

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la
Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Télécommunications

Spécialité : Systèmes de Télécommunications

Thème

**Effet de Bandelitation des images sur la
compression avec l'Algorithme SPECK**

Réalisé par :

- DJEDIDI Oussama
- CHABANI Elhadj laid
- RAMDANI Naoufel
- ATER Mohammed

Encadré par :

- Dr. HETTIRI Messaoud

Année Universitaire:2023-2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ
الَّذِي أَحْتَسِبُ عَلَىٰ عِلْمِهِ
رَيْدِي وَأُنِيبُ
وَمَا يَتَّبِعُ إِلَّا
مَنْ يُرِيدُ الْيُسْرَىٰ
وَيُبْرِئُ مِنَ الْعُسْرَىٰ
وَأُولَٰئِكَ
أُولُو الْإِسْمَةِ
الْحَمْدُ لِلَّهِ
الَّذِي أَحْتَسِبُ
عَلَىٰ عِلْمِهِ
رَيْدِي وَأُنِيبُ
وَمَا يَتَّبِعُ إِلَّا
مَنْ يُرِيدُ
الْيُسْرَىٰ
وَيُبْرِئُ مِنَ
الْعُسْرَىٰ
وَأُولَٰئِكَ
أُولُو
الْإِسْمَةِ





Remerciements

Je tiens d'abord à exprimer ma gratitude à Dieu, ALLAH, de tout puissant, pour m'avoir donné le courage et la patience pendant toutes ces années d'études.

*Je tiens à exprimer ma gratitude et mes sincères remerciements à Monsieur **Dr. HETTIRI Messaoud**, Professeur à l'Université Echahid Hamma Lakhdar d'El Oued, pour avoir dirigé ce travail.*

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait de participer au jugement de ce travail.

Nous voulons exprimer notre gratitude sincère à toutes les personnes qui nous ont aidé à élaborer et à réaliser ce mémoire, ainsi qu'à toutes les personnes qui nous ont aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.

Enfin, je veux exprimer ma gratitude à mes parents pour leur soutien inconditionnel pendant ces longues années d'études.

Dédicaces



Je dédie ce modeste travail :

À mes très chers parents qui m'ont soutenu durant toute la durée de mes études.

À mes très chères sœurs et à ma grande famille.

À tous mes amis.

À tous ceux qui m'aiment et que j'aime

À vous.

Abstract

Résumé

الملخص

Abstract

Thanks to the orthogonal bases of the strips and the areas of homogeneous regularity in the form of a residue broken down into wavelets, the representation of the strips effectively gives the contours of the images. Theoretical results on the approximation capacities of this representation can be obtained using the orthonormal framework, demonstrating their interest with respect to two-dimensional separable wavelet bases. However, numerical compression results must be obtained to confirm these elements.

In this work, we propose a new method based on the bandelitation effect on the SPECK algorithm "Set Partionning Embedded bloCK". Because of its additional correlations in the exploitation of image geometry, the proposed approach manipulates the coefficients less.

Keywords: Compression, Bandelets, Embedded coding, SPECK, Geometric regularity.

Résumé:

Grâce aux bases orthogonales des bandelettes et aux zones de régularité homogène dans la forme d'un résidu décomposé en ondelettes, la représentation des bandelettes donne efficacement les contours des images. Des résultats théoriques sur les capacités d'approximation de cette représentation peuvent être obtenus à l'aide du cadre orthonormal, démontrant leur intérêt par rapport aux bases d'ondelettes séparables bidimensionnelles. Cependant, des résultats numériques de compression doivent être obtenus pour confirmer ces éléments.

Dans ce travail, nous étudions une méthode basée sur l'effet de bandelitation sur l'algorithme SPECK "Set Partitioning Embedded bloCK". En raison de ses corrélations supplémentaires dans l'exploitation de la géométrie de l'image, l'approche étudiée manipule moins les coefficients

Mots clés : Compression, Bandelettes, Codage imbriqué, SPECK, Régularité géométrique

المخلص

بفضل القواعد المتعامدة للشرائط ومناطق الانتظام المتجانس في شكل بقايا مقسمة إلى موجات ، فإن تمثيل الشرائط يعطي بشكل فعال ملامح الصور. يمكن الحصول على النتائج النظرية حول القدرات التقريبية لهذا التمثيل باستخدام الإطار المتعامد ، مما يدل على اهتمامهم فيما يتعلق بقواعد الموجات القابلة للفصل ثنائية الأبعاد. ومع ذلك ، يجب الحصول على نتائج الضغط العددي لتأكيد هذه العناصر.

في هذا العمل قمنا بدراسة طريقة تعتمد على تأثير قطاع الطرق على خوارزمية **SPECK "Set Partitioning Embedded bloCK"** بسبب ارتباطاتها بالإضافة إلى ذلك، في استغلال هندسة الصورة، فإن المنهج المدروس يعالج المعاملات بشكل أقل

الكلمات المفتاحية: ضغط الصور، الشرائط الموجية، ترميز مضمن، خوارزمية **SPECK** ، انتظام هندسي.



Sommaire

Dédicace

Remerciement

Résumé

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

a

CHAPITRE I : Généralité sur le compression d'images	
I.1. Introduction	4
I.2. Définition d'une image	4
I.3. Image numérique	5
I.4. Caractéristiques d'une image numérique	5
I.4.1. Pixel	5
I.4.2. Dimension	6
I.4.3. Résolution	6
I.4.4. Bruit	6
I.4.5. Histogramme	6
I.4.6. Contours et textures	7
I.4.7. Luminance	7
I.4.8. Contraste	7
I.4.9. Image à niveaux de gris	8
I.4.10. Image binaire	9
I.4.11. Image en couleur	9
I.5. Les formats d'images	12
I.6. Compression d'images	13
I.6.1. Définition de la compression d'image	13
I.6.2. Objectif de la compression	13
I.6.3.1. Dé-corrélation (Transformation)	14
I.6.3.2. Quantification	14
I.6.3.3. Codage	14
I.7. Méthodes de compression	14
I.7.1. La compression sans pertes (réversible)	15
I.7.1.1. Codage de Shannon-Fano	15
I.7.1.2. Codage de Huffman	15

I.7.1.3. Codage arithmétique	16
I.7.1.4. Méthode des plages	16
I.7.2. La compression avec pertes (irréversible)	16
I.7.2.1. Codage par quantification	16
I.7.2.2. Codage par prédiction	17
I.7.2.3. Codage par transformation	17
I.8. Mesures de performance	18
I.8.1. Rapport et Taux de compression	18
I.8.2. Débit	18
I.8.3. Mesure de distorsion	18
I.9. Conclusion	19
CHAPITRE II : Transformation des bandelettes	
II.1. Introduction	21
II.2. Les ondelettes	21
II.2.1. Définition	21
II.2.1. La transformée en ondelettes (WT)	23
II.2.1.1. Transformée en ondelette continue	23
II.2.1.2. Transformée en ondelette discrète	23
II.3. Propriétés des ondelettes	25
II.3.1. La symétrie	25
II.3.2. Régularité	25
II.3.3. Compacité	25
II.3.5. Localisation	26
II.4. Les bandelettes	26
II.4.1. Première génération de bandelettes	26
II.4.1.1. Géométrie	26
II.4.1.2. Bandelettes	27
II.4.2. Seconde génération de bandelettes	33
II.4.2.1. Corrélacion des coefficients d'ondelettes	33
II.4.2.2. Corrélacion géométrique	36
II.4.2.3. Base de bandelettes orthogonales	36
II.5. Transformée en Bandelettes	39
II.5. Conclusion	41

CHAPITRE III : L’algorithme SPECK	
III.1. Introduction	43
III.2. Algorithme SPECK	43
III.3. Principe de l’algorithme SPECK	44
III.4. Etapes de l’algorithme SPECK	44
III.4.1. Initialisation	44
III.4.2. Etape de sortie de bits	45
III.4.3. Phase de raffinement	45
III.4.4. Étape de la quantification	46
III.5. Exemple d’application du SPECK	46
III.6. Conclusion	48
CHAPITRE IV : Résultats de simulation	
IV.1. Introduction	50
IV.2. Approche Proposée	50
IV.3. Etapes détaillées de l’algorithme	51
IV.3.1 Transformation en bandelettes	51
IV.3.1.1 Transformation en ondelettes de l’image	52
IV.3.1.2. Segmentation de chaque sous-bande en carrés dyadiques	52
IV.3.1.3. Détermination de la direction optimale pour chaque carré	52
IV.3.1.4. Projection orthogonale 1D sur la géométrie spécifiée pour chaque carré	53
IV.3.2. Calcul du seuil	54
IV.3.3. Initialisation	55
IV.3.4. Sortie de bits	55
IV. 3.5 Raffinement des coefficients significatifs	57
IV.4. Résultats et discussion	58
IV.5. Conclusion	60
Conclusion générale	62
Bibliographique	



Liste des figures

LISTE DES FIGURES

Page

Chapitre I : Généralité sur le compression d'images		
Figure 1	<i>Un point de l'image de coordonnée (x, y)</i>	4
Figure 2	<i>Image numérique</i>	5
Figure 3	<i>Un pixel d'une image</i>	5
Figure 4	<i>Histogramme d'image</i>	6
Figure 5	<i>Contours et textures</i>	7
Figure 6	<i>Exemple de contraste</i>	8
Figure 7	<i>Valeurs des niveaux de gris et teintes de gris correspondantes</i>	8
Figure 8	<i>Variation du nombre de niveaux de gris</i>	9
Figure 9	<i>Image noir & blanc « au trait »</i>	9
Figure 10	<i>Image numérisée avec 16 millions de couleurs</i>	10
Figure 11	<i>Diagramme de compression d'image pour la transmission ou stockage</i>	13
Figure 12	<i>Schéma général de compression des images</i>	13
Chapitre II : Transformation des bandelettes		
Figure 1	<i>Ondelette 'Chapeau Mexicain'</i>	21
Figure 2	<i>Effet de la dilatation et de la translation</i>	22
Figure 3	<i>Un contour C et son flot τ défini par sa tangente</i>	27
Figure 4	<i>Déformation horizontale et déformation verticale : (a) une courbe horizontale et son flot, (b) la courbe rectifiée et son flot strictement horizontal, (c) une courbe verticale et son flot, (d) la courbe rectifiée et son flot strictement vertical</i>	28
Figure 5	<i>Déformation des images : (a) une image ayant un flot horizontal, (b) son image par l'opérateur W, (c) une image ayant un flot vertical, (d) son image par l'opérateur W.</i>	30
Figure 6	<i>Une bandelette au voisinage d'un contour paramétré par $x_2 = c(x_1)$</i>	31
Figure 7	<i>Image Arzew, Algérie (a) et la transformée en ondelettes de cette image (b)</i>	33
Figure 8	<i>Définition d'un voisinage dans le domaine ondelettes</i>	34
Figure 9	<i>Coefficients de corrélation entre coefficients d'ondelettes</i>	35
Figure 10	<i>Information mutuelle relative entre coefficients d'ondelettes</i>	35
Figure 11	<i>Construction d'un quadtree par subdivisions successives</i>	37
Figure 12	<i>Courbe γ et sont orientation approchée $\tilde{\gamma}$</i>	37
Figure 13	<i>Dessin des bases de bandelettes pour plusieurs échelles 2^j</i>	39
Figure 14	<i>Exemple de modèle d'horizon et déformation du domaine selon un flot géométrique</i>	40

Figure 15	<i>Exemple de segmentation en quadtree et bande de taille minimale pour la construction de la base de bandelette</i>	41
Chapitre III : L'algorithme SPECK)		
Figure 1	<i>Partitionnement de l'ensemble S</i>	43
Figure 2	<i>Partitionnement de l'image X en deux sous-ensembles S et le reste I</i>	44
Figure 3	<i>Principe de partitionnement des ensembles I.</i>	45
Figure 4	<i>Algorithme de l'étape de raffinement des coefficients significants</i>	45
Chapitre IV :Résultats de simulation		
Figure 1	<i>Algorithme global de compression proposé</i>	50
Figure 2	<i>Etapas détaillées de la transformation en bandelettes</i>	51
Figure 3	<i>Partition de l'image X en deux ensembles S et I</i>	55
Figure 4	<i>Partition de l'ensemble S</i>	56
Figure 5	<i>Partition de l'ensemble I</i>	57
Figure 6	<i>Algorithme de l'étape de raffinement des coefficients significants</i>	57
Figure 7	<i>Influence du seuil de géométrie pour SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Woman de taille 256x256 (TC==90%, nombre de bits est 52428 et rang=2)</i>	59



Liste des tableaux

LISTE DES TABLEAUX

Page

Chapitre I : Généralité sur le compression d'images		
Tableau 1	<i>Représentation en vraie couleurs (24 bits).</i>	10
Tableau 2	<i>Exemple d'une palette de couleur</i>	11
Chapitre III : L'algorithmme SPECK		
Tableau 1	<i>Exemple de matrice de 8×8 coefficients d'ondelettes.</i>	46
Tableau 2	<i>Exemple de codage d'image par l'algorithmme SPECK</i>	47
Chapitre IV :Résultats de simulation		
Tableau 1	<i>Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Penny de taille 128x128 pixels</i>	58
Tableau 2	<i>Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Woman de taille 256x256 pixels</i>	58
Tableau 3	<i>Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Peppers de taille 512x512 pixels</i>	59

Liste des abréviations

Liste des abréviations et Symboles

Bpp	: Bits par pixel.
$C_{i,j}$: Coefficient de bandelettes de ligne i et de colonne j
DCT	: Transformée de cosinus discrète
DWT	: Discret Wavelet Transform en française Transformée en Ondelettes Discrètes.
EQM	: Erreur quadratique moyenne.
EZW	: Embedded Zerotree Wavelet Algorithm.
GIF	: Graphics interchange format.
JPEG	: Joint Photographique Expert Group.
LSP	: Liste de bits significants.
PNG	: Portable network graphic.
PPSNR	: Peak to Rapport signal sur bruit crête.
PSNR	: Rapport Signal sur bruit crête.
PSNR	: Rapport du signal sur bruit crête
RVB	: Rouge, Vert, Bleu.
SNR	: Rapport signal sur bruit.
SPECK	: Set Partitioning Embedded block.

SPECK	: Partition imbriqué d'un groupe de blocs
SPIHT	: Set partitioning in Hierarchical trees.
TC	: Taux de Compression
TIFF	: Tagged Image File Format.
Tn	: Seuil d'ordre

Liste des Symboles

$\psi(x)$: Fonction Ondelette mère.
$\phi_{j,k}(x)$: Fonction échelle.
L_2	: Espace des fonctions à énergie finie.
f	: Image original.
f_M	: Image approximé
$\mathbf{B}(\Gamma)$: Base de Bandelettes.
\mathcal{L}	: Lagrangien.
T	: Seuil.
τ^{\rightarrow}	: Vecteur de flot géométrique.
$\mathbf{B}^*(\Gamma)$: La base de Bandelette discrète.
DT	: Le dictionnaire des bases Bandelettes.
bk	: Les coefficients de Bandelettes.
$C\alpha$: Une régularité géométrique.
$A = B \otimes C$: Espace complémentaire orthogonal
$L^2(\mathcal{R})$: Ensemble de fonctions carrées intégrables
\langle , \rangle	: Produit scalaire de deux fonctions appartenant à $L^2(\mathcal{R})$
$T. O$: Transformée en ondelettes
$\hat{f}(w)$: Transformée de Fourier de $f(t)$
$f * g$: Convolution de deux fonctions
$\ f(t) \ $: Norme de $f(t)$
\mathbb{N}	: Espace des entiers naturels.
\mathbb{Z}	: Espace des entiers relatifs.
\mathbb{R}	: Espace des réels



Introduction générale

Introduction générale

Le besoin de stockage et de transmission d'informations visuelles est augmenté récemment. Les diverses applications telles que la télécopie, la vidéo-conférence, l'imagerie médicale et satellitaire, la télévision haute définition, la télésurveillance et les services d'information sur Internet sont basées sur la fiabilité de sauvegarder et de transmettre les images. Le stockage des images sur les disques durs des ordinateurs grand public et le traitement et la retouche des images à l'aide de technologies numériques nécessitent l'acquisition des images sous format numérique. Bien que le format numérique des images soit le plus adapté aux applications mentionnées plus haut, il est extrêmement coûteux en taille mémoire.

Des techniques de compression d'images ont été développées pour résoudre ce problème de coût qui peut limiter la faisabilité du stockage et de la transmission d'images. Ces techniques de compression d'images compactent leur représentation numérique. Ces techniques de compression rendront le stockage et la transmission d'images plus efficaces et plus rapides.

Les techniques de compression sont classées en deux grandes catégories : "compression sans perte" et "compression avec perte". La "compression sans perte" consiste à éliminer la redondance dans les données nécessaires à la représentation de l'image. La prédictibilité des composants de l'image est directement liée à cette redondance. Par exemple, une image de couleur unie est complètement redondante car la couleur fournit suffisamment d'informations pour représenter toute l'image. La "compression sans perte" identifie les composants de l'image et exploite leur structure pour réduire la quantité de données.

Une représentation suffisamment compacte pour plusieurs applications n'est pas fournie par l'élimination simple de la redondance par la "compression sans perte". Par conséquent, la "compression avec perte" néglige quelques informations pour obtenir une compression plus élevée. Les améliorations apportées par la "compression avec perte" ne sont pas tout simplement dues à l'élimination des données redondantes, mais plutôt à l'abandon d'informations estimées non pertinentes, comme des informations sur des détails qui ne sont pas facilement perceptibles à l'œil nu. En conséquence, la "compression avec perte" offre une représentation visuellement compacte et indiscernable de l'image originale, bien que généralement l'image compressée est tout à fait différente de l'originale.

La transformée en ondelettes, qui permet de décarreler spatialement les images, est l'une des méthodes de compression d'images les plus efficaces actuellement. Jusqu'à présent, les

techniques employées étaient considérées comme génériques et ignoraient le contenu des images étudiées. Il est nécessaire de créer des compresseurs intelligents qui s'intéressent au contenu de l'image avant compression afin d'être plus efficaces et de dépasser les taux de compression limites atteints avec les transformations de corrélations spatiales actuelles (DCT, Ondelettes,...).

Les méthodes de compression d'images les plus performantes à l'heure actuelle, sont basées sur la transformée en ondelettes qui permet de décorréler spatialement les images. Les méthodes utilisées jusqu'à présent sont en effet des méthodes génériques, c'est-à-dire qu'elles ne tiennent pas compte du contenu des images étudiées. Or, pour pouvoir être plus performant et dépasser les taux de compression limites atteints avec les transformations (décorrélations spatiales) actuelles (DCT, Ondelettes,...), il est nécessaire de mettre au point des compresseurs (intelligents) qui s'intéressent au contenu de l'image avant la compression.

L'objectif de cette thèse est de mettre en place une nouvelle méthode de compression applicable aux images 2D appelée transformée en bandelettes de façon à exploiter la géométrie de l'image (le contenu de l'image) afin d'améliorer le rapport qualité/ compression..

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres comme suit :

Les principes généraux de la compression d'image (décorrélation, quantification et codage) sont abordés dans le premier chapitre. Ensuite, les méthodes de codage sont classées en deux catégories :

- Les méthodes avec pertes d'informations (quantification vectorielle, codage par transformée et codage imbriqué).
- Les méthodes sans pertes d'informations (codage de Shannon-fano, codage Huffman et codage arithmétique).

Dans le deuxième chapitre est consacré aux concepts théoriques de la transformée en bandelettes.

Le troisième chapitre décrit l'algorithme SPECK avec un certain nombre d'exemples d'utilisation.

Enfin, le quatrième chapitre comporte les simulations effectuées et la discussion des résultats obtenus.

Finalement, une conclusion générale synthétisera les points les plus marquants de cette thèse et récapitulera ainsi en gros le travail abordé.

Chapitre I

**Généralité sur le
compression d'images**

I.1. Introduction

Aujourd'hui, nous assistons à une évolution technologique majeure. Elle a abordé presque tous les aspects et tous les niveaux. Les systèmes de transmission numériques dans leur variété sont l'un des avantages de cette évolution. Il est vrai que la révolution numérique est en train d'inonder notre vie quotidienne avec de nombreuses images digitales et des applications variées. Cependant, un inconvénient majeur de toutes ces données numériques, en particulier les images et la vidéo, est le volume d'informations numériques qu'il faut traiter, transmettre et/ou stocker. En contradiction avec les bandes passantes des canaux généralement limitées, la transmission d'une telle quantité de données nécessite des débits très élevés. Le stockage de toutes ces données numériques nécessite également des supports de tailles considérables.

Dans ce cas, la compression est l'une des solutions nécessaires. Cependant, une sorte de dégradation s'accompagne souvent de cette compression. D'autant plus que lorsque nous atteignons des taux de compression plus élevés, cette altération des données et des images compressées augmente. Il est indéniable que trouver le meilleur compromis entre le débit et la distorsion est le défi principal de la compression d'images numériques [1].

I.2. Définition d'une image

Elle peut être décrite sous la forme d'une fonction $I(x, y)$ de brillance analogique continue, définie dans un domaine borné, tel que x et y sont les coordonnées spatiales d'un point de l'image et en image numérique, cela compare au nombre de pixels qui créent l'image en hauteur (hachette verticale).

La définition d'une image est défini standard le nombre de se concentrer le composant. Le nombre de pixels qui la composent en largeur et en hauteur. Logiquement, in addition to une image comporte de pixels, in addition to elle est détaillée. La définition d'une image compare à son aspect, exprimée en pixels. : 200 pixels standards 450 pixels standards exemple, abrégé en «200 × 450». Il est concevable de distinguer chaque pixel en grossissant fortement l'image [2].

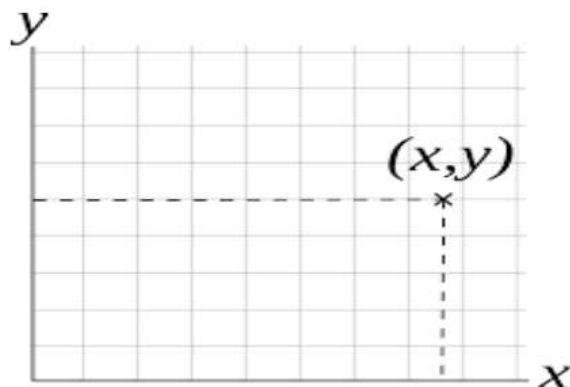


Figure I.1 : Un point de l'image de coordonnée (x, y)

I.3. Image numérique

Une image numérique est constituée d'un ensemble de points appelés pixels. Un pixel (abréviation de Picture Élément) est défini comme le plus petit composant d'une image numérique raster. Pour les images bicolores en noir et blanc, les pixels peuvent être codés par un seul bit de code (0 pour le noir ou 1 pour le blanc). Pour les images en niveaux de gris ou en couleur, les pixels peuvent être encodés en 2, 4, 8, 16, 24 ou 32 bits. [3]

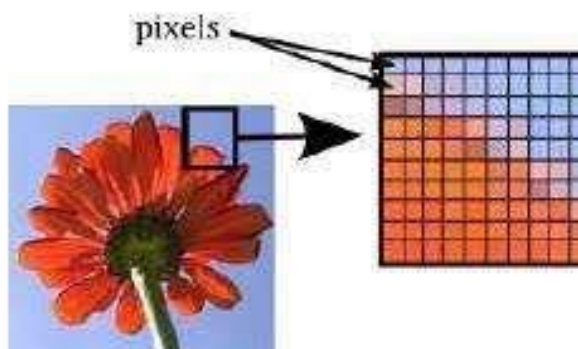


Figure I.2 : Image numérique

I.4. Caractéristiques d'une image numérique

L'image est un ensemble structuré d'informations caractérisé par les paramètres suivants :

I.4.1. Pixel

Le pixel est le plus petit point de l'image (contraction des mots anglais "Picture élément", c'est à dire élément d'image). La taille du pixel définit la résolution par rapport à l'image analogique originale, c'est-à-dire la finesse de la grille. Plus la résolution baisse, plus le nombre de pixels dans l'image diminue, et plus la qualité de l'image numérique se dégrade.

Prenons l'exemple d'une image 1024 x 768, dont la couleur est codée sur 24 bits

Taille = $(1024 * 768) * 24 = 2359296$ octets = 2,25 Mo [3]



Figure I.3 : Un pixel d'une image [4]

I.4.2. Dimension

C'est la taille de l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image [5].

I.4.3. Résolution

C'est la clarté ou la finesse de détails atteinte par un moniteur ou une imprimante dans la production d'images [5].

I.4.4. Bruit

Un bruit (parasite) dans une image est considéré comme un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins, il provient de l'éclairage des dispositifs optiques et électroniques du capteur.

I.4.5. Histogramme

L'histogramme des niveaux de gris ou des couleurs d'une image est une fonction qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris (couleur) dans l'image. Pour diminuer l'erreur de quantification, pour comparer deux images obtenues sous des éclairages différents, ou encore pour mesurer certaines propriétés sur une image, on modifie souvent l'histogramme correspondant. [1]

Il permet de donner un grand nombre d'informations sur la distribution des niveaux de gris (couleur) et de voir entre quelles bornes est répartie la majorité des niveaux de gris (couleur) dans les cas d'une image trop claire ou d'une image trop foncée. (Figure I.4)

Il peut être utilisé pour améliorer la qualité d'une image (Rehaussement d'image) en introduisant quelques modifications, pour pouvoir extraire les informations utiles de celle-ci.

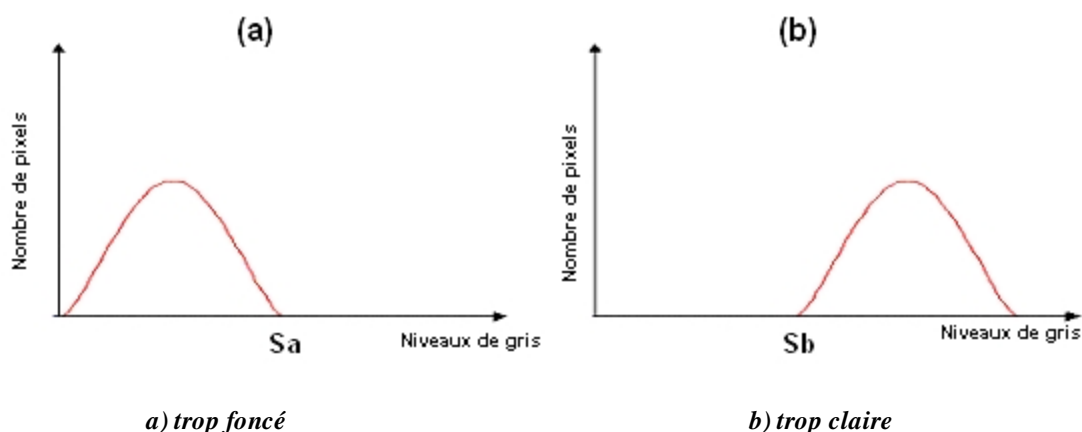


Figure I.4 : Histogramme d'image.

I.4.6. Contours et textures

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative. Les textures décrivent la structure de ceux-ci. L'extraction de contour consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes [6].



Figure I.5 Contours et textures

I.4.7. Luminance

Le degré de luminosité des points de l'image est défini par cela. Elle est également appelée le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par son aire apparente. Le terme luminance est remplacé par le terme brillance, qui désigne la brillance d'un objet pour un observateur distant. Une bonne lumière est définie par [7]:

- Des images lumineuses (brillantes).
- Un bon contraste: il faut éviter que les images ou la gamme de contraste tende vers le blanc ou le noir ; ces images entraînent des pertes de détails dans les zones sombres ou lumineuses.
- L'absence de parasites.

I.4.8. Contraste

C'est l'opposition marquée entre deux régions d'une image, plus précisément entre les régions sombres et les régions claires. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'images. Une augmentation du contraste a pour effet que les couleurs sombres deviennent encore plus sombres et les couleurs claires encore plus claires. Les différences entre les couleurs claires et les couleurs sombres sont donc accentuées. Cela se remarque tout particulièrement pour les photos par exemple aux changements de couleurs francs, aux côtés d'une maison où l'un est éclairé par le soleil et l'autre à l'ombre.

Si L_1 et L_2 sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines A_1 et A_2 d'une image, le contraste C est défini par le rapport :

$$C = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} \quad (I.1)$$

Avec un contraste fortement élevé les finesses dans les dégradés de couleurs se perdent, on en arrive à un effet d'ombre portée. Avec un contraste fortement réduit on en arrive à un effet de voile gris.

Les trois illustrations suivantes montrent au milieu la photo de base, à gauche un contraste réduit (Voile gris) et à droite un contraste augmenté (ombre portée).



Figure I.6: Exemple de contraste

I.4.9. Image à niveaux de gris

Dans une image en niveaux de gris, la couleur d'un pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc, en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires. Dans une telle image les intensités du rouge, du vert, et du bleu de chaque pixel sont égales. En général, les images en niveaux de gris renferment 256 teintes de gris (image à 256 couleurs), simplement chacune de ces 256 couleurs est définie dans la gamme des gris. Par convention la valeur zéro représente le noir (intensité lumineuse nulle) et la valeur 255 le blanc (intensité lumineuse maximale). Chaque pixel n'est donc plus représenté par un bit, mais par un octet. Le nombre de niveaux de gris dépend du nombre de bits utilisés pour décrire la " couleur " de chaque pixel de l'image. Plus ce nombre est important, plus les niveaux possibles sont nombreux. [8].

Valeurs des niveaux de gris et teintes de gris correspondantes																											
0	...	20	...	40	...	50	...	80	...	100	...	120	...	140	...	160	...	180	...	200	...	220	...	240	...	255	

Figure I.7 : Valeurs des niveaux de gris et teintes de gris correspondantes.



Figure I.8: Variation du nombre de niveaux de gris.

I.4.10. Image binaire

Ces images sont constituées de points (pixels) qui ne peuvent avoir que deux états : noir ou blanc. On les appelle des images « au trait ». On trouve parmi elles des pages de texte, des signatures, des plans, des dessins, etc. [2]

En savoir plus sur les images

Figure I.9 : Image noir & blanc « au trait ».

I.4.11. Image en couleur

La réalité doit être parfaitement représentée par une image en couleurs. Les couleurs sont représentées de la même manière que les images monochromes, mais avec quelques différences. En effet, il faut choisir un modèle de représentation avant tout. Les composantes primaires des couleurs peuvent être utilisées pour les représenter. Les appareils qui produisent de la lumière, comme les écrans d'ordinateurs, utilisent le principe de la synthèse additive pour créer des couleurs en combinant des nuances de rouge, vert et bleu (modèle RVB). [9]

❖ Représentation en couleurs réelles (Images en "vraies couleurs" (ou 24 bits))

Elle implique l'utilisation de 24 bits pour chaque point de l'image. La composante rouge (R), la composante verte (V) et la composante bleue (B) ont chacun huit composants. Il est possible de représenter simultanément environ 16,7 millions de couleurs différentes. Cependant, cela est théorique car aucun écran ne peut afficher 16 millions de points. L'écran n'affiche que 1 920 000 points dans la résolution la plus haute (1600 x 1200). En outre, l'œil humain n'est pas capable de percevoir autant de nuances de couleurs.








Valeur R	Valeur V	Valeur B	Couleur correspondante	Commentaires
0	0	0		noir
0	0	1		un peu moins noir (nuance impossible à détecter à l'oeil par rapport au noir)
...
0	0	255		bleu
...
0	255	0		vert
...
255	0	0		rouge
...
128	128	128		couleur intermédiaire correspondant à un gris
255	255	255		blanc

Tableau I.1 : Représentation en vraie couleurs (24 bits).

L'information couleur de chaque pixel est donc codée par 3 octets, ce qui fait que les images en vraies couleurs sont des images très "lourdes".



Figure I.10 : Image numérisée avec 16 millions de couleurs.

❖ Représentation en couleurs indexées

Afin de diminuer la charge de travail nécessaire pour manipuler des images en 24 bits, on peut utiliser le mode de représentation en couleurs indexées. Le principe consiste à déterminer le nombre de couleurs différentes utilisées dans l'image, puis à créer une table de ces couleurs en attribuant à chacune une valeur numérique correspondant à sa position dans la table.

La table, appelée palette, comporte également la description de chacune des couleurs, sur 24 bits. [11]






Palette avec les codes RVB	Couleurs correspondantes:
Couleur 0: 255 255 255	
Couleur 1: 255 255 204	
Couleur 2: 255 255 153	
Couleur 3: 255 255 102	
Couleur 4: 255 255 51	
Couleur 5: 255 255 0
.....	

Tableau I.2: Exemple d'une palette de couleur.

Ainsi, un pixel à qui sera affectée la couleur numéro 0 sera visualisé en blanc, un pixel à qui sera affectée la couleur numéro 4 sera visualisé en jaune...

❖ Autres modèles de représentation

Le modèle R.V.B. représentant toutes les couleurs par l'addition de trois composantes fondamentales, n'est pas le seul possible. Il en existe de nombreux autres. L'un d'eux est particulièrement important. Il consiste à séparer les informations de couleurs (chrominance) et les informations d'intensité lumineuse (luminance). Il s'agit du principe employé pour les enregistrements vidéo. La chrominance est représentée par deux valeurs (selon des modèles divers) et la luminance par une valeur.

I.5. Les formats d'images

On distingue plusieurs types de formats d'images à savoir les images :

- **BMP (Windows Bitmap):** ce format est l'un des premiers qui a été utilisé en informatique. Il est simple car chaque pixel est représenté par un caractère. Il ne compresse pas les images ce qui le rend très volumineux. Il n'est quasiment plus utilisé de nos jours.
- **TIFF (Tage Image File Format):** ce format est orienté vers les professionnels. Il permet d'obtenir une image de très bonne qualité, mais sa taille reste volumineuse.
- **GIF (Graphique Inter change Format):** ce format est un des standards d'internet. Les fichiers sont de petites tailles, car les images ne contiennent que 256 couleurs, ce format permet d'avoir des parties d'image transparentes.
- **JPEG (Joint Photographique Experts Group):** ce format offre plusieurs taux de compression, qui affectent la qualité de l'image. Il est devenu le standard des formats d'images sur internet car on obtient des images plus petites grâce à la compression. Ceci permet de les charger rapidement, même avec une connexion bas débit [12].
- **PNG (Portable Network Graphique):** le PNG fournit une norme portable, légalement inutilisée, bien compressée et bien définie pour les fichiers d'images bitmatiques sans perte. Bien que la motivation initiale pour le développement de PGN soit de remplacer GIF, la conception offre de nouvelles fonctionnalités utiles non disponibles dans GIF, avec un cout minimal pour les développeurs [13].
- **FAX :** ce format utilisé pour la transmission de documents (télécopie), codage binaire, application d'un codage RLC puis d'un codage de Huffman.
- **TGA :** le format TGA a été créé à l'origine par la firme Ture Vision, fabricant des cartes graphiques Targa et Vista. Ce format est parmi les formats les plus puissants, avec le format TIFF. Toutefois, il est moins connu que les autres formats comme le format BMP, le format EPS. Il peut coder la couleur sur 8 ,16 ,24 ou 32 bits par pixel. Ce format est aussi capable de gérer le noir et blanc et le RGB. Il permet en plus de conserver les couches de transparence et de masquage [14].

I.6. Compression d'images

I.6.1. Définition de la compression d'image

La compression est l'action utilisée pour réduire la taille physique d'un bloc d'information, en compressant des données .on peut placer plus d'information dans la même espace de stockage ou utiliser moins de temps pour le transfert au travers d'un réseau téléinformatique .parce que généralement les images requièrent une place importante, la compression est devenue une part intégrante des données graphique .presque tous les formats des fichier graphiques utilisent l'une ou l'autre méthode de compression .on rencontre souvent la méthode de compression des données comme étant une partie de l'encodage de données au même titre que le cryptage des données (cryptographie) et la transmission de données .un compresseur ,comme son l'indique compresse les données alors qu'un décompresseur reconstruit les données originales.[6]

Il est évident qu'un décompresseur ne peut opérer que connaissant l'algorithme de compression utilisé.la plupart des méthodes de compression visent à éliminer la redondance.

Il y a plusieurs types de redondances :

- La redondance spatiale entre deux pixels ou blocs voisins dans une image.
- La redondance temporelle entre images successives dans une séquence vidéo. [8]

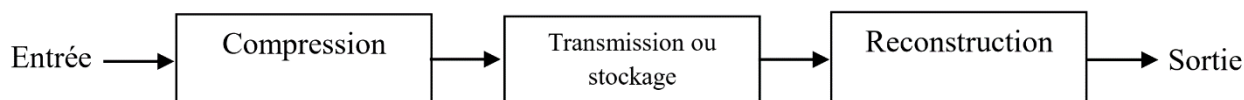


Figure I.11 : Diagramme de compression d'image pour la transmission ou stockage.

I.6.2. Objectif de la compression

Le but de la compression des images est de réduire le nombre moyen de bits par pixel nécessaires à sa représentation. Il est possible dans une certaine limite de réduire ce nombre sans perte d'information. Au-delà, il est nécessaire d'élaborer des algorithmes de compression irréversibles (avec pertes) induisant une distorsion pas ou peu visible dans les conditions normales d'observation des images. [6]

I.6.3. Schéma fonctionnel de la compression

Le schéma fonctionnel de la compression est représenté dans la figure ci-dessus :

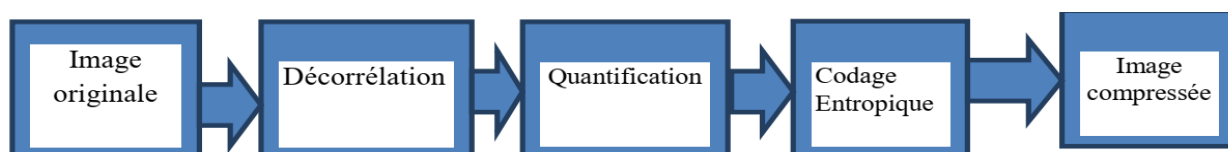


Figure I.12: Schéma général de compression des images

A partir de ce schéma, nous allons revoir chacune de ses étapes à fin de préciser leur rôle.

I.6.3.1. Dé-corrélation (Transformation)

La dépendance existante entre chaque pixel et ses voisins (la luminosité varie très peu d'un pixel à un pixel voisin) traduit une corrélation très forte sur l'image.

On essaie donc de tirer une partie de cette corrélation, pour réduire le volume d'information en effectuant une opération de dé-corrélation des pixels. La dé-corrélation consiste à transformer les pixels initiaux en un ensemble de coefficients moins corrélés, c'est une opération réversible. [15]

I.6.3.2. Quantification

La quantification des coefficients a pour but de réduire le nombre de bits nécessaires pour leurs représentations. Elle représente une étape clé de la compression. Elle approxime chaque valeur d'un signal par un multiple entier d'une quantité q , appelée quantum élémentaire ou pas de quantification. Elle peut être scalaire ou vectorielle. Un des résultats fondamentaux des travaux de Shannon concernant la relation : (débit /distorsion) montrent que l'on obtient de meilleures performances en utilisant la quantification vectorielle. [15]

I.6.3.3. Codage

Cette dernière étape est nécessaire dans les méthodes sans perte, mais elle se produit aussi souvent dans les algorithmes irréversibles, car les valeurs transformées et quantifiées contiennent plus de redondance. Le codeur doit répondre a priori aux deux conditions suivantes :

- ✓ **Unicité** : deux messages différents ne doivent pas être codés de la même façon ;
- ✓ **Déchiffrabilité** : deux mots de codes successifs doivent être distingués sans ambiguïté.

Cependant, l'absence d'un codeur entropique peut être raisonnable et nécessaire, notamment en raison des limitations de transmission.

Le codage entropique effectue un codage nul sur les valeurs quantifiées.

I.7. Méthodes de compression

Comme précisé dans le chapitre un, l'objectif principal de la compression est de réduire la quantité de mémoire nécessaire pour le stockage d'une image et de réduire le temps de transmission de celle-ci. Cette compression peut soit conserver l'image intacte, on parle alors de compression sans perte, soit autoriser une dégradation de l'image pour diminuer encore l'empreinte mémoire, on parle de la compression avec perte. [16]

I.7.1. La compression sans pertes (réversible)

Appelées aussi codeurs entropiques. Elles permettent de retrouver exactement les pixels de l'image originale. Le principe est d'associer à chaque pixel de l'image, un mot de code dont la longueur dépend de la probabilité d'apparition du niveau de gris correspondant. Pour obtenir un codage efficace, il suffit d'associer les mots de code les plus courts aux niveaux de gris ayant les plus fortes probabilités d'apparition, et inversement pour les niveaux présentant une faible probabilité. Parmi les codeurs les plus utilisées, on peut citer le codage de Huffman [4,13], le codage Run Length Encoding (RLE) [11] et le codage Lempel Ziv (LZ) [11].

I.7.1.1. Codage de Shannon-Fano

Shannon du laboratoire Bellis et R.M.Fano du MIT ont développé à peu près en même temps une méthode de codage basée sur la simple connaissance de la probabilité d'occurrence de chaque symbole dans le message [17]. Ils utilisent des codes de longueurs variables, comportant d'autant plus de bits que la probabilité du symbole est faible [18].

Le principe est le suivant :

- Les symboles sont triés et classés en fonction de leur fréquence, commençant par le plus fréquent.
- La liste des symboles est ensuite divisée en deux parties de manière à ce que le total des fréquences de chaque partie soit aussi proche que possible.
- Le chiffre binaire 0 est affecté à la première partie de la liste, le chiffre 1 à la deuxième partie.
- Rediviser chaque sous ensemble en deux nouveaux sous-ensembles de fréquences équivalentes afin de répéter l'algorithme jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un élément dans chaque sous ensemble.

I.7.1.2. Codage de Huffman

Le codage de Huffman permet de créer des codes à longueur variable sur un nombre entier de bits. La procédure pour construire l'arbre est simple et élégante. Les symboles sont disposés individuellement sous forme d'une chaîne de nœuds et de feuilles et sont connectés par un arbre binaire. Chaque nœud a un poids qui est la fréquence ou la probabilité d'apparition des symboles.

L'arbre est ensuite créé suivant les étapes suivantes [12] :

- Les deux nœuds libres de poids les plus faibles sont identifiés.

- Un nœud parent de ces deux nœuds est créé ; il obtient un poids égal à la somme de celui de ces deux fils.
- Le nœud parent est ajouté à la liste des nœuds libres, et les deux fils sont Enlevés.
- Un des deux nœuds fils est désigné comme le chemin pris à partir du nœud parent pour décoder un bit 0, l'autre nœud étant alors pris pour décoder un bit 1.
- Les étapes précédentes sont répétées tant qu'il reste plus d'un seul nœud libre. Ce nœud devient alors la racine de l'arbre.

I.7.1.3. Codage arithmétique

Le codage arithmétique est un codage récent utilisant un modèle statistique, tout comme le codeur de Huffman. Contrairement à ce dernier, il produit un code pour une séquence de symboles toute entière, et non pas un code par symbole. Chaque nouveau symbole lu modifie de façon incrémentale le code de sortie. Ce code de sortie est un nombre à virgule flottante compris entre 0 et 1, dont le nombre de chiffres après la virgule correspond au nombre de symboles. Contrairement à Huffman, il n'est pas obligatoire que chaque code ait un nombre entier de bits. Par exemple un symbole de probabilité 0.9 a pour entropie 0.15, mais Huffman affectera probablement un code d'un bit (ou plus), et la séquence codée aura un nombre de bits plus long qu'en théorie. Le principal inconvénient de l'algorithme réside dans sa complexité d'implémentation [19].

I.7.1.4. Méthode des plages

Lorsqu'on considère une ligne de la matrice représentant une image numérique, plusieurs échantillons successifs sur cette ligne peuvent posséder la même valeur. L'ensemble de ces échantillons est appelé "plages". Cette méthode consiste donc à décrire les suites des pixels identiques par leurs longueurs et leurs valeurs. Par exemple, une plage de vingt pixels noirs équivaut à la donnée de 2 nombres : 20 et 0.

I.7.2. La compression avec pertes (irréversible)

Permet d'éliminer quelques informations pour avoir le meilleur taux de compression possible, tout en gardant un résultat qui soit le plus proche possible des données originales. C'est le cas par exemple de certaines compressions d'images ou de sons [19].

I.7.2.1. Codage par quantification

La quantification est l'une des sources de perte d'information dans le système de compression. Son rôle est en effet de réduire le nombre de bits nécessaire à la représentation de

l'information. Elle est réalisée avec la prise en compte de l'aspect psycho visuel (l'œil humain), ce qui permet de déterminer la distorsion tolérable à apporter au signal à coder.

I.7.2.2. Codage par prédiction

C'est la technique de compression la plus ancienne. On prédit la valeur du pixel à partir de la valeur précédemment codée. La prédiction peut se faire au moyen de l'histogramme de l'image. Seul l'écart entre la valeur réelle et la valeur prédite est quantifié puis codé et envoyé au décodeur. On peut réaliser la prédiction, au sein de l'image elle-même ainsi qu'entre images d'une séquence. Cette dernière est connue sous le nom de prédiction par compensation de mouvement. Le codage par prédiction est utilisé dans le codage DPCM (Differential Pulse Code Modulation) [20].

I.7.2.3. Codage par transformation

Les méthodes de compression par transformation n'agissent pas directement sur l'image numérique dans sa représentation canonique, mais dans le domaine de la transformée. Cette transformation pouvant être linéaire ou non. Il est bien connu qu'une transformation permet de mettre en évidence certaines propriétés de l'image que la représentation originale ou canonique ne laisse pas apparaître.

En partant d'un ensemble de valeurs numériques corrélées d'une image, le but est d'obtenir un autre ensemble de valeurs le moins corrélées possible dans l'espace transformée.

En général, les schémas de codage par transformation subdivisent l'image de taille $N \times N$ en sous images de taille plus petites avant de faire subir à ces sous images une transformation.

Nous préférons les transformations unitaires qui économisent de l'énergie. La transformation consiste à diviser l'image en fonctions suffisantes, telles que les coefficients de transformation soient indépendants et qu'un nombre minimum de ces coefficients contienne une proportion importante de l'énergie de l'image. Par conséquent, certains d'entre eux peuvent être réduits à zéro sans avoir un impact significatif ni sur la quantité d'énergie ni sur l'apparence visuelle de l'image reconstruite [20].

Une transformation adéquate pour la compression d'image devrait pouvoir posséder un algorithme rapide, permettre la dé-corrélation des coefficients transformés, la conservation d'énergie ou sa condensation dans un nombre minimum de coefficients. Les transformations linéaires sont les plus courantes car elles ont des expressions analytiques simples et fonctionnent rapidement. Les bases orthogonales et les transformations de compression utilisées sont orthogonales pour satisfaire la contrainte de dé-corrélation. En d'autres termes, ils sont des

opérations séparables, c'est-à-dire qu'une opération à deux dimensions est équivalente à deux opérations successives à une dimension, l'une horizontalement et l'autre verticalement [21].

I.8. Mesures de performance

Les principaux paramètres qui permettent d'évaluer une méthode de compression d'images sont : le rapport de compression, le débit, la mesure de distorsion et l'entropie.

I.8.1. Rapport et Taux de compression

Le rapport de compression est l'une des caractéristiques les plus importantes de toutes les méthodes de compression, il représente le rapport entre le nombre de bits de la forme canonique au nombre de bits après le codage [22].

$$CR = \frac{\text{Nombre de bits de l'image avant la compression}}{\text{Nombre de bits de l'image après la compression}} = \frac{R_0}{R_c} \quad (I.2)$$

Le taux de compression est un pourcentage de l'espace obtenu après la compression par rapport à l'espace total requis par les données avant la compression.

$$TC = \left(1 - \frac{1}{CR}\right) * 100 \quad (I.3)$$

I.8.2. Débit

Le débit constitue une mesure alternative souvent utilisée qui donne le nombre moyen de bits nécessaire pour décrire un pixel de l'image comprimée [23].

$$\text{Débit} = \frac{\text{Nombre de bits par pixel dans l'image originale}}{\text{taux}} \text{ bitsparpixel(bpp)} \quad (I.4)$$

I.8.3. Mesure de distorsion

Les mesures pour juger la qualité d'une image sont standardisées. La métrique classique pour comparer deux images en transmission utilise le rapport signal sur bruit crête (PSNR) pour déterminer le niveau de distorsion d'une image compressée par rapport à sa source [21]. Cette métrique est utilisée surtout pour évaluer les formats de compression d'images fixes. Le PSNR est considéré comme une mesure indicative qui dépend grandement du format de compression choisi, ou des particularités de l'encodeur. Le rapport signal sur bruit crête PSNR est donné par la formule suivante [24].

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{x^2_{max}}{EQM} \quad (I.5)$$

x_{max} est l'intensité maximale d'un pixel. Pour une image représentée en 256 niveaux de gris $x_{max} = 255$. EQM est la distance quadratique entre les deux images.

$$EQM = \frac{1}{p * Q} \cdot \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{j=0}^{Q-1} [I(i, j) - \hat{I}(i, j)]^2 \quad (I.6)$$

$I(i, j)$ est le niveau de gris du pixel (i, j) de l'image originale,

$\hat{I}(i, j)$ est le niveau de gris du pixel (i, j) de l'image codée,

$P*Q$ est le nombre total de pixels constituant l'image.

Le rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ration) est défini par :

$$SNR = 10. \log \frac{\sum_m \sum_n [X(m, n)]^2}{EQM} dB \quad (I.7)$$

Les mesures de distorsion sont très utiles pour déterminer la performance d'une méthode par rapport à d'autres méthodes.

I.9. Conclusion

La compression des images est désignée à prendre un rôle encore plus important en raison de l'évolution des réseaux et du multimédia. Son importance est surtout due au décalage qui existe entre les possibilités matérielles des dispositifs que nous utilisons (capacité des mémoires de masse, débits sur Internet, ...) et les besoins qu'expriment les utilisateurs (visiophonie, vidéo plein écran.....), transfert de quantités d'informations toujours plus importantes dans des délais toujours plus brefs.

Notre travail, est consacré à la compression des images fixes par transformée en Bandelettes (qui est bien détaillé en chapitre II).

An orange scroll graphic with a gradient from light to dark orange. The top and bottom edges are rolled up, with the top roll on the right and the bottom roll on the left. The text is centered on the scroll.

Chapitre II

Transformation des Bandelettes

II.1. Introduction

Les ondelettes orthogonales ou bi-orthogonales permettent une représentation efficace des zones de régularités homogènes des images, que ce soit les singularités ponctuelles, les textures homogènes ou les zones uniformément régulières. Cependant, elles ne capturent pas les régularités géométriques des images le long des contours, bien que ceci soit un aspect essentiel des images. Nous proposons ici la construction d'une nouvelle représentation permettant de capturer à la fois cette régularité le long des contours et la régularité de zones. Elle est basée sur une nouvelle famille de bases, les bandelettes, vivant le long de contours et permettant de capturer les singularités le long de ceux-ci.

II.2. Les ondelettes

II.2.1. Définition

Pour avoir une représentation temps-fréquence adaptée à la fois pour les grandes et les basses variations on utilise les ondelettes. Une ondelette est une fonction continue, qui disparaît au voisinage de $\pm\infty$. On dit que les ondelettes sont des ondes localisées [25], cette propriété de localisation lui permet d'agir localement. On la désigne souvent par la lettre ψ .

La figure ci-dessous est un exemple d'ondelette. Elle est connue sous le nom de : 'chapeau mexicain' son expression est donnée par :

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-1/4}(1-t^2)e^{-t^2/2} \quad (\text{II.1})$$

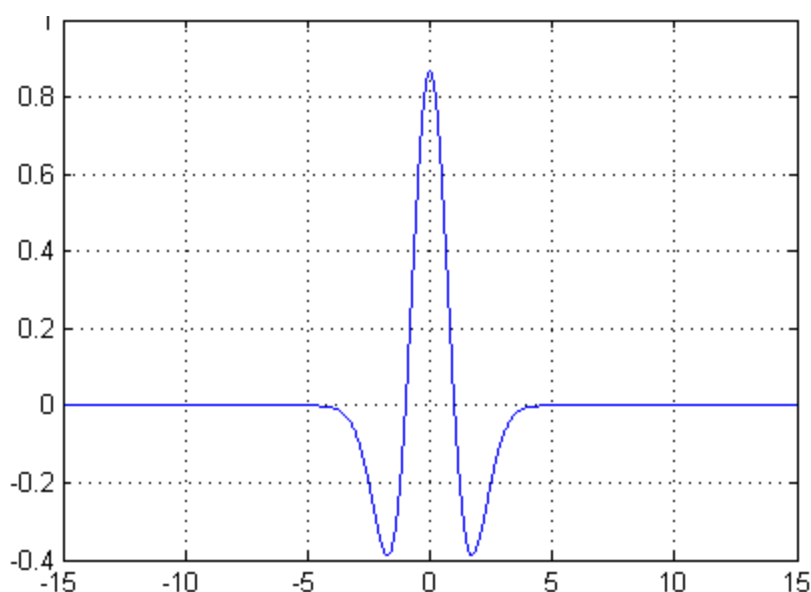


Figure II.1 : Ondelette 'Chapeau Mexicain'

La fonction d'ondelette peut être générée à partir de deux opérations importantes. La dilatation, également appelée compression en temps ou espace, est la seconde action qui implique le déplacement de l'ondelette le long de l'axe des x . La forme générale d'une ondelette illustre cette notion.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}^2, a \neq 0 \quad (\text{II.2})$$

a étant le facteur d'échelle et b le facteur de translation. Le pas de translation à l'échelle a est b/a . La figure II.2 montre l'effet de ces deux paramètres. L'ondelette utilisée est celle de Grossmann et Morlet (1984), son équation est

$$\psi(t) = \cos(5t)e^{-t^2/2} \quad (\text{II.3})$$

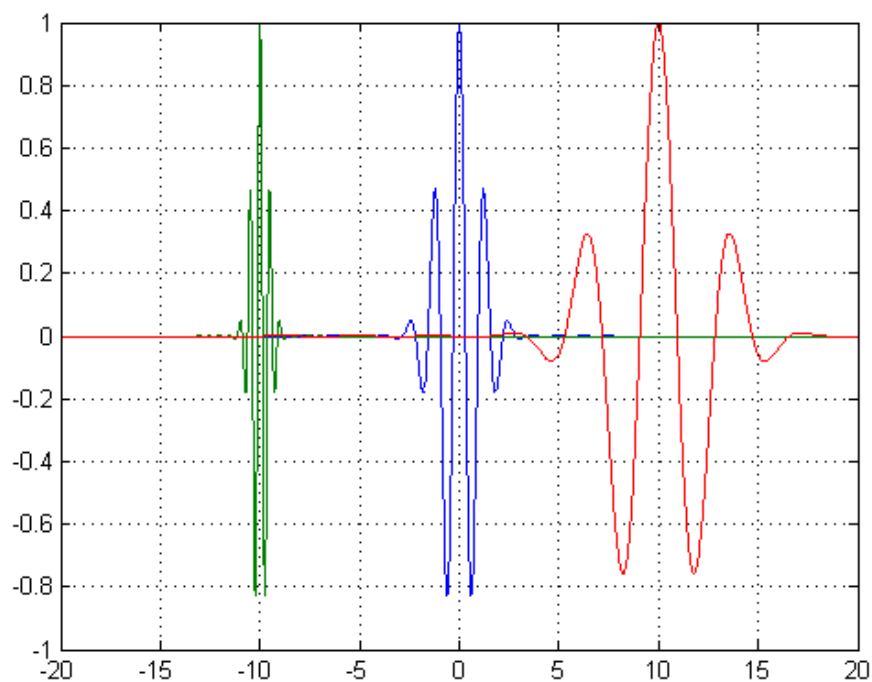
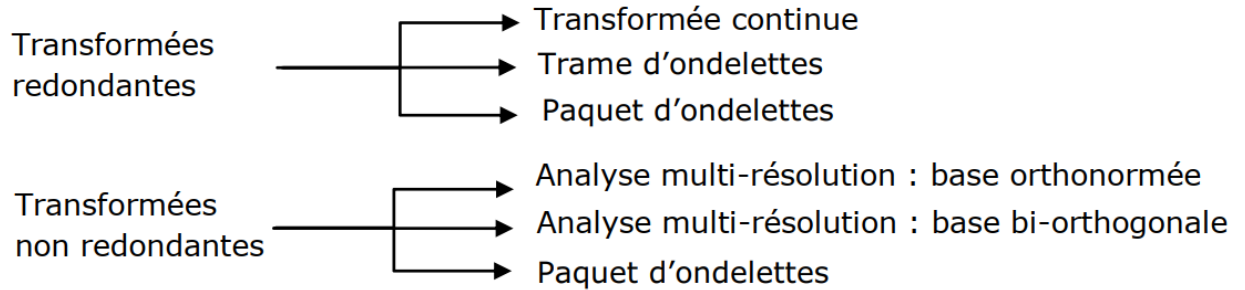


Figure II.2: Effet de la dilatation et de la translation

L'ondelette au centre est la fonction de référence, elle correspond à une ondelette non dilatée et non tradatée : $a = 1$ et $b = 1$, celle de gauche correspond à une ondelette comprimée avec $a = 0.4$ et tradatée de $b = -10$, l'ondelette à droite correspond à une dilatation de $a = 3$ et une translation de $b = 10$.

II.2.1. La transformée en ondelettes (WT)

Les transformées en ondelette sont suivant les cas continues ou discrètes, redondantes ou non. Le classement suivant peut-être donné :



II.2.1.1. Transformée en ondelette continue

La transformation continue en ondelettes retourne un vecteur de dimension supérieure à celle des données d'entrée. Une image du plan temps-fréquence est obtenue pour des données 1D. Il est possible de visualiser facilement l'évolution fréquentielle au cours du signal et de comparer son spectre avec celui d'autres signaux [19].

La transformation continue en ondelette, utilise des paramètres de translation et de dilatation variant continuellement, Les fonctions utilisés sont définies par :

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \text{ Ou } a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (\text{II.4})$$

C'est une fonction $S(a,b)$ qui associe aux paramétré 'a' et 'b' la valeur du coefficient $C_{a,b}$ de l'ondelette $\psi_{a,b}$ dans la décomposition du signal. La quantité 'b' est le paramètre de localisation temporelle, tandis que '1/a' est le paramètre de fréquence.

$C_{a,b}$ est une intégrale qui mesure la somme des aires algébriques décrites par la courbe produit de $S(t)$ et $\psi_{a,b}$

L'expression de la transformée en ondelette continue W d'une fonction f est donnée par :

$$W(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int \psi_{a,b}(t) f(t) dt \quad (\text{II.5})$$

II.2.1.2. Transformée en ondelette discrète

La transformation en ondelettes discrète retourne un vecteur de données de même longueur que les données d'entrée. La majorité des valeurs de ce vecteur sont généralement nulles. Cela résulte de sa décomposition en un ensemble de fonctions orthogonales par translation et

homothétie. En conséquence, le signal est divisé en un nombre de coefficients du spectre d'ondelettes égal ou inférieur au nombre de points de données du signal. Un tel spectre d'ondelettes est excellent pour la compression et le traitement du signal [20].

En 1978, Y. Mayer a démontré qu'il était possible de construire des bases d'ondelettes ortho- normales en discrétisant les paramètres de dilatation et de translation a et b en utilisant l'équation (II.6) :

$$(a, b) = (a_0^j K b_0 a_0^j) \quad (\text{II.6})$$

Avec : $(j, K) \in \mathbb{Z}^2$

$a_0 > 1$ et $b_0 > 0$: pas de dilatation et translation respectivement.

Ainsi la nouvelle famille d'ondelettes peut s'écrire :

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - K b_0) \quad (\text{II.7})$$

Avec : $(j, K) \in \mathbb{Z}^2$

La transformée en ondelettes discrète d'une fonction est donnée par l'équation :

$$C_{f(j,k)}(t) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} (a_0^{-j} t - K b_0) f(t) dt \quad (\text{II.8})$$

Mayer a montré qu'il existe des familles d'ondelettes discrètes formant des bases orthonormées de $L^2(\mathbb{R})$

Les paramètres des dilatations et de translation sont choisis comme suit :

$$(a, b) = (a_0^j K b_0 a_0^j) = (2^{-j}, K 2^{-j}) \text{ avec: } a_0 = 2 \text{ et } b_0 = 1 \quad (\text{II.9})$$

Nous obtenons ainsi des bases dans $L^2(\mathbb{R})$ de la forme :

$$\{\psi_{j,k}\}_{j, K \in \mathbb{Z}} = \{2^{j/2} t, K\}_{j, K \in \mathbb{Z}} \quad (\text{II.10})$$

La décomposition de $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ peut s'écrire alors :

$$\sum_{j,k} \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \psi_{j,k}(t) \quad (\text{II.11})$$

Ou $\langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi_{j,k}}(2^{-j/2} t - K) dt$

$\langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle$ Représenté les coefficients qui sont décarrelés entre eux.

La fonction continue f est alors entièrement représentée par la fonction discrète $C_{f(j,k)}$

$$C_{f(j,k)} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (\text{II.12})$$

II.3. Propriétés des ondelettes

II.3.1. La symétrie

Cette propriété est très importante en traitement numérique des images, la seule base qui possède cette propriété dans le cas orthogonal est la base de Haar. Les filtres associés aux bases d'ondelette bi-orthogonale sont symétriques, c'est-à-dire phases linéaires. C'est pourquoi, les ondelettes bi-orthogonales ont été introduites et sont abondamment utilisées.

II.3.2. Régularité

La régularité de l'ondelette est cruciale pour la compression. Cette caractéristique permet de trouver des singularités dans un signal. Elle entraîne une amplitude significative sur les coefficients d'ondelettes, indiquant une singularité dans le signal, et une décroissance des valeurs de coefficients avec l'échelle de résolution. La décroissance des coefficients en fonction de l'échelle est donc essentielle car on veut obtenir les coefficients d'ondelettes les plus petits possibles (afin de les annuler) pour tous les détails du signal. Il est évident que la régularité et les moments nuls d'une ondelette sont liés[23].

II.3.3. Compacité

La régularité de l'ondelette résultante est augmentée par la compacité de la fonction d'échelle. Cependant, l'effet de ces convolutions est d'augmenter progressivement la taille du support d'ondelette. Par exemple, les ondelettes de Daubechies ont une forme orthogonale et un support compact. Ils ont été créés pour assurer une certaine régularité en annulant un nombre fixe (p) de ses moments.

Il est donc impossible d'avoir des ondelettes compacité et compactes. Par conséquent, les propriétés de régularité et de décroissance à l'infini sont combinées. De plus, la propriété de support compact garantit une grande précision dans le calcul des coefficients car elle évite les problèmes de troncature s'il s'agit d'un support compact suffisamment étroit pour être considéré bien localisé dans le temps[20].

II.3.4. Orthogonalité

L'orthogonalité permet de minimiser la redondance, autorisant un codage efficace grâce aux faibles nombres de coefficients.

L'orthogonalité simplifie la reconstruction qui reste néanmoins possible même lorsque cette propriété est vérifiée.

La redondance (non orthogonalité) n'empêche pas la reconstruction, mais la rend plus compliquée, elle donne cependant plus de robustesse dans les calculs et une meilleure précision de reconstruction.

II.3.5. Localisation

La borne d'incertitude du principe de Heisenberg, qui garantit une meilleure localisation, peut être utilisée pour mesurer la localisation en temps et en fréquence. Une mauvaise localisation induit un étalement de l'énergie du signal autour d'un instant moyen et d'une fréquence moyenne pour une échelle donnée lorsque cette incertitude est atteinte[25].

II.4. Les bandelettes

II.4.1. Première génération de bandelettes

La première génération de la transformée en bandelettes a été proposée par Le Pennec dans sa thèse [46]. Elles sont obtenues à partir de déformations d'ondelettes anisotropes permettant via une rectification d'exploiter la régularité de la fonction selon sa direction de régularité maximale. Les bases de bandelettes décomposent une image selon des vecteurs multi échelles allongés le long d'un flot géométrique indiquant des directions de régularité de l'image[26].

II.4.1.1. Géométrie

Le lien entre les directions de régularité maximale et contours est fort puisque la tangente à un contour est une direction de régularité maximale. La notion de direction de régularité est cependant plus générale et plus facile à estimer.

a. Contours, courbes et flots

Les approches issues de la vision recherchent les contours dans les images et les considèrent comme une source centrale d'information. La géométrie de l'image est représentée par ses contours, c'est-à-dire par des courbes. Chaque courbe C peut être paramétrée par sa paramétrisation normale, la paramétrisation par l'abscisse curviligne s :

$$C = \{c(s) = (c_1(s), c_2(s)), s \in \mathbb{R}, c_1: \mathbb{R} \mapsto [0,1] \text{ et } c_2: \mathbb{R} \mapsto [0,1]\} \quad (\text{II.13})$$

Ou par n'importe quelle autre paramétrisation. Au-delà de l'information de position, la courbe donne une information de direction, sa tangente indique la direction qui ne la traverse pas et qui est donc une direction de régularité maximale [15].

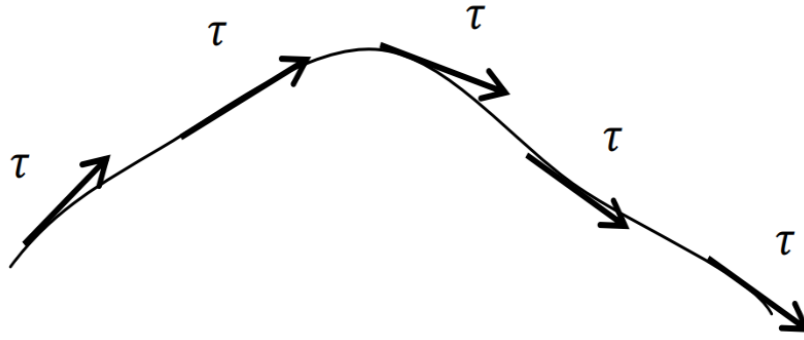


Figure II.3 : Un contour C et son flot τ défini par sa tangente.

On parle de flot τ le long du contour pour désigner le vecteur unitaire de cette direction de régularité maximale le long du contour

$$\tau(c(s)) = c'(s) = \begin{pmatrix} c'_1(s) \\ c'_2(s) \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Ce flot peut s'étendre au voisinage du contour grâce à cette notion de régularité maximale et est beaucoup mieux défini que la position. En effet, pour tout contour la direction de régularité peut être mesurée tandis que la position ne peut être déterminée que dans le cas des contours nets[20].

II.4.1.2. Bandelettes

Les bandelettes sont obtenues à partir d'une déformation locale w de l'espace permettant d'aligner la direction de régularité avec une direction fixe et de se ramener à une base séparable.

a. Déformation de l'espace

On souhaite trouver une transformation w du plan telle que l'action de son gradient ∇w sur la direction $\tau(x)$ au point x donne une direction constante τ_0

$$(\nabla w)(\tau(x)) = \tau_0 \quad (\text{II.15})$$

Afin de rectifier celle-ci. La courbe C peut dans ce cas être paramétrée par c de sorte que

$$C = \{(x_1, c(x_1))\} \quad (\text{II.16})$$

et la transformation w est alors

$$w: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x_1, x_2) \mapsto (x_1, x_2 - c(x_1)) \quad (\text{II.17})$$

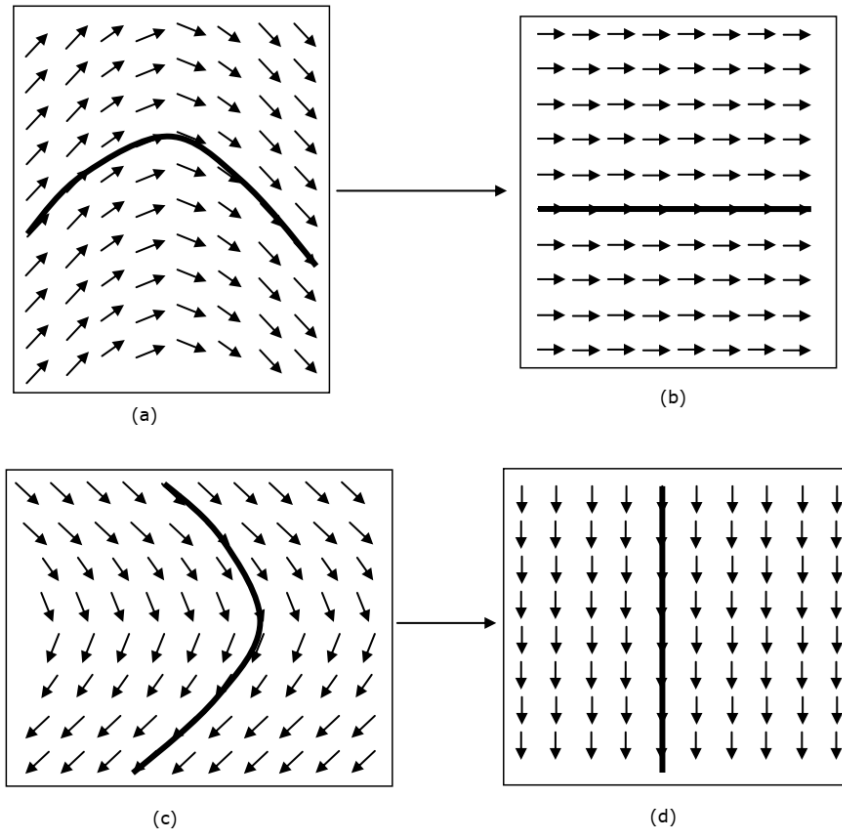


Figure II.4 : Déformation horizontale et déformation verticale : (a) une courbe horizontale et son flot, (b) la courbe rectifiée et son flot strictement horizontal, (c) une courbe verticale et son flot, (d) la courbe rectifiée et son flot strictement vertical.

b. Operateur de déformations sur les fonctions

Dans le cas des flots constants selon la direction verticale et jamais verticaux, on définit un opérateur de déformation W qui agit sur les fonctions à partir de la transformation w de sorte que [27] :

$$Wf(w(x)) = f(x) \quad (\text{II.18})$$

Soit

$$Wf(x) = f(w^{-1}(x)) \quad (\text{II.19})$$

$$Wf(x) = f(x_1, x_2 + c(x_1)) \quad (\text{II.20})$$

c. Bandelettes

On souhaite maintenant introduire des bases utilisant la régularité géométrique. Pour cela, on se ramène à la fonction Wf qui est régulière selon la direction horizontale et potentiellement irrégulière selon la direction verticale. On décompose alors celle-ci dans une base séparable B :

$$B = \{g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2)\}, m_1 \in \mathbb{Z}, \text{ et } m_2 \in \mathbb{Z} \quad (\text{II.21})$$

où les familles $g_{m_1}^1, m_1 \in \mathbb{Z}$ et $g_{m_2}^2, m_2 \in \mathbb{Z}$ sont deux bases monodimensionnelles. Ceci permet de traiter différemment les deux directions.

On calcule dans cette décomposition des produits scalaires

$$\langle Wf, g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2 \rangle \quad (\text{II.22})$$

On se ramène à des produits scalaires avec f à l'aide de la transposée de l'opérateur W

$$\langle Wf, g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2 \rangle = \langle W, f * g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2 \rangle \quad (\text{II.23})$$

Avec

$$W * g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2(x_1, x_2) = g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1)) \quad (\text{II.24})$$

Comme on le vérifie avec le calcul suivant :

$$\langle Wf, g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2) \rangle = \int_x Wf(x) g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2) dx \quad (\text{II.25})$$

Soit en insérant l'expression de Wf

$$\int_x f(x_1, x_2 - c(x_1)) g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2) dx \quad (\text{II.26})$$

Puis par un changement de variable en x_2

$$\int_x f(x_1, x_2) g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1)) dx \quad (\text{II.27})$$

$$\langle Wf, g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2) \rangle = \langle f, g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1)) \rangle \quad (\text{II.28})$$

Les produits scalaires

$$\langle Wf * g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2 \rangle \quad (\text{II.29})$$

Correspondent à la décomposition de f dans une base orthonormée, celle définie par

$$B_c = \{W * g_{m_1}^1 \otimes g_{m_2}^2\}, m_1 \in \mathbb{Z}, \text{ et } m_2 \in \mathbb{Z} \quad (\text{II.30})$$

$$B_c = \{g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1))\}, m_1 \in \mathbb{Z}, \text{ et } m_2 \in \mathbb{Z} \quad (\text{II.31})$$

On appelle bandelette les éléments de cette base.

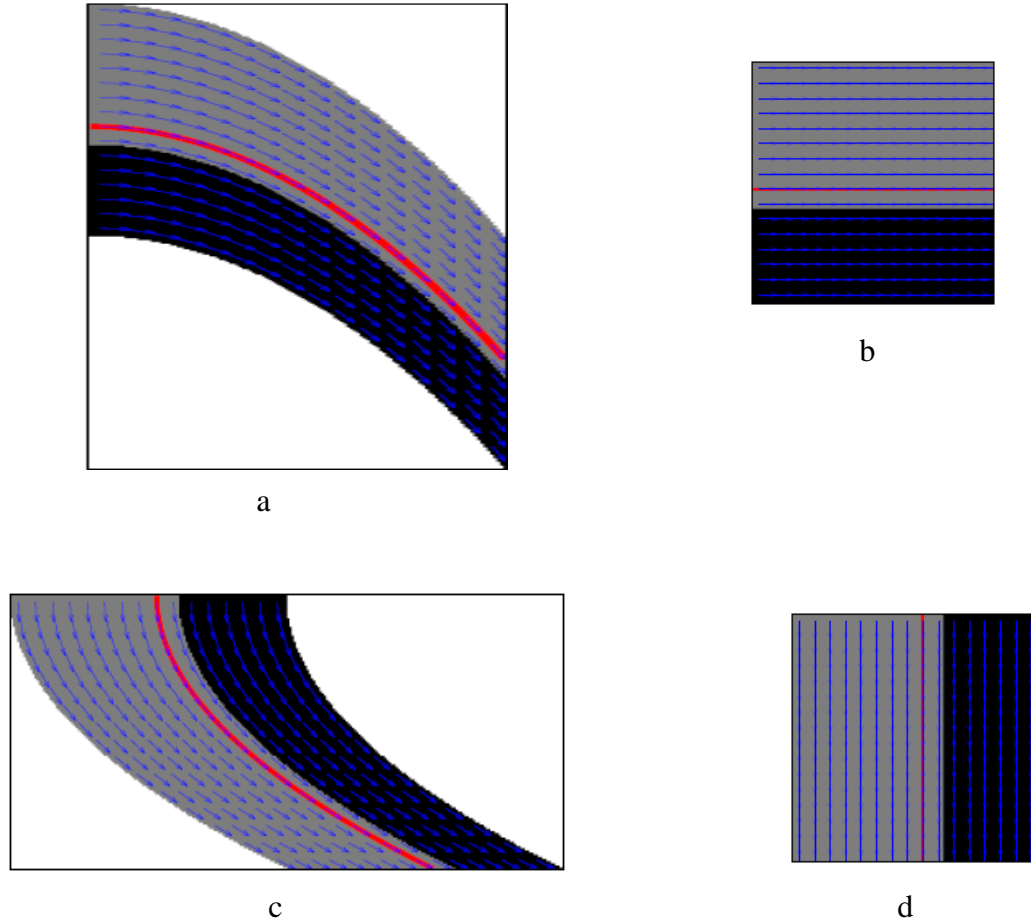


Figure II.5 : Déformation des images : (a) une image ayant un flot horizontal, (b) son image par l'opérateur W , (c) une image ayant un flot vertical, (d) son image par l'opérateur W .

d. Rôle et choix des deux bases

Le choix des bases $\{g_{m_1}^1\}$ et $\{g_{m_2}^2\}$ est crucial pour l'efficacité des bandelettes. Leurs rôles sont très différents bien que finalement on choisisse d'utiliser des ondelettes monodimensionnelles dans les deux cas. [20]

La base $\{g_{m_1}^1\}$ est alignée avec la direction de régularité et doit donc permettre d'exploiter ceci.

La base $\{g_{m_2}^2\}$ est alignée avec une direction dans laquelle la fonction peut présenter des singularités, elle doit donc permettre de représenter efficacement celles-ci.

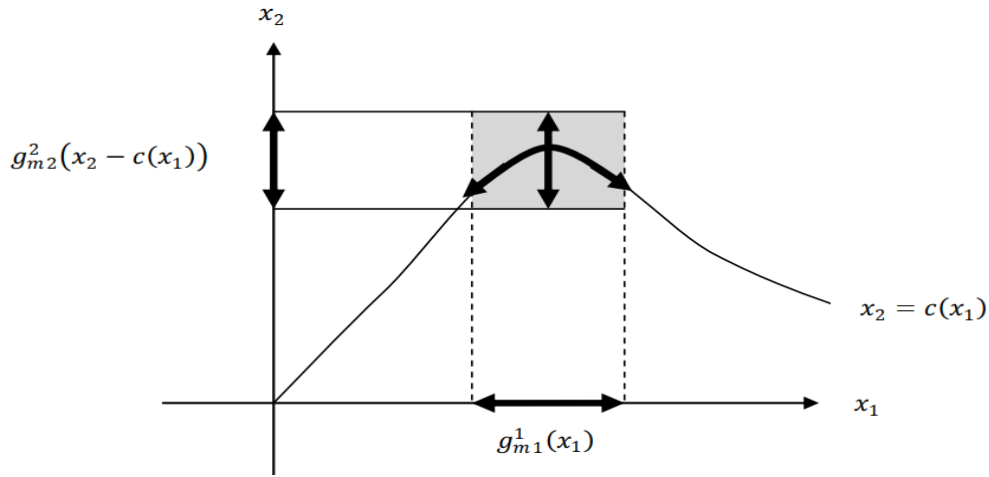


Figure II.6 : Une bandelette au voisinage d'un contour paramétré par $x_2 = c(x_1)$

La bandelette $g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1))$ à un support (grise) qui suit le contour, l'analyse selon x_1 suit le contour tandis que celle selon x_2 le traverse.

La base $\{g_{m_1}^1\}$ est utilisée pour capturer une régularité uniforme, La base $\{g_{m_2}^2\}$ pour sa part, doit permettre de reproduire efficacement les singularités. Les bases d'ondelettes monodimensionnelles permettent de représenter les régularités uniformes et les singularités, elles sont par conséquent utilisées. Dorénavant, les bandelettes sont issues d'un produit de deux ondelettes monodimensionnelles à support compact. Ces produits tensoriels correspondent aux ondelettes anisotropes. Les bases de bandelettes de l'espace tout entier sont de la forme [23] :

$$B_c = \{g_{m_1}^1(x_1)g_{m_2}^2(x_2 - c(x_1))\}, m_1 \in \mathbb{Z}, \text{ et } m_2 \in \mathbb{Z} \quad (\text{II.32})$$

$$B_c = \{W * (\psi_{j_1, k_1} \otimes \psi_{j_2, k_2})\}, (j_1, k_1) \in \mathbb{Z}^2, \text{ et } (j_2, k_2) \in \mathbb{Z}^2 \quad (\text{II.33})$$

$$B_c = \{\psi_{j_1, k_1}(x_1)\psi_{j_2, k_2}(x_2 - c(x_1))\}, (j_1, k_1) \in \mathbb{Z}^2, \text{ et } (j_2, k_2) \in \mathbb{Z}^2 \quad (\text{II.34})$$

e. Base de bandelettes

Au lieu de représenter la géométrie des images par des contours, qui sont bien souvent mal définis, celle-ci est définie par des flots géométriques. Les vecteurs d'un flot géométrique indiquent des directions où l'image a localement des variations régulières. Les bases orthonormées de bandelettes sont construites en divisant l'image en régions où ces flots restent parallèles.

Les bandelettes sont construites à partir d'ondelettes bidimensionnelles déformées le long du flot géométrique. Dans une région Ω , le flot géométrique est un champ de vecteur $\vec{v}(x_1, x_2)$ qui donne une direction dans laquelle la fonction f est régulière dans un voisinage.

Afin d'exploiter la régularité, les ondelettes bidimensionnelles sont déformées pour suivre le flot. L'image déformée $Wf(x_1, x_2) = Wf(x_1, x_2 + c(x_1))$ est régulière le long des lignes horizontales.

On utilise alors pour la région déformée :

$$\Omega' = W\Omega = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2 + c(x_1)) \in \Omega\} \quad (\text{II.35})$$

La base d'ondelettes bidimensionnelles de $L^2(\Omega')$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \emptyset_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2) \\ \varphi_{j,m_1}(x_1)\emptyset_{j,m_2}(x_2) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2) \end{array} \right\} j, m_1, m_2 \in I_{\Omega'} \quad (\text{II.36})$$

L'opérateur de déformation W étant orthogonal, l'application de son inverse à ces ondelettes donne une base orthonormée de $L^2(\Omega)$ que l'on appelle base d'ondelettes déformées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \emptyset_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\emptyset_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \end{array} \right\} j, m_1, m_2 \in I_{\Omega'} \quad (\text{II.37})$$

Afin d'exploiter la régularité de la fonction f selon le flot, on remplace les ondelettes déformées de la forme :

$$\{\emptyset_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1))\}_{m_1, m_2} \quad (\text{II.38})$$

Par la famille de fonctions engendrant le même espace

$$\{\psi_{l,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1))\}_{l > j, m_1, m_2} \quad (\text{II.39})$$

Cette opération est appelée bandéletisation et on vérifie qu'elle s'implémente par une simple transformée en ondelettes monodimensionnelles discrètes.

Les fonctions :

$$\psi_{l,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \quad (\text{II.40})$$

Sont appelées bandelettes du fait de leur support allongé selon les lignes de flots. La base orthonormée de bandelettes du domaine Ω est donc définie par

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\emptyset_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \\ \psi_{j,m_1}(x_1)\psi_{j,m_2}(x_2 - c(x_1)) \end{array} \right\} j, l > j, m_1, m_2 \in I_{\Omega'} \quad (\text{II.41})$$

II.4.2. Seconde génération de bandelettes

La seconde génération de bandelettes développée par Peyré [17] ne suit pas le même raisonnement. Cette nouvelle transformée en bandelettes est construite au-dessus d'une transformée en ondelettes 2D.

L'objectif de ces bandelettes est d'exploiter les régularités géométriques le long des contours dans les sous-bandes de la transformée en ondelettes. Pour cela, une approximation polynomiale est effectuée sur des bandes qui suivent la géométrie. Peyré étend la théorie des multi-ondelettes d'Alpert [28] au cas 2D : il utilise des polynômes déformés 2D à la place des polynômes 1D.

II.4.2.1. Corrélation des coefficients d'ondelettes

Après transformée en ondelettes, il est encore possible d'observer des dépendances entre les coefficients transformés. La figure II.7(b), représente-la transformée en ondelettes de l'image de la figure II.7(a).

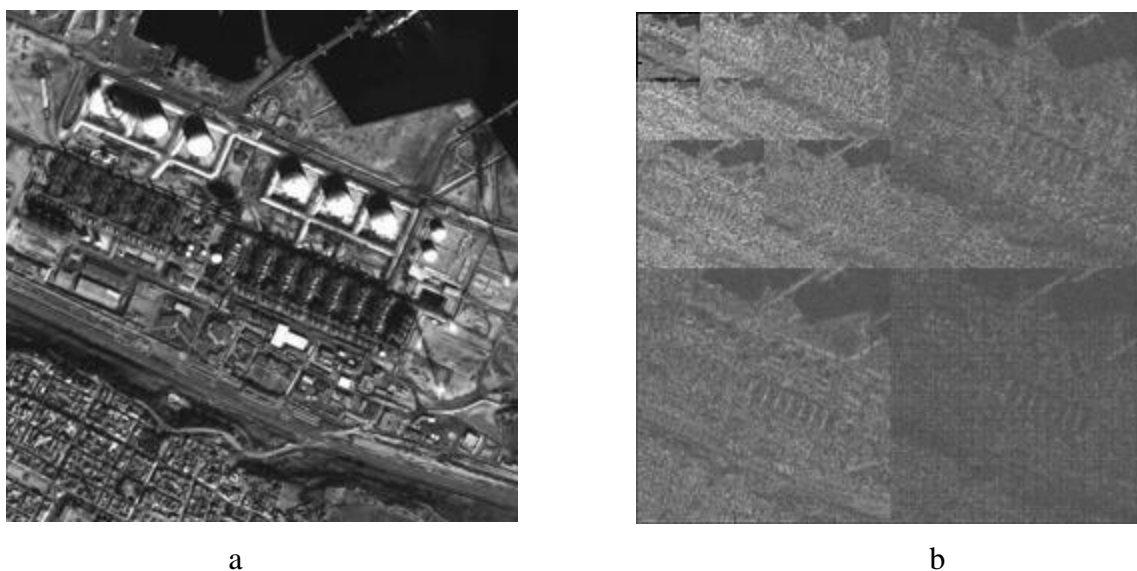


Figure II.7 : Image Arzew, Algérie (a) et la transformée en ondelettes de cette image (b).

En mesurant l'information mutuelle entre deux ou plusieurs coefficients d'ondelettes, Liu et Moulin [29] ont étudié les dépendances inter- et intra-échelles. Dans un voisinage très local, il y a des dépendances statistiques entre les coefficients d'ondelettes. X. Delaunay, C. Thiebaut et V. Charvillat ont étudié les dépendances statistiques entre les coefficients d'ondelettes dans un environnement très local et ont également étudié les coefficients de corrélation entre les coefficients d'ondelettes non quantifiés.

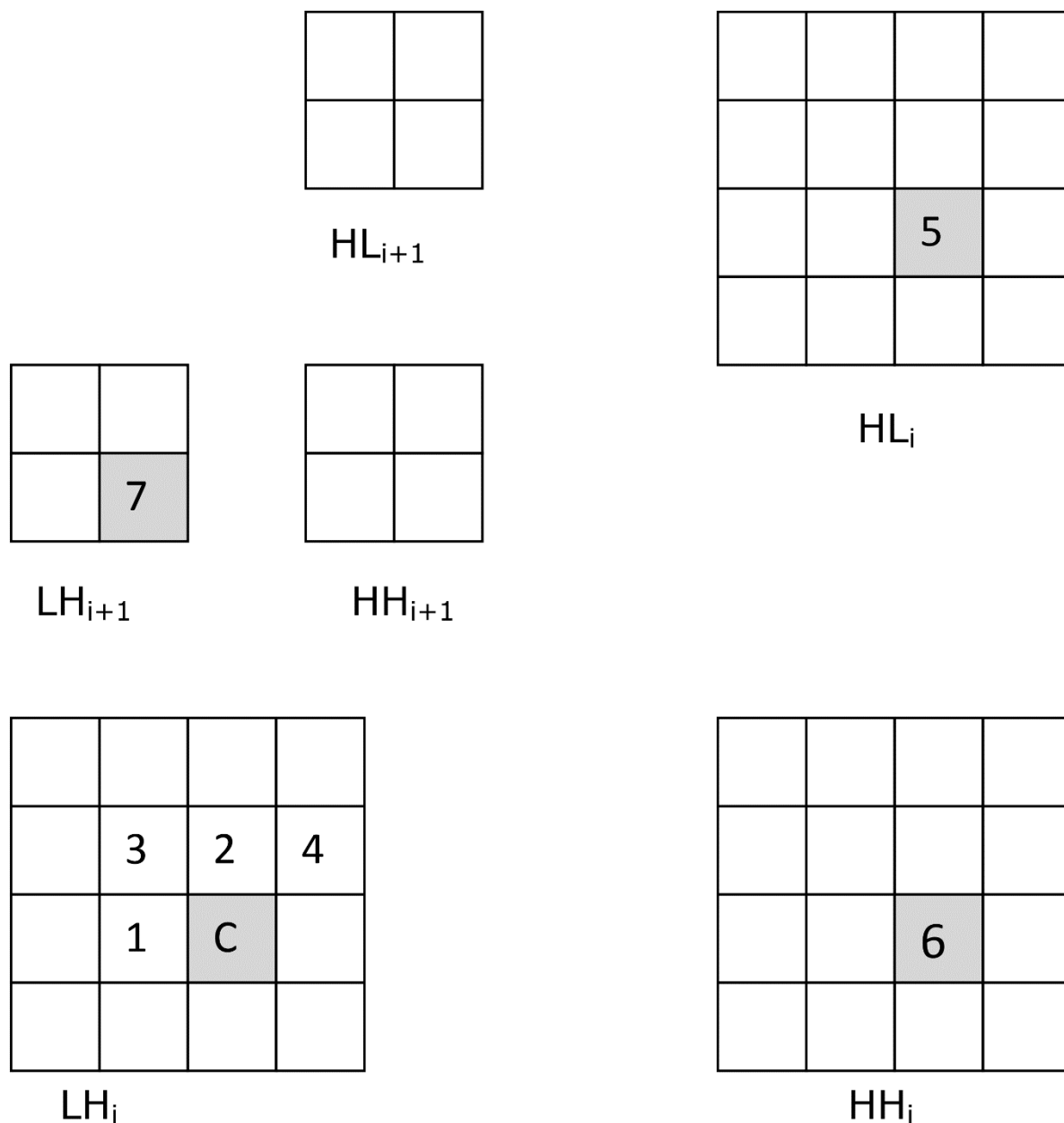


Figure II.8 : Définition d'un voisinage dans le domaine ondelettes.

Un coefficient d'ondelettes C est pris en compte et un ensemble de sept voisins sont définis dans la transformée en ondelettes. La figure II.8 montre ce voisinage. Le coefficient C est dans la même sous-bande que les voisins numérotés de 1 à 4. Dans les sous-bandes à la même résolution, les voisins numérotés 5 et 6 sont les cousins du coefficient C , tandis que le voisin numéroté 7 est son parent dans la sous-bande à la résolution inférieure. Dans la résolution 3, ce dernier n'est pas défini pour un coefficient dans les sous-bandes. Sur les ondelettes transformées, les coefficients de corrélation entre le coefficient C et chacun de ses sept homologues sont représentés à la figure II.9.

En considérant successivement l'ensemble des coefficients de chaque sous-bande comme les réalisations d'une variable aléatoire, ces coefficients de corrélation ont été obtenus. Les coefficients directement voisins numérotés 1 et 2 ont des coefficients de corrélation de plus de 0,4 en valeur absolue. En valeur absolue, les coefficients de corrélation entre les sous-bandes et les échelles sont toujours inférieurs à 0,05. De plus, la corrélation entre les coefficients d'ondelettes diminue à mesure que l'échelle de la transformée augmente.

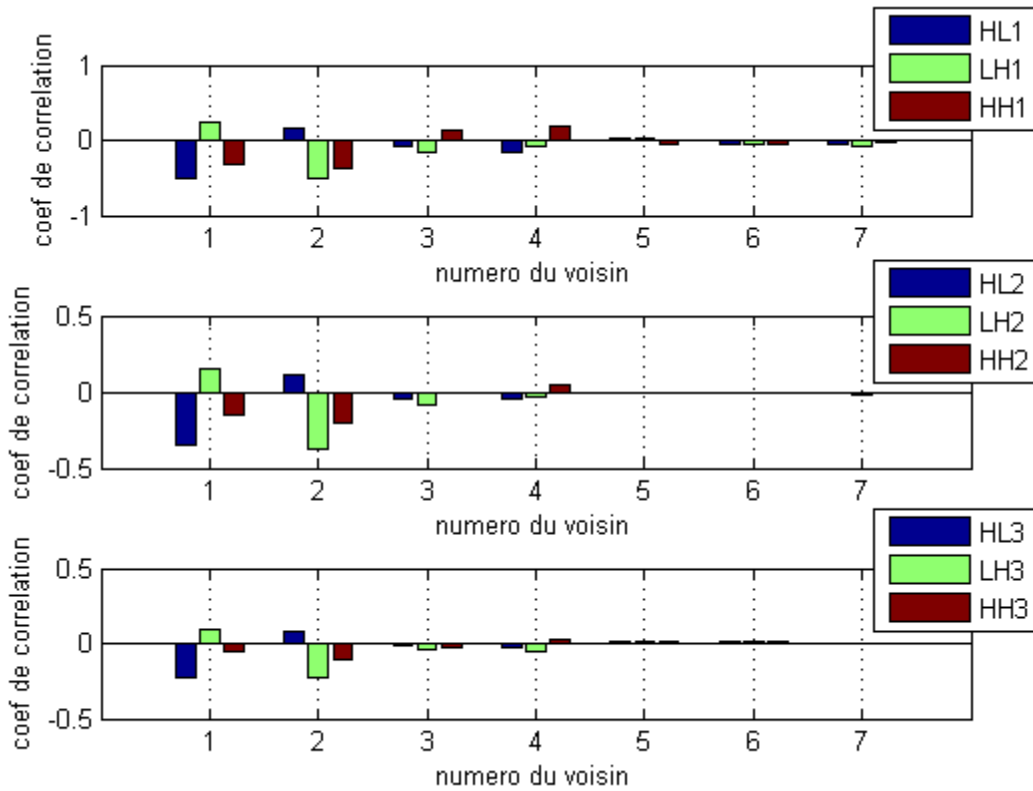


Figure II.9 : Coefficients de corrélation entre coefficients d'ondelettes.

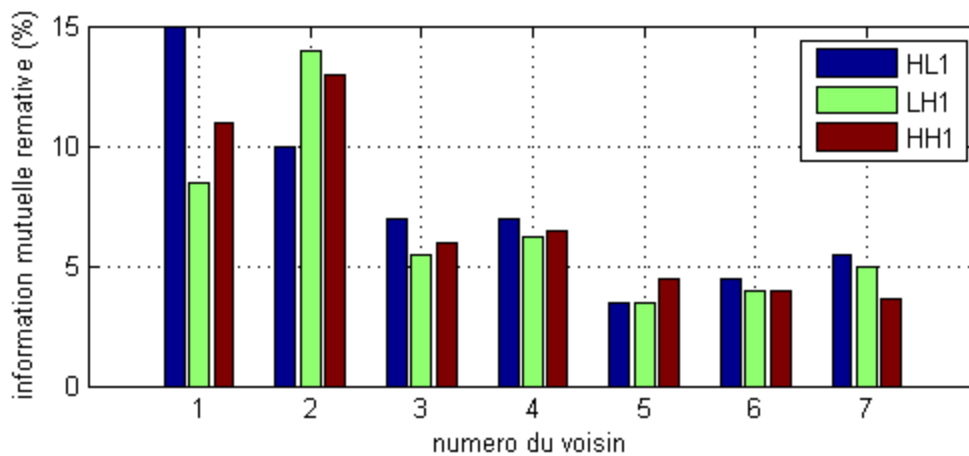


Figure II.10 : Information mutuelle relative entre coefficients d'ondelettes

II.4.2.2. Corrélation géométrique

Dans la section précédente, nous avons mis en évidence l'existence de dépendances entre coefficients d'ondelettes voisins. Ces dépendances sont observables dans la transformée en ondelettes de n'importe quelle image naturelle et ont un caractère structurel lié aux filtres d'ondelettes.

Les contours sont inefficacement représentés par la transformée en ondelettes 2D séparables. En effet, puisque les filtres sont appliqués horizontalement et verticalement, alors que des contours interviennent dans toutes les orientations, cette transformée n'est capable d'exploiter les régularités géométriques que dans les directions des deux axes. Les corrélations entre les coefficients d'ondelettes peuvent exister le long d'un contour dans une image, mais elles sont uniques car elles n'existent que dans des zones spécifiques de la transformée en ondelettes. Même à longue distance, les coefficients de corrélation de la transformée en ondelettes 2 à 2 montrent des corrélations supérieures à 0,7. [21]

Une transformation géométrique vise à ajuster l'orientation des composants de base à la direction des contours. Il est important de garder à l'esprit que ces corrélations à longue distance, qui ne peuvent être observées que le long des contours, sont exceptionnelles. Les dépendances statistiques mentionnées dans la section précédente ont une importance accrue. Les contours ne représentent qu'une infime partie des images naturelles, en effet. Les textures sont beaucoup plus importantes.

II.4.2.3. Base de bandelettes orthogonales

Les bases de bandelettes orthogonales [27] sont introduites pour obtenir une approximation par seuillage dans une meilleure base.

a. Segmentation en quadtree

Une segmentation en quadtree de $[0,1]^2$ est obtenue par subdivisions successives du carré initial en quatre carrés de tailles égales. La figure II.11(a) montre les étapes de subdivision menant à la construction d'un quadtree, tandis que la figure II.11(b) illustre l'arbre quaternaire permettant de représenter cette subdivision.

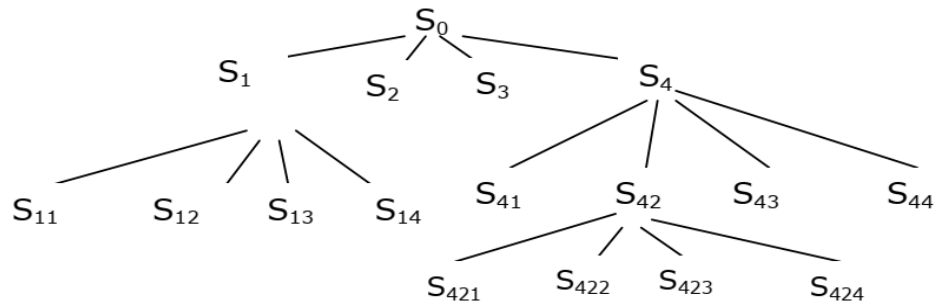
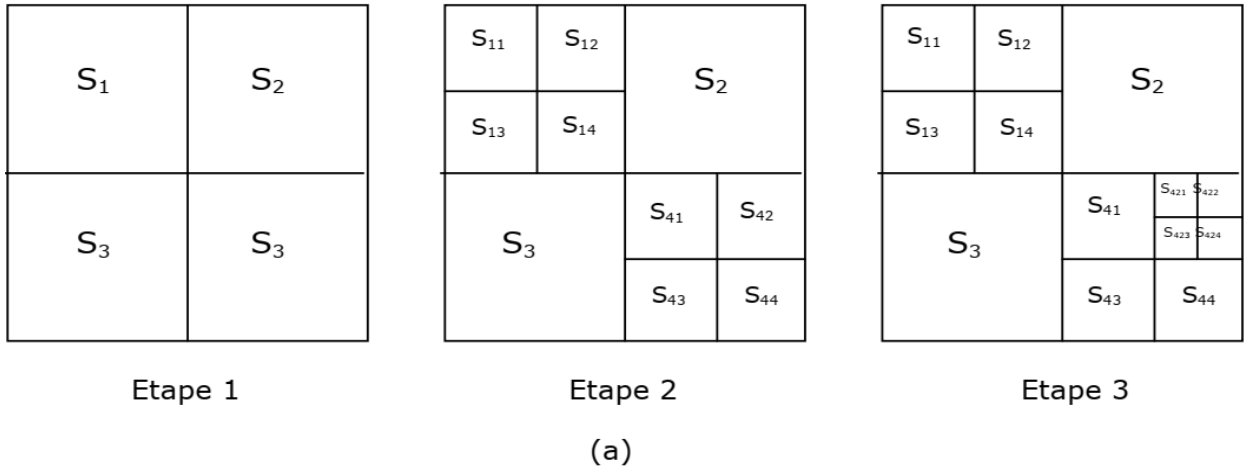


Figure II.11 : Construction d'un quadtree par subdivisions successives.

Ceci mène à une segmentation de $[0,1]^2$ en des carrés de tailles dyadiques. On cherche une segmentation Q_j^k qui encapsule les courbes de singularité par un ensemble de carrés de taille b et qui remplissent les zones restantes par des grands carrés. [12]

b. Construction d'une base de bandelettes

Soit $S \subset [0,1]^2$ un carré de largeur b en dessus d'une transformée en ondelettes à une échelle 2^j et orientation k contenant une courbe de singularité paramétrée horizontalement par γ , $\tilde{\gamma}_s$ une orientation approchée dans S , comme le montre la figure II.12.

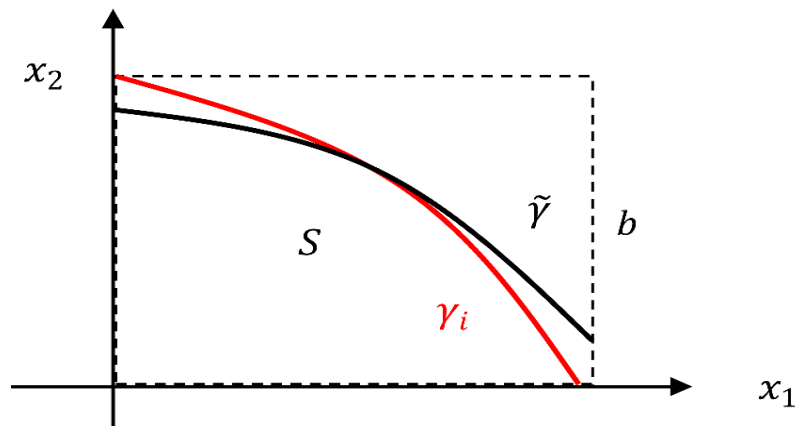


Figure II.12 : Courbe γ et sont orientation approchée $\tilde{\gamma}$

On définit la base de bandelettes $\mathcal{B}(S, \tilde{\gamma})$ de $l^2(s)$ par [25]:

$$\mathcal{B}(S, \tilde{\gamma}) = \{\Psi_{ls} - 2j \log_2 \leq l \leq 0\} \text{ et } 0 \leq i \leq m_l - 1 \quad (\text{II.42})$$

Soit $\Gamma_j^k = (Q_j^k, \{\tilde{\gamma}_s\})$, $S \in Q_j^k$ une segmentation en quadtree Q_j^k de $[0,1]^2$ à une échelle 2^j et orientation k , auquel on ajoute, pour chaque carré $S \in Q_j^k$ une géométrie approchée $\tilde{\gamma}$. Une base de bandelettes $\mathcal{B}(\Gamma_j^k)$ de l'espace entier de coefficients $l_j^2([0,1]^2)$ est définie par

$$\mathcal{B}(\Gamma_j^k) = \bigcup_{S \in Q_j^k} \mathcal{B}(S, \tilde{\gamma}) \quad (\text{II.43})$$

Un vecteur de bandelettes $\Psi_\mu \in \mathcal{B}(\Gamma_j^k)$ est ainsi spécifié par $\mu = (j, k, S, \tilde{\gamma}_s, l, i)$ où 2^j est l'échelle de la transformée en ondelettes 2D et $k \in \{V, H, D\}$ est l'orientation. $S \in Q_j^k$ est un carré dyadique de largeur $b = L = 2^j$ où L est une puissance de 2. $\tilde{\gamma}_s$ est une géométrie approchée.

$l \in -2^j \log_2 L, \dots, 0$ et $i \in \{1, \dots, 2^{-l}\}$ sont l'échelle et l'index d'un vecteur Ψ_{ls} dans la base de bandelettes orthogonales $\mathcal{B}(S, \tilde{\gamma}_s)$.

Nous avons ainsi défini $\forall x_n S \in Q_j^k, \Psi_\mu[n] = \Psi_{li}[n]$ où $\mathcal{B}(S, \tilde{\gamma}_s) = \{\Psi_{li}\}_{l,i}$

Ces vecteurs discrets $\Psi_\mu \in l^2([1,2]^2)$ peuvent être transformés en fonction $\tilde{\Psi}_\mu \in L^2([1,2]^2)$ en définissant :

$$\tilde{\Psi}_\mu = \Psi_\mu[n] \psi_{jn}^k \quad (\text{II.44})$$

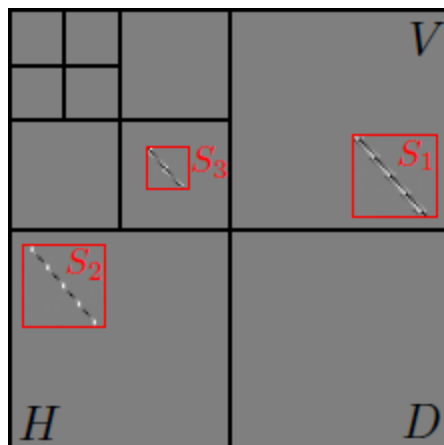
On peut ainsi transformer un ensemble $\{\mathcal{B}(\Gamma_j^k)\}_{k,j \leq 0}$ de bases de bandelettes discrètes en une unique base de fonctions de $L^2([0,1]^2)$ définie par :

$$\mathcal{B}(\Gamma) = \bigcup_{k,j \leq 0} \{\tilde{\Psi}_\mu / \Psi_\mu \in \mathcal{B}(\Gamma_j^k)\} \text{ où } \Gamma = \bigcup_{k,j \leq 0} \Gamma_j^k \quad (\text{II.45})$$

La projection d'une fonction f sur les fonctions de $\mathcal{B}(\Gamma)$ est calculée en effectuant tout d'abord une transformée en ondelettes 2D, puis en projetant les coefficients en ondelettes f_j^k sur la base discrète 2D $\mathcal{B}(\Gamma_j^k)$.

La figure II.13 montre plusieurs vecteurs discrets Ψ_{li} ainsi que les fonctions bandelettes interpolées $\tilde{\Psi}_{li}$. En haut de la figure, on peut voir la localisation des vecteurs discrets à l'intérieur de carrés dans le domaine des ondelettes à une échelle 2^j et orientation k . Ces fonctions sont aussi régulières que les fonctions d'ondelettes 2D utilisées. Bien que chaque quadtree segmente

l'espace des coefficients en carrés disjoints, la reconstruction après une décomposition en bandelettes souillée ne souffre pas d'effets de blocs. [29]



Localisation en ondelettes

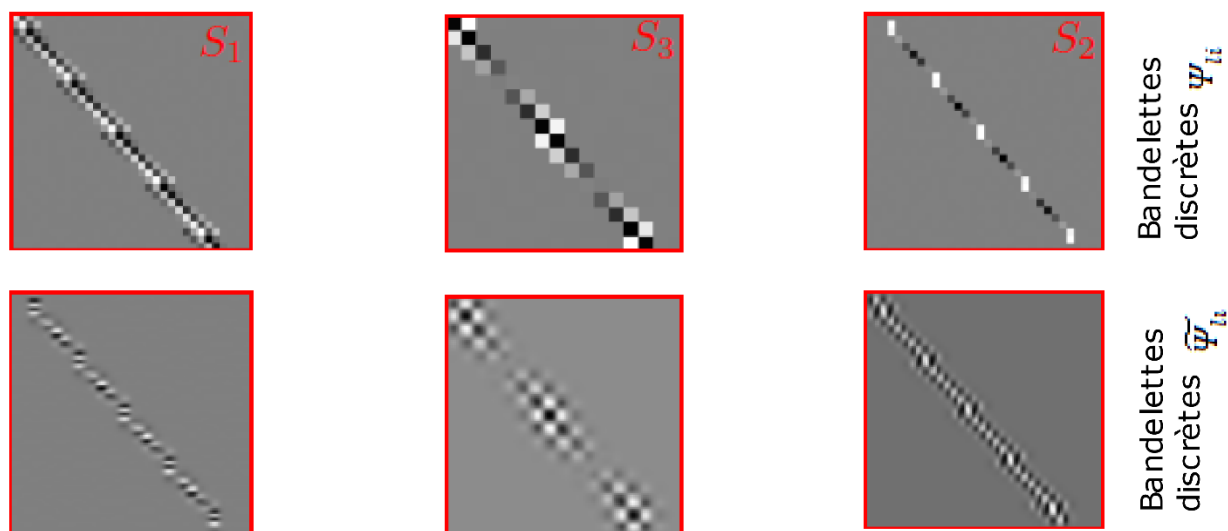


Figure II.13 : Dessin des bases de bandelettes pour plusieurs échelles 2^j

II.5. Transformée en Bandelettes

La transformée en bandelettes, introduite par Le Pennec et Mallat dans [30], construit une base adaptée au contenu géométrique d'une image. Pour des fonctions avec une régularité géométrique, l'approximation dans une meilleure base de bandelettes permet d'avoir une décroissance asymptotique de l'erreur optimale. La construction originale de [30] effectue d'abord une déformation locale sur des sous-carrés pour aligner la singularité avec la direction horizontale ou verticale. Une étape de bandelétisation utilisant des produits tensoriels d'ondelettes est ensuite appliquée pour absorber la régularité le long de la géométrie.

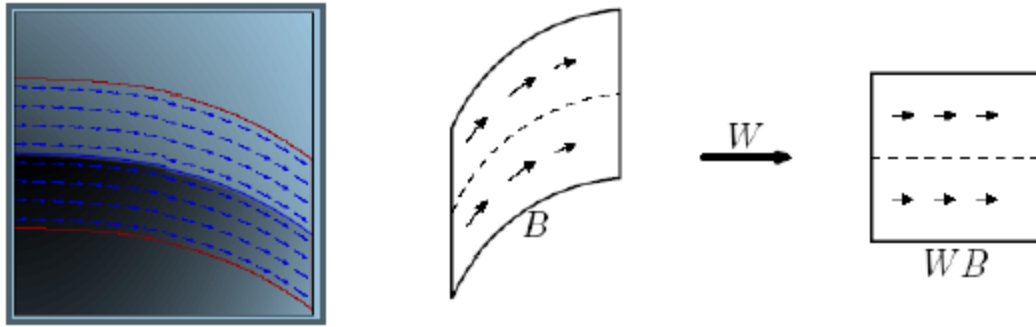


Figure II.14 : Exemple de modèle d'horizon et déformation du domaine selon un flot géométrique [30].

La construction d'une base de bandelettes s'effectue sur un domaine B où la fonction f considérée est un modèle d'horizon, comme montré à la figure II.14. La bande B contient une unique courbe de singularité, que l'on peut approcher par une courbe paramétrée (par exemple horizontalement) par $x_2 = \gamma(x_1)$. L'opérateur de déformation permet de définir le domaine déformé $WB \stackrel{\text{def}}{=} w(B)$ (supposé carré), ainsi que la fonction warpée $Wf(x) = f(w^{-1}(x))$.

$$\forall x \in B, w(x) = (x_1, x_2 - \gamma(x_1)) \quad (\text{II.46})$$

À partir d'une fonction d'ondelette 1D ψ associée à une fonction d'échelle \emptyset on peut définir une base d'ondelettes déformées de $L^2(B)$:

$$\left\{ \psi_{j,n}^k(w(x)) \mid j \leq j_{WB}, n \in I_{WB} \text{ et } k \in \{V, H, D\} \right\} \quad (\text{II.47})$$

où $2^{j_{WB}}$ est la taille du carré WB et I_{WB} est un ensemble d'indices de positions.

Les ondelettes verticales ψ_{jn}^V et diagonales ψ_{jn}^D possèdent des moments nuls le long de γ , elles sont donc adaptées pour l'approximation de f qui est régulière le long de γ . Ce n'est pas le cas des ondelettes horizontales ψ_{jn}^H , qu'il faut remplacer par de nouvelles fonctions anisotropes définies par :

$$\forall j_1, j_2 \leq j_{WB}, \psi_{j_1 j_2 n}^H(w(x)) \stackrel{\text{def}}{=} \psi_{j_1 j_1}(x_1) \psi_{j_2 j_2}(x_2 - \gamma(x_1)) \quad (\text{II.48})$$

On obtient ainsi la base orthonormée de bandelettes de $L^2(WB)$.

Pour approcher une fonction f avec une régularité géométrique, il faut segmenter le domaine $[0, 1]$ en carrés à l'intérieur desquels la fonction f est un modèle d'horizon. La figure II.15 gauche, montre une telle segmentation utilisant un quadtree.

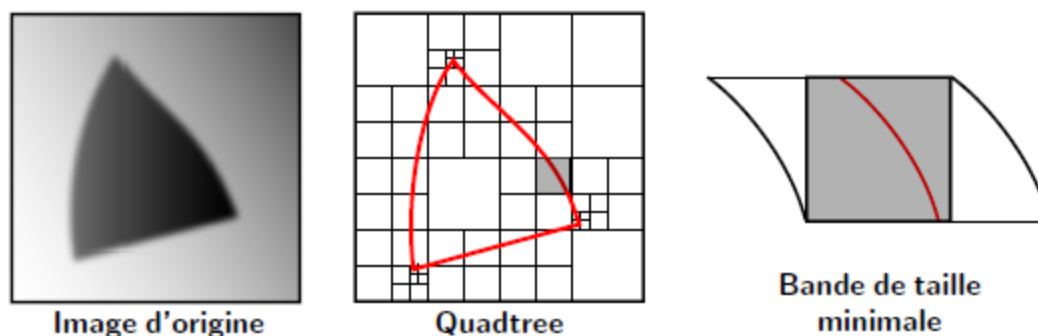


Figure II.15 : Exemple de segmentation en quadtree et bande de taille minimale pour la construction de la base de bandelette [30].

Pour pouvoir appliquer la construction précédente, il faut agrandir chaque petit carré de la segmentation pour obtenir une bande B que l'on peut ensuite warper, comme le montre la figure II.15 droite. On obtient une base de bandelettes de $L^2([0, 1]^2)$ en restreignant l'ensemble des fonctions obtenues sur chaque bande aux carrés de la segmentation.

II.5. Conclusion

Les bases d'ondes orthogonales, très efficaces pour les zones régulières, les textures homogènes et les singularités ponctuelles, ont été développées pour compenser ces défauts de la transformation en ondes tout en conservant ses avantages. Cependant, elles ne sont pas idéales pour les images car elles ne peuvent pas tirer parti de la régularité géométrique des contours.

Grâce aux bases orthogonales de bandelettes et aux zones de régularité homogènes sous la forme d'un résidu décomposé en ondelettes, la représentation en bandelettes crée efficacement les contours des images. Des résultats théoriques sur les capacités d'approximation de cette représentation peuvent être obtenus à l'aide du cadre orthonormé, démontrant leur intérêt par rapport aux bases d'ondelettes bidimensionnelles séparables. Cependant, des résultats numériques de compression doivent encore être obtenus pour confirmer ces éléments.



Chapitre III

L'algorithmme SPECK

III.1. Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter l'algorithme SPECK, dans l'étape de transformation, l'utilisation de la transformée en ondelettes permet une analyse multirésolutions de l'image. Pour la compression progressive des images numériques, cette propriété est très intéressante.

III.2. Algorithme SPECK

L'algorithme de SPECK est un codeur très efficace et moins complexe par rapport aux autres codeurs, le SPECK est semblable au SPIHT, il utilise la transformée en ondelettes sur les images comme SPIHT, la différence entre les deux réside dans le partitionnement du domaine de la transformée en ondelettes. Le principe de SPECK est d'exploiter les structures d'ensembles de coefficients non significants en blocs plutôt qu'en arbres. Initialement on part avec deux ensembles S et I , le premier contient les coefficients de basses fréquences et le seconde contient le reste. A ce niveau on utilise les listes de SPIHT :LIS et LSP ,la première contient les blocs de coefficients de taille variable(les blocs sont triés dans LIS de plus petits aux plus grands), le traitement commence par les blocs de S , Les autres coefficients appartenant à I sont traités ensuite. Nous pouvons étendre SPECK en 3D [30].

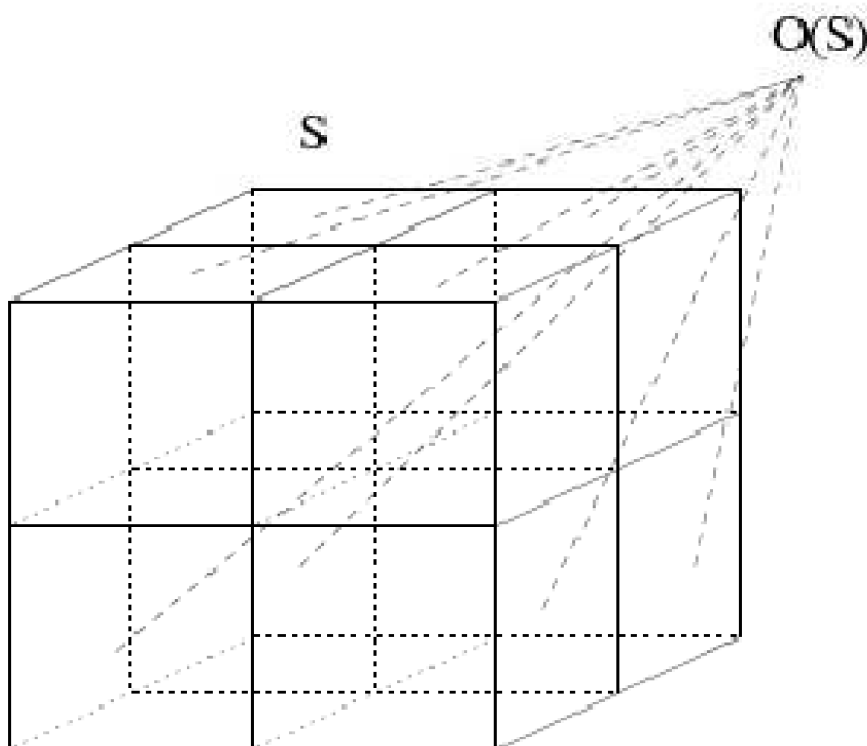


Figure III.1 : Partitionnement de l'ensemble S

III.3. Principe de l'algorithme SPECK

À l'origine, les coefficients sont divisés en deux groupes, l'un appelé S contenant les coefficients de basse fréquence et l'autre appelé I contenant le reste des coefficients (cf. figure III.2).

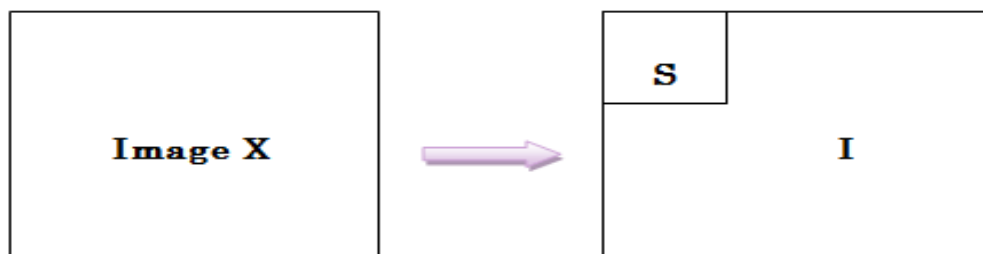


Figure III.2 : Partitionnement de l'image X en deux sous-ensembles S et le reste I.

L'algorithme SPECK consiste à effectuer des répartitions successives de l'image transformée en blocs. Lorsque tous les coefficients d'ondelettes ont des valeurs inférieures à un seuil donné, on obtient un bloc de zéros (bloc insignifiant).

On calcule le seuil T_n comme suit : $T_n = 2^n$, "n" étant la partie entière de logarithme népérien du maximum de toutes les valeurs des coefficients d'ondelettes " $C_{i,j}$ " de l'image de taille "NxM".

III.4. Etapes de l'algorithme SPECK

Pour l'algorithme SPECK, on détermine deux listes [31] :

- La liste des ensembles insignifiants (LIS) qui contient des blocs de type S de tailles variables qui n'ont pas encore été trouvés significants par rapport au seuil courant T_n .
- La liste des pixels significants (LSP) qui contient les pixels ayant été examinés significants par rapport au même seuil.

III.4.1. Initialisation

- Partitionner l'image X en deux ensembles : " S " qui prend les coefficients de la sous-bande la plus basse , et " I " qui prend le reste de l'image tel que : $I = X - S$ (cf. figure III .2).
- Envoyer :

$$n_{max} = \lfloor \log_2(\max_{(i,j) \in X} \{|C_{i,j}|\}) \rfloor \quad (III.1)$$

- Ajouter S à LIS et mettre LSP = \varnothing .

III.4.2. Etape de sortie de bits

❖ Dans l'ordre croissant de taille des listes S (les ensembles les plus petits d'abord) :

Pour chaque ensemble $S \in LIS$ faire :

- Si l'ensemble est significatif et non réduit à un seul coefficient alors, Retirer l'ensemble de la liste, le partitionner récursivement en quatre sous-blocs, sur lequel ce test est effectué à nouveau.
- Si le bloc est réduit à un seul coefficient significatif, alors, Ajouter le coefficient à LSP.
- Sinon, l'ensemble est laissé dans la LIS.

❖ Test de l'ensemble I :

- Si I est significatif, alors, Le bloc I est séparé en trois blocs correspondants au sous-bandes de plus basse-fréquences et un ensemble I contenant le reste des coefficients (cf. figure III.3). Les trois nouveaux blocs sont traités comme précédemment.
- Répéter le processus de séparation de l'ensemble I jusqu'à ce qu'il soit insignifiant.

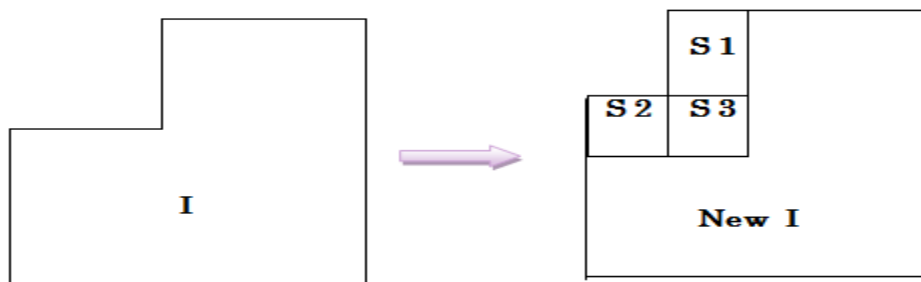


Figure III.3 : Principe de partitionnement des ensembles I.

III.4.3. Phase de raffinement

Pour chaque (i,j) LSP, à l'exception de ceux testés par la passe précédente, envoyer le bit de poids le plus fort de C_{ij} , l'algorithme correspondant est le suivant [14]:

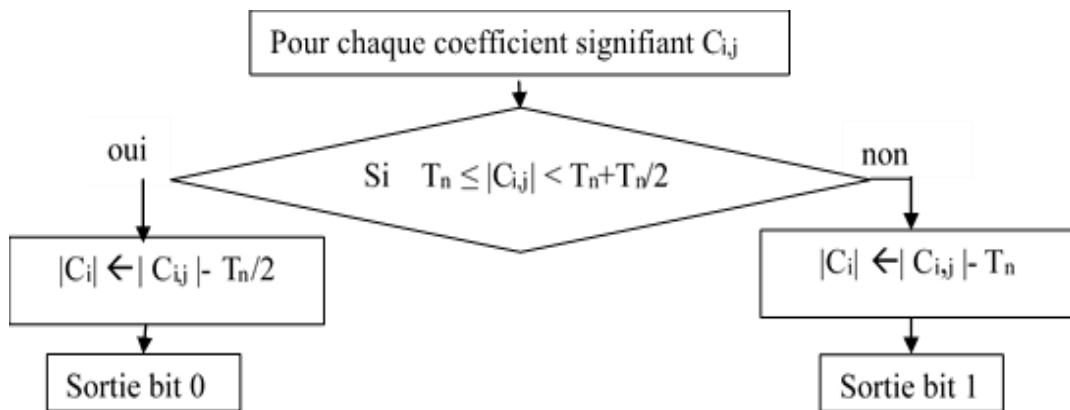


Figure III.4 : Algorithme de l'étape de raffinement des coefficients significatifs

III.4.4. Étape de la quantification

L'étape de sortie de bits sur résidu de l'image est obtenue en décrémentant n par 1. Nous étirons le processus jusqu'à ce que le critère de qualité de l'image soit atteint ou que le nombre de bits transférables soit dépassé.

III.5. Exemple d'application du SPECK

Le tableau (III.I) montre une petite matrice, à titre d'exemple, de taille 8×8 coefficients. Le codage des blocs et des coefficients se fait avec une seule itération.

63	-34	49	10	7	-13	12	7
-31	23	14	-13	3	4	6	1
15	14	3	-12	5	-7	3	9
-9	-7	-14	8	4	-2	3	9
-5	9	-1	47	4	-6	-2	2
3	0	-3	2	2	-2	0	4
2	-3	6	-4	3	6	3	6
5	11	5	6	0	3	-4	4

Tableau III.1 : Exemple de matrice de 8×8 coefficients d'ondelettes.

Le seuil T_n est calculé comme suit :

$$\checkmark N (\text{partie entière de } \log_2(63)) = 5$$

$$\checkmark T_5 = 2^5 = 32$$

Etape	Coefficient ou ensemble testés	Bit de sortie	action	Listes de controle
N=5 S=S ¹ (0,0) I=reste				LIS={(0,0)1} LSP = \emptyset
	S ¹ (0,0)	1	Partitionnement en quatre Ajout à LIS	LIS={(0,0)0,(0,1)0,(1,0)0,(1,1)0} LSP = \emptyset
	(0,0)	1+	(0,0) à LSP	LIS={(0,1)0,(1,0)0,(1,1)0} LSP = {(0,0)}
	(0,1)	1-	(0,1) à LSP	LIS={(0,0)0,(1,1)0}

				$LSP = \{(0,0), (0,1)\}$
	(1,0)	0	Non	
	(1,1)	0	Non	
Test I	S(I)	1	Partitionnement en 3S, new I	
	$S^1(0,2)$	1	Partitionnement en quatre. Ajout à LIS (0)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,2)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0\}$
	(0,2)	1+	(0,2) à LSP	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0\}$ $LSP = \{(0,0), (0,1), (0,2)\}$
	(0,3)	0	Non	
	(1,2)	0	Non	
	(1,3)	0	Non	
	$S^1(2,0)$	0	Ajout à LIS(1)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (2,0)1\}$
	$S^1(2,2)$	0	Ajout à LIS (1)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (2,0)1, (2,2)1\}$
Test I	S(I)	1	Partitionnement à 3S	
	$S^2(0,4)$	0	Ajout à LIS (1)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (2,0)1, (2,2)1, (0,4)2\}$
	$S^2(4,0)$	1	Partitionnement en quatre. Ajout à LIS (1)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (2,0)1, (2,2)1, (4,0)1, (4,2)1, (6,0)1, (6,2)1, (0,4)2\}$
	$S^1(4,0)$	0	Non	
	$S^2(4,2)$	1	Partitionnement en quatre. Ajout à LIS (0)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (4,2)0, (4,3)0, (5,2)0, (5,3)0, (2,0)1, (2,2)1, (4,0)1, (4,2)1, (6,0)1, (6,2)1, (0,4)2\}$
	(4,2)	0	Non	
	(4,3)	1+	Déplacer (4,3) à LSP	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (4,2)0, (4,3)0, (5,2)0, (5,3)0, (2,0)1, (2,2)1, (4,0)1, (4,2)1, (6,0)1, (6,2)1, (0,4)2\}$ $LSP = \{(0,0), (0,1), (0,2), (4,3)\}$
	(5,2)	0	Non	
	(5,3)	0	Non	
	$S^1(6,0)$	0	Non	
	$S^1(6,2)$	0	Non	
Fin sortie n=5	$S^2(4,4)$	0	Ajout à LIS (2)	$LIS = \{(1,0)0, (1,1)0, (0,3)0, (1,2)0, (1,3)0, (4,2)0, (4,3)0, (5,2)0, (5,3)0, (2,0)1, (2,2)1, (4,0)1, (4,2)1, (6,0)1, (6,2)1, (0,4)2, (4,4)2\}$ $LSP = \{(0,0), (0,1), (0,2), (4,3)\}$

Tableau III.2: Exemple de codage d'image par l'algorithmme SPECK

III.6. Conclusion

L'algorithme SPECK consiste à effectuer des répartitions successives de l'image transformée en blocs. Lorsque tous les coefficients d'ondelettes ont des valeurs inférieures à un seuil donné, on obtient un bloc de zéros (bloc insignifiant).



Chapitre IV

Résultats de simulation

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre est organisé comme suit: au début dans la section 1, nous présentons les différentes étapes de la transformée en bandelettes. Ensuite à la section 2, nous détaillons les étapes de notre algorithme. Enfin dans la section 3, nous présentons les résultats obtenus avec différentes images de test.

On fait aussi dans la section 4 une analyse des résultats obtenus ainsi qu'une étude comparative en se basant sur la métrique suivante : le taux de compression et le PSNR.

IV.2. Approche Proposée

Nous appliquons d'abord la transformation en bandelettes sur l'image d'entrée. Après cela, nous calculons le seuil de compression " T_n " pour vérifier la signification des blocs et des coefficients de bandelettes par rapport à ce seuil. Si les blocs ou les coefficients désignés sont insignifiants, ils sont codés par '0' et par '1'.

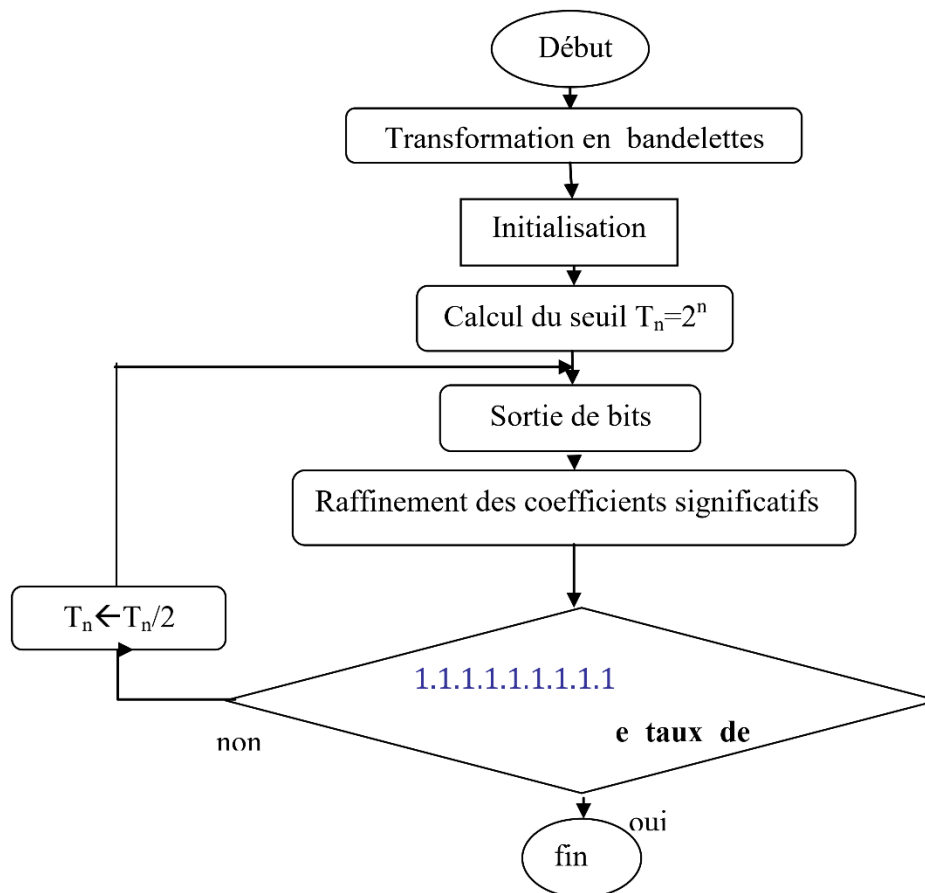


Figure IV.1 : Algorithme global de compression proposé

Enfin, nous passons à une étape de raffinement des coefficients importants. Le programme se déroule jusqu'à l'obtention du taux de compression souhaité après avoir décrémente le seuil " T_n " (Figure IV1).

IV.3. Etapes détaillées de l'algorithme

IV.3.1 Transformation en bandelettes

La transformée en bandelettes s'effectue en Cinq étapes principales (figure IV.2):

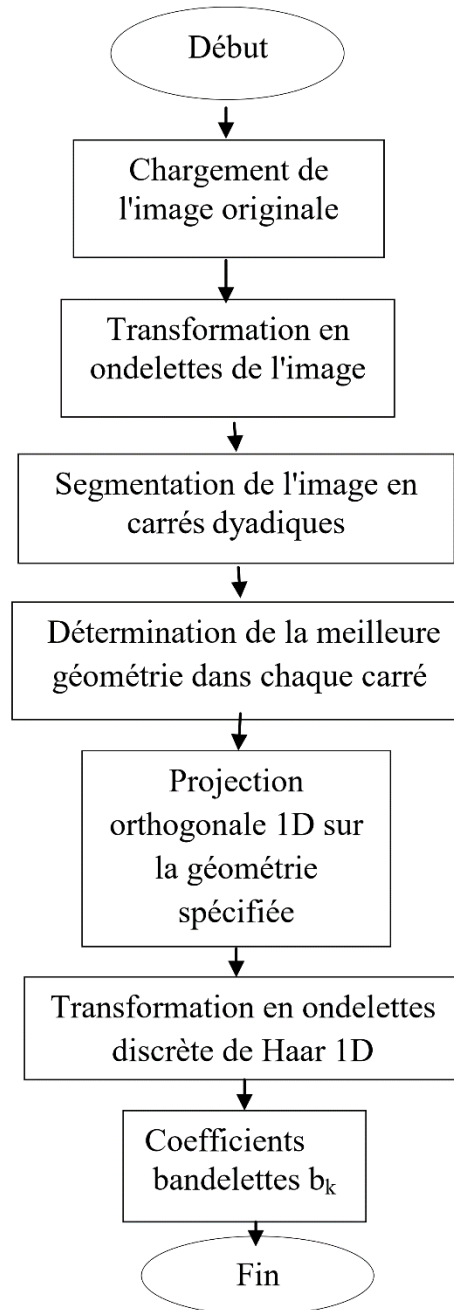


Figure IV.2 : Etapes détaillées de la transformation en bandelettes

- a- Transformation en ondelettes TOM de l'image M .
- b- Segmentation de chaque sous-bande en carrés dyadiques.

- c- Détermination de la meilleure géométrie qui définit la direction de la régularité géométrique dans chaque carré dyadique. La meilleure géométrie est celle qui minimise le lagrangien L comme suit :

$$L = \|TO_M - A_M\|^2 + mT_g^2 \quad (IV.1)$$

Tel que:

T_g : seuil de la géométrie.

A_M : Approximation de TO_M avec une base orthogonale (ondelette de Haar).

m : Nombre de coefficients de l'approximation de TO_M supérieurs au seuil T_g .

- d- Une projection orthogonale 1D est effectuée à la géométrie spécifiée de chaque carré pour définir un signal discret 1D S_d .
- e- Une transformation en ondelettes discrète de Haar 1D est appliquée au signal $1DS_d$ donnant les coefficients de bandelettes b_k .

IV.3.1.1 Transformation en ondelettes de l'image

Nous avons chargé l'image originale parmi des différentes images de tailles :128x128 pixels, 256x256 pixels et 512x512 pixels. Ensuite Nous avons appliqué sur cette image la transformée en ondelettes afin d'obtenir des sous-bandes corrélées entre elles.

IV.3.1.2. Segmentation de chaque sous-bande en carrés dyadiques

Nous segmentons l'image transformée en ondelettes TO_M en carrés dyadiques selon les étapes suivantes:

- Calcul de la taille "N" de l'image originale transformée en ondelettes.
- Choix du rang "r" qui détermine la taille du carré (2^r).
- Segmentation de TO_M en $(N/2^r)$ carrés.
- Recherche de la direction optimale pour chaque carré par rapport au seuil T_g .

IV.3.1.3. Détermination de la direction optimale pour chaque carré

Nous cherchons la valeur de Theta qui représente l'angle optimal pour chaque carré (on met Inf pour aucune géométrie dans le carré). La direction optimale ($\Theta_{(optimal)}$) est celle qui minimise le Lagrangien "L".

La détermination de la meilleure géométrie comprend les étapes suivantes [32-35]:

- a) Choix du facteur "s" de super résolution pour la géométrie par défaut ($s=2$).
- b) Nombre de directions testés est : $2 * (2^r) * s$
- c) Le pas de test est:

$$t = \pi / (2 * (2^r) * s) \quad (IV.2)$$

- d) Calcul des angles de direction Theta qui prend les valeurs de l'intervalle $[t/2 \ \pi-t/2]$ avec un pas de t et en ajoutant la valeur de Theta d'aucune géométrie (Inf).
- e) Initialement "L" le vecteur pour stocker les valeurs de lagrangien est vide.
- f) Calcul $W_{carré}(Theta)$ la transformée warpée de Haar des coefficients de transformée d'ondelettes pour chaque Theta comme suit:
- Echantillonnage en deux dimensions (X,Y) d'ordre $(2^r \times 2^r)$.
 - Projection sur la direction orthogonale sur le repère (-sin et cos) selon la relation suivante:

$$P_{Theta} = -\sin(Theta) * X + \cos(Theta) * Y \quad (IV.3)$$

- Mettre les valeurs de "P_{Theta}" selon l'ordre croissant.
 - Application de la transformée de Haar sur les coefficients d'ondelettes selon l'ordre croissant des valeurs de "P_{Theta}".
- g) Calcul l'erreur entre la transformée warpée de Haar ($W_{carré}(Theta)$) et la transformée d'ondelettes ($TO_{carré}$) pour chaque Theta.
- h) Calcul de la valeur de "m" qui représente le nombre de coefficients de la transformée ($W_{carré}(Theta)$) supérieurs à T_g pour chaque Theta.
- i) Calcul du nouveau lagrangien L pour chaque theta comme suit :

$$L = \sum_{i=1}^{2^r} \sum_{j=1}^{2^r} |W_{carré}(Theta) - TO_{carré}|^2 + m * T_g^2 \quad (IV.4)$$

- j) Mettre la valeur du nouveau lagrangien pour chaque Theta au vecteur des lagrangiens.
- k) Recherche de la valeur minimale du Lagrangien parmi le vecteur des lagrangiens.
- l) L'angle optimal $Theta_{(optimal)}$ pour chaque carré est l'angle qui correspond à la valeur minimale du Lagrangien.

IV.3.1.4. Projection orthogonale 1D sur la géométrie spécifiée pour chaque carré

La projection orthogonale sur la géométrie spécifiée du carré dyadique est obtenue comme suit [36]:

- Aucune projection orthogonale sur la géométrie spécifiée si la valeur de Theta est Inf.

- La taille du carré est toujours (2^r) .
- Echantillonnage en deux dimensions (X,Y) d'ordre $(2^r \times 2^r)$.
- Projection sur la direction orthogonale sur le repère $(-\sin$ et $\cos)$ selon la relation suivante:

$$P_{Theta_{(optimal)}} = -\sin(Theta_{(optimal)})^* + \cos(Theta_{(optimal)})^* Y(:) \quad (IV.5)$$

- Mettre les valeurs de " $P_{Theta_{(optimal)}}$ " selon l'ordre croissant.
- Obtenir les coefficients de bandelettes b_k par l'application de la transformée de Haar sur les coefficients d'ondelettes selon l'ordre croissant des valeurs de " $P_{Theta_{(optimal)}}$ ".

IV.3.2. Calcul du seuil

L'algorithme SPECK consiste à effectuer des répartitions successives de l'image transformée en blocs. Lorsque tous les coefficients de bandelettes ont des valeurs inférieures à un seuil donné, on obtient un bloc de zéros (bloc insignifiant) [37].

Pour une image de taille " $N \times M$ ", on calcule le seuil " n " comme suit :

$$n = \log_2(|\max(C_{i,j})|) \text{ avec } i \in [1:N] \text{ et } j \in [1,M] \quad (IV.6)$$

On dit qu'un coefficient de bandelettes $C_{i,j}$ est significatif par rapport à un seuil " n " s'il vérifie la relation suivante :

$$\delta_{C_{i,j}} = 1 \Rightarrow 2^n \leq |C_{i,j}| < 2^{n+1} \quad (IV.7)$$

On définit la significance d'un ensemble " S " de coefficients de bandelettes $C_{i,j}$ par rapport à un seuil " n " [38] :

$$\delta_n(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } 2^n \leq (\max_{(i,j) \in S} |C_{i,j}| < 2^{n+1}) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (IV.8)$$

Quand le résultat de test est "1", on dit que cet ensemble est significatif par rapport au seuil " n " ; autrement dit, un bloc est insignifiant si tous ses coefficients sont insignifiants. Par contre, le bloc est significatif si on trouve au moins un coefficient significatif dans le bloc.

IV.3.3. Initialisation

Dans l'étape de l'initialisation, l'image "X" est partitionnée en deux ensembles, un ensemble "S" qui prend les coefficients de la sous-bande la plus basse et un ensemble "I" qui prend le reste de l'image tel que : $I=X-S$. La liste des pixels signifiants est initialisée vide ($LSP)=\emptyset$ [34-39].

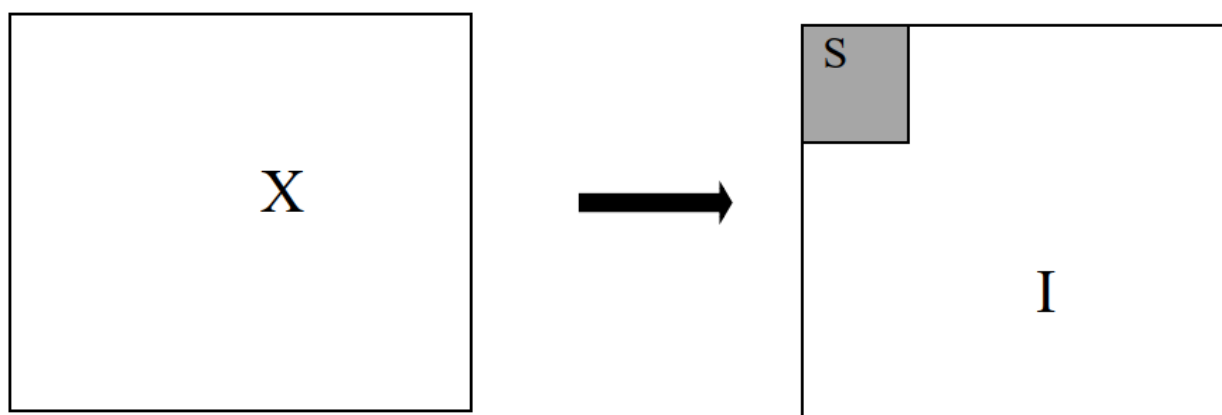


Figure IV.3 : Partition de l'image X en deux ensembles S et I

IV.3.4. Sortie de bits

Pour l'algorithme SPECK, on détermine deux listes [36-40] :

- La liste des ensembles insignifiants (LIS): qui contient des blocs de type S de tailles variables qui n'ont pas encore été trouvés signifiants par rapport au seuil courant T_n .
- La liste des pixels signifiants (LSP): qui contient les pixels ayant été examinés signifiants par rapport au même seuil.

La sortie de bits dans l'algorithme SPECK est effectuée comme suit :

- ✓ Pour chaque ensemble $S \in LIS$:
 - Process $\delta(S)$
 - Process I ()

Process $\delta(S)$

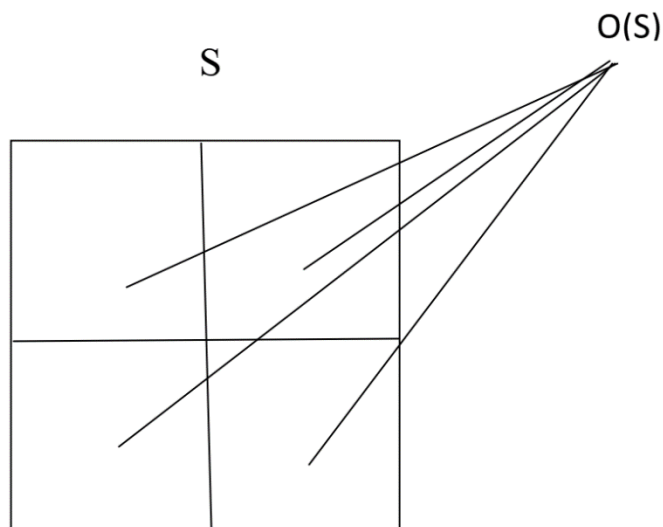
{

- Sortie de
- If $\delta(S)=1$
 - if S est un coefficient, on code son signe et on le met à la sortie , puis, on ajoute S à LSP.
 - else Code S(S).

- if , on enlève S de LIS.
 - else
 - if , on ajoute S à LIS.
- }

Code $\delta(S)$

- {
- Partition S en quatre sous-ensembles égaux O(S) (voir figure IV.4)
 - Pour chaque O(S)
 - Sortie de $\delta_n(O(S))$
 - if $\delta_n(O(S))=1$
 - if S est un coefficient, on code son signe et on le met à la sortie , puis, on ajoute O(S) à LSP.
 - else Code S(O(S))
 - else
 - on ajoute O(S) à LIS.
- }

*Figure IV.4 : Partition de l'ensemble S***Process I()**

- {
- Sortie de $\delta_n(I)$
 - if $\delta_n(I)=1$
 - Code I().
- }

Code I()

```

{
  • Partition I en quatre sous-ensembles trois S et un seul I (figure IV.5)
  • Pour chacun des trois ensembles S
  - Process S(S)
  • Process I( )
}

```

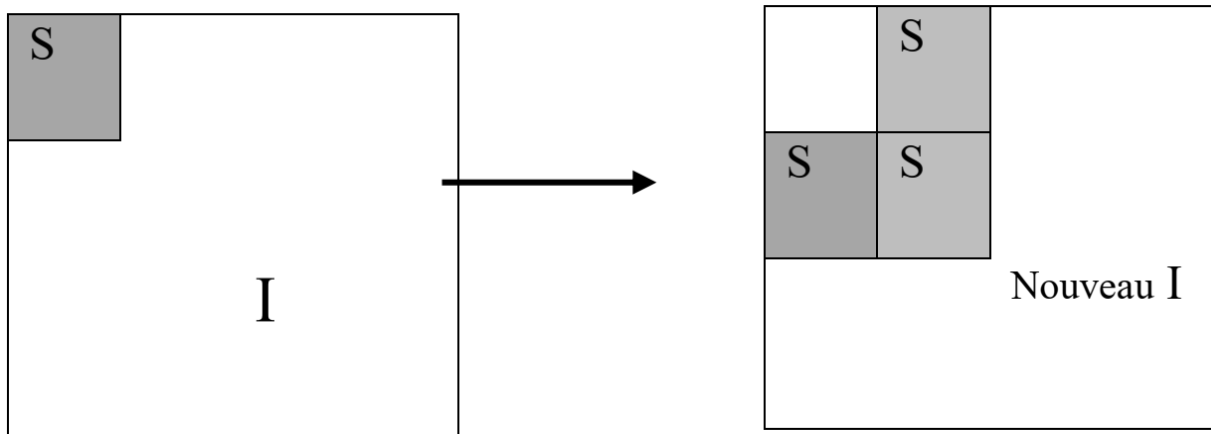


Figure IV.5 : Partition de l'ensemble I

IV. 3.5 Raffinement des coefficients significatifs

Pour tous les coefficients significatifs déterminés dans l'étape précédente, on émet le bit d'ordre (n) pour augmenter la précision des valeurs significatives transmises, l'algorithme correspondant est le suivant [38]:

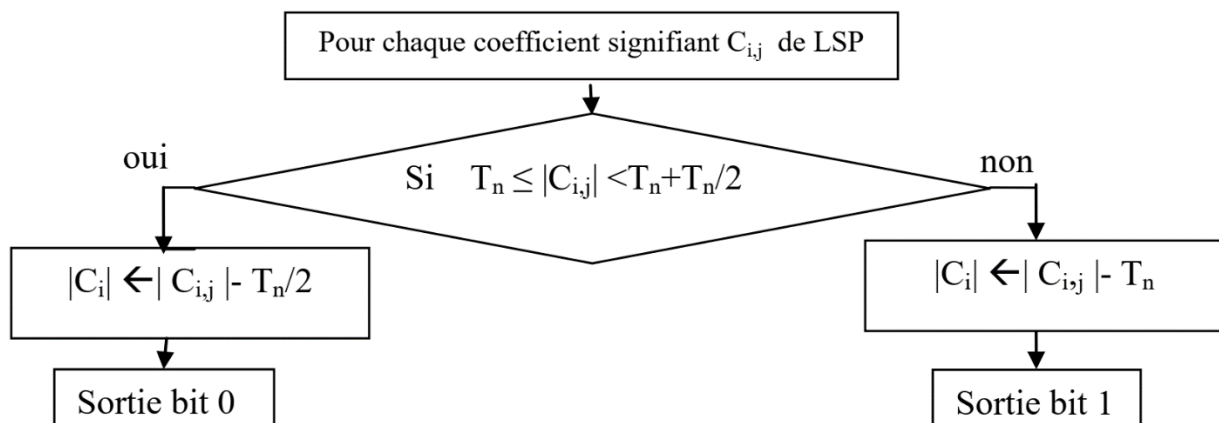


Figure IV.6 : Algorithme de l'étape de raffinement des coefficients significatifs

Le principe de l'algorithme de raffinement est l'utilisation d'un quantificateur scalaire uniforme défini par rapport au seuil T_n . Globalement les coefficients significatifs sont compris

dans l'intervalle $[T_n, 2T_n[$. Le bit d'ordre (n) du coefficient prend "0" si le coefficient se trouve dans l'intervalle $[T_n, 3T_n/2[$ tandis que ce bit prend "1" si le coefficient se trouve dans l'intervalle $[3T_n/2, 2T_n[$.

A chaque nouveau seuil, nous réalisons un raffinement des intervalles d'incertitude en les divisant par deux. Ainsi, l'indice de quantification est mis à "0" pour les coefficients appartenant à la première moitié de l'intervalle alors que l'indice de quantification "1" est utilisé pour la seconde moitié.

IV.4. Résultats et discussion

Nous avons appliqué le SPECK sur différentes images transformées en ondelettes puis en bandelettes. Ce codeur utilisant les bandelettes donne des meilleurs résultats par rapport à SPECK original car il exploite plus les corrélations entre les coefficients de bandelettes (voir Tableau IV.1, Tableau IV.2 et Tableau IV.3).

TC (%)	Débit (bpp)	Nombre de bits	PSNR (dB)	
			SPECK	SPECK avec bandelettes
90	0.8	13107	39.62	39.82
91	0.72	11796	38.79	39.01
92	0.64	10485	37.98	38.17
93	0.56	9175	37.08	37.29
94	0.48	7864	35.73	35.92
95	0.40	6553	34.77	34.84

Tableau IV.1 : Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Penny de taille 128x128 pixels

TC (%)	Débit (bpp)	Nombre de bits	PSNR (dB)	
			SPECK	SPECK avec bandelettes
90	0.8	52428	34.97	35.29
91	0.72	47185	34.60	34.90
92	0.64	41943	34.20	34.40
93	0.56	36700	33.52	33.61
94	0.48	31457	32.81	32.92
95	0.40	26214	32.00	32.14

Tableau IV.2 : Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Woman de taille 256x256 pixels

TC (%)	Débit (bpp)	Nombre de bits	PSNR (dB)	
			SPECK	SPECK avec bandelettes
90	0.8	209715	36.80	37.02
91	0.72	188743	36.38	36.63
92	0.64	167772	36.01	36.25
93	0.56	146800	35.64	35.88
94	0.48	125829	35.21	35.43
95	0.40	104857	34.46	34.57

Tableau IV.3 : Variation du PSNR en fonction du TC pour SPECK et SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Peppers de taille 512x512 pixels

L'augmentation de la valeur du seuil T_g implique une amélioration du PSNR (figures 1) pour le SPECK avec bandelettes jusqu'à un certain seuil limite où nous verrons à partir de ce dernier une diminution du PSNR. Cela nous justifions par la formule (4) : lorsque T_g est grand la valeur de Lagrange devienne plus grand ce qui ne donne pas une meilleure géométrie.

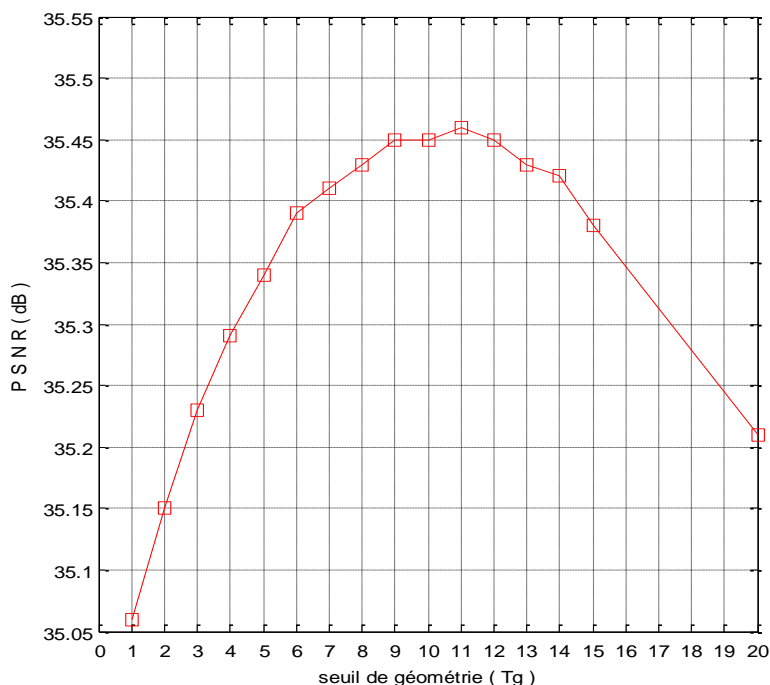


Figure IV .7: Influence du seuil de géométrie pour SPECK avec bandelettes appliqués sur l'image Woman de taille 256x256 (TC==90%, nombre de bits est 52428 et rang=2)

Le codeur SPECK avec bandelettes donne des meilleurs résultats par rapport à SPECK original car il exploite plus les corrélations entre coefficients de bandelettes. Les images obtenues avec les bandelettes restent régulières le long de la géométrie utilisée tandis que celle obtenues avec les ondelettes présentent des effets oscillants.


Les résultats de nos tests montrent un gain perceptuel important des bandelettes par rapport aux ondelettes, car la géométrie des images est mieux respectée et les phénomènes d'oscillations près des contours sont diminués.

L'augmentation de la valeur du seuil de géométrie implique une amélioration du PSNR pour le SPECK modifié avec bandelettes jusqu'à un certain seuil limite.

IV.5. Conclusion

Le codeur SPECK avec bandelettes exploite plus les corrélations entre coefficients de bandelettes, ce qui le rend plus efficace que le codeur SPECK original. Les images avec des bandelettes restent régulières le long de la géométrie utilisée, tandis que les images avec des ondelettes présentent des effets oscillants.

Les résultats de nos tests montrent un gain perceptuel significatif des bandelettes par rapport aux ondelettes car la géométrie des images est mieux respectée et les phénomènes d'oscillations près des contours sont moins fréquents.



**Conclusion
générale**

Conclusion générale

La compression à bas débit repose sur la construction d'opérateurs d'approximation non linéaires qui permettent d'approcher efficacement le signal à l'aide d'un faible nombre de coefficients. Dans ce cadre, les ondelettes sont connues pour représenter de manière optimale les signaux possédant un nombre fini de discontinuités.

Dans ce contexte, nous avons considéré les algorithmes de compression par ondelettes et par codages imbriqués (EZW, SPIHT et SPECK). Le codeur imbriqué offre la propriété de la transmission progressive de l'image codée .

Dans le cadre de cette mémoire, nous avons proposé un nouvel algorithme pour optimiser le codage SPECK.

- Le SPECK modifié emploie deux bits au lieu de quatre employés dans l'algorithme SPECK original pour coder les blocs significants de quatre coefficients dont trois insignifiants. A cet effet, nous avons obtenu une quantité d'informations inférieure par rapport à l'algorithme SPECK original..
- L'utilisation de la transformée en bandelettes améliore le PSNR grâce à l'exploitation de la géométrie de l'image..
- L'augmentation du seuil de géométrie implique une amélioration du PSNR pour le SPECK modifié avec bandelettes jusqu'à un certain seuil limite (qui est proportionnel à $\log_2(\text{taille_image})$).
- Les meilleures performances sont atteintes avec des blocs de taille de 44 coefficients (rang-2).
- Le temps de calcul pour le SPECK modifié est un peu inférieur que celui pour le SPECK original car dans le
- premier, nous testons les blocs significants qui contiennent trois coefficients insignifiants au même temps,
- mais dans le deuxième, le test se fait coefficient par coefficient dans ces blocs particuliers.
- En se basant sur l'utilisation des pointeurs des coefficients scannés en Morton scan, l'algorithme SPECK modifié devient plus simple du point de vue programmation .
- En perspectives, nous proposons d'associer notre algorithme SPECK modifié avec une transformation qui utilise les curvelets ou les contourlets.



**Références
Bibliographies**

Références Bibliographies

- [1] BOUCHEMHA .Amel , " Etude et Application des transformées géométriques à la Compression des images hautes résolutions et à la Biométrie (Authentification Vérification de l'empreinte palmaire " , Thèse de doctorat en électronique , Université Badji Mokhtar – Annaba , p 10 , 2015.
- [2] BOUDJIT (Compression d'images sans perte par des techniques du codage source, Université Mohammed Seddik – Jijel, 2018/2019).
- [3] KRICHA Anis, KHALIFA Nawres, MBANAIBEYE Jerome, HAMROUNI Kamel. "Compression d'images scintigraphiques par régions d'intérêt basée sur l'algorithme de SPIHT". Laboratoire des Systèmes et Traitement du Signal (LSTS). Mars 2004.
- [4] M. Babel-Fouquet ; « Compression d'images avec et sans perte par la méthode LAR » ; Thèse de doctorat ; INSA de Rennes ; France ; 2005
- [5] A.Saoud «compression d'image fixes par ondelettes géométriques (base de bandelettes)»thèse de magister en électronique, université de Biskra 2010.
- [6] BOUCETA, AEtude de l'effet des transformées des décorrélation en compression des images couleur RGB (Doctoral dissertation, Batna, Université El Hadj Lakhdar .Faculté des sciences de l'ingénieur) (2010).
- [7] Barhoumi Khaled, « Approche par marquage pour l'évaluation de la qualité d'image dans les applications multimédias », mémoire pour l'obtention du grade de Maîtrise en informatique, Univ. de Quebec en Ottwa, Novembre 2012.
- [8] Kadri Oussama, "Compression d'images fixes par Ondelettes géométriques par utilisation des Curvelets et différents types d'interpolation dans la quantification scalaire", Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider – Biskra, 5 Mars 2014.
- [9] S.A Elhannachi, Compression des images fixes en couleur par hybridation d'un réseau de neurones et fractale, thèse de doctorat de l'université MB-USTO, 2005.
- [10] S. MALLAT and G. PEYRE. « Orthogonal Bandlet Bases for Geometric Images Approximation », CMAP, Ecole Polytechnique, CEREMADE, Université Paris Dauphine, 2006.
- [11] Hettiri messaoud, "etude d'algorithmes de codage imriqué applicatiqués à la compression de séquence d'image", diplôme MAGESTER, université de biskra,2006.
- [12] R.Lakkundi , M.V.Latte, D.K.Deshpande "Reduced memory listless speck image " . International Conference on intelligent Signal processing and Robotics Allahadbad, INDIA,February 2013.

- [13] CH. TAOUICHE, thèse de Magister «Implémentation d'un Environnement Parallèle pour la Compression d'Images à l'aide des Fractales», Université Mentouri de Constantine, Algérie, 2005
- [14] S. Abdat, "Compression d'images fixes par des fractales en utilisant les algorithmes génétiques", Mémoire de Magister en électronique : Option Télédétection, Faculté de génie Electrique et Informatique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou UMMTO, 2007.
- [15] REZKALLAH & YOUSFI (Compression d'images par transformée en ondelettes, UNIVERSITE DE MSILA, 2020).
- [16] M. Jampour, M. Yaghoobi and M. Ashourzadeh, " Fractal Images Compressing by Estimating the Closest Neighborhood with Using of Schema Theory " , Journal of Computer Science, Vol. 6, no. 5, pp. 591-596, ISSN 1549-3636 , 2010.
- [17] BELADGHAM.M, « Construction d'une technique d'aide au diagnostic en Imagerie médicale. Application à la Compression d'images», thèse de doctorat en électronique, université de Tlemcen. Décembre 2012 .
- [18] M. OUKALI Salim, " Compression d'images par bandelettes : Application à des images de télédétection " . Mémoire de magister en électronique. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou ,2011.
- [19] HARRAMNI Achraf, Compression des Images en Couleurs Fixes en Utilisant la DWT (UNIVERSITE BADJIMOKHTAR ANNABA) Memoire de MAGISTER 2013 .
- [20] V. Chappellie, "Codage progressif d'images par ondelettes orientées". Thèse de doctorat, Université de Rennes 1. Déc 2005.
- [21] L .Seriani et S.Mansouri «compression d'image fixes par la transformée en bandelettes» thèse d'ingénieur d'état en électronique, université de Biskra 2008.
- [22] KADRI Oussama . " Compression d'images fixes par Ondelettes géométriques par utilisation des Curvelets et différents types d'interpolation dans la quantification scalaire" , Mémoire de magister en électronique. Université Mohamed khider Biskra. 2014.
- [23] Hocine Bekkouche. Synthèse de bancs de filtres adaptés, application à la compression des images, thèse de doctorat de l'université paris-sud XI, 2007.
- [24] M. N. Do et M. Vetterli, "The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation", IEEE Transactions on Image Processing, 14(12), pp. 2091–2106, 2005.

- [25] Mohammed Ben Abdellah, « Outils de compression et de crypto compression : application aux images fixes et vidéo », Thèse de Doctorat, Université Mohammed Vagdal, Rabat-Maroc, 2007.
- [26] M. Lahdir, "Nouvelle approche de compression d'images basée sur les ondelettes et les fractales : Application aux images Météosat ", Thèse de Doctorat en électronique : Option Télédétection, faculté de génie Electrique et Informatique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou UMMTO, 2007.
- [27] Benyahia Mohamed, " Compression des Images en Couleurs Fixes en Utilisant la DWT", Mémoire de Magister, Université badji mokhtar–Annaba, 2013.
- [28] Behnas (Compression d'images fixes par bandelettes et transformée d'Alpert, Université Mohamed Khider Biskra, 2011/2012).
- [29] C. KADDOUR, S. AISSA BRAHIM "compression des images fixes par fractales basée sur la triangulation de Delaunay et la quantification vectorielle ". Mémoire d'ingénieur, institut d'informatique, USTHB, 2009.
- [30] Christophe Damerval « ondelettes pour la détection de caractéristiques en traitement d'image. Application à la détection de région d'intérêt » Mathématique [math], Université Joseph-fourrier-Grenoble 2008, Français
- [31] Rehna V J , JeyaKumar M K, Wavelet based image coding schemes: A recent survey, International Journal on Soft Computing (IJSC) , 2012 , Vol 3, No 3, , 101-118.
- [32] Naimur R K, Alam M, Ekram K and Rizwan B, A Efficient Memory No List Set Partitioned Embedded Block (NLSK) Wavelet Image Coding Algorithm for Low Memory Devices, International Journal of Signal Processing. Image Processing and Pattern Recognition, 2012, Vol 5, No 4, 93-106.;
- [33] Ritu C , Ajit S, A study of image compression based transmission algorithm using SPIHT for low bit rate application, Advanced Computing: An International Journal (ACIJ), 2012, Vol.3, No 6, 47-54.
- [34] Ping L, Guanfeng L, An Image Compression in Low Bit Rate, Communications and Network. ,2013, 3, 5, 245-248.
- [35] Lakkundi R R, Latte M V, Deshpande D K, Reduced memory listless speck image, International Conference on Intelligent Signal Processing and Robotics, Allahabad, INDIA, 2013.
- [36] BENYAHIA M, Compression des Images en Couleurs Fixes en Utilisant la DWT, these de doctorat, Université Badjimokhtar Annaba , 2013.

- [37] ZITOUNI A, Ondelettes et techniques de compression d'images numérique, thèse de doctorat en électronique, Université Mohamed khider Biskra, 2013
- [38] Maryam K, Habibollah D , Sadegh S, Progressive SAR Image Compression Using Low Complexity Bandlet Transform and Modified EZBC, Journal of Electrical Systems and Signals, 2014,Vol 2, No 1, 9-14.
- [39] REHNA V J , JEYA KUMAR M K, An improved algorithm for image compression using geometric image approximation , International Journal of Electrical, Electronics and Data Communication, ISSN: 2320-2084, 2014, Vol 2, N 6, 18-23.
- [40] Pragma T, Mohd A, Kerhalkarm S G, Transmission of Images Using SPECK, International Journal of Computer Science and Network Security, 2014, Vol 14 ,No 11, 97-101.
- [41] BOUCHEMHA A. Etude et Application des transformées géométriques à la Compression des images hautes résolutions et à la Biométrie (Authentification/Vérification de l'empreinte palmaire, Thèse de doctorat en électronique, Université d'Annaba, 2016.