

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique



Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**Influence du type de paroi sur les caractéristiques de la couche
limite thermique laminaire sur une plaque plane**

Devant le jury composé de :

Présenté par :

Dr. ATIA Abdelmalek

Président

- BENYAMMA Tayeb

Dr. BOULIFA M. Ilias

Examineur

- BACI Abdelkamel

BERKANE Houda

Encadreur

2017-2018

REMERCIEMENTS

En préambule à ce travail, on souhaiterait adresser nos remerciements les plus sincères aux personnes qui ont apporté leur aide et qui ont contribué l'élaboration de ce mémoire on tient d'abord à remercier notre enseignante :

" Mme.BERKANE.Houda "

Ainsi que l'ensemble de l'équipe d'enseignants de génie mécanique à l'université à **" Echahid Hamma Lakhdar "** El-oued pour la qualité de leur enseignement.

On n'oublie pas aussi nos parents pour leurs soutiens bienveillants. On souhaiterait remercier également nos amis et nos proches notamment.

Nous exprimons nos gratitude à nos familles qui nous a toujours soutenue et encouragée dans la voie que nous étai fixée. Nous remercions particulièrement nos parents qui nous ont stimulée et encouragée pendant nos études.

Pour leur encouragement durant la réalisation de ce mémoire.

Merci à tous et à toutes ...

TABLE DES MATIERES

Remerciements.....	i
Table des matières.....	ii
Liste des figures.....	v
Liste des tableaux.....	vii
Nomenclature.....	viii
Introduction.....	1

Chapitre I : Notions de bases sur les couches limites

1-Viscosité.....	02
2- Nombre de Reynolds	02
3- Types d'écoulement.....	03
3-1- Ecoulement laminaire	03
3-2- Ecoulement turbulent	03
3-3- Ecoulement tourbillonnaire	04
4- Description de l'écoulement au voisinage d'une paroi	04
5- Concept de couche limite	05
5-1-Couche limite dynamique.....	05
5-2- Couche limite thermique	05
6- Hypothèses fondamentales de couche limite thermique	06
7- Caractéristiques de couche limite	06
7-1- Epaisseur.....	06
7-2- Epaisseur de déplacement.....	07
7-3- Epaisseur de quantité de mouvement	07
7-4- Facteur de forme	07
8- Caractéristiques de couche limite thermique	08
8-1- Epaisseur conventionnelle de couche limite thermique.....	08
8-2- Epaisseur d'enthalpie.....	08
9- Types de parois	08
9-1- paroi isotherme	08
9-2- paroi adiabatique	08
9-3- paroi avec flux de chaleur.....	09

Chapitre II : Mise en équation du problème

1- Les équations générales de couche limite	10
1-1- Etude dimensionnelle de la couche limite	10
2- Analyses dimensionnelle des équations de couche limite dynamique.....	11
3- Résolution de l'équation de Blasius	14
4- Résolution l'équation d'énergie	16
4-1- L'équation d'énergie à grande vitesse	16
4-1-1- l'équation l'énergie en paroi adiabatique	16
4-1-2- l'équation l'énergie en paroi isotherme	17
4-1-3- l'équation l'énergie en paroi avec flux de chaleur constant	17
4-2- L'équation d'énergie à basse vitesse	17
4-2-1- l'équation l'énergie en paroi dans cas dissipation visqueuse est négligeable isotherme	17
4-2-2- l'équation l'énergie en paroi avec flux de chaleur	18

Chapitre III : Résolution numérique du problème

1- les méthodes Numérique de solutions des équations différentielles	19
1-1- Méthode d'Euler	19
1-2- méthode Runge-Kutta	20
1-3- La méthode TIR	20
2- Méthodes de résolution du problème	20
3- L'équation Couche limite thermique	22
3-1- Présentation du problème	22
3-2- Mise en équation	23
3-3-Méthode de résolution	24
4-Convection forcée à grande vitesse	25
4-1-Solution en paroi adiabatique.....	25

4-2- Solution en paroi isotherme	30
4-3- Solution en paroi avec flux de chaleur constant	31
5- Convection forcée iso-volume à basse vitesse.....	33
5-1- Solution en paroi isotherme.....	33
5-2- Solution numérique en paroi à flux de chaleur constant.....	34

Chapitre IV : Représentation et discussion des résultats

1- Distribution de température	35
1-1- paroi adiabatique	35
1-2- Paroi isotherme	36
1-3-paroi flux de chaleur	37
2- Evaluation des épaisseurs de la couche limite thermique	40
2-1-Epaisseur conventionnelle de la couche limite thermique δ_T	41
2-2-Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique.....	42
Conclusion	43

Liste des figures	Page
Fig.I.1	Schéma de l'écoulement de couette plan 03
Fig.I.2	Ecoulement laminaire 04
Fig.I.3	Ecoulement turbulent 04
Fig.I.4	Ecoulement tourbillonnaire 05
Fig.I.5	Description de l'écoulement au voisinage d'une paroi 05
Fig.I.6	Gradient de vitesse dans une couche limite dynamique 06
Fig.I.7	Gradient de température dans une couche limite thermique 07
Fig.I.8	épaisseur de couche limite 08
Fig.I.9	Epaisseur de déplacement 08
Fig.II.1	ordres de grandeurs 12
Fig.II.2	l'épaisseur de la couche limite croit en $\sqrt{X}$ 13
Fig.II.3	Couche limite sur une plaque plane à incidence nulle dans un courant uniforme à l'infini : (a) Profils de vitesse ; (b) Déflexion des lignes de courant 14
Fig.III.2	Distribution de températures sur une couche limite thermique Le long d'une plaque plane adiabatique 25
Fig.III.3	l'organigramme de calcul de températures adimensionnel 30
Fig.IV.1	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane adiabatique à grande vitesse 35
Fig.IV.2	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane isotherme à grande vitesse 36
Fig.IV.3	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane Isotherme à basse vitesse 36
Fig.IV.4	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur à grande vitesse 37

Fig.IV.5	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur à basse vitesse	37
Fig.IV.6	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur et isotherme et adiabatique à grande vitesse	38
Fig.IV.7	Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur et isotherme et adiabatique à basse vitesse	38
Fig.IV.8	Epaisseur thermique de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur et adiabatique en convection forcée à grande vitesse	40
Fig.IV.9	Epaisseur thermique de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur et adiabatique en convection forcée à basse vitesse	40
Fig.IV.10	Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur en convection forcée à grande vitesse	41
Fig.IV.11	Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur en convection forcée à basse vitesse	41

LISTE DE TABLEAUX

	page
Tab.4.1 Principales caractéristiques de la couche limite thermique sur une plaque plane, pour divers milieux fluides et différents types de paroi	40

Nomenclature

Caractères usuels

c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$m^2 / s^2 K$
D	Trainée visqueuse par unité d'envergure	kg / s^2
f	Fonction de Blasius	
g	Accélération de la pesanteur	m / s^2
H	Facteur de forme	
h	Enthalpie par unité de masse	m^2 / s^2
k	Coefficient de transfert de chaleur pariétal	$w / m^2 sK$
p	Pression	kg / ms^2
r	Facteur thermique	
S	Distance entre deux plans parallèles	m
T	Température dimensionnelle	K
T_f	Température de frottement	K
m	La masse	kg
L	Longueur de la plaque	m
Q	Flux de chaleur	$w / m^2 s$
r	Facteur thermique	
U, V	Composantes de vitesse	m / s

Caractères grecs

δ	Epaisseur de la couche limite dynamique	m
δ_1	Epaisseur de déplacement	m
δ_2	Epaisseur de quantité de mouvement	m
λ	Conductivité thermique	w / mks
μ	Viscosité dynamique	kg / ms
ν	Viscosité cinématique	m^2 / s
ϕ	Densité de flux par unité de surface	m^2 / s^2
ψ	Fonction de courant	m^2 / s
γ	Coefficient de dilatation cubique à pression constante	
H	Coordonnée réduite	
θ	Température adimensionnelle	
P	Masse volumique	kg / m^3
δ_T	Epaisseur de la couche limite thermique	m
Δ	Epaisseur d'enthalpie	m

Nombres sans dimensions

C_f	Coefficient de frottement local
P_r	Nombre de Prandtl
C_D	Coefficient de traînée
Re	Nombre de Reynolds

Introduction

Un des problèmes que doit résoudre la mécanique des fluides est celui de l'action d'un courant sur un solide. En effet, plongé dans un fluide en mouvement, un solide subit de la part de celui-ci une action sur la surface de contact dont la détermination est de première importance, dans des domaines aussi variés comme la propulsion des navires, des avions, le mouvement des projectiles, les turbomachines etc. Puisque toutes les réalisations techniques baignent dans des fluides comme l'air, l'eau et les fluides industriels, ce problème, dus à la résistance des fluides.

Pour arriver à cet objectif on propose les chapitres suivants :

Dans le premier chapitre, on présente une étude théorique sur quelques notions de base ayant un rapport direct avec les couches limites, et les différents types des parois, puis les caractéristiques de couche limite.

Dans le deuxième chapitre, nous résolvons les équations de la Navier-stokes et l'équation d'énergie, avec les simplifications des équations conduisant aux formes régissant les écoulements de type couche limite.

Concernant le troisième chapitre, nous résolvons les équations différentielles de la couche limite dynamique et thermique, pour les différents types de paroi.

Dans le dernier chapitre, nous évaluerons et discuterons les résultats, enfin des conclusions de ces résultats seront présentées.

Chapitre I : .

Notions de bases sur les couches limites

1-Viscosité

La notion de viscosité est associée à la résistance qu'oppose tout fluide à sa mise en mouvement. Pour préciser cette propriété de façon plus quantitative, nous considérons l'expérience de "Couette" en écoulement plan. Telle qu'elle est schématisée à la figure (I.1), cette expérience concerne un fluide visqueux disposé entre deux plans parallèles distants d'une hauteur S . Elle consiste à déplacer relativement à l'autre, l'une des deux parois d'un mouvement permanent de translation rectiligne dans son propre plan. Pour simplifier, on suppose la paroi inférieure fixe et la paroi supérieure mobile à la vitesse U_0 [01].

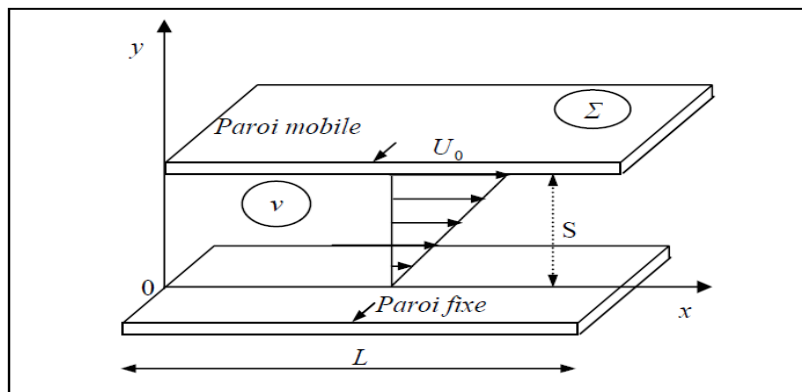


Fig.I.1: Schéma de l'écoulement de couette plan [01].

En l'absence de toute autre force extérieure (gravité, pression), le mouvement du fluide résulte exclusivement du déplacement du plan mobile.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.1)$$

2- Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est un nombre qui est adimensionnel et qui permet de classer l'écoulement turbulent et laminaire et les couches limites laminaire et turbulente.

Le nombre de Reynolds est défini par le rapport des forces d'inertie et des forces de viscosité.

La forme du nombre de Reynolds utilisée en mécanique des fluides est :

$$Re = \frac{\rho U_0 L}{\mu} \quad (1.2)$$

Où L sont respectivement la longueur et le on note que :

- Si $R_e < 2300$ l'écoulement est laminaire.
- Si $R_e > 2300$ l'écoulement est turbulent.

3- Types d'écoulement

On appelle écoulement le déplacement de fluide par rapport à un objet. On distingue trois grands types d'écoulement.

3-1- Ecoulement laminaire

Les particules de fluide glissent parfaitement les unes sur les autres sans échanges de particules entre elles. Elles suivent un mouvement rectiligne et parallèle.



Fig.I.2: Ecoulement laminaire [01].

3-2- Ecoulement turbulent

L'écoulement est très désordonné, les particules se mélangent et ne suivent ni une trajectoire rectiligne ni parallèle, et certaines particules peuvent remonter le courant et former ainsi des tourbillons.



Fig.I.3: Ecoulement turbulent [01].

3-3- Ecoulement tourbillonnaire

L'écoulement est très désordonné, les particules se mélangent et ne suivent ni une trajectoire rectiligne ni parallèle, et certaines particules peuvent remonter le courant et former ainsi des tourbillons.



Fig.I.4: Ecoulement tourbillonnaire[01].

4- Description de l'écoulement au voisinage d'une paroi

L'approche pratique de la couche limite peut se faire de la façon suivante : on considère une plaque plane et l'écoulement d'un fluide visqueux parallèlement à cette plaque.

- Avant que le fluide n'atteigne la plaque, celui-ci à la vitesse uniforme U_{∞} .
- Lorsque le fluide atteint la plaque, la condition de vitesse nulle fait qu'il se crée de grands efforts tangentiels qui retardent une couche de plus en plus épaisse de fluide comme cela est représenté sur le schéma ci-dessous.

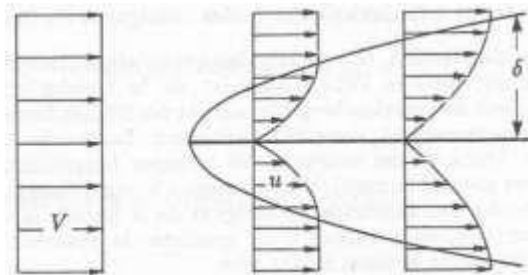


Fig.I.5. Description de l'écoulement au voisinage d'une paroi [02].

Ainsi, il existe donc entre la plaque et la zone où le fluide peut être considéré comme libre, une zone dans laquelle la vitesse varie progressivement depuis 0 jusqu'à la vitesse du fluide libre. Dans cette zone, le gradient de vitesse est élevé et les forces de viscosités sont prépondérantes. Cette zone est appelée « couche limite ».

Cette couche limite est fonction du nombre de Reynolds, c'est-à-dire qu'une augmentation du nombre de Reynolds induit une diminution des forces de viscosités et donc une diminution de la couche limite.

Conventionnellement, on définit son épaisseur δ à l'endroit où la vitesse atteint 99% de la vitesse max de l'écoulement. [01]

5- Concept de couche limite

Considérons l'écoulement d'un fluide avec une vitesse à l'infini amont U_∞ et une température T_∞ sur une plaque plane à une température T_p au voisinage de la paroi, les valeurs de la vitesse et de la température sont différentes de celles de l'écoulement à potentiel et varient en fonction de la distance à la paroi y . Cette zone de gradients de vitesse et de température est appelée couche limite. Elle résulte d'un échange de quantité de mouvement et de chaleur entre le fluide et la paroi son épaisseur est généralement petite par rapport à l'ensemble de l'écoulement. On distingue deux types de couche limite : la couche limite dynamique et la couche limite thermique. [02]

5-1-Couche limite dynamique

Une des caractéristiques principales d'un fluide est la viscosité. Elle varie avec la température et ne s'annule jamais. À la paroi, la vitesse du fluide est nulle et on observe des forces de frottement qui freinent l'écoulement au voisinage de celle-ci (figure.I.6).

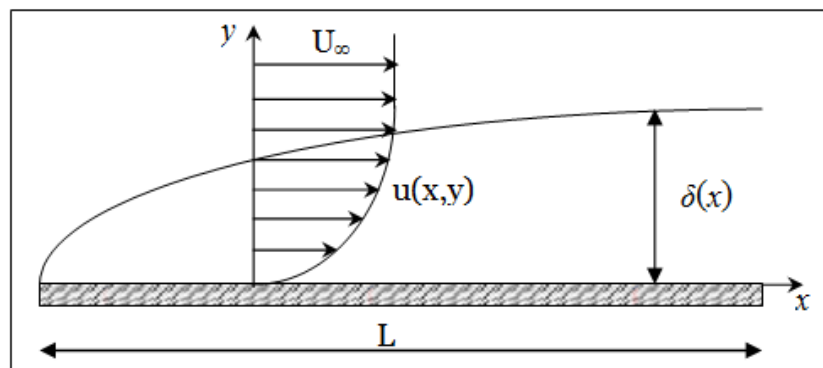


Fig.I.6. Gradient de vitesse dans une couche limite dynamique [04].

5-2- Couche limite thermique

Lorsqu'un fluide, de température T_∞ s'écoule sur une paroi à température T_p des échanges thermiques s'établissent. Les particules du fluide s'échauffent ou se refroidissent au contact de la paroi. Ces particules échangent de la chaleur de proche en proche avec leurs voisines et un gradient de température se forme (figure.I.7).

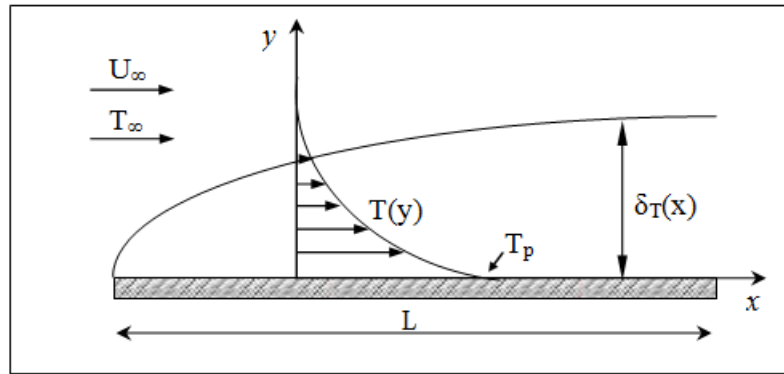


Fig.I.7. Gradient de température dans une couche limite thermique [04].

6- Hypothèses fondamentales de couche limite thermique

Comme pour les phénomènes dynamiques, le concept de couche limite thermique est fondamentalement lié à l'existence d'une direction privilégiée du transport convectif de chaleur par rapport à celle du transfert thermique. Pour la couche limite dynamique, la condition de grand nombre de Reynolds est requise. En effet, la comparaison à même référence de longueur des phénomènes diffusifs dynamiques et thermiques introduit le nombre de Prandtl conjointement au nombre de "Reynolds".

7- Caractéristiques de couche limite

7-1- Epaisseur

L'épaisseur δ de la couche limite est définie comme une épaisseur pour laquelle la vitesse u tend vers la vitesse de l'écoulement libre U_∞ ou plus exactement lorsque

$$u = 0.995U_\infty.$$

$$u = (y = \delta) = 0.99U \quad (1.3)$$

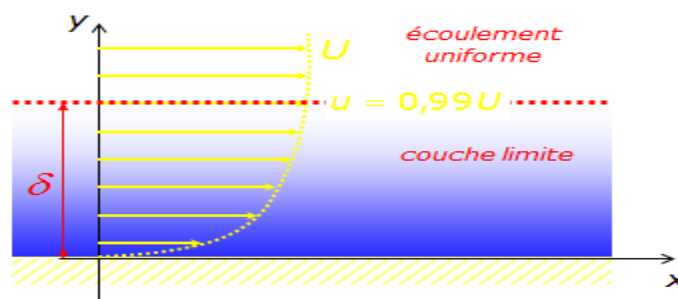


Fig.I.8.Epaisseur de couche limite [04].

7-2- Epaisseur de déplacement

Dans la couche limite l'écoulement est retardé et les courants sont déviés de leur chemin initial.

La distance de cette déviation est appelée épaisseur de déplacement de la couche limite (figure.I.9) et est définie par :

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left[1 - \frac{u}{U_{\infty}} \right] dy \quad (1.4)$$

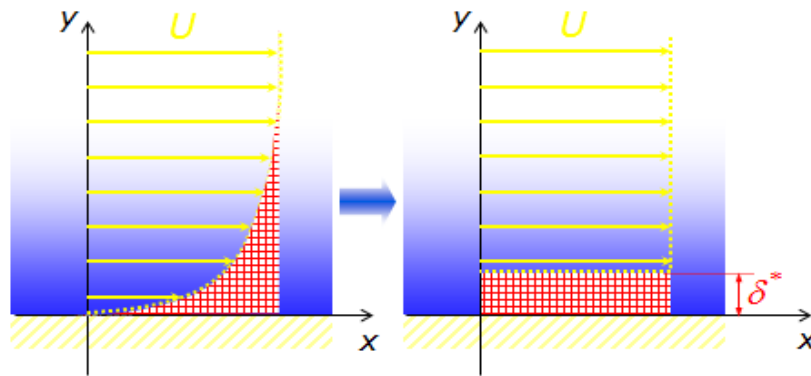


Fig.I.9.Epaisseur de déplacement [04].

7-3- Epaisseur de quantité de mouvement

Le ralentissement de l'écoulement dans la couche limite produit par la viscosité donne une réduction de la quantité de mouvement.

On définit l'épaisseur de la quantité de mouvement comme l'épaisseur de la couche du fluide de vitesse U_{∞} pour laquelle la variation de la quantité de mouvement est égale à celle qui est perdue, cette épaisseur est définie par la relation [04]:

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{u}{U_{\infty}} \left[1 - \frac{u}{U_{\infty}} \right] dy \quad (1.5)$$

7-4- Facteur de forme

Le facteur de forme H définit la forme générale du profil des vitesses de l'écoulement dans la couche limite.

Le rapport entre les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement est désigné sous le nom de facteur de forme [04] :

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (1.6)$$

8- Caractéristiques de couche limite thermique

8-1- Epaisseur conventionnelle de couche limite thermique

D'une façon analogue à l'épaisseur de couche limite dynamique, on définit l'épaisseur de la couche limite thermique δ_T . Soit le rapport adimensionnel :

$$\frac{T(x,y)-T_p(x)}{T_\infty-T_p(x)} \quad (1.7)$$

Où $T(x,y)$ est la température au point courant de la couche limite, $T_p(x)$ celle de la paroi et T_∞ celle de fluide au loin de la paroi. Par définition donc, l'épaisseur de couche limite thermique est la distance transversale au bout de laquelle l'écart de température atteint 99% de la différence $T_\infty - T_p$. On a donc :

$$\frac{T(x,\delta_T)-T_p(x)}{T_\infty-T_p(x)} \quad (1.8)$$

8-2- Epaisseur d'enthalpie

De façon similaire, on définit les épaisseurs caractéristiques suivantes :

$$\Delta = \int_0^\infty \frac{\rho U}{\rho_E U_E} \left(\frac{h-h_E}{h_p-h_E} \right) dy \quad (1.9)$$

9- Types de parois

9-1- paroi isotherme

La température de paroi est constante

$$\text{À } y = 0 \quad U = V = 0 \quad \theta = Cte = 1 \quad (\text{paroi isotherme})$$

9-2- paroi adiabatique

Une paroi séparant deux milieux est dite adiabatique lorsqu'elle interdit l'échange de chaleur entre ces deux milieux.

Tout état d'équilibre thermique d'un milieu peut coexister avec tout état d'équilibre thermique de l'autre.

$$\text{À } y = 0 \quad U = V = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{paroi adiabatique})$$

9-3- paroi avec flux de chaleur

Le flux thermique ou flux de chaleur, souvent noté Φ entre deux milieux de températures T_i différentes correspond au transfert thermique Q qui s'écoule par unité de temps entre les deux milieux : $\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$ À $y = 0$ $U = V = 0$ et $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = Cte < 0$

Chapitre II :

Mise en équation du problème

1- Les équations générales de couche limite

Nous allons procéder ici à une simplification des équations générales de sorte à établir, pour la région de couche limite, un nouveau modèle d'écoulement, "intermédiaire" entre ceux de Navier-Stokes et d'Euler. Nous nous limitons au cas de l'écoulement bidimensionnel plan permanent en l'absence de forces extérieures de volume. Dans ces conditions les équations générales de Navier-Stokes s'écrivent. [05]

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} + \mu\Delta\vec{V} \quad (II.1)$$

1-1- Etude dimensionnelle de la couche limite

Au sein de la couche limite, l'écoulement doit être décrit au moyen de l'équation de Navier-Stokes, la résolution de cette équation s'avère difficile sans poser un certain nombre d'approximations ces approximations doivent être validées sur les bases d'une analyse dimensionnelle.

- Stationnaire
- Ou les effets de la pesanteur sont négligeables
- Bidimensionnel (x, y)

Avec ces hypothèses, l'équation de Navier-stokes se résume à:

$$\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (II.2)$$

$$\rho \left(U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (II.3)$$

- L'équation de continuité d'un écoulement permanent d'un fluide visqueux et incompressible est[05] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (II.4)$$

2- Analyse dimensionnelle des équations de couche limite dynamique

La résolution exacte des équations de Navier-Stokes est impossible, mais Prandtl en a trouvé une solution approximative, en remarquant deux choses:

L'écoulement est quasiment uni-directionnel, donc $v \ll u$,

la couche limite est très fine, donc toutes les grandeurs varient beaucoup plus suivant y que suivant x , soit :

$$\frac{\partial}{\partial y} \gg \frac{\partial}{\partial x}$$

Dans ces conditions, on montre que les équations de Navier-Stokes, se réduisent à :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (II.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (II.6)$$

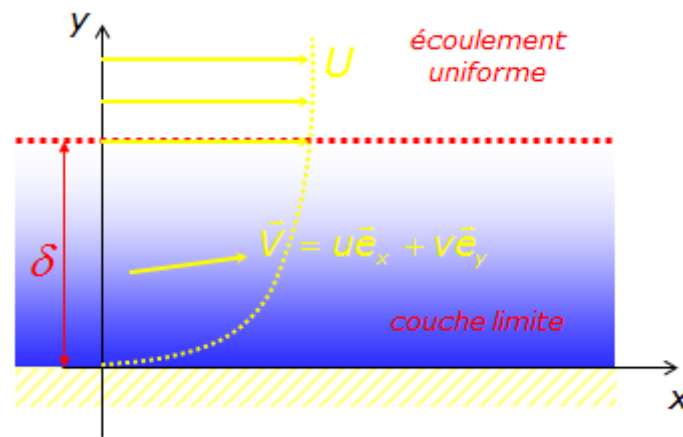


Fig.II.1. Ordres de grandeurs [05].

Analysons les différents ordres de grandeurs caractéristiques :

$u \approx U$ Ordre de grandeur de la vitesse longitudinale (écoulement uniforme)

$v \approx V$ Ordre de grandeur de la vitesse de la transversale

$\frac{\partial}{\partial x} \approx \frac{1}{x}$ Où x peut représenter la distance au front de l'objet

$$\frac{\partial}{\partial y} \approx \frac{1}{\delta} \quad \text{Où } \delta \text{ peut représenter l'épaisseur de la couche limite}$$

On sait que l'équation de continuité doit être vérifiée :

$$\text{Donc } \frac{\partial u}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{sont nécessairement du même ordre de grandeur.}$$

$$\frac{U}{x} \approx \frac{V}{\delta} \Rightarrow V \approx U \frac{\delta}{x}$$

$$\text{On peut alors en déduire que : } u \frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{U^2}{x} \text{ et } v \frac{\partial U}{\partial y} \approx V \frac{U}{\delta} \approx \frac{U^2}{x}$$

$$\text{On sait alors que } u \frac{\partial u}{\partial x} \text{ et } v \frac{\partial u}{\partial y} \text{ sont du même ordre de grandeur } \frac{U^2}{x}$$

$$u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{U^2}{x} \qquad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{U^2}{x}$$

$$\text{Donc : } \left. \begin{array}{l} v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{U^2}{x} \\ \approx v \frac{U}{\delta^2} \end{array} \right\} v \frac{U}{\delta^2} \approx \frac{U^2}{x}$$

On en déduit l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite :

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{U}} \sqrt{x}$$

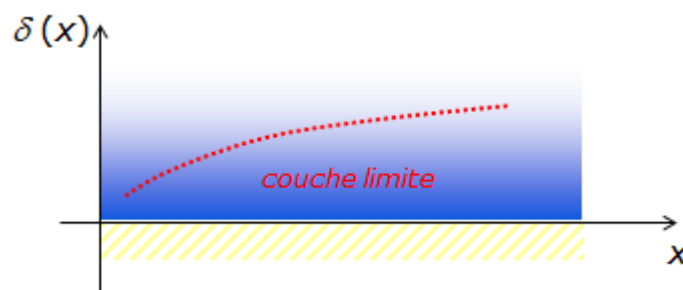


Fig. II.2.L l'épaisseur de la couche limite croît en $\sqrt{x}$. [04].

En application du modèle de "Prandtl" puisque le gradient longitudinal de pression est nul, la correction de vitesse au sein couche limite est régie par les équations :

$$\frac{\partial P}{\partial y} \approx 0 \quad \delta^2 \approx \frac{\nu x}{U}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (II.7)$$

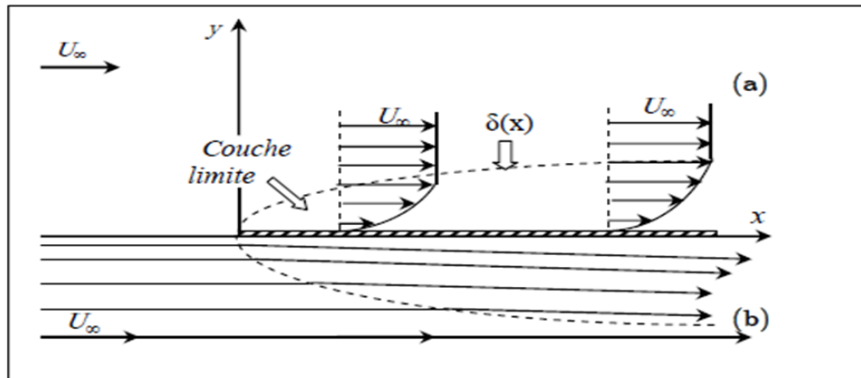


Fig. II.3 : Couche limite sur une plaque plane à incidence nulle dans un courant uniforme à l'infini : (a) Profils de vitesse ; (b) Déflexion des lignes de courant [04].

Équation à répondre avec comme conditions aux limites :

$$u(x, 0) = 0 \quad v(x, 0) = 0 \quad (\text{Représentent l'effet de l'adhérence}).$$

$$u(x, \infty) = U \quad (\text{vitesse uniforme; pas de déformation de lignes de courant}).$$

On voit que ces équations sont assez similaires à celles des écoulements unidirectionnels, sauf que la conservation de la masse reste inchangée car v n'est pas nulle en toute rigueur, et, bien que $v \ll u$, ses variations selon y sont du même ordre de grandeur que celles de u suivant x .

3- Résolution de l'équation de Blasius

Equation à résoudre :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (II.8)$$

En dehors de la couche limite, on soit que sur une même ligne de courant, la vitesse reste à peu près constante, par conséquent :

$$\frac{\partial P}{\partial x} \approx 0 \quad \text{Sur une ligne de courant en dehors de la couche limite or, on a vu que dans la couche limite, on a : } \frac{\partial P}{\partial y} \approx 0$$

Dons, comme il y a continuité de pression à la frontière de la couche limite, on peut en déduire que : $\frac{\partial P}{\partial x} \approx 0$ dans la couche limite.

Par conséquent, il reste seulement à résoudre :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (II.9)$$

On peut alors raisonner en termes de lignes de courant au sein même de la couche limite :

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy \quad \text{Où} \quad u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Donc $d\Psi = -v dx + u dy \approx u dy$

On peut alors trouver $\Psi(x, y)$ en intégrant $d\Psi$:

$$\Psi(x, y) = \int_0^y u(x, y') dy'$$

Exprimons d'abord la vitesse u en fonction de U :

$$u = U g(\eta) \quad \text{Où} \quad \eta = \frac{y}{\delta(x)} \Rightarrow \text{nombre sans dimension}$$

$$\delta(x) : \text{Épaisseur de la couche limite en } x : \delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

$$\Rightarrow \Psi = \int_0^\eta U f(\eta') \delta d\eta'$$

$$\Rightarrow \Psi = U \delta \int_0^\eta g(\eta') d\eta'$$

Donc la fonction $f(\eta)$ est telle que : $f'(\eta) = \frac{df}{d\eta} = g(\eta)$

On peut alors écrire : $\Psi = (x, y) = U \delta(x) f(\eta)$ car $\eta = \frac{y}{\delta(x)}$

Donc il faut répondre : $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ sachant que :

$$u = U g(\eta) = U f'(\eta)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -U f(\eta) \frac{\partial \delta}{\partial x} - U \delta \frac{\partial \eta}{\partial x} f'(\eta)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = U \frac{\partial \eta}{\partial x} f''(\eta) \\ \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{\partial \eta}{\partial y} f''(\eta) = \frac{U}{\delta} f''(\eta) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{U}{\delta} \frac{\partial \eta}{\partial y} f'''(\eta) = \frac{U}{\delta^2} f'''(\eta) \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

On obtient ainsi :

$$U f' \cdot U \frac{\partial \eta}{\partial x} f'' - U \left[f \frac{\partial \eta}{\partial x} + \delta \frac{\partial \eta}{\partial x} f' \right] \cdot \frac{U}{\delta} f'' = v \frac{U}{\delta^2} f'''$$

Soit, après simplification :

$$2f''' + f f'' = 0 \quad \Rightarrow \text{Équation de Blasius.} \quad (\text{II.11})$$

4- Résolution l'équation d'énergie

4-1- L'équation d'énergie à grande vitesse

4-1-1- l'équation l'énergie en paroi adiabatique

Dans ces conditions, on retrouve l'équation :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_P} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_P} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{II.12})$$

Avec les conditions aux limites thermiques suivantes :

$$\begin{cases} y = 0 : & \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_P = 0 \\ y = \infty : & T = T_\infty \end{cases}$$

A cause de la chaleur dissipée dans la couche limite, la plaque va prendre, en chaque point, une température T_f , supérieure à T_∞ appelée température pariétale de frottement.

Puisque, dans le cas de la plaque plane, la température et la vitesse de l'écoulement libre sont en tout point les mêmes et égales respectivement à T_∞ et à U_∞ , l'échauffement local d'arrêt est en tout point égal à [05] :

$$\Delta T_0 = T_0 - T_\infty = \frac{U_\infty^2}{2C_p} \quad (\text{II.13})$$

Le facteur thermique pariétal ne dépend donc que de la température pariétale de frottement :

$$r = \frac{\Delta T_f}{\Delta T_0} = \frac{T_f - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad (\text{II.14})$$

Nous considérons ici la même variable adimensionnelle θ telle que:

$$\theta(\eta) = \frac{T(x,y) - T_\infty}{\left(\frac{U_\infty^2}{2C_p} \right)} \quad (\text{II.15})$$

On remarque que, à la paroi, la température $T(x,y)$ appelée la température pariétale de frottement T_f et la valeur de θ est alors égale au facteur thermique pariétal :

$$r = \theta_p$$

Donc l'équation qui gouverne ce problème est l'équation :

$$\theta'' + \frac{1}{2}Prf\theta' + 2Prf''^2 = 0 \quad (\text{II.16})$$

4-1-2- l'équation l'énergie en paroi isotherme

Dans ce cas, la plaque est maintenue en tout point à une température T_p En utilisant la même variable adimensionnelle $\theta(\eta)$.

Dans ces conditions, l'équation d'énergie reste la même :

$$\theta'' + \frac{1}{2}Prf\theta' + 2Prf''^2 = 0 \quad (\text{II.17})$$

4-1-3- l'équation l'énergie en paroi avec flux de chaleur constant

Dans ce cas, l'équation (II.16) reste la même.

4-2- L'équation d'énergie à basse vitesse

4-2-1- l'équation l'énergie en paroi dans cas dissipation visqueuse est négligeable isotherme

L'équation de la chaleur est :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II.18})$$

Les conditions aux limites sont :

$$y = 0 \quad T = T_0 \quad y \rightarrow \infty \quad T \rightarrow T_0$$

$$u(x, y) = U_\infty f'(\eta)$$

$$V(x, y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} [\eta f'(\eta) - f(\eta)] \quad \eta = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\nu}{x} \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2$$

Par remplacer ces termes dans l'équation (II.17) cette dernière se sera :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\text{Pr}}{2} \cdot f(\eta) \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad \text{Pr} = \frac{\mu C_P}{\lambda}$$

Pour addimensionnaliser l'équation, on définit la variable adimensionnel θ :

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_\infty - T_0} \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} = (T_\infty - T_0) \frac{\partial \theta}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} = (T_\infty - T_0) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}$$

On peut écrire :

$$\theta'' + \frac{1}{2} \text{Pr} f \theta' = 0 \quad (\text{II.19})$$

4-2-2- l'équation l'énergie en paroi avec flux de chaleur

Dans ce cas, l'équation (II.18) reste la même.

Chapitre III :

Résolution numérique du problème

Dans ce chapitre nous calculons les propriétés essentielles de la couche limite dynamiques et thermique et est l'étude de l'influence du type de paroi sur les caractéristiques de la couche limite thermique laminaire sur une paroi solide. L'écoulement aura lieu dans un domaine bidimensionnel, avec une vitesse uniforme à l'infini pour les différents types de parois (isotherme, adiabatique et avec apport de chaleur) [06].

1- les méthodes Numériques de résolution des équations différentielles

Le domaine de l'analyse numérique où les applications sont les plus nombreuses est celui de la résolution des équations différentielles. Cela vient du fait que toute modélisation mathématique d'un, ou de plusieurs phénomènes physiques, est décrite par une, ou un système d'équations différentielles. Vu que la majorité, pour ne pas dire la totalité des phénomènes physiques ne sont pas linéaires, il n'existe pas de solutions analytiques pour ces problèmes. Nous sommes obligés de chercher des solutions approchées de la solution exacte (analytique). Là, où les solutions de ces équations sont déduites par une approche numérique adéquate. Les équations différentielles se divisent en deux familles, les équations différentielles aux dérivées partielles, et les équations différentielles ordinaires. La différence entre les deux est que, dans les équations différentielles ordinaires ne figure qu'une seule variable indépendante, d'où l'existence d'une dérivée totale.

Toute méthode numérique utilisée pour résoudre des équations différentielles représentant un phénomène physique, a pour objectif de faire passer le domaine continu (physique), en un domaine discret (mathématique). L'équation différentielle est remplacée par une ou plusieurs équations algébriques, qui sont nécessairement plus faciles à résoudre[06].

1-1- Méthode d'Euler

C'est la méthode qui est de loin la plus simple pour résoudre numériquement des équations différentielles d'ordre un à une condition initiale. Elle a une bonne interprétation géométrique et son emploi est facile. L'inconvénient est néanmoins qu'elle est peu précise. Toutefois. On appelle équation différentielle ordinaire, une équation, ou un système d'équations, dont les fonctions et leurs dérivées successives ne dépendent que d'une seule variable. On appelle ordre de l'équation, le plus fort degré de dérivation apparaissant dans l'équation. Une équation différentielle est dite linéaire, si elle est écrite sous forme d'une combinaison linéaire à (coefficients constants) de dérivées successives des inconnues[06].

1-2- méthode Runge-Kutta

Il serait avantageux de disposer de méthode d'ordre de plus en plus élevé tout en évitant les désavantages des méthodes de Taylor qui nécessitent l'évaluation des dérivées partielles tracée par les méthode de Runge-Kutta qui sont calquées sur les méthode de Taylor du même ordre.

1-3- La méthode TIR

A ce point du raisonnement, nous avons seulement considéré les solutions des équations différentielles pour lesquelles les conditions initiales sont connues. Cependant, beaucoup d'applications dans les sciences physiques n'ont pas des conditions initiales, mais plutôt des conceptions aux limites. La méthode de TIR consiste à remplacer le problème de conditions aux limites par un problème de conditions initiales. Elle est basée sur les quatre étapes itératives suivantes :

- On choisit une condition initiale $X(t_0)$ qui peut être la vitesse initiale par exemple.
- On résout alors le problème aux conditions initiales par l'une des méthodes précédemment exposées, telle que la méthode de Runge Kutta d'ordre quatre.
- On calcule la valeur de la condition aux limites.
- Si la valeur finale n'est pas atteinte, on modifie la valeur initiale, et on réitère les étapes précédentes jusqu'à l'obtention de la valeur finale souhaitée.

2- Méthodes de résolution du problème

Des méthodes très variées permettant la résolution numérique des équations de la couche limite. Les méthodes de Runge-Kutta, sont une généralisation de la méthode d'Euler. Ce sont des méthodes très utilisées, qui ont l'avantage d'être faciles à programmer, et surtout d'être stables (peu d'erreurs) et d'une grande précision. Ce sont des méthodes à pas unique, directement dérivées de la méthode d'Euler, elles ont surtout l'immense avantage de ne pas demander autre chose que de connaître que les conditions initiales pour démarrer. Cependant un léger inconvénient, du fait qu'elles soient assez consommatrices en temps de calcul. Cette famille de méthodes explicites plus efficaces et plus pratiques que les méthodes d'Euler, en plus de ça la connaissance de la valeur initiale suffit à intégrer l'équation différentielle. Mais, elles demandent plus de temps de calcul que les autres méthodes de précision comparables.

Si f , f' et f'' sont tous connues dans une certaine position (η_i), la formule de "Runge-Kutta" du quatrième ordre est préférable à utiliser pour obtenir la solution à ($\eta_{i+1} = \eta_i + h$) positions.

L'équation de Blasius c'est une équation une équation ordinaire à une seule variable η , pour une variable avant l'étape de résolution, il faut définir l'équation d'une façon plus simple on peut écrire (II.10) [08] :

$$2f''' + ff'' = 0$$

- Près de la paroi solide ($u = v = 0$), donc $y = 0$, $f' = 0$ et $\eta = 0$

$$-\left\{ \begin{array}{l} u = U \\ y = \infty \end{array} \right. \Rightarrow u = U_0 f' \Rightarrow f' = 1 \Rightarrow \eta = \infty$$

Pour la résolution de l'équation

$$\frac{df}{d\eta} = p$$

$$\frac{dP}{d\eta} = q$$

$$\frac{dq}{d\eta} = -\frac{1}{2}fq$$

Appliquons les formules de « Runge-kutta » pour chacune des équations précédentes, on obtient:

$$D_1 f_i = h p_i$$

$$D_1 p_i = h q_i$$

$$D_1 q_i = -\frac{1}{2} h f_i q_i$$

Avec (h) est un pas choisi sur l'axe (η) .

$$D_2 f_i = h \left(p_i + \frac{1}{2} D_1 p_i \right)$$

$$D_2 p_i = h \left(q_i + \frac{1}{2} D_1 q_i \right)$$

$$D_2 q_i = -\frac{1}{2} h (f_i + \frac{1}{2} D_1 f_i) (q_i + \frac{1}{2} D_1 q_i)$$

$$D_3 f_i = h (p_i + \frac{1}{2} D_2 p_i)$$

$$D_3 p_i = h (q_i + \frac{1}{2} D_2 q_i)$$

$$D_3 q_i = -\frac{1}{2} h (f_i + \frac{1}{2} D_2 f_i) (q_i + \frac{1}{2} D_2 q_i)$$

$$D_4 f_i = h (p_i + \frac{1}{2} D_3 p_i)$$

$$D_4 p_i = h (q_i + \frac{1}{2} D_3 q_i)$$

$$D_4 q_i = -\frac{1}{2} h (f_i + \frac{1}{2} D_3 f_i) (q_i + \frac{1}{2} D_3 q_i)$$

Finalement, les valeurs f, f' et f'' sont calculées pour (η_{i+1}) :

$$f_{i+1} = f_i + \frac{1}{6} (D_1 f_i + 2D_2 f_i + 2D_3 f_i + D_4 f_i)$$

$$p_{i+1} = p_i + \frac{1}{6} (D_1 p_i + 2D_2 p_i + 2D_3 p_i + D_4 p_i)$$

$$q_{i+1} = q_i + \frac{1}{6} (D_1 q_i + 2D_2 q_i + 2D_3 q_i + D_4 q_i)$$

3- L'équation Couche limite thermique

3-1- Présentation du problème

Le champ des vitesses étant connu. Nous nous intéressons au transfert de chaleur entre une plaque plane et un fluide en mouvement uniforme parallèle à la plaque à l'infini amont. L'influence des forces de flottabilité est négligeable, ce qui signifie que la mise en mouvement du fluide résulte de l'action des forces extérieures à l'échange de chaleur, on parle alors de convection forcée [08].

Nous allons examiner divers cas : celui d'une paroi isotherme (température de paroi imposée constante), adiabatique (flux de chaleur pariétal nul), et en fin avec flux de chaleur, en convection forcée à grande et basse vitesses [10].

3-2- Mise en équation

Si l'on porte, dans l'équation (II.12), les expressions (II.10) de U et de V et celle des dérivées de T tirées de l'expression (II.15), on arrive aisément à une relation simple, où ils ne figurent que des fonctions de la variable η :

$$\theta'' + \frac{1}{2}Prf\theta' + 2Prf''^2 = 0$$

L'équation (4.7) montre que le champ de température est aussi auto similaire. Le nombre de "Prandtl" est constant puisque les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes. Les conditions aux limites deviennent :

$$\text{à } \eta = 0 : f = f' = 0 \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \\ \text{ou} \\ \theta = Cte = 1 \\ \text{ou} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = Cte < 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.1})$$

$$\text{À } \eta \rightarrow \infty : f' = 1 \quad \text{et} \quad \theta = 0 \quad (\text{III.2})$$

Seule la condition à $\eta = 0$ change avec le type de paroi. La condition à $\eta = \infty$, est maintenue constante pour tous types de paroi. Nous avons donc un problème aux conditions aux limites, gouverné par une équation différentielle de second ordre, dont les coefficients contiennent les fonctions f et f'' .

Puisque $\eta \rightarrow \infty$ on prend la valeur maximale de η de sorte que la condition (III.2) soit satisfaite :

$$\eta = \eta_{max} \quad \theta = 0$$

3-3-Méthode de résolution

Considérons la résolution numérique de l'équation différentielle du second ordre de type :

$$\frac{d^2\mathcal{F}}{dx^2} + A(x)\frac{d\mathcal{F}}{dx} + B(x)\mathcal{F} = D(x) \quad (\text{III.3})$$

Nous résolvons cette équation, et nous verrons que la résolution de ce problème se ramène à la résolution d'un système d'équations linéaires à matrice tri diagonale. Le problème est reformulé comme un ensemble d'équations différentielles, chacune d'ordre inférieur à deux, en utilisant les formules de différences centrées d'ordre deux[08] :

$$\begin{cases} \mathcal{F}'_i = \frac{1}{2h}(\mathcal{F}_{i+1} - \mathcal{F}_{i-1}) \\ \mathcal{F}''_i = \frac{1}{h^2}(\mathcal{F}_{i+1} - 2\mathcal{F}_i - \mathcal{F}_{i-1}) \end{cases}$$

L'équation (4.11), s'écrit en $x = x_i$ pour $i = 1, 2, 3, \dots, n$ comme suit :

$$\left(1 - \frac{h}{2}A_i\right)\mathcal{F}_{i-1} + (-2 + h^2B_i)\mathcal{F}_i + \left(1 + \frac{h}{2}A_i\right)\mathcal{F}_{i+1} = h^2D_i$$

C'est-à-dire :

$$C_{i1}\mathcal{F}_{i-1} + C_{i2}\mathcal{F}_i + C_{i3}\mathcal{F}_{i+1} = C_{i4} \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$\begin{cases} C_{i1} = 1 - \frac{h}{2}A_i \\ C_{i2} = -2 + h^2B_i \\ C_{i3} = 1 + \frac{h}{2}A_i \\ C_{i4} = h^2D_i \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Ecrivant l'équation (III.4) pour $i = 1, 2, 3, \dots, n$, on aura un système de n équations à n inconnues $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_n$.

En effet, les équations aux nœuds respectifs 1 et n s'écrivent :

$$\begin{cases} C_{11}\mathcal{F}_0 + C_{12}\mathcal{F}_1 + C_{13}\mathcal{F}_2 = C_{14} \\ C_{n1}\mathcal{F}_{n-1} + C_{n2}\mathcal{F}_n + C_{n3}\mathcal{F}_{n+1} = C_{n4} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

En introduisant les conditions aux limites; on aboutit à un système formé par une matrice tridiagonale. Sa résolution est rapide même pour des systèmes de grande taille. La méthode d'*élimination de Gauss* est particulièrement bien adaptée à ce type de problème.

4-Convection forcée à grande vitesse

4-1-Solution en paroi adiabatique

Nous supposons que :

- Le terme de l'équation (III.12) dû à la dissipation de l'énergie n'est plus négligé : il y a échauffement cinétique.
- La plaque est en matériau parfaitement isolant et son facteur d'émission est nulle (figure .III.2).

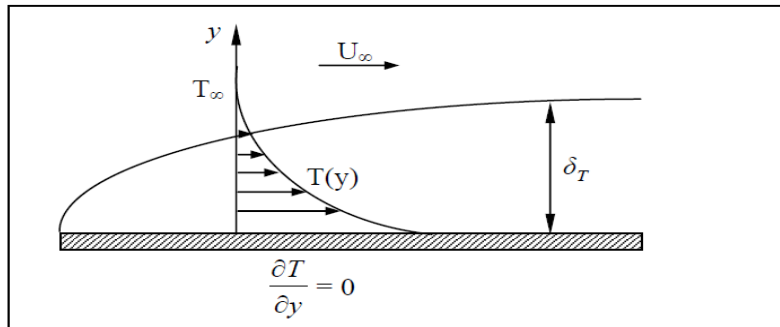


Fig.III.2 : Distribution de températures sur une couche limite thermique

Le long d'une plaque plane adiabatique [04].

Dans ces conditions, on retrouve l'équation (II.12) :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_P} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_P} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{III.7})$$

Avec les conditions aux limites thermiques suivantes :

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = \infty \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p = 0 \\ T = T_\infty \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

A cause de la chaleur dissipée dans la couche limite, la plaque va prendre, en chaque point, une température T_f , supérieure à T_∞ appelée température pariétale de frottement.

Puisque, dans le cas de la plaque plane, la température et la vitesse de l'écoulement libre sont en tout point les mêmes et égales respectivement à T_∞ et à U_∞ , l'échauffement local d'arrêt est en tout point égal à [04] :

$$\Delta T_0 = T_0 - T_\infty = \frac{U_\infty^2}{2C_p} \quad (\text{III.9})$$

Le facteur thermique pariétal ne dépend donc que de la température pariétale de frottement.

$$r = \frac{\Delta T_f}{\Delta T_0} = \frac{T_f - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad (\text{III.10})$$

Nous considérons ici la même variable adimensionnelle θ telle que :

$$\theta(\eta) = \frac{T(x,y) - T_\infty}{(U_\infty^2/2C_p)} \quad (\text{III.11})$$

On remarque que, à la paroi, la température $T(x,y)$ appelée la température pariétale de frottement T_f et la valeur de θ est alors égale au facteur thermique pariétal :

$$r = \theta_p$$

Donc l'équation qui gouverne ce problème est l'équation (II.12) :

$$\theta'' + \frac{1}{2}Prf\theta' + 2Prf''^2 = 0 \quad (\text{III.12})$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} \eta = 0 & f = f' = 0 & \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \\ \eta = \infty & f' = 1 & \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

La comparaison de l'équation (III.12) avec l'équation différentielle standard (III.3) donne :

$$A = \frac{1}{2}Prf, \quad B = 0, \quad \text{et} \quad D = -2Prf''^2$$

La valeur de A, B, et D connues à η_i nous permettent d'évaluer les coefficients C_{i1} , C_{i2} , C_{i3} et C_{i4} de l'équation (III.5) :

$$\begin{cases} C_{i1} = 1 - \frac{h}{4} \text{Pr} f_i \\ C_{i2} = -2 \\ C_{i3} = 1 + \frac{h}{4} \text{Pr} f_i \\ C_{i4} = -2h^2 \text{Pr} f_i'' \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

L'équation au nœud n s'écrit, pour la variable adimensionnelle θ :

$$C_{n1}\theta_{n-1} + C_{n2}\theta_n + C_{n3}\theta_{n+1} = C_{n4} \quad (\text{III.15})$$

Comme la valeur de θ_{n+1} est connue de la condition aux limites pour $\eta = \eta_{max}$, l'équation (III.15) devient :

$$C_{n1}\theta_{n-1} + C_{n2}\theta_n = C_{n4} - C_{n3}\theta_{n+1}$$

Alors, on remplace le coefficient C_{n4} , par $(C_{n4} - C_{n3}\theta_{n+1})$, puis on élimine le coefficient (C_{n3}) de θ_{n+1} , cette modification peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{cases} C_{n4} \leftarrow C_{n4} - C_{n3}\theta_{n+1} \\ C_{n3} \leftarrow 0 \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Où $\theta_{n+1} = 0$, (d'après la condition aux limites thermique (III.13). L'équation (III.3), s'écrit en remplaçant la fonction f par θ :

$$C_{11}\theta_0 + C_{12}\theta_1 + C_{13}\theta_2 = C_{14} \quad (\text{III.17})$$

θ_0 Est un point fictif, sa valeur est liée aux points intérieurs par la condition aux limites à $\eta = 0$.

Si on remplace $\frac{\partial \theta}{\partial \eta}$ par sa valeur dans la formule de différences centrées au nœud1, on obtient

$$\theta'_1 = \frac{1}{2h}(\theta_2 - \theta_0) = 0$$

C'est-à-dire: $\theta_2 = \theta_0$

Remplaçant θ_0 par sa valeur dans l'équation (III.17), nous obtenons :

$$C_{12}\theta_1 + (C_{13} + C_{11})\theta_2 = C_{14}$$

Donc les coefficients C_{11} et C_{13} deviennent :

$$\begin{cases} C_{13} \leftarrow C_{13} + C_{11} \\ C_{11} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Après la modification des coefficients C_{n4} , C_{n3} , C_{13} et C_{11} , selon (III.16) et (III.18), le système (III.4) peut s'écrire sous forme matricielle, comme suit (III.19):

$$\begin{bmatrix} C_{12} & C_{13} & 0 & . & . & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & . & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & C_{n-1,1} & C_{n-1,2} & C_{n-1,3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & C_{n1} & C_{n2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ . \\ . \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{14} \\ C_{24} \\ C_{34} \\ . \\ . \\ C_{n-1,4} \\ C_{n4} \end{pmatrix}$$

La résolution du système (III.19) peut être effectuée à l'aide de la méthode d'élimination de Gauss. Elle peut être présentée sous forme d'une subroutine nommée "TRID", selon les étapes suivantes :

On multiplie la deuxième équation du système (III.19) par C_{12} et la première par C_{21} , puis on prend la différence entre les deux équations éliminer θ_1 , l'équation résultante sera :

$$(C_{22}C_{12} - C_{21}C_{13})\theta_2 + C_{23}C_{12}\theta_3 = (C_{24}C_{12} - C_{21}C_{14}) \quad (\text{III.20})$$

Dans cette équation, si on appelle le coefficient de θ_2 par C_{22} , et celle de θ_3 par C_{23} , et le membre droit par C_{24} , l'équation (III.20) devient :

$$C_{22}\theta_2 + C_{23}\theta_3 = C_{24} \quad (\text{III.21})$$

Si cette équation remplace la deuxième équation du système (III.20), sa forme ne va pas changée sauf C_{21} qui devient nul. On qui devient nul. On répète la même technique entre la nouvelle seconde équation et la troisième, le même processus est répété jusqu'à ce que $C_{n-1,1}$ est éliminé.

Le processus d'élimination est achevé par les coefficients :

$$\begin{cases} C_{i2} \leftarrow C_{i2}C_{i-1,2} - C_{i1}C_{i-1,3} \\ C_{i3} \leftarrow C_{i3}C_{i-1,2} \\ C_{i4} \leftarrow C_{i4}C_{i-1,2} - C_{i1}C_{i-1,4} \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (\text{III.22})$$

Donc toutes les équations de (III.19) sont de forme simple et ayant deux termes à la gauche. La valeur de θ_n peut-être trouver immédiatement par résolution de la dernière équation de (III.19):

$$\theta_n = \frac{C_{i4}C_{i-1,2} - C_{i1}C_{i-1,4}}{C_{i2}C_{i-1,2} - C_{i1}C_{i-1,3}} \quad (\text{III.23})$$

Les autres inconnues peuvent être calculées à l'aide des formules de récurrence :

$$\theta_i = \frac{C_{j4} - C_{j3}\theta_{j+1}}{C_{j2}} \quad j=n-1, n-2, \dots, 2, 1.$$

L'organigramme (III.12) résume les étapes de calcul de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ on considère différents milieux fluides pour effectuer notre calcul.

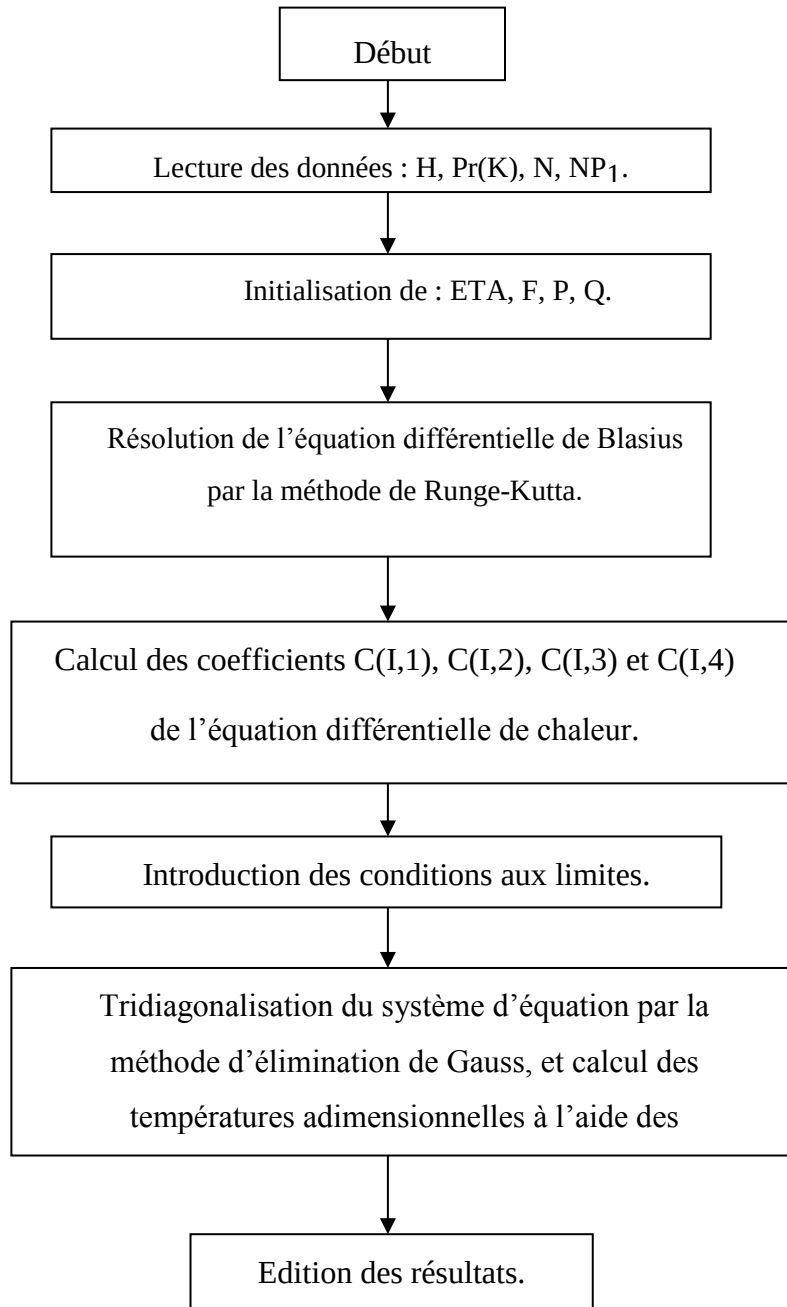


Fig.III.3 :L'organigramme de calcul de température adimensionnelle.

4-2- Solution en paroi isotherme

Dans ce cas, la plaque est maintenue en tout point à une température T_p (figure III.4). En utilisant la même variable adimensionnelle $\theta(\eta)$.

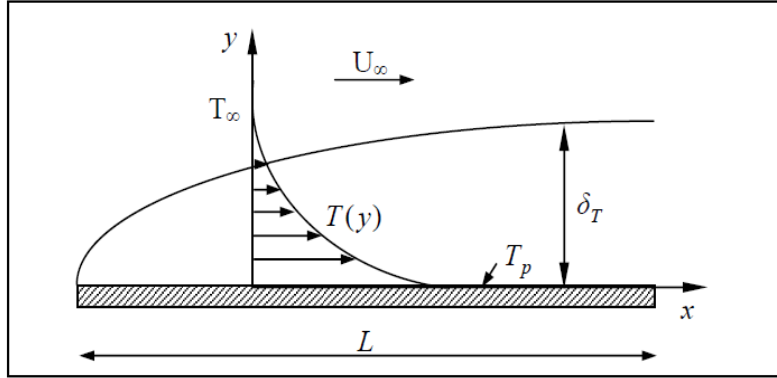


Fig.III.4 : Distribution de température sur une couche limite thermique le long d'une paroi isotherme [04].

Dans ces conditions, l'équation d'énergie reste la même :

$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr f \theta' + 2 Pr f''^2 = 0$$

On choisit comme valeur de température à la paroi T_p :

$$T_p = T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2C_p}$$

Avec les conditions aux limites transformées :

$$\begin{cases} \eta = 0 & f = f' = 0 & \theta = 1 \\ \eta = \infty & f' = 1 & \theta = 0 \end{cases} \quad (III.24)$$

Les coefficients C_{i1}, C_{i2}, C_{i3} et C_{i4} restent les mêmes, d'après les conditions aux limites (III.24) Les valeurs de θ_0 et θ_{n+1} sont connues, donc les équations (III.6) peuvent s'écrire, pour la variable adimensionnelle $\theta(\eta)$ comme suit :

$$\begin{cases} C_{12}\theta_1 + C_{13}\theta_2 = C_{14} - C_{11}\theta_0 \\ C_{n1}\theta_{n-1} + C_{n2}\theta_n = C_{n4} - C_{n3}\theta_{n+1} \end{cases} \quad (III.25)$$

D'après l'équation (III.25), les coefficients C_{14} et C_{11} deviennent :

$$\begin{cases} C_{14} \leftarrow C_{14} - C_{11}\theta_0 \\ C_{11} \leftarrow 0 \end{cases}$$

Et d'après l'équation (III.25), les coefficients C_{n4} et C_{n3} deviennent :

$$\begin{cases} C_{n4} = C_{n4} - C_{n3}\theta_{n+1} \\ C_{n3} \leftarrow 0 \end{cases}$$

4-3- Solution en paroi avec flux de chaleur constant

Dans ce cas, l'équation (III.12) reste la même, les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{cases} \eta = 0 & f = f' = 0 & (\frac{\partial \theta}{\partial \eta})_p = Cte < 0 \\ \eta = 0 & f' = 1 & \theta = 0 \end{cases} \quad (III.26)$$

Pour déterminer la valeur de flux à la paroi, on reprend la même variable Adimensionnelle $\theta(\eta)$ telle que :

$$\theta(\eta) = \frac{T(x,y) - T_\infty}{\frac{U_\infty^2}{2Cp}} \quad (III.27)$$

On sait que la densité de flux de chaleur à la paroi se traduit par la relation :

$$\phi_p(x) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p$$

Ou $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p$ s'écrit d'après (III.27) comme suit:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p = \frac{U_\infty^2}{2Cp} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (III.28)$$

Rappelons que $\eta = y \left(\frac{U_\infty}{\nu x} \right)^{1/2}$ et $\frac{\partial \eta}{\partial y} = \left(\frac{U_\infty}{\nu x} \right)^{1/2} = \frac{1}{x} Re_x^{1/2}$

On a donc:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_p = \frac{\phi_p(x)x}{-\lambda Re_x^{1/2} \frac{U_\infty^2}{2Cp}} \quad (III.29)$$

Avec

$$\phi_p(x) = k(T_p - T_\infty)$$

Et :

$$T_p = \frac{U_\infty^2}{2Cp} + T_\infty$$

La relation (III.29) devient :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_p = \frac{-kx}{\lambda Re_x^{1/2}} \quad (III.30)$$

Cette relation va nous permettre de connaître la valeur du flux pariétal pour n'importe quel nombre de "Prandtl". En injectant la valeur de flux dans les conditions aux limites (III.26), on obtient :

$$\eta = 0 \quad f = f' = 0 \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right|_p = -2 \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}} \quad (III.31)$$

Si on applique la formule des différences centrées au nœud 1, nous arrivons à la relation suivante :

$$\theta'_1 = \frac{1}{2h} (\theta_2 - \theta_0) = -2 \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}}$$

On a donc :

$$(\theta_2 - \theta_0) = -4h \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}} \quad (III.32)$$

En multipliant cette équation par C_{11}

$$\begin{cases} -c_{11}\theta_0 + c_{11}\theta_2 = -4h \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}} c_{11} \\ c_{11}\theta_0 + c_{12}\theta_1 + c_{13}\theta_2 = c_{14} \end{cases}$$

Sa combinaison avec l'équation (III.17), nous donne :

$$c_{12}\theta_1 + (c_{11} + c_{13})\theta_2 = c_{14} - 4h \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}} c_{11}$$

Avec cette nouvelle équation, les coefficients C_{13} C_{14} et C_{11} seront remplacés comme suit :

$$\begin{cases} c_{13} \leftarrow c_{13} + c_{11} \\ c_{14} \leftarrow c_{14} - 4h \text{ Pr } A_n (0.332)^{\text{Pr}} c_{11} \\ c_{11} \leftarrow 0 \end{cases}$$

La condition à $\eta = \eta_{\max}$ reste valable, alors les coefficients C_{n1} et C_{n3} s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} c_{n4} \leftarrow c_{n4} - c_{n3}\theta_{n+1} \\ c_{n3} \leftarrow 0 \end{cases}$$

5 Convection forcée iso-volume à basse vitesse

Dans cette application, nous supposons que la dissipation par viscosité, résultant de l'arrêt du fluide sur la plaque, dégage une quantité de chaleur négligeable, ce qui est le cas pour des valeurs modérées de la vitesse de l'écoulement externe.

Sous les hypothèses caractérisant cette configuration de couche limite thermique, la solution du problème pour une condition de paroi adiabatique (flux de chaleur pariétal nul) est triviale et s'obtient avec une température de plaque égale à celle du fluide à l'infini, car les variations de température ne sont dues qu'à l'échauffement cinétique, c'est pourquoi, nous examinerons deux cas; celui d'une paroi isotherme et celui avec flux de chaleur pariétal constant.

5-1- Solution en paroi isotherme

En négligeant le terme de dissipation visqueuse de l'équation (III.12), l'équation d'énergie s'écrit :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{III.33})$$

Si on garde la même variable adimensionnelle $\theta(\eta)$, l'équation différentielle (III.12) devient

$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr f \theta' = 0 \quad (\text{III.34})$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \eta = 0 & f = f' = 0 & \theta = 1 \\ \eta = \infty & f' = 1 & \theta = 0 \end{cases}$$

La comparaison de l'équation (III.34) et l'équation différentielle standard (III.12) donne,

$$A = \frac{1}{2} Pr f, B = 0, \text{ et } D = 0.$$

On remarque que seul le deuxième membre qui va changer ($D = 0$) ce qui conduit au changement du coefficient C_{i4} qui devient nul. Alors pour le cas d'une plaque plane isotherme, les étapes de calcul numérique restent les mêmes avec ($C_{i4} \leftarrow 0$), résolvons le problème analytiquement afin de comparer les résultats obtenus avec ceux du calcul numérique.

5-2- Solution numérique en paroi à flux de chaleur consta

$$\theta' = k_1 f'' Pr$$

Ou k_1 est la constante d'intégration, on prend comme valeur ($k_1 = -1$), cette valeur est choisie négative pour vérifier la loi de "Fourrier".

Soit la condition l'équation :

$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr f \theta' = 0$$

Avec les conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \eta = 0 & f = f' = 0 \\ \eta = \infty & f' = 1 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_P = -f'' Pr \\ \theta = 0 \end{array} \right.$$

ce qui traduit par le changement des coefficients suivants :

- Pas de dissipation visqueuse : $C_{i4} \leftarrow 0$

-Introduction des conditions aux limites : $\left\{ \begin{array}{l} C_{13} \leftarrow C_{13} + C_{11} \\ C_{14} \leftarrow C_{14} - 2hf'' Pr C_{11} \\ C_{11} \leftarrow 0 \end{array} \right.$

Chapitre IV :

Représentation et discussion des résultats

La détermination de la loi de distribution de température pour divers conditions aux limites permis de représenter les différentes caractéristiques de la couche limite thermique.

1- Distribution de température

1-1- paroi adiabatique

En convection forcée à grande vitesse

La figure (IV.1) illustre la distribution de température en couche limite sur une plaque plane adiabatique en convection forcée à grande vitesse.

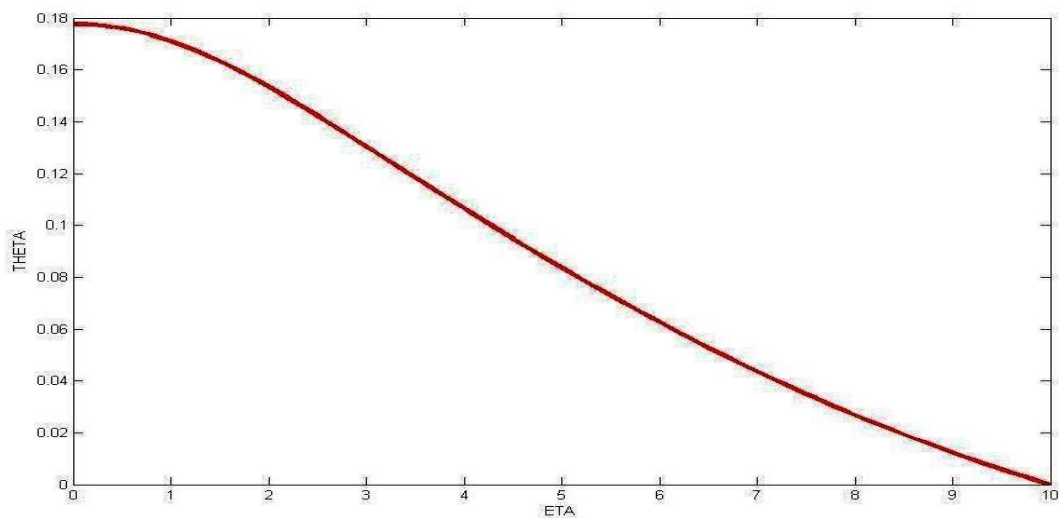


Fig.IV.1.Distribution de température en couche limite sur une plaque plane adiabatique à grande vitesse.

Dans ce cas, l'ensemble de la couche limite est énergétiquement isolé, il n'y a échange d'énergie ni à travers la paroi, ni à travers la frontière de la couche limite.

La température reste inférieure à l'unité, puisque l'air a un nombre de Prandtl inférieur à l'unité donc il est plus conducteur que visqueux, la température reste inférieure à l'unité, ce qui indique que l'écart de température est inférieur à l'énergie cinétique de fluide car la température est précisément celle produite par la dissipation visqueuse.

1-2- paroi isotherme

Il faut signaler qu'il y a un transfert de chaleur entre la plaque et le fluide, ce dernier s'échauffe ou se refroidit par la plaque suivant que la température de frottement est supérieure ou inférieure à la température de la paroi T_p .

En convection forcée à grande vitesse

La figure IV.2.représente la distribution de température en couche limite sur une plaque plane isotherme avec dissipation.

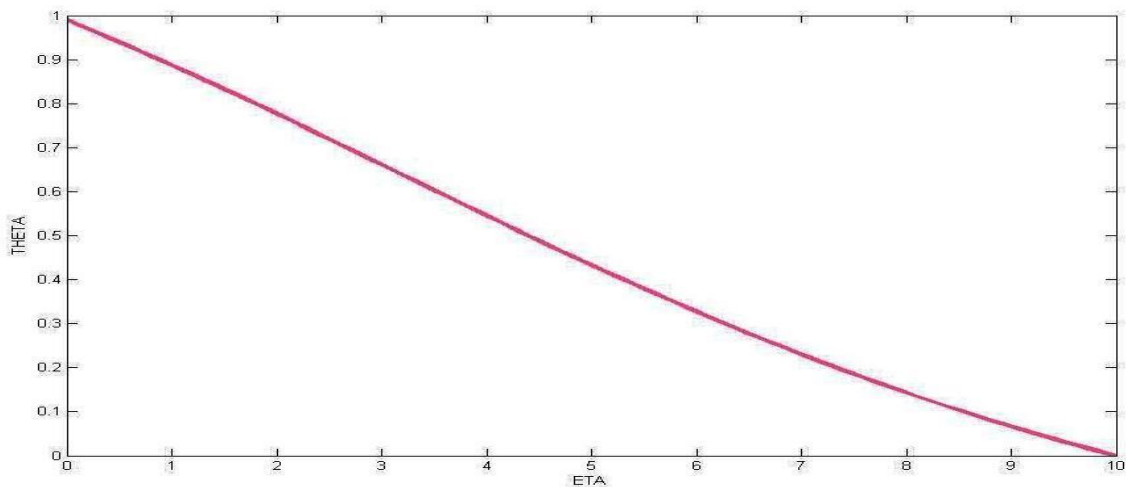


Fig.IV.2.Distribution de température en couche limite sur une plaque plane isotherme à grande vitesse.

L'élévation de température est remarquable à cause de la dissipation visqueuse. Il faut signaler qu'il y a un transfert de chaleur entre la plaque et le fluide, ce dernier s'échauffe ou se refroidit par la plaque suivant que la température de frottement est supérieure ou inférieure à la température de la paroi T_p .

En convection forcée à basse vitesse

La figure IV.3.représente la distribution de température en couche limite sur une plaque plane Isotherme sans dissipation.

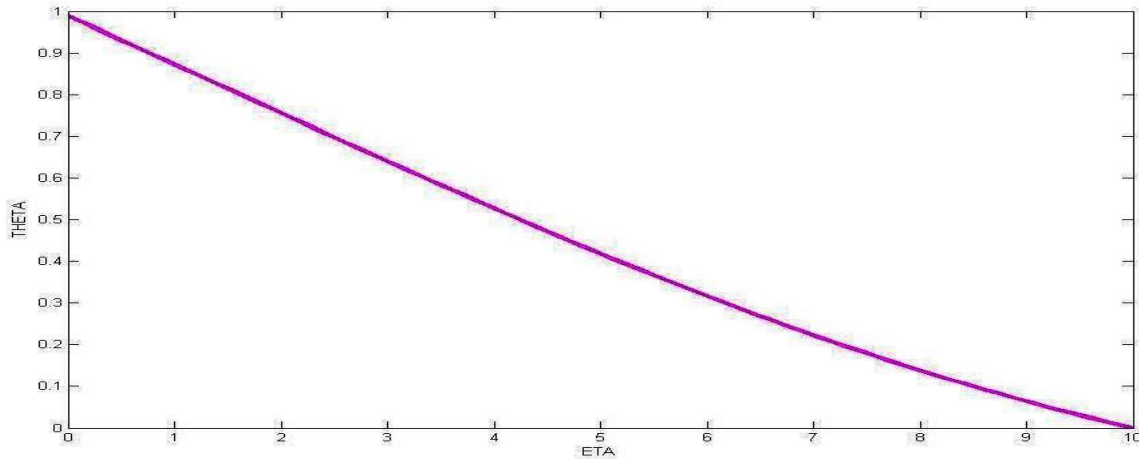


Fig.IV.3.Distribution de température en couche limite sur une plaque plane

Isotherme à basse vitesse.

Comme le montre la figure (IV.3), la température à la paroi est égale à l'unité puis elle se dégrade en s'éloignant de la paroi. On remarque qu'au sein de la couche limite la température se dégrade puisque le nombre de Prandtl est inférieur à l'unité, ce qui indique que pour $Pr < 1$ l'effet conductif est le plus dominant.

1-3-paroi flux de chaleur

En convection forcée à grande vitesse

La figure IV.4.représente la distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur avec dissipation

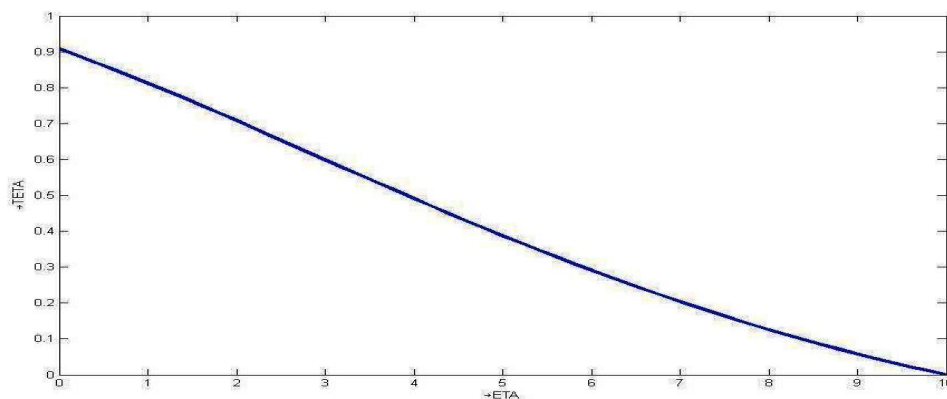


Fig.IV.4.Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur à grande vitesse.

En convection forcée à basse vitesse

La figure IV.4.représente la distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur sans dissipation.

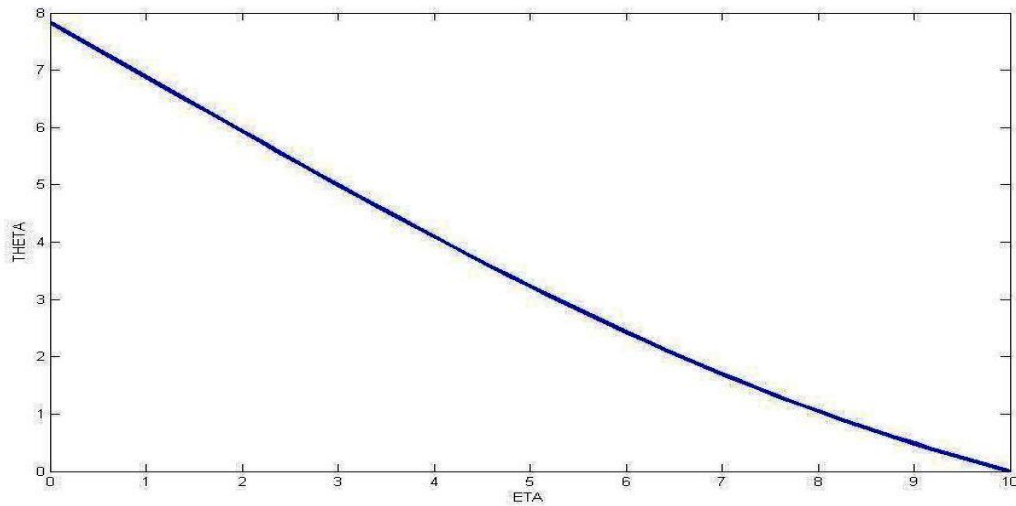


Fig.IV.5.Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur à basse vitesse.

Pour les deux types de convections considérées, les courbes des figures (IV.4) et (IV.5), reflètent la distribution de température pour ce type de paroi.

Ces courbes ayant la même allure que celles d'une paroi isotherme, l'élévation de température au sein de la couche limite est provoquée par le flux de chaleur qui imposé à la paroi.

Les figures (IV.6) et (IV.7) représentent *respectivement* l'influence du type de paroi sur la distribution de température sur une plaque plane en convection forcée à grande et basse vitesse.

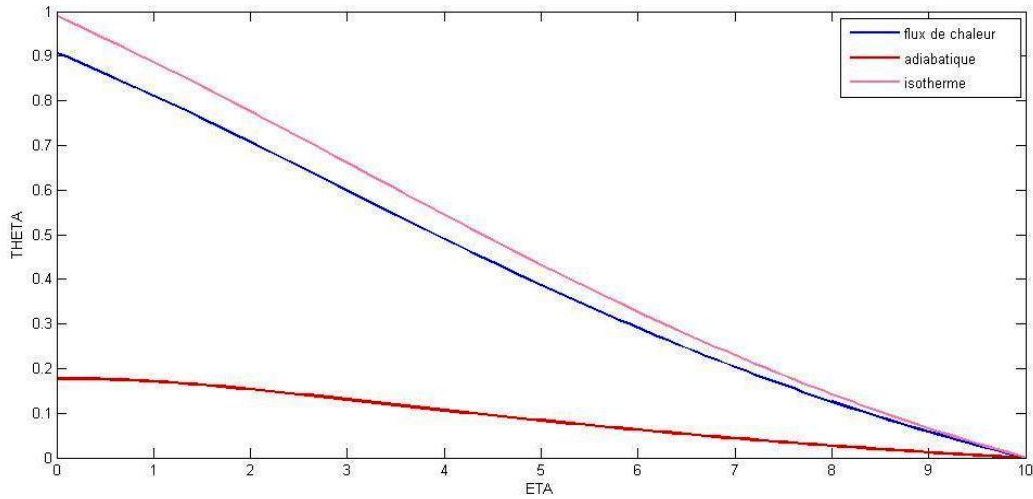


Fig.IV.6. Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur et isotherme et adiabatique à grande vitesse.

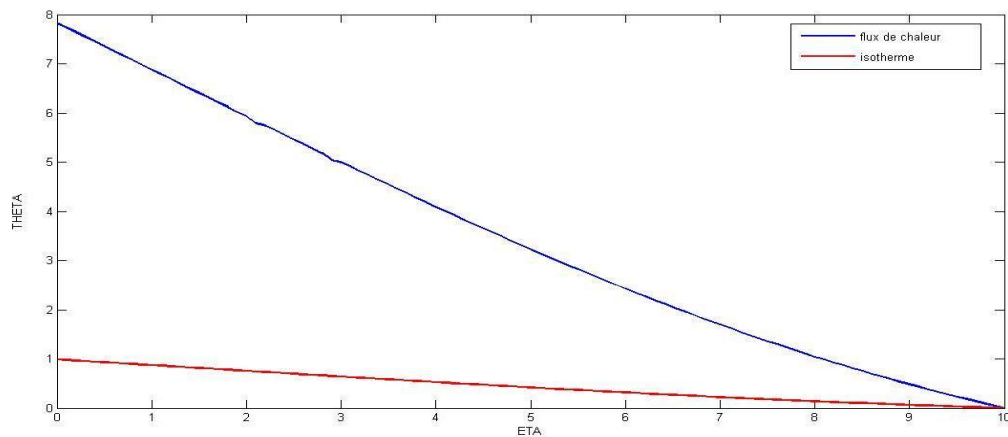


Fig.IV.7. Distribution de température en couche limite sur une plaque plane flux de chaleur et isotherme à basse vitesse.

Pour les divers types de paroi considérés, on peut noter que, quand la distance à la paroi augmente, la température diminue jusqu'à ce qu'elle prend la valeur de T_{∞} correspondant à l'écoulement libre. Toutes les courbes présentent une inflexion vers le milieu de la couche limite.

2- Evaluation des épaisseurs de la couche limite thermique

Pour illustrer l'influence de type de paroi sur l'épaisseur de la couche limite thermique, on trace les épaisseurs δ_T pour les divers types de paroi.

Cette interpolation a été faite selon les cas traités au préalable.

Trois types de paroi suivant :

- Paroi adiabatique $(\frac{\partial T}{\partial y})_p = 0$
- Paroi isotherme $T = \text{Cte}$
- Paroi avec flux de chaleur pariétal constante $(\frac{\partial T}{\partial y})_p = \text{Cte}$

On choisit à titre d'exemple le fluide suivant : Pour les gaz : Air ($Pr=0.714$).

Tab.4.1 : Principales caractéristiques de la couche limite thermique sur une plaque plane, pour divers milieux fluides et différents types de paroi [5]

Type de convection	Milieu fluide	Type de paroi	$\delta_T \frac{\sqrt{Re_x}}{x}$	$\Delta \frac{\sqrt{Re_x}}{x}$
A basse vitesse	Liquide et gaz	Isotherme	$\frac{4.8876}{Pr^{0.3675}}$	$0.664Pr^{-2/3}$
		Avec flux de chaleur	$\frac{4.6241}{Pr^{0.6664}}$	$0.970Pr^{-3.72}$
A grande vitesse	Liquide et gaz	Isotherme	$\frac{5.3596}{Pr^{0.2014}}$	$0.522 + 0.664Pr^{-2/3}$
		Avec flux de chaleur	$\frac{5.9228}{Pr^{0.2481}}$	$0.906Pr^{-2/3}$
		Adiabatique	$\frac{5.3614}{Pr^{0.1981}}$	0

2.1-Epaisseur conventionnelle de la couche limite thermique δ_T

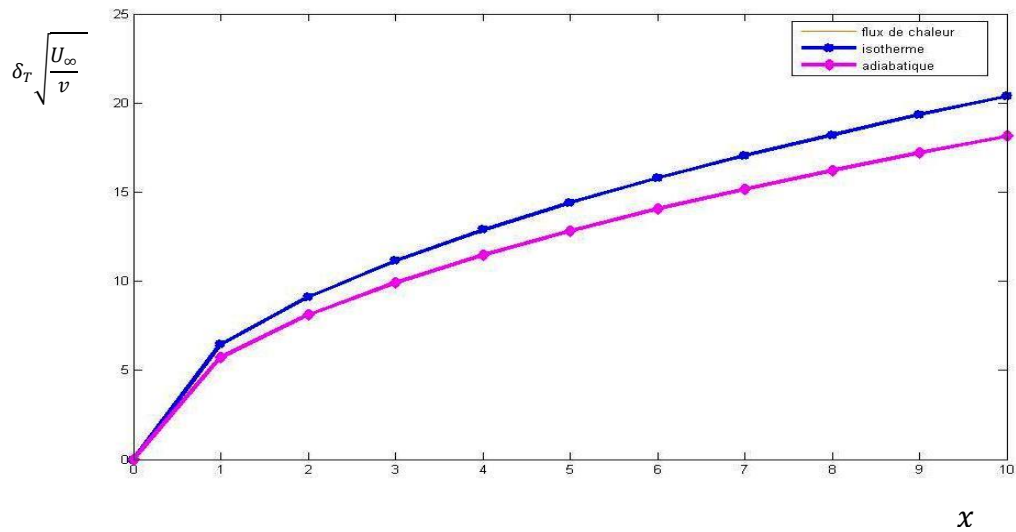


Fig.IV.8.Epaisseur thermique de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur et adiabatique en convection forcée à grande vitesse.

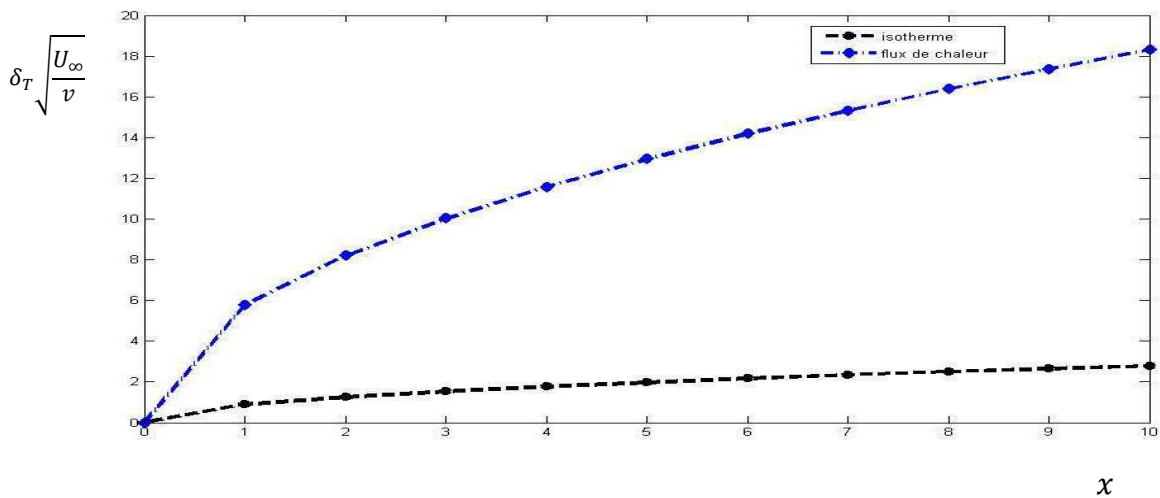


Fig.IV.9.Epaisseur thermique de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur en convection forcée à basse vitesse.

L'épaisseur de la couche limite thermique δ_T délimite la région où l'effet thermique est prépondérant.

L'effet de dissipation visqueuse est très important pour les parois isothermes notamment avec un flux de chaleur constant à la paroi, où l'on constate que la dissipation fait augmenter l'épaisseur de la couche limite thermique.

On ce qui concerne l'influence du type de paroi, on constate que : la couche limite thermique est plus épaisse pour une paroi avec flux de chaleur que pour une paroi adiabatique, et que la couche limite est plus mince pour une paroi isotherme.

2.2-Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique Δ

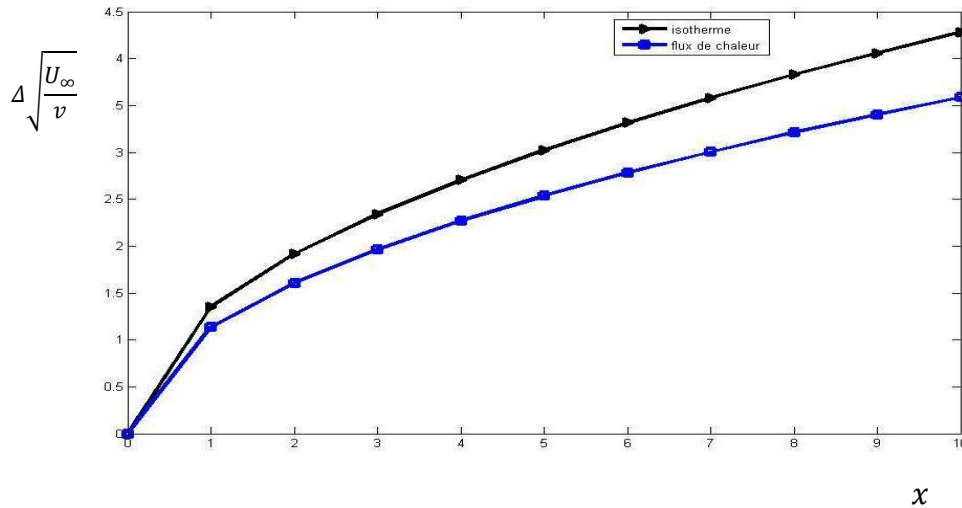


Fig.IV.10.Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur en convection forcée à grand vitesse

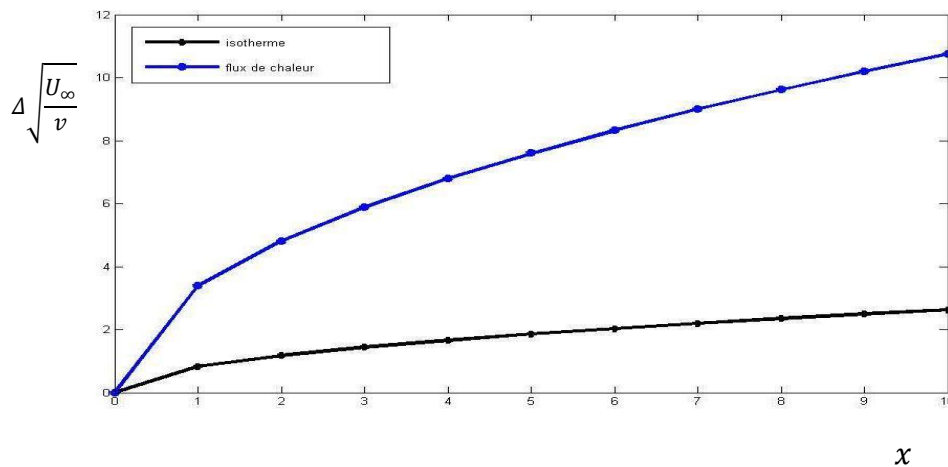


Fig.IV.11.Epaisseur d'enthalpie de couche limite thermique le long d'une paroi isotherme et flux de chaleur en convection forcée à basse vitesse.

L'épaisseur d'enthalpie possède la même allure que celle de la couche limite thermique et la même loi de variation. Dans toutes les situations, l'épaisseur d'enthalpie est plus mince que l'épaisseur de la couche limite thermique.

Conclusion

L'objectif principal de ce travail est l'analyse du comportement des fluides en convection forcée sous l'influence de type de paroi, sur une plaque plane solide à incidence nulle en écoulement laminaire incompressible. Après simplification des équations de "Navier-Stokes" et de l'équation d'énergie, on a déduit les équations qui régissent notre problème.

Une fois le champ des vitesses est déterminé, l'équation d'énergie est résolue avec des différentes conditions aux limites.

Les résultats obtenus par cette étude illustrent la dépendance des phénomènes thermiques et dynamiques en couche limite laminaire sur une plaque plane. En ce qui concerne les différentes conditions aux limites à la paroi en convection forcée à grandes et basses vitesses au sein des couches limites dynamiques et thermiques les résultats montrent clairement l'influence de type de paroi sur les caractéristiques de ces couches limites.

BIBLIOGRAPHIE

- [01] B. R. MUNSON. "Fundamentals of Fluid Mechanics ". John Willey et Sons, Inc, 2002.
- [02] M. DAMOU. "Mécanique des fluides". Office des Publications Universitaires, Alger, 1996.
- [03] J. P. NOUGIER. "Méthodes de Calcul Numérique". Masson, Paris, 1991.
- [04] P. CHASSAING. "Mécanique des fluides, éléments d'un premier parcours". CÉPADÈUS, Paris, 2000.
- [05] H. SCHLISHTING. "Boundary Layer Theory" . MC Graw-Hill, Newyork, 1968.
- [06] M. BOUMAH RAT & A. GOURDIN. "Méthodes numériques appliquées". Techniques et Documentation, Paris, 1983.
- [07] F. RICHECOEUR. "Mécanique des fluides, Aérodynamique". TECHNOSUP, Paris, 2000.
- [08] A. Fortin. "Analyse numérique pour ingénieurs". éditions de l'école polytechnique Montréal (1999).
- [09] Devries, L, Paul, A First cours In Computational Physics. Joh, Wiley & Son. ISBN 0-471- 54869-3, (1994).
- [10] P. H. MARTY. "Transferts Thermiques Convectifs". ILP Génie, 2001.

Résumé

L'étude (théorique) que nous allons effectuer vise à mettre l'accent sur le comportement de l'écoulement visqueux type couche limite en présence de l'effet thermique est présentée.

L'écoulement a eu lieu dans un domaine bidimensionnel, avec une vitesse uniforme à l'infini pour les différents types de parois (isotherme, adiabatique et avec apport de chaleur).

L'équation du bilan énergétique est résolue tout en spécifiant les conditions aux limites adéquates.

L'approche analytique et numérique (programmation en FORTRAN F32) a permis la détermination des caractéristiques de la couche limite.

Mots clé : couche limite laminaire, caractéristiques de couche limite, type de paroi.

ملخص

الدراسة النظرية التي سنقوم بها في هذا البحث تهدف الى تسليط الضوء على سلوك الطبقة الحدودية ذات التدفق اللزج في وجود التأثير الحراري.

حدث التدفق في نطاق ثنائي الابعاد, مع سرعة غير محدودة لأنواع مختلفة من الجدران (ثابتة الحرارة ,متساوي الحرارة وبإسهام حراري)

يتم حل معادلة توازن الطاقة مع تحديد الشروط الحدية المناسبة.

يسمح الاسلوب التحليلي والعددي(البرمجة فيFORTRAN F32تحت Windows) بتحديد خصائص الطبقة الحدية

الكلمات المفتاحية :الطبقة الحدية الصفحي, خصائص الطبقة الحدية , نواع الجدار.