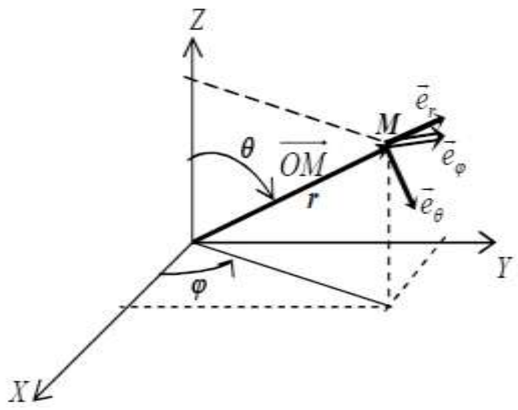
$$\overrightarrow{OM} = r\ \vec{e}_r \qquad (15.\mathrm{I})$$

حيث:

$$(r \geq 0, \qquad 0 \leq \theta \leq \pi, \qquad 0 \leq \varphi \leq 2\pi)$$

يمكن من الشكل $(3.\mathrm{I})$ التحقق أن:

$$\vec{e}_r = sin\theta\ cos\varphi\ \vec{\imath} + sin\theta\ sin\varphi\ \vec{\jmath} + sin\theta\ \vec{k} \qquad (16.\mathrm{I})$$



الشكل $(3.\text{I})$ المعلم الكروي

من أجل انتقال صغير نكتب عبارة شعاع عنصر الانتقال:

$$d\overrightarrow{OM} = dr\,\vec{e}_r + r\,d\theta\,\vec{e}_\theta + \ r\,sin\theta\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi \qquad (17.\text{I})$$

تكتب طويلته:

$$dl = \|d\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{(dr)^2 + (\rho\,d\theta)^2 + (r\,sin\theta\,d\varphi)^2} \qquad (18.\text{I})$$

2. 3. 2. عنصر السطح وعنصر الحجم:

عبارة عنصر السطح لكرة تكون كما يلي:

$$r = Cste, \qquad dS_{\varphi,\theta} = r^2 sin\theta\,d\theta\,d\varphi \qquad (19.\text{I})$$

عنصر الحجم dV هو:

$$dV = r^2 dr\,sin\theta\,d\theta\,d\varphi \qquad (20.\text{I})$$

2. 4. تطبيقات:

1. أحسب مساحة سطح مستطيل طوله a وعرضه b.
2. أحسب مساحة قرص نصف قطره $r = R$.
3. أحسب مساحة السطح الجانبي لأسطوانة نصف قطرها R وارتفاعها h.
4. أحسب مساحة سطح كرة نصف قطرها R.
5. أحسب حجم كرة نصف قطرها R.

الإجابة:

1) عنصر السطح هو: $dS = dx.dy$

تكامل العبارة السابقة من أجل: $0 \le x \le a, \quad 0 \le y \le b$

$$S = \iint dS = \iint dx.dy = \int_0^a dx \int_0^b dy = a.b$$

مساحة المستطيل هي: $S = a.b$

2) عنصر السطح لقرص هو: $dS = \rho\, d\rho\, d\theta$

تكامل العبارة السابقة من أجل: $0 \le \rho \le R, \quad 0 \le \theta \le 2\pi$

$$S = \iint dS = \iint \rho\, d\rho\, d\theta = \int_0^R \rho\, d\rho \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{R^2}{2}.2\pi = \pi R^2$$

مساحة قرص هي: $S = \pi R^2$

3) عبارة عنصر السطح الجانبي لأسطوانة كما في العلاقة (13) هو: $dS = \rho\, d\varphi\, dz$

تكامل العبارة السابقة من أجل: $\rho = R, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi, \quad 0 \le z \le h$

$$S = \iint dS = \iint \rho\, d\rho\, dz = R \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz$$

$$S = R.2\pi.h$$

مساحة السطح الجانبي لأسطوانة هي: $S = 2\pi.h.R$

4) عبارة عنصر السطح لكرة كما في العلاقة (19) هو: $dS = r^2 sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

تكامل العبارة السابقة من أجل: $r = R, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi, \quad 0 \le \theta \le \pi$

$$S = \iint dS = \iint r^2 sin\theta\, d\theta\, d\varphi = R^2 \int_0^{\pi} sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$S = R^2.2.2\pi$$

مساحة سطح كرة هي: $S = 4\pi.R^2$

5) عبارة عنصر الحجم لكرة كما في العلاقة (20) هو: $dV = r^2 dr\, sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

تكامل العبارة السابقة من أجل: $0 \le r \le R, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi, \quad 0 \le \theta \le \pi$

$$V = \iiint dV = \iiint r^2 dr\, sin\theta\, d\theta\, d\varphi = \int_0^R r^2\, dr \int_0^{\pi} sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$V = \frac{R^3}{3}.2.2\pi = \frac{4}{3}\pi.R^3$$

3. المؤثرات:

3. 1. مؤثر التدرج:

نعرف المؤثر الشعاعي التفاضلي نابلا $(\vec{\nabla})$ في جملة الاحداثيات الكارتيزية كما يلي:

$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x+\frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y+\frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (22.\mathrm{I})$$

حيث: $\frac{\partial}{\partial x}$، $\frac{\partial}{\partial y}$ و $\frac{\partial}{\partial z}$ هي المشتقات الجزئية بالنسبة للإحداثيات x، y و z على الترتيب.

لتكن $f(x,y,z)$ حقلا سلميا في الفضاء المنسوب إلى جملة الاحداثيات الكارتزية.

نسمي تدرج الحقل السلمي $f(x,y,z)$ المقدار الشعاعي المعرف كما يلي:

$$\vec{\nabla}f=\overrightarrow{grad}f=\frac{\partial f}{\partial x}\vec{e}_x+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{e}_y+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (23.\mathrm{I})$$

تكتب عبارة التفاضل التام لحقل سلمي $f(x,y,z)$ كما يلي:

$$df(x,y,z)=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy+\frac{\partial f}{\partial z}dz \qquad (24.\mathrm{I})$$

و هذه العبارة مشابهة تماما لحاصل الجداء السلمي للشعاعين: شعاع التدرج $\vec{\nabla}f$ و شعاع عنصر الانتقال $d\vec{l}$ حيث أن:

$$d\vec{l}=dx\vec{i}+\mathrm{d}y\vec{j}+dz\vec{k}$$
$$\vec{\nabla}f=\frac{\partial f}{\partial x}\vec{e}_x+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{e}_y+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z$$

و عليه يمكن أن نكتب:

$$df(x,y,z)=\vec{\nabla}f\,.\,d\vec{l}=|\vec{\nabla}f|.|d\vec{l}|.\cos(\vec{\nabla}f\,,d\vec{l})$$

العبارة الأخيرة توضح أن التفاضل df أعظمي وموجب عندما يكون الشعاع $d\vec{l}$ موازيا للشعاع $\vec{\nabla}f$ أي أن الزاوية $(\vec{\nabla}f\,,d\vec{l})=0$، و هذا يعني أن شعاع التدرج يدلنا على اتجاه التزايد الأعظمي للحقل السلمي f.

مثال:

أحسب تدرج الحقل السلمي $(x,y,z)=3x^2y^3z$

الإجابة:

نستخدم المعادلة (23) فنجري أولا الاشتقاقات الجزئية التالية:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 6xy^3z \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 9x^2y^2z \\ \dfrac{\partial f}{\partial z} = 3x^2y^3 \end{cases}$$

ونكتب:

$$\vec{\nabla}f = \overrightarrow{grad}f = (6xy^3z)\vec{e}_x + (9x^2y^2z)\vec{e}_y + (3x^2y^3)\vec{e}_z$$

مؤثر التدرج في جملة الاحداثيات الاسطوانية:

تكتب عبارة شعاع التدرج لحقل سلمي $f(\rho,\varphi,z)$ في الاحداثيات الاسطوانية كما يلي:

$$\vec{\nabla}f(\rho,\varphi,z) = \frac{\partial f}{\partial \rho}\vec{e}_\rho + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (25.\mathrm{I})$$

مؤثر التدرج في جملة الاحداثيات الكروية:

تكتب عبارة شعاع التدرج لحقل سلمي $f(\rho,\theta,\varphi)$ في الاحداثيات الكروية كما يلي:

$$\vec{\nabla}f(\rho,\varphi,z) = \frac{\partial f}{\partial \rho}\vec{e}_\rho + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi \qquad (26.\mathrm{I})$$

3 .2. مؤثر التباعد:

يحسب التباعد لحقل متجهي بالجداء السلمي بين $\vec{\nabla}$ و شعاع $\vec{A}$ كما يلي:

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = div\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (27.\mathrm{I})$$

حيث:

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z$$

مثال:

أحسب تباعد الدالة الشعاعية التالية:

$$\vec{A}(x,y,z) = 2xy\vec{e}_x - 3yz^2\vec{e}_y + 9xy^3\vec{e}_z$$

الإجابة:

$$\frac{\partial A_x}{\partial x}=2y,\frac{\partial A_y}{\partial y}=-3z^2,\ \ \frac{\partial A_z}{\partial z}=0$$
$$\vec{\nabla}.\vec{A}=div\vec{A}=2y-3z^2$$

3 .3. مؤثر الدوران:

يعرف دوران المتجه عموما بأنه الجداء الشعاعي بين $\vec{\nabla}$ و شعاع $\vec{A}$.

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{A}=\overrightarrow{rot}\vec{A}=\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix} \qquad (28.\mathrm{I})$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{A}=\overrightarrow{rot}\vec{A}=(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z})\vec{e}_x-(\frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z})\vec{e}_y+(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_x}{\partial y})\vec{e}_z \qquad (29.\mathrm{I})$$

مثال:

أحسب دوران الشعاع $\overrightarrow{\ }$ حيث:

$$\vec{A}(x,y,z)=2xy\vec{e}_x-3yz^2\vec{e}_y+9xy^3\vec{e}_z$$

الإجابة:

$$\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}=27xy^2+6yz,\quad \frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z}=9y^3,\ \frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_x}{\partial y}=-2x$$
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{A}=(27xy^2+6yz)\vec{e}_x-9y^3\vec{e}_y-2x\vec{e}_z$$

الفصل الثاني

الحقول الكهربائية

الحقول الكهربائية

1. خصائص الشحنة الكهربائية

تعتبر الشحنة من الصفات الأساسية للأجسام ويرمز لها بالرمز Q وتقاس بوحدة C تسمى الكولوم، يمكن أن تكون الشحنة موجبة أو سالبة، وأصغر شحنة كهربائية موجودة في الطبيعة هي شحنة الإلكترون $e = -1.6 \times 10^{-19} C$، وتتواجد الشحنات على الأجسام في صورة مضاعفات لهذه الشحنة الأساسية، ولهذا نقول إن الشحنة مكماة. ونكتب:

$$Q = N.e \qquad (1.\text{II})$$

حيث N عدد طبيعي

- الشحنة لا تفنى ولا تستحدث ولكن يمكن أن تنتقل من جسم إلى آخر، فهي تخضع لقانون انحفاظ الشحنة.
- الشحنة النقطية هي عبارة عن جسم مشحون أبعاده صغيرة جدا مقارنة بأبعاد المسألة قيْد الدرس.

تطبيق:

احسب الشحنة الصافية على عينة من مادة مؤلفة من:

- 8×10^{15} إلكترونا
- 8×10^{15} إلكترونا و 6×10^{14} بروتونا.

الإجابة:

- $Q = 8 \times 10^{15} \times (-1.6 \times 10^{-19}) = -128 \times 10^{-5} C$
- $Q = 8 \times 10^{15} \times (-1.6 \times 10^{-19}) + 6 \times 10^{14} \times (+1.6 \times 10^{-19})$

  $= -128 \times 10^{-5} + 9.6 \times 10^{-5} = 118.4 \times 10^{-5} C$

2. قانون كولوم:

يعد العالم الفرنسي تشارلس أوغسطين دي كولوم(1736 – 1806) واحدا من الرواد الأوائل في القرن الثامن عشر في الكهربائية، فهو أول من قام بقياسات عملية للقوى العاملة بين الأجسام المشحونة ومن حصيلة هذه القياسات استطاع صياغة قانونه الشهير عام 1785 الذي عرف بقانون كولوم، وهو يرتكز على أربعة أسس:

1) تنافر الشحنات ذات الإشارة الواحدة وتجاذب الشحنات ذات الإشارة المختلفة.

2) تؤثر شحنتان نقطيتان إحداهما على الأخرى بقوة تعمل على امتداد الخط المستقيم الذي يصل بين مركزيهما.

3) مقدار هذه القوة سواء كانت قوة تجاذب أو تنافر بين الشحنتين تتناسب طرديا مَع حاصل ضرب الشحنتين.

4) يتناسب مقدار قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين عكسيا مَع مربع المسافة بينهما ، فهو يتبع قانون التربيع العكسي.

على ضوء ما تقدم يمكن صياغة نص قانون كولوم بالشكل الآتي : القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين في حالة سكون تتناسب طرديا مَع حاصل ضرب مقدار الشحنتين وعكسيا مَع مربع المسافة بينهما، وهي محمولة على المستقيم المار بموضعيْهما.

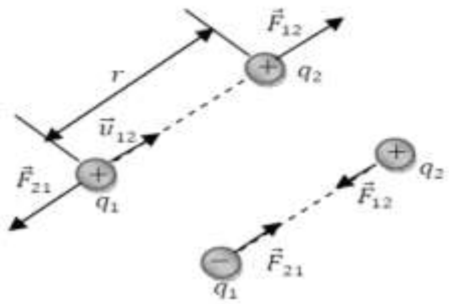
وعليه يمكن كتابة قانون كولوم بصيغة رياضية تتضمن اتجاه القوة و مقدارها على الشكل الآتي:

$$\vec{F}_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} \qquad (2.\mathrm{II})$$

يدعى K الثابت الكهربائي" أو " ثابت كولوم"، وهو متعلق كليا بجملة الوحدات المستخدمة.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9\times 10^9\ \mathrm{N}.m^2.C^{-2}$$

حيث ϵ_0 هي سماحية الفراغ وقيمتها تساوي: $\epsilon_0 = 8.85\times\ 10^{-12}\mathrm{N}^{-1}.m^{-2}.C^2$



يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$$\vec{F}_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r} \qquad (3.\mathrm{II})$$

حيث: $\vec{r} = r.\vec{u}_{12}$

تخضع القوى الكهربائية إلى مبدأ التراكب، فمحصلة القوة الكهربائية التي تخضع لها شحنة Q_0 من طرف شحنات أخرى $q_1, q_2, \dots, q_N$ هي:

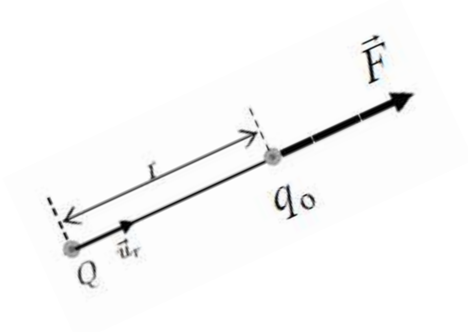
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=N}\vec{F}_{i0} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} \dots + \vec{F}_{N0} \qquad (4.\mathrm{II})$$

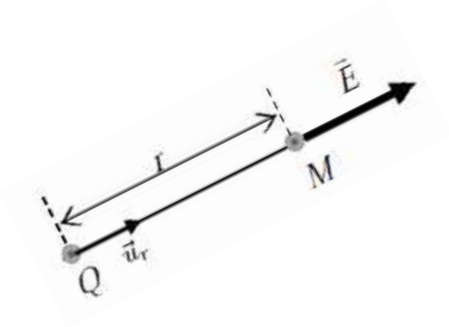
3. الحقل الكهربائي:

3. 1. مفهوم الحقل الكهربائي:

عندما نضع شحنة كهربائية Q (تسمى شحنة مصدر) في نقطة ما فهي تكسب الحيز من الفضاء من حولها خصائص بحيث لو وضعت شحنة كهربائية أخرى q_0 (تسمى شحنة اختبار) في أي نقطة M من هذا الحيز من الفضاء فإنها ستتأثر بقوة $\vec{F}$.

نقول إن حقلا كهربائيا نشأ في هذا الحيز من الفضاء حول الشحنة Q (شحنة المصدر).





وعليه عندما نكتب عبارة القوة $\vec{F}$ التي تسببها Q وتخضع لها الشحنة q_0 المتواجدة في النقطة M:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 Q}{r^2}\vec{u}_r \qquad (5.\mathrm{II})$$

ثم نعيد كتابة هذه العبارة كما يلي:

$$\vec{F} = q_0(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r) \qquad (6.\mathrm{II})$$

نلاحظ أن المقدار الشعاعي بين قوسين يتعلق بشحنة المصدر Q و بموضع النقطة M (والشحنة q_0) بالنسبة للشحنة Q. نسمي هذا المقدار الشعاعي **بشعاع الحقل الكهربائي** عند النقطة M ونرمز له $\vec{E}(M)$.

ونكتب عندئذ العبارة السابقة:

$$\vec{F} = q_0\vec{E}(M) \qquad (7.\mathrm{II})$$

أي أن:

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r \qquad (8.\mathrm{II})$$

3. 2. خصائص شعاع الحقل الكهربائي:

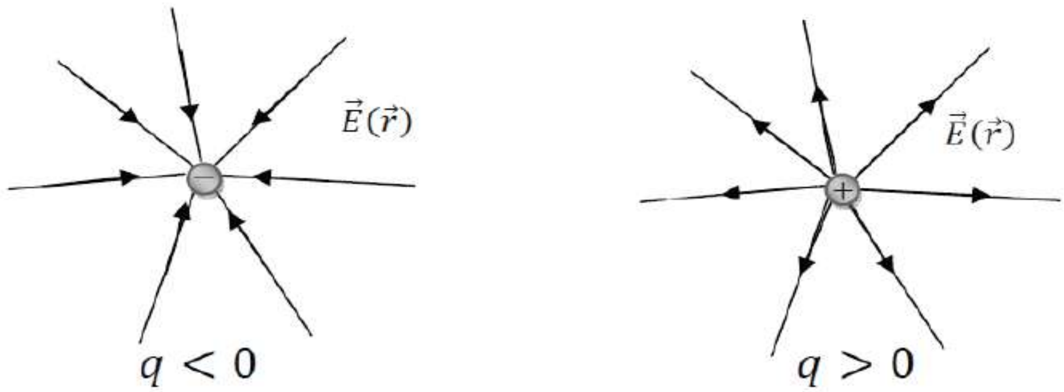
- يكون اتجاه شعاع الحقل $\vec{E}(M)$ بنفس اتجاه $\vec{u}_r$ إذا كانت شحنة المصدر Q موجبة وعكس ذلك إذا كانت الشحنة سالبة، فهو يبدو موجها خارجا من شحنة المصدر الموجبة، وداخلا إلى الشحنة السالبة كما يوضح الشكل:
- تسمى طويلة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ **شدة الحقل الكهربائي** ونرمز لها $E(M)$ ونكتب:

$$E(M) = \frac{F}{|q_0|} \qquad (9.\mathrm{II})$$

- من المعادلة $(9.\mathrm{II})$ نحصل على وحدة الحقل:

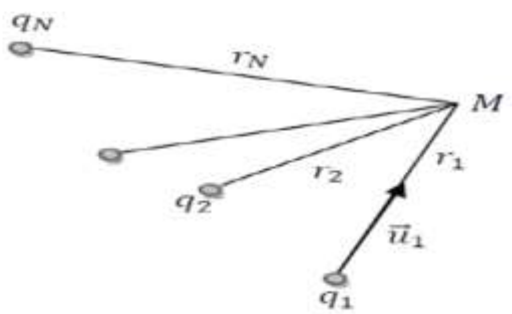
$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} = N/C$$

وأيضا لها وحدة أخرى هي: $[E] = V/m$



3. 3. الحقل الكهربائي الناشئ عن عدة شحنات نقطية:

ليكن لدينا N شحنة نقطية $q_1, q_2 \dots q_N$ تبعد عن النقطة M بـ $r_1, r_2 \dots r_N$ على الترتيب (أنظر الشكل):



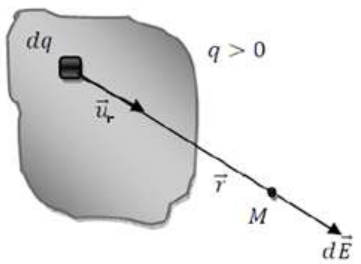
حسب قانون التراكب يكون الحقل الكلي الناشئ في النقطة M مساويا لمحصلة كل الحقول الجزئية.

ونكتب:

$$\vec{E}(M)=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i(M)=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_i \qquad (10.\mathrm{II})$$

3 .4. الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع شحني مستمر:

في هذه الحالة نجزئ الشحنة الموزعة على كافة الجسم إلى عناصر تفاضلية dq ، يعطي كل عنصر شحنة dq عنصر حقل $d\vec{E}(M)$ (أنظر الشكل):



نكامل فنحصل على الحقل الكلي:

$$\vec{E}(M)=\int d\vec{E}\,(M)=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r \qquad (11.\mathrm{II})$$

تتوزع الشحنة في الجسم على ثلاثة أشكال:

3 .4 .1. التوزيع الطولي:

نعرف الكثافة الطولية λ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في واحدة الطول dl، ونكتب:

$$\lambda=\frac{dq}{dl} \qquad (12.\mathrm{II})$$

وحدتها: C/m

في حالة التوزيع الطولي المنتظم تكون:

$$\lambda=\frac{dq}{dl}=\frac{Q}{L} \qquad (13.\mathrm{II})$$

وهي مقدار ثابت حيث Q هي كل الشحنة الموزعة على الطول L.

نكتب عنصر الحقل $d\vec{E}$ الناشئ عن عنصر الشحنة dq في النقطة M كما يلي:

$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, dl}{r^2}\vec{u}_r \qquad (14.\mathrm{II})$$

وعليه يكون الحقل الكلي:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(L)}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(L)}\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}_r \qquad (15.\mathrm{II})$$

3 .4 .2. التوزيع السطحي:

نعرف الكثافة السطحية σ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في وحدة السطح dS ونكتب:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \qquad (16.\mathrm{II})$$

وحدتها: C/m^2.

في حالة التوزيع السطحي المنتظم تكون:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S} \qquad (17.\mathrm{II})$$

وهي مقدار ثابت، حيث: Q هي كل الشحنة الموزعة على السطح S.

يكون عنصر الحقل $d\vec{E}$ الناشئ عن عنصر الشحنة dq في النقطة M كما يلي:

$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}_r \qquad (18.\mathrm{II})$$

وعليه تكتب عبارة الحقل الكلي:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(S)}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(S)}\frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}_r \qquad (19.\mathrm{II})$$

3 .4 .3. التوزيع الحجمي:

نعرف الكثافة الحجمية ρ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في وحدة الحجم dV ونكتب:

$$\rho = \frac{dq}{dV} \qquad (20.\mathrm{II})$$

وحدتها: C/m^3.

في حالة التوزيع الحجمي المنتظم تكون:

$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{Q}{V} \qquad (21.\mathrm{II})$$

وهي مقدار ثابت، حيث: Q هي كل الشحنه الموزعة على الحجم V.

عنصر الحقل $d\vec{E}$ الناشئ عن عنصر الشحنة dq في النقطة M هو:

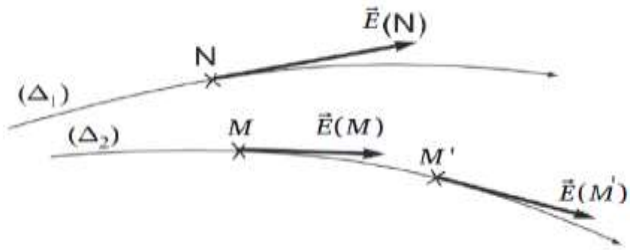
$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}_r \qquad (22.\mathrm{II})$$

والحقل الكلي هو:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(V)}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{(V)}\frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}_r \qquad (23.\mathrm{II})$$

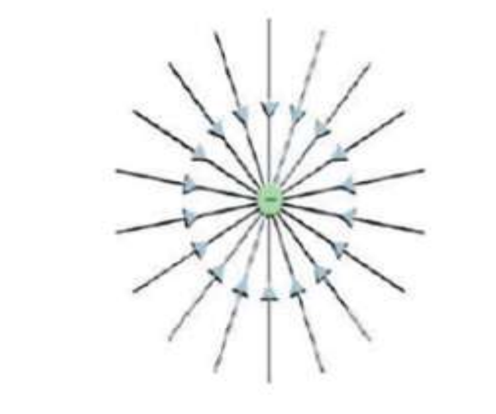
3 .5. خطوط الحقل الكهربائي:

تسمى الخطوط المنحنية Δ_i والتي تكون مماسية لشعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بخطوط الحقل أو خطوط القوة.

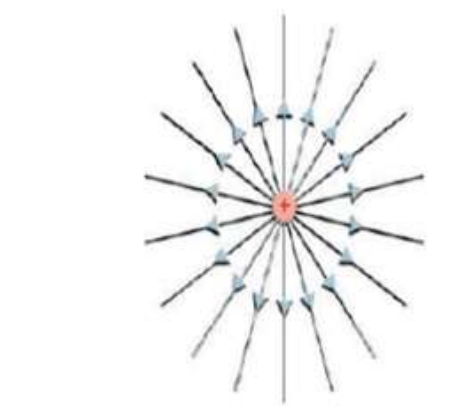


تتميز خطوط الحقل الكهربائي بما يلي:

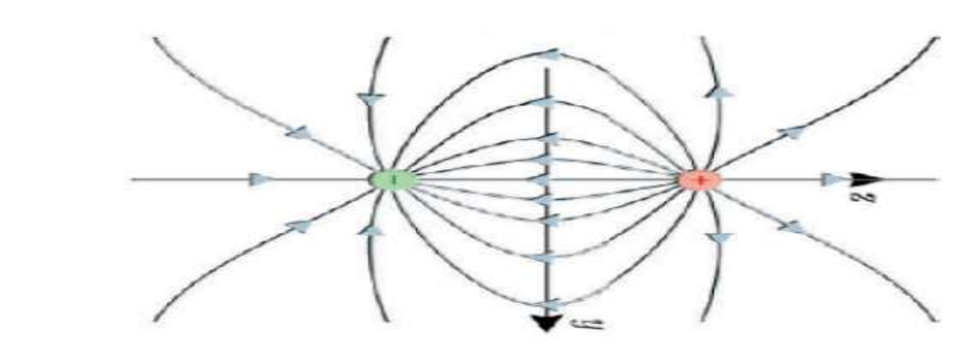
- يمر بكل نقطة من فضاء الحقل خط حقل وحيد.
- يتجه خط الحقل بنفس اتجاه شعاع الحقل في النقطة المحددة.
- لا يمكن لخطوط الحقل أن تتقاطع.
- يتناسب عددها في وحدة المساحة طرديا مع شدة الحقل، فكلما زادت شدة الحقل تقاربت الخطوط أكثر، والعكس صحيح.
- تخرج خطوط الحقل من الشحنات الموجبة لتنتهي الى الشحنات السالبة أو إلى اللانهاية.



خطوط الحقل الناشئة عن الشحنة السالبة



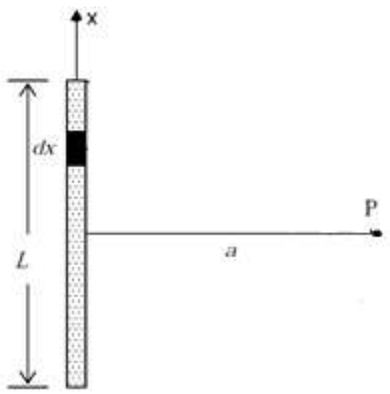
خطوط الحقل الناشئة عن الشحنة الموجبة



خطوط الحقل الناشئة عن جملة متكونة من شحنتين موجبة وسالبة

3 .6. تطبيقات:

التطبيق 1.



يبين الشكل التالي سلكا طوله L يحمل شحنة موجبة مقدارها q موزعة بصورة متجانسة على طوله بكثافة خطية قدرها λ .

احسب شدة المجال الكهربائي في نقطة M تقع على العمود المنصف لهذا السلك وتبعد عنه مسافة قدرها a.

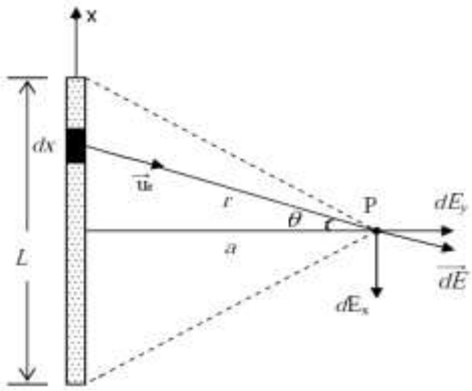
الإجابة:

نفرض أن الشحنة q مقسمة إلى عناصرشحنة صغيرة dq تحتل كل منها عنصر طول من السلك dx .

وبما أن السلك يحمل شحنة ذات كثافة طولية λ فان مقدار الشحنة dq على كل عنصر الطول dx هي:

$$dq = \lambda\, dx$$

إن الحقل الكهربائي $d\vec{E}$ الناشئ عن عنصر الشحنة dq عند النقطة P هو باتجاه المحور y، وذلك لأن لكل عنصر شحنة في جهة اليسار عنصر شحنة يقابله في جهة اليمين، وهذا ما يؤدي إلى تساوي مركبتي الحقل الكهربائي dE_x ، و تكون المحصلة على المحور x معدومة، في حين نرى مركبتيهما dE_y دائما في اتجاه المحور y الموجب.



وكما يتضح ذلك من الشكل فإن مقدار المركبة dE_y هو:

$$dE_y = dE\, cos\theta$$

ومن المعادلة:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

نكتب:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\vec{u}_r$$

ومنه فإن شدة الحقل:

$$dE = dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\, cos\theta$$

نجري التغيرات التالية:

$$\begin{cases} x = a\, tg\theta \ \Rightarrow dx = \dfrac{a}{cos^2\theta}d\theta \\ r = \dfrac{a}{cos\theta} \quad \Rightarrow \ r^2 = \dfrac{a^2}{cos^2\theta} \end{cases}$$

بالتعويض نجد أن:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a}\, cos\theta\, d\theta$$

و منه:

$$E = \int_{-\theta'}^{\theta'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a} \cos\theta \, d\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a} \, 2 \sin\theta'$$

بوضع:

$$\sin\theta' = \frac{L/2}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + a^2}}$$

وبالتعويض نجد:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a} \, 2 \frac{L/2}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + a^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4a^2}}$$

في الحالة الخاصة التي يكون فيها السلك ممتداً على جهتي المحور Ox ولمسافة طويلة جداً عندئذ نعتبر أن $a \ll L$ ومنه:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

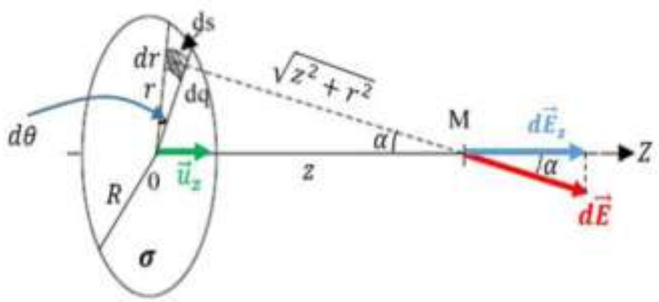
التطبيق 2.

نعتبر قرصا مركزه O و نصف قطره R مشحون سطحيا بانتظام و لتكن σ كثافة شحنته السطحية موجبة، ولتكن النقطة M الواقعة على محور القرص OZ في الاتّجاه الموجب و التي تبعد بمسافة z عن مركز القرص O.

1. أعط رسما تخطيطيا للمسألة.
2. أكتب عبارة الشحنة العنصرية dq المحمولة من طرف السطح العنصري للقرص dS.
3. أوجد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M.

الإجابة:

1. رسم تخطيطي للمسألة:



2. عبارة الشحنة العنصرية dq المحمولة من طرف عنصر السطح للقرص dS:

$$dq = \sigma\, dS = \sigma\, r\, dr\, d\theta$$

3. إيجاد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M:

$$\vec{E}(M) = E_z(z)\vec{u}_z$$

$$\vec{E}(M) = \int d\vec{E} = \int dE_z\vec{u}_z$$

لدينا:

$$dE_z = dE\cos\alpha$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{z^2+r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, r\, dr\, d\theta}{z^2+r^2}$$

$$cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

بالتعويض في عبارة الحقل الكهربائي نجد:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\sigma\, z\int_0^R \frac{r}{(z^2+r^2)^{3/2}}dr\int_0^{2\pi} d\theta\ \vec{u}_z$$

بالحساب نجد:

$$\vec{E}(M) = 2\pi\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\sigma(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}})\vec{u}_z$$

في حالة مستو لانّهائي موزعة عليه الشحنة بانتظام يمكن استنتاج عبارة الحقل الكهربائي انطلاقا من عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن القرص السابقة و هذا باعتبار أن نصف قطر القرص يؤول إلى اللانّهاية.

فيكون:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{u}_z$$

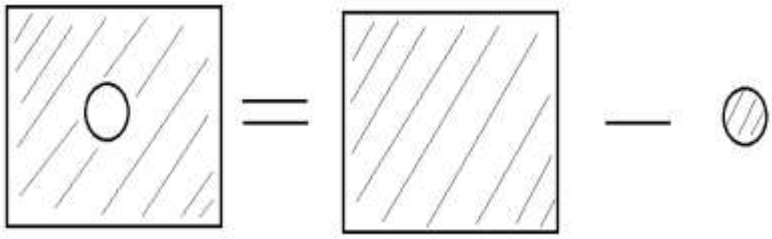
- عبارة الحقل الكهربائي الناشئ في النقطة M في حالة مستو لانّهائي مثقوب:

حسب مبدأ التراكب لدينا:

الحقل للمستوى اللانّهائي = الحقل للمستوى اللانّهائي المثقوب + الحقل للقرص

و عليه يكون: (كما يوضح الشكل):

الحقل للمستوى اللانّهائي المثقوب= الحقل للمستوى اللانّهائي - الحقل للقرص.



إذن نكتب عبارة الحقل الكهربائي الناشئ من طرف المستوي اللانّهائي المثقوب في النقطة M كالآتي:

$$\vec{E}'(M) = 2\pi\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\sigma\,\vec{u}_z - 2\pi\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\sigma(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}})\vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \vec{E}'(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\,\vec{u}_z$$

4. الكمون الكهربائي:

4. 1. عمل قوة كهربائية:

عند وضع شحنة كهربائية q موجبة في حقل كهربائي $\vec{E}$ سيؤثر عليها بقوة كهربائية $\vec{F}_e$ (في اتجاه الحقل) عبارتها:

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

إذا أثرنا على الشحنة q بقوة خارجية مقدارها $\vec{F}$ سوف تتحرك في اتجاه محصلة القوتين $\vec{F}$ و $\vec{F}_e$.

عند انتقال الشحنة q عكس اتجاه الحقل $\vec{E}$ من موضع ابتدائي A إلى موضع نهائي B فهذا يعني أن عملا قد بذل من القوة الخارجية، وهو يساوي سالب عمل القوة الكهربائية، نعبر عن ذلك كما يلي:

$$W_{AB}^{ext} = \int_A^B \vec{F}\,.\,d\vec{r} = -q\int_A^B \vec{E}\,.\,d\vec{r} \qquad (24.\mathrm{II})$$

ذلك يؤدي إلى تغير في الطاقة الكامنة للشحنة الكهربائية حيث نجد أن:

$$\Delta E_p = E_{P_B} - E_{P_A} = -q\int_A^B \vec{E}\,.\,d\vec{r} \qquad (25.\mathrm{II})$$

هذا مشابه تماما لحالة جسم كتلته m يرفع في حقل الجاذبية الأرضية من موضع ابتدائي A إلى موضع نهائي B، فالعمل المطبق من القوة الخارجية يساوي (mgh)، والعمل المطبق من قوة الجاذبية هو $(-mgh)$ وهذا يؤدي إلى زيادة طاقته الكامنة.

4. 2. الكمون الكهربائي:

نعرف فرق الكمون الكهربائي بين موضعين A و B داخل الحقل الكهربائي بأنه العمل المبذول من القوة الخارجية لنقل وحدة الشحنة الموجبة من A إلى B أو هو التغير في الطاقة الكامنة للجملة (الشحنة والحقل) بالنسبة لواحدة الشحن عندما تنتقل بين هذين الموضعين، ونكتب:

$$V_B - V_A = \frac{W^{ext}(AB)}{q} = \frac{\Delta E_P}{q} = -\int_A^B \vec{E} \, . d\vec{r} \qquad (26.\text{II})$$

لقياس الكمون عند أي نقطة، نعتبر أن كمون النقاط البعيدة جداً عن المصدر معدوما.

وفي حالتنا لو اخترنا النقطة A في اللانهاية لأصبح الكمون V_A معدوما. ونكتب:

$$V_B = \frac{W^{ext}(\infty B)}{q} = \frac{\Delta E_P}{q} = -\int_\infty^B \vec{E} \, . d\vec{r} \qquad (27.\text{II})$$

إذن الكمون في نقطة ما هو عبارة عن العمل لوحدة الشحنة الواجب إنجازه لنقل شحنة موجبة من الما لانهاية إلى تلك النقطة (أو من نقطة كمون صفر إلى النقطة المعنية).

أو نكتب:

$$V_B = \frac{E_{P_B}}{q} = -\int_\infty^B \vec{E} \, . d\vec{r} \qquad (28.\text{II})$$

فالكمون هو الطاقة الكامنة التي تمتلكها وحدة الشحنات الموضوعة عند ذلك الموضع، وهو مقدار سلمي يميز كل نقطة من فضاء الحقل الكهربائي، بحيث نرفق بكل نقطة من فضاء الحقل الكهربائي مقدارين، شعاعي هو الحقل الكهربائي وسلمي هو الكمون الكهربائي.

وحدة الكمون الكهربائي هي الفولط (V) وهي تكافئ (J/C).

يدعى التكامل المنحنى $\int_A^B \vec{E} \, . d\vec{r}$ تجول الحقل الكهربائي عبر المسار AB؛ وهو مستقل عن المسار المتبع بين البداية A والنهاية B. من هنا فإن تجول هذا الحقل على مسار مغلق معدوم.

4. 3. الكمون الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية:

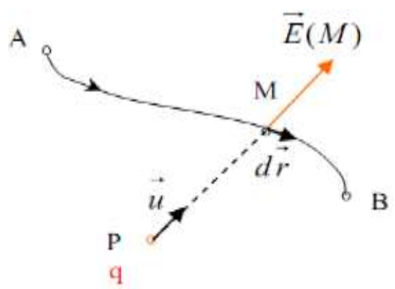
ليكن $\vec{E}$ حقل كهربائي ناشئ عن الشحنة النقطية q، A و B نقطتان من فضاء الحقل.

كما عرفنا سابقا فرق الكمون بين نقطتين هو سالب تجول الحقل بينهما:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \, . d\vec{r}$$

نعلم أن:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$$



وأن:

$$\vec{E}.d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}[\vec{u}d\vec{r}]$$

حيث:

$$\vec{u}d\vec{r} = dr$$

إذن:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{dr}{r^2}$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right]$$

المعادلة الأخيرة تبين أن تكامل (تجول) الحقل الكهربائي لا يتعلق بالمسار المتبع فهو حقل محافظ.

الكمون يتعلق فقط بالإحداثيات القطرية للنقطتين r_A و r_B.

باختيار $V_A = 0$ عندما $r_A = \infty$ يمكن كتابة الحقل الناشيء عن الشحنة q في أي نقطة كما يلي:

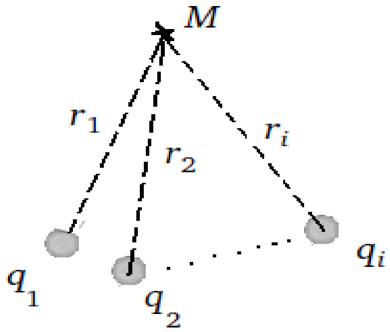
$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (29.\text{II})$$

4 .4. الكمون الناشئ عن عدة شحنات نقطية:

تنشئ كل شحنة q_i في النقطة M كمونها الخاص ويكون الكمون الكلي في هذه النقطة هو المجموع الجبري للكمونات الناشئة عن جميع الشحنات:

$$V(M) = V_1 + V_2 + \cdots V_n$$

وعليه نكتب:



$$V(M)=\sum_{i=1}^{n}V_i(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}\qquad(30.\text{II})$$

4. 5. الكمون الناشئ عن توزيع مستمر للشحنات:

تعطى عبارته العامة كما يلي:

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}\qquad(31.\text{II})$$

4. 5. 1. التوزيع الطولي بكثافة λ :

نضع $dq=\lambda\, dl$ ونكامل على كل الطول:

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(L)}\frac{\lambda\, dl}{r}\qquad(32.\text{II})$$

4. 5. 2. التوزيع السطحي بكثافة σ:

نضع $dq=\sigma\, dS$ ونكامل على كل الطول

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)}\frac{\sigma\, dS}{r}\qquad(33.\text{II})$$

4. 5. 3. التوزيع الحجمي بكثافة ρ :

نضع $dq=\rho\, dV$ ونكامل على كل الطول

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V)}\frac{\rho\, dV}{r}\qquad(34.\text{II})$$

4. 6. العلاقة بين الحقل والكمون الكهربائيين:

عرفنا سابقا أن الكمون الكهربائي بين نقطتين يكتب كما يلي:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{r}$$

و أيضا لدينا:

$$V_B - V_A = \int_A^B dV$$

وعليه نكتب:

$$dV = -\vec{E}.d\vec{r} \qquad (35.\text{II})$$

نعوض في هذه العبارة شعاع الحقل $\vec{E}$ بمركباته E_x, E_y, E_z وشعاع عنصر الانتقال $d\vec{r}$ بمركباته dx, dy, dz ونكتب:

$$dV = -\vec{E}.d\vec{r} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz \qquad (36.\text{II})$$

من جهة أخرى نكتب تفاضل الدالة السلمية $V(x,y,z)$ كما يلي:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz \qquad (37.\text{II})$$

بالمطابقة بين العبارتين الأخيرتين نستنتج أن مركبات الحقل الكهربائي هي:

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = \frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = \frac{\partial V}{\partial z} \qquad (38.\text{II})$$

يمكن أن نعبر عن شعاع الحقل باستعمال مؤثر التدرج كما يلي:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \qquad (39.\text{II})$$

ونقرأ: الحقل الكهربائي يساوي سالب تدرج الكمون.

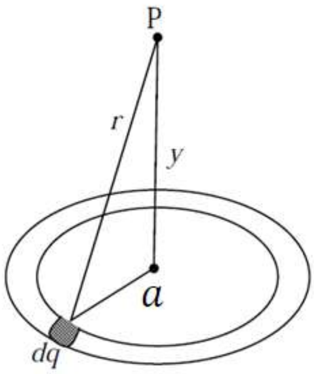
ملاحظة هامة:

عادة يكون بسيطا القيام بحساب الكمون الكهربائي في كل نقطة من الفضاء، أما حساب الحقل الكهربائي حسابا مباشرا فهو أمر صعب أحيانا، لهذا نستفيد من العلاقة السابقة في استنتاج الحقل الكهربائي بعد معرفة الكمون، كما يمكن أن نستنتج الكمون في حال عرفنا الحقل الكهربائي.

4. 7. تطبيقات:

التطبيق 1.

شحنة موجبة مقدارها Q موزعة بانتظام على شكل حلقة نصف قطرها a مثل ما هو مبين في الشكل. احسب الكمون الناشئ عن الحلقة عند نقطة P واقعة على محور الحلقة وعلى مسافة y من مركزها.



الإجابة:

نقسم الحلقة إلى عناصر تفاضلية تبعد جميعها بمسافات متساوية عن النقطة P المراد إيجاد الكمون عندها. ثم نأخذ أحد هذه العناصر الذي تبلغ قيمة شحنته dq ونعتبرها بمثابة شحنة نقطية تبعد مسافة r عن النقطة P.

نستطيع أن نجد مقدار الكمون الناشئ عن هذا العنصر كما يأتي:

$$dV = \frac{1}{\pi 4\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{\pi 4\varepsilon_0}\frac{dq}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

بإجراء التكامل لكل من طرفي المعادلة نحصل على قيمة الجهد عند النقطة P

$$V = \int dV = \frac{1}{\pi 4\varepsilon_0\sqrt{a^2+y^2}}\int dq = \frac{1}{\pi 4\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

التطبيق 2.

في مثال القرص المدروس سابقا في التطبيق (2.7)، أجب عن الاسئلة التالية:

1. أوجد عبارة الكمون V الناشئ عن كل القرص في النقطة M.
2. أوجد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M باستنتاجه من الكمون.

الإجابة:

1. إيجاد عبارة الكمون الكهربائي V الناتج عن كل القرص في النقطة M :

لدينا:

$$V = \int dV$$

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2+r^2}} = \frac{\sigma\, r\, dr\, d\theta}{\pi 4\varepsilon_0\sqrt{z^2+r^2}}$$

ومنه يكون

$$V = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\, dr}{\sqrt{z^2+r^2}}\int_0^{2\pi} d\theta$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-z\right)$$

2. إيجاد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M وذلك باستنتاجه من الكمون:

بما أنّ عبارة V لا تتعلق إلا ب z إذن:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial z}\vec{u}_z$$

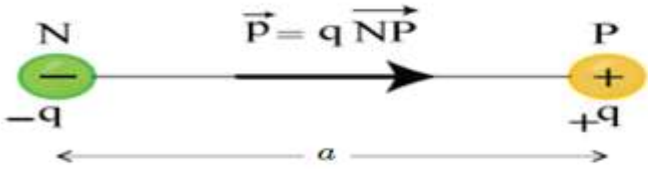
و بحساب مشتقة V نجد:

$$\vec{E} = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\vec{u}_z$$

5. ثنائي القطب الكهربائي:

5. 1. تعريف:

نسمي ثنائي قطب كهربائي الجملة الكهربائية المتعادلة كهربائيا المكونة من شحنتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الاشارة $+q$ و $-q$ تبعدان عن بعضهما بمسافة صغيرة a.



يتميز ثنائي القطب الكهربائي بمقدار شعاعي يدعى العزم الكهربائي لثنائي القطب يعرف كما يلي:

$$\vec{P} = q\,\overrightarrow{NP} \qquad (40.\mathrm{II})$$

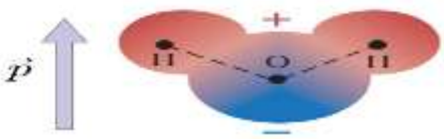
يتجه شعاع العزم الكهربائي من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة.

طويلته:

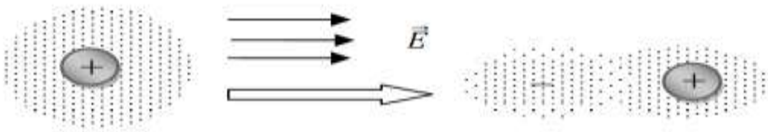
$$P = q \times a \qquad (41.\mathrm{II})$$

يقدر العزم في الجملة الدولية ب: $(C.m)$.

لثنائي القطب الكهربائي أهمية بالغة في دراسة الذرات أو الجزيئات، حيث تظهر بعض الجزيئات في الطبيعة كأنها أقطاب دائمة تدعى جزيئات قطبية (مستقطبة). مثلا جزيء الماء هو جزيء مستقطب، ويمكن أن ندرس تأثير خاصية الاستقطاب باستعمال مقدار عزمه القطبي $\vec{P}$.



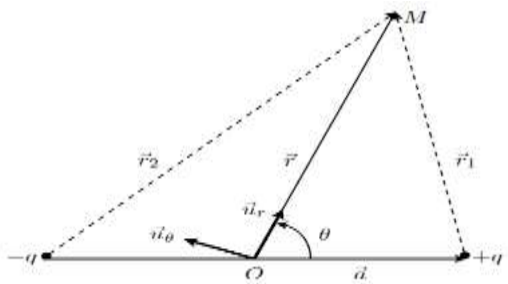
الذرات الموضوعة في حقل كهربائي خارجي منتظم ينزاح مركز ثقلها عن النواة وتستقطب وتسلك سلوك ثنائي قطب كهربائي.



5. 2. الكمون الكهربائي الناشئ عن ثنائي قطب على مسافة بعيدة :

يكتب الكمون الناشئ عن ثنائي قطب في النقطة M تبعد بالمسافة r عن المبدأ O حيث r كبيرة جدا مقارنة بالمسافة a بين الشحنتين كما يلي:

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) \qquad (42.\text{II})$$



و بالتعويض:

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

من الشكل لدينا:

$$\vec{r}_1 = \vec{r} - \frac{\vec{a}}{2}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r} + \frac{\vec{a}}{2}$$

باعتبار أن $1 \gg \frac{a}{r}$ يمكن كتابة r_1 و r_2 كما يلي:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4} - \vec{r}.\vec{a}} \cong r\sqrt{1 - \frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^2}}$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4} + \vec{r}.\vec{a}} \cong r\sqrt{1 + \frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^2}}$$

وذلك بجعل:

$$\frac{a^2}{r^2} \cong 0$$

ومنه يكون:

$$\frac{1}{r_1} \cong \frac{1}{r}(1 + \frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2})$$
$$\frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r}(1 - \frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2})$$

إذن:

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r}\left(1 + \frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2} - 1 + \frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2}\right) = \frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^3}$$

بالتعويض نجد:

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}.q\vec{a}}{r^3} \qquad (43.\text{II})$$

و بوضع $\vec{P} = q\vec{a}$ نكتب:

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{P}.\vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P\,cos\,\theta}{r^2} \qquad (44.\text{II})$$

5 .3. الحقل الكهربائي الناشئ عن ثنائي قطب على مسافة بعيدة :

يمكن استنتاج ذلك من عبارة الكمون باستخدام العلاقة بين الحقل والكمون $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$، حيث تكتب عبارة $\vec{\nabla}$ في الإحداثيات القطبية كما يلي:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\vec{u}_\theta$$

ومنه تكون:

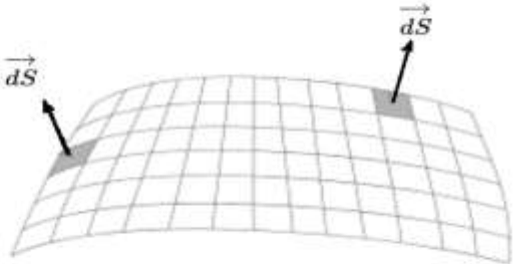
$$\begin{cases} E_r(\text{M}) = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2P\,\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta(\text{M}) = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P\,\sin\theta}{r^3} \end{cases} \qquad (45.\text{II})$$

6. تدفق الحقل الكهربائي و نظرية غوص

6. 1. شعاع السطح:

نعبر عن رقعة مستوية (S) بشعاع $\vec{S}$ ، اتجاهه ناظمي على الرقعة المستوية نحو الخارج إذا كان السطح مغلقا (وبصفة عامة نحو تقعر السطح)، وطويلته هي مساحة الرقعة $S = |\vec{S}|$.

إذا تعلق الأمر بسطح كيفي (غير مستو) نجزئ هذا السطح إلى رقع صغيرة dS نعتبرها مستويات ونمثل كل عنصر بشعاع $d\vec{S}$ طوله يعادل مساحة الرقعة واتجاهه ناظمي، و من ثم يكون التمثيل الشعاعي للسطح كله $\vec{S}$ تكامل هذا العنصر الشعاعي.



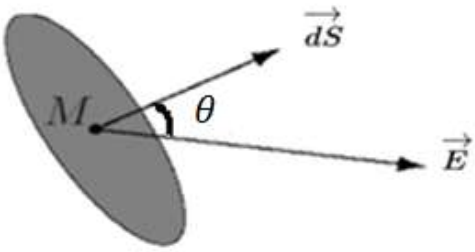
$$d\vec{S} = dS\,\vec{n} \qquad (46.\mathrm{II})$$

6. 2. تدفق الحقل الكهربائي:

نسمي التدفق الكهربائي للحقل $\vec{E}$ عبر عنصر السطح $d\vec{S}$ المقدار السلمي $d\Phi$ حيث:

$$d\Phi = \vec{E}.d\vec{S} \qquad (47.\mathrm{II})$$

$d\Phi$ هو الجداء السلمي للشعاعين $\vec{E}$ و $d\vec{S}$



نكتب:

$$d\Phi = E.dS.\cos\theta \qquad (48.\mathrm{II})$$

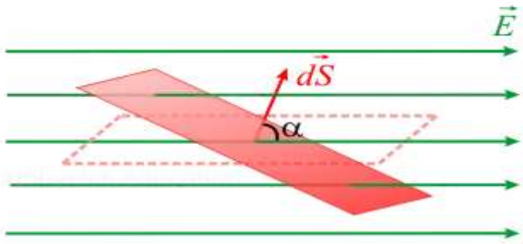
حيث: θ هي الزاوية بين الشعاعين: $\vec{E}$ و $\vec{S}$

للحصول على التدفق للحقل عبر كامل السطح نأخذ التكامل التالي:

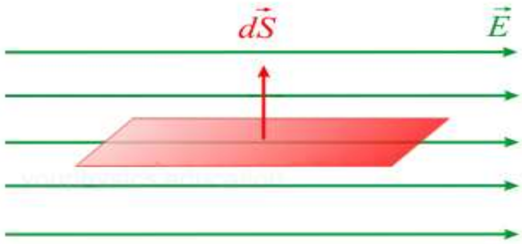
$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E}.d\vec{S} \qquad (49.\mathrm{II})$$

التدفق هو كمية تقاس بعدد خطوط الحقل التي تخترق سطحا محددا، ووحدة التدفق هي: $(V.m)$.

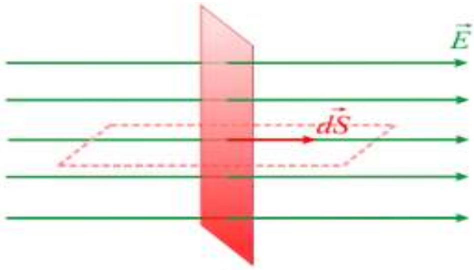
الزاوية بين شعاع الحقل و عنصر السطح يمكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة، أي أن التدفق يمكن أن يكون موجبا أو سالبا أو معدوما.



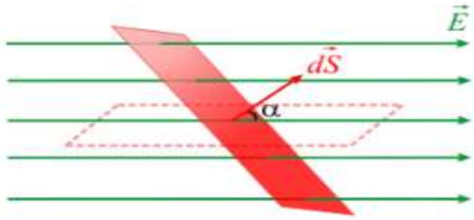
بعض خطوط الحقل تخترق السطح



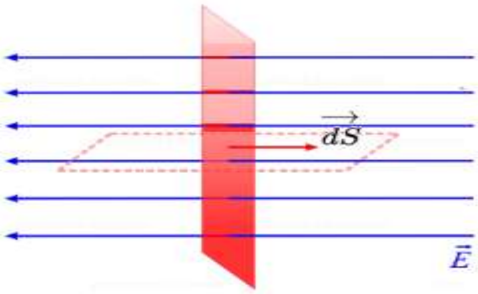
لا يوجد خطوط حقل تخترق السطح (التدفق معدوم)



عدد الخطوط المخترقة للسطح أكبر ما يمكن عندما تكون الزاوية بين شعاع الحقل والسطح معدومة (التدفق أعظمي)



يتزايد عدد خطوط الحقل المخترقة للسطح بتغيير زاوية الميلان



حالة التدفق أعظمي بالاشارة السالبة

في حالة السطح المغلق نكتب عبارة التدفق كما يلي:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} \qquad (50.\mathrm{II})$$

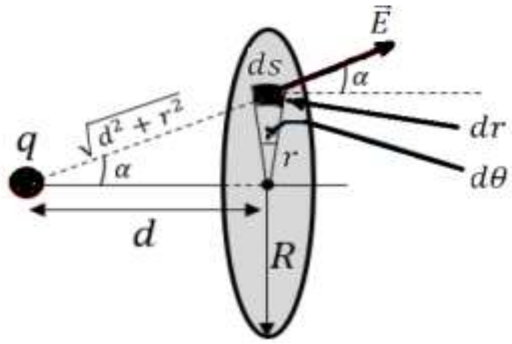
تطبيق:

نعتبر شحنة نقطية $q = 6\,\mu C$ موجودة في محور قرص نصف قطره $R = 4\,cm$ تقع على بعد $d = 3$ cm من مركزه. احسب تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية عبر سطح القرص.

الإجابة:

يحسب تدفق الحقل الكهربائي Φ الناتج عن الشحنة النقطية q عبر سطح القرص كالآتي:

$$\Phi = \iint_S \vec{E}.d\vec{S} = \iint_S E.dS\cos\alpha =$$



حيث، كما هو موضح في الشكل، E يمثل الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية q ، و dS تمثل المساحة العنصرية للقرص، و α تمثل الزاوية بين شعاع الحقل الكهربائي و محور القرص:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2+r^2}$$

$$dS = r\,dr\,d\theta$$

$$\cos\alpha = \frac{d}{\sqrt{d^2+r^2}}$$

بالتعويض في عبارة تدفق الحقل الكهربائي Φ نجد:

$$\Phi = \frac{q\,d}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r}{(d^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}dr\int_0^{\pi 2} d\theta$$

$$= \frac{q}{2\varepsilon_0}(1-\frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}})$$

و منه نجد:(تطبيق عددي)

$$\Phi \approx 1.36\,.\,10^5\ \ N.m^2/C$$

6 .3 نظرية غوص:

تعبر نظرية غوص بشكل موجز عن العلاقة الكائنة بين التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق و الشحنة الصرفة التي يضمها هذا السطح. وتنص على أن " تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق يساوي المجموع الجبري للشحنات التي يحتويها هذا السطح، مقسوما على السماحية".

و تكتب:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} \qquad (51.\text{II})$$

يسمى S سطح غوص، و ε_0 هي سماحية الفراغ $\varepsilon_0 \approx 8.85 . 10^{-12} \ C^2 / N.m^2$

ملاحظات:

- توظف نظرية غوص لحساب شدة الحقل الكهربائي إذا اتسم توزيع الشحنات بالتناظر الكافي.
- سطح غوص هو سطح وهمي مغلق يشمل النقطة التي يراد حساب الحقل عندها، يختار بشكل مناسب يكفل إنجاز التكامل عليه بسهولة.
- وبالضبط هو ذلك السطح الذي يتحقق فيه ما يلي:

✓ شدة الحقل ثابتة على امتداده (أو على بعض أجزائه). وهذا يقتضي دراسة خاصية الثبات.

✓ الجداء السلمي $\vec{E}.\vec{S}$ يكون معلوما (وعادة نختار $\vec{E} \,//\, d\vec{S}$). وهذا يقتضي دراسة خاصية التناظر.

عموما إن اختيار هذا السطح لا يخرج عن أحد الشكلين: إما أسطوانة مغلقة للتوزيعات المتناظرة بالنسبة إلى محور، أو كرة بالنسبة للتوزيعات المتناظرة بالنسبة إلى نقطة.

6 .4 تطبيقات:

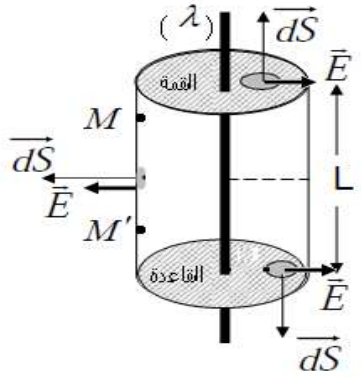
تطبيق 1.

ناقل مستقيم طوله لانهائي يحمل شحنة موزعة بانتظام بكثافة خطية λ موجبة. أوجد عبارة الحقل الكهربائي الناشئ عند نقطة M تبعد بالمسافة a منه.

الإجابة:

بما أن السلك طويل جداً(لا نهائي)، فإن الحقل في النقطة M سيكون عمودياً على السلك، وكذلك النقطة M' سيكون لها نفس الحقل.

لذا فإننا سنختار سطح غاوس كما بالشكل؛ أسطوانة محورها المستقيم المشحون، و ارتفاعها L و نصف قطرها a.



جميع نقاط السطح الجانبي لأسطوانة غوص ستكون لها نفس قيمة الحقل.

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oiint_{S_{1\text{الجانب}}} \vec{E}.d\vec{S} + \oiint_{S_{2\text{القاعدة}}} \vec{E}.d\vec{S} + \oiint_{S_{3\text{القمة}}} \vec{E}.d\vec{S}$$

$$\oiint_{S_{2\text{القاعدة}}} \vec{E}.d\vec{S} = \oiint_{S_{3\text{القمة}}} \vec{E}.d\vec{S} = 0 \quad (\vec{E} \perp d\vec{S})$$

$$\oiint_{S_{1\text{الجانب}}} \vec{E}.d\vec{S} = E.S_1 = E\ 2\pi\ a\ L$$

ومن جهة أخرى:

$$\Phi = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda\ L}{\varepsilon_0}$$

إذن:

$$E\ 2\pi\ a\ L = \frac{\lambda\ L}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\ a\varepsilon_0}$$

تطبيق 2.

لتكن لدينا كرة مركزها O و نصف قطرها R مشحونة حجميا بانتظام و لتكن ρ كثافة شحنتها الحجمية موجبة و ثابتة.

باستعمال نظرية غوص أوجد عبارة الحقل الكهربائي في المنطقتين $r \geq R$ و $r \leq R$.

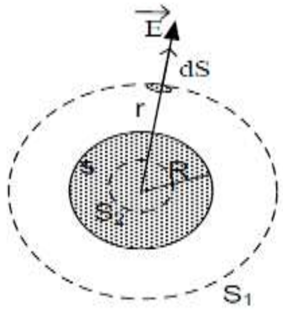
الإجابة:

نختار سطح غوص بشكل كرة متمركزة مع الكرة المشحونة، و واقعة خارجها.

وعلى ضوء ذلك نكتب:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = E(r)\ S_r = 4\pi r^2 E(r)$$

ومن جهة أخرى:



$$\Phi = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

إذن:

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

✓ المنطقة $R \geq r$: في هذه المنطقة لدينا:

$$\sum_{\text{داخل الكرة}} Q_{int} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$$

✓ المنطقة $R \leq r$: لدينا

$$\sum_{\text{خارج الكرة}} Q_{int} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

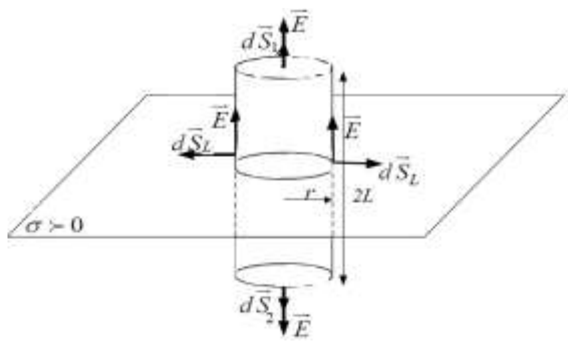
$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

تطبيق 3.

سطح مستو لانهائي الأبعاد يحمل شحنة موجبة موضوعة بصورة متجانسة بكثافة سطحية قدرها σ. المطلوب حساب الحقل الكهربائي عند نقطة M تبعد مسافة L عن السطح.

الإجابة:

سطح غوص الاختياري هو أسطوانة مغلقة قاعدتها A تشمل النقطة M وطولها $2A$ توضع بحيث يكون محورها عمودياً على المستوي - كما بالشكل - لأن خطوط الحقل ناظمية على المستوي وخارجة منه.



$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S}$$

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oiint_{S_{1\text{القمة}}} \vec{E}.d\vec{S} + \oiint_{S_{2\text{القاعدة}}} \vec{E}.d\vec{S} + \oiint_{S_{\text{الجانب}}} \vec{E}.d\vec{S}$$

نقسم سطح الأسطوانة إلى ثلاثة أقسام: السطح القاعدي $\vec{S}_1$ ، السطح القاعدي $\vec{S}_2$

و السطح الجانبي $\vec{S}_L$.

التدفق عبر السطح القاعدي $\vec{S}_1$.

$$\Phi_1 = E.S_1$$

التدفق عبر السطح القاعدي $\vec{S}_2$.

$$\Phi_2 = E.S_2$$

التدفق عبر السطح الجانبي معدوم لأن: $\vec{E} \perp d\vec{S}$

وعليه يكون:

$$\Phi = E.S_1 + E.S_2 = 2\,E\,A$$

ومن جهة أخرى:

$$\Phi = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\,A}{\varepsilon_0}$$

ومنه:

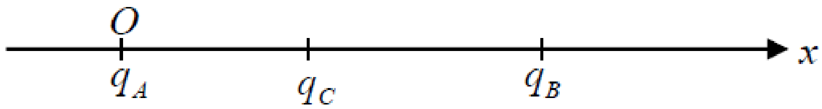
$$2\,E\,A = \frac{\sigma\,A}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

نلاحظ أن الحقل منتظم (ثابت) لا يتعلق ببعد النقطة عن السطح المستوي.

7. تمارين:

التمرين 1.

ليكن لدينا ثلاث شحنات كهربائية q_A, q_B, q_C حيث $\frac{1}{2}q_A = q_B = -q_C = q$ واقعة على المستقيم AB كما هو موضح في الشكل. بفرض الشحنتين q_A و q_B ساكنتين والمسافة بينهما هي $d = 0.1m$ أما الشحنة q_C فيمكنها التحرك على المستقيم، حدد وضع التوازن للشحنة q_C.



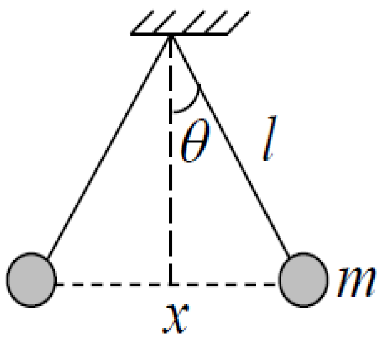
التمرين 2.

نعتبر كريتين متماثلتين نصفا قطريهما مهمل معلقتين بحيث يشكلان نواسين بسيطين طولهما $80cm$ كما هو موضح في الشكل.

نفرض أن للكريتين نفس الكتلة $m = 10\ g$ ونفس الشحنة $q = 2.10^{-8}C$

ونعتبر أن الزاوية صغيرة بكفاية، أي يمكن اعتبار: $\text{tg}\,\theta \approx \sin\theta$.

احسب البعد في بين الكريتين عند التوازن.



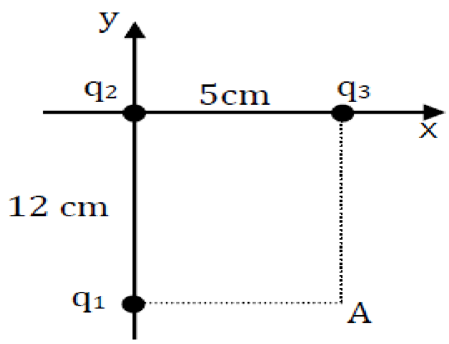
التمرين 3.

بفرض أنه لدينا ثلاث شحنات نقطية $q_1 = 8\ nC, q_2 = -7\ nC, q_3 = -3\ nC$ موضوعه كما في الشكل:

1- مثل ثم احسب القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1.

2- احسب الكمون الكهربائي الإجمالي والحقل الكهربائي الإجمالي في النقطة A.

3- إذا نصب بروتون في النقطة A ، احسب عندئذ طاقة كمونه.

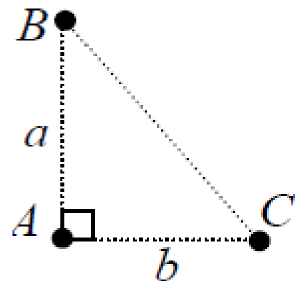


التمرين 4.

ننصب الشحنة q_B في النقطة B والشحنة q_C في النقطة C من رؤوس مثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A حيث:

$$a = 5cm, b = 4cm, q_B = 2 . 10^{-8}\ C$$

المطلوب تعيين الشحنة q_C لكي يكون:

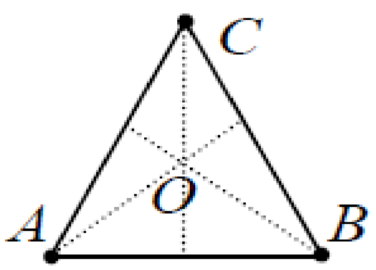


1- الحقل في النقطة A عموديا على الوتر. عين عندئذ الكمون في النقطة A.

2- الكمون في النقطة A معدوما، عين الحقل الموافق.

التمرين 5.

نصبت الشحنات $q_A = q_B = -10^{-10}C, q_C = 4 . 10^{-10}C$ على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $a = 3 . 10^{-2}m$ ، لتكن O نقطة تقاطع منصفات زوايا هذا المثلث.



1- عين الحقل والكمون في النقطة O (حلل الحقل على محورين اختياريين)

2- إذا جيء بالشحنة $q_0 = 2 . 10^{-10}C$ في النقطة O، احسب طاقتها الكامنة والقوة المؤثرة عليها.

3- احسب العمل اللازم بذله لنقل الشحنة q_0 من النقطة O إلى النقطة D منتصف AB.

التمرين 6.

في تجربة ميليكان لتكن لدينا صفيحتان معدنيتان أفقيتان تفصلهما مسافة قدرها $1.5\ cm$، فرق الكمون بين الصفيحتين يساوي $3\ KV$ في الفضاء المحصور بين الصفيحتين توجد قطرة زيت صغيرة مشحونة سلبا في حالة توازن.

1- ارسم شكلا يحدد أي الصفيحتين المشحونة ايجابا و المشحونة سلبا.

2- احسب شحنة قطرة الزيت، وقارنها مع شحنة الإلكترون.

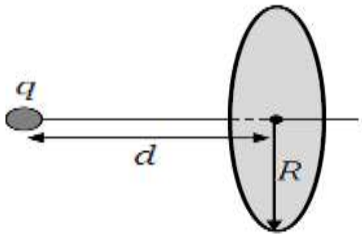
المعطيات: الكتلة الحجمية للزيت: $\rho = 900Kg/m^3$، قطر قطرة الزيت: $D = 4.1\mu m$،

تسارع الجاذبية: $g = 9.8\ m/s^2$.

التمرين 7.

نعتبر شحنة نقطية q موجودة في محور قرص نصف قطره R على بعد d يساوي $3cm$ من مركز القرص.

المطلوب هو حساب نصف قطر القرص الذي من أجله يكون تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية عبر سطح القرص يساوي $\frac{q}{4\varepsilon_0}$



التمرين 8.

كرة مركزها O ونصف قطرها a مشحونة بشحنة كثافتها الحجمية ρ ثابتة وموجبه موجودة داخل كرة أخرى مركزها O ونصف قطرها b مشحونة بشحنة كثافتها السطحية σ ثابتة وموجبة.

1. احسب الحقل والكمون الكهربائيين في المناطق: $r < a$ ، $a < r < b$ و $r > b$
2. ارسم دالتي الحقل والكمون بدلالة البعد r.

التمرين 9.

نعتبر اسطوانة طويله للغاية نصف قطرها R مشحونة حجميا بانتظام ولتكن $\rho > 0$ الكثافة الحجمية للشحنات.

1. باستعمال نظرية غوص عين شدة الحقل الكهربائي $E(r)$ في المنطقتين $r < R$ و $r > R$
2. الكمون الكهربائي $V(r)$ داخل وخارج الأسطوانة بأخذ الشرط الحدي التالي $V = 0$ من أجل $r = 0$
3. في هذا السؤال نعتبر أن الكثافة الحجمية للشحنات $\rho = \rho_0(\frac{r}{R})$ حيث ρ_0 ثابت، عين عندئذ شدة الحقل الكهربائي في المنطقة $r < R$.

الفصل الثالث

النواقل المتوازنة كهروستاتيكيا

النواقل المتوازنة كهروستاتيكيا

1. النواقل المتوازنة:

1. 1. تعريف:

الناقل الكهربائي هو كل جسم يمكن لحاملات الشحنة أن تنتقل بداخله بحرية. ونقول عن ناقل أنه في حالة توازن كهرو ساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة (محصلة القوى الكهرو ساكنة المطبقة على كل شحنة q معدومة).

1. 2. خواص الناقل المتوازن:

1. 2. 1. الحقل داخل الناقل المتزن معدوم:

بما أن الشحنات داخل الناقل المتزن ساكنة فهي لا تخضع لأية قوة وهذا يعني أن الحقل الكهرو ساكن داخل الناقل المتزن معدوم.

$$\vec{F} = Q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0} \qquad (1.\mathrm{II})$$

1. 2. 2. الشحنة داخل الناقل المتزن معدومة:

وهذا انطلاقا من نظرية غوص حيث:

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \int_{S_G} \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow Q_{int} = 0 \qquad (2.\mathrm{II})$$

حيث S_G يمكن أن يكون أي سطح داخل الناقل.

وعليه يتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح لأنه لا يمكن أن تكون في الداخل.

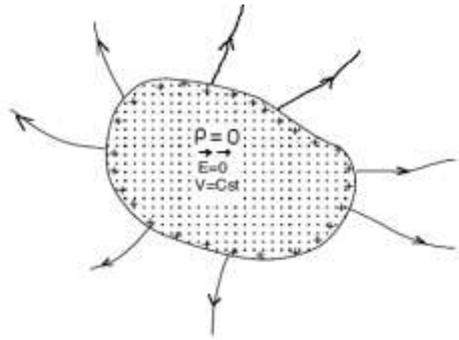
1. 2. 3. الكمون ثابت في كل نقطة من الناقل:

يشكل الناقل حجما لتساوي الكمون والسطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون.

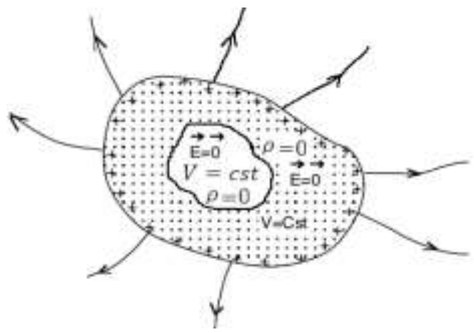
$$dV = -\vec{E}d\vec{l} = 0 \Rightarrow V = Cste \qquad (3.\mathrm{II})$$

1. 2. 4. يتعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل المتزن:

بما أن سطح الناقل يمثل سطح تساوي الكمون فإن شعاع الحقل الكهربائي يتعامد مع سطح الناقل المتوازن أي يكون ناظميا على سطحه الخارجي.



الشكل $(1.\text{II})$ ناقل متوازن كهروستاتيكيا



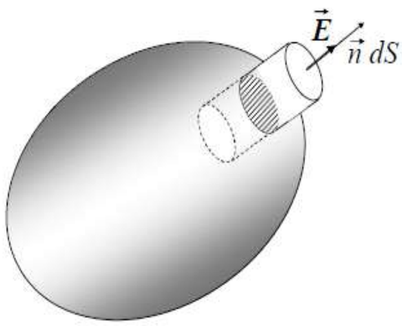
الشكل $(2.\text{II})$ ناقل مجوف متوازن كهروستاتيكيا

ملاحظة:

الخواص السابقة للناقل تبقى صحيحة من أجل ناقل مجوف، حيث الحقل معدوم في الناقل و في التجويف الذي يشكل حجم تساوي الكمون ويتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح بكثافة سطحية σ موزعة على سمك مكون من بضع طبقات من الذرات.

1. 3. الحقل الكهربائي بالجوار المباشر لناقل متوازن:

عبارته يمكن ايجادها باستعمال نظرية غوص حيث نختار سطح غوص اسطوانة مغلقة متناهية الصغر نصفها خارج الناقل ونصفها الآخر داخله بحيث يكون محورها ناظميا على سطح الناقل كما هو مبين في الشكل:



الشكل $(3.\text{II})$ الحقل جوار الناقل المتوازن كهروستاتيكيا

يكون التدفق عبر السطح الجانبي للأسطوانة معدوما لأن $\vec{E} \perp d\vec{S}$، وكذلك عبر السطح الداخلي لأن الحقل داخل الناقل معدوم.

بتطبيق نظرية غوص نجد :

$$E.S = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$$

حيث σ هي الكثافة السطحية المحلية للشحنة.

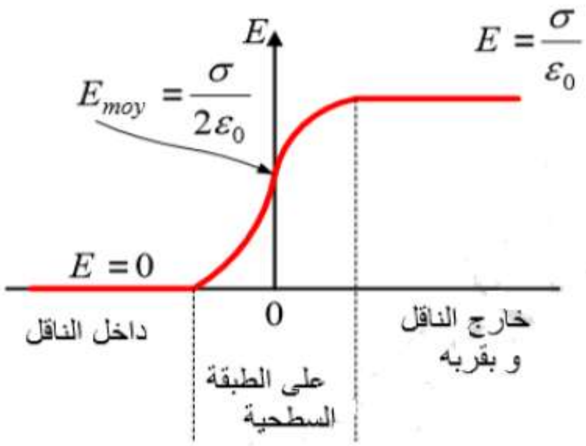
يعطى الحقل الكهرو ساكن بالجوار المباشر للناقل بالعبارة التالية:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n} \qquad (4.\text{II})$$

حيث $\vec{n}$ هو شعاع الوحدة الناظمي عند كل نقطة على سطح الناقل والمتجه نحو الخارج.

المعادلة السابقة تعطي العلاقة بين الحقل الكهربائي في نقطة M خارج الناقل بالجوار المباشر منه، بينما الحقل داخل الناقل معدوم. أما شدة الحقل على السطح مباشرة فهي متوسط الحقلين الداخلي $E_{int} = 0$ والخارجي E_V.

$$E_{moy} = \frac{E_{int} + E_V}{2} = \frac{0 + E_V}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (5.\text{II})$$



الشكل $(4.\text{II})$ منحنى يوضح تغيرات الحقل الكهروساكن عند عبور سطح ناقل متوازن

1. 4. الضغط الكهرو ساكن:

تخضع كل شحنة من سطح الناقل لقوة طرد تطبقها الشحنات الأخرى التي تكون من نفس الطبيعة مما يولد الضغط الكهروستاتيكي أو القوة الكهروستاتيكية المطبقة على وحدة السطح. ولحساب الضغط الكهروستاتيكي نحسب أولا القوة $d\vec{F}$ المطبقة على شحنة عنصرية dq محتواة في سطح عنصري dS.

فانطلاقا من عبارة الحقل المتوسط داخل الطبقة السطحية للناقل لدينا:

$$d\vec{F} = dq.\vec{E}_m = \sigma dS.\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}dS\,\vec{n}$$

تتجه القوة المطبقة على السطح نحو خارج الناقل مهما كانت طبيعة الكثافة المحلية σ.

يعطى الضغط الكهروستاتيكي عند أي نقطة من سطح ناقل بالعبارة:

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \qquad (6.\mathrm{II})$$

ملاحظة: يتعلق الضغط الكهروستاتيكي فقط بالكثافة السطحية المحلية لشحنه الناقل.

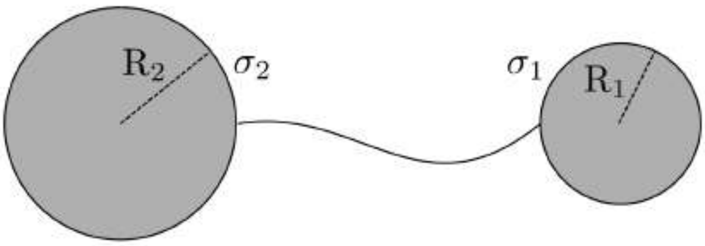
1. 5. قدرة السطوح الحادة:

بصفة عامة، لا تكون شحنة الناقل موزعة بانتظام على سطحه ولكنها تميل الى التكثف على السطوح التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا (السطوح الحادة أو المدببة). تكون الكثافة المحلية على السطوح الحادة كبيرة ويكون الحقل الكهروستاتيكي الناتج بجوارها شديدا.

لتوضيح قدرة السطوح الحادة نقترح التطبيق التالي:

نحضر كرتين ناقلتين نصفا قطريهما R_1 و R_2 حيث: $R_1 < R_2$ ونبعدهما عن بعضهما البعض بحيث لا يكون التأثير الكهربائي بينهما ممكنا ثم نصلهما ببعضهما البعض بواسطة سلك ناقل كما في الشكل لتشكل الكرتان مع السلك بعد التوازن ناقلا واحدا كمونه ثابت V.

المطلوب قارن بين كثافتي شحنتي الكرتين بعد التوازن الكهروستاتيكي وماذا تستنتج؟



نفرض أن الكرتين تكتسبان بعد التوصيل شحنتين جديدتين Q'_1 و Q'_2

باستعمال عبارة كمون كرة ناقلة وباعتبار أن الكرتين تشكلان مع السلك بعد التوازن ناقلا واحدا متساوي الكمون فان:

$$K\frac{Q'_1}{R_1} = K\frac{Q'_2}{R_2} \qquad (*)$$

بما أن توزيع الشحنة في الناقل المتوازن يكون سطحيا وباعتباره منتظما بانتظام السطح فإن:

$$Q'_2 = \sigma_2\left(4\pi R_2^2\right) \text{ و } Q'_1 = \sigma_1\left(4\pi R_1^2\right)$$

بتعويض عبارتي الشحنتين في المعادلة $(*)$ نصل الى العلاقة التي تربط كثافتي توزيع الشحنة في الكرتين وهي:

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \Rightarrow \sigma_1 = \frac{R_2}{R_1}\sigma_2$$

إذا فرضنا أن: $R_1 < R_2$ فإننا نجد: $\sigma_1 > \sigma_2$

نتيجة:

تميل شحنة الناقل أكثر إلى التراكم على السطوح التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا وتسمى الظاهرة قدرة السطوح الحادة. إن هذه النتيجة مهمة جدا في العديد من التقنيات التكنولوجية مثلا: عمليات تفريغ الهواء كواقيات الصواعق ذات الرؤوس الحادة، وأيضا في الأطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات.

1. 6. السعة الكهربائية الذاتية لناقل:

إذا شحنا ناقلا معزولا (بعيدا عن أي تأثير كهربائي خارجي) بشحنة كهربائية Q سيصبح له كمون كهربائي V وتكون العلاقة هي:

$$Q = C.V \qquad (7.\text{II})$$

حيث يسمى ثابت التناسب C السعة الذاتية للناقل، وهي مقدار يتعلق فقط بشكله.

وحدات قياس السعة الكهربائية:

تقاس السعة الكهربائية في النظام الدولي بالفاراد $(Farad)$ ورمزه (F)، ويعرف على أنه سعة ناقل شحنته $1\ C$ و كمونه $1\ V$.

يعتبر الفاراد سعة كبيرة جدا وتستعمل عادة أجزاؤه وهي:

ميكروفاراد: $1\ \mu F = 10^{-6} F$

نانوفاراد: $1\ nF = 10^{-9} F$

بيكوفاراد: $1\ pF = 10^{-12} F$

حساب السعة الذاتية لكرة ناقلة ومعزولة:

لتكن لدينا كرة ناقلة نصف قطرها R ومشحونة بشحنة Q. وبالتالي فإن:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \Rightarrow C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

نلاحظ من خلال هذا المثال أن سعة هذا الناقل الكروي تتعلق فقط بنصف قطره، أي بالشكل الهندسي فقط كما سبق الذكر.

1. 7. الطاقة الداخلية لناقل مشحون ومعزول:

هي عبارة عن العمل اللازم بذله لشحن الناقل و هي أيضا تمثل عمل القوى الكهرساكنة أثناء تفريغ الناقل:

لدينا ابتداء من عنصر الطاقة الكامنة:

$$dE_P = V\,dq \Rightarrow E_P = \int_0^Q V\,dq$$

بوضع:

$$V = \frac{q}{C}$$

تصبح:

$$E_P = \int_0^Q V\,dq = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (8.\mathrm{II})$$

يمكن أيضا التعبير عن الطاقة الكامنة كما يلي:

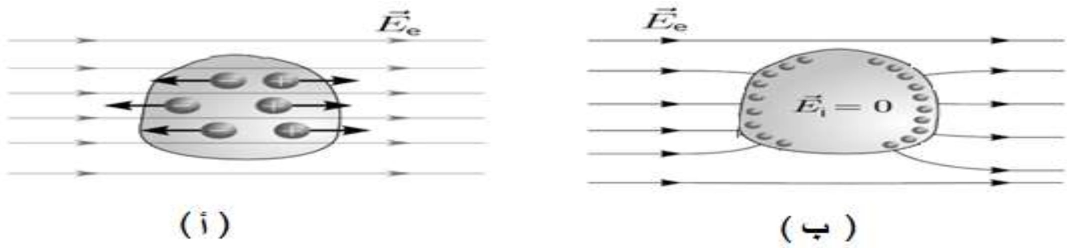
$$E_P = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}C\,V^2 = \frac{1}{2}Q\,V$$

1. 8. استقطاب ناقل في وجود حقل كهرو ساكن خارجي:

عند يوضع ناقل في حقل كهرو ساكن خارجي تتحرك الشحنات الحرة نتيجة للقوة الكهربائية وتتجمع في جهة من سطح الناقل وتظهر شحنات معاكسة لها على الجهة المقابلة (تتحرك الشحنات الموجبة في جهة الحقل، والشحنات السالبة في الجهة المعاكسة). يحدث استقطاب للناقل، مما يؤدي إلى نشوء حقل كهرو ساكن داخلي $\vec{E}_{int}$ يكون معاكسا للحقل الخارجي $\vec{E}_{ext}$. ويتزايد نقل الشحنات حتى نصل إلى حالة التوازن عندما يصبح الحقل الكلي داخل الناقل $\vec{E}_{T\,int}$ معدوما.

$$\vec{E}_{T\,int} = \vec{E}_{int} + \vec{E}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_{int} = -\vec{E}_{ext} \qquad (9.\mathrm{II})$$

يبقى المجموع الجبري للشحنات ثابتا مساويا مقدار الشحنة التي كان يمتلكها الناقل قبل التأثير، لذا فالذي تغير هو توزيع الشحنات فقط، حيث يشكل طرفاه قطبين $(+)$ و $(-)$، ويتغير تبعا لذلك الكمون نتيجة للتوزيع الجديد، بعد حدوث التوازن الجديد يكون للناقل نفس خصائص الناقل المتوازن.



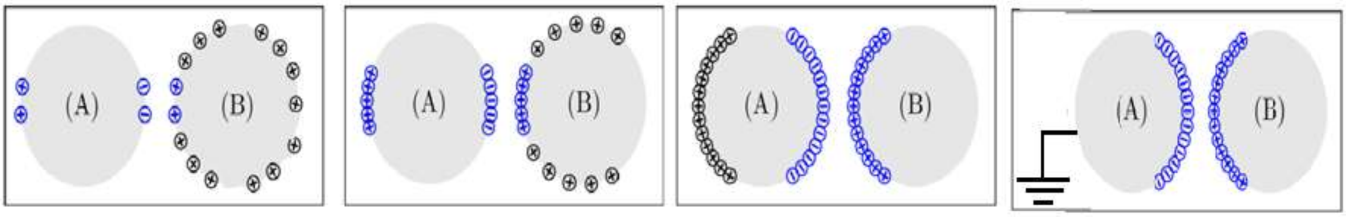
الشكل $(5.\mathrm{II})$ استقطاب ناقل في وجود حقل كهربائي خارجي (أ): الناقل قبل التوازن (ب): الناقل بعد التوازن

1. 9. التأثير المتبادل بين النواقل:

1. 9. 1. التأثير الجزئي:

ندرس سلوك ناقل A (متعادل مثلا) عندما يوضع بجوار ناقل آخر B مشحون (موجب مثلا):

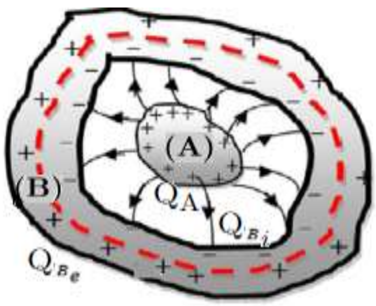
- في البداية، يؤثر الناقل المشحون على الشحنات الحرة للناقل المتعادل فتظهر على طرف الناقل A المقابل للناقل B شحنات سالبة (معاكسة لطبيعة شحنة الناقل B) وتظهر على طرفه الآخر شحنات موجبة (من نفس طبيعة شحنة الناقل B) وتسمى هذه المرحلة بداية تأثير B على A.
- تؤثر الشحنات الجديدة التي تظهر على طرف الناقل A بدورها على الناقل B فتزداد كثافة الشحنة الموجبة على طرفه المقابل للناقل A وتسمى هذه الظاهرة بالتأثير الرجعي للناقل A على الناقل B.
- تستمر حركة الشحنات في الناقلين نتيجة التأثير والتأثير الرجعي بينهما إلى أن يتحقق التوازن الكهرو ساكن للجملة عندما يصبح الحقل الكهربائي داخل كل من الناقلين معدوما، وتسمى هذه الظاهرة بالتأثير الجزئي المتبادل بين الناقلين لأن جزءا فقط من شحنتيهما يكون متفاعلا، وتكون شحنتا الطرفين المتقابلين للناقلين من طبيعتين مختلفتين.
- إن التأثير الموصوف سابقا يدعى جزئيا حيث تصل فقط بعض خطوط الحقل الصادرة عن B إلى الناقل A.
- إذا وصل الناقل A بالأرض فإن شحناته الموجبة ستتسرب إليها ويشكل معها ناقلا وحيدا كمونه معدوم $(V = 0)$.



الشكل (6.II) مراحل التأثير الجزئي

1. 9. 2. التأثير الكلي:

يكون التأثير المتبادل كليا إذا كانت كل الخطوط الصادرة عن الناقل الأول تصل الى الناقل الثاني، ولا يتحقق ذلك إلا إذا كان الناقل الثاني يحيط تماما بالناقل الأول كما هو مبين بالشكل.



الشكل (7.II) التأثير الكلي

ينشئ الناقل A المشحون بشحنة Q_A حقلا كهربائيا يؤثر في الناقل B فتتحرض على وجهيه شحنات هي: Q_{Bi} على وجهه الداخلي و Q_{Be} على وجهه الخارجي.

باستخدام نظرية غوص على سطح داخل الناقل B:

$$E = 0 \Rightarrow Q_{int} = Q_A + Q_{Bi} = 0 \Rightarrow Q_{Bi} = -Q_A \qquad (10.\text{II})$$

وتحسب شحنة السطح الخارجي بتطبيق مبدأ انحفاظ الشحنة للجملة أو للناقل الأجوف كالتالي:

$$Q_B = Q_{Bi} + Q_{Be} \Rightarrow Q_{Be} = Q_B - Q_{Bi} = Q_B + Q_A \qquad (11.\text{II})$$

ملاحظات:

- لا يحدث التفاعل الكلي إلا إذا كان الناقل الداخلي A مشحونا.
- إذا كان الناقل الأجوف B متعادلا $Q_B = 0$ تكون شحنة سطحه الخارجي مساوية لشحنة سطحه الداخلي ومنه:

$$Q_{Be} = -Q_{Bi} = Q_A \qquad (12.\mathrm{II})$$

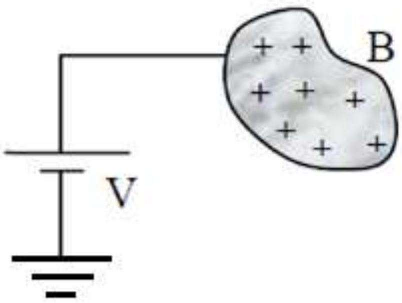
- بعد تحقق التوازن الكهروساكن للناقلين يكون لكل منهما نفس خصائص الناقل المعزول إلا أن شحنة الناقل الأجوف تكون موزعة على سطحه الداخلي والخارجي.

2. المكثفات:

2. 1. مقدمة

سبق وأن عرفنا سعة الناقل المتوازن الوحيد بأنها نسبة شحنته Q إلى كمونه V

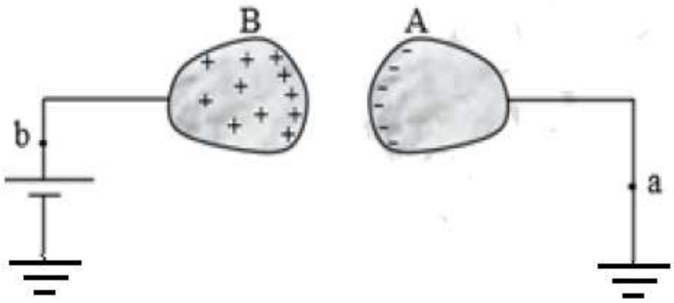
$$C = \frac{Q}{V}$$



الشكل $(8.\mathrm{II})$ ناقل B محمول تحت تأثير كمون ثابت

الناقل B محمول تحت تأثير كمون ثابت $V > 0$ فهو يحمل شحنة كهربائية: $Q = C\,V$

سعة الناقل تتغير بتأثره بنواقل أخرى تبعا لتغير كمونه أو شحنته، فمثلا عندما نقرب من الناقل B ناقلا آخر A محمولا تحت تأثير كمون معدوم، ستظهر شحنات سالبة على A وهذه الشحنات السالبة بدورها ستؤثر على الناقل B والذي سوف يحمل شحنات أكثر مما لو كان منفردا، فنقول أنه قد حصل تكثيف للناقل B وازدادت سعته.

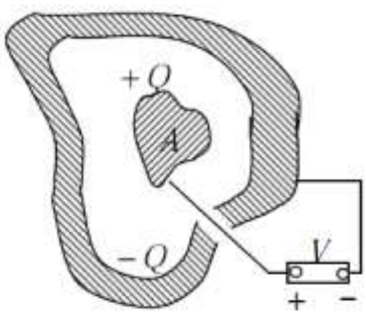


الشكل $(9.\mathrm{II})$ ناقلين A و B في تأثير جزئي متبادل

تشكل الجملة المكونة من الناقلين A و B **مكثفة.**

يمكن استخدام هذا التكثيف باستخدام ناقلين A و B في حالة تأثير متبادل كلي بينهما كما في الشكل.

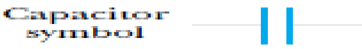
عند وجود وسط عازل بين A و B وبتطبيق فرق كمون V بينهما، يؤدي هذا إلى ظهور شحنة $(+Q)$ على أحدهما وهو (A) وشحنة $(-Q)$ على السطح الداخلي للآخر وهو (B).



الشكل $(10.\text{II})$ ناقلين A و B في تأثير كلي متبادل

المكثفة كما يدل اسمها هي جهاز لتخزين الشحنات الكهربائية، وتتكون من ناقلين يحيط أحدهما بالآخر يدعيان "البوسا المكثفة" واقعين في حالة تأثير كلي فيما بينهما، يفصلهما وسط عازل.

نرمز لها في الدارات الكهربائية بالرمز:



2 .2. تعريف المكثفة:

هي مركب إلكتروني له خاصية تخزين الطاقة الكهربائية عندما يوضع تحت تأثير كمون كهربائي. تشحن المكثفة بكمية من الكهرباء Q عندما توضع تحت تأثير توتر كهربائي، وهذه الكمية من الكهرباء تتعلق بالكمون ومدة الشحن. يتم استرجاع الطاقة المخزنة عند تفريغ المكثفة.

هناك العديد من أنواع المكثفات التي تختلف وفقًا لطبيعة النواقل الموصلة والعازل بينهما (الهواء والسيراميك والميكا...).

2 .3. سعة المكثفة:

نعرف سعة المكثفة على أنها نسبة شحنة أحد اللبوسين بالقيمة المطلقة إلى فرق الكمون V بينهما بالقيمة المطلقة:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{V} \qquad (13.\text{II})$$

تقاس السعة بوحدة الفاراد(F)

$$1F = \frac{Coulomb}{Volt} = \frac{Coulomb^2}{joule}$$

وأكثر قيمها تداولا في التطبيقات العملية تكون من رتبة μF أو nF.

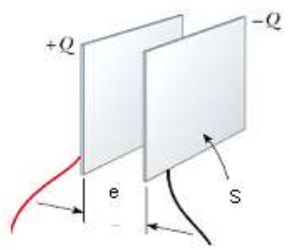
2. 4. طريقة حساب سعة مكثفة:

1. حساب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (بين اللبوسين)
2. استنتاج فرق الكمون بين اللبوسين باستعمال العلاقة: $\vec{E} = -\overrightarrow{gradV}$
3. ايجاد النسبة: $C = \frac{Q}{V}$.

2. 5. تطبيقات حول حساب السعة:

التطبيق 1. حساب سعة مكثفة مستوية:

احسب سعة مكثفة مستوية الشكل مساحة كل من اللبوسين S والبعد بينهما e

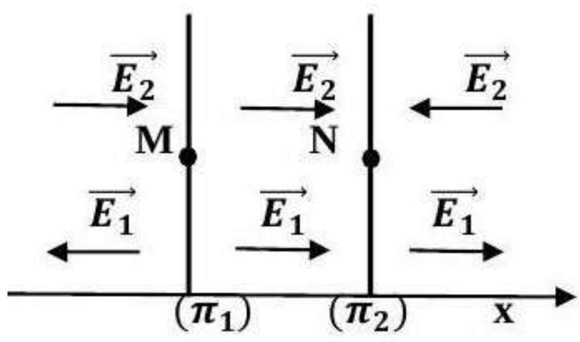


الإجابة:

سبق وأن عرفنا بأن الحقل الكهربائي بالنسبة لمستو لا نهائي كثافته السطحية σ في أي نقطة من الفضاء حوله يساوي:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ليكن $\vec{E}_1$ شعاع الحقل الناشئ عن الصفيحة (π_1) ، و $\vec{E}_2$ شعاع الحقل الناشئ عن الصفيحة (π_2) وهذا في المناطق الثلاث المجاورة للصفيحتين (كما في الشكل).



نلاحظ أن حقل الصفيحة (π_1) يلغي حقل الصفيحة (π_2) في المنطقتين خارج المكثفة.

بتطبيق مبدأ التراكب يكون الحقل الكلي بين لبوسي المكثفة المستوية:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\imath} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\imath} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{\imath}$$

حساب فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\overrightarrow{gradV} = -\frac{dV}{dx}\vec{\imath}$$

$$\Rightarrow \quad E = -\frac{dV}{dx}$$

$$\Rightarrow \quad dV = -E\,dx$$

$$\Rightarrow \quad \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_0^e \frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx$$

$$\Rightarrow \quad V^- - V^+ = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$$

$$\Rightarrow \quad V = V^+ - V^- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$$

وحيث: $\sigma = \frac{Q}{S}$ يمكن كتابة

$$V = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}e$$

ومنه تكون السعة

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

يلاحظ أن سعة المكثفة تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين الممثل ب S و e وسماحية الوسط العازل بينهما والذي في حالتنا هو الفراغ ممثلا ب ε_0.

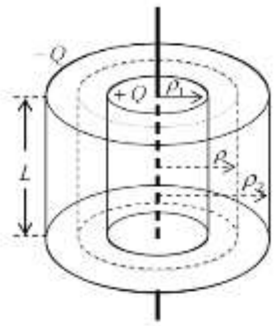
في التطبيقات العملية غالبًا ما يتم إدخال عازل بين اللبوسين، وعادة يكون العازل خطيا متجانسا، وعندها تكون السعة C للمكثفة هي:

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{e}$$

ε_r السماحية النسبية للعازل. ε_0: سماحية الفراغ

التطبيق 2. حساب سعة مكثفة اسطوانية

لحساب سعة مكثفة اسطوانية الشكل ذات انصاف اقطار على التوالي ρ_1 ، ρ_2 وارتفاعها L نقوم أولا بحساب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظريه غوص في المنطقة حيث: $\rho_1 < r < \rho_2$.



نختار سطح غوص سطح اسطوانة نصف قطرها r

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad E\,2\pi rL = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 L}\frac{1}{r}$$

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطري أي يتعلق فقط ب r وله مركبة على $\overrightarrow{u_r}$ ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة.

$$\vec{E} = -\overrightarrow{gradV} = -\frac{dV}{dr}\overrightarrow{u_r}$$

$$\Rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow dV = -E\,dr$$

$$\Rightarrow \int_{V^+}^{V^-} Vd = -\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 L}\frac{1}{r}\,dr$$

$$\Rightarrow V^- - V^+ = -\frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$\Rightarrow V = V^+ - V^- = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

و منه تكون السعة:

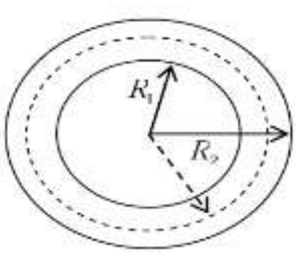
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

يلاحظ ايضا ان سعة المكثفة الاسطوانية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين وسماحية الوسط العازل الذي يعتبر في حالتنا الفراغ ε_0.

التطبيق 3.حساب سعة مكثفة كروية:

مكثفة كروية الشكل ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 ، R_2. نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص في المنطقة: $R_1 < r < R_2$

نختار سطح غوص كرة نصف قطرها r (كما في الشكل).



$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,\pi 4r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{\pi 4\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطري؛ أي يتعلق فقط ب r وله مركبة على $\overrightarrow{u_r}$ ، ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\overrightarrow{gradV} = -\frac{dV}{dr}\overrightarrow{u_r}$$

$$\Rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow dV = -E\,rd$$

$$\Rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$\Rightarrow V^- - V^+ = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$V = V^+ - V^- = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$$

و منه تكون السعة:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

2. 6. الطاقة الكهربائية للمكثفة:

يتَم حساب الطاقة الكهربائيةَ للمكثفة بنفس الطريقَة كما في حالة النواقل، فالطاقة الكهروستاتيكية لمكثفة مكونة من لبوسين يحمل احدهما الشحنة q والآخر الشحنة $-q$ وبينهما فرق كمون V هي:

$$E_P = \frac{1}{2}\left(E_{P_{(+)}} + E_{P_{(-)}}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(q\,V^+ - q\,V^-\right)$$
$$= \frac{1}{2}\,q\left(V^+ - V^-\right) = \frac{1}{2}\,q\,V$$

كما يمكن كتابة

$$E_P = \frac{1}{2}\,q\,V = \frac{1}{2}\,C\,V^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c} \qquad (14.\text{II})$$

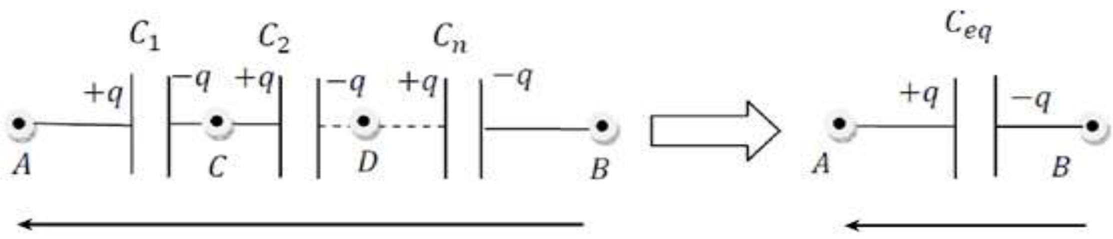
2 .7. ضم المكثفات:

عمليا لا يمكن رفع قيمة فرق الكمون بين لبوسي مكثفة بغير حدود لأنها لا تتحمل بين لبوسيها فرقا في الكمون أعلى من قيمة حدية معينة وإلا فإنها ستتلف. ارتفاع شدة الحقل في الوسط الفاصل بين اللبوسين يؤدي إلى تخريب المادة العازلة، لذا نلجأ لتخزين أكبر كمية ممكنة من الطاقة بتجميع عدة مكثفات.

تسمى مكثفة مكافئة لمجموعة من المكثفات المكثفة الوحيدة التي يكون فرق الكمون بين لبوسيها مساويا نفس فرق الكمون بين طرفي المجموعة و كذلك تحمل شحنة مساوية لشحنة المجموعة، وتنتج أثناء التفريغ نفس الطاقة و نفس كمية الكهرباء التي تنتجها المجموعة.

2 .7. 1 الضم على التسلسل:

كل المكثفات لها نفس الشحنة وفرق الكمون بينَ طرفي كل المجموعة يسَاوي مجموع فروق الكمونات لكل المكثفات.



الشكل (11.II) ضم المكثفات على التسلسل

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + \cdots V_n = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \cdots . \frac{q}{C_n}$$

$$V_{AB} = \frac{q}{C_{eq}}$$

وعليه تحسب السعة المكافئة بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots . \frac{1}{C_n}$$

أو يمكن كتابة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i} \qquad (15.\mathrm{II})$$

نتيجة لهذا الربط تكون سعة المكثفة المكافئة أقل من سعة كل واحدة من المكثفات مأخوذة على حدة.

في حالة جملة مكونة من n مكثفة لها سعة متماثلة موصلة على التسلسل تكون السعة المكافئة:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_0} + \cdots . \frac{1}{C_0} = \frac{n}{C_0} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_0}{n}$$

فائدة الربط على التسلسل: يسَتعمل هذا النوع من التوصيل عندما يَكون فرق الكمون كبيرا جدا و لا يمَكن لمكثفة واحدة تحمله.

2 .7 .2 الضم على التوازي (التفرع):

كل المكثفات الموصولة على التفرع لها فرق الكمون نفسه، وهو فرق الكمون بين النقطتين A و B

$$V_{AB} = V_1 = V_2 = \cdots = V_n = V$$

تحمل المكثفة المكافئة شحنة تساوي مجموع الشحنات التي تحملها المكثفات الموصولة على التفرع

$$q_{eq} = q_1 + q_2 + \cdots . q_n$$

وعليه تحسب السعة المكافئة:

$$q_{eq} = q_1 + q_2 \ldots + q_n \quad \Rightarrow C_{eq}V_{AB} = C_1V_1 + C_2V_2 + \cdots C_nV_n$$

$$\Rightarrow C_{eq}V = \left(C_1 + C_2 + \cdots C_n\right)V$$

$$\Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots C_n$$

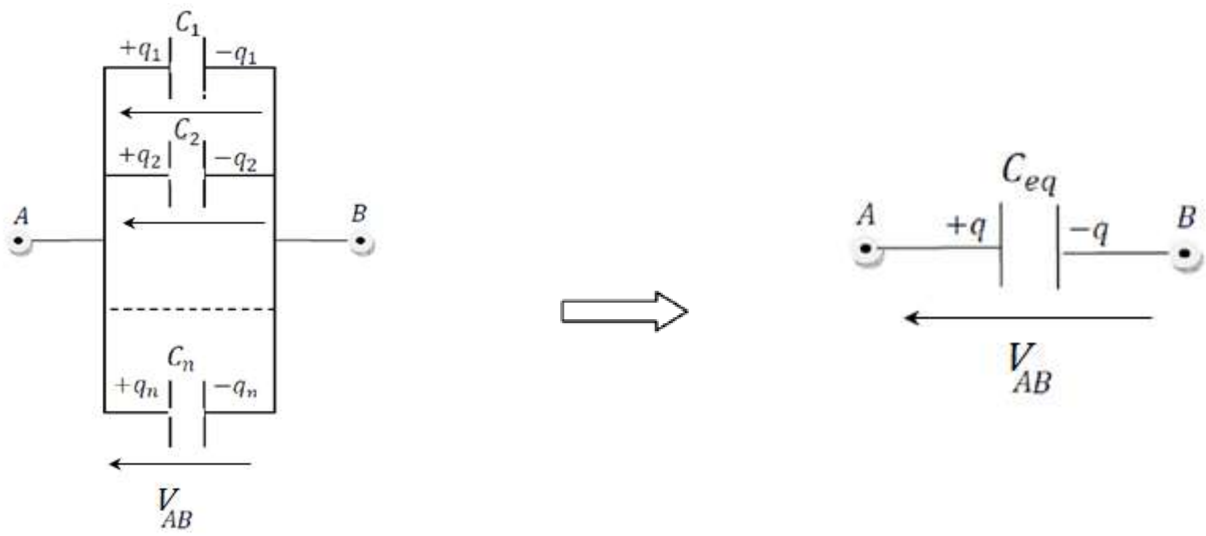
تكون سعة المكثفة المكافئة الناتجة عن ضم مجموعة من المكثفات على التوازي مساوية الى مجموع سعات هذه المكثفات، وبالتالي فالسعة الناتجة اكبر من سعة كل مكثف مأخوذة لوحدها.

يمكن أن نكتب:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} C_i \qquad (16.\mathrm{II})$$

في حالة جملة مكونة من n مكثفة متماثلة لها سعة C_0 موصلة على التفرع تكون السعة المكافئة

$$C_{eq} = nC_0$$



الشكل $(12.\mathrm{II})$ ضم المكثفات على التفرع

فائدة الربط على التفرع: هو الحصول عل مكثفة ذات سعة كبيرَة جدا.

تطبيق

شحنت مكثفة سعتها $2.5\ \mu$ حتى أصبح فرق الكمون بين طرفيها $100\ V$، ثم فصلت عن المصدر الكهربائي، ووصل قطبيها إلى قطبي مكثفة أخرى سعتها $10\ \mu F$، أحسب:

1. فرق الكمون بين طرفي المجموعة.
2. الطاقة الكلية المخزنة فيهما.
3. قارن بين الطاقة الكلية للمكثفتين وطاقة المكثفة الأولى قبل توصيلها بالمكثفة الثانية.

الإجابة:

1. فرق الكمون بين طرفي المجموعة

بعد عملية الشحن ينعدم التيار الكهربائي لتوازن النظام $(I = 0)$ وعندها يكون $V_C = E$، والشحنة المخزنة في المكثفة C_1 هي:

$$Q_0 = C_1 . V_C = 2.5 \times 100 = 250\ \mu C$$

بعد عملية شحن C_1 توصل بالمكثفة الأخرى شحنتها في البدء معدومة، وحسب قانون انحفاظ الشحنة

$$Q_0 = Q_1' + Q_2'$$

وبما أن:

$$V_{C_1} = V_{C_2}$$

فإن:

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{Q_1' + Q_2'}{C_1 + C_2}$$

إذن:

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \Rightarrow Q_1' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0$$

$$\frac{Q_2'}{C_2} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \Rightarrow Q_2' = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0$$

ومنه سيكون التوتر الكهربائي بين طرفي المجموعة هو:

$$V_{C_1} = V_{C_2} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} . E = \frac{2.5}{10 + 2.5} \times 100 = 20\ V$$

2. الطاقة الكلية المخزونة في كل من المكثفتين:

المكثفة C_1:

$$E_{P_{C_1}} = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2$$

المكثفة C_2:

$$E_{P_{C_2}} = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2$$

الطاقة المخزنة في المجموعة

$$E'_P = E_{P_{C_1}} + E_{P_{C_2}} = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10^{-6} \times 20^2 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 20^2 = 2.5 \times 10^{-3} J$$

الطاقة قبل التوصيل:

$$E_P = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10^{-6} \times 100^2 = 0.0125\, J$$

3. المقارنة:

$$\Delta E = E'_P - E_P = 2.5 \times 10^{-3} - 12.5 \times 10^{-3} = 0.01\, J$$

نلاحظ أن هناك نقص في الطاقة، وهذا يعني أن جزءا منها قد تحول على شكل طاقة كهرومغناطيسية.

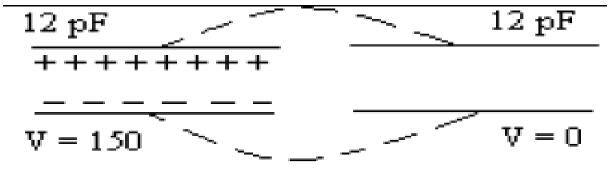
3. تمارين

التمرين 1.

يوضح الشكل (أ) الحالة الابتدائية لكل مكثفة، وتمثل الخطوط المتقطعة كيفية التوصيل بينهما.

احسب شحنة كل مكثفة و فرق الكمون بين لبوسيها بعد التوصيل.

احسب الطاقة الداخلية للمجموعة قبل التوصيل وبعده. ماذا تلاحظ.

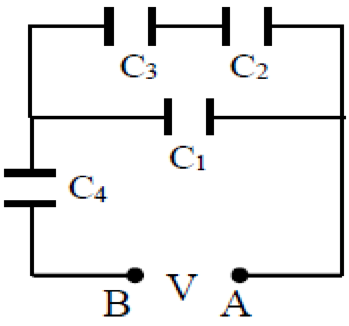


الشكل (أ)

التمرين 2.

يبين الشكل (ب) تركيبا لمكثفات حيث: $C_1 = C_2 = C_3 = 60\mu F, C_4 = 36\mu F, Q_2 = 24\mu C$

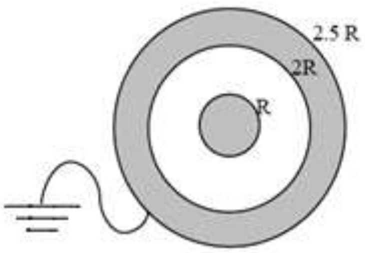
1. عين السعة المكافئة بين الطرفين A و B.
2. عين فرق كمون وشحنة كل مكثفة وفرق الكمون بين النقطتين A و B.
3. عين مجمل الطاقات الكهربائية الكامنة في المكثفات.



الشكل (ب)

التمرين 3.

كرة معدنية نصف قطرها R، وزعت على سطحها بانتظام شحنة Q. نحيط هذه الكرة بقشرة كروية متصلة مع الأرض نصف قطرها الداخلي $2R$ والخارجي $2.5R$



1. احسب الحقل الكهربائي بدلالة r من أجل $r > R$.
2. احسب الطاقة الكهرساكنة المحتواة بين الناقلين.
3. استنتج السعة الجديدة و فرق الكمون بين الناقلين.

الفصل الرابع

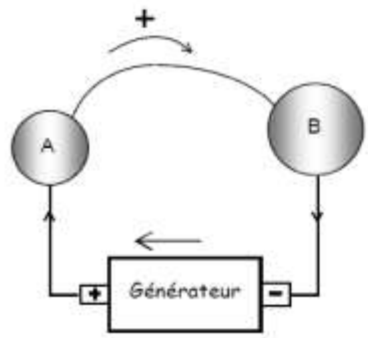
الكهرباء المتحركة

الكهرباء المتحركة

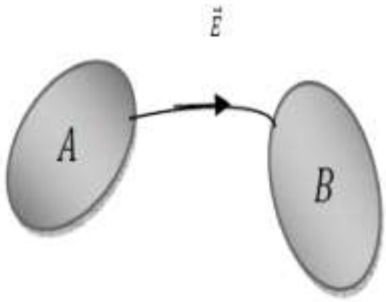
1. التيار الكهربائي:

1 .1. مقدمة:

عند توصيل ناقلين A و B لهما كمونان مختلفان V_A و V_B على الترتيب (بفرض $V_A > V_B$) بسلك يتولد حقل كهربائي داخل السلك محدثا انتقالًا للشحنات من الناقل A إلى الناقلB ، فيظهر **تيار كهربائي** مؤقت ينتهي بمجرد وصول الناقلين إلى حالة التوازن الكهروستاتيكي (تساوي الكمونيين)، يسمى بالتيار اللحظي.



الشكل (1.IV)



الشكل (2.IV)

للحفاظ على حالة عدم توازن دائمة بين الناقلين ينبغي تطبيق قوى خارجية تقوم بالمحافظة على فرق ثابت في الكمون، يكون باستخدام مولد جهد، وعندئذ يمكن الحصول على تيار مستمر. إن مولد الجهد لا يخلق الشحنات بل يقوم فقط بنقلها من B إلى A.

1 .2. الاتجاه الاصطلاحي للتيار:

في الحالة العامة يوجد انتقال للشحنات الموجبة والسالبة معا، وقد اصطلح تاريخيا على أن اتجاه التيار في الناقل هو جهة انتقال الشحنات الموجبة. وبما أن هذه الأخيرة تنتقل في اتجاه الحقل، والحقل يتجه من الكمونات العالية نحو الكمونات المنخفضة فإن اتجاه التيار يكون نحو الكمونات المنخفضة؛ أي حركة الشحنات الموجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد، و من القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد.

1 .3. شدة التيار الكهربائي:

شدة التيار الكهربائي I تساوي كمية الشحنة dq التي تعبر ناظميا المقطع S من الناقل خلال فترة زمنية عنصرية dt. ونكتب:

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (1.\text{IV})$$

وحدة التيار في النظام الدولي IS هي: الأمبير ورمزها A وهي شدة التيار المكافئ لمرور شحنة كهربائية قدرها $1\ C$ عبر سطح S خلال مدة $1\ s$.

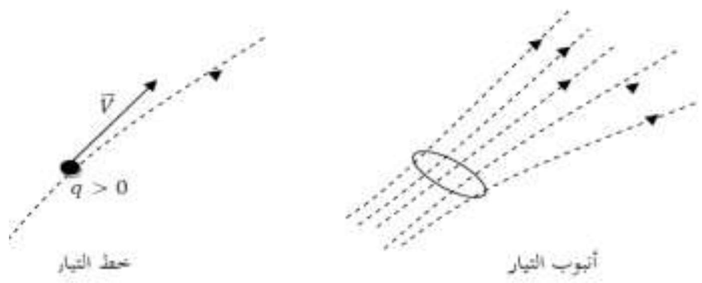
$$1\ A = C/s \qquad (2.\mathrm{IV})$$

ملاحظات:

- إذا كانت النسبة $\frac{dq}{dt}$ ثابتة (مستقلة عن الزمن) يسمي "تيارا مستمرا" ويرمز له I.
- إذا كانت النسبة $\frac{dq}{dt}$ متغيرة مع الزمن يسمي "تيارا متغيرا" ويرمز له $i(t)$.
- وإذا غير التيار $i(t)$ جهته بصفة دورية (دالة جيبية مثلا) يسمي "تيارا متناوبا".

1. 4. خط التيار:

هو المسار الموجه الذي ترسمه كل شحنة موجبة أثناء حركتها. نسمي أنبوب التيار حزمة من خطوط التيار ممتدة على طول ما.



الشكل (3.IV)

1. 5. شعاع كثافة التيار:

هو مفهوم يعبر عن كثافة خطوط التيار الكهربائي في كل نقطة من الناقل، ويترجم كيفية توزع التيار داخله، يميز بشعاع $\vec{J}$ له جهة التيار I (جهة حركة الشحنات الموجبة) ويكون مماسيا لخطوط التيار، وطويلته تساوي شدة التيار التي تعبر واحدة السطح من المقطع الناظمي على خط التيار.

نكتب:

$$J = \frac{dI}{dS} \qquad (3.\mathrm{IV})$$

dI هي شدة التيار الكهربائي المارة عبر عنصر السطح $d\vec{S}$

J هي كثافة التيار في نقطة M، تتغير مقدارا و اتجاها من نقطة إلى أخرى في الناقل.

وحدة J في النظام الدولي للوحدات هي (A/m^2).

من أجل ناقل مقطعه S يكون لدينا:

$$I = \int_S \vec{J}.\vec{dS} \qquad (4.\mathrm{IV})$$

$\vec{dS}$ هو عنصر السطح الموجه للمقطع S.

نعتبر ناقلا أسطوانيا مقطعه dS، يسري خلاله تيار شدته dI، لتكن $\vec{v}$ السرعة المتوسطة للشحنات في اتجاه محور الأسطوانة و ρ كثافتها الحجمية (كمية الشحنات q المتحركة و المحصورة داخل واحدة الحجم).

كمية الشحنة dq التي تعبر dS خلال المدة الزمنية dt هي تشغل الحجم :

$$dV = vdtdS$$

ومنه:

$$dq = \rho dV = \rho dSvdt \quad \Rightarrow \quad dI = \frac{dq}{dt} = \rho dSv$$

$$\Rightarrow J = \frac{dI}{dS} = \rho v$$

نكتب بصفة عامة:

$$J = \frac{dI}{dS} = \rho\, v \qquad (5.\mathrm{IV})$$

فإذا كان n عدد حاملات الشحنة في واحدة الحجم و q قيمة كل منها فإن: $\rho = nq$

عندئذ نكتب:

$$J = \frac{dI}{dS} = nq\, v \qquad (6.\mathrm{IV})$$

يتعلق شعاع كثافة التيار بالكثافة المحلية للشحنات الحرة و سرعة انتقال الشحنات.

تطبيق:

الكتلة المولية الذرية للنحاس تساوي $63.5\ g/mol$ وكتلته الحجمية $8.95\ g/cm^3$

1- أحسب عدد الذرات في وحدة الحجم.

2- سلك نحاس له مساحة مقطع عرضي $3.31 \times 10^{-6} m^2$ فإذا كان يحمل تيارًا مقداره $10A$ وبفرض أن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد للتيار. أحسب كثافة التيار الكهربائي.

3- استنتج السرعة المتوسطة لحاملات الشحنة الإلكترونية داخل النحاس.

الإجابة

1- حساب عدد الذرات في $1m^3$ من النحاس

$$1m^3 \rightarrow 8.95 \times 10^6 g$$

$$63.5\ g \rightarrow 6.02 \times 10^{23} Atomes$$

$$8.95 \times 10^6 g \rightarrow\ \ n\ \ \ Atomes$$

وعليه يكون

$$n = \frac{8.95 \times 10^6 \times 6.02 \times 10^{23}}{63.5} = 8.5\ \times 10^{28} Atomes/m^3$$

2- حساب كثافة التيار:

باعتبار أن $\vec{J}//\vec{S}$ نكتب:

$$I = \int_S \vec{J}\, d\vec{S} = J.S \rightarrow J = \frac{I}{S} = \frac{10}{3.31 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^6 \frac{A}{m^2}$$

3- السرعة المتوسطة v

$$J = nqv \Rightarrow v = \frac{J}{nq}$$

حيث: n هو عدد الشحنات الحرة في واحدة الحجم و q قيمة كل شحنة.

بمأن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد للتيار فإن عدد الشحنات الحرة = عدد الذرات، وقيمة كل شحنة تساوي شحنة الالكترون أي $q = e$، ومنه:

$$v = \frac{J}{nq} = \frac{3 \times 10^6}{8.5\ \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 22.05 \times 10^{-5} m/s$$

2. قانون أوم:

2 .1. الصيغة العامة لقانون أوم:

نسبة فرق الكمون بين نقطتين A و B من ناقل معدني متجانس موجود عند درجة حرارة ثابتة والتيار الكهربائي الذي يجتازه تكون ثابتة، و يسمي هذا الثابت بالمقاومة الكهربائية للناقل بين النقطتين A و B، ويرمز لها R.

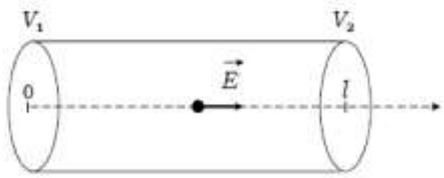
$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{V}{I} \qquad (7.\mathrm{IV})$$

وحدتها في النظام الدولي الأوم: $(\Omega = V/A)$، والأوم هو مقاومة ناقل يمر عبره تيار قيمته واحد أمبير عندما يظهر بين طرفيه فرق كمون مقداره 1 فولط.

قانون أوم صالح من أجل كل المعادن الاعتيادية أو المألوفة، وتدعى النواقل الأومية.

2 .2. الصيغة المحلية لقانون أوم:

ناقل معدني أسطواني طوله l ومساحة مقطعه S يطبق فرق كمون V بين طرفيه فينشأ حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ في كل نقطة من الناقل.



الشكل (4.IV)

حيث:

$$dV = -\vec{E}.\vec{dl}$$

$\vec{E}$ ، $\vec{dl}$ متوازيان

ومنه:

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^l -\vec{E}.\vec{dl} = -E\int_0^l dl$$

$$V = V_2 - V_1 = -E.l$$

فرق الكمون V ينشئ تيارا كهربائيا I عبارته حسب قانون أوم:

$$V = R.I$$

ولدينا

$$I = J.S$$

فيكون

$$V = E.l = R.J.S$$

نحصل على عبارة جديدة لكثافة التيار بدلالة الحقل الكهربائي:

$$J = \left[\frac{l}{R.S}\right] E = \sigma E$$

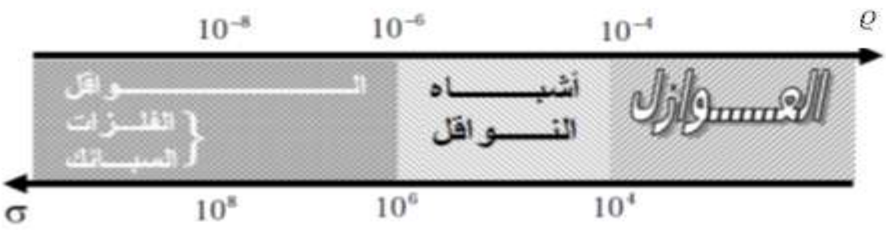
و بصفة عامة يمكن أن نكتب:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad (8.\mathrm{IV})$$

وهي تدعى الصيغة المحلية لقانون أوم

حيث: $\sigma = \frac{l}{S}$ تدعى بالناقلية، ووحدتها $\left(\Omega^{-1}.m^{-1}\right)$.

يميز الوسط عادة بالمقاومية ϱ وهي مقلوب الناقلية $\varrho = \frac{1}{\sigma}$ ووحدتها $(m.\Omega)$، وهي مقدار يتعلق بطبيعة المادة ودرجة الحرارة. يبين المخطط التالي تصنيفا عاما للمواد حسب تغير الناقلية/المقاومية.



الشكل (5.IV)

تطبيق:

سلك ناقل طوله $1\ m$ ونصف قطر مقطعه $1\ mm$، نطبق بين طرفيه فرق كمون قدره $2\ Volt$.

المطلوب حساب:

1- مقاومة الناقل، علما أن المقاومة النوعية لمادة السلك تساوي $1.6 \times 10^{-8}\ \Omega.m$.

2- شدة التيار المار في الناقل.

3- شدة الحقل الكهربائي داخل الناقل، والقوة المؤثرة على الالكترون.

الإجابة:

1- حساب مقاومة الناقل يكون انطلاقا من القانون:

$$R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{l}{\pi r^2} = \frac{1.6 \times 10^{-8} \times 1}{\pi .\ 10^{-6}} = 5 \times 10^{-3}\ \Omega$$

2- حساب شدة التيار:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{2}{5 \times 10^{-3}} = 400\ A$$

3- حساب شدة الحقل الكهربائي داخل الناقل:

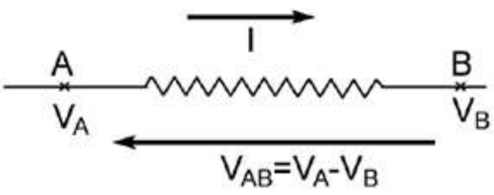
$$E = \frac{V}{l} = \frac{2}{1} = 2\ V/m$$

القوة المؤثرة على الالكترون:

$$F = q.E = e\,.E = 1.6 \times 10^{-19} \times 2 = 3.2 \times 10^{-19}\ N$$

3. المقاومات:

تمثل المقاومة في الدارة كما في الشكل (6.IV) حيث:



الشكل (6.IV)

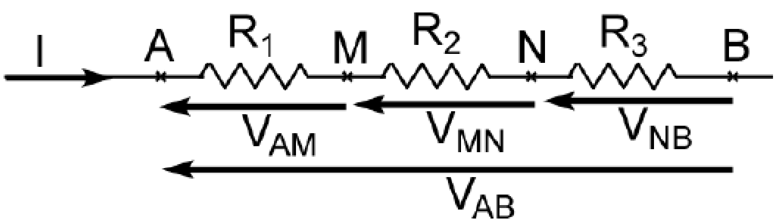
$$V_A > V_B \Rightarrow V_{AB} > 0$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = R\ I$$

قد تستدعي الحاجة إلى ضم المقاومات لتبسيط الدارات المعقدة عموما أو للحصول على مقاومات مكافئة معينة.

3 .1. ربط المقاومات على التسلسل:

وفيها توصل المقاومات ببعضها بحيث يعبرها نفس التيار كما في الشكل (7.IV).



الشكل (7.IV)

لدينا:

$$V_{AM} = R_1 I$$

$$V_{MN} = R_2 I$$

$$V_{NB} = R_3 I$$

$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB}$$

$$= R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$= I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$= IR_{eq}$$

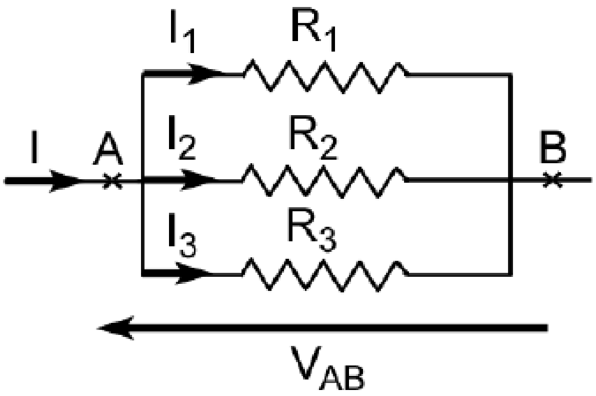
ومنه:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

بصفة عامة في حالة الربط على التسلسل نكتب:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (9.\text{IV})$$

3. 2. ربط المقاومات على التفرع:



الشكل (8.IV)

$$V_{AB} = R_1\, I_1 = R_2\, I_2 = R_3\, I_3$$

في العقدة A لا تتراكم الشحنة، أي أن:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3}$$

$$= V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$= V_{AB} \times \frac{1}{R_{eq}}$$

نستنتج أن:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

و بصفة عامة في حالة الربط على التفرع نكتب:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (10.\mathrm{IV})$$

3. 3. المفعول الحراري للتيار الكهربائي(مفعول جول):

نعتبر R مقاومة يعبرها تيار مستمر شدته I، خلال المدة t تنتقل كمية الشحنة q من الكمون V_A إلى الكمون V_B حيث: $q = I\,t$، يرافق ذلك تحول في الطاقة بين نقطتين A و B قدره:

$$W = q(V_A - V_B) = I\,t\,(V_A - V_B) \qquad (11.\text{IV})$$

ولدينا بين A و B الناقل R فيكون:

$$V_A - V_B = R\,I$$

وعليه نكتب:

$$\Rightarrow W = R\,I^2\,t \qquad (12.\text{IV})$$

تبين التجربة أن هذا التحول في الطاقة يكون على شكل تدفق حراري نحو الخارج، ويسمى مفعول جول.

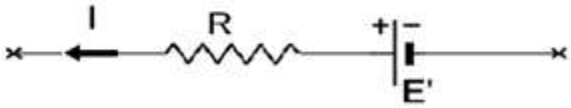
يحسب معدل التحول (أو الاستطاعة) كما يلي:

$$P = \frac{dW}{dt} = R\,I^2 \qquad (13.\text{IV})$$

4. الشبكات الكهربائية :

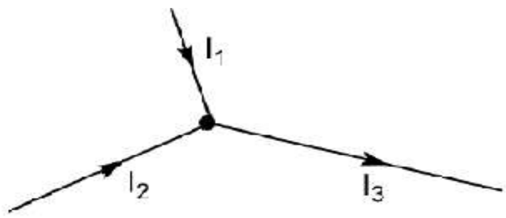
4. 1. تعاريف عامة:

4. 1. 1. الفرع: هو جزء من الدارة يمر فيها نفس التيار



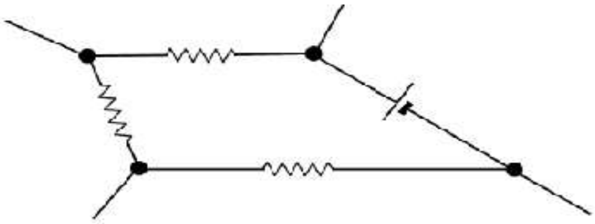
الشكل (9.IV)

4. 1. 2. العقدة: نقطة تقاطع ثلاثة فروع أو أكثر



الشكل (10.IV)

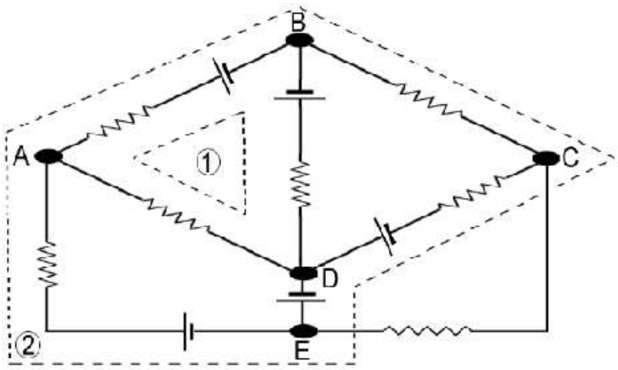
4. 1. 3. الحلقة: الحلقة (أو العروة) هي مجموعة فروع تشكل مسارا مغلقا.



الشكل (11.IV)

4. 1. 4. الشبكة: هي مجموعة من الحلقات، مثلا في الشكل أسفله لدينا:

الحلقة (1): $ABDA$ تتكون من ثلاثة فروع، الحلقة (2): $BAEDCB$ تتكون من خمسة فروع.

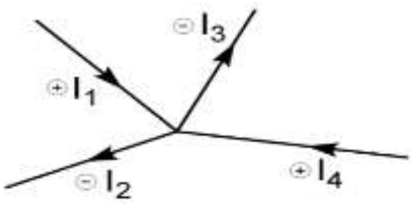


الشكل (12.IV)

4. 2. قانونا كيرشوف:

4. 2. 1. قانون العقد:

لا يوجد تراكم كهربائي في العقدة معناه التيارات الداخلة إلى العقدة تساوي التيارات الخارجة منها.



الشكل (13.IV)

في الشكل (13.IV) يكون:

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

أو نقول إن المجموع الجبري للتيارات في العقدة معدوم، ونكتب:

$$I_1 + I_4 - I_2 - I_3 = 0$$

بصفة عامة نكتب:

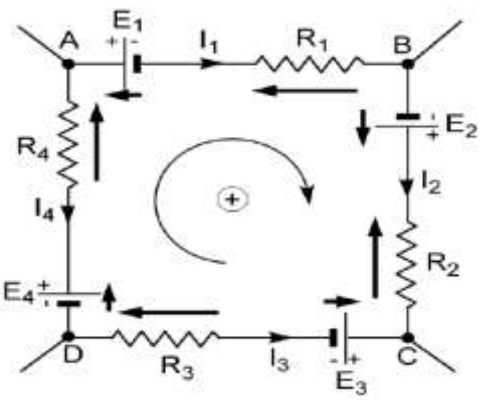
$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \qquad (14.\mathrm{IV})$$

4. 2. 2. قانون الحلقات (العروات):

ينص هذا القانون على أن المجموع الجبري لفروق الكمون الكهربائي بين أطراف العناصر في حلقة مغلقة في الدارة الكهربائية يساوي صفر.

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = 0 \qquad (15.\mathrm{IV})$$

فمثلا لتكن الدارة الكهربائية التالية:



الشكل (14.IV)

بناء على ذلك نحدد اتجاها اختياريا لمرور التيارات في كافة الفروع، ثم نرمز بسهم أمام كل عنصر للدلالة على جهة الكمون الأعلى كما في الشكل، في المولد من قطبه السالب إلى قطبه الموجب، أما في المقاومة فإنه يكون عكس اتجاه التيار الذي يجتازها، نختار مسارا موجها في كل حلقة، ونتفق على أنه إذا كانت جهة الكمون عكس اتجاه المسار فهو موجب، وغيرها سالب.

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = 0$$

$$(E_1 + R_1I_1) + (-E_2 + R_2I_2) + (E_3 - R_3I_3) + (-E_4 - R_4I_4) = 0$$

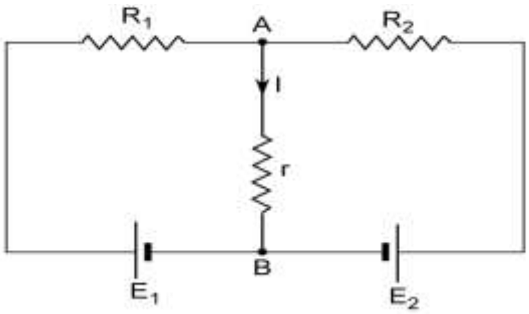
$$(R_1I_1 + R_2I_2 - R_3I_3 - R_4I_4) + (E_1 - E_2 + E_3 - E_4) = 0$$

تطبيق:

في الدارة الممثلة في الشكل المقابل:

احسب التيار I المار في المقاومة حيث:

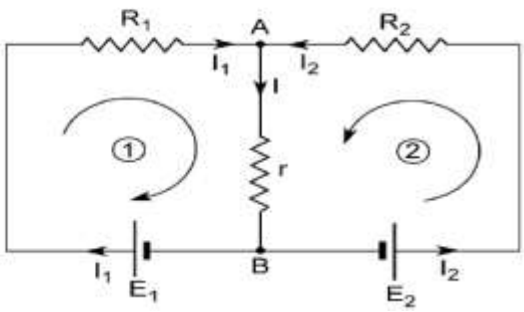
$$R_1 = 3\Omega\,, R_2 = 18\Omega\,, r = 6\Omega, E_1 = 12\,V\,, E_2 = 18\,V$$



الشكل (15.IV)

الإجابة:

بالرجوع إلى الشكل (15.IV)، واتباع الخطوات المذكورة سابقا:



في العقدة A: $I = I_1 + I_2$ $(*)$

في الحلقة (1): $R_1I_1 + rI - E_1 = 0$ $(**)$

في الحلقة (2): $(***)$ $R_2I_2 + rI - E_2 = 0$

من المعادلة $(*)$ $I_2 = I - I_1$

نعوض في المعادلتين $(**)$ و $(***)$ نجد:

$$\begin{cases} 3I_1 + 6I = 12 \\ 24I - 18I_1 = 18 \end{cases}$$

ومنه: $I = 1.5\ A$

5. تمارين:

التمرين 1.

نعتبر أنه لدينا ناقل أسطواني الشكل من الفضة نصف قطره $a = 0.6\ mm$ وطوله $L = 42$ يجتازه تيار كهربائي ثابت شدته $I = \mathrm{A}50$، كما نعتبر أن فرق الكمون المطبق بين طرفيه هو $V = 0.3\ \mathrm{Volt}$.

1. احسب كثافة التيار الكهربائي J، وكذا الناقلية الكهربائية للفضة σ.
2. علما ان كل ذرة فضة تحرر الكترونا واحدا، أحسب عدد الإلكترونات الحرة داخل الناقل في وحدة الحجم علما أن:

الكتلة الذرية: $M = 108\ g/mol$ و الكتلة الحجمية: $\rho = 3 . 10^5 g/cm$

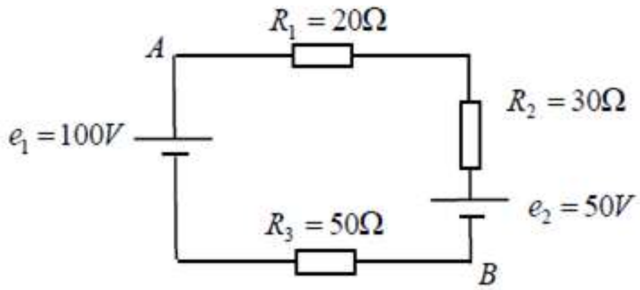
3. أحسب السرعة المتوسطة للإلكترونات الحرة داخل الناقل.

التمرين 2.

لتكن الدارة المبينة في الشكل (1)، وباعتبار أن المقاومة الداخلية للمولدين معدومة

احسب شدة التيار المار في المقاومة $\mathrm{R_1}$.

احسب فرق الكمون بين النقطتين A و B.

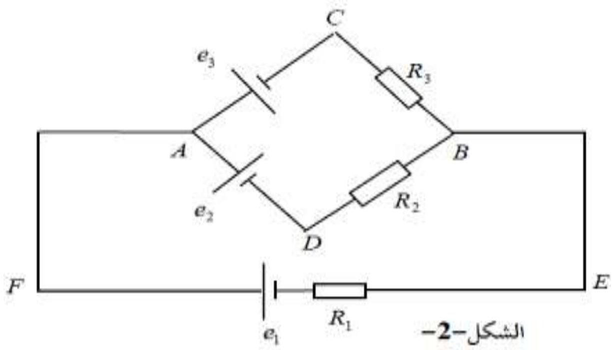


الشكل-1-

التمرين 3.

لتكن الدارة المبينة في الشكل (2).

احسب قيمة التيار المار في الفرعين ACB و ADB. إذا علمت أن:



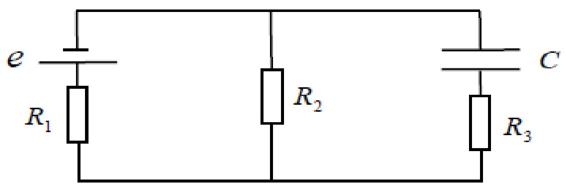
الشكل-2-

$$\mathrm{e_3} = 4V, \mathrm{e_2} = 2V, \mathrm{e_1} = 12V$$

$$\mathrm{R_3} = 50\Omega, \mathrm{R_2} = 10\Omega, \mathrm{R_1} = 100\Omega$$

التمرين 4.

لتكن الدارة المبينة في الشكل(3) حيث المكثفة مشحونة كليا.



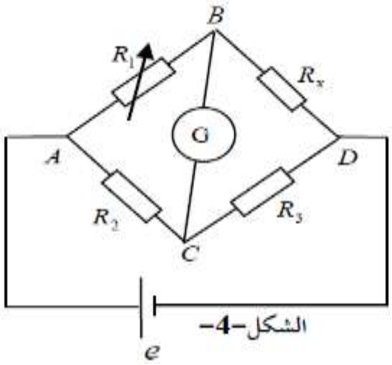
الشكل-3-

1. احسب قيم التيار المار في كل فرع من فروع الدارة.
2. احسب فرق الكمون بين لبوسي المكثفة، وكذا الطاقة المخزنة داخلها.

$$e = 5V, R_1 = 20\Omega, R_2 = 30\Omega, C = \mu 3F$$

التمرين 5.

الدارة المبينة في الشكل (4) تمثل جسر وطستون، نغير قيمة المقاومة حتى يشير جهاز الغلفانومتر الى انعدام التيار.



الشكل-4-

أوجد المقاومة المجهولة R_x بدلالة المقاومات: R_1, R_2, R_3.

الفصل الخامس

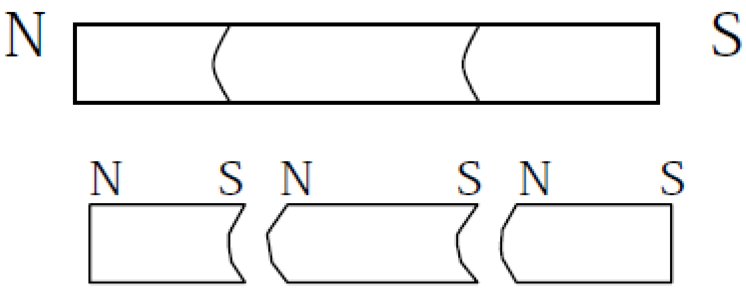
المغناطيسية

المغناطيسية

1. مدخل:

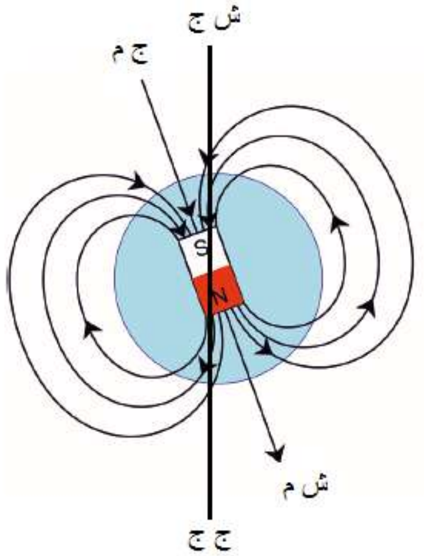
لوحظ منذ القديم أن هناك أحجارا طبيعية موجودة في الطبيعة، لها القابلية والمقدرة على جذب بعض المعادن كقطع الحديد الصغيرة القريبة منها، أطلق على هذه الأحجار اسم الأحجار المغناطيسية نسبة إلى اسم منطقة اكتشافها، وهي منطقة مغنيسيا بوسط آسيا. عرف بعد ذلك أنه يمكن نقل الخواص التي تتميز بها تلك الأحجار إلى قطع من الحديد غير الممغنط وذلك بدلك قضيب من الحديد بقطعة من هذه الأحجار لبعض الوقت في اتجاه واحد، فتنتقل بذلك الخاصية المغناطيسية الموجودة بالحجر المغناطيسي إلى قضيب الحديد، و يسمى في هذه الحالة جسمًا ممغنطا. أجريت عدة تجارب منذ القرن الثاني عشر الميلادي، وضَّحت خاصيات أخرى للمغانط منها: أن الجسم الممغنط عندما يعلق من وسطه ويترك حرا يميل بحيث أن طرفيه يشيران إلى اتجاهي كل من الشمال والجنوب الجغرافيين، وإذا غير اتجاهه فإنه يتحرك تلقائياً ليعود إلى وضعه الأول، وقد استعملت هذه الخاصية في تحديد اتجاهي الشمال والجنوب المغناطيسيين، وكانت أول الطرق المستعملة لتصنيع البوصلة المغناطيسية. بينت هذه الخاصية أن ليس كل مناطق الجسم الممغنط متساوية الأثر، بل تتمركز في قطبين، يسميان القطب الشمالي (N) الذي يشير إلى الشمال على الكرة الأرضية و القطب الجنوبي (S) الذي يشير إلى الجنوب على الكرة الأرضية.

بينت الاختبارات العلمية أن الأقطاب المتشابهة تتنافر، والأقطاب المختلفة تتجاذب، كما بينت أيضا أن أقطاب المغناطيس تتواجد دائما كأزواج لا يمكن عزلها، و عند كسر قضيب مغناطيسي وفصله إلى أجزاء كما في الشكل فإن كل واحدة منها تصبح قضيباً مغناطيسياً متكاملاً جديداً له قطب شمالي وآخر جنوبي.



الشكل (1.V)

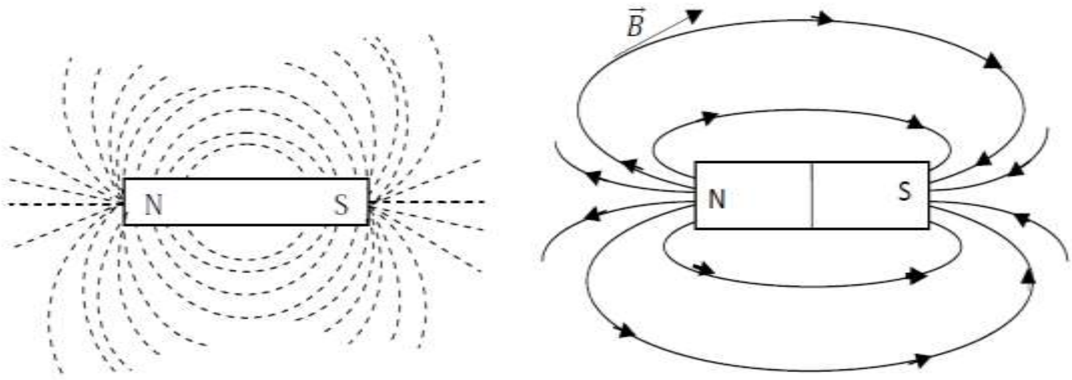
تسلك الكرة الأرضية نفسها سلوك مغناطيس طبيعي مستقيم عملاق، يحاذي قطبه الجنوبي القطب الشمالي الجغرافي، وينحرف عنه بزاوية تدعى "زاوية الميل المغناطيسي"، ويقع القطب الجنوبي المغناطيسي في كندا عند خط العرض 73° شمالا وخط الطول 96° غربا كما يوضح الشكل (2.V) :



الشكل (2.V)

2. الحقل المغناطيسي:

عرفنا سابقا أن الشحنة الكهربائية تؤثر على أي شحنة قريبة منها بقوة كهربائية، أي أن للشحنة الكهربائية حقلاً يسمى بالحقل الكهربائي. وبالمقارنة نجد كذلك أن المغناطيس أيضا يؤثر على المواد المغناطيسية القريبة منه بقوة، وهي تتركز في قطبيه وتقل في المناطق الأخرى. من هنا يتبين أن هناك منطقة محيطة بالمغناطيس من جميع الجهات وفي جميع المستويات يظهر فيها تأثير القوة المغناطيسية، يطلق عليها اسم الحقل المغناطيسي، وبما أن الحقل المغناطيسي غير مرئي لذلك يمكن إظهار أثره بواسطة برادة الحديد أو باستعمال عدة بوصلات صغيرة.



الشكل (3.V)

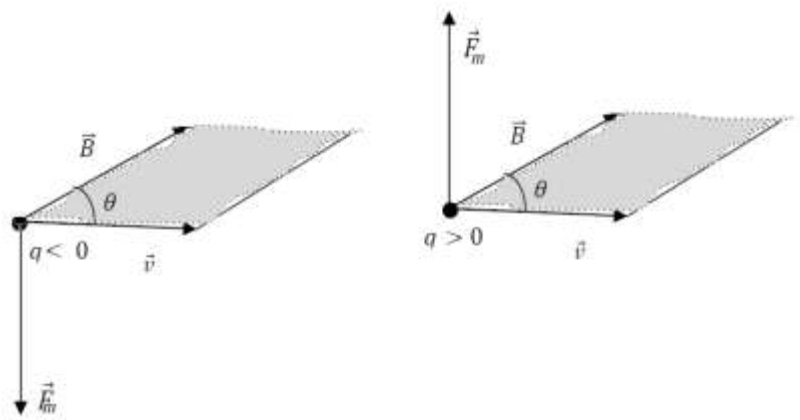
يدعى الفضاء المحيط بالمغناطيس بالحقل المغناطيسي يرمز له ب $\vec{B}$، اتجاهه في نقطة ما من الفضاء هو الاتجاه الذي يشير إليه القطب الشمالي لبوصلة، وهو مماسي في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي.
تمثل خطوط الحقل المغناطيسي بكيفية مشابهة لخطوط الحقل الكهربائي؛ أي أن شعاع الحقل مماسي للخطوط وشدته تتناسب طرديا مع عددها، لذلك تتجه جميع خطوط الحقل المغناطيسي من القطب الشمالي إلى القطب الجنوبي للمغناطيس. وفي حالة الأرض، تشكل خطوط الحقل المغناطيسي غلافا يدعى الغلاف المغناطيسي.

3. القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة نقطية متحركة:

إذا تحركت شحنة q داخل حقل مغناطيسي $\vec{B}$ بسرعة $\vec{v}$ فإنها ستتأثر بقوة مغناطيسية (تدعى قوة لورانتز)، تعطى بالعلاقة:

$$\vec{F}_m = (q\vec{v}) \times \vec{B} \qquad (1.V)$$

يتجه شعاع القوة المغناطيسية دائما ناظميا على المستوي الذي يشمل $\vec{B}$ و $\vec{v}$ ، فالقوة المغناطيسية متعامدة مع شعاع السرعة وشعاع الحقل المغناطيسي في آن واحد بحيث تشكل الأشعة $(\vec{F}_m, q\vec{v}, \vec{B})$ بهذا الترتيب ثلاثية مباشرة كما يوضح الشكل:



الشكل (4.V)

- التأثير المغناطيسي على شحنة متحركة يمكن أن يغير اتجاه حركتها مع الحفاظ على قيمة سرعتها، وبالتالي على طاقتها الحركية، خلافا للتأثير الكهربائي الذي يمكن أن ينجز عملا فعليا بواسطة القوة الكهربائية فيغير طاقتها الحركية.
- تحديد اتجاه القوة المغناطيسية عمليا يكون وفق قاعدة اليد اليمنى.
- شدة القوة تعطى بالعبارة:

$$F_m = |q||\vec{v}||\vec{B}|\sin(\vec{v}, \vec{B}) \qquad (2.V)$$

تكون $F_m = 0$ إذا كان $\vec{v} = \vec{0}$ أو $(\vec{v} \,//\, \vec{B})$.

تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى عندما: $(\vec{v},\vec{B})=\frac{\pi}{2}$ وتكون عندئذ:

$$F_m=|q||\vec{v}||\vec{B}| \qquad (3.V)$$

ملاحظات:

رغم أوجه الشبه الكبير بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية إلا أنه أيضا هناك اختلاف:

تعمل القوة الكهربائية باتجاه الحقل الكهربائي، بينما تعمل القوة المغناطيسية عموديا على الحقل المغناطيسي.

تعمل القوة الكهربائية على جسم مشحون بغض النظر عن حركة أو سكون هذا الجسم، بينما تعمل القوة المغناطيسية على جسم مشحون فقط عندما يكون متحركا.

تنجز القوة الكهربائية عملا في إزاحة الجسم المشحون، بينما لا تنجز القوة المغناطيسية للحقل المغناطيسي المستقر أي عملٍ عندما ينزاح الجسم.

عندما يخضع جسم مشحون إلى حقل كهربائي و حقل مغناطيسي معا فسوف يخضع إلى قوة لورنتز:

$$\vec{F}=q\vec{E}+q\vec{v}\times\vec{B} \qquad (4.V)$$

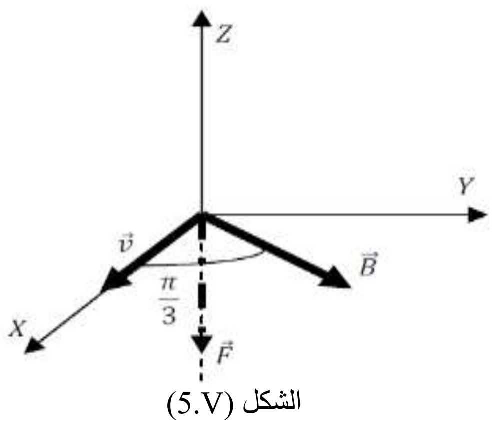
تطبيق:

يتحرك إلكترون باتجاه المحور Ox بسرعة $8\times10^6 m/s$ و يخضع إلى حقل مغناطيسي قيمته $0.025\,T$ يصنع زاوية $\frac{\pi}{3}$ مع المحور Ox ويقع في المستوي Oxy.

أحسب القوة المغناطيسية والتسارع للإلكترون.

الإجابة:

القوة المغناطيسية : $\vec{F}=-e.\vec{v}\times\vec{B}$



الشكل (5.V)

$$F = e.v.B.\sin\frac{\pi}{3}$$
$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^{6} \times 0.025.\sin\frac{\pi}{3}$$
$$= 2.8 \times 10^{-14} N$$

التسارع:

$$\gamma = \frac{F}{m_e} = \frac{2.8 \times 10^{-14}}{9.11 \times 10^{-31}} = 0.31 \times 10^{17} m.s^{-2}$$

4. القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي - قوة لابلاس -

عرفنا سابقا أن التيار الكهربائي عبارة عن حركة حاملات الشحنة الكهربائية في ناقل، نعتبر ناقلا كهربائيا يسري فيه تيار و يقع تحت تأثير حقل مغناطيسي، إذن سيعاني هذا الناقل من قوة مغناطيسية.

سبق و أن عرفنا بأن كثافة التيار الذي يجتاز ناقلا تكتب بالعبارة:

$$\vec{J} = n.q\,\vec{v} \qquad (5.V)$$

حيث n هي عدد الشحنات في واحدة الحجوم، و $\vec{v}$ هي سرعتها. وليكن S مقطعا عموديا لهذا الناقل.

إذا وجد هذا الناقل في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإن القوة المؤثرة على واحدة الحجم هي:

$$\vec{F} = n.q\,\vec{v} \times \vec{B} = \vec{J} \times \vec{B} \qquad (6.V)$$

لنأخذ عنصر طول $\vec{l}$ من الناقل، يكون عدد حاملات الشحنة المحتواة في dl هو: $dN = n.S.dl$

القوة التي يخضع لها $d\vec{l}$ هي:

$$d\vec{F} = dN.q\,\vec{v} \times \vec{B}$$
$$= n.S.dl.q\vec{v} \times \vec{B}$$
$$= S.dl.\vec{J} \times \vec{B}$$

وتكون القوة المطبقة على كامل الناقل هي:

$$\vec{F} = I \int_{\text{طول الناقل}} d\vec{l} \times \vec{B} \qquad (7.V)$$

تسمى هذه العلاقة بقانون لابلاس.

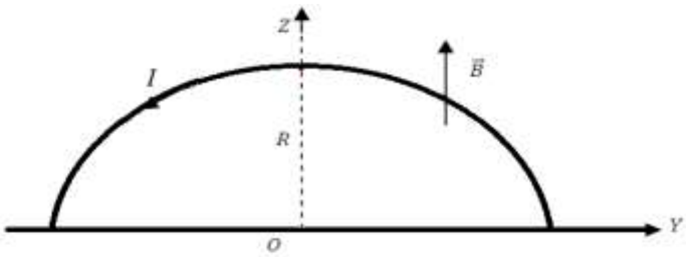
محصلة القوة المغناطيسية في حالة ناقل مغلق موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم تكون معدومة.

تطبيق:

يبين الشكل (6.V) المقابل سلكا على شكل نصف دائرة مغلقة نصف قطرها R يعبره تيار I ويسبح داخل حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ موجه نحو المحور Oz.

أوجد اتجاه و مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المستقيم ثم الجزء المنحني من السلك. استنتج القوة الكلية على كامل السلك.

الإجابة:



الشكل (6.V)

الجزء المستقيم: يخضع الجزء المستقيم من السلك الى قوة نحدد حاملها واتجاهها وفق قاعدة اليد اليمنى فيكون حاملها المحور Ox وفي الاتجاه الموجب له (عمودية على المستوي Oyz)

أما طويلتها: بتطبيق قانون لابلاس

$$d\vec{F}_1 = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

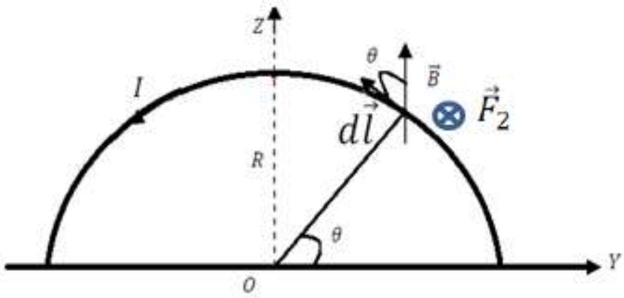
$$= \ Idl\,\vec{j}\ \times B\,\vec{k}$$

$$= IBdl(\vec{j}\ \times \vec{k})$$

$$= IBdl\,\vec{i}$$

$$\Rightarrow\ \vec{F}_1 = \ IB\int_{-R}^{+R} dl\ \vec{i} = 2R\ IB\,\vec{i}$$

الجزء المنحني: يخضع الجزء $\vec{l}$ من الناقل إلى القوة $d\vec{F}_2$ (أنظر الشكل (7.V))



الشكل (7.V)

نكتب:

$$d\vec{F}_2 = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$= I\, dl\left(-\sin\theta\, \vec{j} + \cos\theta\, \vec{k}\right) \times B\vec{k}$$

$$= I\, dlB\left[-\sin\theta(-\vec{j} \times \vec{k}) + \cos\theta\, (\vec{k} \times \vec{k})\right]$$

$$= I\, dl\, B \sin\theta\, (-\vec{\imath})$$

$$= I\, R\, B \sin\theta\, d\theta(-\vec{\imath})$$

ومنه:

$$\vec{F}_2 \quad = I\, R\, B \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta(-\vec{\imath}) = 2\, I\, R\, B(-\vec{\imath})$$

القوة المغناطيسية الكلية هي:

$$F_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

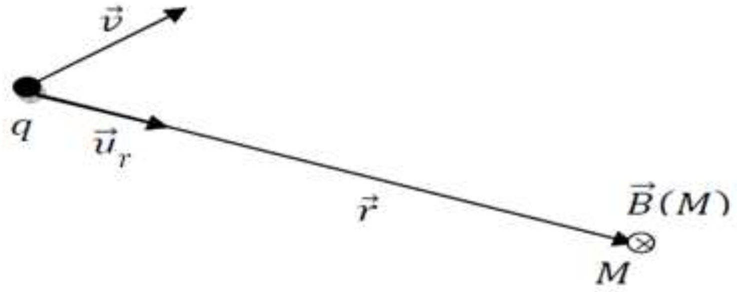
5. الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة:

عندما تتحرك شحنة نقطية q بسرعة $\vec{v}$ ينشأ عن ذلك في النقطة M حقل مغناطيسي عبارته:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} \qquad (8.\mathrm{V})$$

μ_0 ثابت يسمى نفاذية الفراغ أو السماحية وتساوي: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ T.m.A^{-1}$

يرتبط ε_0 مع μ_0 بالعلاقة $\varepsilon_0\mu_0 C^2 = 1$ حيث C سرعة الضوء في الفراغ.



الشكل (8.V)

تحدد جهة الحقل حسب قاعدة اليد اليمنى مع مراعاة حالة الشحنة موجبة أو سالبة.

الحقل معدوم في أي نقطة تقع على حامل شعاع السرعة.

في بقية النقاط الأخرى الحقل عمودي على المستوي المشكل من الشعاعين $\vec{r}$ (أو $\vec{u}$) و $\vec{v}$.

6. الحقل المغناطيسي الناتج عن عدة شحنات نقطية متحركة:

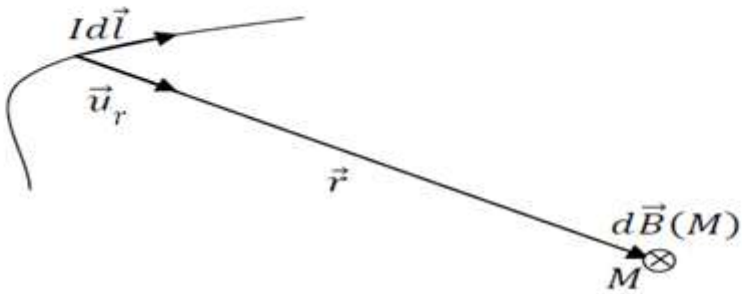
حسب مبدأ التراكب نكتب:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i\vec{v}_i \times \vec{u}_i}{{r^2}_i} \qquad (9.V)$$

7. الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي - قانون بيو و سافار -

نأخذ عنصرا $d\vec{l}$ (يحتوي على شحنة dq) من ناقل كهربائي يسري فيه تيار I. في النقطة M تبعد عن $d\vec{l}$ بالمسافة r ينشأ حقل مغناطيسي عنصري عبارته:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \qquad (10.V)$$



الشكل (9.V)

يكون الحقل الكلي الناتج عن كل الناقل:

$$\vec{B}(M) = \int_{\text{الناقل}} d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{الناقل}} \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \qquad (11.\text{V})$$

تدعى العبارة الاخيرة بقانون بيو و سافار

نستفيد من هذا القانون في تحديد شعاع الحقل المغناطيسي الناجم عن أشكال مختلفة للسلك الناقل.

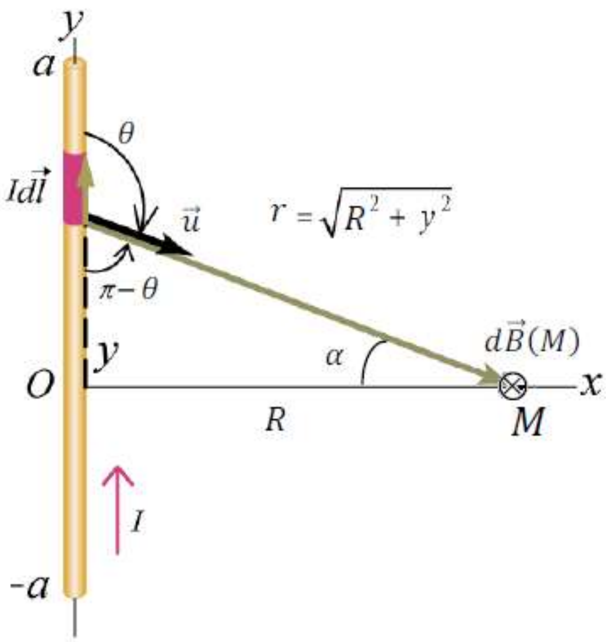
8. تطبيقات

التطبيق 1. الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار مستقيم:

1- أحسب الحقل المغناطيسي الناشئ عن جزء من سلك ناقل مستقيم طوله $2a$ يمر به تيار I في نقطة M من محور السلك وتبعد مسافة d عنه.

2- استنتج الحقل المغناطيسي في حالة سلك لا نهائي الطول.

الإجابة:



الشكل (10.V)

بتطبيق قانون بيو سافار

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

الجداء $d\vec{l} \times \vec{u}$ عمودي على الشكل ويتجه نحو الداخل ويساوي:

$$Id\vec{l} \times \vec{u} = dy \sin\theta$$
$$= dy \sin(\pi - \theta)$$
$$= \frac{R}{\sqrt{R^2 + y^2}} dy$$

ومنه

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + y^2)^{3/2}} dy$$

ويكون:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{R}{(R^2 + y^2)^{3/2}} dy$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} R \left[\frac{y}{R^2\sqrt{R^2 + y^2}}\right]_{-a}^{+a}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{2a}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

عندما يكون السلك لا نهائي الطول نضع $a \to \infty$ عندئذ نجد:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

التطبيق 2. الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار حلقي:

نعتبر سلكا دائريا على شكل حلقة نصف قطرها a يسري فيها تيارا شدته I

احسب الحقل المغناطيسي الناشئ في النقطة M الموجودة على محور الحلقة وعلى مسافة R من مركزها.

الإجابة:

كل عنصر $d\vec{l}$ من الحلقة يولد في النقطة M حقلا عنصريا $d\vec{B}$ حيث:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

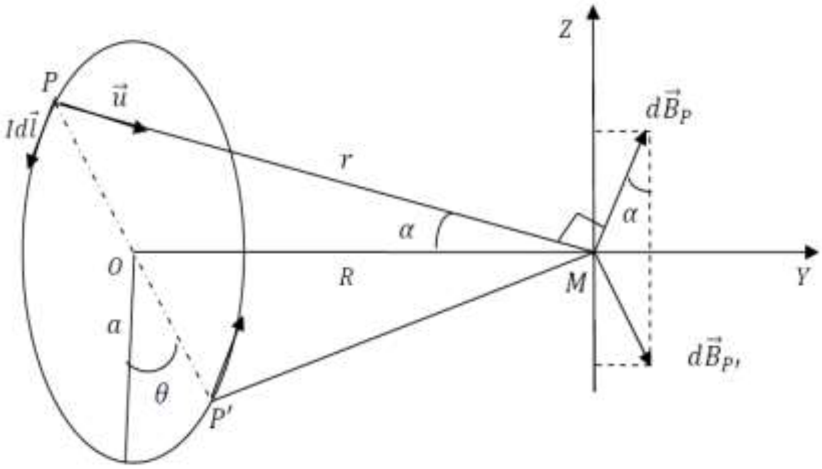
نفرض ان الحلقة موجودة في المستوي الشاقولي Oxz نلاحظ في هذه الحالة أن الشعاعين $\vec{u}$ و $d\vec{l}$ متعامدان.

أي أن:

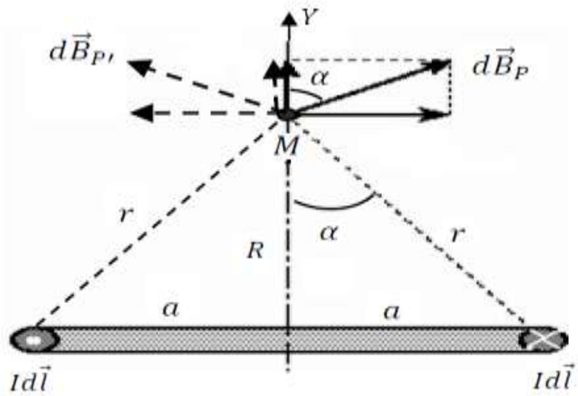
$$\|d\vec{l} \times \vec{u}\| = dl$$

ومنه:

$$dB(M) = \frac{\mu_0}{4} \frac{Idl}{a^2 + R^2}$$



الشكل (11.V)



الشكل (12.V)

كما نلاحظ أن الشعاع $d\vec{B}$ يقع على المستوي Myz وله المركبتان dB_y و dB_z

لكن بسبب التناظر تنعدم مركبة الحقل على المحور Mz ويكون:

$$d\vec{B}(M) = dB \sin\alpha \ \vec{j} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2 + R^2} \sin\alpha \ \vec{j}$$

لدينا:

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{a}{r} \\ dl = a\, d\theta \end{cases}$$

بالتعويض نجد:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,a^2\,d\theta}{(a^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{j}$$

وبالمكاملة نجد:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,a^2}{(a^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta\,\vec{j} = \frac{\mu_0 I\,a^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}\vec{j}$$

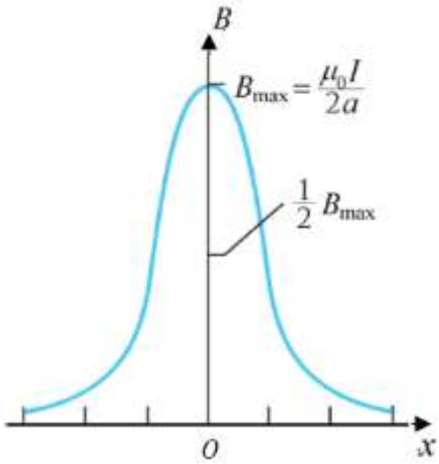
في حالة وشيعة مسطحة عدد لفاتها N يكون:

$$B(M) = \frac{N\mu_0 I\,a^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$$

للحصول على الحقل في مركز الحلقة نضع: $R=0$ نجد:

$$B(O) = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

يمثل الشكل التالي الحقل المغناطيسي بدلالة البعد عن مركز الحلقة



الشكل (13.V)

9. نظرية التجول - قانون آمبير:

يؤدي هذا القانون في المغناطيسية نفس الدور الذي تؤديه نظرية غوص في الكهرباء.

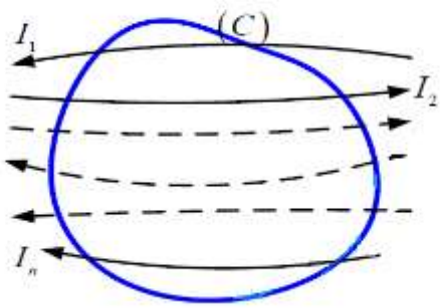
يمكن استنباط " قانون آمبير" من قانون بيو سافار"، لكننا نقبله حاليا كقانون يمكن أن يبرهن تجريبيا.

يقتصر " قانون آمبير" على الفضاء الحر ذي النفاذية μ_0 ويسمح عمليا بحساب شدة الحقل المغناطيسي بسهولة في الجمل المتناظرة.

ينص قانون آمبير على أن: " تجول الحقل $\vec{B}$ عبر مسار مغلق C يساوي المجموع الجبري للتيارات المستمرة التي يحتضنها المسار C ، مضروبا في النفاذية μ_0".

ونكتب:

$$\oint_C d\vec{l}.\vec{B} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k \qquad (12.V)$$



الشكل (14.V)

نعني بالتيارات التي يحتضنها المسار المغلق C تلك التيارات التي تخترق السطح الذي يستند على هذا المسار في اتجاه (أو في عكس اتجاه) الشعاع الناظمي $\vec{e}_N$ على هذا السطح.

يمكن أن نتفق على أن التيارات التي تخترق هذا السطح في اتجاه $\vec{e}_N$ موجبة وغيرها سالبة.

المسار C مسار كيفي يخضع اختياره في نظرية التجول لنفس المعايير التي يخضع لها سطح غوص في نظرية التدفق؛ أي أن C ينبغي أن يكون مسارا مغلقا يمر من نقطة M ويجعل الجداء السلمي $(d\vec{l}.\vec{B})$ معلوما في أي جزء من C وتكون شدة الحقل $B(r)$ ثابتة على طول المسار.

تطبيق:

يجتاز تيار كهربائي ثابت شدته I_0 ناقلا اسطوانيا لا متناهي الطول نصف قطره R، نفرض أن التيار مواز للمحور Oz

احسب الحقل المغناطيسي داخل وخارج الناقل وارسم تغيراته.

الإجابة:

نعتبر دائرة تحيط بالأسطوانة وتتعامد معها نصف قطرها r حسب ما عرفنا سابقا شعاع الحقل المغناطيسي مماسيا للدوائر التي محورها التيار نفسه وشدته $B(r)$ ثابتة على طول مسار دائري محدد.

أي أن: $\vec{B}$ و $\vec{l}$ متوازيان، ومنه:

$$\oint_C d\vec{l}.\vec{B} = B(r)\oint_C dl = B(r)2\pi r$$

ومن جهة أخرى:

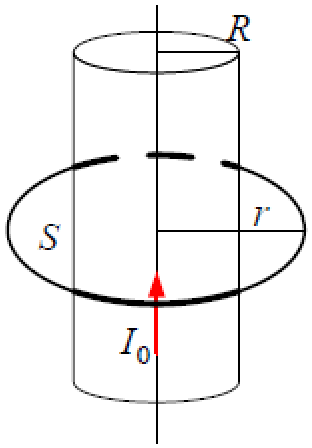
$$\mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k = \mu_0 I$$

خارج الأسطوانة $(R < r)$:

$$\mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k = \mu_0 I_0$$

ومنه نستنتج أن:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

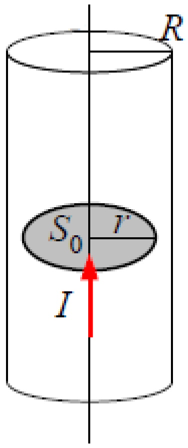


الشكل (15.V)

داخل الأسطوانة $(r < R)$

يمكن الحصول على التيار الذي يعبر الدائرة في هذه الحالة باستعمال كثافة التيار:

$$J = \frac{I_0}{S_0} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{I_0}{S_0}.S$$



الشكل (16.V)

حيث:

$$S_0 = \pi R^2, \qquad S = \pi r^2$$

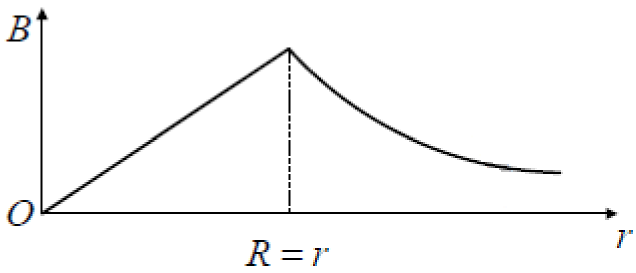
إذن:

$$I = \frac{I_0}{S_0}.S = \frac{I_0 r^2}{R^2}$$

ومنه:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r$$

بيان تغيرات B بدلالة r:



الشكل (17.V)

المراجع باللغة العربية:

1- عبد الله موسى. الكهرباء والمغناطيسية، ديوان المطبوعات الجامعية 1987.

2- ألونزو-فين . الفيزياء العامة ج 2، ديوان المطبوعات الجامعية 1989.

3- ج. ل. كوبارار، ج. فورني، ح. لعجوز: الكهرباء و الأمواج، ديوان المطبوعات الجامعية 1993.

المراجع باللغة الأجنبية:

1- A. Fizazi, “ *Electricité et Magnétisme",* OPU, 2012.

2- Amzallag, E and Cipriani, J and Naim, J Ben and Piccioli, N “*La physique du Fac, Electrostatique et Electrocinétique.*” Edi-Science, 2006.

3- Serway, Raymond A., and John W. Jewett. “*Physics for scientists and engineers*.” Cengage learning, 2018.

4- Tipler, Paul A., and Gene Mosca. “*Physics for scientists and engineers*.” Macmillan, 2007.

5- Lafrance, René. *Physique: “Électricité et magnétisme*.” Chenelière Éducation, 2014.

مصادر أخرى

مطبوعة تمارين ومسائل محلولة في الكهرباء الساكنة، د. اللبي عبد القادر، جامعة الوادي

http://www.hazemsakeek.com/Physics_Lectures/Magnetic/mageniticlectures.htm

https://ia902909.us.archive.org/12/items/physics_chouhra/physique2.pdf

ملخص

تتناول هذه المحاضرات شرحا لأساسيات فيزياء الكهرباء والمغناطيسية، المقررة لطلاب السنة الأولى علوم المادة، مصحوبة بالعديد من الأمثلة و ببعض التمارين التوضيحية.

تحتوي المطبوعة على خمسة فصول، كان الفصل الأول للتذكير ببعض الأدوات الرياضية الضرورية لهذا الموضوع، ثم كان الفصل الثاني لعرض المفاهيم الأساسية للكهرباء الساكنة و هي القوة الكهربائية، الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي حيث ومن خلال قانون كولوم وقانون غوص يمكننا إيجاد القوى المتبادلة بين الشحنات وحساب الحقل والكمون الناشيء عن شحنة أو مجموعة من الشحنات. ثم كان الفصل الثالث الذي خصص لدراسة النواقل المتوازنة والتأثير المتبادل بينها، ثم تناول بعض التطبيقات مثل المكثف الكهربائي وحساب سعته. أما الفصل الرابع فقد تناول الكهرباء المتحركة والتي تختص بدراسة التيار الكهربائي وثنائيات الأقطاب الكهربائية، قانون أوم، قوانين كيرشوف. أما الفصل الخامس و الأخير فقد اشتمل على بعض المفاهيم الأساسية في المغناطيسية مثل المجال المغناطيسي، القوة المغناطيسية، وكذلك بعض القوانين المعروفة في المغناطيسية مثل قانون بيووسافار وقانون فاراداي.

الكلمات المفتاحية:

الحقل الكهربائي، الكمون الكهربائي، الطاقة الكهربائية، التيار الكهربائي، الحقل المغناطيسي.

Summary:

These lectures cover the fundamentals of electricity and magnetism, addressing first-year material science students, and accompanied by numerous examples and illustrative exercises. The material is divided into five chapters. The first chapter serves as a review of essential mathematical tools for the subject. The second chapter introduces basic concepts of static electricity, encompassing electric force, electric field, and electric potential. Utilizing Coulomb's law and Gauss's law, the electric force, as well as the calculation of electric field and potential, are explored.

The third chapter focuses on conductors in electrostatic equilibrium. It also delves into applications such as the electric capacitor and its capacitance calculation. The fourth chapter discusses the study of electric current, Ohm's law, and Kirchhoff's laws. The fifth and final chapter covers basic concepts in magnetism, including magnetic field, magnetic force, and well-known laws such as Ampère's law and Faraday's law.

Key words:

Electric field, Electric potential, Electric energy, Electric current, Magnetic field.